Tampereen ammattikorkeakoulu
Ammatillinen opettajakorkeakoulu

Pelkonen Arto - Sarsama Paula

Kehittämishanke

Matemaattisten aineiden opetuksen haasteita ja luovia mahdollisuuksia

Työn ohjaaja   Yliopettaja, kasvatustieteiden tohtori Kaarina Ranne
Tampere 4/2011

Tampereen ammattikorkeakoulu
Ammatillinen opettajakorkeakoulu
Opettajankoulutuksen kehittämishanke

Pelkonen, Arto; Sarsama, Paula
Matemaattisten aineiden opetuksen haasteita ja luovia mahdollisuuksia.
55 sivua + 13 liitesivua
Huhtikuu 2011
Työn ohjaaja Kaarina Ranne

TIIVISTELMÄ

Matematiikan oppiminen on monelle oppilaalle haastavaa. Haasteellisuus voi johtua monesta eri tekijästä. Opettajalla tulisi olla kyky kuitenkin kohdata nämä haasteet, sillä matematiikan perusymmärrys on perusedellytys moneen ammattiin valmistumiselle. Tässä työssä tarkasteltiin matematiikan oppimista ja opettamista lähinnä toisella asteella, mutta työtä voi hyödyntää myös muilla koulutusasteilla.

Työssä käsitellään erilaisia oppijoita, sekä paneudutaan eri tekijöihin, jotka vaikuttavat matematiikan oppimiseen. Vaikutusta on sekä oppilaan omilla ominaisuuksilla että oppilaan ympäristöllä. Joihinkin asioihin opettajalla on mahdollisuus vaikuttaa, mutta jotkin tekijät ovat sellaisia, että opettajalla ei ole mahdollista niihin suoranaisesti vaikuttaa. Sellaisia tapauksia ajatellen halusimme tarjota opetukseen erilaisia näkökantoja ja vaihtoehtoisia opetusmetodeja opettajien työkaluiksi. Erityisesti painotamme luovuutta opettajan näkökulmasta.

Oppimisen arviointi matemaattisissa aineissa on perinteisesti perustunut kirjallisiin kokeisiin. Tässä työssä pohditaan, josko erilaiset arviointimenetelmät tehostaisivat matemaattisten aineiden oppimista. Luovuus on usein matemaattisten aineiden opettajille vieras käsite, ja työssä halutaan nimenomaan lisätä luovuuden käyttöä opettajien keskuudessa.

Asiasanat: matematiikka, erilaiset oppijat, opetusmenetelmät

Sisällysluettelo

1 Johdanto

Suomalainen peruskoulu antaa yleensä hyvän lähtökohdan jatko-opinnoille eri koulutusasteissa, niin matemaattisissa kuin reaaliaineissa. Jos opiskelu peruskoulussa ei ole kuitenkaan sujunut yksilön omaan suoritustasoon ja – kapasiteettiin nähden hyvin, voi oppilaalla olla myöhemmissäkin opinnoissaan ongelmia suoriutua matemaattisten aineiden opinnoista. Nykyinen monipuolinen koulutusjärjestelmämme mahdollistaa myös aikuisten uudelleen kouluttautumisen tai jatko-opinnot. Tämä johtaa siihen, että toisella asteella saattaa olla siis myös oppilaita, joiden peruskouluopinnoista on kulunut jo aikaa, ja matematiikan perusopit ovat päässeet unohtumaan.

Tässä kehityshankkeessa pohdimme matemaattisten aineiden opettamista toisen asteen ammattiopinnoissa, erityisenä tavoitteenamme on pohtia vaihtoehtoja oppilaiden motivaatiotason nostamiseksi sekä matemaattisten taitojen kehittämiseksi. Tosin koemme, että näitä samoja asioita tulisi pohtia muillakin koulutusasteilla, sillä matematiikka on monelle oppilaalle tai opiskelijalle kompastuskivi muiden opintojen joukossa.

Usein ammatillisen toisen asteen koulutuksessa opettajat huomaavat puutteita ja ongelmia oppilaiden matematiikan taitojen osalta. Esimerkiksi Winnovan Porin toimipisteessä on huomattu oppilailla olevan ATTO- aineissa (ammattitaitoa täydentävät tutkinnon osat) ongelmia, jos matematiikan taitotaso on liian alhainen. Tästä kehityshankkeesta toivomme saavan aikaiseksi opetustyökalun ammatilliselle toiselle asteelle, jos perinteinen luokkaopetus ei ole tuottanut tulosta. Kehityshankkeessa keskitytetään matemaattisten aineiden opettamiseen ja oppimiseen, sekä vaihtoehtoisten opetusmenetelmien käyttöönottoon luovaa ajattelua käyttäen. Matematiikan opettamista tapahtuu joka koulutustasolla, joten uskomme tästä työtä olevan hyötyä opettajille myös muilla koulutusaloilla ja – tasoilla.

Luopuminen vanhasta ja uuden luominen on luovuutta:

Luovuus => **<u>luovu</u>**us=>**<u>luo</u>**vuus=>luov**<u>uus</u>**

Luovuuteen liittyvät myös pettymykset ja kyky kestää epäonnistumisia.
Tasapaino logiikan ja luovuuden välillä on hyvin tärkeä. Jos yksilö painottaa loogista ajattelua liian paljon, hän vastaavasti vaimentaa luovuuttaan.

Tässä työssä tarkastellaan myös oppimisprosesseja ja erilaisia oppijoita, etenkin matematiikan oppimisen näkökulmasta katsottuna. Työssä pohditaan myös miksi ei normaali luokkaopetus aina tuota tulosta. Halusimme miettiä mitä matemaattisia taitoja olisi opiskeltava ja osattava, jotta riittävä ja kohtuullinen matemaattisten aineiden taso saavutettaisiin.

Keskeisemmiksi asioiksi työssä nousevat motivaatio ja sen lisääminen vaihtoehtoisten opetusmenetelmien avulla. Opetuspaketti soveltuu sekä aloittaville tekniikan opiskelijoille että myös peruskoulun viimeisille luokille. Olisi tärkeää, että sekä peruskoulun oppilaat että opettajat tietäisivät mitkä ovat oppilaan suositeltavat vähimmäisvaatimukset matemaattisissa taidoissa, jos aikoo hakeutua tekniselle alalle opiskelemaan.

2 Matematiikan opettaminen ja oppiminen

Didaktiikka on määriteltävissä opetusoppina, eli oppina, jolla pyritään edesauttamaan oppimista. Koska kulttuurievoluution keskeinen voima on oppiminen, on alalla ponnisteltu koko ihmiskunnan historian ajan (Martio 2004). Matematiikan ainedidaktiikka on Suomessa varsin nuori tieteenala, matematiikan aineiden virkoja on perustettu vasta vuodesta 1974 lähtien Tutkimusalueena matematiikan opetuksen, oppimisen ja oppimisvaikeuksien tutkiminen on monitieteellistä (Malinen 1998). Matematiikkaa kouluaineena ei enää mielletä ennalta muokatuksi rakenteeksi, joka oppilaan on suoraan omaksuttava, vaan oppilaan rooli ja lähtökohdat huomioidaan oppimisprosessissa entistä paremmin, ja tavoitteena on oppilaan oppiminen itsenäisen työskentelyn avulla (Lilja 2002, 24).

Matematiikan opetuksen painopistealueista julkaisi USA:n matematiikan opettajien liitto vuonna 1991 seuraavasti:

- Matematiikka on muuttuva tietorakennelma.
- Matematiikka on käyttökelpoinen ja voimakas väline.
- Matematiikkaa opitaan vain tekemällä matematiikkaa.
- Matematiikkaa voivat kaikki oppia.

(Lilja 2002, 24)[1]

Näiden painopistealueiden toteuttamiseksi on koululaitos kehittänyt matematiikan opetusta sekä opetuksen tavoitteita ja perusoppiainesratkaisuja.

[1] *Alkuperäiset lähteet Halinen ym., 1991 ja NCTM 1991*

2.1 Matematiikan oppiminen

Matematiikan taidot jaetaan useimmiten karkeasti kolmeen osataitoon: aritmetiikkaan (luvuilla laskeminen), algebraan (kirjaimilla laskeminen) ja geometriaan (taso- ja avaruuskuviot) (Kivelä 1998, 221.). Tätä jakoa noudatettiin suomalaisessa koulujärjestelmässä aina 1960-luvulle asti. Tänä päivänä tämä jako on kuitenkin vanhentunut. Algebra ja geometria ovat osittain sekoittuneet, ja lukuteoria on itsenäistynyt eikä ole enää osana aritmetiikkaa (Kivelä 1998, 381). Matematiikka on luonteeltaan hierarkkinen taito, joka merkitsee sitä, että jokainen matemaattinen taito perustuu edellisen osataidon hallinnalle (Aunola ym. 2004, 699; Kivelä 1998, 381). Matematiikan taidolle ei löydy yhtä tarkkaa määritelmää kuin luku- ja kirjoitustaidolle, eikä sitä ole myöskään tutkittu yhtä kattavasti. Kirjallisuudessa matematiikan taitoa on tarkasteltu neuropsykologiselta, pedagogiselta ja geneettiseltä kannalta (Taipale 2010, 20).

Taulukossa 2.1.1. kuvataan matemaattisten taitojen rakentumista eri osa-alueista. Kukin matemaattisen taidon osa-alue sisältää kumulatiivisen hierarkian, joka jakaantuu käsitteenmuodostuksen (ymmärtäminen), suoritusstrategioiden (laskutoimitusten toteuttaminen) ja ongelmaratkaisun (soveltava matematiikan taito) taitotasojen hallinnasta. Kun hierarkiatasot päällekkäistyvät, syntyy toimiva matematiikan taito (Taipale 2010, 21).

Taulukko 2.1.1. Matematiikan osa-alueet ja taitotasojen rakentuminen (Taipale 2010, 21).

SOVELTAVA MATEMATIIKAN TAITO	lukukäsitteen sovellukset	aritmetiikan sovellukset	algebran sovellukset	geometrian sovellukset
LASKU-TOIMITUSTEN TOTEUTTAMINEN	lukujonossa liikkuminen	luvuilla laskeminen	kirjaimilla laskeminen	mittaaminen
YMMÄRTÄMINEN	lukukäsite	aritmetiikan käsitteet	algebran käsitteet	geometrian käsitteet
VARHAISET TAIDOT	**LUVUT JA LUKUJONO-TAIDOT**	**ARITMETIIKAN TAIDOT**	**ALGEBRAN TAITO**	**GEOMETRIAN TAITO**

Matematiikan varhaiset taidot luovat perustan matematiikan oppimiselle myöhemmässä vaiheessa. Lukukäsitteen kehittyminen alkaakin jo ennen perinteistä opetusta, sillä lapsilla on tiettyjä synnynnäisiä valmiuksia hahmottaa lukumääriä (Ahonen 2003, 183-185). Perimän vaikutusta matemaattisten taitojen oppimiseen käsittelemme erikseen sitä koskevassa kappaleessa. Kun lapsi ymmärtää lukukäsitteen ja hallitsee lukujonotaidot, on perusta aritmetiikan taidon oppimiselle olemassa. Baroodyn mukaan (Taipale 2010)

Aritmeettisia avaintaitoja ovat lukujen käyttäminen määrän ilmaisemiseen ja vertailuun, yhteen- ja vähennyslaskun hallinta, osa-kokonaisuussuhteiden ymmärtäminen, kyky erottaa ja muodostaa samansuuruisia joukkoja sekä paikka-arvon ymmärtäminen (Taipale 2010, 24-25). Yhteen- ja vähennyslaskun ymmärtäminen on perustana kertolaskun ja murtolukujen ymmärtämiselle, esim. kertolasku voidaan usein ymmärtää toistettuna yhteenlaskuna (Taipale 2010)[1].

Matematiikan hierarkkisuus näkyy selvästi tarkasteltaessa algebran oppimista. Kun aritmetiikan taidon osa-alueella käytetään lukuja, käytetään algebran taidon osa-alueella lukujen asemasta kirjaimia: aritmetiikan taito on siis perustana algebran taidon kehittymiselle (Taipale 2010, 25). Koulumatematiikassa algebrasta puhutaankin usein termillä *kirjainlasku*, jossa perusjoukon muodostavat rationaali- tai reaaliluvut. Sen tuttuna käyttökohteena on mm. polynomien nollakohtien etsiminen ja algebrallisten yhtälöiden ratkaiseminen.

Matematiikan taidot kehittyvät siis kumulatiivisesti. Algebrasta seuraava askel onkin usein geometria, joka tuottaa kontekstin mittaamisen opettamiseen ja oppimiseen. Mittaamista voidaan käyttää lisäämään ymmärrystä ympäristön objekteista, suunnista, sijainneista sekä suhteista niiden välillä. Geometrisiä kuvioita voidaan kuvata, analysoida, siirtää, koota ja taas purkaa sekä muuttaa muiksi muodoiksi. Geometria on tällöin suorassa yhteydessä mittaamiseen, numeroihin ja operaatioihin sekä algebraan (Taipale 2010, 26). Teoreettiset matemaattiset taidot muuttuvat tässä vaiheessa usein käytännön elämässä hyödynnettäviksi taidoiksi. Etenkin geometrisiä taitoja edellytetään teknisillä koulutusaloilla koulutusasteesta riippumatta. Kuitenkin jos matematiikan perustaidot ovat peruskouluaikana jääneet heikolle tasolle, on ammattiin valmistumisen edellyttämien geometristen taitojen oppiminen haastavaa myöhemmissä vaiheissa. Useimmiten on siis ensin paikattava puuttuvat esitiedot aritmetiikasta ja algebrasta ennen kuin voidaan siirtyä geometrian hyödyntämiseen käytännön matematiikassa.

Geometrinen ja avaruudellinen ajattelu luo perustan matematiikan ja muiden aineiden oppimiselle (Taipale 2010, Clements 2004, 267). Geometrian lisäksi esim. algebraa tarvitaan fysiikan ja kemian ongelman ratkaisuissa sekä laskutehtävissä, ja näin ollen kaikilla tekniikan saroilla. Kunkin matematiikan taidon osataidon käsitteet tulisi ymmärtää, jotta voitaisiin luoda perusta seuraaville taitotasoille (Taipale 2010, 28).

Ymmärtäminen voi tapahtua yhtäkkisenä ahaa-elämyksenä, mutta se pohjautuu pitkälle opiskeluaktiviteettien jaksolle, jonka aikana käydään läpi monia mentaalisia prosesseja ja niiden välistä vuorovaikutusta (Taipale 2010). Matemaattinen kompetenssi kehittyy silloin, kun matematiikan järkevyys tajutaan ja opitaan luottamaan omaan kykyyn toimia järkevästi (Taipale 2010). Itseensä luottaminen on aina oppimisessa tärkeää, on sitten minkä tahansa asian oppimisesta kysymys. Huono itsetunto ja negatiiviset käsitykset itsestä oppijana synnyttävät kielteisiä asenteita oppimista kohtaan ja hidastavat tai jopa estävät oppimista.

Matemaattisen soveltamisen eli ongelmaratkaisun taso on matematiikan taidon kumulatiivisen hierarkian korkein taso. Tämän tason hallinta edellyttää sekä ymmärtämisen että toteuttamisen tasojen hallintaa. Soveltaminen tarkoittaa käsitteiden, periaatteiden ja ymmärtämisen soveltamista matemaattisten probleemisen ratkaisemisessa (Taipale 2010). Ongelman ratkaisemisessa oleellista on keksiä sopiva algoritmi tilanteeseen, mikä edellyttää divergenttiä ajattelua (Haapasalo 2004, 70; Taipale 2010, 30), eli luovaa, erilaista ja omaperäistä ongelmanratkaisuun tähtäävää ajattelua.

2.2 Matematiikan opettaminen

Matematiikan kouluopetuksessa on koettu useita murroksia viime vuosisadan jälkipuoliskolla. Kansainvälisesti ottaen suomalaiset koulujen oppimäärät eivät ole huonoimmasta päästä, mutta parantamisen tarvetta kuitenkin on (Martio 2004).

Laskemisen opettelu kouluissa on monessa koulussa jo radikaalisesti vähentynyt. Perusteluna on, että kukaan ei nykyään suorita mekaanisia laskuja, vaan nämä ovat siirtyneet laskimille ja tietokoneille. Laskimia ja tietokoneita käytetäänkin kouluissa erittäin paljon. On totta, että harva enää laskee päässään tai paperilla viisinumeroisia lukuja yhteen. Sen sijaan päässä suoritettujen laskujen 2 + 9, 109 - 11 ja (1/2)(1/3) tarve ei ole vähentynyt. Perinteisen laskemisen opettelun tarkoitus ei ole valmentautua mekaanisiin laskutehtäviin. Tarkoituksena on perehtyä lukujen suuruussuhteisiin ja laskutoimitusten ominaisuuksiin, esimerkiksi palkan lisäyksen vaikutus on eri kuin palkan vähennyksen. Laskutoimitukset, yhteenlasku, vähentäminen, kertominen ja jakaminen, eivät edusta mustia laatikoita (= laskimia), joiden inputtina ovat luvut ja vastauksina uusia lukuja (Martio 2004).

Laajan TIMMS 1999 (Tarvainen 2003) selvityksen mukaan tietokoneiden ja laskimien tiheys on Suomen kouluissa huipputasolla verrattuna muuhun maailmaan. Laskimien ja tietokoneiden mahdollisuudet mekaanisessa laskemisessa on otettava opetuksessa huomioon, mutta niiden ei pidä antaa aiheuttaa numerosokeutta. Ensiksi on opittava ymmärtämään laskutoimitukset, ja vasta sitten otettava koneet avuksi (Martio 2004).

Nykyään matematiikan opetuksessa painotetaan niin sanottua ongelmanratkaisua. Ongelmaratkaisun ideana on, että matematiikan opetuksen pitää perustua käytännön ongelmiin ja matematiikan opetukselle on annettu vain välinearvo. Tämä on johtanut esimerkiksi talousmatematiikan kurssiin lukion lyhyessä matematiikassa. Matematiikkaa tarkastellaan korkoprosentteina sekä osake- ja valuuttakursseina. Toisaalta tämä tekee matematiikan käytännönläheisemmäksi, mutta valitettavasti kaikessa rationaalisessa työskentelyssä pitäisi ensiksi olla työkalut ja taito niiden käyttöön ennen kuin taitoja voidaan soveltaa. Nykyisin laskimet ja tietokoneet suorittavat helposti laskutoimituksia myös symboleilla. Käyttö valitettavasti edellyttää, että laskimia osataan käyttää oikein, ja tiedetään, minkälaisiin tuloksiin tähdätään (Martio 2004).

Koulu on elämää varten, mutta matematiikan tunneilla nykyisin ratkaistavat ongelmat eivät välttämättä ole niitä, joista on hyötyä myöhemmin. Ongelmanratkaisu on osa matematiikan kouluopinnoista, mutta ei saisi kuitenkaan olla pääasia. Siihen keskittyminen vie huomion matemaattisten käsitteiden täsmälliseltä määrittelyltä ja teorioiden rakentamiselta. Pythagoraan lauseella on pidempi käytännön kantavuus kuin osinkolaskuilla. Ongelmanratkaisun tarkoitus on matematiikan kouluopinnoissa konkretisoida käsitteitä ja teoriaa sekä osoittaa sovelluksien rikkaus (Martio 2004).

Kuitenkin moni oppilas kokee ongelmalähtöisen matematiikan opetuksen mielekkäämmäksi kuin teorioiden opettelun. Opettajan haasteena on siis löytää oikeanlainen suhde teorian ja käytännön välillä, ja huomioida myös erilaisten oppilaiden tarpeet. Perinteisesti ajateltuna hyvänä matematiikan oppituntina pidetään sellaista, joka etenee loogisesti alusta loppuun. Tämä kuitenkin johtaa helposti opettajan yksinpuheluun, koska käsittelyjärjestys ei välttämättä seuraa oppilaan luonnollista ajatusmallia. Kaikilla luonnontieteiden ja matematiikan käsitteillä, on kuitenkin niiden oma historiallinen taustansa, joka on aikojen kuluessa johtanut kyseiseen muotoiluun. Nykyinen opetus lähtee turhan usein liikkeelle tämän prosessin lopputuloksesta sivuuttaen kaikki harhapolut ja -ajatukset, jotka ovat olleet tutkijoiden mielissä ennen käsitteiden vakiintumista. Tämä saattaa heikentää joidenkin oppilaiden kohdalla lopputuloksen ymmärtämistä. Esimerkkejä löytyy Newtonin laeista, jotka ovat matemaattiselta kannalta varsin yksinkertaisia, mutta joiden sisäistäminen näyttää olevan erityisen vaikeata, ellei käsitteisiin ja ilmiöihin liittyviä pohdiskeluja ole käyty läpi. Niinpä väärät arkikäsitykset saattavat olla vallalla vielä pitkään sen jälkeen, kun lait on periaatteessa opittu. Fysiikan opetuksen etuna pitäisi olla aihepiirin suora yhteys arkisiin asioihin (Motivoivampi matematiikan luentorakenne 2011).

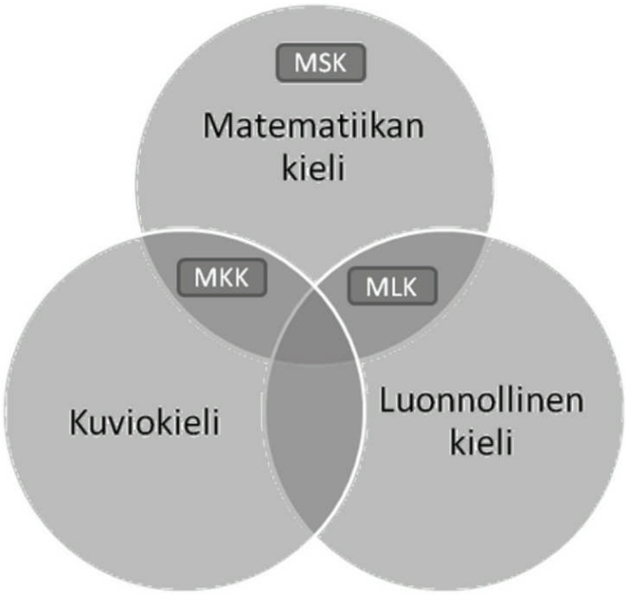
Opettajan olisi hyvä muistaa itse, kuinka helppoa/vaikeaa tiettyjen matematiikan ja fysiikan peruslakien sisäistäminen on itselläkin aikanaan ollut. Testausta voi suorittaa asettamalla itselleen esimerkiksi seuraavia kysymyksiä (Motivoivampi matematiikan luentorakenne 2011):

- Missä kohdassa pyörähdystä kiekonheittäjän täytyy päästää irti kiekosta? (Newtonin I laki)
- Kuorma-auto kippaa hiekkalastinsa kallistamalla lavaa taaksepäin; mitä tapahtuu autolle? (liikemäärän säilyminen)
- Moottorisahaa kaasutetaan; mitä muuta sahalle tapahtuu, kuin että terä alkaa pyöriä nopeammin? (pyörimismäärän säilyminen)
- Polkupyörän poljin on ala-asennossa, ja poljinta aletaan työntää taaksepäin; mihin suuntaan pyörä liikkuu (jos se on tuettu niin, ettei se pääse kaatumaan)? Mihin suuntaan polkimet pyörivät? (Newtonin toinen laki)

Kunkin kysymyksen kohdalla on myös mahdollista pohtia sitä, millaisia oletuksia tutkittavasta ilmiöstä tehdään, ja voiko oletusten muuttamisella olla vaikutusta vastaukseen. Esimerkiksi viimeisen kysymyksen kohdalla vastaus jälkimmäiseen osaan riippuu siitä, onko pyörässä jalka- vai käsijarrut. Matematiikassa konkreettisten kysymysten esittäminen on kuitenkin vaikeampaa kuin fysiikassa, mutta pyrkimys historiallisen kehyksen unohtamiseen näyttää olevan yleistä sielläkin. Esimerkiksi käsitys funktion jatkuvuuden määritelmästä vakiintui vasta pitkien keskustelujen ja väittelyiden jälkeen, jotka liittyivät siihen, mikä oikeastaan on funktio ja mitä esimerkiksi tarkoittaa sarjan suppeneminen. Mikäli tämä historiallinen kehitys kokonaan sivuutetaan aloittamalla suoraan jatkuvuuden määritelmästä ja etenemällä perinteiseen tapaan jatkuvien funktioiden ominaisuuksiin, niin jossakin vaiheessa oppilaat saattavat kuitenkin palata ajatuksissaan niihin ongelmiin, jotka edelsivät määritelmän vakiintumista. Pahimmassa tapauksessa juuri ne väärät käsitykset ja epäselvyydet, jotka täsmällisellä määritelmällä haluttiin poistaa, jäävätkin elämään oppilaan mielessä (Motivoivampi matematiikan luentorakenne 2011).

On myös huomioitava matemaattisen ajattelun ja kielen yhteyttä. Kieli voidaan ymmärtää puhuttuna tai kirjoitettuna äidinkielenä, piirroksina, ilmeinä, eleinä tai symbolikielinä kuten matematiikan kieli. Oppilaiden saattaa olla vaikeaa kuvata matemaattista ajatteluaan toisille mutta tähänkin taitoon voi harjaantua. Matematiikan kielentäminen auttaa oppilasta jäsentämään ajatteluaan, ja toisaalta sen avulla oppilaan oma ajattelu tulee näkyväksi muille (Joutsenlahti 2010).

Tyypillinen koululaisen matematiikan vihko sisältää pääasiassa laskulausekkeita, laskutoimituksia ja tuloksia. Tehtävien ratkaisujen esittämistapa ei ole juurikaan vaihdellut vuosikymmenten saatossa, vaan on jatkunut samantyyppisenä peruskoulusta aina lukioon asti. Eri oppiaineista ilmeisesti matematiikan vihoissa on vähiten oppilaan omaa äidinkieltä. Se on kuitenkin juuri se kieli, jonka avulla oppilas ajattelee ja ilmaisee itseään eniten myös koulumatematiikassa. Uusissa perusopetuksen opetussuunnitelmien perusteissa kirjattuna matematiikan tavoitteissa kaikkiin nivelkohtiin oppilaan taito esittää ratkaisujaan ja päätelmiään niin kirjallisesti kuin suullisestikin. Koulumatematiikan tehtävien muuttaminen sanalliseen muotoon tehtävien kirjallisissa ratkaisuissa koostuu pääsääntöisesti matematiikan symbolikielestä, matematiikkaan liittyvästä ja mahdollisesti muusta luonnollisesta kielestä sekä matemaattisista kuvioista. Joutsenlahti ja Kulju (2010) tarkastelevat näitä kolmena kirjoitetun kielenä: matematiikan kieli, luonnollinen kieli ja kuviokieli (kuva 2.2.1). Kuviokieli on erityisesti geometrian tehtävien ratkaisuissa keskeinen. Toisaalta osa opiskelijoista hahmottaa ongelmia yleisestikin visuaalisesti, jolloin kuviot ovat heille ajattelun apuna monentyyppisten tehtävien ratkaisuprosessissa. Matematiikan kielentäminen jäsentää ja selkeyttää oppijan ajattelua sekä auttaa vertaisryhmää (esimerkiksi luokan muita oppilaita) reflektoimaan omaa ajatteluaan sekä kehittää oppijan argumentointitaitoja ryhmän vuorovaikutustilanteissa. Oppijan matemaattisen ajattelun kielentäminen luonnollisen kielen avulla helpottaa opettajan opetustilanteiden suunnittelua ja oppimisen arviointia (Joutsenlahti, Kulju 2010).



Kuva 2.2.1. Matematiikan kieli, luonnollinen kieli ja kuviokieli, kun rekisterinä on matematiikan sanallisten tehtävien ratkaisun esittäminen. Lyhentein merkityt alueet ovat matematiikan luonnollinen kieli (MLK), matematiikan symbolikieli (MSK) ja matematiikan kuviokieli (MKK). (Joutsenlahti, Kulju 2010**)**

2.3 Poisoppiminen

Jos ei matemaattisten aineiden luokkaopetus ole tuottanut tulosta, voisi oppilaalle tarjota vaihtoehtoista opiskelutekniikkaa. Opettajan kannattaa tässä kohdassa miettiä mitkä aiemmista opetetuista tekniikoista ovat puutteellisia vai kannattaisiko oppilaalle opettaa vallan uusi tekniikka jonkin matemaattisen asian oppimiseen? Tässä kohdassa puhutaan vanhan poisoppimisesta, joka korvataan uudella.

Teknisellä alalla, ja varsinkin siirryttäessä peruskoulusta toiselle asteelle oppilaille opetetaan millimetrit, sekä millimetrin kymmenykset ja sadasosat. Joillekin oppilaille tuottaa vaikeuksia siirtyä senttimetreistä millimetreihin. Peruskoulussa pitäisi matematiikan opetuksessa tutustuttaa oppilas myös millimetrien käyttöön, tai käsitellä asioita pelkkien perusyksiköiden (metrien) avulla. Kerrannaisyksiköt ja niiden etuliitteet tuottavat monelle oppilaalle ongelmia. Jos oppilas ei ole omaksunut kerrannaisyksiköitä perinteisiä opetusmetodeja käyttäen, kannattaisi niiden opettamiseen käyttää luovuutta. Liitteessä 4 on eräs ehdotus siitä, miten oppilas voisi alkaa työskennellä kerrannaisyksiköiden kanssa. Siinä suhdeluvulla ja verrannolla saadaan oikein siirrettyä pilkkua (Kerrannaisyksiköt 2011).

Oppimisympäristöllä on merkitys opittuun ja voi olla että koulussa opitut tiedot pitää poisoppia, jotta oman ammatin opiskelu sujuisi. Tämä asettaa haasteita toisen asteen opettajille etenkin, jos oppilas on kokenut matemaattisten aineiden opettelun peruskoulussa negatiivisena.

John Deweyn mukaan tarve uudelleen oppimiseen johtuu siitä, että oppiminen on tapahtunut tietyssä olosuhteessa, huomioimatta oppilaan muita kokemuksia ja käytännön elämää. ”Oppilas ei myöskään opi pelkästään sitä, mitä hän tietoisesti opiskelee, vaan hän omaksuu samalla esimerkiksi erilaisia asenteita, joista merkittävimpiä on asenne oppimista kohtaan” (Dewey 1951, 48-49).

3 Erilaiset oppijat

3.1 Oppiminen ja motivaatio

Oppimisvaikeuksia ja motivaatiota koskevissa tutkimuksissa, on havaittu että motivaation liittyvät tekijät korostuvat erityisesti juuri matematiikan oppimisvaikeuksissa. Motivaation on havaittu erottelevan jo ensimmäisellä luokalla ne lapset, joilla on matematiikan oppimisvaikeuksia, niistä ikätovereista, joilla vaikeuksia ei ole. Vastaavasti koulusuoriutumisen ja motivaation kehitystä seuranneissa tutkimuksissa on havaittu, oppilaiden matematiikkaan suuntaaman kiinnostuksen olevan erityisen altis laskulle jo ensimmäisten kouluvuosien aikana. Esimerkiksi, Aunolan ja Nurmen (2004) tutkimuksissa havaittiin, että koulun alussa erityisesti matematiikkaan motivoitumattomia suhteellisen vähän (11%), mutta tämä ryhmä kasvoi toiselle luokalle mentäessä, jolloin jo neljännes lapsista kuului tähän ryhmään. Kiinnostus matematiikkaa kohtaan näyttäisi heikentyvän erityisesti tytöillä. Tutkimuksessa havaittiin lisäksi, että ensimmäisen kouluvuoden matemaattiset taidot vaikuttavat lasten toisella luokalla tuntemaan motivaatioon. Toiselle luokalle siirryttäessä ja motivaation muuttuessa pysyvämmäksi vaikutuksen suunta muuttui päinvastaiseksi, eli mieltymys laskutehtävien tekemiseen toisella luokalla näkyi myöhemmässä matemaattisten taitojen kehityksessä (Matematiikan oppimisvaikeudet ja emotionaaliset tekijät 2011).

Koulun aloittaminen on lapsen kehityksen kannalta hyvin keskeinen vaihe. Tuolloin lapsi ensimmäistä kertaa kohtaa akateemisten perustaitojen oppimiseen liittyviä haasteita, saa systemaattisesti palautetta toiminnastaan, oppimisestaan ja tämän palautteen kautta lapsi omaksuu erilaisia käsityksiä omista kyvyistään ja taidoistaan. Esimerkiksi matematiikkaan liittyvän motivaation kehityksessä on havaittu olevan eroja opetusryhmien välillä alkuopetuksen aikana (Aunola, Leskinen, & Nurmi, 2004). Lasten motivaatio matematiikkaa kohtaan lisääntyi ensimmäisten vuosien aikana suhteellisesti enemmän niissä opetusryhmissä, joissa opettajan opetustavoitteena oli motivaation tai minäkuvan kehittäminen. Lapsen ensimmäisten kouluvuosien aikana muodostamat matematiikkaan liittyvät mieltymykset ennustivat puolestaan myöhempää matematiikan taitojen kehitystä (Matematiikan oppimisvaikeudet ja ympäristö 2011).

Huhtalan ja Liljan (2008) tekemän tutkimuksen mukaan joka viidennen peruskoulun oppilaan oppimistulokset ja opiskelumotivaatio ovat heikkoja. Valinnaisuus olisi tärkeää, jotta kaikki oppilaat voisivat kokea koulussa onnistumista. Onnistumisen tunteen saavuttaminen oppilaalla onkin tärkeimpiä tekijöitä koulunkäyntiin motivoimisessa. Oppilaan mahdolliset oppimisvaikeudet kuitenkin vaikeuttavat motivoitumista. Puutteelliset oppimistaidot eivät kuitenkaan ole esteenä, jos opiskelija on erittäin motivoitunut ja kiinnostunut aiheesta. Ainekohtaiset erot tulevat myös esille puhuttaessa oppilaiden motivaatiosta koulunkäyntiin (Huhtala, Lilja 2008).

3.1.1 Oppiminen ja minäkäsitys

Jo esikoululaisella on vahva ennakkokäsitys osaamisestaan ja kyvystään oppia. Tällä on suuri merkitys; usko omiin kykyihin ennustaa selvästi ihmisen tulevaa menestystä mm. opinnoissa. Niin aikuisen kuin lapsenkin uskoa omiin oppimisen kykyihin vahvistavat onnistumisen kokemukset (Pihlajamaa 2005)

Tämä vaikuttaa siis vahvasti myös matematiikan oppimiseen. Tärkeä oppimiseen vaikuttava emotionaalinen tekijä on siis lapsen minäkäsitys. Yleisellä tasolla minäkäsityksellä tarkoitetaan yksilön kokonaisvaltaista käsitystä itsestään. Matematiikkaan liittyvä minäkäsitys voidaan määritellä käsitykseksi omista matemaattisista kyvyistään ja taidoistaan. Minäkäsityksen kehitykseen liittyen on havaittu, että suurimmalla osalla lapsista olisi koulunkäynnin alkuvaiheessa suhteellisen myönteinen oppimiseen liittyvä minäkäsitys taitotasosta riippumatta. Iän myötä minäkäsitys alkaa muuttua negatiivisemmaksi, johtuen osittain lapsen kehittyvistä taidoista arvioida omaa osaamistaan esimerkiksi koesuoritusten perusteella sekä vertailla taitojaan ikätovereihin (Matematiikan oppimisvaikeudet ja emotionaaliset tekijät 2011). Lapselle pitäisi kuitenkin korostaa sitä, että epäonnistuminen on sallittua ja jopa hyödyllistä. Jokainen epäonnistuminen on mahdollisuus oppia (Pihlajamaa 2005).

Minäkäsityksen ja oppimisvaikeuksien välisen yhteyden on todettu voimistuvan iän myötä. Suomalaisessa tutkimuksessa matematiikan saavutusten ja minäkäsityksen yhteys pienemmillä koululaisilla oli merkityksetön, toisella luokalla ei havaittu eroja heikosti suoriutuvien ja muiden oppilaiden minäkäsityksessä. Vastaavasti viidennellä luokalla heikosti suoriutuvilla oppilailla oli merkittävästi heikompi minäkäsitys kuin samanikäisillä oppilailla, joidenka suoriutuminen matematiikassa ei ollut heikkoa. Heikko matematiikan osaaminen ensimmäisenä kouluvuosina näyttäisi olevan yhteydessä minäkäsityksen negatiiviseen kehittymiseen (Matematiikan oppimisvaikeudet ja emotionaaliset tekijät 2011).

3.2 Perimä ja ympäristö

Ihmisen kehitys on riippuvainen sekä biologisista tekijöistä, kuten perimästä, että ympäristötekijöistä, kuten kasvatuksesta. Nämä molemmat yhdessä vaikuttavat ihmisen oppimiskykyyn. Perintötekijät ohjaavat aivojen kehitystä ja muovautumista, mutta tähän ohjaukseen vaikuttaa samalla se, millaista ulkoista ärsytystä aivot saavat (Kasvatus ja perimä 2011). Tutkimusten perusteella tiedetään, että aivan vauvaiässä meidän kaikkien aivoilla on valmius omaksua mm. maailman eri kielialueilla esiintyvät äänteet. Tämä monimuotoisuus katoaa vähitellen, kun ympäristön antamat virikkeet vahvistavat vain joitakin osa-alueita (Pihlajamaa 2004).

3.2.1 Oppilaan perimä

Perintötekijöiden vaikutuksia on tähän mennessä tutkittu useammalla tavalla. Esimerkiksi kaksosia on verrattu keskenään. Vertaamalla identtisiä kaksosia, joilla on 100% yhtenevät perintötekijät ei-identtisiin kaksosiin, joilla on keskimäärin 50% yhtenevät perintötekijät, voidaan tilastomatemaattisesti arvioida perintötekijöiden, yhteisen ympäristön ja yksilöllisen ympäristön osuuksia muun muassa matemaattisissa taidoissa. Näissä tutkimuksissa on havaittu, että perintötekijät selittävät matemaattisten taitojen vaihtelusta 50–70%. Tämä on suunnilleen yhtä paljon kuin lähes kaikissa muissakin kaksostutkimuksissa on saatu perintötekijöiden osuudeksi (esim. persoonallisuuden piirteet, motoriset taidot, älykkyys). Tällainen osuus kertoo siitä, että perintötekijöillä on suuri merkitys, mutta ne eivät kuitenkaan määrää matemaattisten taitojen tasoa, vaan ympäristöstä tulevilla ärsykkeillä on erittäin suuri merkitys taitojen kehitykselle (Kasvatus ja perimä 2011).

Vielä ei ole eristetty yhtään geeniä, jonka tiedettäisiin varmuudella olevan yhteydessä matemaattisiin taitoihin tai taitojen puutteisiin. Ainoat viitteet mahdollisesta tiettyyn kromosomiin liittyvästä yhteydestä matemaattisiin oppimisvaikeuksiin on esitetty olevan X-kromosomissa. Tämä perustuu kuitenkin toissijaiseen päättelyyn siitä, että eräiden X-kromosomipoikkeamien yhteydessä matemaattiset vaikeudet ovat tyypillisiä. Tällaisia ovat mm. Turnerin syndrooma, joka on tytöillä esiintyvä toisen X-kromosomin puutos ja Fragile-X eli suomeksi särö X-oireyhtymä. Geenitutkimus, nopea kehityksensä vuoksi, tuottaa varmasti tähänkin kysymykseen pian runsaasti lisätietoja. (Kasvatus ja perimä 2011).

3.2.2 Ympäristön vaikutus

Koti ja koulu vaikuttavat lapsen kykyyn ja mahdollisuuksiin hyötyä opetuksesta sekä muovaavat lapsen kokemuksia ja käsityksiä oppimisesta ja itsestään oppijana (Paananen, Aro, Kultti-Lavikainen, & Ahonen, 2005). Koti luo pohjan lapsen itsetunnolle ja oppimismotivaatiolle. Erityisesti matematiikan on havaittu olevan vaikutusaltis emotionaalisille tekijöille, mikä puolestaan korostaa kotona saatavan positiivisen tuen ja kannustuksen merkitystä. Lapsen suuntautumisen oppimistilanteessa voidaan myös ajatella heijastelevan heidän varhaislapsuutensa kokemuksia siitä, miten vanhemmat ovat orientoineet heitä erilaisiin oppimiskokemuksiin ja minkälainen tunneviritys niihin liittyy. Varhaisessa koulunaloitusvaiheessa vanhempien luottamus lapsen koulutaitoihin on tärkeää. Vanhempien luottamuksella lapsen matematiikan taitoihin näyttäisi olevan suora vaikutus lapsen suoriutumiseen matematiikassa huolimatta siitä, mikä oli lasten aiempi taitotaso matematiikassa (Aunola, Nurmi, Lerkkanen, Rasku-Puttonen, 2003). Lisäksi vanhempien yleisemmän luottamuksen lapsen kykyyn pärjätä koulussa on havaittu lisäävän tehtävään keskittyvää, aktiivista työskentelytapaa ensimmäisenä kouluvuotena ja tätä kautta edistävän myös matematiikan taitojen kehitystä. Vanhempien epävarmuus lapsensa kyvyistä sen sijaan lisäsi tehtävää välttävää toimintatapaa ja tätä kautta myös oppimiseen liittyviä vaikeuksia. Vanhempien välityksellä omaksutaan myös kodissa tärkeinä pidettyjä arvoja. Koulua ja oppimista arvostava ja kannustava asenne näkyy muun muassa siinä, että vanhemmat osoittavat kiinnostusta lapsen koulunkäyntiä kohtaan.

Myös vanhempien oman koulutustason on havaittu olevan yhteydessä lapsen matematiikan taitojen kehittymiseen. Tutkimuksissa on huomattu erityisesti äidin koulutuksen ennustavan lapsen menestystä kouluopinnoissa. Tätä voi selittää kulttuuriperimän kumuloitumisella: akateemisten vanhempien lapset ovat kasvaneet akateemisessa ympäristössä, nähneet vanhempiensa argumentoivan, saaneet kiitosta ja hyväksyntää koulumenestyksestä jne. (Pihlajamaa 2004). Koulumenestys näyttää ulkoisesti olevan periytyvää, mutta kummalla sitten onkaan viime kädessä suurempi vaikutus, biologisella perimällä vai kasvuympäristöllä?

Koulun aloittaminen on lapsen kehityksen kannalta hyvin keskeinen vaihe. Tuolloin lapsi ensimmäistä kertaa kohtaa akateemisten perustaitojen oppimiseen liittyviä haasteita, saa systemaattisesti palautetta toiminnastaan, oppimisestaan ja tämän palautteen kautta lapsi omaksuu erilaisia käsityksiä omista kyvyistään ja taidoistaan. Esimerkiksi matematiikkaan liittyvän motivaation kehityksessä on havaittu olevan eroja opetusryhmien välillä alkuopetuksen aikana (Aunola, Leskinen, & Nurmi, 2004). Lasten motivaatio matematiikkaa kohtaan lisääntyi ensimmäisten vuosien aikana suhteellisesti enemmän niissä opetusryhmissä, joissa opettajan opetustavoitteena oli motivaation tai minäkuvan kehittäminen. Lapsen ensimmäisten kouluvuosien aikana muodostamat matematiikkaan liittyvät mieltymykset ennustivat puolestaan myöhempää matematiikan taitojen kehitystä.

3.3 Oppilaan temperamentti

Temperamentilla tarkoitetaan ihmiselle tyypillistä yksilöllistä reagoimis- tai käyttäytymistyyliä, joka erottaa hänet muista. Se perustuu yksilön biologiseen ja geneettiseen rakenteeseen. Jokaisella ihmisellä temperamentti on yksilöllinen ja synnynnäinen. Temperamentilla tarkoitetaan yksilöllisiä, biologiaan pohjaavia taipumuksia tai valmiuksia reagoida tietyllä tavalla sekä ympäristöön, että sisäisiin tiloihin, kuten nälkään, kipuun, väsymykseen ja tunnemyrskyihin (Keltikangas-Järvinen 2008, 12). Vasta kasvatus ja ympäristö muokkaavat synnynnäisestä temperamentista persoonallisuuden. Synnynnäinen temperamentti näkyy aina ihmisen tavoissa, mutta kasvun ja kehityksen kautta hänestä voi tulla esiin aivan uusia piirteitä ja hän oppii hallitsemaan temperamenttiaan. Temperamentti on siis vain osa ihmisen luonnetta ja persoonallisuutta, joten näitä käsitteitä ei pidä sotkea toisiinsa.

Temperamentti on pysyvä taipumus tai tyyli, joka selittää ihmisten erilaisuutta (Keltikangas-Järvinen 2008, 11). Tämä tyyli vaikuttaa ensinnäkin siihen miten nopeasti lapsi tai aikuinen oppii ja miten innokas hän on oppimaan uutta. Nopea oppiminen ei tarkoita eroa varsinaisessa oppimiskyvyssä vaan siinä, miten nopeasti temperamentti ”sallii” ihmisen lähestyä uutta asiaa, kokeilla tuntematonta ja hyväksyä muutoksia (Keltikangas-Järvinen 2006, 17).

3.3.1 Temperamentti ja oppiminen

Usein tulkitaan virheellisesti, että nopeasti uuden asian kimppuun käyvä lapsi on hyvä oppija. Pelkkä nopeus ei kuitenkaan vielä sano varsinaisesta oppimisesta mitään. Nopea lapsi voi olla hyvä oppija, mutta toisaalta hitaasti ja varoen uutta asiaa lähestyvä lapsi ei ole huono oppija (Keltikangas-Järvinen 2006, 17).

Lapsen temperamentti vaikuttaa myös siihen, millaisten kokemusten kautta lapsi oppii. Joidenkin lasten oppiminen on heti täynnä onnistumisen elämyksiä, toisilla taas oppiminen päätyy aluksi pääsääntöisesti turhautumiseen. Tämä ei taaskaan tarkoita että toinen lapsi on toista parempi oppija, mutta toisen temperamentti antaa paremman mahdollisuuden kerätä onnistumisia (Keltikangas- Järvinen 2006, 17-18).

Nykyään puhutaan paljon elinikäisestä oppimisesta ja painotetaan ”oppimaan oppimisen” tärkeyttä. Tämä kuitenkin edellyttää, että varhaiset oppimiskokemukset ovat olleet miellyttäviä. Lapsen persoonallisuus kehittyy myös oppimistapahtumien kautta, kun hän saa ympäristöltä palautetta yksilöllisestä oppimistavastaan. Lapsen saama palaute, on se sitten positiivista tai negatiivista, antaa pohjan lapsen minäkuvan, itsetunnon ja itseluottamuksen kehittymiselle (Keltikangas-Järvinen 2006, 18). Tietyillä temperamenttipiirteillä on koulumaailmassa suuri merkitys, ja puhutaankin ”koulutemperamentista”. Se sisältää kolme piirrettä: tehtäväorientaation, persoonallisuuden joustavuuden ja sopeutumisen sekä reaktiivisuuden (Keltikangas-Järvinen 2006).

Tehtäväorientaatio muodostuu kolmesta tekijästä: aktiivisuudesta, sinnikkyydestä ja häirittävyydestä. Jos oppilaan aktiivisuus ja häirittävyys ovat korkealla ja sinnikkyys matalalla, on oppilaan johdonmukaisesti kaikissa tutkimuksissa todettu jäävän koulussa kykyihinsä nähden alisuoriutujaksi. Tähän alisuoriutumisen ongelmaan tavallaan tiivistyy temperamentin merkitys koulussa. Alisuoriutuminen tarkoittaa oppilaan kykyihin nähden liian heikkoa koulumenestystä. Se ei kuitenkaan tarkoita syrjäytymistä ja koulun keskeyttämistä, sillä minkä tahansa keskiarvon omaava oppilas voi olla alisuoriutuja. Jopa yhdeksikön oppilas voi olla alisuoriutuja, jos ”oikea” osaaminen on kympin tasoa (Keltikangas-Järvinen 2006, 134).

Tehtäväorientaatio on siis suoraan yhteydessä koulusuoriutumiseen, kun taas joustavuus on epäsuorasti. Persoonalliseen joustavuuteen kuuluu korkea sopeutuvuus, positiivinen mieliala ja taipumus lähestyä uusia asioita ja ihmisiä. Jos oppilaan synnynnäinen temperamentti aikaansaa sen, että kaikki uusi on hänesta aluksia jännittävää ja pelottavaa, sisältyy hänellä koulunkäyntiin sellaisia jännitystekijöitä, jotka vaikuttavat hänen oppimiseensa. Koska temperamenttierot ovat pysyviä, nämä erot seuraavat oppilaita läpi koko koulu. Hidas mukautuminen saattaa aikaansaada sen, että suuri osa oppitunnista on mennyt ennen kuin oppilas on jälleen sinut juuri vaihtuneen oppimisympäristönsä kanssa. Jokainen uuden asian vastustaminen ei ole tottelemattomuutta, vaan sopeutumisen vaatimus todella sillä hetkellä ylittää oppilaan kapasiteetin (Keltikangas-Järvinen 2006, 135-136).

Kolmas koulunkäyntiin vaikuttava temperamenttitekijä on reaktiivisuus. Siihen kuuluvat intensiivisyys, reaktiokynnys ja negatiivinen mieliala. Korkea reaktiivisuus tarkoittaa herkästi kaikkeen reagoivaa oppilasta, jonka kaikki reaktiot ovat hyvin intensiivisiä ja jolla on taipumus olla huonolla tuulella. Näillä oppilailla on taipumus leimautua häiriköiksi ilman, että ovat vielä häirinneet mitään tai ketään. Reaktiivisuus on siis keskeisesti negatiivinen ominaisuus, jolla on haitallinen vaikutus oppimiseen. Sen merkitys on kuitenkin lasten ja nuorten maailmassa suurempi kuin mitä se on aikuisen ihmisen elämässä (Keltikangas-Järvinen 2006, 136).

3.3.2 Temperamentti ja matematiikka

Temperamenttia voisi kutsua eräänlaiseksi kouluvalmiusmuuttujaksi, joka vaikuttaa koulumenestykseen monien kanavien kautta. Oppimistapa on yksi niistä kanavista, Erilaiset oppiaineet suosivat erilaisia oppimistyylejä, ja silloin erilaisilla temperamenteilla varustetut oppilaat ovat eriarvoisessa asemassa. Tutkimukset ovat osoittaneet, että temperamentilla on kouluaineista korkein yhteys matematiikkaan. Oppilaat, joilla on matala aktiivisuus ja matala häirittävyys mutta korkea sinnikkyys eli korkea tehtäväorientaatiomenestyvät matematiikassa paremmin kuin käänteisellä temperamentilla varustetut oppilaat. Korkea tehtäväorientaatio selittää ennen kaikkea menestymistä sellaisissa osatekijöissä kuin spatiaalisten suhteiden, kvantitatiivisten käsitteiden ja käännettyjen lukuarvojen ymmärtämisessä. Tehtäväorientaatio selittää myös tilastollisesti merkitsevästi suoriutumista yksinkertaisissa peruslaskutehtävissä ja matematiikan perussovelluksissa. Temperamentilla on näin ollen itsenäinen, matemaattisista kyvyistä riippumaton yhteys matematiikan kouluarvosanoihin (Keltikangas-Järvinen 2006, 137-138).

3.4 Oppimistyylit

Oppimistyylit ovat persoonallisia ja yksilöllisiä tapoja ottaa vastaan, prosessoida **ja** palauttaa mieleen informaatiota. Itseohjautuva oppija tunnistaa omat oppimistyylinsä. Oman oppimistyylinsä tunnistaminen edesauttaa oppimista.

Yleisin oppimistyylijaottelu on aisteihin perustuva oppimistyylijaottelu. Ihminen hankkii tietoa ja muistaa asioita aistiensa kautta. Usein jokin aisteista on toisia dominoivampi. Se, mitä aistikanavaa kukin ihminen suosii, on yksilöllistä. Toiset oppivat tehokkaammin kuullessaan uutta tietoa, toisten täytyy taas nähdä oppiakseen. Aisteihin perustuvat oppimistyylit ovat (Oppimistyylit 2011):

- auditiivinen (kuuloaisti),
- visuaalinen (näköaisti) ja
- kinesteettinen (koko vartalon liikkeet) oppimistyyli.

Jos ihmisellä on useampi kuin yksi vahva aistikanava, oppimisen onnistuminen on todennäköisempää kuin jos ihmisen täytyisi luottaa vain yhteen aistiin.

Erilaisten oppilaiden aistikanavat pitää ottaa huomioon opetustilanteessa. Opiskelijan pitäisi itse tunnistaa ja ottaa huomioon omat vahvimmat aistikanavansa opetustilanteessa. Uuden tiedon sisäistämisen kannalta olisi hyvä, jos tieto tulisi ensin vahvimman aistikanavan kautta. Sen jälkeen tietoa voi täydentää muita aistikanavia hyödyntäen, joko yksinään tai yhdessä synergiaa käyttäen (kahden aistikanavan samanaikainen käyttö). Vahvojen aistikanavien kautta oppiminen ja sisäistäminen sujuu paremmin (Oppimistyylit 2011)

Liitteessä 2 on lukineuvolan havaintokanavatesti, jota opettaja voi hyödyntää suunnitellessaan opetusta tietylle ryhmälle. Kun opettaja haluaa suunnitella opetustaan yksilöllisesti tiettyjä oppilaita ajatellen, voi hän pyytää opiskelijan täyttämään testin, jotta vahvimmat aistikanavat löytyisivät. Näiden tietojen perusteella voi opettaja kertoa oppilaalle testin tuloksesta ja antaa neuvoja opiskeluun.

3.4.1 Kuulohavaintoon liittyvä (auditiivinen) oppiminen

Jos kuulo on oppilaan vahvin aisti tiedonkäsittelyssä, oppii hän uutta helposti kuuntelemalla esim. luentoja. Lisäksi hänellä saattaa olla tarve prosessoida tietoa ääneen itseksensä, minkä takia pienryhmäaktiviteetit, luokkakeskustelut ja tutoriaalit todennäköisesti sopivat hänelle (Oppimistyylit 2011). Esimerkiksi oppilaalle voisi toistaa fysiikan kaavan ”nopeus on matka jaettuna ajalla” ja samanaikaisesti kirjoittaa älytaululle kyseisen kaavan ja puhua oppilaan nähdessä suuliikkeen (visuaalinen selvitys myöhemmin). Oppilas voisi tällöin kirjoittaa kaavan (taktiili selvitys myöhemmin) omaan vihkoonsa. Auditiivisen opiskelijan kannalta pitäisi olla opiskelutilan olla mahdollisimman rauhallinen, eli muuta hälinää ei saisi olla. Sanalliset tehtävät ja ohjeet on helpompi oppia kun voi keskittyä kuuntelemaan olennaista. Samanaikainen kirjoittaminen vaikeuttaa auditiivista oppijaa. Lyhyet yhteenvedot voi kirjoittaa oppitunnin lopuksi. Ääneen lukeminen auttaa oppimista (Oppimistyylit 2011).

3.4.2 Näköhavaintoon perustuva (visuaalinen) oppiminen

Jos oppilas on visuaalinen oppija, pitää hän ehkä enemmän hiljaa lukemisesta kuin kuuntelemisesta. Jotkut visuaaliset oppijat eivät kuitenkaan opi helposti kirjoitetusta materiaalista, vaan tarvitsevat vähemmän verbaaliseen ilmaisuun perustuvaa oppimateriaalia, esimerkiksi kuvia ja kaavioita. Asian esittäminen kuvallisten apukeinojen kuten kuvien, taulukoiden ja kuvaajien välityksellä auttaa häntä vastaanottamaan ja painamaan uutta tietoa muistiin (Oppimistyylit 2011).

Keskittyminen tällaisella oppilaalla on usein hyvä, mutta hänellä saattaa olla vilkas mielikuvitus. Oppimistilannetta häiritsevät ylimääräiset liikkeet ja näköhavainnot. Kuvamuistista on apua kun hän jäsentelee uutta asiaa. Oppilas saattaa piirtää mielessään asioita jotka liittyvät asioihin. Oppilaalle tulisikin näyttää paljon havainnollisia kuvia. Lukeminen omassa rauhassa on parempi vaihtoehto kuin kuunteleminen (Oppimistyylit 2011).

Kaikki visuaaliset oppijat eivät hyödy kirjoitetusta tekstistä, mutta jos kirjoissa on hyvät kuvat ja esitykset, ne auttavat uuden oppimisessa. Esimerkiksi fysiikan ja sähköopin kaavat voi piirtää muistikolmioon. Käsitekartat ja muut vastaavat auttavat muistamista ja hahmottamista (Oppimistyylit 2011).

3.4.3 Taktiili / kinesteettinen oppija

Termejä taktiili ja kinesteettinen käytetään usein melkein synonyymeina, vaikka niiden välillä on olemassa ero. Jos oppilas on taktiili oppija, oppiminen on tehokkaampaa käsillä tekemisen kautta. Kirjoittaminen, piirtäminen ja mallien rakentaminen auttaa siis häntä oppimisessa. Jos taas oppilas on kinesteettinen oppija, hänen pitäisi pystyä liikuttamaan koko vartaloaan, ei ainoastaan käsiään, jotta tiedon vastaanotto ja käsittely olisi tehokasta. Opintoretket, pantomiimi ja tiedon dramatisointi ovat luultavasti hänelle sopivia oppimiskeinoja (Oppimistyylit 2011). Tämän soveltaminen matematiikan opettamisessa on varsin haastavaa!

Taktiilisella ja kinesteettisellä oppijalla on pienoinen ero. Taktiilisen oppijan oppiminen on tehokkaampaa käsillä tekemisen kautta. Kirjoittaminen ja piirtäminen auttavat oppimisessa. Kaikki taktiiliset eivät pidä kirjoittamisesta, mutta tietokoneella tekeminen usein koetaan mielekkäänä. Kinesteettisen oppijan oppiminen menee koko kehon kautta. Oppimista edesauttaa se kun jotain saa tehdä käsillä samaan aikaan kun kuuntelee. Esimerkiksi kaiken näpertelyn kieltäminen tunnin aikana ei ole tällaiselle oppilaalle hyvä asia. Opettajan olisi hyvä ymmärtää, että oppilas tukee käsien toiminnallaan oppimisprosessiaan (Oppimistyylit 2011, Honkanen 2008). Tämä onkin haaste opettajalle, miten opettaja voi tietää milloin oppilas tarvitsee käsien toimintaa oppiakseen ja milloin se taas häiritsee keskittymistä?

Teknisiä aineita käytännössä opetettaessa on huomioitava se seikka, että taktiiliselle oppijalle pitää ensin kertoa työturvallisuusmääräykset, sitten vasta antaa laite käsiteltäväksi. Vaaratilanne saattaa syntyä silloin kun halutaan jo koettaa laitetta ilman ohjeiden kuuntelemista ja sisäistämistä (Honkanen 2008).

3.4 Oppimisvaikeudet

Eräiden tietojen mukaan jopa kaksikymmentä prosenttia väestöstä kärsii oppimisen vaikeudesta. Aikaisemmin oppilaat, joilla oli oppimisvaikeuksia, sijoitettiin perusopetuksessa eri luokille, mutta nykyisin oppimisvaikeuksien katsotaan olevan ihmisen ominaisuuksia samalla tavalla kuin esim. oikeakätisyys. Usein oppimisvaikeudet johtuvat perinnöllisistä, aivojen tavanomaisesta poikkeavista, tavoista prosessoida tietoja. Noin neljäkymmentä prosenttia lapsista, joilla on oppimisvaikeuksia, on myös lähisukulaisia, jotka ovat kokenut samanlaisia ongelmia. Oppimisvaikeuksien ilmeneminen ja ongelmat ovat yksilöllisiä. Amerikassa on saatu myös todisteita siitä, että ympäristötekijöillä, kuten matalalla sosioekonomisella tasolla sekä raskauden aikaisilla muuttujilla, olisi vaikutusta lapsen huonoihin akateemisiin valmiuksiin, jotka lopulta johtavat kroonisiin oppimisvaikeuksiin (Oppimisvaikeudet 2011).

3.4.1 Oppimisvaikeuksien ilmeneminen

Oppimisvaikeudet voidaan luokitella kielellisiin erityisvaikeuksiin, hahmotusvaikeuksiin, tarkkaavaisuuden ja toiminnan ohjauksen vaikeuksiin ja motorisiin erityisvaikeuksiin (Oppimisvaikeudet 2011). Näistä kolmea ensimmäistä voidaan myös kutsua erityisiksi oppimisen vaikeuksiksi. Niiden tunnusmerkkinä voidaan pitää sitä, että opiskelijan akateemiset saavutukset ovat ristiriidassa oppimiskykyyn, ikään tai lahjakkuuteen nähden. Näiden lisäksi oppimisvaikeus voi liittyä kehityksellisiin vaikeuksiin, kuten cp-vammaan, lahjakkuustasoon eli älylliseen kehitykseen, kuten on kehitysvammaisilla tai psykososiaalisiin ongelmiin, kuten käytöshäiriöihin tai pelkotiloihin. Oppimisvaikeudet ilmenevätkin usein yhdessä: lukivaikeuksisella on usein vaikeuksia myös matematiikassa ja matematiikan oppimisvaikeuksia omaavalla hahmottamisen häiriöitä (Oppimisvaikeudet 2011).

Usein oppilaat, joilla on oppimisvaikeuksia, leimataan laiskoiksi, tyhmiksi tai epämotivoituneiksi. Oppimisvaikeus ei kuitenkaan tarkoita sitä, ettei ihminen voisi oppia tai että hän oppisi muita huonommin. Oppiminen vain tapahtuu eri tavalla ja tahtiin kuin muilla. Kun opettaja osaa ottaa oppilaissaan tämän huomioon, voi oppimisvaikeuksia omaavakin oppia yhtälailla kuin muutkin. Siksi on tärkeää, että erilaisen oppijan lisäksi hänen oppimisen vaikeuksistaan ovat tietoisia myös opetushenkilökunta ja opintojen suunnittelijat (Oppimisvaikeudet 2011). Hyvä lähtökohta oppimista pohtiessa on ajatella, että me kaikki opimme eri tavalla: kahta täysin samanlaista oppijaa ei olekaan!

3.4.2 Matemaattiset oppimisvaikeudet

Hahmottamisen vaikeudet ovat erilaisia vaikeuksia hahmottaa asioita, tekstiä, paikkoja, toimintatapoja tai esineitä. Ne vaikeuttavat opintoihin liittyen muun muassa opintojen suunnittelua, lukemista ja ennen kaikkea matematiikan opiskelua. Tämä näkyy myös työmuistin heikkoutena ja vaikeutena arvioida etäisyyksiä ja sijainteja. Asioiden jaksottaminen sekä suullisten ohjeiden kuvausten ymmärtäminen voi olla hankalaa. Ajantaju saattaa olla heikentynyt. Laitteiden toimintamekanismeja ja symboleja saattaa olla vaikeaa ymmärtää selkeistä ohjeista huolimatta. Tällaiseen oppimisvaikeuteen kuuluu usein sekä hieno- että karkeamotorinen kömpelyys, joka johtaa urheilun vieroksumiseen ja tavaroiden jatkuvaan kadottamiseen (Oppimisvaikeudet 2011). Luonnollisesti nämä vaikeudet vaikuttavat myös uusiin sosiaalisiin tilanteisiin ja niihin sopeutumiseen, sekä myös oppijan itsetuntoon.

Matematiikan ongelmat näkyvät usein proseduaalisina ongelmina ja ongelmina vaihtaa laskutoimituksesta toiseen. Hahmottamisen vaikeuksia voidaankin sanoa visuaalis-motorisiksi oppimisvaikeuksiksi (Oppimisvaikeudet 2011).

Matematiikan vaikeuksia eli dyskalkulatiaa ilmenee noin 3 - 7 prosentilla väestöstä. Tarkkaa määrää on vaikea sanoa, koska matematiikan oppimisvaikeus ilmenee eri ihmisillä eri tavalla ja sitä ei useinkaan diagnosoida. Matematiikan oppimisen vaikeus saattaa myös esiintyä vain yhdellä matematiikan osa-alueella. Esimerkiksi Einstein koki kaavojen kirjoittamisen erittäin vaikeaksi. Puhdas vaikeus onkin harvinaista ja matematiikan oppimisvaikeus esiintyy usein hahmottamisen vaikeuksien yhteydessä tai lukivaikeuksisilla. Lukivaikeuksisista noin neljäkymmentä prosenttia kokee vaikeuksia myös matematiikassa. Tämä johtuu lähinnä siitä, että heillä on vaikeuksia tehtävänannon lukemisessa ja ymmärtämisessä sekä pitkien tehtävänantojen ja ohjeiden muistamisessa (Oppimisvaikeudet 2011).

Matematiikan oppimisvaikeus ilmenee edellä mainittujen lisäksi kaavojen soveltamisen, mittayksiköiden käyttämisen, laskuvaiheiden auki kirjoittamisen, lukujen oikeinkirjoituksena sekä avaruudellisessa hahmottamisen vaikeutena. Lisäksi laskutoimituksia tai lukuja kirjoitettaessa saattaa oppilaalta jäädä numeroita puuttumaan, tai ne voivat vaihtaa paikkaa. Matemaattisten tehtävin ulkopuolella vaikeus näkyy lähinnä vaikeutena käsittää suuntaa ja aikaa, muistaa ja ymmärtää pitkiä sanallisia ohjeita sekä erilaisten strategiapelien, kuten shakin, pelaamisessa (Oppimisvaikeudet 2011). Tästä saattaa aiheutua ymmärrettävästi ongelmia myös arkielämässä, kun esim. tilinumeroiden muistaminen tai aikataulujen hallitseminen on vaikeaa.

3.5 Oppilaan etiikka

Etiikka on tutkimusala, joka tutkii moraalia ja siihen liittyviä kysymyksiä kuten eettisen toiminnan periaatteita, oikeaa ja väärää, hyvää elämää, sekä arvojen että eettisten väittämien luonnetta. Etiikka on sidoksissa muuhun ajatteluun siinä, että vastaukset eettisiin kysymyksiin riippuvat usein vastauksista todellisuuskäsitystä tai muita ajattelun osa-alueita koskeviin kysymyksiin (Crisp 2007).

Etiikka ja moraali käsitetään usein lähes synonyymeiksi. Ne erotetaan kuitenkin joskus niin, että etiikalla tarkoitetaan kokonaisvaltaista ajattelutapaa, jonka pohjalta ihminen suhtautuu moraalisiin kysymyksiin (Hetemäki 1999, 53-54.).

Opiskelutilanteessa eräät oppilaat saattavat käyttäytyä itsekkäästi ja välinpitämättömästi. Heillä ei ole mukanaan ennalta sovittuja opiskeluvälineitä, esimerkiksi laskin, kynät ja vihot puuttuvat. Matkapuhelinta käytetään laskimena jolloin sen käyttö muuhunkin tarkoitukseen tunnin aikana on helppoa. Muutaman euron funktiolaskimen hankinta koetaan liian kalliiksi investoinniksi. Opettajalla menee runsaasti aikaa ennen kuin saa otteen tapahtumista ja toiminnasta luokkahuoneessa. Ne oppilaat, jotka haluavat oppia, kärsivät itsekkäistä oppilastovereista.

Monella oppilaalla alkuasetelma on se, että matematiikka koetaan vaikeana oppiaineena ja sitä ei voi oppia. Oppilaiden vanhemmat sanovat, että meidän perheessä ei ole ”matematiikkapäätä”, ja perheen lapset tuudittautuvat tähän samaan uskomukseen, vaikka siihen ei edes olisi syytä. Jotkut oppilaat ovat kärsimättömiä ja häiriköivät oppimisvaikeuksien vuoksi. Iloinen ja tehokas oppiminen on poissa. Samalla turhautuneet opiskelijat häiritsevät motivoituneempien oppilaiden oppimista.

Matemaattisten aineiden oppimisvaikeus johtaa yleensä opiskeluajan pidentymiseen. Saattaa käydä niin, että oppilas tulee muutaman vuoden kuluttua suorittamaan pelkästään keskenjääneitä ATTO aineita (ammattitaitoa täydentävät tutkinnon osat). Syrjäytymisen riski on suuri, kun tutkintoa ei ole vielä suoritettu.

Oppilaat ovat kärsimättömiä valmistumisen suhteen, ja monet keskeyttävät ensimmäisen syksyn jälkeen alkaneet opintonsa. Oppilaan syrjäytymisen riski kasvaa. Jens Bayn mukaan vanhemmat eivät ole vaatineet nuorilta asioita jotka olisivat kasvattaneet heitä kärsivällisyyteen. Vastuun ottaminen itsestään ja teoistaan alkaa jo lapsuudessa pieninä asioina kerrallaan (Etiikka koulun arjessa 2002, 73.). Paljon on puhuttu julkisuudessa siitä, kuinka vanhemmat pelkäävät ottaa auktoriteetin asemaa, vaan pyrkivät olemaan lapsen kavereita. On kuitenkin vanhemman tehtävä opettaa lapselle mikä on oikeaa ja mikä väärää, vastuuta ei voi yksin sysätä koululaitoksen harteille. Mitä vanhemmaksi lapsi kasvaa ilman rajojen asettamista, sitä vaikeammaksi rajojen hyväksyminen lapselle muodostuu.

Nykypäivänä monet lapset ja nuoret ovat tottuneet saamaan haluamansa läpi heti tai ainakin nopeasti. Vanhemmat ovat siloittaneet tietä lapsilleen, ja vastoinkäymisiä ei osata käsitellä. Oppilaan kärsimättömyys näkyy myös opetustilanteessa, kun oppilas kokee, että hänen pitää saada oikea vastaus aikaiseksi heti. Oppilailta puuttuu siis usein kärsivällisyys yrittää ja oppia erehdyksienkin kautta. Tähän ongelmaan voi opettaja saada apua esim. verrantodominopelistä, joka esitellään myöhemmin tässä työssä. Verrantodominopeli on ajateltu pelattavaksi siten, että oppilas saa nopeasti vastauksen matemaattiseen ongelmaan ilman perinteisen kynän ja paperin käyttöä.

4 Luovat opetusmetodit ja -oppimisympäristöt

Luovuus on vapauteen ja älykkyyteen liittyvä kyky nähdä uusia asiayhteyksiä, kehittää epätavallisia ideoita, käsitteitä, tekniikoita ja intuitioita sekä etääntyä tavanomaisista ajatusmalleista.

Luovan ihmisen tuntomerkkeinä on pidetty mm. seuraavia ominaisuuksia: elämän tarjoamien mahdollisuuksien maksimointi, joustavuus ja ennakkoluulottomuus, riskinottokyky, vapauden etsiminen ja rajojen rikkominen. Myös kokeileminen, ilmaisukyky, omaperäisyys, verbaalinen sujuvuus, hyvä mielikuvitus, estetiikan taju, kyky ajatella vertauskuvin, reflektio eli oman toiminnan pohtiminen, vastuullisuus, itsekuri, joustavuus päätöksenteossa, itsenäinen arvostelukyky, kyky käsitellä uusia asioita ja taito löytää järjestys kaaoksesta. Luovuudesta puhutaan usein oppijan näkökulmasta, mutta tässä pohdimme luovuuden hyödyntämistä opettajan näkökulmasta.

Usein sorrutaan ajattelemaan, että matematiikalla ja luovuudella ei ole mitään tekemistä toistensa kanssa. Tämä perustuu pitkälti ihmisten koulumuistoihin, joissa matematiikka yhdistyy vahvasti laskemiseen. Luovuus liittyy ihmisten mielessä enemmän esimerkiksi taiteeseen. Mutta luovuus ei ole vain taiteilijoiden yksinoikeus, vaan se liittyy vahvasti myös jokapäiväiseen elämään. Esimerkiksi tee-se-itse-mies toteuttaa luovaa ajattelua, kun hän puutteellisin työkaluin ratkaisee ongelmia. Matemaatikot ainakin kiistävät jyrkästi luovuuden erottamisen matematiikasta. Joustava ajattelu on eräs tärkeimmistä ominaisuuksista, joita menestyksekäs ongelmanratkaisija tarvitsee. Matematiikassa tarvitaan siis sekä luovuuteen liittyvää intuitiota että analyyttista ajattelua eli logiikkaa (Pehkonen 2011).

4.1 Opetusmetodit

Kuka tahansa meistä voi olla luova opettaja. Luovuus lähtee siitä, että opettajana olemme uteliaita, kyseenalaistamme ja ihmettelemme, kokeilemme uutta. Me tiedämme, mitä opiskelijan on tärkeä oppia; se, miten he oppivat voidaan aina kyseenalaistaa. Oppimistapoja on erilaisia, ja opettajan tehtävä on huomioida ne parhaan kykynsä mukaan. Innostava opettaja pistää peliin itsensä kokonaan: kokemuksen, tiedon, tunteet ja asenteet. Hän on kuitenkin myös avoin ottamaan vastaan uusia asioita tai poikkeavia mielipiteitä (Cseh, 2009). Monet matemaattisten aineiden opettajat ovat ”kangistuneet” vanhoihin opetusmetodeihin, ja koetaan, ettei matematiikkaa voida opettaa luovilla metodeilla. Mutta olisiko se kuitenkin mahdollista?

Luovan opettajan tehtävä on vangita oppilaan huomio, joka jo sinänsä on haastava tehtävä, jos oppilaalla ei itsellään ole kiinnostusta tai motivaatiota. Oppimiselle tärkeintä on oppijan sisäinen motivaatio, mutta opettaja voi vaikuttaa siihen ratkaisevasti (Cseh, 2009). Luovuudessa pitäisi luopua kaavamaisuudesta ja rutiineista. Luovassa opetuksessa tulisi miettiä sitä, että ei tarkoituksellisesti opetettaisi oppilaille myös vain uutta rutiinia. Oppimismetodien tulisi pohjautua oppilaan omaan oppimistasoon ja laskuesimerkeistä saisi eniten hyötyä, jos ovat omaan ammattiin liittyviä, jolloin niillä olisi mahdollisesti myös positiivinen vaikutus motivaatiotasoon. Tällöin oppilaan jopa välttäväänkin matematiikan taitoa saadaan kehitettyä eteenpäin.

Uusien opetusmetodien kautta saataisiin oppimisympäristöön aikaiseksi innostava ja kannustava ilmapiiri. Oppilaiden tulisi kokea, että erilaisuus sallitaan myös matemaattisten aineiden tunneilla, ja oikea vastaus tehtäviin voidaan saada useamman ratkaisumenetelmän avulla. Opetus olisi tällöin oppilaan ehdoilla tapahtuvaa. Jos oppilas ei ole normaaliopetuksessa saavuttanut riittävä tulostasoa, niin opettajan olisi viimeistään silloin kokeiltava jotain muuta opetusmetodia. Perinteiset opetusmateriaalit ovat hyviä sellaisenaan normaalissa luokkaopetuksessa, mutta joskus on opettajan uskaltauduttava uusille vesille, ja kokeiltava jotain aivan uutta.

Matematiikka koulussa ei saisi olla pelkästään laskemista, vaan opetuksen päämääränä pitäisi olla myös ymmärtäminen ja matemaattisen ajattelun kehittäminen. Tavanomaista kouluopetusta on syytetty siitä, että se pitää täysin erillisenä toimintaa ja kontekstia, jossa oppiminen tapahtuu. Matematiikan oppiminen on tutkimustulosten perusteella kuitenkin varsin tilannesidonnaista (Pehkonen 2011).

Opetuksessa olisi valittava vaihtoehtoja kun opetetaan erityistä teemaa, aihetta, käsitettä, uutta työskentelytapaa tai taitoa. Tämä on myös tärkeää kun pohjustetaan käsitettä, rakennetaan systemaattisesti tietoa, kehitetään sovelluksiin sopivaa tietoa tai harjoitetaan kykyjä sekä rutiinia (Szalontai 2002).

Opetuksessa tulisi käyttää mahdollisimman montaa erilaista opetusmetodia. Näin opettaja voi laajentaa omaa menetelmällistä kulttuuriaan, luovuuttaan ja kekseliäisyyttään. On suositeltavaa, että oppilaille tarjotaan mahdollisimman monta erilaista lähestymistapaa opittavaan ainekseen, koska oppijoitakin on niin monia erilaisia. Parhaat opetusmetodeista tulisi yhdistää, jotta oppitunnit saadaan sekä sisällöllisesti että menetelmällisesti oppilaiden tarpeita vastaaviksi. Piaget'n sisäistämisteorian mukaan ei tarvita monimutkaisia apuvälineitä, kun käsitettä muodostetaan. Hänen teoriansa pohjautuu ulkoiseen toimintaan ja sisäiseen ajatteluun. “*Ulkoinen toiminta muutetaan vähitellen sisäiseksi ajatteluksi käyttäen ensin välineitä, sitten kvasimanipulatiivista ajattelua (kuviteltu toiminta tai malli), lopuksi pelkästään ajattelua.*” (Szalontai 2002, Lavonen 2011).

Opetuksen visualisointi on tärkeää. Visualisoinnin voimakkuushierarkia kasvavassa järjestyksessä on:

1. luento; selitys ja esimerkit,
2. kuvat, kalvot, kuviot ja muut graafiset esitykset
3. liikkuvilla visuaalisilla apuvälineillä demonstrointi (esimerkiksi tietokoneanimaatio, videofilmi)
4. todellisen elämän demonstrointi ja toiminta
5. apuvälineiden käyttö
6. oman kehon liike

(Szalontai 2002)

Oppilaille kannattaa näyttää mahdollisemman monta ratkaisutapaa, ja oppilaalle annetaan itselleen vapaus päättää mitä metodia käyttää. Oppilaan kommentointi on tärkeää, hänellä tulee olla turvallinen olo kommentoida ” miksi opetat noin vaikeasti, en ymmärrä siitä mitään”. Opettajan pitää myös itse olla kykeneväinen ottamaan vastaan kritiikkiä ja huomata, että oppilas on jo omaksunut jonkin tavan ratkaista matemaattisen ongelman, ja opettaja on näin ollen onnistuneet opetuksessa.

Mitä opettajan on siis tehtävä tullakseen luovemmaksi? Yksi tärkeä asia on katsoa oman ammattialan ulkopuolelle: muiden alan edustajien kanssa keskustelemalla syntyy usein yllättäviäkin huomioita tai uusia asioita. Usein matemaattisten aineiden opettajien keskuudessa keskustellaan siitä, miten luovien opetusmetodien käyttö on vaikeaa teorioita opetettaessa. Keskittymällä kokonaisuuksiin ja soveltamalla käytännössä oppimaansa voi opettaja kuitenkin uudistaa omaa toimintaansa. Tiedon lisäksi opettaja tarvitsee asennetta: avoimuutta, joustavuutta, kaavojen rikkomista. Opettajalla täytyy olla rohkeutta: rohkeutta leikkiä, rohkeutta epäonnistua (Cseh 2009). Apua löytyy nykypäivänä verkosta. Liitteessä 3 on luettelo linkkejä eri www-sivuille, joista opettaja voi poimia hyödyllisiä vinkkejä opetukseensa.

Innostava ja luova opettajuus vaatii sitä, että hän tekee työtään koko sydämestään. Ammattitaito on vain osa opettajuutta; omaa alaa on rakastettava, aivan kuten on rakastettava opettamista. Luova opettaja rakentaa rohkaisevaa, iloista ilmapiiriä, jossa oppiminen lähtee toisten arvostamisesta. Mutta ennen kaikkea luovalta opettajalta vaaditaan aitoutta: hänen on uskallettava näyttää ja käyttää koko persoonaansa (Cseh 2009).

Opettajalle ehkä helpoin tapa lähteä lisäämään luovuutta omassa opetuksessaan on uudistaa omia opetusmenetelmiään. Perinteisten menetelmien sijaan kannattaa miettiä erilaisia vaihtoehtoisia tapoja kuten vierailevia asiantuntijoita; kutsu vaikka joku vanhempi opiskelija opettamaan nuorempia, tai pyydä jokin työelämän edustaja paikalle kertomaan, että ihan oikeassakin elämässä matematiikkaa tarvitaan. Vastuun jakaminen toimii aina: ryhmätyöt ja aivoriihet ovat mainio tapa saada opiskelijat keskustelemaan ja oppimaan toisiltaan (Cseh, 2009). Ryhmäpaine myös lisää vähemmän aktiivisten opiskelijoiden tarvetta osallistua työhön.

Menestymisen tarve ja stressi estävät luovaa toimintaa. Tarvitaan sosiaalisen ympäristön luovaa rohkeutta ja uskoa oppijan itsenäiseen, omaehtoiseen opiskeluun ja avoimeen, luovaa toimintaa tukevaan oppimisympäristöön (Luovuus ja ongelmakeskeinen oppiminen 2011). Opettajan tulee muistaa myös oma jaksaminen ja hyvinvointi, uupunut opettaja kykenee harvoin luovuuteen.

4.2 Oppimisympäristöt

Oppimisympäristö tarkoittaa fyysisistä, psyykkisistä ja sosiaalisista tekijöistä koostuvaa ympäristöä, jossa opiskelu ja oppiminen tapahtuvat (Lamminen, Pouru-Rajala, Sarsama, Teinonen, 2010, Opetushallitus 2004). Oppiminen voi olla joko virallisen ja epävirallisen opetuksen seurausta tai arkioppimista.

Oppimisympäristö-sanaa käytetään usein myös tarkoittamaan yksittäistä oppimisalustaa, vaikka oppimisalusta tulisikin nähdä vain oppimisympäristön teknisenä osana. Hyvin usein oppijan oppimisympäristöä ajatellaan kapeasti, ottamatta huomioon kaikkia sen ulottuvuuksia (Lamminen ym. 2010).

Suomen perusopetuksen opetussuunnitelman perusteissa oleva oppimisympäristöjen kolmikantainen jako voidaan laajentaa seuraavasti:

- oppimista mahdollistavia ja rajoittavia
    - fyysisiä elementtejä: koulurakennus, koululuokka välineineen
    - teknisia elementtejä: kynä, kumi, vihko, liitutaulu, tietokone, verkkopohjainen oppimisalusta jne.
- oppimista ulkoisesti muokkaavia
    - sosiaalisia elementtejä: luokkatoverit, opettajat, vanhemmat, kaverit
    - kulttuurisia elementtejä: koulun vakiintuneet toimintatavat
- oppimista sisäisesti muokkaavia
    - kognitiivisia elementtejä: omat tiedot ja taidot
    - affektiivisia elementtejä: motivaatio, tavoitteet, vireys, tunnetila

Fyysistä oppimisympäristöä tarkastellaan tilana ja rakennuksena, taustateoriana toimivat tällöin arkkitehtuuri ja tilasuunnittelu. Sosiaalista oppimisympäristöä taas tarkastellaan vuorovaikutuksena, jolloin teoriapohjaa tarjoavat sosiaalipsykologia, ryhmäprosessit ja kommunikaatio. Teknistä oppimisympäristöä tarkastellaan taas opetusteknologian näkökulmasta, viitekehyksenä on tieto- ja viestintätekniikka opetuksessa.
(Lamminen ym. 2010, Manninen ym. 2007. s 36)

4.2.1 Fyysinen näkökulma

Näkökulmassa korostuu mielikuva oppimisympäristöstä fyysisenä tilana, useimmiten tilana tai rakennuksena. Institutionaalisen koulutuksen yhteydessä kyse on koulujen ja oppilaitosten opetustilojen suunnittelusta. Työpaikoilla ja työssä tapahtuvan oppimisen yhteydessä voidaan vastaavasti tarkastella työpisteiden ja huoneiden suunnittelua siitä näkökulmasta, kuinka erilaiset tilaratkaisut edistävät tai estävät oppimista (Lamminen ym. 2010).

Modernissa koulusuunnittelussa on usein huomioitu erilaiset ryhmätyön ja keskustelun mahdollistavat tilat perinteisempien tiedon jakamiseen soveltuvien tilojen ja luokkahuoneiden rinnalla. Esimerkkejä ovat mm. luontaisen vuorovaikutuksen, tiedon jakamisen ja kohtaamisen mahdollistavat tilat (aulat, ”agorat”, maisemakonttorit). Näkökulmassa huomioidaan usein myös tilojen turvallisuus, viihtyisyys, mukavuus ja terveellisyys. (Lamminen ym. 2010, Manninen ym. 2007. s 38)

4.2.2 Sosiaalinen ja psykologinen näkökulma

Sosiaalista vuorovaikutusta korostava näkökulma pohtii kysymystä, minkälainen henkinen ja psykologinen ilmapiiri tukee oppimista. Painotus voi olla myös oppimista tukevassa sosiaalisessa vuorovaikutuksessa. Keskeistä oppimisen kannalta ovat oppimisympäristön mahdollistamat ja tukemat ryhmäprosessit, yhteistoiminnallisuus, vuorovaikutus, kommunikaatio ja dialogi. Henkisen ilmapiirin korostamisen taustalla on yleensä humanistinen psykologia eli osallistujien välinen luottamus, yksilöiden kunnioitus ja ryhmädynamiikka. (Lamminen ym. 2010, Manninen ym. 2007. s 38)

Hyvä oppimisympäristö koostuu paitsi hyvästä fyysisestä ympäristöstä myös hyvästä psyykkisestä ja sosiaalisesta ympäristöstä. Hyvä psyykkinen ympäristö syntyy kouluttajan ja koulutettavien tasaveroisesta, avoimesta, kannustavasta ja hyväksyvästä toiminnasta. Kouluttaja rohkaisee osallistujia rakentavaan kritiikkiin. Samalla korostetaan sitä, että useisiin ongelmiin ja kysymyksiin ei ole oikeaa tai väärää vastausta. On vain erilaisia näkemyksiä ja vaihtoehtoja, joista yritetään yhdessä valita kyseiseen tilanteeseen paras mahdollinen. On myös hyvä hyväksyä se tosiasia, että todellista muutosta ei tapahdu ilman ristiriitoja ja että toisessa työyhteisössä hyväksi havaittu menetelmä tai ratkaisu ei ole suoraan siirrettävissä toiseen (Lamminen ym. 2010).

Taitavinkaan kouluttaja ei voi, eikä tarvitse, tietää kaikkea. Hyvän psyykkisen oppimisympäristön luomista edesauttaa se, että kouluttaja myöntää, ettei hän tiedä oikeaa ratkaisua johonkin pulmaan. Osaamisen kehittämisessä on kysymys synergiaedun saavuttamisesta yhdessä oppimisen avulla. Hyväkin kouluttaja on auktoriteettiasemastaan huolimatta opiskelija muiden joukossa. Usein riittää, että hän hallitsee koulutusprosessin eli auttaa opiskelijoita oppimaan (Lamminen ym. 2010).

Oppilaiden keskittymisvaikeuksiin ja muihin matematiikan oppimista rajoittaviin ongelmiin tulisi myös puuttua kun mietitään oppimisympäristöjä. Liian suuret opetusryhmät haittaavat oppilaiden keskittymistä, sillä ryhmät voivat olla liian heterogeenisia. Käyttökelpoiseksi saattaisi osoittautua useiden opettajien haluama tasokurssijako (Lilja 2002).

4.2.3 Tekninen näkökulma

Teknisessä näkökulmassa oppimisympäristö nähdään opetusteknologisena sovelluksena. Oppimisympäristökäsitteen leviäminen opetusalan yleiseen kielenkäyttöön johtunee paljolti siitä, että erilaisista uutta tieto- ja viestintätekniikkaa hyödyntävistä opetus- ja opiskelumenetelmistä ja välineistä on yleisesti käytetty nimitystä oppimisympäristö. Terminologia on yhtä kirjavaa kuin käytäntökin, ja yleisempien ”verkkopohjaisen” ja ”virtuaalisen” oppimisympäristön rinnalla on käytetty myös termejä digitaalinen, moderni, telemaattinen jne. Kyse on kuitenkin yksinkertaisesti siitä, kuinka tieto- ja viestintätekniikkaa hyödynnetään opetuksessa ja oppimisen tukena. Voidaan puhua yhtäältä teknologian ”sisään” rakennetuista oppimisympäristöistä ja toisaalta teknologian hyödyntämisestä erilaisissa oppimistilanteissa. Käytännössä tässä näkökulmassa korostuu nykyisin erityisesti uusin www-pohjainen, digitaalinen ja mobiiliteknologia. (Manninen ym. 2007. s 40)

Suomessa alettiin 1990-luvun puolivälissä hyödyntää Internetiä opinnollisiin tarkoituksiin. Edelläkävijät korostivat, etteivät he rakenna Internetiin luokkahuoneita, mutta kun ei muuta sopivampaa termiä ollut käsillä niin he alkoivat puhua oppimisympäristöistä. Myös opiskeluympäristön käsite otettiin esille oppijan aktiivisen toiminnan ympäristön erottamiseksi, jolloin oppimisympäristönä voitiin nähdä oppijan omassa mielessään tai päässään konstruoima malli ulkoisesta todellisuudesta (Tella 2001). Kasvatussosiologit huomauttivat, että käsite oppimisympäristö kaventuu liikaa. Heidän mielestään oppimisympäristöjä oli muuallakin kuin vain netissä. Teknologiasta innostuneet opettajat, kouluttajat ja teknologit eivät kritiikistä piitanneet vaan alkoivat tehdä luomuksistaan ohjelmallisia versioita. Oppimisympäristö kaventui merkitsemään ohjelmaa, jonka avulla voitiin opettaa ja opiskella netissä. Ensimmäisiä ohjelmia olivat Alta Vista Forum ja Idemix. Myös projektit, jotka toimivat verkko-opetuksen saralla alkoivat käyttää itsestään nimitystä oppimisympäristö.

4.3 Opetusmateriaalit

Perinteisesti matematiikan opetuksessa käytetään kullekin kouluasteelle suunniteltuja oppikirjoja. Opettaja voi useimmiten valita mieleisensä kirjan, mutta onko missään oppikirjassa esitetty aineisto ja sen järjestys kuitenkaan aina oppilaita motivoivaa? Motivaation kannalta "looginen" etenemistapa eli kaava "määritelmät -> laskut/koejärjestelyt -> tulokset" tuottaa usein oppilaille ongelmia. Alkuvaiheessa annetut määritelmät saattavat nimittäin tuntua oppilaan mielestä täysin mielivaltaisilta Perinteinen oppikirjan esitys voi olla loogiselta kannalta moitteeton, mutta moni oppilas saattaa ihmetellä, mikä on kaiken takana. Pelkästään se, että alussa mainitaan epämääräisesti sovellukset, ei riittäne vakuuttamaan oppilasta, jolla on motivaatio entuudestaankin kateissa. Vaihtoehtoisessa menetelmässä motivoidaan aina seuraavaa vaihetta, jolloin on toisaalta luonnollista, että "toimivan kokonaisuuden" perusteleminen jää viimeiseksi (Oppikirjalogiikasta motivoivaan matematiikkaan 2011).

Toinen seikka, johon on syytä kiinnittää tässä yhteydessä huomiota, on keskeisen materiaalin tunnistaminen ja päähuomion kohdistaminen siihen. Monet sivuseikat on helppo omaksua, jos aiheen perimmäinen idea on hyvin hallussa. Asiaa voidaan

havainnollistaa seuraavalla koulumatematiikkaan kuuluvalla esimerkillä (Oppikirjalogiikasta motivoivaan matematiikkaan 2011):
*”...peruskoulun koulukirjoissa käsitellään aihetta "sekalukujen muuntaminen murtoluvuiksi" (esim. 3 3/4 -> 15/4) antamalla hankalalta kuulostava sääntö "kokonaisosa*nimittäjä + osoittaja jaettuna nimittäjällä" ja vielä paljon pidempänä litaniana. Toisaalta 3 3/4 tarkoittaa (määritelmän mukaan) samaa kuin 3 + 3/4, jolloin kyseessä onkin (varsin yksinkertainen) erikoistapaus murtolukujen yhteenlaskusta ja niiden laventamisesta samannimisiksi! Sen sijaan, että sekalukujen muuntaminen esitettäisiin yleisen periaatteen erikoistapauksena, sitä käsitellään koulukirjoissa ENNEN murtolukujen yhteenlaskua, ilmeisesti eräänlaisena muistisääntönä... ”*
Opettajat ja asiantuntijat saattavat siis syöttää omia muistisääntöjään aloittelijoille tarkoitetun materiaalin joukkoon, minne ne eivät oikeasti kuulu. Kokeneen opettajan pitäisi tunnistaa nämä kohdat ja hänellä tulisi olla riittävästi rohkeutta niiden sivuuttamiseen. Samalla hänen on kuitenkin hyvä yrittää tutkia kriittisesti myös omaa tulkintaansa: miksi se on parempi/huonompi kuin kirjassa esitetty? Käytänkö itsekin huomaamattani tällaisia menetelmiä (Oppikirjalogiikasta motivoivaan matematiikkaan 2011)?

Seuraavassa esittelemme kaksi vaihtoehtoista opetusmenetelmää, joita olemme käyttäneet oppilaiden kanssa matemaattisia tehtäviä ratkottaessa. Ideana on ollut se, että oppilas ”unohtaa” laskevansa, kun matematiikasta onkin tehty hauskempaa.

4.3.1 Verrantopeli

Heikko laskija hyötyy verrannosta matemaattisena työkaluna. Verrannon ratkaisua voi opetella myös verrantodominopelillä (kuva 4.3.1.1). Verrantodominopelin säännöt on esitelty tarkemmin liitteessä 4. Idea on se, että ensin opetellaan mekaaninen ratkaisutapa ja oppilaat saavat käyttää ainoastaan laskinta. Kunkin tehtävän ratkaisu antaa tarvittavan lukuarvon dominon pelaamiseen. Kun numeerinen ratkaisu löytyy nopeasti, niin oppilas kiinnostuu käyttämään ko. menetelmää. Kun kiinnostus aiheeseen on saatu herätettyä, oppilaita kannustetaan pyörittämään yhtälöä myös perinteiseen malliin paperille. Oppilas saattaa kokea paperille laskemisen jälleen turhauttavana, mutta motivaatiota voisi lisätä muistuttamalla, että myös koetilanteessa opettaja vaatii laskuesimerkin paperille.

Kuva 4.3.1.1. Oppilaat opettelevat verrantoa verrantodominon kautta.

Peliä voi pelata yksin tai ryhmässä. Aloituskortiksi voidaan ottaa mikä tahansa kortti. Oppilas (oppilaat) ratkaisee verrannon ”pikamenetelmällä” jossain kortissa on oikea vastaus. Kaikki pelaajat tarkistavat verrannon tuloksen. Jonka kortissa on oikea vastaus laittaa yhtälön perään vastauksen. Oppilaat eivät keskustele vaan odottavat kunnes löytyy oikea vastaus. Peli jatkuu kunnes kortit ovat kaikki pöydällä ja alku ja loppu kohtaavat oikean vastauksen myötä.

Verranto on havainnollistava ratkaisutapa .Esimerkiksi oppilas voi unohtaa tiheyden kaavan kun hänen pitäisi ratkaista jonkin kappaleen massa kun tiheys ja tilavuus tiedetään. Tiheyshän kertoo esim. mikä on yhden kuution massa tiettyä ainetta, esimerkiksi betonin tiheys on n. 2500 kg/m³. Verrannolla oppilas saa heti vastauksen ja huomataan että kaavaa ei tarvinnutkaan opetella ulkoa.

Eräs toisen asteen matematiikan opettaja kertoi, että hän opetti lääkelaskuja oppilaille verrantoa käyttäen. Oppilaat olivat omaksuneet laskennan verrannon avulla.

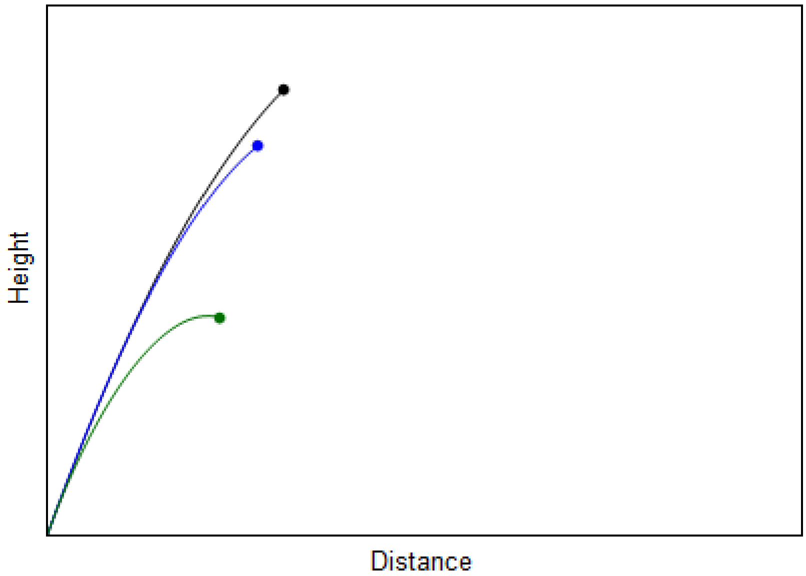
Lääkelaskenta on monelle hoitoalan oppilaalle kompastuskivi, joten uusien opetusmetodien käyttö on tällöin varsin suositeltavaa.

Verrannon suorittaminen kannattaa opettaa oppilaille yksi vaihe kerrallaan. Ensin varmistetaan, että oppilas hallitsee mekaanisen suorituksen varmasti, ja sitten sen jälkeen vaiheittain lisätään vaatimuksia ongelmanratkaisutaidossa. Eli kun oppilas tietää muut arvot, osaa hän ratkaista puuttuvan arvon verrantoa käyttäen. Oppilaalle kannattaa alussa vain opettaa suoraan verrannolliset laskutoimitukset, sillä oppilasta ei alussa kannata kuormittaa monimutkaisemmilla kääntäen verrannollisilla laskutoimituksilla. Kuormitusta lisätään sitten oppilaan kykyjen mukaan. Liitteessä 4 on lisää käytännön esimerkkejä verrannosta. Kokemuksemme perusteella, voimme sanoa, että verranto on havainnollistava ratkaisutapa, josta erityisesti heikompi laskija hyötyy suunnattomasti.

4.3.2 Matemaattisten ongelmien visualisointi

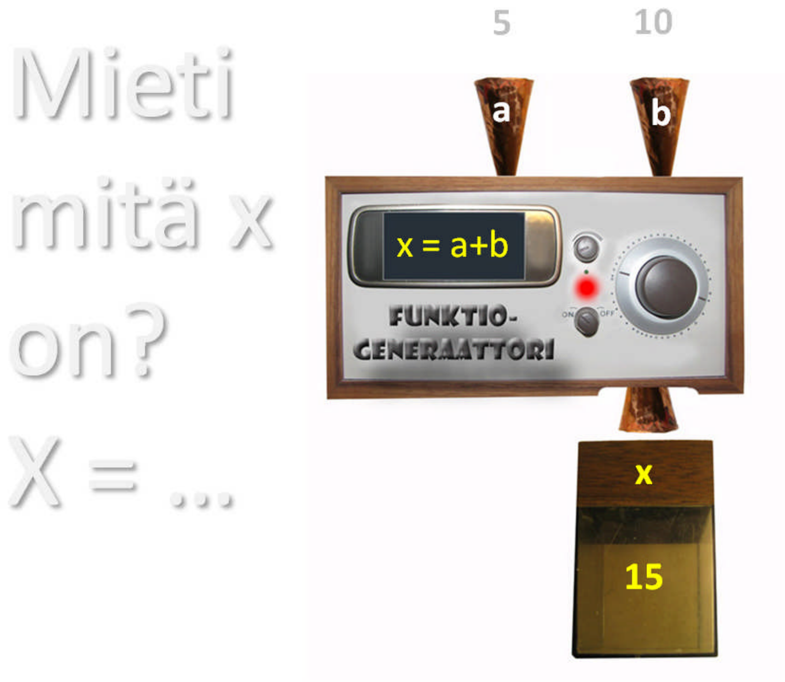
Vanha sananlasku sanoo ”yksi kuva kertoo enemmän kuin tuhat sanaa”. Etenkin visuaalisen oppijan kohdalla tämä pitää paikkaansa. Nykyajan nuoret elävät maailmassa, jossa grafiikkaa ja elävää kuvaa on saatavissa tietokoneelta monessa eri muodossa. Koska tietokoneympäristö koetaan usein ruutupaperia mielekkäämmäksi, kannattaisi opettajienkin käyttää erilaisia tietokonegrafiikoita ja -ohjelmia opetuksen apuna.

Usein kuulee oppilaiden epäilevän matematiikan taitojen tarpeellisuutta arkielämässä. Visualisointi saattaa auttaa tässäkin tapauksessa. Yhtään matkapuhelinta tai tietokonetta ei olisi keksitty ilman yhtälönratkaisutaitoja. Tässä kohdassa on hyvä lähteä perusteista kuitenkin liikkeelle, esim. mekaniikan peruslaskutoimituksista. Kuvassa 4.3.2.1 esitetään grafiikkaa, jota on verkossa käytettävissä mekaniikan laskennassa, tässä esimerkissä heittoliikkeen analysoinnissa. Siinä oppilas näkee, miten jonkin arvon muutos vaikuttaa lopputulokseen. Oppilaalla on siis mahdollisuus syöttää erilaisia lähtöarvoja, ja saada sitten siitä lopputulos muista arvoista. Tämä auttaa oppilasta hahmottamaan muutosten vaikutusta sekä oppilaan kykyä arvioida myöhemmin, onko itse lasketut arvot oikeaa suuruusluokkaa. Nykyajan oppilailta puuttuu usein ”maalaisjärki” laskutoimituksissa, toisin sanoen ei jakseta arvioida onko oppilaan laskema lopputulos ollenkaan sitä suuruusluokkaa kuin voisi olettaa sen olevan. Esimerkiksi jos pyydetään mekaniikan laskussa laskemaan kävelijän loppunopeus tietyn kiihtyvyyden jälkeen, oppilas saattaa pitää tulosta 12 m/s sopivana ratkaisuna. Tätä kun kuitenkin miettisi käytännössä, niin oppilas ymmärtäisi, että kukaan ihminen ei kävele sellaista nopeutta. Tämä liittyy kenties aikaisemmin mainitsemaamme kärsimättömyyteen jota nykyajan oppilaissa esiintyy. Kuitenkin työelämässä edellytetään ihmisiltä kykyä arvioida asioiden järkiperäisyyttä, ja sitä opettajien tulisikin painottaa opintojen aikana.

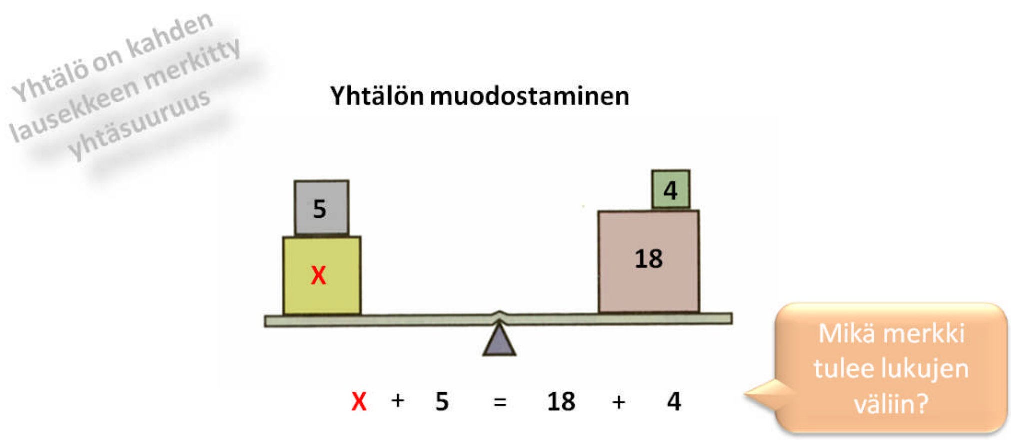


Kuva 4.3.2.1 Visuaalinen havainnointi heittoliikkeestä.

Joillekin oppilaille edellä esitetystä visualisoinnista ei ole apua, jos taidot eivät ole riittävällä tasolla. Heille voi olla apua esimerkiksi Winnovan opettajan, Jaakko Ahorannan, kehittämistä Powerpoint-visualisoinneista, joista esitetään still-kuvat kuvissa 4.3.2.2 ja 4.3.2.3. Näissä powerpoint-esityksessä pyörii visualisointi, jossa näkyy eri muuttujien vaikutus lopputulokseen. Tietokonepelien maailmasta innostuneille oppilaille, tällainen voi olla motivoiva oppimisympäristö ja edesauttaa ymmärtämistä.



Kuva 4.3.2.2 Jaakko Ahorannan kehittämä funktiogeneraattori, joka havainnollistaa funktiolaskentaa.



Kuva 4.3.2.3 Jaakko Ahorannan kehittämä visualisointi yhtälön muodostuksesta.

5 Luovuutta myös oppimisen arviointiin?

Luovuus on luonnollinen potentiaali, joka kuitenkin aikuistuessa pikku hiljaa hiipuu. Tämä hiipuminen alkaa siinä vaiheessa, kun yksilö alkaa tekemisissään vastata ulkopuolisiin odotuksiin. Esim. lapsen luovuus voidaan sammuttaa epäsuoralla ja hienovaraisella palkitsemisella - kukapa meistä ei kehuja kaipaisi. Ulkoiset tavoitteet ja käytösmallit ohjaavat kuitenkin niin lapsia kuin aikuisiakin toimimaan niin kuin "pitäisi", eli sopeutumaan vallitsevaan tilanteeseen (Luovuus ja ongelmakeskeinen oppiminen 2011). Koska opettajat ovat jo aikuisia, on monella heistä, jo luovuuden määrä pienentynyt iän ja kokemuksen myötä.

Palkitsemisen ja luovuuden suhde ei ole yksiselitteinen, sillä toisaalta ihminen tarvitsee palautetta toimistaan, toisaalta palaute voi estää häntä toimimasta luovasti. Minkälainen arviointi olisi sellaista, että se tukisi oppijan omaa luovuutta ja erilaisia oppijoita? Arvioinnin kohteena ja tavoitteena pitäisi olla oppijan itsenäisen toiminnan kehittymisen tukeminen ja itsetuntemuksen lisääminen. Oppijakeskeinen ja oppijan itsearviointi todennäköisesti antavat paremmat mahdollisuudet oppijan omien hyvien ja huonojen puolien tiedostamiseen (Luovuus ja ongelmakeskeinen oppiminen 2011). Hän saattaa kuitenkin tarvita apua ja ohjausta oppiakseen hyödyntämään saamansa tiedon. Itsearviointi toimii monella aikuisoppijalla hyvin, mutta siinä tapauksessa, että oppilaalla on muutenkin motivaatiovaikeuksia, voi itsearviointi olla hyödytön työkalu, jos oppilasta ei siinä avusteta.

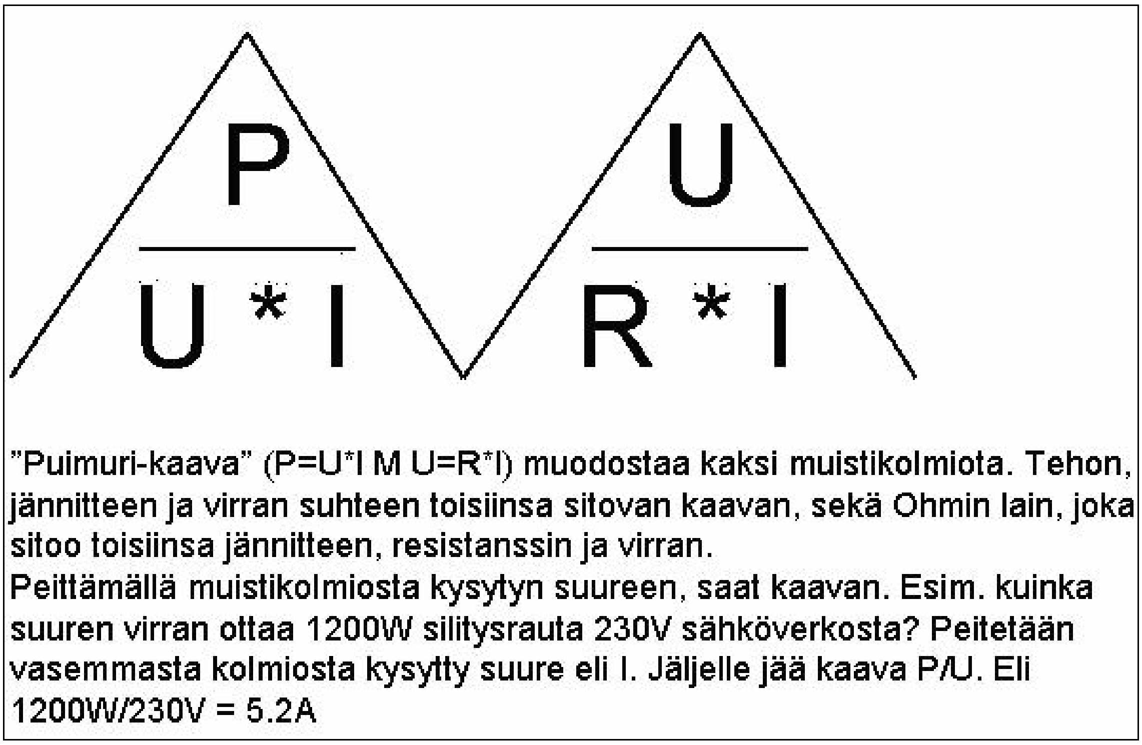
5.1 Kirjalliset kokeet

Kirjallinen koe on perinteisin ja selkein tapa mitata oppilaan osaamistasoa matematiikassa. Voisiko kirjallisiin kokeisiin keksiä kuitenkin uusia vivahteita tai eroja, erityisesti erilaisia oppijoita ajatellen?

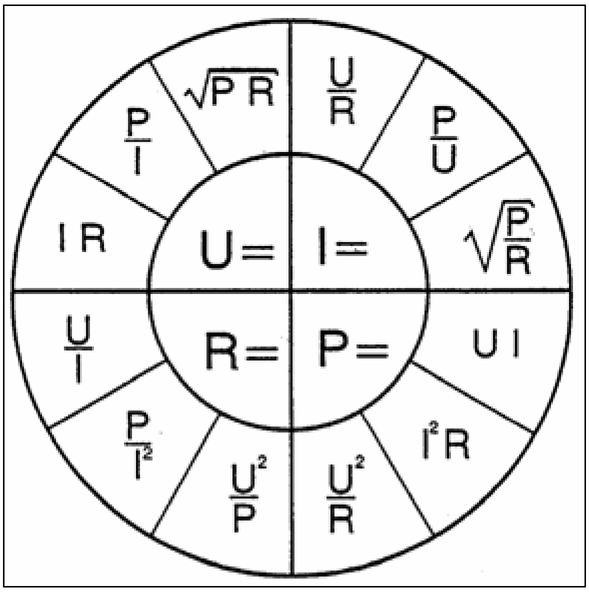
Yksi vaihtoehto on antaa oppilaille mahdollisuus tehdä yhden sivun kokoinen muistiinpanosivu (”lunttilappu”), johon oppilas voisi laittaa kaikki kaavat, laskut ja muut tärkeät asiat mitä luulisi tarvitsevan kokeessa. Tämä kannustaisi oppilasta valmistautumaan kokeeseen ja tutustumaan koealueeseen ajatuksella. Opettajan pitäisi kuitenkin asettaa rajat mitä lapussa saisi olla. Oppilaat kirjoittaisivat kaiken paperille kuulakärkikynällä ja myös nämä paperit palautettaisiin opettajalle kokeen palautuksen yhteydessä. Näin opettaja varmistaisi, ettei lunttausta tai muuta sopimuksen vastaista tapahdu oppilaan toimesta.

Oppilaat kokevat usein houkuttelevaksi ajatuksen, että oppikirja saisi olla mukana koetilanteessa. Tämän suhteen kannattaa olla kuitenkin varuillaan etenkin oppilaiden oppimistason saavuttamista ajatellen. Kirjan mukaan ottamisen mahdollisuus saattaa heikentää oppilaiden motivaatiota valmistautua kokeeseen etukäteen. Oppilas voi tuudittautua ajatukseen, että kirjan avulla hän selviää kokeesta valmistautumatta ja saattaa olla niin, että vasta kokeessa avataan kirja ensimmäistä kertaa. Tämän työn kirjoittajat ovat kumpikin opetustyössään huomanneet, että saatavilla olevan materiaalin määrä on jopa heikentänyt osaamistasoa.

Sen sijaan kokeisiin voisi antaa oppilaille käyttöön erilaisia kaavakokoelmia. Perinteisesti MAOL:in taulukkokirja on monessa koetilanteessa ollut sallittua aineistoa, mutta siitäkään kaikki oppilaat eivät hyödy, kun eivät ymmärrä riittävästi kaavojen sisältöä. Joidenkin oppilaiden kannalta visuaalisista muistikaavoista ja kuvioista voi olla enemmän hyötyä. Kuvissa 5.1.1 ja 5.1.2 esitetään kaksi erilaista muistikuviota, joita voidaan hyödyntää sähkötekniikan kaavojen opettelussa tai antaa koetilanteessa oppilaiden avuksi.



Kuva 5.1.1 Muistikolmio, jota voi käyttää apuna sähkötekniikan kaavojen muistamisessa (Puimuri 2011).



Kuva 5.1.2. Muistiympyrä, jota voi käyttää apuna sähkötekniikan kaavojen muistamisessa (Sähkötekniikan perusteita 2011).

Jo aikaisemmilla oppitunneilla opettajan tulisi opettaa miten muistikuvioita käytetään, eli oppilas peittää sen arvon kuviosta jota kysytään. Kokeeseen tulisi samanlaiset muistikuviot, näin oppilaan olisi helpompi ratkaista matemaattisia tehtäviä. Näitä muistikuvioita ja muistisääntöjä voi soveltaa moneen matemaattiseen aineeseen.

Eräs suurimpia haasteita monille oppilaille on matemaattisten kaavojen pyörittäminen ja ratkaiseminen. Tätä asiaa pohdimme jo luvussa 2.2, kun pohdimme onko laskimien ja tietokoneiden käytön lisääntyminen heikentänyt oppilaiden matemaattista ongelmanratkaisukykyä. Saattaa olla, että osaamattomuus kiteytyy vaan kaavan ratkaisun epäonnistumiseen. Oppilas voisi ymmärtää ja oppia enemmän kun on kaavan ratkaisu ”helpompaa”, ja samalla oppilaan motivaatio kasvaa.

Tärkeää olisi muistaa, että vaikka tehtävän lopullinen numeerinen vastaus ei olekaan oikein, kuuluu oppilaalle antaa pisteitä oikein suoritetuista laskujen välivaiheista. Jos oppilaalla on käytännön näkemystä lopullisesta vastauksesta , mutta teoreettinen laskun suorittaminen ontuu, voisi vaihtoehtoisista vastauksista eli suuruusluokan arvioinnistakin saada pisteitä. Tämä toki edellyttää, että oppilaalla on olemassa tietyt perusteet vastauksen antamiselle, ei niinkään että pelkästään arvaamalla vastauksia voi läpäistä kokeen.

Nykyään väitetän usein, että perinteinen tentti opettaa opiskelijoille huonoja opiskelutapoja. Näin saattaa ollankin, jollei tenttiä suunnitella ja toteuteta huolellisesti. Monet opiskelijat nimittäin pyrkivät lukemaan asiat ulkoa, etenkin jos se on ainoa keino menestyä tentissä. Opiskelijoiden huonojen opiskelutottumuksien syntymistä voidaan ehkäistä ajattelua vaativia tehtäviä ja antamalla ohjaavia neuvoja (Perinteinen tentti 2011).

Monenlaisten kysymysten laatimisesta on etua, koska ihmiset oppivat ja käsittelevät tietoa eri tavoin. Muutoin tentissä menestyvät lähinnä henkilöt, joiden ajattelutoiminta on lähellä tentin suoritusperiaatteita tai opettajan ajatusmaailmaa, vaikka asia olisikin hallussa. Tenttiin tai kokeeseen kannattaa laittaa erilaisia tehtäviä, esimerkiksi:

- Laskuja
- Soveltavia laskuja
- Täydennys- tai aukkotehtäviä
- Monivalintatehtäviä
- Oikein/väärin-tehtäviä
- Ei kuulu joukkoon – tehtäviä

Tavallisia laskuja suositeltavampia ovat sovelletut laskutehtävät, joissa tehtävä kytketään johonkin tiettyyn asiaan. Näin tentti toimii opettavana tehtävänä. Opiskelija oppii, että tämäntyyppisiin tehtäviin saattaa käydä ratkaisun avaimeksi tehtävässä testattu periaate. Soveltamistehtävien lisäksi tehokkaita ovat vertailutehtävät ja omin sanoin selittämistehtävät (Perinteinen tentti 2011).

Opettajan tulisi muistaa, että koe on aina oppimistilanne. Kokeessa voidaan toki keskittyä pelkkään kontrollointiin, mutta koska oppiminen saadaan tehtäviin panostettaessa ilmaiseksi kaupan päälle, niin opetuksen laadun kannalta ei ole järkevää tuhlata tätä resurssia. Erilaisissa perusteluissa opiskelija osoittaa ymmärtäneensä asian. Opettajan kannattaa myös antaa etukäteen ohjeita opiskeluun ja kokeisiin valmistautumiseen. Opettaja voisi kertoa opiskelijoille millaisia kysymyksiä kokeessa kysytään (ei tietenkään tarkalleen mitä asioita) ja miten kokeeseen valmistaudutaan, eli mitä asioita kannattaa opiskella ja millaisella tekniikalla. Kertaa opetuksen yhteydessä keskeiset seikat arvioitavasta kokonaisuudesta. Jos opintojakson tavoitteet ovat spesifit, voi opiskelijoita kehottaa käymään tavoiteluettelosta läpi, mitä asioita kokeeseen tultaessa täytyisi osata. Myös opettajan täytyy aina noudattaa tavoiteasettelua koekysymyksiä suunnitellessa: kokeessa ei pidä kysyä sellaista mikä ei lukeudu opintojakson oppimistavoitteisiin. Arvosana ei välttämättä kerro paljoa osaamisesta. Jos oppilas ei läpäise koetta, hänet (heidät) kannattaa kutsua vastaanotolle ohjaukseen ja keskustelemaan koesuorituksesta (Perinteinen tentti 2011).

Aikaisemmin tekstissä esitetyssä ”lunttilappukokeessa” hyvästä muistiinpanosivusta voisi opettaja myös antaa pisteitä, jolloin oppilaalla olisi jo kotona motivaatio tehdä hyvä sivu, ja valmistautuisi täten myös kokeeseen paremmin.

5.2 Muita arviointimenetelmiä

Perinteisesti opintojakson arvostelu tapahtuu kurssin päätteeksi. Arvostelussa voisi olla kuitenkin myös mukana osaaminen ja osallistuminen jo kurssin aikana, jolloin esimerkiksi kurssin aikana annettavien kotitehtävien tekeminen voisi olla osana kurssin arvostelua. Oppilaat panostaisivat asioiden oppimiseen jo aikaisemmassa vaiheessa ja myös kokisivat saavansa heti hyödyn kotitehtävien tekemisestä. Opettajalta tämä toki vaatii lisäpanostusta, kun hänen on nähtävä vaivaa antaessaan kotitehtävät ja myös korjatessaan niitä. Suoritetuista kotitehtävistä voisi antaa lisäpisteitä loppukokeeseen, jolloin oppilaat lisäpisteiden toivossa motivoituisivat niiden tekemiseen, mutta samalla myös oppisivat kurssin sisältöä harjoitellessaan taitojaan kotitehtävien parissa. Matemaattisissa tehtävissä on helppo muuttaa kotitehtävät yksilöllisiksi esimerkiksi taulukkolaskentaa apuna käyttäen. Myös valmiista harjoituskirjoista löytyy paljon samanarvoisia tehtäviä oppilaiden suoritettaviksi. Kun lähtöarvot tai tehtävät ovat kaikilla erilaiset, joutuu oppilas itse tekemään tehtävät ja kopiointi ei suoranaisesti auta. Matemaattisissa aineissa on tärkeää tehdä ja laskea.

Oppimispäiväkirjat ovat myös hyvä tapa aktivoida oppilaita tunnilla ja tehostaa samalla muistiinpanotekniikkaa. Oppimispäiväkirja voidaan tuottaa vapaamuotoisesti, tai vaihtoehtoisesti opiskelija täyttää joka tunnilla lomakkeen, johon hän kirjaa uusia ja kiinnostavia asioita sekä palautetta opettajalle. Lisäksi oppimispäiväkirjaan kirjataan huomioita oppimisesta kotona työskennellen. Sen kohde voi olla kirjapaketin lukuprosessi, tutkielman kirjoitus tai muu opiskelutyö. Toisen asteen opetukseen soveltuu ehkä paremmin valmis lomakepohja, jolloin oppilaan kynnys täyttää päiväkirjaa on pienempi. Tavoitteena on opiskelijan itsereflektointi ja aktivointi oppimisprosessiin. Oppimispäiväkirja toimii myös läsnäolon tehostajana, koska poissaoloista jää merkintä myös päiväkirjaan. Samalla opettaja saa nopeasti palautetta oppimisesta ja opintojakson toteutuksesta, ja voi oikaista väärinkäsityksiä seuraavalla tunnilla

Opintojen arviointi eri maissa vaihtelee paljon. Esimerkiksi Saksassa käytetään yleisesti suullisia tenttejä ja kokeita eri opetustasoilla, myös matemaattisissa aineissa, joita Suomessa perinteisesti arvostellaan pelkkien kirjallisten kokeiden perusteella. Suullisessa kokeessa on kuitenkin opettajalla mahdollisuus yksilölliseen tarkasteluun, etenkin jos hän tuntee opiskelijan erityispiirteet ennestään. Suullinen koe myös motivoi oppilasta valmistautumaan koetilanteeseen, koska pelkona on ”kasvojen menetys” opettajan edessä, jos osaamistaso on huono. Toki suullinen koe vaatii lisätunteja opettajalta, etenkin jos ryhmä on suuri. Ongelmaksi saattaa koitua käytettävien työtuntien määrä. Mutta olisiko syytä esimerkiksi erityisoppilaiden osalta joskus panostaa tunteja tällaiseen arviointiin, jossa opettaja voisi yksilön tasolla tarkastella oppimista? Toisaalta suullinen koe on jännittävälle oppilaalle mahdollisesti stressaava tilanne, ja edellyttää oppilaan ja opettajan välistä luottamussuhdetta.

6 Yhteenveto

Matematiikan oppiminen on monelle oppilaalle haastavaa, joka tekee sen opettamisesta myös haastavan. Erityisesti matematiikan hierarkkisuus edellyttää matematiikan kaikkien tasojen jonkin asteista hallitsemista, jotta voidaan edetä korkeammille tasoille osaamisessa. Toisen asteen opettajalle tulee tällöin usein eteen tarve täydentää jo ala-asteelta lähtien puutteelliseksi jääneitä taitoja, tai opettaa niitä kokonaan uudelleen.

Kahta samanlaista oppijaa ei siis ole. Oppilaan omat ominaisuudet, kuten motivaatio, perimä, temperamentti ja oppimistyyli asettavat oppimisille omat vaatimuksensa. Lisäksi oppilaan koko elämän aikainen ympäristö on vaikuttanut häneen oppijana. Lisähaasteen aiheuttavat erilaiset oppimisvaikeudet, etenkin koska niitä ei ole aina helppo tunnistaa, ja oppilaskin saattaa olla omasta oppimisvaikeudestaan tietämätön. Matemaattisten aineiden opettajalta edellytetään siis matematiikan tuntemuksen lisäksi ihmistuntemusta.

Nykypäivän muuttunut kouluympäristö ja oppilaiden asenne aiheuttaa myös ongelmia opettajalle. Opettajan auktoriteettia ei välttämättä arvosteta, mutta opettajan tehtävä on kuitenkin saada oppilas kiinnostumaan opetuksesta ja motivoitumaan oppimiseen.. Opettajilta tämä edellyttää luovien opetusmetodien käyttöä, etenkin kun kyseessä on usein haasteellisessa iässä olevat toisen asteen oppilaat.

Luovalta opettajalta edellytetään uskallusta siirtyä myös turvallisten vanhojen oppikirjojen ulkopuoliseen maailmaan, ja etsiä opetusmetodeja, joilla nykyajan nuoria saisi motivoitua opiskeluun, ja erityisesti edesauttaa onnistumisen tunnetta oppilaissa. Opettajan pitää myös miettiä erilaisten oppijoiden kohdalla mikä olisi paras keino arvioida oppimisen tasoa opintojakson jälkeen. Perusopetusta voidaan edelleenkin toteuttaa ns. perinteisillä malleilla, mutta jos oppilas ei ole näillä keinoilla saavuttanut riittävää taitotasoa, olisi opettajan pohdittava uusia keinoja kehittää oppilaan matemaattisia taitoja.

Monet matemaattisten aineiden opettajat karsastavat luovuutta opetuksessa, koska matematiikka mielletään perinteiseksi teoreettiseksi opetusaineeksi. Olisiko meidän matemaattisten aineiden opettajien kuitenkin syytä laajentaa katsantokantaamme muiden oppiaineiden pariin ja otettava mallia uusista opetusmenetelmistä? Matematiikan taitoja tarvitaan joka alalla ja arkipäivään elämässä, joten panostus tämän asian kehittämiseen on yhteiskuntamme kehittymisen kannalta merkittävää.

Lähteet

Ahonen, T., Lamminmäki, T. Närhi, V. ja Räsänen, P. 2003. Koulun aloittaminen ja varhaiset oppimisvaikeudet. Teoksessa P. Lyytinen, M. Korkiakangas ja H. Lyytinen (toim.) Näkökulmia kehityspsykologiaan. Kehitys kontekstissaan. Porvoo: WS Bookwell Oy, 168 – 187.

Aunola K., Leskinen, E., Lerkkanen, M-K. ja Nurmi, J-E., 2004. Developmental Dynamics of Math Performace From Preschool to Grade 2. Journal of Educational Psychology Vol. 96(4), 699 - 713.

Aunola, K., & Nurmi, J. -E. (2004). Maternal affection moderates the impact of psychological control on a child´s mathematical performance. Developmental Psychology, 40.

Aunola, K., Nurmi, J.-E., Lerkkanen, M.-K. & Rasku-Puttonen, H. The roles of achievement-related behaviours and parental beliefs in children’s mathematical performance. Educational Psychology 23(4).

Crisp, R.: Ethics Routledge Encyclopedia of Philosophy. Lontoo: Routledge. Viitattu 13.8.2007

Dewey, J. 1951. Experience and Education (alkup. 1938). New York: Collier Macmillan.

Etiikka koulun arjessa. 2002. Opetusalan ammattijärjestö ja kustannusosakeyhtiö. Keuruu: Otava.

Haapasalo, L. 2004. Ongelmanratkaisukulttuuri konstruktivisminperuselementtinä. Teoksessa P. Räsänen, P. Kupari, T. ahonen ja P. Malinen (toim.) Matematiikka-näkökulmia opettamiseen ja oppimiseen. Jyväskylä: Niilo Mäki Instituutti.

Hetemäki, I. (toim.)1999. Filosofian sanakirja. Porvoo: Helsinki: Juva:: WSOY

Honkanen, E. Kaikkonen, L. Kotila, H. (toim.) 2008. Näkökulmia ammatilliseen erityisopetukseen. WSOY

Huhtala M., Lilja K. 2008. Ongelmalliset oppijat. Opetushallitus.

Joutsenlahti, J. 2010. Kielentäminen matematiikan opetuksessa. . [pdf] [viitattu 5.4.2011]. Saatavissa: http://www.joutsenlahti.net/Languaging.pdf

Joutsenlahti, J., Kulju, P. 2010. Kieliteoreettinen lähestymistapa koulumatematiikan sanallisiin tehtäviin ja niiden kielennettyihin ratkaisuihin. Teoksessa E. Ropo & H. Silfverberg & T. Soini (toim.) Toisensa kohtaavat ainedidaktiikat. Ainedidaktiikan symposium Tampereella 13.2.2009. Tampereen yliopiston opettajankoulutuslaitoksen julkaisuja A 31. Tampere: Tampereen yliopisto.

Kasvatus ja perimä. [online] [viitattu 17.3.2011]. Saatavissa: http://www.lukimat.fi/matematiikka/Vanhemmalle/matemaattiset-oppimisvaikeudet/kasvatus-vai-perima/?searchterm=Perint%C3%B6tekij%C3%A4t%20ohjaavat%20aivojen%20kehityst%C3%A4%20ja%20muovautumista

Keltikangas-Järvinen, L. 2008. Temperamentti ja koulumenestys. Helsinki: WSOY.

Keltikangas-Järvinen, L. 2008. Temperamentti, stressi ja elämänhallinta. Helsinki: WSOY

Kerrannaisyksiköt. [online] [viitattu 5.4.2011] Saatavissa: http://www.salonopetus.fi/virtuaalikoulu/projekti2000/luma/pages/kerranna.htm

Kivelä, S.K. 1998. Lukiotason matematiikan tietosanakirja: M niin kuin Matematiikka. Helsinki: Hakapaino.

Kupari, P., Korhonen T. 2000. Miten matematiikkaa arvioidaan OECD/PISA. Dimensio 64(5).
Lamminen, S., Pouru-Rajala, E., Sarsama, P., Teinonen J. 2010. Miten oppimisympäristö tukee oppimisen tavoitteita ammatillisessa koulutuksessa ? Näkökulma 3 Ryhmätyö. TAOKK, Tampere.
Lavonen, J., Meisalo, V. Oppilaiden ennakkokäsitykset. [online][viitattu 6.4.2011] Saatavissa: http://www.edu.helsinki.fi/malu/kirjasto/ennakko/main.htm
Lilja, K. 2002. Matematiikan Oppimistuloksiin yhteydessä olevat tekijät peruskoulussa. Opetushallitus.
Luentopäiväkirja, 2011. [online] [viitattu 17.3.2011]. Saatavissa: http://opetuki2.tkk.fi/p/tehosalkku/ohjaus_ja_arviointi/oppimisen_arviointi/luentopaivakirja.htm
Luovuus ja ongelmakeskeinen oppiminen, 2011. [online][viitattu 4.4.2011]. Saatavissa: http://www.uta.fi/tyt/verkkotutor/ongratk.htm
Manninen, J. Burman, A. Koivunen, A. Kuittinen, E. Luukannel, S. Passi, S. & Särkkä, S. 2007. Oppimista tukevat ympäristöt. Vammalan Kirjapaino Oy.
Martio, O. 2004. Didaktinen matematiikka? Tieteessä Tapahtuu 2/2004, 42 – 45.
Matematiikan oppimisvaikeudet ja emotionaaliset tekijät. [online] [viitattu 17.3.2011]. Saatavissa: http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/oppimisvaikeudet/matematiikan-oppimisvaikeudet-ja-emotionaaliset-tekijat/?searchterm=Toiselle%20luokalle%20siirrytt%C3%A4ess%C3%A4%20ja%20motivaation
Matematiikan oppimisvaikeudet ja ympäristö. [online] [viitattu 17.3.2011]. Saatavissa: http://www.lukimat.fi/matematiikka/tietopalvelu/oppimisvaikeudet/matematiikan-oppimisvaikeudet-ja-ymparisto/?searchterm=Lapsen%20ensimm%C3%A4isten%20kouluvuosien%20aikana%20muodostamat
Motivoivampi matematiikan luentorakenne. [online] [viitattu 15.3.2011]. Saatavissa: http://opetuki2.tkk.fi/p/tehosalkku/opetus/matematiikan_opettaminen/motivoivampi_matematiikan_luentorakenne.htm
Opetushallitus, 2004. Perusopetuksen opetussuunnitelman perusteet 2004. [online][viitattu 20.9.2010} Saatavissa: www.oph.fi
Oppikirjalogiikasta motivoivaan matematiikkaan. 2011. [online] [viitattu 2.3.2011]. Saatavissa: http://opetuki2.tkk.fi/p/tehosalkku/opetus/matematiikan_opettaminen/oppikirjalogiikasta_motivoivaan_matematiikkaan.htm
Oppimistyylit, 2011. [online] [viitattu 20.3.2011]. Saatavissa: http://kielikompassi.jyu.fi/opioppimaan/oppimistyylit.htm
Oppimisvaikeudet, 2011 [online] [viitattu 27.3.2011]. Saatavissa: http://opetuki2.tkk.fi/p/erilaisetoppijat/oppimisvaikeudet/index.html
Paananen M., Aro T., Kultti-Lavikainen N., Ahonen T. 2005. Kummi 4 – Oppimisvaikeuksien arviointi – Psykologin, opettajien ja vanhempien yhteistyötä. Niilo Mäki Instituutti.
Pantzar, E. Väliharju, T.: Kohti virtuaalisia oppimisympäristöjä. Helsinki: Ammatti-instituutti. Tutkimus. Julkaisu 1, 1996.
Pehkonen, E. 2011. Luovuus matematiikassa – Osa I. eDimensio 2011. [pdf][viitattu 5.4.2011] Saatavissa: http://www.maol.fi/fileadmin/users/EDimensio/Dimensiossa_julkaistua/Luovuus1_DM1102.pdf

Perinteinen tentti. 2011. [online] [viitattu 27.3.2011]. Saatavissa: http://opetuki2.tkk.fi/p/tehosalkku/ohjaus_ja_arviointi/oppimisen_arviointi/perinteinen_tentti.htm

Pihlajamaa, T. Oppiminen, ajattelu ja luovuus kehittyvät harjoittelemalla. 2005.TEK – Tekniikan Akateemiset 8/2005.

Puimuri, 2011. [online] [viitattu 6.4.2011]. Saatavissa: http://oh3tr.ele.tut.fi/~teemuko/moppe/Puimuri2.jpg

Sähkötekniikan perusteita, 2011. [online] [viitattu 6.4.2011].Saatavissa: http://www03.edu.fi/oppimateriaalit/kunnossapito/sahkotekniikka_b12_sahkotekniikan_perusteita.html

Szalontai, T., Näätänen, M. 2002. Muutamia ajatuksia matematiikan opetuksesta. Solmu 3/2002, 13-15.

Taipale, A. 2010. Matematiikan, lukemisen ja kirjoittamisen vaikeuksien päällekkäistyminen nuoruusiässä. Joensuun Yliopiston kasvatustieteiden tiedekunta.

Tarvainen, K. 2004. Opettaja, vaadi perusalgebran osaaminen, Solmu 3/2004, 14-18.

Tella, S. 2001. Verkko-opetuksen lähtökohtia ja perusteita. Teoksessa Tella, S., Nurminen, O., Oksanen, U. & Vahtivuori, S. (toim.) Verkko-opetuksen teoriaa ja käytäntöä. Trio-projektin loppuraportti.

Liitteet

Liite 1: Kerrannaisyksiköiden opettaminen

1(3)

Ensimmäinen tehtävä olisi opettaa tekniikan opiskelijalle pituusyksiköiden mitta millimetri ja SI yksikön mukainen metri. Senttimetri soveltuu huonosti tekniselle alalle, joten siitä tulisi välttää. Kaikki mitat teknisessä piirustuksessa on millimetreinä. Fysiikassa on pituusyksikkönä käytettävä metriä.

Hyvä tasokas funktiolaskin ja sen ominaisuuksien hyödyntäminen on tekniikan opiskelijalle tärkeä asia. Esim. miten muutan 123456 mm helposti metreiksi. Laitan laskimeen 123456x10^{-3} ja painan = merkkiä (123456 Exp (-) 3 = 123.456) huom! (Exp) , (EE) tai (x10^{x}))niin laskin siirtää automaattisesti pilkkua 3 ja 4 väliin. Laskin kertoo suoraan mitan metreinä 123.456 m. Eli SI yksikön edessä oleva kerrannaisyksikön etuliite m (milli) korvattiin 10^{-3} eli kerroin 10 potensseina.(Katso alla kerrannaisyksiköt)

http://www.salonopetus.fi/virtuaalikoulu/projekti2000/luma/pages/kerranna.htm

jatkuu

SALON ALUEEN VIRTUAALIKOULU

KERRANNAISYKSIKÖT

PÄÄSIVU

JOHDANTO

SI-JÄRJESTELMÄ

PERUSSUUREET

JOHDANNAISSUUREET

SUUREJÄRJESTELMÄ

KERRANNAISYKSIKÖT

LISÄYKSIKÖT

OPPIMISTEHTÄVÄ 1

OPPIMISTEHTÄVÄ 2

Suureiden arvot voivat vaihdella hyvin suuresti. Esimerkiksi atomin koko suhteessa Auringon kokoon.

Atomin koko on n. 0,000 000 000 1 m

Auringon halkaisija on n. 1 000 000 000 m

Lukuja on tällöin vaikeaa hahmottaa ja ne vievät paljon tilaa. Kerrannaisyksiköt helpottavat lukujen merkitsemistä.

Kerrannaisyksiköt muodostetaan siten että yksikkö kerrotaan kymmenen potenssilla. Potenssi ilmoitetaan etuliitteellä.

SI-järjestelmän etuliitteet ja kertoimet

Nimi	Etuliite	Kerroin
eksa	E	10^{18}
peta	P	10^{15}
tera	T	10^{12}
giga	G	10^{9}
mega	M	10^{6}
kilo	k	10^{3}
hehto	h	10^{2}
deka	da	10^{1}
desi	d	10^{-1}

sentti	c	10^{-2}
milli	m	10^{-3}
mikro	µ	10^{-6}
nano	n	10^{-9}
piko	p	10^{-12}
femto	f	10^{-15}
atto	a	10^{-18}

Suositus on käyttää etuliitteitä, joiden potenssi on kolmella jaollinen.

Suureen lukuarvona pyritään käyttämään lukuja 0,1...1000.

Esimerkki:

ATOMIN KOKO ON SIIS n. $1 \cdot 10^{-10}$ m eli $0{,}1 \cdot 10^{-9}$ m eli 0,1 nm

AURINGON HALKAISIA ILMOITETAAN $1{,}4 \cdot 10^{9}$ m eli 1,4 Gm

Edellinen sivu   Seuraava sivu

Liite 2: Havaintokanavatesti

http://www.lukineuvola.fi/tietopankki/havaintokanavatesti_html
www.lukineuvola.fi

LUKINEUVOLA

Tervetuloa
Organisaatio
Lukineuvolat
Uutiset
Tiedotteet
Tietopankki
Oppimisvaikeus?
Lukivaikeus?
Pikalukitesti
Havaintokanavatesti
Havaintokanavista
Julkaisut
Kalenteri
Nettineuvoja
Linkit
Arkisto
På svenska

Havaintokanavatesti

Oletko auditiivinen, kinesteettinen vai visuaalinen oppija? Eroaako havaintokanaviesi käyttö kollegoistasi ja ystävistäsi?

HUOM! Testi on suuntaa-antava ja useimmat ihmiset käyttävät eri havaintokanaviaan melko tasaisesti.

Anna pisteitä yhdestä kolmeen (1-3) siten, että sinun toimintatapaasi parhaiten kuvaava vaihtoehto saa kolme pistettä ja heikoimmin kuvaava yhden.

1. Vaatteissani kiinnitän huomioita...
--- a) Värien yhteensopivuuteen
--- b) Asiallisuuteen
--- c) Mukavuuteen

2. Seuraan maailmanmenoa...
--- a) lukemalla lehtiä
--- b) kuuntelemalla radiota
--- c) vähän kaikkialta

3. Taidenäyttelyssä...
--- a) vain katselen töitä
--- b) keskustelen töistä
--- c) koskettelen töitä

4. Uusissa ihmisissä huomioni kiintyy...
--- a) silmiin
--- b) ääneen
--- c) kädenpuristukseen

5. Vapaa-aikanani mielelläni...
--- a) luen erilaisia kirjoja
--- b) kuuntelen musiikkia
--- c) liikun ja teen kädentöitä

jatkuu

6. Pidän kirjoista joissa on....
--- a) kuvauksia
--- b) vuorosanoja
--- c) toimintaa

7. Helpoiten omaksun uutta kun...
--- a) katselen ja luen
--- b) kuuntelen asian
--- c) teen ja kokeilen

8. Työntekoani häiritsee...
--- a) liikkeet ja epäjärjestys
--- b) häiriöäänet
--- c) huonot olosuhteet

9. Pitkästyessäni rupean...
--- a) katselemaan ympärilleni
--- b) hyräilemään
--- c) piirtelemään ja liikkumaan

10. Kun olen autossa...
--- a) katselen maisemia
--- b) kuuntelen aina radiota
--- c) säädän asentoa ja lämmitystä usein

11. Hyvässä palaverissa käytetään paljon...
--- a) kuvia, kalvoja ja kirjoitettua tietoa
--- b) puheenvuoroja
--- c) mukavuutta lisääviä seikkoja

12. Teen päätöksiä sen mukaan mikä minusta...
--- a) näyttää parhaalta
--- b) kuulostaa parhaalta
--- c) tuntuu parhaalta

13. Ilmaisen tunteitani...
--- a) kasvojen ilmeillä
--- b) äänensävyillä
--- c) elehtien

14. Hyvä keino kannustaa oppilasta on...
--- a) laittaa työ näytille
--- b) antaa palautetta puhuen
--- c) onnitella halaten

15. Sisustuksessa on tärkeintä...

jatkuu

--- a) värit
--- b) hyvät stereot
--- c) mukavat huonekalut

16. Kiistatilanteissa pyrin ottamaan selvää...
--- a) vastapuolen näkökannasta
--- b) vastapuolen äänenpainoista
--- c) vastapuolen tunteista

Laske yhteen pisteet kullekin vaihtoehdolle (a, b ja c)
A-pisteet
B-pisteet
C-pisteet

Laske Tyhjennä

Tulos:
• Eniten A-pisteitä: Visuaalisen eli näköaistiin perustuvan havaintokanavan käyttö on sinulle ominaista.
• Eniten B-pisteitä: Auditiivisen eli kuuloaistiin perustuvan havaintokanavan käyttö on sinulle tärkeää.
• Eniten C-pisteitä: Havaintokanavista käytät eniten kinesteettistä eli liike-ja tuntoaistiin perustuvaa kanavaa.

Erilaisten oppijoiden liitto ry

Liite 3: Linkkiluettelo opettajan avuksi

1(3)

LINKKILISTA:

www.lukineuvola.fi

PERUSKOULUN OPPIMÄÄRÄN KERTAUS
http://www02.oph.fi/etalukio/opiskelumodulit/manmath/Kokonaisuudet/Peruskoulu/Peruskoulu.html

ABITREENIT YLE
http://abitreenit.yle.fi/treenaa

FYSIIKKA 1(mekaniikka)
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/fysiikka-2-tehtavat.htm

Monivalintatehtävät

Massa ja vuorovaikutukset
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.01.htm

Voimat
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.02.htm

Nopeus
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.03.htm

Kiihtyvyys
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.04.htm

Tasapaino
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.05.htm

Työ ja teho
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.08.htm

Energia
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.09.htm

FYSIIKKA 2 : (lämpöoppi)
http://abitreenit.yle.fi/treenaa/lukio/aine/18/96#mtkother

Monivalintatehtävät

Energia

2(3)

http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.09.htm

Lämpöenergia ja lämpötila
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.10.htm

Lämpölaajeneminen
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.11.htm

Aineen lämpeneminen
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.12.htm

Olomuodon muutokset
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.13.htm

Lämmön siirtyminen
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.14.htm

Energian tuotanto ja käyttö
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.15.htm

FYSIIKKA TIHEYS JA PAINE
Monivalintatehtävät

Tiheys
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.06.htm

Paine
http://www.otavanoppimateriaalit.net/avain/Avain2-3/moniv-fys-2.07.htm

MATEMATIIKKA:

Suhde ja verranto
http://www02.oph.fi/etalukio/opiskelumodulit/manmath/Kokonaisuudet/Peruskoulu/KerYht/ManMathPK.html

Kartan mittakaava
http://www02.oph.fi/etalukio/opiskelumodulit/manmath/Paassa/KerYht/Mittak/PaaPK.html

Laske suhteen arvo
http://www02.oph.fi/etalukio/opiskelumodulit/manmath/Paassa/KerYht/Suhde/PaaPK.html

Onko verranto oikein
http://www02.oph.fi/etalukio/opiskelumodulit/manmath/Paassa/KerYht/Oikein/PaaPK.html

EDU.FI

Trigonometria
http://www03.edu.fi/oppimateriaalit/aihiot/fi/matematiikka/trigono/
http://abitreenit.yle.fi/treenaa/lukio/aine/14/75

Prosenttilaskuja
http://www03.edu.fi/oppimateriaalit/aihiot/fi/matematiikka/prosentti/
http://abitreenit.yle.fi/treenaa/lukio/aine/14/74/152
http://www02.oph.fi/etalukio/opiskelumodulit/manmath/Kokonaisuudet/Peruskoulu/KerPros/ManMathPK.html

MATEMATIIKKA YOUTUBE

Murtolukujen yhteenlasku
http://www.youtube.com/watch?v=lmf70idqwnA&feature=related

Prosenttilaskentaa: prosenttiarvon laskeminen
http://www.youtube.com/watch?v=cBS3QPAE360&feature=related

Verranto
http://www.youtube.com/watch?v=uqnvX80jPpA&feature=related
http://www.youtube.com/watch?v=i7jH_I-bPZk&feature=related

Suoraan verrannollisuus
http://www.youtube.com/watch?v=eNF4BBcYT3o&feature=related

Pythagoras
http://www.youtube.com/watch?v=rR9LCZJ3_Uc&feature=related
http://www.youtube.com/watch?v=55IfKeC6adw&feature=mfu_in_order&list=UL
http://www.youtube.com/watch?v=IJuN9_nlS2Y&feature=related

Trigonometriset funktiot sin cos tan
http://www.youtube.com/watch?v=WpZOWgHSr7Y&feature=related

Kulman ratkaiseminen trigonometrisesti
http://www.youtube.com/watch?v=lMpqzx7heWU&feature=related

Kateetin ratkaiseminen trigonometrisesti
http://www.youtube.com/watch?v=kiLfSIkt9Io&feature=related

Ympyrän pinta-ala
http://www.youtube.com/watch?v=rCm2E4P3UR8&feature=related

Ympyrän kehän pituus
http://www.youtube.com/watch?v=9uEfKt7-wSs&NR=1

Liite 4: Työkaluja verrannon opettamiseen

1(4)

Verrantoa voisi käyttää myös muunnoksissa: Muutetaan takaisin metrit millimetreiksi. Liitteessä 1 saatiin siis selville että 123456 mm on 123.456 m.

Esim. montako millimetriä on yksi metri?
Tärkeää on osata tehdä verranto.

$$\frac{osoittaja}{nimittäjä}$$

Millimetrit osoittajaan eli viivan yläpuolelle ja metrit nimittäjään viivan alapuolelle.

$$\frac{123456\ mm}{123.456\ m} = \frac{x}{1m}$$

Voit ratkaista x esim. ristiinkertomalla tai seuraavan esimerkin (verrannon ratkaisu)mukaan.
x=1000 mm
Saimme näin verrannolla muutettua 1 metri 1000 millimetreiksi.
Joten tämän kun osaa ja tarpeeksi kauan tekee näin voisi oppia, että metrin ja millimetrin suhdeluku on 1000. Eli 1m=1000mm. Tai pilkkua siirretään 3 yksikköä. Tai jaetaan 1000.

Verrannon ratkaisu:

Esim: Ratkaistaan kartan mittakaava on 1:20 000 eli 1mm kartalla on 20 000 mm luonnossa.
(20 000 mm = 20 000 x10^{-3} m =20 m laskimella (20000 Exp (-) 3 = 20 huom! (Exp) , (EE) tai (x10^{x}))
Vastaus:
1mm kartalla on 20 m luonnossa.
Kartalta mitattiin mitta 68 mm. Montako metriä se on luonnossa?
Tehdään verranto:
Verranto voidaan rakentaa ”pyörimään myötäpäivään”
Laskimeen: aloita start
20 ÷ 1 = × 68 = 1360 (Huom! jakoviiva toimii molempiin suuntiin)

$$\frac{1\ mm}{\text{start}\ 20\ m} = \frac{68\ mm}{x} \qquad \frac{x}{68\ mm} = \frac{20\ m\ \text{start}}{1\ mm}$$

tai ”vastapäivään”
20 ÷ 1 = × 68 = 1360 (Huom! jakoviiva toimii molempiin suuntiin)

$$\frac{68\ mm}{x} = \frac{1\ mm}{20\ m}\ \text{start} \qquad \text{start}\ \frac{20\ m}{1\ mm} = \frac{x}{68\ mm}$$

Vastaus : mitta luonnossa on 1360 m

jatkuu

2(4)

Peliä voi pelata yksin tai ryhmässä. Aloituskortiksi voidaan ottaa mikä tahansa kortti. Oppilas (oppilaat) ratkaisee verrannon ”pikamenetelmällä” jossain kortissa on oikea vastaus. Kaikki pelaajat tarkistavat verrannon tuloksen. Jonka kortissa on oikea vastaus laittaa yhtälön perään vastauksen. Oppilaat eivät keskustele vaan odottavat kunnes löytyy oikea vastaus. Peli jatkuu kunnes kortit ovat kaikki pöydällä ja alku ja loppu kohtaavat oikean vastauksen myötä.

Oppilaiden kärsivällisyys riittää, kun vastaus löytyy nopeasti…

Esim. 1

Verrantoa voi käyttää prosenttilaskussa. Jos kuukausipalkka on 2240 € ja siitä maksetaan veroa 22.5 %. Mikä on veron osuus palkasta?

$$\frac{2240\ €}{100\ \%} = \frac{x}{22.5\ \%}$$

”yhtälö kiertää vastapäivään” 2240 ÷ 100 = × 22.5 = 504

Vastaus: veron osuus on 504 €

Esim. 2

Tee pienkoneelle 3 % bensaseos. Kanisteriin mahtuu yhteensä 10 l

Bensan osuus on 97 % ja öljyn osuus 3 %.

Lasketaan ensin bensan osuus

$$\frac{10\ l}{100\ \%} = \frac{x}{97\ \%}$$

x = 9.7 l

Sitten öljyn osuus-

$$\frac{10\ l}{100\ \%} = \frac{x}{3\ \%}$$

x = 0.3 l

Vastaus: bensaa 9.7 l ja öljyä 0.3 l

Verrannolla saa myös trigonometriaa laskettua.

Määritellään suorakulman arvot:

Hypotenuusa on 5 ja sitä vastainen kulma on 90°. määritä α kun sitä vastainen kateetti on 4.

Sovellamme verrantoa ja sinilausetta.

$$\frac{5}{\sin 90^0} = \frac{4}{\sin\alpha}$$

$\sin\alpha = 0.8$

jatkuu

laskimeen:
sin^{-1} (0.8)

α=53.1°

Laske myös kulman β vastainen kateetti kun β on 36.9° (180°-90°-53.1°=36.9°)

$$\frac{5}{\sin 90^0} = \frac{x}{\sin 36.9^0}$$
$x = 3$
Vastus: kateetti on 3

Tarvitaan vain edellä mainittu ja Pythagoraan lause niin kaikki suorankulman arvot laskettua
$a^2 + b^2 = c^2$

Logistiikkan tehtävä: kuorman painon laskeminen

Verrantoa voi käyttää esim. lasti painon laskemisessa kun tiheys tiedetään. Jos esim. nesteen tiheys on 920 kg/m³. Säiliön sisämitat ovat 1.4m leveä ja 1.35 syvyys ja 650 mm korkea.
Lasketaan ensin tilavuus V= leveys x syvyys x korkeus= 1.4 m x 1.35 m x 650 x10^{-3} m=1.2285 m³
Tiheys kertoo, että yksi kuutio nestettä painaa 920 kilogrammaa.
$$\frac{920\ kg}{1\mathrm{m}^3} = \frac{x}{1}.2285\mathrm{m}^3$$
x = 1130.22 kg

Vastaus lasti painaa 1130 kg

Montako litraa tai kuutiota voi ottaa kuormaa jos kuormaan saa ottaa 5200 kg?

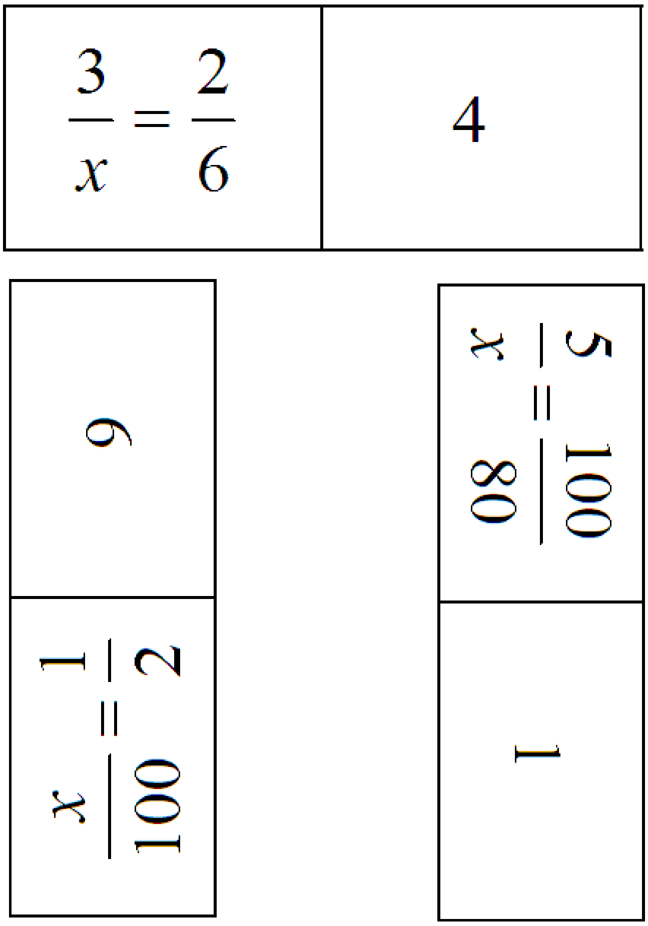
$$\frac{920\ kg}{1\mathrm{m}^3} = \frac{5200\ kg}{\mathrm{x}}$$
x=5.6$5\mathrm{m}^3$

Tiedetään että $1\mathrm{m}^3$ = 1000 l
$$\frac{1\mathrm{m}^3}{1000\ l} = 5.\frac{65\mathrm{m}^3}{x}$$
x = 5650 l

Vastaus 5.6$5\mathrm{m}^3$ tai 5650 l

jatkuu

4(4)



Kuva verrantodominokorteista