УДК 681.3

О.В. Верьовка

ЛІНІЙНА ІНТЕРПОЛЯЦІЙНА ПРОЦЕДУРА ОБЧИСЛЕННЯ НЕЧІТКИХ БАЙЄСІВСЬКИХ ОЦІНОК

Представлено оригінальну процедуру для нечітких чисел, що є аналогом лінійної інтерполяції. Розглянуто її застосування до виконання нечіткого байєсівського оцінювання та запропоновано способи усунення проблем, що виникають при комп'ютерній реалізації наведеного підходу.

Постановка проблеми

Задачі аналізу складних систем, як правило, є надзвичайно нетривіальними. По-перше, вони, як правило, не підлягають строгій формалізації, і їх розв'язання, наряду із залученням строгих математичних методів та алгоритмів, потребує також застосування так званих методів роботи з невизначеністю. По-друге, типовою є ситуація, коли в ролі даних відносно досліджуваних явищ виступають, крім оброблених, найчастіше із залученням процедур математичної статистики, результатів моніторингу певних явищ або процесів, також неформалізовані знання, тобто знання, отримані експертами із попереднього досвіду або з якихось суб'єктивних міркувань, можливо, з урахуванням спостережень та вимірювань специфічних для досліджуваної ситуації показників. Практична ситуація додатково ускладнюється ще тим, що наявна інформація може належати до різних типів подання, зокрема до одного із наступних:

– конкретне числове значення. Таке подання інформації називають точковим або чітким;

– межі інтервалу, що містить у собі оцінювану величину. Таке подання інформації називають інтервальним. Слід зазначити, що інтервальне подання може бути спричинене як непевністю, неповнотою знань, так і принципово інтервальним характером шуканої оцінки, яку змістовно і адекватно може бути представлено діапазоном допустимих значень;

– непевні або приблизні висловлювання відносно меж і характеру "розмитості" показника. Таке подання інформації називають нечітким. Часто інформацію, на підставі обробки якої необхідно отримати змістовне рішення, найбільш адекватно можна представити у вигляді сукупності нечітких чисел. У певних випадках до них може бути зведено також лінгвістичні описи оцінюваного показника. У численних практично важливих випадках обгрунтовані результати можуть бути одержані виключно із залученням апарату нечіткої математики. Цілком зрозуміло, що для отримання результатів початкова нечітка інформація має бути задіяна в численних обчислювальних процедурах, які здебільшого створені (і є достатньо ефективними) для точкового подання інформації. Нечіткі числа є непридатними для використання в абсолютній більшості існуючих алгоритмів; зокрема, нечітке число не має протилежного і оберненого чисел.

Таким чином, при розгляді задач аналізу складних систем існує суттєве протиріччя: з одного боку значну частину фактичної інформації доцільно і найбільш адекватно можна представити у вигляді нечітких чисел; з другого – існуючі правила маніпуляцій з нечіткими числами не допускають їх залучення до використання в існуючих математичних алгоритмах. Вирішенням ситуації є розширення понять нечіткої математики введенням *нечітких величин* [1, 2] та операцій над ними. При цьому на ідейному рівні методи обробки точкової, інтервальної та розмитої інформації мають бути спадковими, оскільки кожний попередній тип інформації в зазначеній трійці є спеціальним граничним випадком наступного.

Серед численних методів роботи з невизначеністю, що реалізують різноманітні логікоймовірнісні підходи, важливе місце посідають так звані байєсівські механізми виведення. Базуючись на відомій теоремі Байєса, вони мають строге математичне обґрунтування і, крім того, привабливі внаслідок прозорості логіки виведення, що є певним аналогом неформальної людської логіки, а тому зумовлює прийнятність та зрозумілість інтерпретації отриманих результатів. В даній статті представлено результати адаптації класичної широко вживаної процедури байєсівського виведення [3, 4] для випадку недетермінованого інформаційного простору, отримані з урахуванням вимоги сумісності за типами даних. Основну увагу зосереджено на конструктивному викладенні процедури, що є нечітким аналогом лінійної інтерполяції.

Нечіткі величини та основні арифметичні операції над ними

Загальноприйнятим (за Заде) є визначення нечіткої (розмитої) множини *A* у просторі Ω через функції належності $\mu_A(\omega)\in[0,1]$, μ_A: $\omega\in\Omega \mapsto \mu_A(\omega)\in[0,1]$, що інтерпретується так: величина $\mu_A(\omega)$ означає оцінку належності ω до множини A. Множина A є нормальною, якщо $\sup\{\mu_A(\omega)$: $\omega\in\Omega\}=1$, і субнормальною у протилежному випадку. Якщо носієм є інтервал дійсної осі R^1, нечітка множина називається нечітким числом.

Нехай $\mathcal{X}$ – нечітка множина, визначена у просторі Ω функцією належності $\mu_{\mathcal{X}}(\omega)$. Тоді нечітка (розмита) величина X, споріднена з нечіткою множиною $\mathcal{X}$, визначається так: величина X може набувати значення з Ω і мірою того, що X дорівнює $\omega\in\Omega$, є $\mu_X(\omega)=\mu_{\mathcal{X}}(\omega)$; носієм розмитої величини X є множина $X = \{\ \omega\in\Omega:\ \mu_X(\omega) \neq 0\ \}$. Навпаки, якщо у просторі Ω визначено розмиту величину X з функцією належності $\mu_X(\omega)$, $\omega\in\Omega$, і носієм *X*, то можемо визначити споріднену з нею нечітку множину $\mathcal{X}$ із носієм *X*, поклавши $\mu_{\mathcal{X}}(\omega)=\mu_X(\omega)$.

Зокрема, на інтервалі $\chi=[x_L, x_R]\in R^1$ по функції $\mu_X(x)$, заданій для $x\in\chi$ і такій, що $\min\{\mu_X(x),\ x\in\chi\}\geq 0$, $\max\{\mu_X(x),\ x\in\chi\}\leq 1$, можна конструктивно задати розмиту величину X з функцією належності $\mu_X(x)$, $x\in\chi$: X може приймати значення із χ, і мірою впевненості у тому, що X дорівнює $x\in\chi$, є значення $\mu_X(x)$. Носієм означеної таким чином розмитої величини X є множина $X=\{x\in\chi:\ \mu_X(x)\neq 0\}$. Якщо носій є однією точкою, $X=\{\alpha\}$, назвемо розмиту величину константою α, причому ця константа є нормальною, коли $\mu_X(\alpha)=1$, і субнормальною, коли $\mu_X(\alpha)<1$. Якщо носій *X* є інтервалом (закритим, відкритим, напіввідкритим) і для $x\in X$ справедлива рівність $\mu_X(x)=\mathrm{const}$, назвемо розмиту величину інтервалом (відповідно закритим, відкритим, напіввідкритим), причому інтервал є нормальним, коли $\mu_X(x)=1$ для $x\in X$, і субнормальним, коли $\mu_X(x)<1$.

Важливим моментом урахування нечіткої інформації є вибір конкретного виразу для виконання кожної елементарної арифметичної операції. Прямим наслідком означення нечіткої величини є те, що можна конструктивно визначити обернену (у випадку, коли носій не містить значення 0) і протилежну величини, і це дозволяє досягти суттєвого прогресу у використанні нечітко поданої інформації і коректно визначити основні арифметичні операції. Наведемо означення унарних операцій над нечіткими величинами. Індексами L та R позначено ліві та праві границі відповідних інтервалів.

Нехай c_1 – додатна константа. Тоді розмиту величину $Z=c_1\times X$ визначимо на інтервалі $[z_L, z_R]=[c_1\times x_L,\ c_1\times x_R]$ функцією належності $\mu_Z(x)=\mu_X(x/c_1)$. Визначимо арифметично протилежну до X розмиту величину $Z=-X$ функцією належності $\mu_Z(x)=\mu_X(-x)$ на інтервалі $[z_L, z_R]=[-x_R, -x_L]$. Для довільного раціонального значення c_2 визначимо розмиту величину $Z=X+c_2$ функцією належності $\mu_Z(x)=\mu_X(x-c_2)$ на інтервалі $[z_L, z_R]=[c_2+x_L,\ c_2+x_R]$. Наведені означення дозволяють для довільних сталих c_1 і c_2 визначити розмиту величину $Z=c_1\times X+c_2$.

Нехай $\varphi(x)$ – неперервна монотонно зростаюча функція, що не має особливостей на інтервалі $[x_L, x_R]$. Визначимо розмиту величину $Z=\varphi(X)$ на інтервалі $[z_L, z_R]=[\varphi(x_L), \varphi(x_R)]$ функцією належності $\mu_Z(x)=\mu_X(\varphi^{-1}(x))$, де φ^{-1} – функція, обернена до φ. Аналогічно за неперервною монотонно спадаючою функцією $\psi(x)$, що не має особливостей на інтервалі $[x_L, x_R]$, визначимо розмиту величину $Z=\psi(X)$ на інтервалі $[z_L, z_R] = [\psi(x_R), \psi(x_L)]$ функцією належності $\mu_Z(x)=\mu_X(\psi^{-1}(x))$, де ψ^{-1} – функція, обернена до ψ. Зокрема, якщо $x_L>0$, обернену до X розмиту величину $Z=1/X$ визначимо функцією належності $\mu_Z(x)=\mu_X(1/x)$ на інтервалі $[z_L, z_R]=[1/x_R, 1/x_L]$.

Зрозуміло, що при означенні бінарних операцій над нечіткими величинами доцільно базуватися на означеннях аналогічних операцій для нечітких чисел; тоді для розмитих величин можуть бути застосовані результати та вирази, отримані для нечітких множин. Залежно від цілей досліджень, що виконуються, може бути обрано один із численних можливих варіантів. Наприклад, тільки для функції належності $\mu_D(x)$ добутку $\underset{\sim}{D}=\underset{\sim}{A}\times\underset{\sim}{B}$ нечітких чисел $\underset{\sim}{A}$ і $\underset{\sim}{B}$, заданих відповідно функціями належності $\mu_A(x)$ і $\mu_B(x)$ з носіями $S_{\underset{\sim}{A}}=[a_1, a_2]$ і $S_{\underset{\sim}{B}}=[b_1, b_2]$, може бути залучено цілу низку стандартних означень [5–9]: згідно принципу узагальнення, висловленого Л.Заде:

$$\mu_D(x)=\sup_{\substack{a\times b=x\\ a\in S_{\underset{\sim}{A}},\ b\in S_{\underset{\sim}{B}}}} \min\{\mu_A(a),\ \mu_B(b)\};$$

похідного від принципу узагальнення з імовірнісними алюзіями:

$$\mu_D(x)=\sup_{\substack{a\times b=x\\ a\in S_{\underset{\sim}{A}},\ b\in S_{\underset{\sim}{B}}}} \mu_A(a)\times\mu_B(b)\};$$

драстичного добутку:

$\mu_D(x) = \mu_B(x)$, якщо $\mu_A(x) = 1$; $\mu_D(x) = \mu_A(x)$, якщо $\mu_B(x) = 1$; $\mu_D(x) = 0$ в інших випадках;

означення алгебраїчного добутку: $\mu_D(x) = \mu_A(x)\,\mu_B(x)$;

означення граничного добутку: $\mu_D(x) = (\,\mu_A(x) + \mu_B(x) - 1) \vee 0$.

Для нечітких величин доцільно обрати визначення, наведене в [5], оскільки у випадку, коли одна з нечітких величин, X або Y, є нормальною константою, воно співпадає з введеними вище для простих операцій (типу обчислення дробово-лінійних функцій) і має ймовірнісну інтерпретацію: нехай $\oplus$ – знак однієї з арифметичних операцій (+, –, $\times$, :). Для нечітких величин X та Y, заданих на R^1 функціями належності $\mu_X(x)$ та $\mu_Y(x)$, результат $\mu_\oplus(x)$ відповідної арифметичної операції (сума, різниця, добуток або частка) визначається співвідношенням

$$\mu_\oplus(z) = \sup\{\,\mu_X(x)\times\mu_Y(y):\ x\oplus y=z\,\}. \quad (1)$$

Інтерпретація нечіткої вхідної інформації як нечітких величин є вельми плідною. Вона надає можливість перейти у міркуваннях від множин до маніпуляцій зі значеннями, що можуть бути прийняті цими величинами із суб'єктивною мірою впевненості, яка задається функцією належності. Вищезазначене дозволяє уже на основі введених понять та означень конструктивно вирішити проблему використання у нечіткому просторі багатьох існуючих математичних методів, спираючись на аналогію з класичним точковим випадком. Проблеми виникають, коли, крім суто арифметичних обчислень, для вирішення конкретної проблеми необхідно залучити також евристичні засоби. Репрезентований у даній главі математичний підхід було розроблено для вирішення задач байєсівського діагностування у нечіткому інформаційному просторі [10], тому подальшу увагу зосереджено на процедурі, що є необхідною для вирішення саме зазначеної проблеми – на нечіткій лінійній інтерполяції.

Базові поняття нечіткого байєсівського оцінювання

Розглянемо обчислення нечітких байєсівських оцінок, на підставі яких виконується діагностика в недетермінованому інформаційному просторі.

У чіткому випадку класичну байєсівську діагностичну процедуру можна представити наступним чином. Нехай

$H=\{h_i\}_{i=1}^{I}$ – сукупність станів, у яких може перебувати досліджувана система, або множина гіпотез, що підлягають перевірці, і $E=\{e_j\}_{j=1}^{J}$ – сукупність можливих свідчень. Зв'язок між ними виражено за допомогою правил продукції вигляду "Якщо e, то h", кожному з яких ставиться у відповідність значення функції δ: $V \to R^2$ (сила правила), визначеної на множині V всіх пар взаємозв'язаних свідчень і гіпотез наступним чином: $\delta(e,h) = (\hat{P}(e/h), \hat{P}(e/\overline{h}))^T$, де $P(e/h)$ і $P(e/\overline{h})$ являють собою прийняті в теорії ймовірностей стандартні позначення умовних ймовірностей; $\hat{P}(e/h)$ і $\hat{P}(e/\overline{h})$ – експертні оцінки відповідних величин. Нехай $B_0(h_i)=\hat{P}_0(h_i)$ – апріорна оцінка ймовірності наявності стану h_i. У ролі інформації відносно свідчення e_j виступає фактор визначеності $u(e_j)$, $-1 \le u(e_j) \le 1$, причому $u(e_j)=1$ у випадку повного підтвердження e_j, $u(e_j)=-1$ у випадку повного заперечення e_j, а $u(e_j)=0$ відповідає повній невизначеності. Оцінку вірогідності $B_j(h_i)$ наявності стану h_i отримано в результаті послідовного врахування свідчень $e_1, e_2, \ldots, e_j$ (таку ситуацію позначимо S_j). В ролі функції для перерахунку оцінки $B_j(h_i)$ з урахуванням впливу свідчення e_j:

$$B_j(h_i)=Q(\hat{P}(e_j/h_i),\ \hat{P}(e_j/\overline{h}_i),\ B_{j-1}(h_i),\ u(e_j)) \qquad (3)$$

використано кусочно-лінійну інтерполяцію $P(h_i/e_j)$, що приймає значення $\hat{P}(h_i/e_j)$ при повному підтвердженні e_j ($u(e_j)=1$), $\hat{P}(h_i/\overline{e}_j)$ – повному запереченні e_j ($u(e_j)=-1$) і не змінює наявного значення $B_{j-1}(h_i)$ за повної невизначеності, тобто при $u(e_j)=0$

$$Q(\hat{P}(e/h),\ \hat{P}(e/\overline{h}),\ B(h),\ u(e))= B(h) + \begin{cases} u(e) \times [B(h)-\hat{P}(h/\overline{e})] \text{ при } u(e)\le 0, \\ u(e) \times [\hat{P}(h/e)-B(h)] \text{ при } u(e)>0, \end{cases} \qquad (4)$$

де оцінки $\hat{P}(h/e)$ і $\hat{P}(h/\overline{e})$ обчислено за формулою Байєса,

$$\hat{P}(h/e)=B(h)\times\hat{P}(e/h)/[B(h)\times\hat{P}(e/h)+ \hat{P}(1-B(h))\times\hat{P}(e/\overline{h})], \qquad (5)$$

$$\hat{P}(h/\overline{e})=B(h)\times(1-\hat{P}(e/h))/[B(h)\times(1-\hat{P}(e/h))+ (1-B(h))\times(1-\hat{P}(e/\overline{h}))]. \qquad (6)$$

Остаточними є оцінки вірогідності $\{B_J(h_i)\}_{i=1}^{I}$, на основі яких виконується подальша класифікація можливих станів системи (гіпотез).

Питання комп'ютерної реалізації байєсівського оцінювання у нечіткому інформаційному просторі достатньо розглянуті стосовно перерахунку оцінки $\hat{P}(h)$ наявності одного стану h при урахуванні одного свідчення e за фактором визначеності u(e).

У нечіткому інформаційному просторі для отримання виразу типу (3) потрібно вирішити принаймні дві математичні проблеми, а саме:

(i) – яким чином слід перераховувати оцінки (5) і (6);

(ii) – як за наявними $\hat{P}(h/e)$ і $\hat{P}(h/\overline{e})$ та оцінкою вірогідності стану (гіпотези), отриманою на попередньому кроці, тобто за значеннями, що відповідають $u(e)=1$, $u(e)=-1$ та $u(e)=0$, обчислити оцінку для поточного u(e) таким чином, щоб співвідношення, запропоновані для розмитого випадку, збігалися з оцінками (4)–(6), коли інформація надходить у точковому вигляді.

Проінтерпретуємо B(h), $\hat{P}(e/h)$, $\hat{P}(e/\overline{h})$ та u(e) як нечіткі величини, що надає можливість перейти до маніпуляцій зі значеннями, що можуть бути прийняті цими величинами із суб'єктивною мірою упевненості, яка задається функцією належності. Такий підхід є цілком органічним для байєсівського оцінювання. Тоді на основі введених понять та означень можна конструктивно вирішити проблему (i), використавши аналогію із класичним точковим випадком.

Свідомо проігноруємо деякі окремі випадки, що доповнюють основні міркування, суттєво ускладнюють програмну реалізацію нечіткого діагностування, але не є принципово важливими на ідейному рівні. Зокрема, особливими є випадки, коли до носіїв $\hat{P}(e/h)$ та $\hat{P}(e/\overline{h})$ входять точки 0 та 1 (надалі будемо називати їх виродженими). Деякі напрямки подолання ускладнень, спричинених виродженими випадками, окреслено в [1].

Очевидно, вирази (5) та (6) є надмірно складними для обчислень $\hat{P}(h/e)$ та $\hat{P}(h/\overline{e})$ у нечіткому випадку. Розглянемо просту їх модифікацію для невиродженого випадку, а саме співвідношення для обернених величин:

$$1/\hat{P}(h/e) = 1 + [\,1/B(h) - 1\,] \times \times [\,\hat{P}(e/\overline{h}) \,/\, \hat{P}(e/h)\,], \tag{7}$$

$$1/\hat{P}(h/\overline{e}) = 1 + [\,1/B(h) - 1\,] \times \times [\,(1-\hat{P}(e/\overline{h}))\,/\,(1-\hat{P}(e/h))\,]. \tag{8}$$

Кожне із значень B(h), $\hat{P}(e/h)$ та $\hat{P}(e/\overline{h})$ входить до правої частини (7) та (8) незалежно від останніх і лише одного разу. Крім того, величини $[(1-\hat{P}(e/\overline{h}))/(1-\hat{P}(e/h))]$ і $[\hat{P}(e/\overline{h})/\hat{P}(e/h)]$ є функціями виключно апріорних оцінок, і рішення щодо їх комп'ютерного оцінювання можуть бути прийняті заздалегідь. Це дозволяє коректно обчислити оцінки функцій належності для $\hat{P}(h/e)$ та $\hat{P}(h/\overline{e})$, якщо одиниці у виразах (7) та (8) розглядати як нормальні константи, а арифметичні дії виконувати відповідно до (1).

Для вирішення проблеми (ii) введемо поняття нечіткої лінійної інтерполяції.

Лінійна інтерполяція у точковому та інтервальному випадках

Результати даної статті отримано при суттєвому використанні геометричної інтерпретації запропонованих операцій. Тому логічно представити їх як послідовність маніпуляції з геометричними структурами при мінімальному наведенні необхідних аналітичних виразів. Обмеження, накладені на можливі діапазони носіїв, не є принципово важливими. Вони легко можуть бути змінені, і конкретні значення (тобто –1, 0, 1), що фігурують у постановці задачі, зумовлені виключно потребами байєсівського діагностування.

Лінійну інтерполяцію у точковому випадку на інтервалі [–1, 1] по трьох наявних базових значеннях, тобто по оцінках a_{-1}, a_0 та a_{+1}, отриманих для значень аргументу –1, 0 та +1 відповідно, проілюстровано на рис. 1. За оцінку значення a_u функції для аргументу u приймається ордината прямолінійного сплайну, побудованого по базових точках $(-1, a_{-1})$, $(0, a_0)$ та $(1, a_{+1})$, на траверзі абсциси u. В аналітичному вигляді

$$\begin{gathered} a_u = (a_{-1}+\lambda\times a_0)/(1+\lambda), \\ \text{де } \lambda=-(u+1)/u, \text{коли } u<0, \\ \text{і } a_u = (a_0+\lambda\times a_1)/(1+\lambda), \\ \text{де } \lambda=u/(1-u), \text{ коли } u>0. \end{gathered} \tag{9}$$

Аналогічно виконується лінійна інтерполяція в інтервальному випадку (рис. 2). Значенню абсциси –1 відповідає інтервал значень $[a_{-1}^{L},\ a_{-1}^{R}]$, на траверзі абсциси 0 розташовано допустимий інтервал оцінок $[a_0^{L},\ a_0^{R}]$ і на траверзі абсциси 1 – відповідно допустимий інтервал оцінок $[a_1^{L},\ a_1^{R}]$. Границі допустимого діапазону $[a_u^{L},\ a_u^{R}]$ значень, які функція приймає, коли аргумент пробігає від u^L до u^R, визначаються відповідно як найменша і найбільша ординати чотирикутника, утвореного ламаними лінійних сплайнів, побудованих по нижніх і верхніх границях допустимих інтервалів базових точок, і прямими, проведеними на траверзі границь зміни абсциси (u^L і u^R) [1, 2].

Цілком очевидно, що жодну із стандартних бінарних операцій, означених для нечітких множин, не може бути залучено як аналог наведеної. Попри зовнішню подібність до (9) запису означення операції λ–суми $\overset{+}{\lambda}$, що для $\lambda\in(0,1)$ за функціями належності $\mu_X(x)$ та $\mu_Y(x)$ нечітких чисел X та Y визначає результат

$$\mu_{X\overset{+}{\lambda}Y}(x) = \lambda\times\mu_X(x) + (1-\lambda)\times\mu_Y(x),$$

який звичайно в нечіткій математиці інтерпретується як зважене середнє нечітких чисел X та Y, цей підхід неприйнятний до розв'язування проблеми інтерполяції. У нечіткому випадку запропоновано принципово інший інструментарій, сприйняття якого потребує певної просторової уяви.

На ідейному рівні зрозуміло, що потрібна процедура, по-перше, має базуватися на понятті лінійності. Її має бути спроектовано таким чином, щоб при застосування до нормальних констант або інтервалів результат співпадав з отриманим за наведеним вище підходом відповідно для точкового і інтервального випадків. По-друге, за аналогією з (1), у випадку, коли точці носія відповідає множина допустимих значень функції належності, в ролі результуючої оцінки функції належності в цій точці носія слід обирати максимальне із можливих значень. По-третє, багаторазове залучення інтерполяції (наприклад, в байєсівській діагностиці при урахуванні послідовних свідчень) не повинно призводити до "розмивання" апостеріорної оцінки; натомість необхідним є збереження і ретельне відстеження ділянок носія, які відповідають максимальним значенням функцій належності. Концептуально найбільш прозорим видається створення інтерполяційної процедури, що задовольняє наведеним вище умовам, для урахування нечіткої інформації з одновершинною формою функції належності. Точніше, розмита інформація має надходити у вигляді дзвоноподібних нечітких множин на R^1.

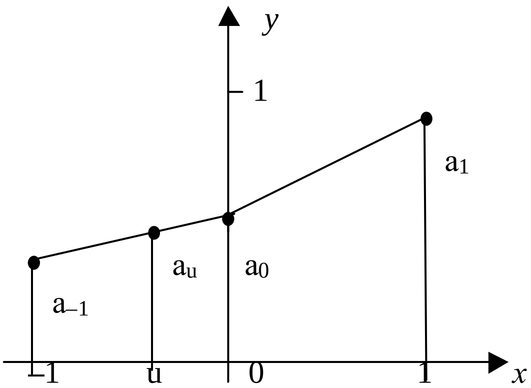

Рис. 1. Лінійна інтерполяція у випадку точкового представлення інформації

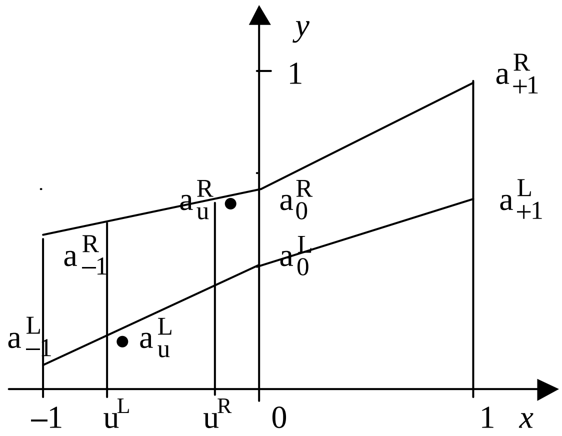

Рис. 2. Лінійна інтерполяція у випадку інтервального представлення інформації

Дзвоноподібність

Введемо поняття дзвоноподібних функцій на R^1. Продублюємо також формальні визначення для наведених вище понять, пов'язаних із нечіткістю, в термінах дзвоноподібних функцій. Типовий вигляд дзвоноподібної функції (із точковою та плоскою вершинами) представлено на рис. 3.

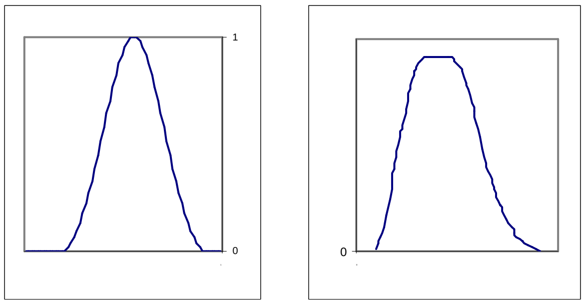

Рис. 3. Приклади дзвоноподібних функцій із точковою та плоскою вершинами

На $[a, b]\in R^1$ означимо множину $\Re[a, b]$ дзвоноподібних дійснозначних функцій $\mu(x)$, $x\in R^1$ наступним чином:

$$\mu(x)\in\Re[a, b],\ x\in R^1 \Leftrightarrow$$

1) $\mu(x)=0$ при $x\notin[a, b]$;
2) $0\le \mu(x)\le 1$ для $x\in[a, b]$;
3) існує принаймі одна точка $\hat{x}\in$ $\in [a,b]$, що $\mu^*=\mu(\hat{x})=\max\{\mu(x): x\in[a,b]\}>0$;
4) "дзвоники" одновершинні (можлива, плоска вершина), тобто якщо $\exists$

$x_1<x_2$, $\mu(x_1) = \mu(x_2) = \mu*$, то $\forall x\in[x_1, x_2]$ $\mu(x) = \mu*$;

5) “дзвоники” монотонно спадають від максимального значення до країв, тобто якщо $\hat{x}_*(\mu)=\inf\{x: \mu(x)=\mu*\}$, $\hat{x}^*(\mu)=\sup\{x: \mu(x)=\mu*\}$, то для $\forall$ $x_1<x_2$, $a\le x_1<x_2\le x_*(\mu)$ $\mu(x_1) \le \mu(x_2)$; зокрема, якщо $\exists$ $x_a\in[a, x_*(\mu)]$ така, що $\mu(x_a)=0$, то $\forall x<x_a$ $\mu(x)=0$; для $\forall x_1<x_2$, $x^*(\mu)\le x_1<x_2\le b$ $\mu(x_1) \ge \mu(x_2)$; зокрема, якщо $\exists$ $x_b\in[x^*(\mu),b]$ така, що $\mu(x_b)=0$, то $\forall x>x_b$ $\mu(x) = 0$.

Аналогічно може бути визначено $\Re(a, b)$, $\Re(a, b]$ та $\Re[a, b)$.

Множина точок $S_\mu = \{ x: \mu(x) \ne 0 \}$ при виконанні зазначених умов є неперервною, відкритою або закритою зліва і справа інтервалом або однією точкою. Будемо називати S_μ носієм дзвоноподібної функції $\mu(x)$.

Тепер означимо на R^1 множину $\Re^{R^1}$ дзвоноподібних функцій $\mu(x)$, $x\in R^1$ таким чином: $\mu(x)\in \Re^{R^1}$, якщо існують такі $-\infty<a\le b<\infty$, що $\mu(x)\in\Re[a, b]$.

Будемо називати функцію $\mu(x)\in$ $\in \Re[c, c]$ константою $c\in(-\infty,\infty)$, причому константа є субнормальною, якщо $\mu(c)<1$, і нормальною при $\mu(c)=1$.

Функцію назвемо $\mu(x)\in\Re[a, b]$ інтервалом (відкритим, закритим тощо, залежно від вигляду носія), якщо $\hat{x}_*(\mu)<\hat{x}^*(\mu)$ і $\forall x\in S_\mu$ $\mu(x)=\mu*$, причому інтервал є субнормальним, якщо $\mu*<1$, і нормальним при $\mu*=1$.

Таким чином, інформація у точковому представленні відповідає нормальній константі, а інтервальне представлення доцільно розглядати як нормальний інтервал. Назвемо нечітку величину дзвоноподібною, якщо її функція належності є дзвоноподібною. Аналогічно означимо дзвоноподібну нечітку множину, зокрема дзвоноподібне нечітке число.

Нехай $\oplus$ – знак однієї з арифметичних операцій (+, –, ×, :). Для функцій $\mu_1(x)\in \Re^{R^1}$ та $\mu_2(x)\in \Re^{R^1}$ означимо результат $\mu_\oplus(x)$ відповідної арифметичної операції (їх суму, різницю, добуток або частку) співвідношенням

$$\mu_\oplus(x) = \sup \{ \mu_1(a)\times\mu_2(b): a\oplus b=x \}.$$

Неважко переконатися, виписавши низку очевидних нерівностей, у справедливості наступного твердження: за вийнятком випадку наявності нуля в носії дільника, результат арифметичної дії над дзвоноподібними функціями із $\Re^{R^1}$ також належить $\Re^{R^1}$.

Із застосуванням введеної термінології вимоги до початкової і поточної інформації для діагностування у нечіткому випадку можна виразити наступним твердженням: $\forall h\in H$ і $\forall e\in E$ оцінки $\hat{P}_0(h)$, $\hat{P}(e/h)$ та $\hat{P}(e/\bar{h})$ є нечіткими числами із множини $\Re(0,1)$; $\forall e\in E$ фактор визначеності $u(e)$ є нечітким числом із множини $\Re[-1,0]\cup\Re[0,1]$.

Лінійна інтерполяція у нечіткому просторі

Сформулюємо задачу нечіткої лінійної інтерполяції у потрібній нам постановці.

Нехай

нормальній константі –1 відповідає нечітке число $B_{-1}(y)\in\Re(0,1)$,

нормальній константі 0 – нечітке число $B_0(y)\in\Re(0,1)$,

нормальній константі 1 – нечітке число $B_{+1}(y)\in\Re(0,1)$.

Задане нечітке число $U(x)\in\Re[-1,1]$, носій якого належить інтервалу [–1, 0] або [0,1] (всі точки носія мають один і той же знак, далі цю величину будемо називати фактором визначеності).

Необхідно встановити, застосувавши лінійну інтерполяційну процедуру, нечітке число $B_U(y)\in\Re(0,1)$, яке відповідає фактору визначеності $U(x)$.

Конструктивно основні ідеї нечіткої лінійної інтерполяції можна представити наступним чином.

У нечіткому варіанті, порівняно з точковим та інтервальним випадками, маємо на один вимір (значення функцій належності) більше, тому інтерполяція має виконуватися у тривимірному просторі. Нехай площина, що визначається осями абсцис і ординат (x–y), є місцем розташування носіїв. По осі аплікат в інтервалі між 0 та 1 коливаються значення функцій належності (рис. 4).

Вздовж осі абсцис в інтервалі від –1 до 1 може змінюватися значення фактора визначеності. По аналогії з точковим випадком по осі ординат (тобто при нульовому значенні абсциси) в інтервалі від 0 до 1 (між β_1 і β_2) розташований носій нечіткого числа $B_0(y)$ (воно відповідає значенню 0 фактора визначеності). Паралельно осі ординат від одиниці на осі абсцис в інтервалі від 0 до 1 (між ξ_1 і ξ_2) розташований носій $B_1(y)$. Аналогічно паралельно осі ординат від мінус одиниці на осі абсцис в інтервалі від 0 до 1 (між α_1 і α_2) розташований носій апостеріорної оцінки $B_{-1}(y)$. Вздовж осі аплікат розташоване значення функцій належності відповідно до носіїв. Через максимальні значення функцій належності $B_{-1}(y)$, $B_0(y)$ та $B_1(y)$ (на рис. 4 це відповідно точки $\alpha*$, $\beta*$ та відрізок між ξ_* та ξ^*) у зазначеній послідовності проведено залежно від форми кривих (вершиною є точка чи паралельний осі ординат відрізок) прямі (відрізок між $\alpha*$ та $\beta*$) або площини (подальший інтерес становлять лише відрізок прямої, трапеція чи трикутник між крайніми точками максимумів, на рис. 4 – між точками $\beta*$, ξ_* та ξ^*), які є своєрідним "дахом" майбутньої конструкції. Таким чином забезпечується фіксація максимально можливих значень функції належності результату $B_U(y)$. Між відрізками прямих, що послідовно з'єднують крайні точки носіїв $B_{-1}(y)$, $B_0(y)$ та $B_1(y)$, і "дахом" конструкції по кривих функціях належності величин $B_{-1}(y)$, $B_0(y)$ та $B_1(y)$, як по направляючим, "натягнуто" лінійчасту огинаючу поверхню, яка є прямою аналогією відрізків прямих, що послідовно з'єднували оцінки $B_{-1}(y)$, $B_0(y)$ та $B_1(y)$ у точковому випадку. Надалі будемо називати цю огинаючу поверхню "тунель". Якщо фактор визначеності на поточному кроці є нормальною константою U, то в ролі $B_U(y)$ доцільно розглядати плоску криву, утворену перерізом побудованої поверхні площиною, перпендикулярною до осі абсцис, яка проходить через відповідне значення на цій осі (крива, що з'єднує точки U_1, $U*$, U_2 на рис. 5, окремо винесена верхня крива на рис. 6). Такий переріз на траверзі носія фактора визначеності є прямою аналогією ординати точки апроксимуючої прямої з абсцисою, що дорівнює фактору визначеності у точковому випадку. Якщо ж фактор визначеності є субнормальною константою з функцією належності $\Phi(U)$, то, враховуючи ймовірнісний характер запропонованого підходу, значення по осі аплі-

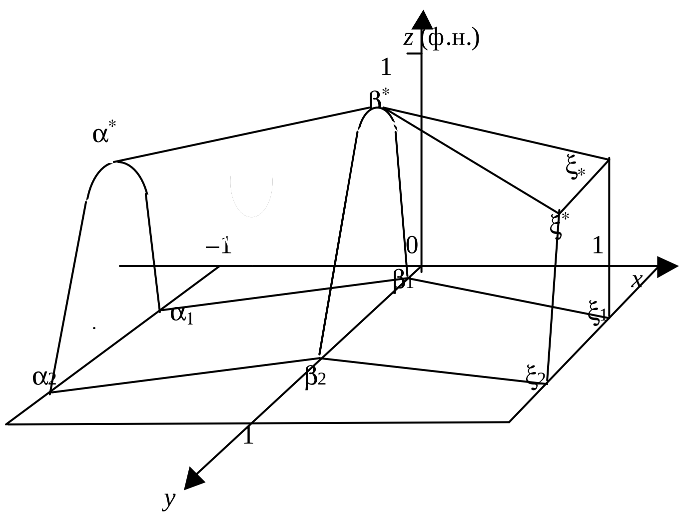

Рис. 4. Побудова направляючих для конструювання поверхні "тунель"

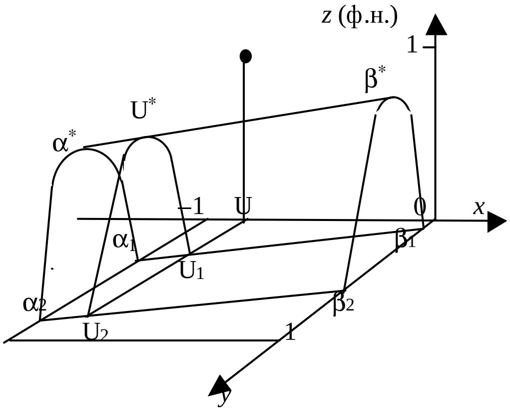

Рис. 5. Випадок, коли фактор визначеності є константою

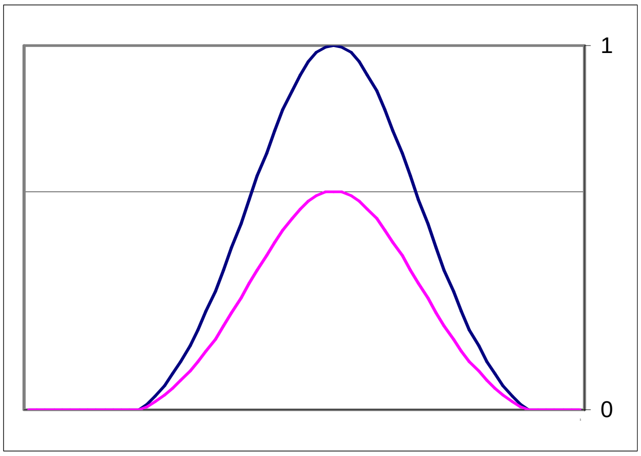

Рис. 6. Переріз поверхні "тунель" на траверзі x=U

кат, як міру одночасного виконання двох незалежних подій, слід помножити на Ф(U) (нижня крива на рис. 6).

У випадку, коли фактор визначеності представлено дзвоноподібною функцією належності (з носієм – інтервалом між λ_1 і λ_2, рис.7), з побудованої огинаючої поверхні слід вирізати фрагмент площинами, що перпендикулярні до осі абсцис і проходять через крайні точки (λ_1 і λ_2) носія фактора визначеності. Отриманий фрагмент має дном трапецію (у випадку, коли принаймні один з носіїв величин, за якими здійснюється апроксимація, є інтервалом) на площині x–y (точки φ_1, φ_2, φ_3, φ_4). Далі отриманий фрагмент треба деформувати по осі аплікат пропорційно до значення функції належності фактору визначеності з тією ж абсцисою, що приводить до отримання поверхні "капелюх" (рис. 8,9).

Носій апостеріорної оцінки $B_U(y)$ обмежений мінімальним і максимальним значеннями ординат донного чотирикутника (значення ординат точок γ_1 і γ_2), а оцінка функції належності на точці носія ($\gamma \in (\gamma_1, \gamma_2)$) дорівнює максимальній аплікаті плоскої кривої (Г*), одержаної пере-

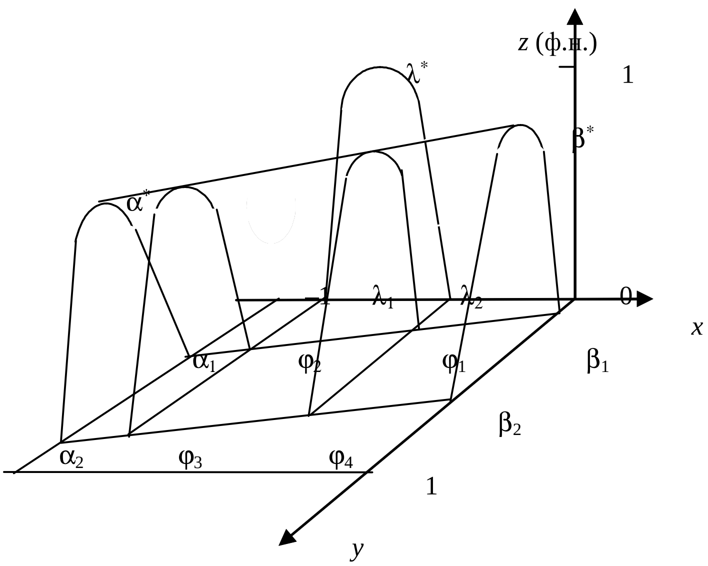

Рис. 7. Виділення фрагмента поверхні "тунель" на траверзі носія (λ_1, λ_2) дзвоноподібного фактору визначеності

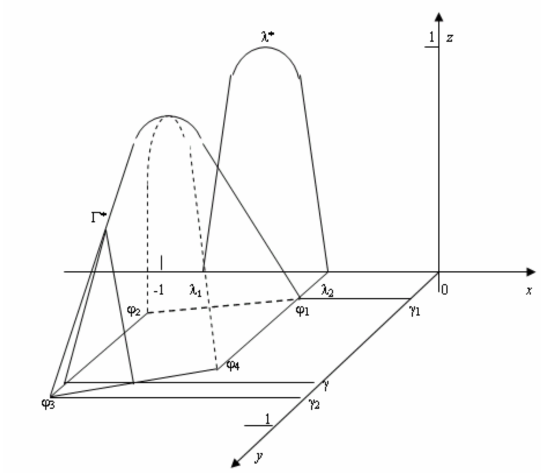

Рис. 8. Несуча поверхня після урахування нечіткого фактора визначеності ("капелюх")

тином побудованого "капелюшка" із площиною, перпендикулярною до осі ординат, що проходить через цю точку носія.

Природно, що, оскільки весь носій фактора визначеності є або недодатнім, або невід'ємним, інтерполяція проводиться лише в одному квадранті.

Розглянемо низку міркувань з використанням геометричної інтерпретації, що привели до обраного евристичного алгоритму побудови лінійчастої огинаючої поверхні для дзвоноподібних направляючих. На рис. 10 представлено типову дзвоноподібну функцію. Очевидно, її можна розділити на три ділянки, а саме: зростання; максимуму (що може бути однією точкою) та спадання кривої. Поєднаємо крайні точки цих ділянок відрізками прямих. Внаслідок дзвоноподібності кожній точці Z на кривій відповідає єдина точка Z_N – проекція на відповідний хорді, і навпаки. На однотипних ділянках (зростання, максимуми, спадання) точки хорд двох „дзвоників" неважко поставити у взаємно однозначну „покванти-льну" відповідність, що схематично зображено на рис. 11. Водночас довільний „дзвоник" можна розглядати як результат деформації відрізків прямих у напрямку, перпендикулярному до відповідної хорди. Отже, огинаючу поверхню конструктивно можна утворити відрізками прямих, що з'єднують точки направляючих кривих, проекції яких на відповідні хорди поставлено у "поквантильну" відповідність.

Основні засоби комп'ютерної реалізації нечіткої лінійної інтерполяції

Приступаючи до розгляду на ідейному рівні побудови поверхонь "тунель" або "капелюх", треба насамперед зазначити, що вся необхідна для обчислень інформація щодо дзвоноподібних функцій належності має дискретне представлення, тобто:

1) інтервал-носій кожної функції належ-

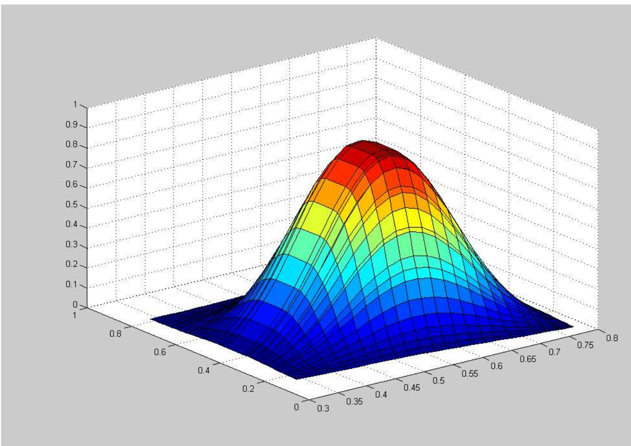

Рис. 9. Зразок поверхні "капелюх"

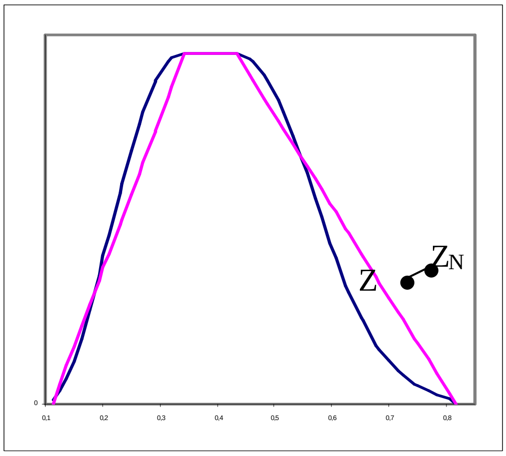

Рис. 10. Евристичне конструювання "лінійної" огинаючої поверхні

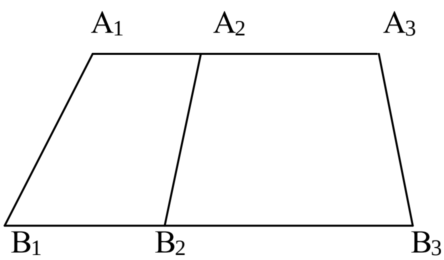

Рис. 11. "Поквантильна" відповідність відрізків, що з'єднують однотипні ділянки (зростання або спадання) дзвоноподібних направляючих: $A_1 \leftrightarrow B_1$ – точки "підошви" дзвоників; $A_3 \leftrightarrow B_3$ – точки максимумів функцій належності; $A_2 \leftrightarrow B_2$, $A_1A_2 / A_2A_3 = B_1B_2 / B_2B_3$

ності представлено у вигляді решітки, а саме упорядкованою множиною точок, і вибір дискретного представлення носія визначається бажаною точністю результату. Перша і остання точки відповідають значенням функції належності, що розглядаються як ще значимі для подальшого застосування;

2) для кожної точки дискретного представлення носія задано оцінку функції належності. Для точок носія, що не співпадають з решіткою, функція належності лінійно інтерполюється по двох найближчих зліва і справа сусідніх точках. За крайніми оцінками функцій належності величин, що задіяні в поточних обчисленнях, визначається момент зупинки для ітеративних процедур у випадку застосування оптимізаційних методів. Ці точки є також визначальними для поданої нижче операції просіювання результату;

3) у випадку наявності плоскої вершини ділянка, що відповідає максимальному значенню функції належності, визначається лише двома крайніми точками, причому положення (дві обмежуючі точки носія) і величина максимуму результату будь-якої операції обчислюються низкою окремо виділених операцій.

Докладно на рівні геометричної інтерпретації розглянемо інтерполяційну процедуру з урахуванням недодатного фактора визначеності $\mathsf{U}(x)$ (у випадку невід'ємного фактора визначеності ланцюжок міркувань є ідентичним, але замість $\mathsf{B}_{-1}(y)$, природно, залучається оцінка $\mathsf{B}_1(y)$). Ескіз розташування носіїв у площині *x*–*y* наведено на рис. 12.

1. Оцінку $\mathsf{B}_0(y)$ представлено у вигляді двох додатних послідовностей чисел однакової довжини (K): впорядкованої по зростанню $\{b_0(k)\}_{k=1}^{K}$, що є дискретним представленням носія $[b_0^L, b_0^R]$, $b_0(1)=b_0^L$, $b_0(K)=b_0^R$ (h) (далі зручно називати саму цю послідовність носієм), і $\{B_0(k)\}_{k=1}^{K}$, що є оцінками функцій належності у точках носія з тим же номером k. Максимум функції належності оцінки $\mathsf{B}_0(y)$ відповідає інтервалу $[b_{0\max}^L, b_{0\max}^R]$, причому точки $b_{0\max}^L$ і $b_{0\max}^R$ (вони можуть співпадати) належать послідовності $\{b_0(k)\}_{k=1}^{K}$. Вузлові точки для оцінки $\mathsf{B}_0(y)$ розташовані в площині *x*=0: носій $\{b_0(k)\}_{k=1}^{K}$ – на осі ординат (0*y*), значення функції належності $\{B_0(k)\}_{k=1}^{K}$ відкладено на траверзі відповідних точок носія по осі аплікат (0z).

2. Оцінку $\mathsf{B}_{-1}(y)$ представлено у вигляді двох послідовностей чисел однакової довжини (M), впорядкованої по зростанню $\{b_{-1}(m)\}_{m=1}^{M}$, що є дискретним представленням носія $[b_{-1}^L, b_{-1}^R]$, $b_{-1}(1)=b_{-1}^L$, $b_{-1}(M)=b_{-1}^R$, і $\{B_{-1}(m)\}_{m=1}^{M}$, що є оцінками функцій належності у точках носія з тим же номером m. Максимум функції належності оцінки $\mathsf{B}_{-1}(y)$ відповідає інтервалу $[b_{-1\max}^L, b_{-1\max}^R]$, причому точки $b_{-1\max}^L$ і $b_{-1\max}^R$ (вони можуть співпадати) належать послідовності $\{b_{-1}(m)\}_{m=1}^{M}$. Вузлові точки для оцінки $\mathsf{B}_{-1}(y)$ розташовані в площині *x*=–1: носій $\{b_{-1}(m)\}_{m=1}^{M}$ знаходиться на прямій перетину з площиною *z*=0, значення функції належності $\{B_{-1}(m)\}_{m=1}^{M}$ відкладено на траверзі відповідних точок носія по осі аплікат.

В результаті в чотирикутнику носіїв у площині *x*–*y* виділені такі зони: зростання дзвоників $\mathsf{B}_0(y)$ і $\mathsf{B}_{-1}(y)$ (трапеція з вершинами b_{-1}^L, $b_{-1\max}^L$, $b_{0\max}^L$ і b_0^L), максимуму (відрізок прямої, трикутник чи трапеція з вершинами $b_{-1\max}^L$, $b_{-1\max}^R$, $b_{0\max}^R$ і $b_{0\max}^L$) і спадання (трапеція з вершинами $b_{-1\max}^R$, b_{-1}^R, b_0^R і $b_{0\max}^R$).

3. Криві функцій належності для оцінок $\mathsf{B}_0(y)$ та $\mathsf{B}_{-1}(y)$ відповідно у площинах *x*=0 і *x*=–1 отримано як лінійний сплайн по послідовних вузлових точках. У кожній кривій виділено сектори зрос-

тання, максимуму (може складатися з однієї точки) і спадання функції належності. Відрізками прямих з'єднано граничні точки секторів зростання і спадання, а саме:

вузлові точки кривої $B_0(y)$ з ординатами b_0^L і $b_{0\,max}^L$ (точку на лівій границі носія з лівою точкою максимуму функції належності) і всі точки кривої із носіями в цьому проміжку співставлено до отриманого відрізка;

вузлові точки кривої $B_0(y)$ з ординатами $b_{0\,max}^R$ і b_0^R (праву точку максимуму функції належності з точкою на правій границі носія) і всі точки кривої із носіями в цьому проміжку співставлено до отриманого відрізка.

Аналогічно відрізками прямих з'єднано граничні точки секторів зростання і спадання: вузлові точки кривої $B_{-1}(y)$ з ординатами b_{-1}^L і $b_{-1\,max}^L$, а також з ординатами $b_{-1\,max}^R$ і b_{-1}^R і виконано співставлення точок кривих до відповідних відрізків.

4. Для кожної вузлової точки отриманих кривих обчислено координати її проекції на відповідну хорду, що поєднує граничні точки сектора (точку підошви дзвоника з точкою максимуму). Далі для кожної вузлової точки обчислено її відносну віддаль від вершини дзвоника. Природно, що відносна віддаль дорівнює 0 для граничних точок вершини і 1 для точок „підошви".

5. Побудовано каркасу огинаючої поверхні:

– "Пряма хвиля": для кожної вузлової точки сектора зростання кривої $B_0(y)$ визначено точку сектора зростання (три координати) кривої $B_{-1}(y)$, що має таку саму відносну віддаль від своєї вершини (це або вузлова точка, або точка, що належить відрізку, який поєднує дві вузлові). Так само для сектору спадання. Ординати і аплікати визначених точок приєднано до носіїв і відповідних оцінок функції належності $B_{-1}(y)$ зі збереженням послідовної упорядкованості точок носія і взаємної відповідності значень масивів носія і функції належності.

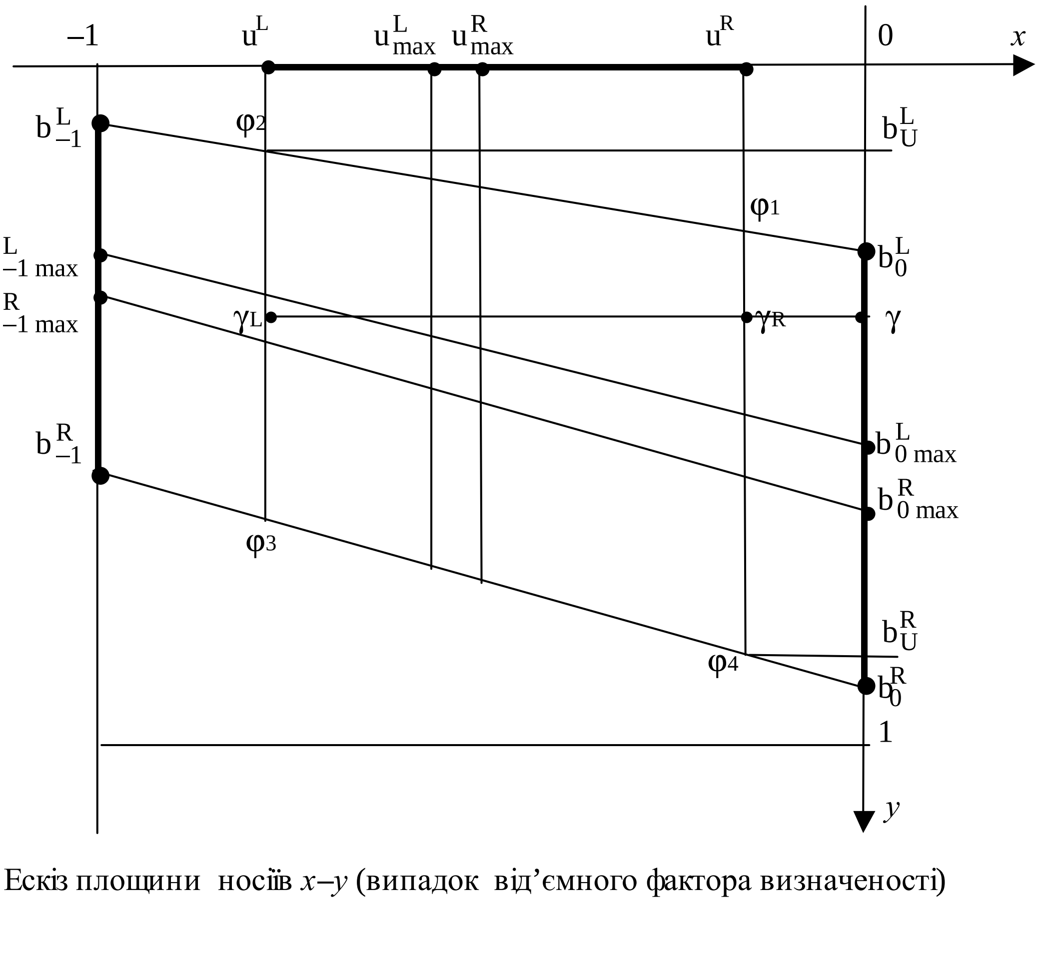

Рис. 12. Ескіз площини носіїв *x–y* (випадок від'ємного фактора визначеності)

– “Зворотна хвиля”: для кожної вузлової точки сектора зростання кривої $B_{-1}(y)$ визначено точку $B_0(y)$, що має таку саму відносну віддаль від своєї вершини. Так само для сектора спадання. Ординати і аплікати визначених точок приєднано до носіїв і відповідних оцінок функції належності $B_0(y)$ зі збереженням послідовної упорядкованості точок носія і взаємної відповідності значень масивів носія і функції належності.

В результаті отримано модифікацію представлення функцій належності $B_0(y)$ і $B_{-1}(y)$, що мають однакову кількість вузлових точок у секторах спадання, поставлені у відповідність граничні точки максимуму функцій належності, і однакову кількість вузлових точок у секторах зростання. У секторах зростання і спадання точки отриманого представлення функцій належності $B_0(y)$ та $B_{-1}(y)$ з однаковим віддаленням у номерах від кінців дзвоників з’єднано відрізками прямих. Це лінійчастий каркас несучої поверхні. Його спроектовано на площину *x–y*, і таким чином утворено грати, що складають штрихову основу. Між відповідними сусідніми вузлами функцій належності $B_0(y)$ та $B_{-1}(y)$ на відрізках прямих, що ці вузли поєднують, точки з’єднано відрізками прямих за “поквантильним” принципом. Якщо принаймні один дзвоник має плоску вершину, на крайніх точках максимумів змонтовано “дах” – сектор площини, трикутник або трапецію. Таким чином утворено лінійчасту поверхню “тунель”.

Якщо фактор визначеності на поточному кроці є точковою величиною (x=μ) з одиничною функцією належності Φ(μ), Φ(μ)=1, то в ролі апостеріорної оцінки вірогідності стану (гіпотези) доцільно розглядати плоску криву, що є лінійним сплайном по точках перетину отриманого лінійчастого каркасу і площини, перпендикулярної до осі абсцис і проведеній через значення x=μ. Якщо ж Φ(μ)<1, то оцінки аплікат відповідних вузлових значень слід помножити на Φ(μ).

Для довільної точки $Q(q_1, q_2, 0)$ відповідну їй висоту q_3 поверхні “тунель” має бути визначено за системою *if–then–else* (рис. 12): якщо точка $Q(q_1, q_2, 0)$ не належить основі поверхні “тунель”, тобто трапеції з вершинами b_{-1}^{L}, b_{-1}^{R}, b_{0}^{R} і b_{0}^{L}, то q_3=0; якщо точка $Q(q_1, q_2, 0)$ належить зоні максимуму, висота q_3 поверхні “тунель” дорівнює аплікаті точки із абсцисою q_1 і ординатою q_2 площини, що проходить через вершини обох направляючих дзвоників $B_0(y)$ і $B_{-1}(y)$; якщо точка $Q(q_1, q_2, 0)$ належить штриховій основі, висота q_3 поверхні “тунель” дорівнює аплікаті точки тієї прямої, проекції якої належить точка Q; в противному разі за ординатою q_2 визначаються значення ординат q_2^{L} і q_2^{R} тих грат штрихової основи, які на траверзі абсциси q_1 є сусідніми справа і зліва до точки $Q(q_1, q_2, 0)$, а також значення аплікат q_3^{L} і q_3^{R} тих прямих лінійчастого каркасу, яким відповідає виділена пара грат. Значення q_3 обчислюється із співвідношення $(q_2-q_2^{L})/$ $/(q_2^{R}-q_2)=(q_3-q_3^{L})/(q_3^{R}-q_3)$.

6. Дзвоноподібний фактор визначеності $U(x)$ представлено у вигляді двох послідовностей чисел однакової довжини (N): впорядкованої по зростанню $\{u(n)\}_{n=1}^{N}$, що є дискретним представленням носія $[u^L, u^R]$, $u(1)=u^L\geq-1$, $u(N)=u^R\leq 0$. Вузлові точки оцінки $U(x)$ розташовано у площині y=0: носій по осі абсцис, а оцінки функції належності $\{U(n)\}_{n=1}^{N}$ відкладено по осі аплікат на траверзі відповідних значень носія. Максимум функції належності оцінки $U(x)$ відповідає інтервалу $[u_{max}^{L}, u_{max}^{R}]$, причому точки u_{max}^{L} і u_{max}^{R} (вони можуть співпадати) належать послідовності $\{u(n)\}_{n=1}^{N}$ і виділяють у носії свідчення зони зростання, максимуму і спадання.

7. Для довільної точки $Q(q_1, q_2, 0)$ відповідну їй висоту поверхні “капелюх” визначено як добуток висоти q_3 поверхні “тунель” і висоти дзвоника свідчення $U(x)$ на траверзі носія q_1. Очевидно, якщо абсциса q_1 точки основи $Q(q_1, q_2, 0)$

поверхні “тунель” не належить до інтервалу [u^L, u^R], то висота поверхні “капелюх” над нею є нульовою.

Таким чином, для точок Q(q_1,q_2,0), що лежать на перетині грат штрихової основи на траверзі точок носія свідчення (тобто значення q_1 належить до множини $\{u(n)\}_{n=1}^{N}$), висота поверхні “капелюх” обчислюється безпосередньо по оцінках функцій належності $B_0(y)$, $B_{-1}(y)$ та $U(x)$ у вузлових точках. Для останніх точок трапеції $\varphi_1\varphi_2\varphi_3\varphi_4$ висота поверхні “капелюх” обчислюється як добуток відповідних лінійних апроксимацій по значеннях у вузлових точках.

8. Інтервал носія [b_U^L, b_U^R] апостеріорної для даного кроку оцінки $B_U(y)$ визначається мінімальною з ординат точок φ_1 і φ_2 та максимальною з ординат точок φ_3 і φ_4. Для довільної точки γ з цього інтервалу функцію належності $B_U(\gamma)$ має бути обчислено, по аналогії із (1), як максимальне із значень аплікати перерізу поверхні “капелюх” площиною y=γ:

$$B_U(\gamma) = \max\{\,\Phi(u, \gamma),\ u\in[u^L, u^R]\,\}, \qquad (9)$$

де $\Phi(u, \gamma)$ – висота поверхні “капелюх” над точкою з абсцисою u і ординатою γ в площині *x–y* (рис. 13).

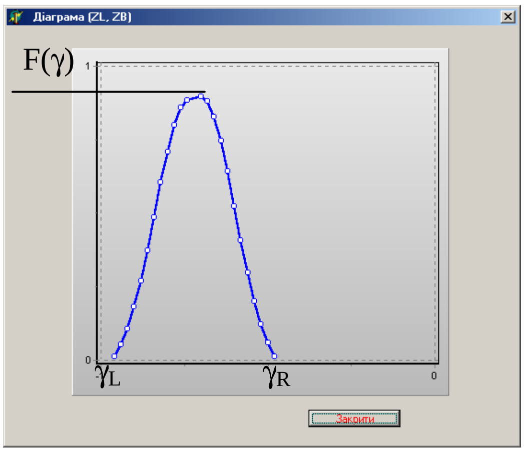

Рис. 13. Визначення функції належності апостеріорної оцінки для окремої точки носія (максимальної висоти перерізу поверхні „Капелюх” при фіксованій ординаті)

Використаємо для ситуації S_{j-1} наступні позначення: $B_{-1}(y)$ – оцінка $\hat{P}(h/\bar{e}_j)$, отримана з (8); $B_1(y)$ – оцінка $\hat{P}(h/e_j)$, з (7); $B_0(y)$ – апріорна для даного кроку оцінка $B_{j-1}(h)$; $U(x)$ – фактор визначеності свідчення e_j. Тоді результат $B_U(y)$ нечіткої лінійної інтерполяції є оцінкою $B_j(h)$. Таким чином, коректно визначено повний крок обчислень, який ураховує одне свідчення. Остаточні оцінки, на підставі яких виконується діагностика, є результатом послідовного урахування, відповідно до обраної стратегії вибору порядку притягнення свідчень до розгляду, інформації відносно всіх свідчень E.

Висновки

Конструктивно, з використанням геометричної інтерпретації, представлено оригінальну процедуру маніпуляції нечіткими числами, що є розмитим аналогом лінійної інтерполяції. В контексті обчислення байєсівських оцінок для виконання діагностування описано низку базових результатів щодо урахування інформації у нечіткому поданні. На ідейному рівні представлено урахування одного свідчення при виконанні нечіткого байєсівського оцінювання та запропоновано способи усунення основних проблем, що виникають при комп’ютерній реалізації описаного підходу.

Наведені результати було покладено в основу експериментальної комп’ютерної системи для проведення байєсівського діагностування в недетермінованому інформаційному просторі [10].

1. *Верёвка О.В., Парасюк И.Н.* Математические основы построения нечетких байесовских механизмов вывода // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – №1. – С.105–117.
2. *Верёвка О.В.* Псевдонечеткие величины и операции над ними // Компьютерная математика. – Киев, 2001. – С. 26–35.
3. *Верёвка О.В., Заложенкова И.А., Парасюк И.Н.* Обобщение интервальных байесовских механизмов вывода и перспективы их использования // Кибернетика и системный анализ. – 1998. – №6. – С. 3–13.
4. *Верёвка О.В., Заложенкова И.А., Парасюк И.Н.* Интервальные байесовские механизмы вывода и их приложения // Проблемы программирования. – 2000. – №1-2. – С. 467–470.

5. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений / А.Н.Борисов, А.В.Алексеев, Г.В.Меркурьева и др. – М.: Радио и связь, 1989. – 304 с.
6. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А.Поспелова. – М.: Наука, 1986. – 312 с.
7. Нечеткие множества и теория возможностей / Под ред. Г.Ягера. – М: Радио и связь, 1986. – 408 с.
8. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств. – М.: Радио и связь, 1982. – 432с.
9. *Прикладные* нечеткие системы: Пер. с япон. /Под ред. Т.Тэрано, К.Асан, М.Сугэно. – М.: Мир, 1993. – 366 с.
10. *Концептуальні* основи байєсівської діагностики у розмитому інформаційному просторі при дзвоноподібних функціях належності // Проблемы программирования / *О.В. Верьовка, І.М. Парасюк, Є.С. Карпінка, І.А. Заложенкова.* – 2004. – №2-3. – С. 328–333.

Отримано 04.01.05

Об авторе

Верёвка Ольга Викторовна
ст.науч.сотр.
Место работы автора:
Институт кибернетики им. В.М.Глушкова НАНУ
01024, Киев, ул. Лютеранская, 19, кв. 13;
тел. дом. 228 6200,
тел. раб. 526 6422

БРАК!!!