



УДК 004.94:532.59

П.С. КОЛОМІЄЦЬ, М.Й. ЖЕЛЕЗНЯК, С.Л. КІВВА

**МОДЕЛЮВАННЯ КОРАБЕЛЬНИХ ХВИЛЬ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ РІВНЯНЬ МІЛКОЇ ВОДИ ТА РІВНЯНЬ БУСІНЕСКА**

**Abstract:** Two numerical models for calculating impacts of passing vessels on berthed vessels and shoreline based on the nonlinear shallow water equations and non-linear dispersive Boussinesq equation are presented. Comparisons with laboratory and field data, as well as some results of model applications on engineering projects are considered. The method is described how two-dimensional wave propagation codes are coupled with the results of the commercial three-dimensional CFD model SHIPFLOW that is used in the vicinity of a vessel.

**Key words:** numerical modeling, vessel waves, berthed vessels, shallow water equations, Boussinesq equations.

**Анотація:** Представлені дві числові моделі для обрахунку впливу пропливаючих суден на пришвартовані кораблі та на берегову зону, основані на нелінійних рівняннях мілкої води й на рівняннях типу Бусінеска. Дано порівняння результатів моделі з лабораторними і натурними вимірюваннями, а також представлені результати застосування моделі в деяких інженерних проектах. Представлена методика використання двовимірними моделями розповсюдження хвиль результатів розрахунків тривимірної комерційної CFD моделі SHIPFLOW для зони навколо корабля.

**Ключові слова:** чисельне моделювання, корабельні хвилі, пришвартовані кораблі, рівняння мілкої води, рівняння Бусінеска.

**Аннотация:** Представлены две численные модели для расчета воздействия проходящих судов на пришвартованные корабли и береговую зону, основанные на нелинейных уравнениях мелкой воды и уравнениях типа Бусинеска. Дано сравнение результатов модели с лабораторными и натурными измерениями, а также представлены результаты использования модели в некоторых инженерных проектах. Представлена методика использования двумерными моделями распространения волн результатов расчетов коммерческой трехмерной CFD модели SHIPFLOW для зоны вокруг корабля.

**Ключевые слова:** численное моделирование, корабельные волны, пришвартованные корабли, уравнения мелкой воды, уравнения Бусинеска.

## 1. Введення

Хвилі, створені проходженням кораблів, є значним чинником переформування берегової лінії в припортових зонах та судноплавних каналах. Також вони можуть викликати сильні навантаження на пришвартовані кораблі і прибережні споруди. Моделювання таких хвиль є важливим для покращання навігаційної безпеки, мінімізації ризиків для пришвартованих кораблів від пропливаючих суден, зменшення можливого розмиву берегів, а також послаблення гідродинамічних впливів на водні екосистеми.

Сучасні тривимірні моделі обчислювальної гідродинаміки (CFD) дозволяють детально розраховувати гідродинамічні поля поблизу корабля. Найбільш відомим прикладом таких систем є код SHIPFLOW [1]. Але такими моделями поки неможливо розраховувати розповсюдження хвиль від корабля у прибережній зоні, акваторії порту. Практичний інструментарій для вирішення таких задач почав розроблятися наприкінці 90-х на основі чисельного розв'язання двовимірних рівнянь мілкої води – проінтернованих по глибині тривимірних рівнянь, в які вводився член тиску від корабля. Такі моделі для хвиль, що генеруються великими кораблями біля берегів, будувалися на основі лінеаризованих рівнянь мілкої води [2, 3] та нелінійних рівнянь мілкої води – НРМВ [4, 5]. Для коротших хвиль, які генеруються малими та середніми судами, замість НРМВ почали використовуватись рівняння нелінійно-дисперсійної моделі типу Бусінеска [6, 7] з включенням тиску

від донної форми корабля [8], [9]. Також почали розвиватися підходи з об'єднання двовимірних моделей розповсюдження хвиль з тривимірними CFD моделями гідродинаміки поблизу корабля [8].

Успішність використання таких підходів залежить від використання ефективних чисельних алгоритмів розв'язання задач у цих постановках, яка повинна бути доведена порівняннями з даними вимірів. Важливим є і використання ефективних алгоритмів розрахунку змочування-осушення для обрахування нахату хвиль на берег, а також для зв'язки із модулями переносу наносів і розмиву берега. Стаття представляє результати дослідження з розробки такого комплексу моделей. Моделюючий комплекс складається з основної програми ShipSim, що обраховує двовимірну гідродинаміку, і додаткового модуля VH-LL, що обраховує навантаження на пришвартовані кораблі та берегові споруди. ShipSim базується на методі скінченних об'ємів для нелінійних рівнянь мілкої води, та є розширенням моделі COASTOX [10], розробленої для моделювання гідродинаміки мілкої води з врахуванням розповсюдження хвиль і нахату на беріг та, викликаного цими процесами, переформування дна [11]. Для коротших хвиль, які генеруються малими та середніми судами, замість рівнянь мілкої води використовуються рівняння нелінійно-дисперсійної моделі типу Бусінеска [7]. У статті представлені результати порівняння моделі з натурними вимірюваннями в США [12], [2], а також з лабораторними даними [13]. Також у статті представлений метод зв'язки ShipSim із тривимірною CFD моделлю SHIPFLOW і модифікована ShipSim із використанням рівнянь типу Бусінеска.

## 2. Визначальні рівняння ShipSim

Потік води описується двовимірними рівняннями мілкої води з додатковим вільним членом, що описує рух корабля. Ці рівняння виведені із загальних тривимірних гідродинамічних рівнянь нерозривності і руху рідини, які усереднюються по глибині з використанням кінематичних граничних умов. Для виведення усереднених по глибині рівнянь були зроблені такі припущення для потоку мілкої води довгих хвиль: вертикальне прискорення часток рідини є малим порівняно із прискоренням гравітації; дотичні напруження, викликані вертикальною компонентою швидкості, є також малими; і члени, залежні від горизонтальної здвигаючої сили, є малими порівняно з членами, залежними від вертикальної здвигаючої сили. Схема задачі з визначенням деяких змінних показана на рис. 1.

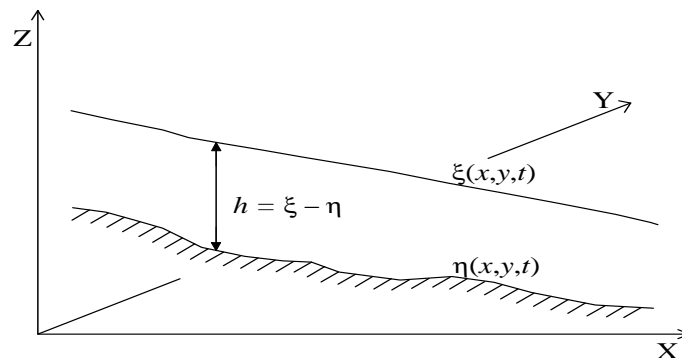


Рис. 1. Схематичне зображення потоку води, декартові координати

Визначальні рівняння моделі складаються з рівняння нерозривності і двох рівнянь моментів. Позначивши через  $q_x$  і  $q_y$  ( $\text{м}^2/\text{с}$ ) компоненти розходу води через одиничну ширину вздовж горизонтальних напрямків  $x$  та  $y$ , зі збереження маси випливає, що

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

де  $t$  – змінна часу (с);

$x$  та  $y$  – декартові координати (м);

$\xi(x, y, t)$  – висота поверхні води (м);

$\eta(x, y, t)$  – висота поверхні дна (м);

$h$  – глибина води (м), рівна  $\xi - \eta$ .

Результуючими рівняннями збереження моменту в напрямках  $x$  та  $y$  є

$$\frac{\partial q_x}{\partial t} + \frac{\partial(uq_x)}{\partial x} + \frac{\partial(vq_x)}{\partial y} = -gh \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{h}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial q_x}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial q_x}{\partial x} \right) - \frac{1}{\rho} \tau_x^n, \quad (2)$$

$$\frac{\partial q_y}{\partial t} + \frac{\partial(uq_y)}{\partial x} + \frac{\partial(vq_y)}{\partial y} = -gh \frac{\partial \xi}{\partial y} - \frac{h}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x} \left( D_x \frac{\partial q_y}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_y \frac{\partial q_y}{\partial x} \right) - \frac{1}{\rho} \tau_y^n, \quad (3)$$

де  $u, v$  –  $x$ - та  $y$ -компоненти усередненої по глибині швидкості потоку (м/с);

$\rho$  – густина води ( $\text{кг}/\text{м}^3$ );

$g$  – прискорення гравітації ( $\text{м}/\text{с}^2$ );

$D_x, D_y$  – коефіцієнти турбулентної в'язкості в  $x$ - та  $y$ -напрямах ( $\text{м}^2/\text{с}$ );

$\tau_x^n, \tau_y^n$  – дотичні напруження на дні в  $x$ - та  $y$ -напрямах ( $\text{кг}/(\text{м} \cdot \text{с}^2)$ ).

Індекси  $x$  та  $y$  є індексами напрямку.  $P$  є тиск, спричинений впливом днища корабля, що рухається. Поле тиску рахується таким же чином, як і в моделі HIVE2D [4], [5],

$$P = \rho g \bar{d}, \quad (4)$$

де  $\bar{d}$  є осадкою корабля в точці. Программно це реалізовано як горб у вигляді перевернутого корпусу корабля, що рухається по маршруту корабля.

У цьому випадку дотичні напруження на дні можна апроксимувати рівнянням Маннінга як

$$\tau_x^n = \rho g \frac{n^2}{h^{1/3}} u \sqrt{u^2 + v^2} = c_b u \sqrt{u^2 + v^2}, \quad (5)$$

$$\tau_y^n = \rho g \frac{n^2}{h^{1/3}} v \sqrt{u^2 + v^2} = c_b v \sqrt{u^2 + v^2}, \quad (6)$$

$$c_b = \rho g \frac{n^2}{h^{1/3}}, \quad (7)$$

де  $n$  – коефіцієнт шерехатості Маннінга ( $\text{с}/\text{м}^{1/3}$ ).

Якщо хвилі не грають великої ролі у змішуванні, то коефіцієнт турбулентної в'язкості  $D$  залежить від глибини води, швидкості потоку і нерівності дна [14], і може бути порохований за формулою

$$D_0 = \frac{\theta}{2} [1.156hc_b \sqrt{u^2 + v^2}], \quad (8)$$

де  $\theta$  – ваговий коефіцієнт.

### 2.1. Навантаження на пришвартований корабель

Додатковий модуль, що обраховує навантаження на пришвартовані кораблі та берегові споруди, використовує гідродинамічні дані, отримані після запуску моделі ShipSim. Модуль обраховує навантаження, використовуючи форму корпусу пришвартованого корабля, задану незалежним файлом. Ця форма розбивається на множину маленьких лінійних сегментів, кожен зі своїми розмірами і орієнтацією. Далі використовуються записи гідродинамічних даних у часі для підрахунку статичного тиску на кожен лінійний сегмент корпусу з силами тиску, що діють перпендикулярно сегментам. Потім ці сили інтегруються для отримання сумарних сил  $F_x$ ,  $F_y$  і сумарного моменту сил, що діють на пришвартований корабель.

### 3. Числовий метод

Рівняння моделі розв'язуються явною схемою скінченних різниць з корекцією потоків [15]. Схема має 1-ий порядок точності за часом і 1-2-ий за простором. Схема використовує розбиття за напрямками і нерівномірну прямокутну сітку. Числова схема була протестована на групі тестів, що використовувались для перевірки моделі M2D [16].

Простір області задачі розбивається на контрольні об'єми, що не перетинаються. Кожний контрольний об'єм огортає один вузол сітки, в якій визначені змінні визначальних рівнянь. Границі контрольних об'ємів знаходяться рівно посередині між суміжними вузлами сітки. Контрольні об'єми визначаються своїми граничними поверхнями (рис. 2). Додатні і від'ємні напрямки вздовж осі  $X$  позначаються, відповідно, як *схід* та *захід*. Додатні і від'ємні напрямки вздовж осі  $Y$  позначаються, відповідно, як *північ* та *південь*. Вісь  $Z$  вважається направленою у протилежну від гравітаційного вектора сторону з додатніми і від'ємними напрямками, позначеними, відповідно, як *верх* та *низ*.

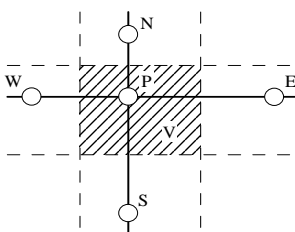


Рис. 2. Геометричні дані для декартової X-Y-координатної системи

Розрахункова область може бути звужена до області навколо корабля, який рухається (опція змінних границь), що дуже сильно пришвидшує розрахунки. У цьому випадку робиться припущення, що всі змінні на границях такої області рівні змінним у найближчих вузлах сітки, що лежать всередині цієї області.

#### 3.1. Рівняння моментів

Спочатку, за допомогою розбиття за напрямками, розв'язуються два рівняння моментів. Тут буде описаний тільки крок для  $x$ -напрямку, так як крок для  $y$ -напрямку повністю аналогічний. Після обрахунку на новому кроці за часом компонент розходу води обраховуються компоненти швидкості потоку, які використовуються потім для розв'язання рівняння нерозривності.

Дискретизована форма рівняння  $x$ -моменту для  $x$ -кроку записується як

$$\frac{q_{x_{i,j}}^{k+1} - q_{x_{i,j}}^k}{\Delta t} \Delta x_{i,j} + (F_{x_{i+0.5,j}}^k - F_{x_{i-0.5,j}}^k) + gh_{i,j}^k ((h_{i+0.5,j}^k + \eta_{i+0.5,j}^k) - (h_{i-0.5,j}^k + \eta_{i-0.5,j}^k)) = \left( D_{x_{i+0.5,j}}^k \frac{q_{x_{i+1,j}}^k - q_{x_{i,j}}^k}{x_{i+1,j} - x_{i,j}} - D_{x_{i-0.5,j}}^k \frac{q_{x_{i,j}}^k - q_{x_{i-1,j}}^k}{x_{i,j} - x_{i-1,j}} \right). \quad (9)$$

Дискретизована форма рівняння у-моменту для  $x$ -кроку записується як

$$\frac{q_{y_{i,j}}^{k+1} - q_{y_{i,j}}^k}{\Delta t} \Delta x_{i,j} + (G_{x_{i+0.5,j}}^k - G_{x_{i-0.5,j}}^k) = \left( D_{x_{i+0.5,j}}^k \frac{q_{y_{i+1,j}}^k - q_{y_{i,j}}^k}{x_{i+1,j} - x_{i,j}} - D_{x_{i-0.5,j}}^k \frac{q_{y_{i,j}}^k - q_{y_{i-1,j}}^k}{x_{i,j} - x_{i-1,j}} \right), \quad (10)$$

де  $k$  – номер кроку за часом;

$i, j$  – індекси вузла;

$\Delta t$  – крок за часом;

$\Delta x_{i,j}$  – довжина клітини в  $x$ -напрямку.

Потоки обраховуються алгоритмом корекції потоків на основі простої схеми направлених потоків 1-го порядку та центральної схеми 2-го порядку [15].

$$F_{x_{i+0.5,j}}^k = F_{low_{x_{i+0.5,j}}}^k + C_{x_{i+0.5,j}}^k (F_{high_{x_{i+0.5,j}}}^k - F_{low_{x_{i+0.5,j}}}^k),$$

$$F_{low_{x_{i+0.5,j}}}^k = \begin{cases} u_{i+0.5,j} q_{x_{i,j}} & \text{if } u_{i+0.5,j} > 0 \\ u_{i+0.5,j} q_{x_{i+1,j}} & \text{if } u_{i+0.5,j} < 0 \end{cases}, \quad (11)$$

$$u_{i+0.5,j} = 0.5(u_{i,j} + u_{i+1,j}),$$

$$F_{high_{x_{i+0.5,j}}}^k = 0.5(u_{i,j} q_{x_{i,j}} + u_{i+1,j} q_{x_{i+1,j}}).$$

Після застосування потоків низького порядку різниця між потоками високого і низького порядків коректується на основі проміжних результатів  $\tilde{q}_x, \tilde{q}_y$ .

$$C_{x_{i+0.5,j}}^k = \frac{ss \cdot \max \left[ 0, \min \left( \left| AF_{x_{i+0.5,j}}^k \right|, ss \cdot (\tilde{q}_{x_{i+2,j}} - \tilde{q}_{x_{i+1,j}}) \Delta x_{i+1,j} / \Delta t, ss \cdot (\tilde{q}_{x_{i,j}} - \tilde{q}_{x_{i-1,j}}) \Delta x_{i,j} / \Delta t \right) \right]}{AF_{x_{i+0.5,j}}^k},$$

$$AF_{x_{i+0.5,j}}^k = F_{high_{x_{i+0.5,j}}}^k - F_{low_{x_{i+0.5,j}}}^k, \quad (12)$$

$$ss = \text{sgn} \left( AF_{x_{i+0.5,j}}^k \right).$$

$G_{x_{i+0.5,j}}^k$  потоки обраховуються аналогічно, тобто замість  $q_x$  підставляється  $q_y$ . Після обрахування адвективних членів обраховуються потенціальний і дифузивний члени:

$$D_{x_{i+0.5,j}}^k = 0.5(D_{x_{i,j}}^k + D_{x_{i+1,j}}^k),$$

$$h_{i+0.5,j}^k = 0.5(h_{i,j}^k + h_{i+1,j}^k), \quad (13)$$

$$\eta_{i+0.5,j}^k = 0.5(\eta_{i,j}^k + \eta_{i+1,j}^k).$$

Далі обраховуються вільні члени. Для сил тертя на дні використовується напів-явна схема

$$\frac{q_{x_{i,j}}^{k+1} - q_{x_{i,j}}^k}{\Delta t} = -g(C_b)_{i,j}^k \frac{q_{x_{i,j}}^{k+1}}{(h_{i,j}^k)^2} \sqrt{(q_{x_{i,j}}^k)^2 + (q_{y_{i,j}}^k)^2},$$

$$\frac{q_{y_{i,j}}^{k+1} - q_{y_{i,j}}^k}{\Delta t} = -g(C_b)_{i,j}^k \frac{q_{y_{i,j}}^{k+1}}{(h_{i,j}^k)^2} \sqrt{(q_{x_{i,j}}^k)^2 + (q_{y_{i,j}}^k)^2}.$$
(14)

### 3.2. Рівняння нерозривності

Як і для рівнянь моментів, використовується алгоритм розбиття за напрямками з корекцією потоків.

X-крок записується так:

$$\frac{h_{i,j}^{k+1} - h_{i,j}^k}{\Delta t} \Delta x_{i,j} + \left( H_{x_{i+0.5,j}}^k - H_{x_{i-0.5,j}}^k \right) = 0,$$
(15)

де потоки  $H_{x_{i+0.5,j}}^k$  обраховуються аналогічно потокам для адвективних членів рівнянь моментів.

### 3.3. Число Куранта

Напротязі всього розрахунку крок за часом змінюється, щоб задовольняти умову Куранта. Так як визначальні рівняння є нелінійними, число Куранта повинно включати в себе всі можливі швидкості розповсюдження збурень води. Найбільшими такими швидкостями є швидкості припливних хвиль, що рівні  $u = \sqrt{gh}$ . Для стабільності схеми, що використовується моделлю, число Куранта зазвичай встановлюється меншим або рівним 0,5.

### 3.4. Згладжування

Корабель, що рухається, створює височастотні хвилі, які є неважливими при вивченні довгих хвиль. Сам алгоритм також привносить такого роду нефізичні збурення. Тому до рівня води на протязі всього обрахунку застосовується фільтр. На рис. 3 показаний ваговий шаблон цього фільтра.

1	2	1
2	5	2
1	2	1

Рис. 3. Шаблон коефіцієнтів фільтра

Фільтр згладжує рівень води таким чином, що короткі хвилі відфільтровуються, тоді як досить довгі хвилі ( $L > 10\Delta x$ ) залишаються майже незмінними (коефіцієнт зменшення  $> 0.9$ ). На рис. 4 зображений коефіцієнт зменшення фільтра за один крок фільтрації. Ясно видно, що фільтр діє майже однаково для різних напрямків хвиль і що для довгих хвиль, створених кораблем, коефіцієнт зменшення є близьким до одиниці.

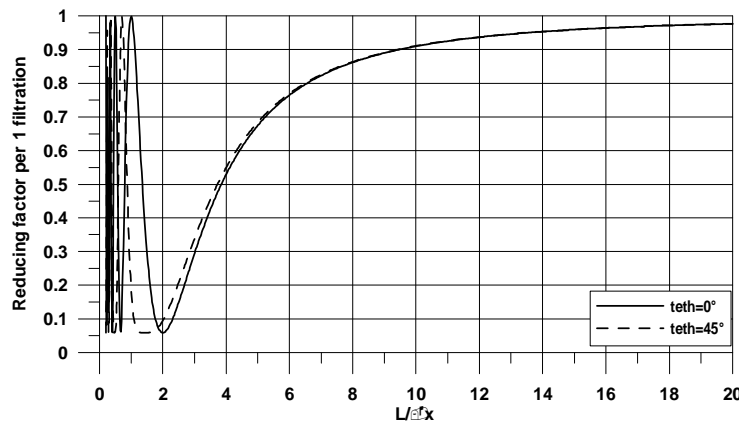


Рис. 4. Коефіцієнт зменшення фільтра для хвиль, що розповсюджуються вздовж осі (суцільна лінія) і під кутом  $45^\circ$  до осі (переривчаста лінія),  $\Delta x = \Delta y$

На рис. 5 та 6 зображені приклади результатів з фільтром та без нього для простого тесту з рівним дном на глибині 15 м та танкером з осадкою 13 м, що рухається з постійною швидкістю 10м/с.

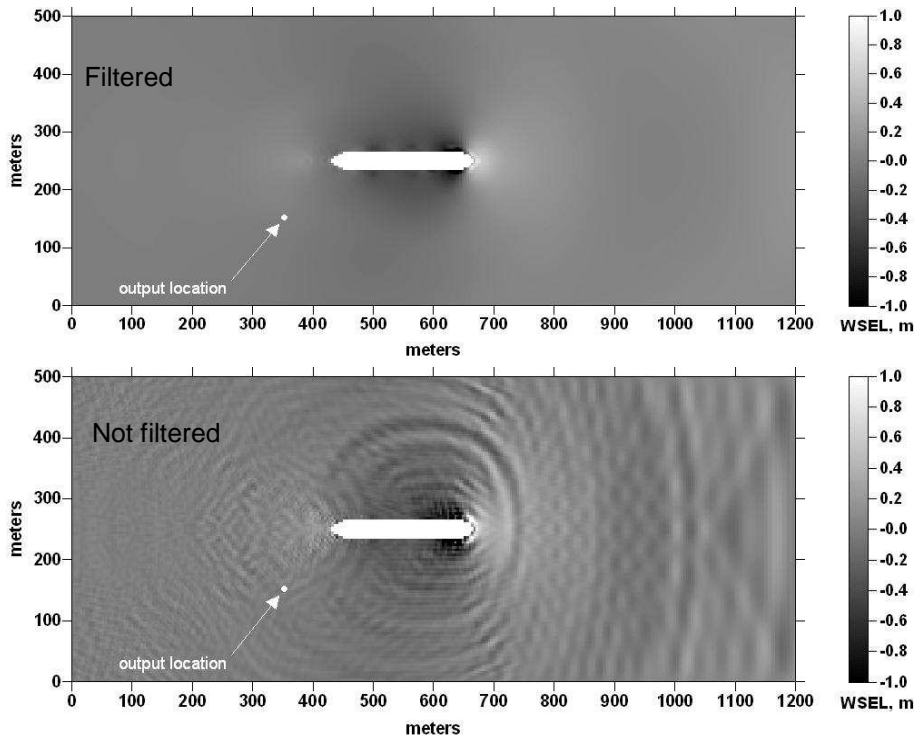


Рис. 5. Поля рівня води

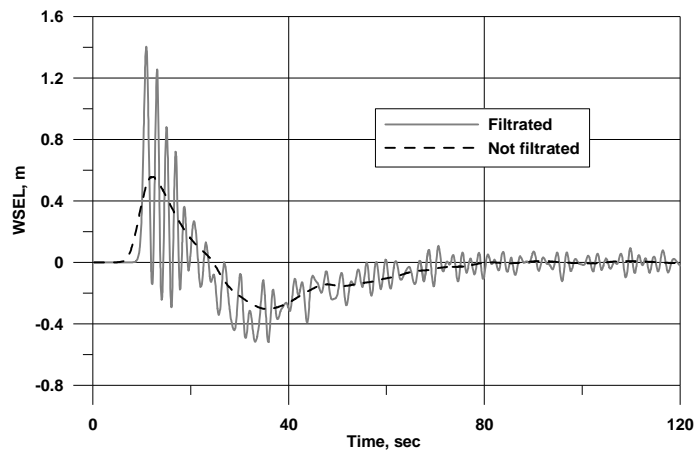


Рис. 6. Рівень води в точці

### 3.5. Маршрут корабля

Маршрут корабля представляється як набір невеликих лінійних сегментів. Швидкість корабля може змінюватись на протязі руху. Так як більшість кораблів, що нас цікавлять (танкери, сухогрузи), мають досить круті борта, то досить великий крок за часом, що допускається моделлю, може викликати нефізичні різкі зміни тиску в деяких вузлах під час різких поворотів. Щоб уникнути цього, можуть бути застосовані автоматичні обмеження на кут повороту і просування корабля вздовж маршруту на протязі одного кроку за часом. Останній тоді обмежується так, щоб уникнути перевищення максимальних встановлених для них величин.

### 3.6. Задання форми корпусу корабля

Корпус корабля задається на незалежній від розрахункової сітці, а її деталізація майже не впливає на швидкість розрахунку. Це дозволяє нам задавати корпуси з дуже високою деталізацією, що покращує якість розрахунків. Сітки для корпусів є 2-вимірними, тому такі 3D особливості, як бульба на носі корабля, не можуть бути враховані моделлю. Форми корпусів, що були успішно протестовані, включають в себе танкери, сухогрузи, баржі та буксири.

### 4. Підсумок можливостей моделі

Розроблена модель дає такі можливості при проведенні розрахунків:

- детальне задання донного рельєфу (вхідні прямокутні сітки);
- змінна шерехатості дна;
- використання фонових значень рівня води і швидкості потоку викликаних припливами, вітрами і хвилями;
- задання форми корпусу корабля (незалежна прямокутна сітка);
- довільний маршрут корабля і змінна швидкість, прискорення;
- змочування та осушення при накаті хвиль на береги;
- границі розрахункової області, що можуть рухатись, дозволяють ефективний розрахунок ефектів поблизу корабля на як завгодно великих областях;
- можливість обрахування переносу наносів, ерозії та відкладення зв'язних та незв'язних наносів довільного розміру по всій області;
- різні формати виводу результатів, що робить модель сумісною з декількома графічними оболочками.

Модель ShipSim і модуль, що обраховує навантаження на пришвартовані кораблі, були перевірені на результатах лабораторних тестів та декількох натурних вимірювань, також використовуються в реальних проектах в США.

### 5. Перевірка моделі на лабораторних даних

Оцінка навантажень на пришвартовані кораблі і берегові споруди вимагає перевірки роботи зв'язки моделі ShipSim з модулем VH-LL для більшої впевненості при використанні системи в реальних інженерних проектах. Як лабораторні дані були використані дані Remery [13]. Ці дані вважаються стандартом у даній сфері і отримані у басейні масштабом 60:1 з максимальним розміром моделей кораблів у 5 метрів по довжині і максимальними змодельованими загрузками у 40 Н.

Порівняння проводилося для 11 випадків, щоб покрити всі дані, опубліковані Remery. В них використовувались 3 різних корабля, що проходять, і один єдиний пришвартований корабель. Кораблі проходили на різних дистанціях, але завжди із однією швидкістю. Різні швидкості проходження були протестовані також, і був зроблений висновок про залежність між ними і навантаженнями. Область моделювання для ShipSim становила 3,6×1,8 км з розміром клітини 2×2 метри (1800×1200 вузлів). Час розрахунку для кожного 1000-секундного запуску складав приблизно 6 годин на типовому ПК.



На рис. 7 зображені флуктуації рівня води навколо кораблів для тесту Remery #1, а також точки, в яких знімалися гідродинамічні дані моделі ShipSim, що використовувались потім модулем VH-LL. На рис. 8 зображені повздовжні, поперечні навантаження і момент навантажень з плином часу на 160-тонний пришвартований корабель під час проходження 100-тонного танкера зі швидкістю 7 вузлів на відстані 30 метрів від нього.

Результати системи ShipSim/VH-LL дуже схожі з результатами Remery, включаючи величину сил та моментів і синхронізацію в часі. Треба зауважити, що результати Remery є усередненими результатами по декількох запусках. Порівняння вказує на те, що підхід, використаний для розрахунку гідродинаміки, припущення і вхідні дані є точними і відповідними модельованому гідродинамічному процесу. Воно також вказує на те, що метод розрахунку навантажень, який використовується у модулі VH-LL, є достатньо точним для такого роду задач.

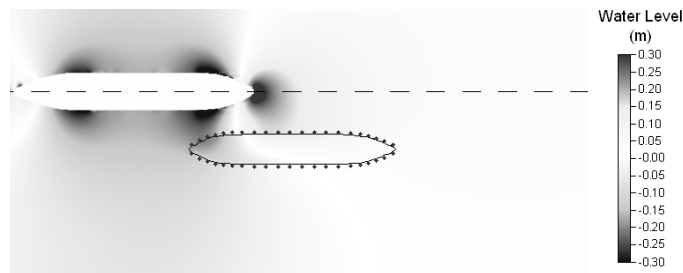


Рис. 7. Флуктуації рівня води навколо пришвартованого танкера і танкера, що проходить, у тесті Remery #1, а також точки, в яких знімаються дані гідродинаміки

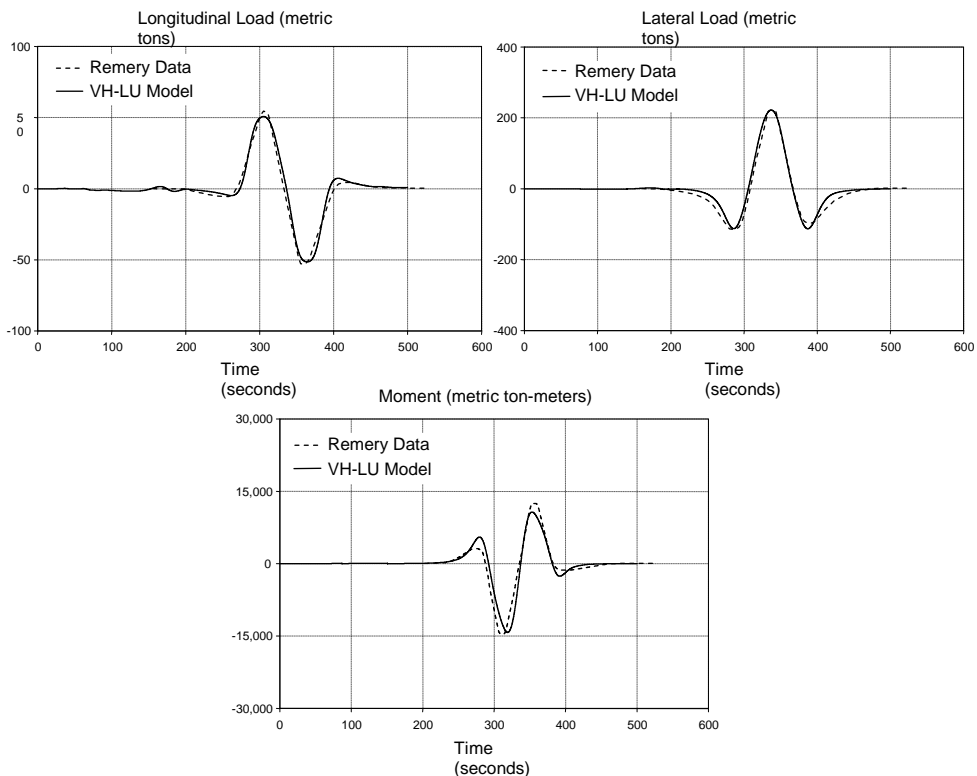


Рис. 8. Порівняння вимірених і змодельованих повздовжніх (зліва) і поперечних (справа) навантажень і моменту навантажень (знизу) на пришвартований корабель в тесті Remery #1

На рис. 9 зображене порівняння між максимальними виміреними і змодельованими поперечними і повздовжніми навантаженнями і моментами для всіх 11 випадків. Порівняння показує

чудове співпадіння, особливо для випадків високих навантажень. Результати вказують також на деяку тенденцію щодо переоцінки, найбільш ймовірно через різницю у формах кораблів і їхніх положеннях в резервуарі для лабораторної і числової моделей. Також ймовірно, що різниця між вимірними і змодельованими моментами сил викликана неточностями під час визначення центра мас пришвартованих кораблів.

Результати Remery для різних швидкостей проходження вказували також на те, що максимальні навантаження були пропорційними їх квадрату. Тому були підраховані максимальні поперечні навантаження під час моделювання випадків проходження 30-тонного корабля на відстані 30 метрів від пришвартованого зі швидкостями 5, 7, 9, 11 і 13 вузлів. Для них методом найменших квадратів була знайдена найближча квадратична крива з результирующим  $r^2$  рівним 0,997. Це означає, що система ShipSim/VH-LL строго притримується закону співвідношення швидкості і навантаження, який був відмічений Remery.

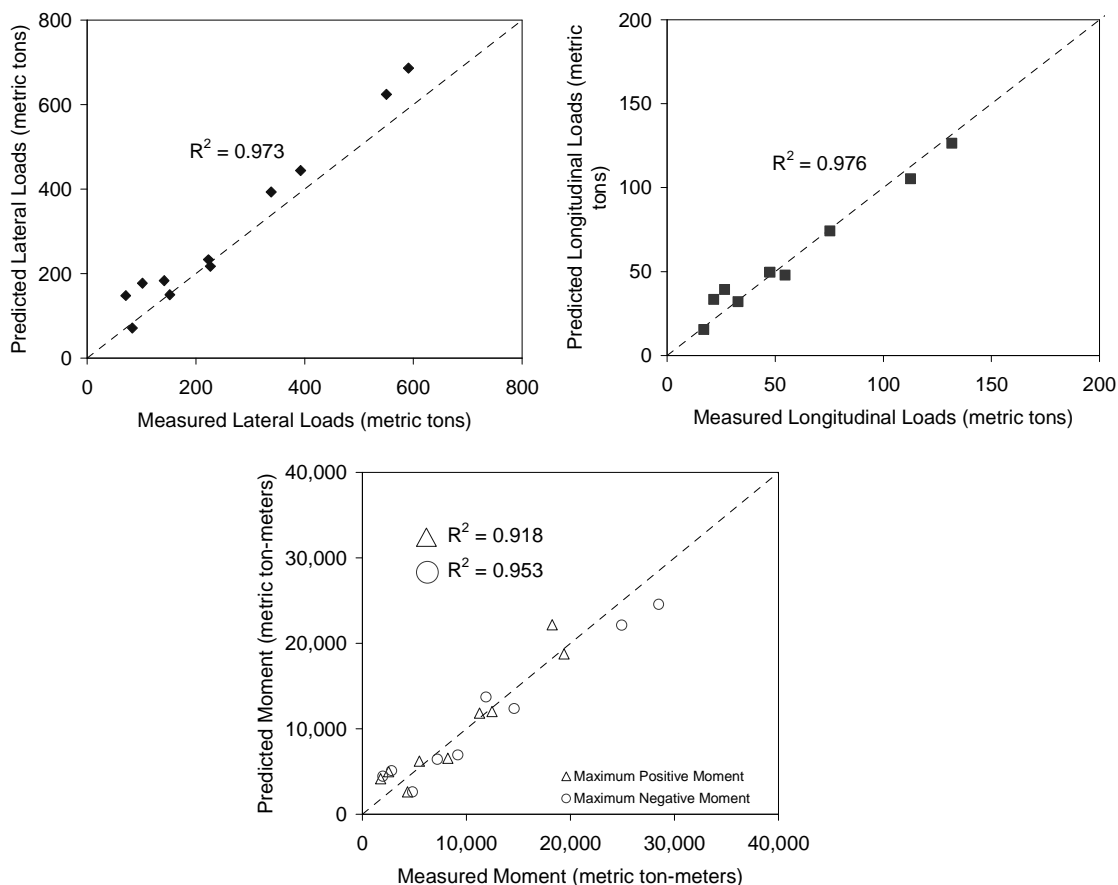


Рис. 9. Перевірка системи ShipSim/VH-LL на максимальні навантаження (зверху) і момент навантажень (знизу) для всіх випадків

Порівняння вказують також на те, що для дуже великих відстаней між кораблями система ShipSim/VH-LL переоцінює максимальні навантаження. Найбільш ймовірно це викликано різницею у параметрах тестів між лабораторною і числовою моделлю, особливо у даних щодо розміщення кораблів всередині області, які є недоступними. До того ж застосована тут методологія із використанням зв'язки ShipSim/VH-LL може переоцінювати навантаження в цих випадках з низьким

навантаженням (через велику розділяючу відстань), так як можуть стати важливими тривимірні ефекти і неточності в положенні кораблів.

Отже ми робимо висновок, що створена моделююча система показує дуже точне співпадіння між вимірними і змодельованими навантаженнями на пришвартовані кораблі для тих тестів Remery, що є важливими для інженерії портів (випадки високих навантажень).

## 6. Перевірка моделі на натурних даних

Модель ShipSim була протестована з використанням натурних вимірювань, отриманих з проектів в порту Окленда, США і в дельті річки Міссісіпі, США. У травні 1999 року у внутрішньому судоходному каналі порту Окленда були зібрані дані щодо ненаправленого тиску води [17]. Ці дані разом із цифровими даними щодо положення кораблів були використані для перевірки моделі ShipSim під час проходження 10-ти контейнеровозів. На рис. 10 зображені область моделі та рівні води з плином часу, виміряні і змодельовані для 4-х різних кораблів, що проходять повз вимірювальний пристрій із різними швидкостями і на різних відстанях. Загалом модель досить точно відтворює виміряні флуктуації рівня води в каналі. Деякі відмінності присутні через неточність даних радара щодо положення кораблів, через неточність швидкостей, що були знайдені з них, через відсутність точних даних щодо завантаженості кораблів та через брак точних даних по корпусах кораблів (використовувалась форма корпусу стандартного контейнеровоза).

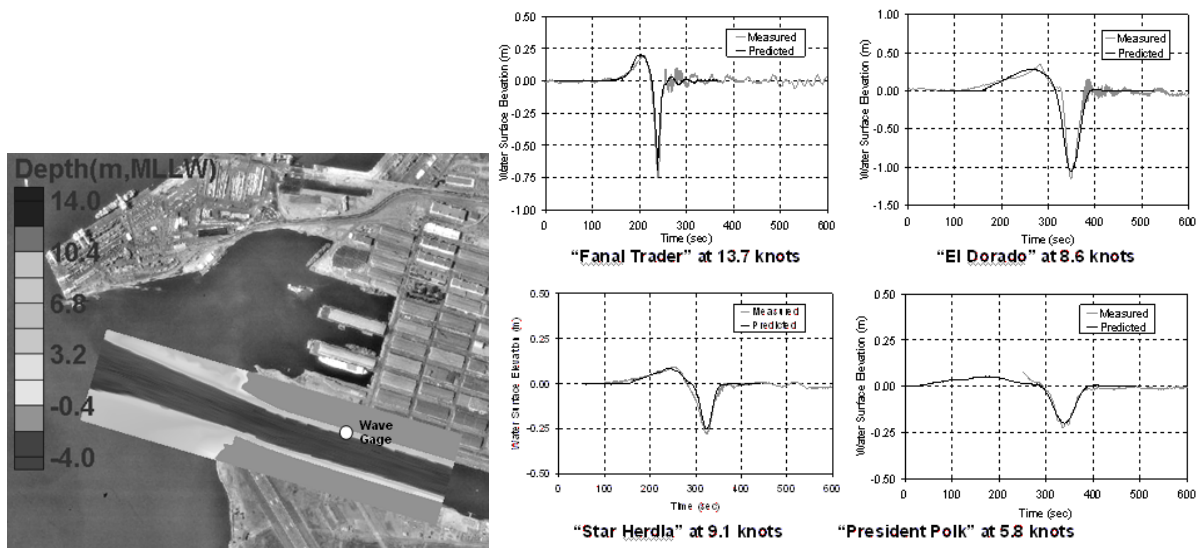


Рис. 10. Область моделі ShipSim і порівняння з рівнями води, зібраними в порту Окленда у травні 1999, чорні лінії – модель, сірі – натурні дані

Інженерний корпус Нового Орлеану зібрав дані щодо рівня води у двох точках і швидкість потоку води в одній точці в дельті річки Міссісіпі в червні 2002-го року. Ці дані були використані для того, щоб перевірити модель ShipSim під час проходження річки на швидкості 9,9 вузлів кораблем "ТММ Tabasco" 6-го червня 2002-го року. Це були єдині дані, для яких була відома швидкість корабля. На рис. 11 зображена область моделювання та подані приклади результатів розрахунку.

На рис. 12 зображене порівняння результатів моделі ShipSim (сіре) і вимірних даних(чорне) для корабля "ТММ Tabasco". Знову ж таки модель точно відтворює флуктуації рівня і швидкості води, створені проходженням корабля. Невеликі відмінності, що присутні, також пояснюються

відсутністю даних щодо положення корабля (вважається в центрі каналу) і відсутністю справжньої форми корпусу (використовувалась форма стандартного грузовоза).

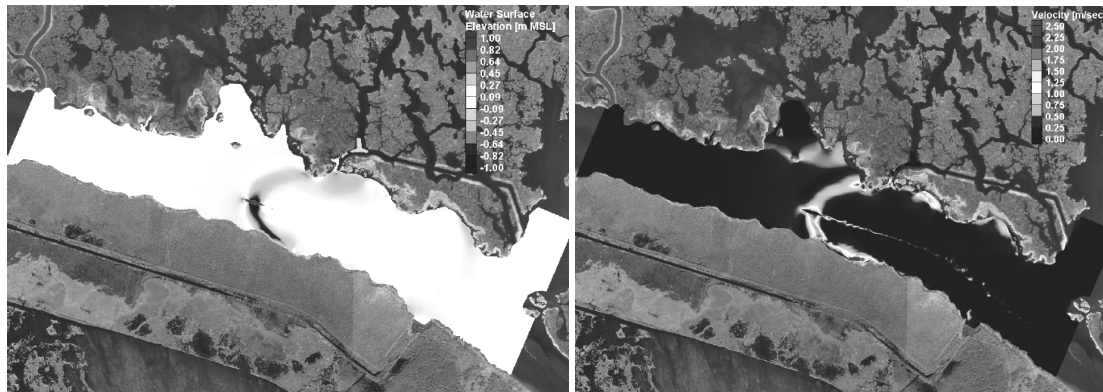


Рис. 11. Область моделювання і приклад розрахунку рівня води (зліва) та швидкості води (справа) під час проходження дельти річки Міссісіпі кораблем “ТММ Tabasco” на швидкості 9,9 вузлів 6-го червня 2002-го року

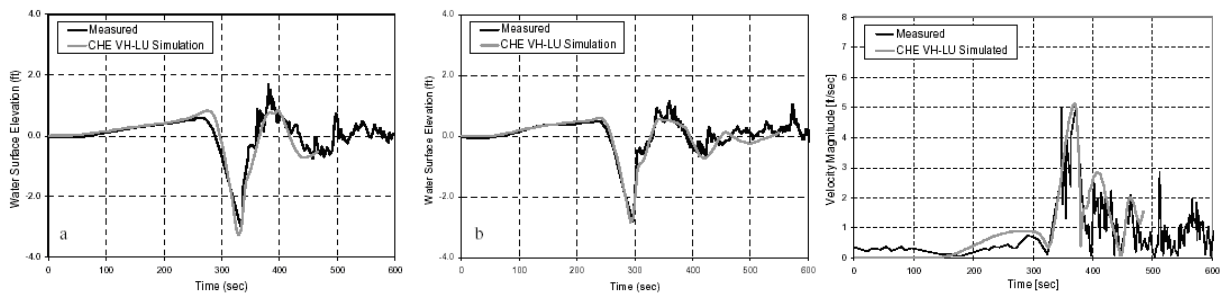


Рис. 12. Порівняння вимірних та змодельованих рівнів води (зліва та центр) і швидкості води (справа) під час проходження дельти річки Міссісіпі кораблем “ТММ Tabasco” на швидкості 9,9 вузлів 6-го червня 2002-го року

## 7. ShipSim + CFD + Boussinesq

При моделюванні високошвидкісних кораблів невеликих розмірів, що мають довгий хвильовий слід з нечітко вираженим основним спадом води і багатьма високочастотними компонентами, вже недостатньо точним є метод впровадження поля тиску корабля у вигляді вільного члена у правій частині визначальних рівнянь. До того ж невеликі розміри такого корабля вимагають згущення сітки в районі його маршруту, що далеко не завжди може бути виконано. Одним із методів подолання таких проблем є окремий розрахунок деталізованої гідродинаміки навколо корабля з подальшим використанням її в більш масштабному моделюванні.

Тому нами була створена модель ShipSimCFD, яка має таку можливість. У зв'язці з нею ми використовуємо тривимірну CFD модель SHIPFLOW, за допомогою якої спочатку розраховуємо багато сценаріїв з плоским дном з різними глибинами і швидкостями корабля. Далі отримані горизонтальні швидкості потоку усереднюються по глибині із використанням лінійної хвильової моделі і, разом із даними по рівню води, зберігаються в окремих файлах. Тепер при запуску модель ShipSimCFD дивиться, яка глибина і швидкість корабля в даний розрахунковий момент часу, і вибирає відповідні гідродинамічні дані. 2D поля при цьому інтерполюються з 2D полів тих сценаріїв, які мають у розпорядженні. Ці дані напряму вводяться в область розрахунку, а права частина у визначальних рівняннях при цьому не використовується.

Цей метод має декілька переваг над методом вільного члена у визначальних рівняннях: по перше, 3D моделі CFD дають дуже точні результати і на сьогоднішній день є найточнішими моделями для опису гідродинаміки кораблів; по друге, ми можемо вводити в модель ShipSim+CFD+BTE поле гідродинаміки, що є набагато більшим за розміри самого корабля (таким чином ми можемо мати досить грубу сітку і не ущільнювати її навколо нього); 3D сценарії, одного разу пораховані для якогось корабля, можуть використовуватись для інших задач з тим самим кораблем.

До недоліків такого підходу слід віднести велику ресурсоємність тривимірних CFD моделей – розрахунок одного сценарію моделлю SHIPFLOW може займати декілька днів на типовому ПК. І таких сценаріїв може бути потрібно досить багато, щоб достатньо густо покрити діапазон глибин і швидкостей, з якими проходить корабель у конкретній задачі. Саме тому на даний момент часу не вигідно використовувати тільки 3D CFD моделі (без зв'язки із 2D моделями) для опису гідродинаміки по всій області, а не тільки навколо корабля.

Також хвилі від високошвидкісних кораблів мають велику дисперсивність, тому НРМВ, у яких вона відсутня, не здатні точно їх відтворювати. З цієї причини модель ShipSimCFD була переписана нами під використання рівнянь типу Бусінеска. Використовувались рівняння Мадсена і Соренсена [7], модифіковані для різких змін дна.

$$\begin{aligned}
 h_t + p_x + q_y &= 0, \\
 p_t + (up)_x + (vp)_y + gh\xi_x &= bgH^2 \cdot \left[ (H\xi_x)_x + (H\xi_y)_y \right]_x + \\
 + H^2 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} + b \right) \cdot (p_x + q_y)_x - \frac{1}{6} H \cdot \left( \left( \frac{p}{H} \right)_x + \left( \frac{q}{H} \right)_y \right) \right]_x, & \quad (16) \\
 q_t + (uq)_x + (vq)_y + gh\xi_y &= bgH^2 \cdot \left[ (H\xi_x)_x + (H\xi_y)_y \right]_y + \\
 + H^2 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} + b \right) \cdot (p_x + q_y)_y - \frac{1}{6} H \cdot \left( \left( \frac{p}{H} \right)_x + \left( \frac{q}{H} \right)_y \right) \right]_y, &
 \end{aligned}$$

де  $p$  і  $q$  – компоненти розходу води через одиничну ширину вздовж горизонтальних напрямків  $x$  та  $y$  ( $m^2/c$ );

$H$  – глибина спокійної води (м);

$b$  – коефіцієнт, що впливає на дисперсивність ( $=1/15, 1/17.5$ );

нижні індекси  $t, x, y$  – відповідні похідні.

Усі інші позначення аналогічні параграфу (3).

Рівняння (16) переписуються у вигляді

$$h_t = E, \quad (17a)$$

$$BX_t = F + (F_1)_t, \quad (17б)$$

$$BY_t = G + (G_1)_t, \quad (17в)$$

де

$$E = -p_x - q_y, \quad (18a)$$

$$BX = p - H^2 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} + b \right) \cdot p_{xx} - \frac{1}{6} H \cdot \left( \frac{p}{H} \right)_{xx} \right], \quad (18б)$$

$$BY = q - H^2 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} + b \right) \cdot q_{yy} - \frac{1}{6} H \cdot \left( \frac{q}{H} \right)_{yy} \right], \quad (18в)$$

$$F = -(up)_x - (vp)_y - gh\xi_x + bgH^2 \cdot \left[ (H\xi_x)_x + (H\xi_y)_y \right], \quad F_1 = H^2 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} + b \right) \cdot q_{yx} - \frac{1}{6} H \cdot \left( \frac{q}{H} \right)_{yx} \right], \quad (18г)$$

$$G = -(uq)_x - (vq)_y - gh\xi_y + bgH^2 \cdot \left[ (H\xi_x)_x + (H\xi_y)_y \right], \quad G_1 = H^2 \cdot \left[ \left( \frac{1}{2} + b \right) \cdot p_{xy} - \frac{1}{6} H \cdot \left( \frac{p}{H} \right)_{xy} \right]. \quad (18д)$$

Як числова схема використовувалась неявна схема Adam-Bashfort-Moulton [18] типу предиктор-коректор, що має 3-4 порядок точності в часі. Для рівнянь вигляду (17) вона записується таким чином:

Предиктор 3-го порядку в часі

$$\begin{aligned} h_{i,j}^{n+1} &= h_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} [23E_{i,j}^n - 16E_{i,j}^{n-1} + 5E_{i,j}^{n-2}], \\ BX_{i,j}^{n+1} &= BX_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} [23F_{i,j}^n - 16F_{i,j}^{n-1} + 5F_{i,j}^{n-2}] + 2(F_1)_{i,j}^n - 3(F_1)_{i,j}^{n-1} + (F_1)_{i,j}^{n-2}, \\ BY_{i,j}^{n+1} &= BY_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{12} [23G_{i,j}^n - 16G_{i,j}^{n-1} + 5G_{i,j}^{n-2}] + 2(G_1)_{i,j}^n - 3(G_1)_{i,j}^{n-1} + (G_1)_{i,j}^{n-2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Коректор 4-го порядку в часі

$$\begin{aligned} h_{i,j}^{n+1} &= h_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24} [9E_{i,j}^{n+1} + 19E_{i,j}^n - 5E_{i,j}^{n-1} + E_{i,j}^{n-2}], \\ BX_{i,j}^{n+1} &= BX_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24} [9F_{i,j}^{n+1} + 19F_{i,j}^n - 5F_{i,j}^{n-1} + F_{i,j}^{n-2}] + (F_1)_{i,j}^{n+1} - (F_1)_{i,j}^n, \\ BY_{i,j}^{n+1} &= BY_{i,j}^n + \frac{\Delta t}{24} [9G_{i,j}^{n+1} + 19G_{i,j}^n - 5G_{i,j}^{n-1} + G_{i,j}^{n-2}] + (G_1)_{i,j}^{n+1} - (G_1)_{i,j}^n. \end{aligned} \quad (20)$$

Отже процедура рішення алгоритму складається із таких кроків: 1) спочатку, за допомогою явних рівнянь (19), розраховуємо проміжні значення  $h^{n+1}, BX^{n+1}, BY^{n+1}$ ; 2) із них через рівняння (18б), (18в) визначаємо проміжні значення  $p^{n+1}, q^{n+1}$  (для цього треба вирішити 2 системи лінійних рівнянь із тридіагональними матрицями); 3) тепер, за допомогою явних рівнянь (20), рахуємо остаточні значення  $h^{n+1}, BX^{n+1}, BY^{n+1}$ ; 4) із них, знову через рівняння (18б), (18в), визначаємо значення  $p^{n+1}, q^{n+1}$  і перевіряємо отримані результати на збіжність по максимальній відносній похибці. Якщо похибка більша за потрібне число, то повторюємо кроки 3), 4), доки вона не стане меншою.

Дана числова модель була перевірена на тесті Беркгофа – трансформація хвиль над міліною [19]. Порівняння результатів розрахунків з даними вимірювань та результатами лінійної моделі Беркгофа на рис.13 демонструють ефективність розробленої числової моделі.

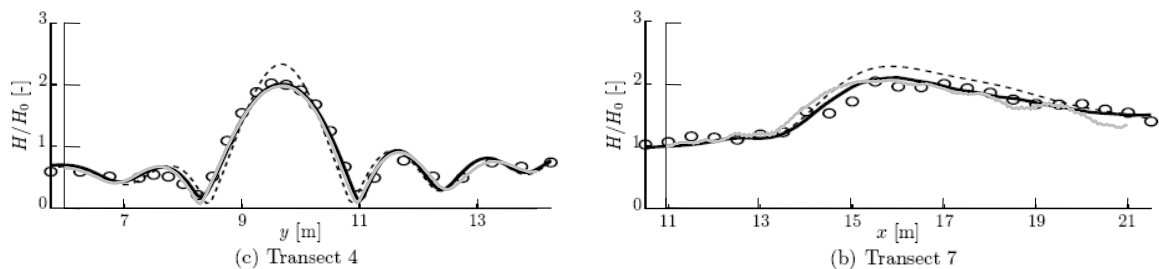


Рис. 13. Перетини висот хвиль 4 та 7 в тесті Беркгофа із мілиною на похилому дні. Кружки – виміряні, сіра лінія – пораховані моделлю ShipSimCFD, пунктир – пораховані моделлю Беркгофа

Результати моделювання хвиль від катамарана із використанням рівнянь типу Бусінеска та зв'язки із SHIPFLOW показані на рис.14. А на рис.15 зображений приклад результату розрахунків моделлю ShipSimCFD у проєкті в районі Redwood city, CA, USA.

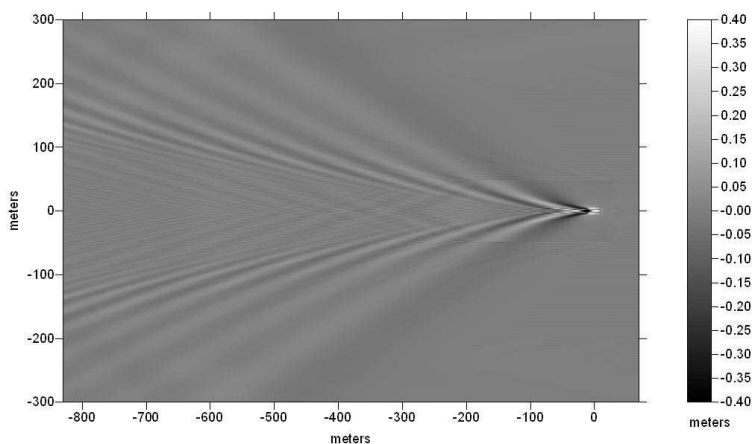


Рис. 14. Результати моделювання ShipSimCFD для катамарана HBEII, що проходить над рівним дном на глибині 12м зі швидкістю 35 вузлів, рівень води

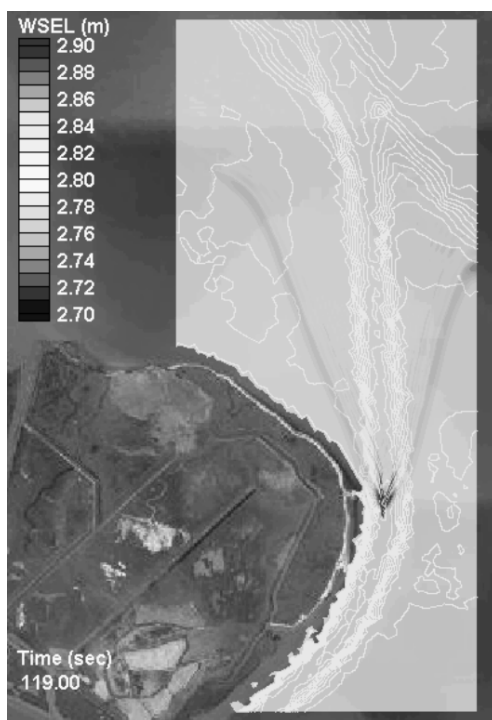


Рис. 15. Приклад результату розрахунків моделлю ShipSimCFD, Redwood city, CA, USA

## 8. Висновки

Була розроблена моделююча система ShipSim/VH-LL для оцінок впливу проходження кораблів з низькою осадкою на берегову лінію, водні екосистеми, пришвартовані кораблі та берегові споруди. Числова модель демонструє точне відтворення гідродинамічних процесів для кораблів з низькою осадкою і розраховує їх з високою швидкістю, що робить її зручною для інженерного застосування в широкому спектрі навігаційних проектів.

Був розроблений вдосконалений варіант моделі під назвою ShipSimCFD із використанням рівнянь Бусінеска та зв'язки із тривимірною CFD моделлю SHIPFLOW для моделювання високошвидкісних кораблів. Використана в ній числова модель точно відтворює дисперсійну поведінку хвильових процесів. Подальша розробка системи буде включати в себе вдосконалення моделі ShipSimCFD, моделювання розмивів дна від проходження кораблів, а також додаткове порівняння з натурними і лабораторними вимірюваннями.

Дослідження підтримано грантом CRDF UKG2-5 82-KV-05.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Flowtech International AB. SHIPFLOW Manual. – Geteborg, 1999. – 122 p.
2. Fenical S. Vessel Hydrodynamic Investigations / S. Fenical, N. MacDonald, F. Yang // Proc. "Prevention First 2002" Onshore & Offshore Pollution Prevention Symposium Technology Exhibition. – California State Lands Commission, 2002. – P. 1–11.
3. MacDonald N. Numerical Modeling of Coupled Drawdown and Wake // Canadian Coastal Conference. – 2003. – 16 p.
4. Stockstill R.L., Berger R.C. A two-dimensional flow model for vessel-generated currents. Prepared for U.S. Army Engineer District, Rock Island, U.S. Army Engineer District, St. Louis, U.S. Army Engineer District, St. Paul, ENV report 10. – 1999. – 167 p.
5. Stockstill R.L., Berger R.C. Simulating barge drawdown and currents in channel and backwater areas // J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Engrg. – 2001. – Vol. 127, N 5. – P. 290–298.
6. Железняк М.И., Пелиновский Е.Н. Физико-математические модели наката цунами на берег // Накат цунами на берег. – Горький: Институт прикладной физики АН СССР, 1985. – С. 8–33.
7. Madsen P.A., Sorensen O.R. A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly-varying bathymetry // Coastal Engineering. – 1992. – N 18. – P. 183–204.
8. Kofoed-Hansen H. Prediction of wake wash from high-speed craft in coastal areas / H. Kofoed-Hansen, T. Jensen, J. Kirkegaard, J. Fuchs // Proc. Conf. Hydrodynamics of High Speed Craft. – 1999. – P. 24–25.
9. Nwogu O. Bouss2D: A Boussinesq Wave Model for Coastal Regions and Harbors, ERDC/CHL TR-01-25. – 2001. – 100 p.
10. Кивва С.Л., Железняк М.И. Численное моделирование двумерного открытого потока с подвижными границами: расчеты стока на водосборе и наката волн цунами на берег // Вычислительные технологии. – 2001. – Т. 6, Ч. 2. – С. 343–350.
11. Демченко Р.И. Численная модель волн, течений и переформирования берегов прибрежной зоны моря / Р.И. Демченко, Железняк, С.Л. Кивва и др. // Моделирование-2006: Сб. трудов конф. – Киев: Институт проблем моделирования в энергетике НАН Украины, 2006. – С. 197–203.
12. Fenical S. Numerical Modeling of Passing Vessel Impacts on Berthed Vessels and Shoreline / S. Fenical, P. Kolomiets, S. Kivva, M. Zheleznyak // Proc. Of International Conference on Coastal Engineering. – 2006. – Vol. 2. – P. 1234–1246.
13. Remery G.F.M. Moving Forces Induced by Passing Ships // Offshore Technology Conference, Paper Number OTC 2066. – 1974. – P. 349–363.
14. Falconer R.A. Modelling of planform influence on circulation in harbors // Proc. of the 17th Coastal Engineering Conference, American Society of Civil Engineers, ASCE Press. – New York, 1980. – P. 2726–2744.
15. Boris J.P., Book D.L. Flux corrected transport, 1 SHASTA, a fluid transport algorithm that works // J. Comp. Phys. – 1973. – N 11. – P. 38–69.
16. Two-Dimensional Depth-Averaged Circulation Model M2D: Version 2.0, Report 1. Technical Documentation and User's Guide. ERDC/CHL TR-04-02 / A. Militello, C. Reed, A. Zundel etc. – 2005. – 131 p.
17. Deep-Draft Vessels in Narrow Waterway / V. Shepsis, B. Fenical, B. Hawkins-Bowman etc. – Port of Oakland 50-foot Deepening Project. Ports. – 2001. – P. 128.
18. Wei G. A fully nonlinear Boussinesq model for surface waves. Part 1. Highly nonlinear unsteady waves / G. J.T. Wei Kirby, S.T. Grilli, R. Subramanya // Journal of Fluid Mechanics. – 1995. – N 294. – P. 71–92.
19. Berkhoff J.C.W. Verification of numerical wave propagation models for simple harmonic linear water waves / J.C.W. Berkhoff, N. Booij, A.C. Radder // Coastal Engineering. – 1982. – N 20. – P. 255–279.

*Стаття надійшла до редакції 02.11.2007*