

**VERHOGING VAN LAERSKOOLEERLINGE
SE VLAK VAN BEWUSTHEID VAN DIE DISTRIBUTIEWE EIENSKAP
IN REKENKUNDE**

CORNELIS FRANZ VERMEULEN, B.Sc., M.Ed.

Proefskrif ingelewer vir die graad

DOKTOR IN DIE OPVOEDKUNDE



UNIVERSITEIT VAN STELLENBOSCH

PROMOTOR: PROF. P.G.HUMAN

Stellenbosch

November 1995

VERKLARING

Ek die ondergetekende verklaar hiermee dat die werk in hierdie proefskrif vervat, my eie oorspronklike werk is wat nog nie vantevore in die geheel of gedeeltelik by enige ander universiteit ter verkryging van 'n graad voorgelê is nie.

C.F.Vermeulen

November 1995

OPSOMMING

Die rasionaal vir hierdie studie is hoofsaaklik geleë in die waargenome en gerapporteerde wanbegrippe in algebra wat by leerlinge in die Junior Sekondêre fase bestaan. Hierdie wanbegrippe is die direkte gevolg van die onvolledige beheersing van algebra.

Die doel van hierdie navorsing is om 'n bydrae te probeer lewer tot leerlinge se volledige beheersing van algebra, en die gepaardgaande uitskakeling van bepaalde leerlingwanbegrippe, deurdat gepoog word om laerskoolleerlinge se vlak van bewustheid van die algemene bewerkingseienskappe te verhoog.

Laerskoolleerlinge wat probleemgebaseerde rekenkunde-onderrig ontvang, benut intuïtief die algemene bewerkingseienskappe ten einde rekenkundige berekeninge uit te voer, terwyl aan laerskoolleerlinge in die tradisionele onderrigbenadering standaardalgoritmes onderrig word wat hulle dikwels sonder begrip moet toepas.

In laasgenoemde geval word die bestaan van die bewerkingseienskappe erg versluier. Wanneer hierdie leerlinge in standerd 4 of 5 vir die eerste keer amptelik met die algemene bewerkingseienskappe in aanraking kom, is hulle waarskynlik nie in staat om hierdie nuwe begrippe met hul bestaande kennisstruktuur te integreer nie. Dit kan tot onvolledige beheersing en gevolglike wanbegrippe lei, wat kan vererger wanneer leerlinge presies dieselfde eienskappe in algebra moet benut ten einde algebraïese manipulasies uit te voer.

Die feit dat laerskoolleerlinge in die probleemgebaseerde benadering intuïtief die bewerkingseienskappe toepas, het tevore reeds tot die hipotese dat hierdie leerlinge oor 'n hoër vlak van bewustheid van die bewerkingseienskappe beskik, aanleiding gegee. Navorsing het egter aangetoon dat daar slegs 'n matige hoër vlak van bewustheid by hulle bestaan. Dít het tot hierdie studie aanleiding gegee waartydens spesifiek gepoog word om leerlinge se intuïtiewe kennis van die bewerkingseienskappe wat hulle spontaan aanwend ten einde rekenkundige bewerkings uit te voer, as vertrekpunt te neem, en te ontwikkel sodat hulle eksplisiet bewus sal raak van die bestaan en wese van hierdie grondliggende waarhede in wiskunde.

Die tegniek hoe om by laerskoolleerlinge se intuïtiewe kennis aan te sluit en hul vlak van bewustheid van die bewerkingsienskappe binne 'n probleemgebaseerde omgewing te verhoog, is gedurende die eerste twee jaar van hierdie studie ontwikkel. Aan die einde van hierdie periode is 'n toepaslike onderrigstrategie geformuleer. Hierdie strategie steun sterk op die volgende parameters: Groepsbespreking, die benutting van sakrekenaars, en die skep van 'n kognitiewe disekwilibrium. Gedurende die derde jaar van hierdie studie is hierdie onderrigstrategie in verskeie skole toegepas. Daar is gedurende hierdie fase slegs op die distributiewe eienskap gekonsentreer. Volgens die resultate wil dit voorkom asof daar 'n aansienlike verhoging in die betrokke leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap plaasgevind het.

Gedurende hierdie studie is ook 'n hiërargiese model van vlakke van bewustheid geformuleer aan die hand waarvan die poging aangewend is om leerlinge se vlak van bewustheid van bewerkingsienskappe te verhoog.

SUMMARY

The rationale for this study essentially is the perceived and reported misconceptions in algebra that exist within pupils in the Junior Secondary phase. These misconceptions are the direct result of the incomplete mastery of algebra.

The purpose of this research is to attempt to contribute towards pupils' complete mastery of algebra and the ensuing elimination of certain pupil misconceptions, by trying to increase primary school pupils' level of awareness of the general number properties.

Primary school pupils who learn arithmetic in a problem based environment intuitively use the general number properties to execute arithmetical calculations, while pupils in the traditional teaching approach are taught standard algorithms which they must apply, often without comprehension.

In the latter, the existence of the number properties is concealed. When these pupils officially encounter the general number properties for the first time in standard 4 or 5, they are probably not capable of integrating these new concepts into their existing knowledge structure. This may lead to incomplete mastery and ensuing misconceptions, which can become worse when pupils must apply exactly the same number properties in algebra to execute algebraic manipulations.

The fact that primary school pupils in the problem based approach intuitively apply the number properties, earlier led to the hypothesis that these pupils possess a higher level of awareness of the number properties. However, research has indicated that these pupils possess only a moderately higher level of awareness. This has led to this study during which a specific attempt is made to take pupils' intuitive knowledge of the number properties, which they spontaneously apply, as a point of departure, and to develop it to such an extent that they become explicitly aware of the existence and nature of these fundamental concepts in mathematics.

The technique how to link up with pupils' intuitive knowledge and to increase their level of awareness of the number properties inside a problem based environment, was developed

during the first two years of this study. At the end of this period, a suitable teaching strategy was formulated. This strategy is essentially based on the following parameters: Group discussion, the use of calculators, and creating a cognitive disequilibrium. During the third year of this study this strategy was implemented at a number of schools. During this phase research concentrated on the distributive property only. Judging by the results, it appears as if a considerable increase in level of awareness has taken place within these pupils.

During this study a hierarchical model of levels of awareness was also formulated. This model was used as a guide in the attempt to increase pupils' level of awareness of the number properties.

DANKBETUIGINGS

Hiermee betuig ek my opregte en innige dank aan:

- * my promotor, prof. P.G.Human, vir besonder kundige en konstruktiewe leiding en motivering, sowel as vir die skep van geleentheid waarbinne hierdie navorsing geïnisieer en volgehou kon word;
- * die skoolhoofde van die skole waarbinne hierdie navorsing onderneem is vir hul goedkeuring;
- * die onderwysers van genoemde skole wat met entoesiasme dikwels groot aanpassings in hul beplanning moes maak ten einde genoeg tyd vir hierdie navorsing in te ruim;
- * die leerlinge van genoemde skole wat met soveel ywer en genot aan hierdie projek deelgeneem het, en sonder wie se toegewyde deelname hierdie navorsing nie sinvol sou kon plaasvind nie;
- * beurstoekennings uit die Pauw-, de Jager en Dorothy de Villiers-beursfondse, wat deur die Universiteit van Stellenbosch geadministreer word;
- * my werkgever, die Kaapse Technikon, vir ruim finansiële ondersteuning;
- * ENWOUS, vir gewaardeerde finansiële steun;
- * mev. Rose-Maré Kreuser van die Universiteit van Stellenbosch vir die rekenarisering van die leerlingresultate;
- * mev. Sally le Roux van die Universiteit van Stellenbosch wat benewens haar druk program ook nog die rol van tussenganger, boodskapper en vertroueling moes vervul;

- * die B.Prim III studente van 1995 wie se bydrae as navorsingsassistente van onskatbare waarde was;
- * mnre Kobus du Toit en Koos van Dyk vir hul hulp met administratiewe reëlings en as navorsingsassistente;
- * my vrou, Rykie-Marié, en kinders, Cobus en Marí, wat gedurende hierdie tydperk nog minder as gewoonlik van my gesien het, maar tog deur die nodige begrip en ondersteuning vir my die geleentheid geskep het om hierdie projek te voltooi.

AAN HOM AL DIE EER.

Stellenbosch

November 1995

INHOUDSOPGAWE

| | Bladsy |
|--|--------|
| VOORWOORD | 1 |
| HOOFSTUK 1: DOEL, RASIONAAL EN LEERTEORETIESE VERTREK PUNTE | |
| 1.1 Doel van hierdie studie | 3 |
| 1.1.1 Algemene doelstelling | 3 |
| 1.1.2 Spesifieke doelstelling | 3 |
| 1.2 Rasionaal vir hierdie studie | 3 |
| 1.2.1 Inleiding | 3 |
| 1.2.2 Ontleding van die rasionaal | 4 |
| 1.2.2.1 Die beheersing van elementêre algebra | 4 |
| 1.2.2.2 Ooreenkomste tussen rekenkunde en algebra | 8 |
| 1.2.2.3 Verskille tussen rekenkunde en algebra: 'n Rekenkunde-kennisraamwerk teenoor 'n algebra-kennisraamwerk | 13 |
| 1.2.2.4 Moontlike leemtes in die bestaande rekenkunde- en algebra-onderrigpraktyk | 15 |
| 1.2.2.4.1 Leemtes in die rekenkunde- onderrigpraktyk | 16 |
| 1.2.2.4.2 Leemtes in die algebra- onderrigpraktyk | 18 |
| 1.2.2.5 Gerapporteerde gebrekkige beheersing van algebra | 21 |
| 1.2.2.5.1 Navorsing binne die raamwerk van die beheersingsteorie | 21 |
| 1.2.2.5.2 Ander navorsing | 26 |

| | | |
|-----------|---|----|
| 1.2.2.6 | Die 1991 ondersoek na leerlinge se vlak van bewustheid van die algemene bewerkingseienskappe | 28 |
| 1.2.2.6.1 | Rasionaal vir die 1991-ondersoek | 28 |
| 1.2.2.6.2 | Navorsingsmetode en resultate van die 1991-ondersoek | 30 |
| 1.2.2.6.3 | Gevolgtrekkings en aanbevelings van die 1991-ondersoek | 33 |
| 1.2.2.7 | Die Van Hiele-niveauteorie | 35 |
| 1.2.2.8 | 'n Model vir die vlakke van bewustheid van die bewerkingseienskappe | 37 |
| 1.2.2.9 | NCTM se standpunt | 39 |
| 1.2.2.10 | Strukturering van eie rekenmetodes | 41 |

HOOFSTUK 2: VERLOOP VAN DIE NAVORSING EN ONTWIKKELING VAN NUWE PERSPEKTIEWE

| | | |
|-----|------------------------------------|----|
| 2.1 | Verloop van die navorsing | 42 |
| 2.2 | Ontwikkeling van nuwe perspektiewe | 47 |
| 2.3 | Lys van bewerkingseienskappe | 50 |

HOOFSTUK 3: DIE EERSTE RONDTE: 1993

| | | |
|-----|--|-----|
| 3.1 | Inleiding | 52 |
| 3.2 | Resultate van leerlingresponse op die vraelyste: Vraag 1 | 58 |
| 3.3 | Resultate van leerlingresponse op die vraelyste: Vraag 2 | 88 |
| 3.4 | Samevatting van resultate | 122 |

HOOFSTUK 4: DIE TWEEDE RONDTE: 1994

| | | |
|-----|--|-----|
| 4.1 | Inleiding | 124 |
| 4.2 | Skool 1 | 129 |
| | 4.2.1 Die onderrigssessies | 129 |
| | 4.2.2 Kommentaar | 135 |
| 4.3 | Skool 2 | 136 |
| | 4.3.1 Die eerste onderrigssessie | 137 |
| | 4.3.2 Die tweede onderrigssessie | 140 |
| | 4.3.3 Die derde onderrigssessie | 142 |
| 4.4 | Skool 3 | 144 |
| | 4.4.1 Die eerste onderrigssessie | 144 |
| | 4.4.2 Die tweede onderrigssessie | 146 |
| | 4.4.3 Die derde onderrigssessie | 148 |
| | 4.4.4 Gevolgtrekkings | 149 |
| 4.5 | Skool 4 | 150 |
| | 4.5.1 Die eerste onderrigssessie | 150 |
| | 4.5.2 Die tweede onderrigssessie | 151 |
| | 4.5.3 Die derde onderrigssessie | 152 |
| | 4.5.4 Die vierde onderrigssessie | 153 |
| 4.6 | Skool 5 | 155 |
| | 4.6.1 Die eerste onderrigssessie | 155 |
| | 4.6.2 Die tweede onderrigssessie | 155 |
| | 4.6.3 Die derde onderrigssessie | 159 |
| | 4.6.4 Die vierde onderrigssessie | 162 |
| 4.7 | Resultate van leerlingresponse op die vraelyste: Skole 1 tot 4 | 166 |
| 4.8 | Resultate van leerlingresponse op die vraelyste: Skool 5 | 218 |
| 4.9 | Samevatting van resultate | 236 |

**HOOFSTUK 5: SAMEVATTING VAN HOOFSTUKKE 3 EN 4:
INTERPRETASIE VAN RESULTATE OOR
DISTRIBUTIEWE EIENSKAP EN BESKRYWING
VAN ONTWIKKELING VAN ONDERRIGSTRATEGIE**

| | | |
|-------|---|-----|
| 5.1 | Inleiding | 236 |
| 5.2 | Resultate oor die distributiewe eienskap uit die eerste en tweede rondtes | 237 |
| 5.2.1 | Resultate uit die eerste rondte (1993) | 237 |
| 5.2.2 | Resultate uit die tweede rondte (1994) | 244 |
| 5.3 | Die ontwikkeling van die onderrigstrategie | 259 |

HOOFSTUK 6: DIE DERDE RONDTE: 1995

| | | |
|------|---|-----|
| 6.1 | Inleiding | 263 |
| 6.2 | Leerlingsamestelling | 263 |
| 6.3 | Werkswyse | 264 |
| 6.4 | Werkvelle | 265 |
| 6.5 | Voor- en natoetsvraelyste | 338 |
| 6.6 | Resultate van vraelyste 3a en 3b: vraag 1.1 | 348 |
| 6.7 | Resultate van vraelyste 3a en 3b: vraag 1.2 tot 1.5 | 349 |
| 6.8 | Resultate van vraelyste 3a en 3b: vraag 2.1 tot 2.8 | 371 |
| 6.9 | Resultate van vraelyste 3a en 3b: vraag 3.1 en 3.2 | 403 |
| 6.10 | Kommentaar | 408 |

HOOFSTUK 7: GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS

| | | |
|-------|---|-----|
| 7.1 | Opmerkings oor die metodologie wat gevolg is | 409 |
| 7.1.1 | Inleiding | 409 |
| 7.1.2 | Eienskappe en metodologie van ontwikkelingsnavorsing | 410 |
| 7.2 | Gevolgtrekkings gebaseer op leerlingresultate | 412 |
| 7.2.1 | Die eerste rondte | 412 |
| 7.2.2 | Die tweede rondte | 414 |
| 7.2.3 | Die derde rondte | 415 |
| 7.2.4 | Vergelyking van die resultate van die eerste, tweede en derde rondtes | 416 |

| | | |
|---------|---|-----|
| 7.3 | Kommentaar | 417 |
| 7.3.1 | Die problematiek om diepgaande leerlingbespreking te ontlok | 417 |
| 7.3.2 | Groepsbesprekingtegnieke | 419 |
| 7.3.3 | Ingewikkelde berekeninge | 419 |
| 7.3.4 | Kommentaar op onderwyservraelyste | 420 |
| 7.3.5 | Leerlingkommentaar | 420 |
| 7.4 | Die waarde van hierdie studie | 417 |
| 7.4.1 | 'n Bydrae tot die teoretiese kennispoel | 421 |
| 7.4.1.1 | 'n Model van die vlakke van bewustheid van bewerkingseienskappe | 421 |
| 7.4.1.2 | Leeraktiwiteite wat verhoging van die vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap teweegbring | 422 |
| 7.4.2 | 'n Omvattende databasis | 424 |
| 7.4.3 | Benutting in die klaskamer | 424 |
| 7.5 | Tekortkominge in hierdie navorsing | 425 |
| 7.5.1 | Die gehalte van die leerlinggesprek | 425 |
| 7.5.2 | Strukturering van leerlinge se kennis | 425 |
| 7.5.3 | Eksplisiete bewustheid van transformasies | 426 |
| 7.5.4 | Probleemgebaseerde teenoor nie-probleemgebaseerde leerlingklassifikasie | 426 |
| 7.6 | Aanbevelings vir verdere navorsing | 427 |
| | BRONNELYS | 428 |
| | BYLAE 1: Lys van aktiwiteite vir die eerste rondte | |
| | BYLAE 2: Response op onderwyservraelyste: eerste rondte | |
| | BYLAE 3: Inligtingstukke aan onderwysers: derde rondte | |
| | BYLAE 4: Response op onderwyservraelyste: derde rondte | |
| | BYLAE 5: Leerlingreaksies: standerd vier-leerlinge van skool 4: derde rondte | |

VOORWOORD

Een van die mees prominente probleemareas in Wiskunde-onderwys is leerlinge se lae vlak van begryping van elementêre algebra. Die hipotese bestaan dat 'n gebrekkige rekenkundige verwysingsraamwerk een van die hooforsake van gebrekkige singewing aan en begryping van algebra kan wees (Booth, 1984).

Hierdie studie handel spesifiek oor een aspek van leerlinge se rekenkundige verwysingsraamwerk, naamlik hul vlak van bewustheid van die algemene bewerkingseienskappe van reële getalle. In die verlede is al gepoog om op laerskoolvlak eksplisiete kennis van hierdie eienskappe te bevorder (vergelyk byvoorbeeld die sogenaamde moderne Wiskunde van die laat sestigerjare). Huidig word erken dat leerlinge wel oor intuïtiewe kennis van die bewerkingseienskappe beskik. Hierdie intuïtiewe kennis manifesteer in die vorm van "theorems-in-action" (vergelyk Vergnaud (1981 en 1982)). Leerlinge se spontane rekenmetodes soos dit in sekere kontemporêre praktyke van rekenonderrig, byvoorbeeld PGL (probleemgebaseerde leer) (vergelyk Cobb *et al* en Murray *et al* (1992)) en CGI (Cognitively Guided Instruction) (vergelyk Fuson *et al*) gerapporteer word, dien as oorfloedige bewys van die bestaan van hierdie intuïtiewe kennis.

In 'n vorige studie het die navorser ondersoek ingestel na senior primêre leerlinge se vlak van bewustheid van die algemene bewerkingseienskappe (Vermeulen 1991). Hy het enersyds bevind dat leerlinge in die probleemgebaseerde benadering tot rekenkunde-onderrig se vlak van bewustheid van hierdie eienskappe nie noemenswaardig hoër is as dié van leerlinge in die tradisionele benadering nie. Andersyds het hy bevind dat eersgenoemde groep se vlak van bewustheid in elk geval nie baie hoog was nie. Hierdie resultate was effens onverwags en teleurstellend. Met die huidige studie is die moontlikheid om leerlinge se vlak van bewustheid van die algemene bewerkingseienskappe deur middel van spesifieke leeraktiwiteite te verhoog, ondersoek. Van Hiele (1991) se niveauteorie is as belangrike leerteoretiese fondament gebruik. Dit het egter geblyk nie maklik te wees nie om leerlingbewustheid van die algemene bewerkingseienskappe te verhoog.

Tydens die verloop van die klaskamerekperimente het dit toenemend duidelik geword dat die problematiek korreleer met kontemporêre leerteoretiese denke binne die konstruktivistiese skool, en dat, benewens Van Hiele se niveauteorie, die formuleringe van onder andere Piaget, Skemp, Freudenthal en Von Glasersfeld 'n teoretiese raamwerk bied waarbinne die problematiek wat tydens die klaskamerekperimente beleef is, ge-artikuleer en vertolk kan word. Primêr hierbinne is die leerteoretiese stellingname dat refleksie 'n fundamentele rol ten opsigte van leer speel (Piaget

(1974:23), Skemp (1989:74), Freudenthal (1983:4), Von Glasersfeld (1991:xvi) en Inhelder (1974:7), en dat refleksie veral plaasvind wanneer leerders 'n disekwilibrium tussen hul bestaande kognitiewe skemas en nuwe ervarings beleef.

In hierdie studie gaan dit egter nie oor die konstruksie van nuwe skemas nie (want leerlinge beskik reeds oor intuïtiewe kennis van die bewerkingseienskappe), maar oor die verhoging van die vlak van bewustheid van daardie eienskappe. Dit het egter geblyk nie so maklik te wees om leerlinge te kry om te reflekteer oor wat vir hulle eintlik vanselfsprekend is nie, en die navorser se pogings om 'n hoër vlak van bewustheid te ontwikkel, het mettertyd die vorm aangeneem van pogings om leerlinge aan ervarings bloot te stel waarin die algemene bewerkingseienskappe verrassende implikasies het. Binne 'n Piagetse raamwerk sou 'n mens daarna kan verwys as pogings om disekwilibrium in die hand te werk deur leerders aan situasies bloot te stel wat hulle nie kon vertolk sonder om meer bewustelik met die bewerkingseienskappe om te gaan nie. Ook hiermee is slegs beperkte sukses behaal, en uiteindelik is leeraktiwiteite ontwerp waarin gepoog is om refleksie na 'n hoër vlak te voer, naamlik refleksie oor dit waaroor in twee verskillende, oënskynlik nie-verbandhoudende situasies gereflekteer word (refleksie oor refleksie) (vergelyk Skemp, 1979:181), en hiermee is inderdaad meer sukses behaal.

Dit is egter nog nie duidelik of die vlak van bewustheid wat in die eksperimente waargeneem is voldoende is om die algebraïese formulering en benutting van bewerkingseienskappe vir leerlinge meer toeganklik te maak nie, en verdere navorsing in hierdie verband is nodig. Dit is ook nie duidelik of die huidige vlak van leerlinggesprekke in die primêre skool ("level of mathematical discourse") hoog genoeg is om leerlinge tot refleksie oor refleksie in staat te stel nie.

Tydens die navorser se rapportering van die verloop van die navorsing en die navorsingsresultate, verwys hy deurentyd na 'n individuele leerling as "hy". Die leser se aandag word daarop gevestig dat sodanige leerling ook vroulik kan wees. Die navorser verkies egter, ter wille van leesbaarheid, die gebruik van "hy", eerder as "hy/sy".

HOOFSTUK 1

DOEL, RASIONAAL EN LEERTEORETIESE VERTREKPUNTE

1.1 DOEL VAN HIERDIE STUDIE

1.1.1 Algemene doelstelling

Die algemene doelstelling van hierdie studie is om 'n bydrae te probeer lewer tot leerlinge se volledige beheersing van algebra, en die gepaardgaande uitskakeling van bepaalde wanbegrippe, deurdat gepoog gaan word om laerskoolleerlinge se vlak van bewustheid van die algemene bewerkingseienskappe te verhoog.

1.1.2 Spesifieke doelstelling

Die spesifieke doelstelling van hierdie studie is om leeraktiwiteite, waardeur laerskoolleerlinge se bewustheid van die algemene bewerkingseienskappe moontlik verhoog kan word, te ontwikkel en te implementeer. Onder hierdie bewerkingseienskappe tel die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe vir reële getalle.

1.2 RASIONAAL VIR HIERDIE STUDIE

1.2.1 Inleiding

Die **rasionaal** vir hierdie studie is hoofsaaklik geleë in die waargenome en gerapporteerde wanbegrippe in algebra wat by leerlinge in die junior sekondêre fase bestaan. Hierdie wanbegrippe is die direkte gevolg van die onvolledige beheersing van algebra.

Verskeie ondersoeke is al wêreldwyd uitgevoer om die aard en omvang van leerlingwanbegrippe met betrekking tot elementêre algebra vas te stel, en verskeie onderrigstrategieë is al geïmplementeer om die voorkoms van leerlingwanbegrippe te probeer verminder. Baie van hierdie studies handel oor leerlinge se interpretasie van of

betekenisgewing aan lettersimbole in algebra (vergelyk byvoorbeeld Küchemann 1981a en 1981b; Booth 1981 en 1983; Olivier 1989a en 1989b). Ander weer handel oor leerlinge se begrip van die betekenis van algebraïese uitdrukkings, en hul begrip van die betekenis en nuttigheidswaarde van algebraïese manipulasie (vergelyk byvoorbeeld Februarie 1989; Van der Merwe 1989; Fray 1989; Brand 1992).

Met hierdie studie word van die **veronderstelling** uitgegaan dat 'n lae vlak van bewustheid van bewerkingseienskappe leerlinge se bemeestering van die logika van algebraïese manipulasie inhibeer, en dat dit selfs begryping van die aard, funksionaliteit en betekenis daarvan kan inhibeer.

In 1.2.2 word 'n beskrywing gegee van verskeie aspekte wat direk met die rasionaal verband hou, waaronder: wat dit behels om elementêre algebra volledig te beheers (1.2.2.1); verskille en ooreenkomste tussen rekenkundige berekeninge en algebraïese manipulasie, met besondere klem op die rol van die bewerkingseienskappe (1.2.2.2 en 1.2.2.3); en 'n ondersoek wat in 1991 uitgevoer is, en waarvan die resultate 'n dringendheid aan hierdie studie verleen het.

1.2.2 Ontleding van die rasionaal

1.2.2.1 Die beheersing van elementêre algebra

Die beheersing van elementêre algebra, met spesifieke klem op algebraïese manipulasie as vervanging van algebraïese uitdrukkings met ekwivalente uitdrukkings, behels dat onder andere die volgende aspekte daarvan beheers moet word (Human 1989a):

- * Betekenis
- * Funksionaliteit
- * Logika
- * Aard
- * Vaardigheid

Volgens Human (1989a) word die volgende met elk van hierdie begrippe bedoel:

* **Betekenis**

Die betekenis van 'n wiskunde-inhoud verwys na die inligting wat daarin vervat is, of die inligting wat daarmee oorgedra word.

Die betekenis van 'n **algebraïese uitdrukking** is die inligting wat daardeur oorgedra word. Dit is naamlik dat 'n bewerking of kombinasie van bewerkings op 'n sekere onbekende getal, voorgestel deur 'n lettersimbool, uitgevoer word. 'n Algebraïese uitdrukking kan dus beskou word as 'n rekenvoorskrif. Byvoorbeeld, $2(x+3)$ beteken: By 'n sekere reële getal, wat met x voorgestel word, word 3 bygetel, en hierdie som word met 2 vermenigvuldig.

Volgens Brand (1992:6) behels die betekenis van 'n algebraïese uitdrukking dat sodanige uitdrukking 'n wiskundige notasie is waarin letters as plekhouders vir getallewaardes optree. 'n Algebraïese uitdrukking kan dus geëvalueer word, mits die waardes van die veranderlike(s) bekend is.

Die betekenis van **algebraïese manipulasie** is dat 'n bepaalde algebraïese uitdrukking met 'n ander algebraïese uitdrukking vervang word. Hierdie "nuwe" algebraïese uitdrukking sal presies dieselfde waarde as die oorspronklike algebraïese uitdrukking lewer wanneer die veranderlike(s) in albei uitdrukkings met dieselfde waarde(s) vervang word. Daar word gesê die twee uitdrukkings is ekwivalent.

* **Funksionaliteit**

Die funksionaliteit van 'n wiskunde-inhoud verwys na die nuttigheid of toepasbaarheid van hierdie inhoud. Die funksionaliteit van algebraïese manipulasie is daarin geleë dat die vervangende, maar steeds ekwivalente, uitdrukking vir 'n bepaalde doel nuttiger is. Hierdie doel kan byvoorbeeld wees: kommunikasie of leesbaarheid van 'n uitdrukking of formule; die evaluering van algebraïese uitdrukkings; of die oplos van vergelykings.

Wanneer die algebraïese uitdrukking $6x^2 - 2x(3x - 5)$ geëvalueer moet word vir $x = -9,0387$, is dit meer sinvol om die uitdrukking met die uitdrukking $10x$ te vervang wat ontstaan nadat algebraïese manipulasie daarop uitgevoer is. Die oorspronklike algebraïese uitdrukking word dus vervang met 'n nuttiger, en in hierdie geval ook eenvoudiger, ekwivalente algebraïese uitdrukking.

Die antwoord op die volgende vraag hang af van die doel wat bereik wil word: Watter van die volgende twee ekwivalente uitdrukkings is in die nuttigste vorm: $(x+3)(x-1)$ of $x^2 + 2x - 3$? Wil 'n mens dit evalueer vir enige waarde(s) van x , is albei waarskynlik ewe goed. Wil jy die uitdrukking differensieer, is die tweede vorm (in elk geval vir leerlinge) die nuttigste vorm. Wil jy egter die vergelyking $x^2 + 2x - 3 = 0$ oplos, is die eerste vorm die nuttigste.

Die funksionaliteit van algebraïese manipulasie is dus nie om, soos in rekenkunde, die antwoord op 'n berekening te verkry nie, maar bloot om die betrokke algebraïese uitdrukking met 'n ander, ekwivalente uitdrukking te vervang wat nuttiger is vir 'n bepaalde taak.

* **Logika**

Die logika van 'n wiskunde-inhoud is die verklaring of regverdiging daarvan. Die logika van **algebraïese manipulasies** is geleë in die **algemene bewerkingsienskappe**, waaronder die kommutatiewe, assosiatiewe en distributiewe eienskappe van reële getalle.

Die logika van die vervanging van $2(3x-4)$ met $6x-8$ lê opgesluit in die bestaan van die distributiewe eienskap vir reële getalle, naamlik $a(b+c) = ab+ac$.

* **Die aard van algebraïese manipulasie**

In die rekenkundige bewerking 8×23 word die **antwoord** 184 verkry, hoofsaaklik deur gebruikmaking van die distributiewe eienskap. Hierdie antwoord word beskou as die resultaat van 'n **rekenkundige bewerking**.

Wanneer die distributiewe eienskap op die algebraïese uitdrukking $8(2x+3)$ toegepas word om die antwoord $16x+24$ te verkry, kan $16x+24$ nie beskou word as die antwoord van $8(2x+3)$ in dieselfde sin as wat 184 die antwoord is van 8×23 , naamlik die resultaat van 'n rekenkundige bewerking, nie. Die uitdrukking $16x+24$ is bloot 'n **ekwivalente uitdrukking** waarmee $8(2x+3)$ **vervang** word.

Algebraïese manipulasie behels dus die konstruksie van 'n algemene bewering, naamlik dat een uitdrukking vir alle (of alle behalwe 'n eindige aantal uitsonderings) waardes van die veranderlike(s) aan 'n ander uitdrukking gelykwaardig is.

* **Vaardigheid in algebraïese manipulasie**

Beheersing van elementêre of manipulatiewe algebra veronderstel vaardigheid in die manipulasie van algebraïese uitdrukkings. Skemp (1971:88-89) onderskei drie soorte vaardigheid in wiskundige prosesse:

- (a) Eksplisiet-denkende wiskundige prosesse wanneer die logika bewustelik deurdink word.
- (b) Ge-outomatiseerde wiskundige prosesse, verwysende na die outomatiese uitvoering van die proses sonder om aan die logika daarvan te dink. Terselfdertyd bestaan die vermoë egter om die logika terug te sit.
- (c) Resepmatige wiskundige prosesse wat sonder enige begrip uitgevoer kan word.

Hy beklemtoon dat dit noodsaaklik is om die logika van alle manipulatiewe stappe te begryp, maar dat dit ook nodig is om deur herhaling, en sonder verlies van begrip, algebraïese manipulasie te outomatiseer ten einde die leerling in staat te stel om op ander aspekte van die leermateriaal te konsentreer.

Vaardigheid in algebraïese manipulasie is dus maar een van die aspekte van beheersing, en is nie die enigste doel daarvan nie. Vaardigheid in algebraïese manipulasie, sonder beheersing van die ander aspekte van beheersing soos hierbo aangetoon, is egter dikwels die enigste doel van baie onderwysers en leerlinge. Hierdie houding is moontlik een van die groot oorsake van wanbegrippe in elementêre algebra by leerlinge.

1.2.2.2 Ooreenkomste tussen rekenkunde en algebra

Daar kan verskeie raakpunte tussen rekenkunde en algebra geïdentifiseer word. Een van die fundamentele ooreenkomste gaan egter oor die rol van die algemene bewerkingseienskappe in rekenkundige berekeninge en algebraïese manipulasies.

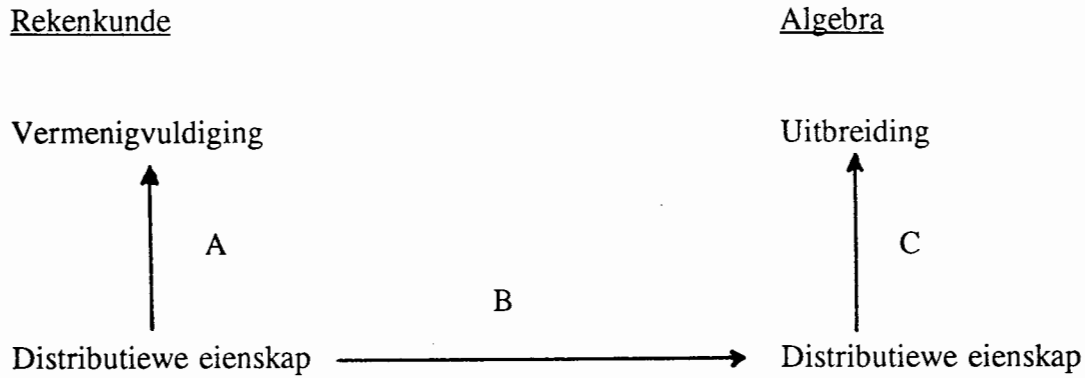
Feitlik alle rekenkundige berekeninge berus op die benutting van een of meer bewerkingseienskappe. In die berekening van die volgende produk staan die distributiewe eienskap sentraal:

$$\begin{aligned}
 9 \times 36 &= 9 \times (30 + 6) \\
 &= 9 \times 30 + 9 \times 6 \text{ ..deur benutting van die distributiewe eienskap} \\
 &= 270 + 54 \\
 &= 324
 \end{aligned}$$

Ook waar hierdie berekening met die standaardalgoritme uitgevoer word, staan die distributiewe eienskap sentraal, al word die algoritme dikwels uitgevoer sonder dat die gebruiker hiervan bewus is:

$$\begin{array}{r}
 36 \\
 \times 9 \\
 \hline
 54 \\
 270 \\
 \hline
 324
 \end{array}$$

As aanduiding van die strukturele verband wat tussen rekenkunde en algebra bestaan, kan die distributiewe eienskap se voorkoms en rol in rekenkunde en algebra as voorbeeld beskou word. Skematies kan dit as volg voorgestel word:



Verband A in die skematiese voorstelling verteenwoordig die benutting van die distributiewe eienskap in vermenigvuldiging. Dit onderlê die standaardalgoritme in sogenaamde langvermenigvuldiging wat in die tradisionele rekenkunde-onderrigpraktyk onderrig word, waar byvoorbeeld die produk van 62 en 3 as volg bepaal word:

$$\begin{array}{r} 62 \\ \times 3 \\ \hline 186 \end{array}$$

en waar 'n persoon tipies as volg redeneer: "2 maal 3 is 6", en die 6 neerskryf, "en 6 x 3 is 18", en die 18 links van die 6 neerskryf.

In die probleemgebaseerde benadering in die primêre skool, waar leerlinge meer in die geleentheid gestel word om hul intuïesies te implementeer, word dieselfde probleem tipies as volg hanteer:

$$\begin{aligned} 3 \times 60 &= 180 \\ 3 \times 2 &= 6 \\ 180 + 6 &= 186 \end{aligned}$$

In hierdie geval is die benutting van die distributiewe eienskap baie meer eksplisiet.

Verband C in die skematiese voorstelling verteenwoordig die benutting van die distributiewe eienskap wanneer 'n algebraïese produkuitdrukking met 'n algebraïese somuitdrukking

vervang word, oftewel "uitbreiding", byvoorbeeld $3(x + y) = 3x + 3y$.

Verband B in die skematiese voorstelling kan beskou word as die veralgemening van die distributiewe eienskap, dit wil sê vanaf die benutting van hierdie eienskap om die produk van bepaalde getalle te bepaal tot by die benutting daarvan om die produk van algebraïese uitdrukkings te bepaal.

Elke rekenkundige berekening waarin daar nie van aantal gebruik gemaak word nie, behels die transformasie (of omskakeling in 'n ander vorm) van die gegewe rekentaak na een of meer makliker take wat die persoon reeds weet hoe om te doen. Hierdie proses om die gegewe taak na 'n **ekwivalente**, maar makliker taak te verander, behels drie onderskeibare sub-prosesse (Human, 1988:6-10; Human, 1990:181-190; Olivier, 1992):

- (1) Transformasie van die getalle in die berekening (gebaseer op die persoon se **getalbegrip**).
- (2) Transformasie van die rekentaak (gebaseer op die **bewerkingseienskappe**).
- (3) Berekening (gebaseer op die persoon se **primitiewe**, d.w.s. daardie getalle waarmee hy met selfvertroue kan reken, sonder om noemenswaardig daarvoor te hoef te dink).

As **illustrasie** hiervan word die volgende vermenigvuldigingsprobleem geneem: 8×23 .

Transformasie van die getal(le) vind plaas wanneer die 23 beskou word as $20 + 3$.

Transformasie van die rekentaak vind plaas wanneer die produk, naamlik $8 \times (20 + 3)$ vervang word met die som $8 \times 20 + 8 \times 3$.

Hierdie taaktransformasie is suiwer op die distributiewe eienskap gebaseer.

Die berekening vind plaas om die antwoord in sy eenvoudigste vorm te kry:

$160 + 24$, en dit lewer dan 184. 'n Persoon wat 8×23 op hierdie manier bereken, het reeds in die eerste sub-proses vooruit "gekyk" na die transformasie in sub-proses 2 sowel as na watter primitiewe hy in die finale berekening (sub-proses 3) gaan benut. Op grond van

hoofsaaklik die laaste vooruitskouing, en die wete dat 8×20 en 8×3 vir hom primitiewe is, of deur verdere transformasie met behulp van ander primitiewe bereken kan word, "breek" hy in die eerste sub-proses 23 "op" as $20 + 3$.

Dieselfde drie sub-prosesse vind egter ook plaas wanneer sogenaamde langvermenigvuldiging volgens die standaardalgoritme uitgevoer word, byvoorbeeld

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times \quad 8 \\ \hline 184 \end{array}$$

Wanneer die algebraïese uitdrukking $8(2x + 3)$ vervang word, vind presies dieselfde taaktransformasie plaas, naamlik die produk word vervang met 'n som: $8 \times 2x + 8 \times 3$.

Algebraïese manipulasie, dit wil sê die konstruksie van ekwivalente uitdrukkings, stem direk met rekenkundige manipulasie ooreen, hoewel die doelstellings heelwat breër is. Algebraïese manipulasie is tewens op presies dieselfde algemene bewerkingseienskappe as rekenkundige manipulasie gebaseer. Dit is egter belangrik om daarop te let dat manipulatiewe algebra eintlik slegs met die taaktransformasie-gedeelte van die rekenkundige sub-prosesse (dit wil sê die tweede sub-proses) ooreenstem, byvoorbeeld:

Rekenkunde

$$8 \times 23$$



Getaltransformasie

$$8 \times (20 + 3)$$



Taaktransformasie

$$8 \times 20 + 8 \times 3$$



Berekening

$$160 + 24$$



Finale berekening

$$184$$

Algebra

$$8(2x + 3)$$



Taaktransformasie

$$8 \times 2x + 8 \times 3$$



Berekening

$$16x + 24$$

1.2.2.3 Verskille tussen rekenkunde en algebra:**'n Rekenkunde-kennisraamwerk teenoor 'n algebra-kennisraamwerk**

Daar kan 'n duidelike onderskeid getref word tussen 'n rekenkunde-kennisraamwerk en 'n algebra-kennisraamwerk op grond van die volgende:

- * Die vereenvoudiging van uitdrukkings
- * Die rol van die = teken.

* **Die vereenvoudiging van getal- en algebraïese uitdrukkings:**

Beskou die volgende alledaagse (rekenkundige) probleem:

'n Vrou spandeer R127,15 aan klere by 'n klerewinkel, en koop skoene ter waarde van R76,95 by 'n skoenwinkel. Hoeveel geld het sy spandeer?

Vir enige moderne mens beteken hierdie vraag dat die twee getalle bymekaargetel moet word en dat 'n enkele getal, naamlik die resultaat van die rekenkundige berekening, as antwoord gegee word.

In algebra kan dieselfde benadering egter probleme oplewer, soos byvoorbeeld die bekende verskynsel dat leerlinge die algebraïese uitdrukking $a + b$ nie so wil los nie, maar die behoefte het om dit te vereenvoudig, gewoonlik na ab . Hierdie verskynsel staan as sameflansing bekend.

Die teelaarde vir sameflansing word egter by uitstek geskep wanneer 'n leerling tydens die aanvangsonderrig van algebra die manipulasie van algebraïese uitdrukkings in dieselfde konteks as rekenkundige berekeninge sien. Soos reeds in 2.2.1 genoem, gaan algebraïese manipulasie oor die vervanging van 'n algebraïese uitdrukking met 'n ander, ekwivalente, maar vir 'n bepaalde doel, nuttiger, uitdrukking. Daarenteen gaan rekenkundige berekening suiwer om die resultaat van 'n rekenkundige bewerking in sy eenvoudigste vorm. (Vergelyk Human, 1989a:3-6 en Human, 1989b:6-8).

* **Die rol van die = teken:**

Laerskoolleerlinge beskou dikwels die = teken as 'n "doen iets"-teken, of as 'n aanduiding van: "nou volg die antwoord van die berekening". (Vergelyk Human, 1989b:6; Olivier, 1992; Kieran, 1979 en Kieran, 1981). In die getaluitdrukking $127,15 + 76,95 =$ beleef baie laerskoolleerlinge die =-teken as 'n por-teken (Engels: prompt), dit wil sê: dit is 'n aanduiding om nou die antwoord te gee; skriftelik of mondeling.

Cobb (1987:109) stel dit as volg:

"Primary school children interpret an equal sign in terms of actions to be performed. In other words, it is not an expression of relational equivalence between numbers for these children. Instead they give it a "do something" meaning....These children usually reject symbolic forms such as $10 = 7 + 3$; $7 + 3 = 3 + 7$; $6 = 6$...There exists evidence that interpretation of the equal sign as signifier to act persists throughout elementary school, and even into junior high school."

In algebra lewer hierdie beskouing van die =-teken egter probleme op. Waarop dui die =-teken in die volgende geval: $2x + 3x =$

Dui die =-teken daarop dat die antwoord van $2x + 3x$ nou gegee moet word, en indien wel, wat is die antwoord? Is dit $5x$?

Die antwoord is nie $5x$ in dieselfde sin as wat $204,10$ die antwoord van $127,15 + 76,95$ is nie (naamlik die resultaat van 'n rekenkundige bewerking). Die uitdrukking $5x$ is bloot 'n nuttiger vorm van die uitdrukking $2x + 3x$, wat dieselfde waarde sal lewer vir enige waarde van x , dit wil sê, die twee uitdrukkings is ekwivalent. Die =-teken vervul dus essensieel die rol van 'n ekwivalensieteken. Anders gestel: $2x + 3x = 5x$ is bloot 'n ekwivalensieuitspraak.

Wanneer die volgende greep uit algebra beskou word: $8(2x + 3) = 16x + 24$, word daar nie geïmpliseer dat die antwoord van $8(2x + 3)$ gelyk is aan $16x + 24$ nie, maar dat hierdie twee uitdrukkings ekwivalent is, d.w.s. dieselfde waarde(s) sal lewer vir enige reële waarde(s) wat aan x toegeken word.

1.2.2.4 Moontlike leemtes in die bestaande rekenkunde- en algebra-onderrigpraktyk

Op grond van die bespreking in paragrawe 1.2.2.2 en 1.2.2.3, kan moontlike leemtes in die onderrigpraktyk en gevolglike beheersingstekorte op drie terreine geïdentifiseer word:

- * Rekenkundige berekeninge, waar die logika van hierdie bewerkings in die bewerkingseienskappe as "reguleerders" van hierdie bewerkings geleë is (verband A in paragraaf 1.2.2.2).
- * Die uitbreiding of veralgemening van die bewerkingseienskappe vanaf rekenkunde na algebra (verband B in paragraaf 1.2.2.2).
- * Algebraïese manipulasies, waar die logika van hierdie bewerkings ook in die bewerkingseienskappe geleë is, en waar vaardigheid, sonder verlies van begrip ten opsigte van betekenis, funksionaliteit en logika, in hierdie bewerkings die ideaal is (verband C in paragraaf 1.2.2.2).

Leerlinge se beheersing van verband B (in terme van betekenis, funksionaliteit en logika) is ten nouste afhanklik van verband A. As leerlinge nie bewus is van die bestaan van verband A nie (en dit is heeltemal moontlik in die tradisionele rekenkunde-onderrigpraktyk), is dit realisties om te verwag dat daar ook by hulle beheersingstekorte ten opsigte van verband B sal bestaan.

Meer nog, as verbande A en B nie vir leerlinge eksplisiet is nie, kan daar weinig beheersing van verband C wees. Etlike navorsers (bv. van Heerden 1991, Bester 1989, Fray 1989 en van der Merwe 1989) het bevind dat daar 'n redelike mate van manipulatiewe vaardigheid ten opsigte van verband C by leerlinge bestaan, maar dat beheersing van betekenis, logika en funksionaliteit in 'n groot mate afwesig is.

1.2.2.4.1 Leemtes in die rekenkunde-onderrigpraktyk

In die tradisionele rekenkunde-onderrigpraktyk word die standaardalgoritmes vir die uitvoer van die vier basiese operasies aan leerlinge onderrig. Hierdie standaardalgoritmes is bedrieglik eenvoudig deurdat hulle feitlik al die sleurwerk uit rekenkundige berekeninge haal. Hierdie standaardalgoritmes ondervang en outomatiseer al drie sub-prosesse wat inherent aan elke rekenkundige berekening is, soos beskryf in paragraaf 2.3.2. Wanneer daar tydens rekenkunde-onderrig nie aandag geskenk word aan die funksionering van hierdie standaardalgoritmes nie, kry leerlinge waarskynlik nie die geleentheid om met die bewerkingseienskappe in aanraking te kom nie. Dit kan uiteraard tot die nie-beheersing van verband A, met die gevolglike onvermoë tot volledige beheersing van verbande B en C, aanleiding gee.

Human (1988:10) sê in hierdie verband die volgende: *"It is important to note that, whereas transformational thinking may not contribute to fluency (skill) in the basic operations", (hy verwys na rekenkundige berekeninge wat uitgevoer word deur doelbewus van transformasie eerder as van die standaardalgoritmes gebruik te maak) it is a prerequisite for skill in more involved computations which occur in high school mathematics (met verwysing na algebraïese manipulasie). Fact is that the standard algorithms for whole numbers is an ideal medium for teaching the idea of simplification by means of transformation, and that pupils' preparedness for algebra would clearly be enhanced if the distinction (and connections) between transformation and calculation becomes established at primary school level."*

Dat leerlinge oor bepaalde intuïesies ten opsigte van wiskundige manipulasies beskik, is reeds deur navorsers in detail gedokumenteer. (Verwys byvoorbeeld Murray, 1986 en 1988). Hierdie leerlingintuïesies manifesteer hulleself in die vorm van sogenaamde stellings-in-aksie. As tydens rekenkunde-onderrig leerlingintuïesies ten opsigte van bewerkingseienskappe nie vir leerlinge geëkspliseer word nie, dit wil sê, dit nie vir hulle in hul denke na vore gebring word nie, kan dit gebeur dat wanneer die bewerkingseienskappe in standerd 4 of 5 formeel behandel word, leerlinge nie noodwendig hierdie formele konsep met hul intuïtiewe beskouing van dieselfde begrip integreer nie, en kan dit daartoe lei dat hulle aparte kognitiewe skemas van presies dieselfde eienskap bou.

Die term stellings-in-aksie word deur Vergnaud (1981, 1982) toegeken aan die intuïtiewe stellings wat leerlinge in nuwe situasies gebruik. Hy stel dit as volg: "*Intuition is important. It often consists of "theorems-in-action" students spontaneously use in dealing with new situations. These theorems-in-action often go far beyond the level teachers think their pupils have reached*" (Vergnaud 1981:282).

Met hierdie navorsing word gepoog om leerlinge se stellings-in-aksie as vertrekpunt te neem, en te ontwikkel sodat hulle eksplisiet bewus sal wees van die algemene bewerkingseienskappe. Vergnaud laat hom as volg hieroor uit: "*It is important to help children develop the mathematical processes that underlie the procedures they 'spontaneously' tend to use. There may be more mathematical thinking in those procedures and processes than in some formal algorithms that we teach them*" (Vergnaud 1981:291).

Human skryf as volg: "*Die konstruksie van rekenmetodes deur leerlinge behels dat leerlinge korrekte intuïesies ten opsigte van bewerkingseienskappe toepas, al beskik hulle nie op daardie stadium oor die vermoë om die bewerkingseienskappe wat hulle gebruik eksplisiet en in algemene terme te formuleer nie. Hierdeur word 'n veel sterker grondslag vir die begripmatige leer en onderrig van algebra gelê, as in daardie vorme van tradisionele rekenonderrig waarin leerlinge bloot voorskrifte ("algoritmes") wat hulle nie intuïtief of eksplisiet in terme van bewerkingseienskappe begryp nie, moet memoriseer en slaafs moet navolg*" (Human 1990:4).

In die probleemgebaseerde benadering wat tans toenemend in laerskole geïmplementeer word, en waar leerlinge intuïtief die bewerkingseienskappe toepas ten einde hul berekeninge uit te voer, bestaan 'n baie groter potensiaal om verband A te beheers, en is die hipotese dat leerlinge in die probleemgebaseerde benadering oor 'n hoër mate van bewustheid van die bewerkingseienskappe as leerlinge in die tradisionele onderrigbenadering beskik, inderdaad gedurende 1991 ondersoek (Vermeulen, 1991). Die resultate van hierdie ondersoek dui daarop dat leerlinge in die probleemgebaseerde benadering slegs oor 'n matige hoër vlak van bewustheid van die bewerkingseienskappe beskik, en die gevolgtrekking kan gemaak word dat hulle ook verband A nie na behore beheers nie.

Tog word gehipotetiseer dat hierdie leerlinge makliker as leerlinge wat die tradisionele

rekenkunde-onderrig ontvang (het), begelei kan word om verband A te beheers, dit wil sê om oor 'n hoë vlak van bewustheid ten opsigte van die bestaan van die bewerkingseienskappe en hul regulerende effek op rekenkundige berekeninge te beskik. Dit is dan juis die **doel** van hierdie studie, naamlik om leerlinge aan spesiaal-ontwerpte aktiwiteite bloot te stel, ten einde 'n verhoging in hul vlak van bewustheid van die bewerkingseienskappe te laat plaasvind.

1.2.2.4.2 Leemtes in die algebra-onderrigpraktyk

Enkele redes word vervolgens uitgelig om aan te toon waarom verband B, en gevolglik ook verband C, volgens waarneming en navorsingsresultate, nie na behore beheers word nie.

Eerstens kan aangevoer word dat algebra nie as veralgemeende rekenkunde aan leerlinge bekend gestel word nie. Human (1988:6-10) stel dit baie reguit as hy beweer: "*Algebraic manipulation is based on exactly the same general properties of numbers than arithmetic manipulation ... Algebraic manipulation, i.e. the construction of algebraic expressions which are equivalent ... correspond directly to arithmetical manipulation ...*"

Tweedens: Leerlinge word die geleentheid ontnem om algebra as veralgemeende rekenkunde te ervaar deurdat algebra op 'n formalistiese wyse aan leerlinge voorgehou word. Küchemann sê die volgende hieroor: "*...mathematics teaching is often seen as an initiation into rules and procedures which, though very powerful (and therefore attractive to teachers), are often seen by children as meaningless. It follows that children's methods and their levels of understanding need to be taken far more into account, however difficult it may be in practice*" (Küchemann, 1981: 118).

Collis sluit hierby aan as hy beweer: "*Mathematics teaching in the schools in recent years has shifted its emphasis from the development of computational skills to the understanding of the structure in the subject matter and thus the temptation to present systems formally and then ask students to make deductions within the system has increased*" (Collis, 1973:129).

Derdens kan beweer word dat leerlinge nie (genoegsaam) in die geleentheid gestel word om

self die oorgang van rekenkunde na algebra te beleef nie. Ginsberg stel dit as volg: *"Children's abstract ideas develop from their concrete experience. This leads to an educational paradox: abstract ideas can seldom be taught directly; they need to emerge from concrete experience"* (Ginsberg, 1977:56). Collis sê hieroor die volgende: *"... at all stages of his life the child bases his decisions on criteria of some kind. At the stage of concrete operational thinking he is ready to base this thinking on concrete criteria and so we help him build a consistent system based on a single concrete referent. He arrives at concrete generalizations, which can be seen as precursors to the formal use of axioms and definitions, without being forced beyond his ability to operate meaningfully on the subject matter"* (Collis, 1969:84).

Vierdens kan beweer word dat 'n groot persentasie leerkrigte nie 'n voldoende poging aanwend om leerlinge se kognitiewe skemas ten opsigte van rekenkundige bewerkings en die bewerkingseienskappe wat dit ten grondslag lê, uit te bou in 'n poging om die kognitiewe skemas wat leerlinge noodwendig tydens die kennismaking met manipulatiewe algebra gaan vorm, hierby te laat aansluit nie. Hierdie situasie geld tipies waar 'n leerkrig van transmissie- onderrigmetodes, eerder as rekonstruktiewe metodes of begeleide ontdekking, gebruik maak. Rae, et al. beskryf dit as volg: *"Meaningful learning takes place when the teacher relates new knowledge to existing knowledge that consists of previously learned theories, principles, concepts, etc. ... a teacher should ensure that existing cognitive structures are clear and stable, while similarities and differences between the new ideas and the established idea should be pointed out"* (Rae, et al., 1976:43).

Dit word weereens beklemtoon dat sodanige pogings van die leerkrig, hoe van kritiese belang dit ook al is, waarskynlik minder suksesvol sal wees as verband A nie genoegsaam beheers word nie, dit wil sê as leerlinge nie eksplisiet bewus is van die bestaan en aard van die bewerkingseienskappe wat rekenkundige bewerkings onderlê nie.

'n **Vyfde** oorsaak wat waarskynlik vir die onvolledige beheersing van verbande B en C verantwoordelik kan wees, is die mate en tipe van begrip of "verstaan" wat 'n leerkrig van sy leerlinge verwag ten opsigte van manipulatiewe algebra. Skemp se klassifikasie van *"instrumental and relational understanding"* word reeds algemeen aanvaar en benut (Skemp,

1989:1). Bruner het dit nuttig gevind om tussen "*intuitive*" en "*analytic thinking*" te onderskei (Bruner, 1960). Byers en Herscovics het Skemp se klassifikasie uitgebrei deur ook "*intuitive*" en "*formal understanding*" in te sluit (Byers en Herscovics, 1977). Daar word volstaan deur te beweer dat waar leerkragte bloot instrumentele en formele "verstaan" of begrip van leerlinge verwag (en waar leerlinge ook al só gekondisioneer is dat dit al behoefte is waaroor hulle ten opsigte van begrip beskik), 'n meerdere mate van beheersing van verband B, en gevolglik ook verband C, waarskynlik nie binne die leerlinge se ervaring sal beland nie.

Skemp onderskei ook tussen "*surface structures*" en "*deep structures*". Eersgenoemde kan beskou word as die sintaks van wiskundige bewerings, terwyl laasgenoemde as die semantiek daarvan beskou kan word. In hierdie verband skryf Skemp: "*Doing mathematics involves the manipulation of certain mental objects, namely mathematical concepts, using symbols as combined handles and labels. But for many children (and adults) these concepts are not there. So they can learn to manipulate empty symbols, handles with nothing attached, labels without contents*" (Skemp, 1982:286).

'n **Sesde** rede is die feit dat leerlinge lettersimbole nie as plekhouers vir getalle beskou nie. Booth (1981 en 1983) en Küchemann (1981) wat volledig hieroor navorsing gedoen en gedokumenteer het, het 'n hoë mate van korrelasie tussen swak prestasie in manipulatiewe algebra en waninterpretasie van lettersimbole by leerlinge gevind. Booth bevind onder andere dat foute voorkom wanneer leerlinge algebra nie as veralgemeende rekenkunde hanteer nie, maar eerder deur lettersimbole te ignoreer, deur ooreenkomstig die alfabet of andersins waardes in die simbole te stel, of die simbole as objekte te beskou.

1.2.2.5 Gerapporteerde gebrekkige beheersing van algebra

In 2.1 is dit gestel dat die rasionaal vir hierdie studie hoofsaaklik geleë is in die waargenome en gerapporteerde gebrekkige beheersing van elementêre algebra deur leerlinge in die Junior Sekondêre fase. In hierdie afdeling word verwys na enkele navorsers se bevindinge oor leerlinge se gebrekkige beheersing van elementêre algebra, sowel as bevindinge van navorsing wat suiwer binne die raamwerk van die beheersingsteorie (verwys na 2.2) uitgevoer is.

1.2.2.5.1 Navorsing binne die raamwerk van die beheersingsteorie

Die navorsingsprojekte waarna hieronder verwys word, het ten doel gehad om spesifieke beheersingstekorte binne die raamwerk van die beheersingsteorie aan te toon en dit te probeer regstel. As deel van hierdie ondersoek is daar egter data versamel wat dui op leerlinge se wanbegrippe soos dit manifesteer in foutiewe manipulasies van algebraïese uitdrukkings, insluitend sogenaamde sameflansing, en 'n afwesigheid van kennis oor die begrip veranderlike.

Februarie (1989) het die hipotese wat beweer dat die beheersing van die betekenis en funksionaliteit van algebraïese manipulasie reeds binne die vermoë van standerd vyf-leerlinge val, ondersoek. As deel van sy ondersoek het hy ook standerd ses-leerlinge se beheersing van bogenoemde twee aspekte van beheersing gemeet. Hierdie leerlinge, volgens Februarie, is die sterkste wiskundegroep van 'n bepaalde hoërskool, en het algebra-onderrig volgens die tradisionele onderrigmetodes ontvang, dit wil sê waar die onderrig essensieel op manipulatiewe vaardigheid afgestem word.

Nadat hy vyftien onderrigssessies van een uur elk met die standerd vyf-leerlinge gehad het, en waarin die onderrig en onderrigmateriaal leerlingbeheersing van die betekenis en funksionaliteit van algebraïese manipulasie ten doel gehad het, het hy hulle aan 'n natoets onderwerp. Weke later is hulle aan 'n uitgestelde natoets onderwerp. Die standerd ses-groep is as 'n kontrolegroep gebruik, en is ook aan hierdie uitgestelde natoets onderwerp.

Enkele van die items in laasgenoemde toets, sowel as die resultate van die standerd ses-groep, word vervolgens aangetoon:

Vraag 1.1: Vereenvoudig: $(2x + 1) + (3x + 2)$.

Hierdie vraag meet bloot leerlinge se vaardigheid van algebraïese manipulasie. Februarie het bevind dat slegs 21% van die standerd ses leerlinge 'n korrekte respons gelewer het. Hy rapporteer dat 34% van die leerlinge van sameflansing gebruik gemaak het, byvoorbeeld $2x + 1$ word $3x$ en $3x + 2$ word $5x$. 20% van die leerlinge het slegs koëffisiënte opgetel en die antwoord as 'n konstante gegee, byvoorbeeld $3 + 5 = 8$.

Vraag 2.2: Bereken die waarde van $5(x + 2)$ vir $x = 5$.

Hierdie vraag meet beheersing van betekenis van algebraïese uitdrukkings. Beheersing van betekenis van algebraïese uitdrukkings word gedemonstreer as die x met die gegewe waarde, naamlik 5, vervang word. Slegs 45% van die standerd ses-leerling het hierop 'n korrekte respons gelewer.

Vraag 3.1: Skryf in uitgebreide vorm: $2x(4x + 3)$.

Hierdie vraag meet weer leerlinge se vaardigheid van algebraïese manipulasie. Februarie het bevind dat slegs 40% van die standerd ses leerlinge 'n korrekte respons gelewer het. Hy rapporteer dat 13% van die standerd ses-leerlinge sameflansing gedemonstreer het, byvoorbeeld $8x^2 + 6x = 14x^2$.

Vraag 6.1: Watter uitdrukking het die kleinste waarde: $n-3$ of $n-5$? Die volgende keuses is verskaf:

- (a) $n-2$
- (b) $n-5$
- (c) hulle is ewe groot
- (d) dit hang van die waarde van n af

Hierdie vraag meet leerlinge se beheersing van die begrip "veranderlike". (b) word as die korrekte respons geneem. Slegs 14% van die standerd ses-leerlinge het korrekte response

getoon.

Bogenoemde vier vrae is voorbeelde van wat beskou kan word as van die mees basiese beginsels in elementêre algebra. Daarby is hierdie leerlinge (waarskynlik) produkte van 'n onderrigbenadering wat manipulatiewe vaardigheid as hoof-(indien nie die enigste) doelstelling het. Tog demonsteer hierdie leerlinge 'n klaarblyklike onvermoë in die hantering van hierdie beginsels.

Van der Merwe (1989) het ondersoek ingestel na 'n strategie om die betekenis en funksionaliteit van algebraïese manipulasie by standerd ses-leerlinge tuis te bring. Voordat hy met sy onderrig om hierdie strategie te implementeer begin het, het hy hierdie groep standerd ses-leerlinge 'n voortoets laat aflê. Dit het plaasgevind op die tweede dag van die derde kwartaal, en dūs kan aanvaar word dat hierdie leerlinge reeds baie onderrig in algebra ontvang het. Enkele van die items in genoemde voortoets, sowel as die resultate van hierdie groep, word vervolgens aangetoon:

Vraag 1.1: Vereenvoudig $(4x + 2) + (6x - 1)$.

Hierdie vraag meet bloot leerlinge se vaardigheid van algebraïese manipulasie. Van der Merwe het bevind dat slegs 39% van die leerlinge 'n korrekte respons gelewer het.

Vraag 2.2: Bereken die waarde van $4x^2 - 2x(2x - 1)$ vir $x = 0,004$.

Hierdie vraag meet beheersing van betekenis van algebraïese uitdrukkings. Dit word gedemonstreer as die x met die gegewe waarde, naamlik 0,004, vervang word. Slegs 42,9% van die standerd ses-leerling het hierop 'n korrekte respons gelewer.

Vraag 3.2: Vir watter waarde(s) van x is $2x(3x + 2) = 6x^2 + 4x$?

Volgens van der Merwe meet hierdie vraag beheersing van die betekenis van ekwivalente uitdrukkings (en dus van algebraïese manipulasie). 0% van die leerlinge was in staat om 'n korrekte respons te lewer.

Fray (1989) het 'n soortgelyke ondersoek as Van der Merwe (1989) gedoen, maar met standaard sewe leerlinge van 'n bepaalde hoërskool. Volgens Fray kan hierdie leerlinge as gemiddeld beskou word, en kom die meeste van hulle uit 'n ekonomies verarmde woongebied. Enkele van die items in Fray se voortoets, sowel as die resultate van hierdie groep, word vervolgens aangetoon:

Vraag 1.1: Vereenvoudig: $(3n + 2) + (5n - 1)$

Volgens Fray meet hierdie vraag leerlinge se manipulatiewe vaardigheid. Slegs 14% van hierdie groep standaard sewe-leerlinge kon dit korrek uitvoer. 33% van hulle het wel by die korrekte antwoord, naamlik $8n + 1$ uitgekóm, maar daarna sameflansing toegepas om antwoorde soos $9n$ en $9n^2$ te verkry. 43% van die leerlinge vertoon, volgens Fray, gebrekkige sintaktiese vertolking, en die volgende antwoorde is onder andere aangebied: $2n + 1$; $15n + 1$; $15n - 1$; $15n^2 + 10n + 4$.

Vraag 2.2: Bereken die waarde van $8n^2 - 4n(2n - 25)$ as $n = -1$.

0% van die leerlinge kon die korrekte antwoord neerskryf deur n in die uitdrukking te vervang.

Vraag 3.1: Skryf in uitgebreide vorm: $3n(2n + 4)$

38,1 % van die leerlinge het 'n korrekte respons gelever. 9,5% het sameflansing gedemonstreer ($18n^2$) en 9,5% het die volgende respons gegee: $3n \times 2n + 4$.

Vraag 3.2: Vir watter waardes van n is $3n(2n + 4) = 6n^2 + 12n$?

0% van die leerlinge het hierdie vraag korrek beantwoord.

Vraag 4.2: Bereken die waarde van $(3n + 2) + (5n - 3)$ [’n Waarde vir n word verskaf].

23,8% van die leerlinge het n in die gegewe uitdrukking, of in sy vereenvoudigde vorm

$(8n - 1)$ ingestel en die korrekte waarde verkry. 'n Verdere 23,8% het 'n algebraïese uitdrukking as respons aangebied, onder andere $3n$; $15n^2 + 18n + 2$; $5n + 2n$ en selfs $6n - 2n = 15n$.

Vraag 6: Watter uitdrukking het die grootste waarde: $n + 2$ of $n + 1$?

- (a) $n + 2$
- (b) $n + 1$
- (c) hulle is ewe groot
- (d) dit hang van die waarde van n af

Slegs 4,8% van die leerlinge het die korrekte respons, naamlik (a) gelewer. Al die ander leerlinge het (d) as repons gelewer.

Brand (1992) het 'n onderrigeksperiment uitgevoer ten einde die beheersing van die betekenis en funksionaliteit van algebraïese manipulasie van standerd ses-leerlinge te probeer verbeter. As kontrolegroep het hy standerd ses-leerlinge gebruik wat die tradisionele onderrigbenadering in hul standerd ses-jaar ontvang het. Hulle het toetse afgelê aan die einde van hul standerd ses-jaar en gedurende die eerste maand van hul standerd sewe-jaar. Die tipes vrae wat in sy toetse verskyn, stem in groot mate ooreen met dié van die navorsing waarna hierbo verwys word. Sy resultate stem ook in 'n redelike mate met die van bogenoemde navorsers ooreen.

1.2.2.5.2 Ander navorsing

Internasionaal is verskeie ondersoeke al onderneem na leerlinge se wanbegrippe in algebra, en die manifestasies daarvan. Van die bekendste is waarskynlik dié van Küchemann en Booth (vergelyk Küchemann 1981a en 1981b; Booth 1981 en 1983).

Bogenoemde navorsers se studies handel oor oorwegend hoërskoolleerlinge se interpretasie van lettersimbole, hulle wanbegrippe hieroor, en die manifestasies daarvan. Hoewel hierdie navorsers nie self hul navorsing binne die raamwerk van die beheersingsteorie soos beskryf in 1.2.2.1 plaas nie, kan dit wel gedoen word, aangesien dit in hulle navorsing gaan oor die beheersing van die **betekenis van algebraïese lettersimbole**. Hieronder volg byvoorbeeld die resultaat van een toetsitem wat hulle behaal het met net minder as eenduisend veertienjarige leerlinge.

Vraag: Bepaal die omtrek van 'n veelhoek met n sye, waarvan elke sylente 2 is. ('n Onvoltooide skets word ook aan die leerlinge verskaf).

Resultaat: 38% van die leerlinge kon die korrekte respons, naamlik $2n$ of n^2 , lewer.

Küchemann (1981a:103-104) beweer dat baie hoërskoolleerlinge probleme ondervind om bewerkings met 'n lettersimbool, waarvan die waarde(s) onbekend is, uit te voer. Hy beweer dat leerlinge dikwels hierdie lettersimbole met spesifieke getalwaardes vervang alvorens hulle die operasie uitvoer. Dit verklaar, volgens hom, waarskynlik die feit dat 18% van die response numeriese antwoorde behels, byvoorbeeld 32, 34, ensovoorts. Voorts beweer hy dat baie leerlinge nie eens die lettersimbole as plekhouders vir ('n) bepaalde getalwaarde(s) beskou nie, maar bloot as *name* of *etikette* ("labels").

Uit hierdie navorsing, bevind Küchemann (1981a:104) dat daar ses maniere is waarvolgens leerlinge lettersimbole interpreteer en benut, naamlik:

* Lettersimbool ge-evalueer:

Dit verwys na gevalle waar die leerling vanuit die staanspoor 'n bepaalde numeriese waarde aan die lettersimbool toeken.

* Lettersimbool nie gebruik nie:

Dit verwys na gevalle waar die leerling die lettersimbool ignoreer, of ten beste die lettersimbool se bestaan erken, maar sonder om daaraan enige betekenis te gee.

* Lettersimbool benut as 'n voorwerp:

Dit verwys na gevalle waar die leerling die lettersimbool as 'n verkorte skryfwyse vir 'n voorwerp sien, of as 'n voorwerp in eie reg.

* Lettersimbool benut as 'n spesifieke onbekende:

Dit verwys na gevalle waar die leerling die lettersimbool as 'n spesifieke, maar onbekende, getal beskou, en direk daarop kan opereer.

* Lettersimbool benut as 'n veralgemeende getal:

Dit verwys na gevalle waar die leerling die lettersimbool beskou as verteenwoordigend van, of ten minste in staat om aan te neem, verskeie numeriese waardes, eerder as net 'n enkele numeriese waarde.

* Lettersimbool beskou as 'n veranderlike:

Dit verwys na gevalle waar die leerling die lettersimbool beskou as verteenwoordigend van 'n reeks ongespesifiseerde waardes, en dat hy bewus is van 'n sistematiese verwantskap tussen twee sodanige versamelings van getalwaardes.

In Küchemann (1981a:105-116) word volledig verslag gelewer oor leerlingresponse op omvattende toetse, en wat geïnterpreteer word aan die hand van bostaande hiërargiese indeling.

In Suid-Afrika is soortgelyke navorsing reeds op 'n omvattende skaal uitgevoer, en die resultate stem klaarblyklik grootliks ooreen met dié van Küchemann en Booth. (Vergelyk Olivier, 1989a; 1989b). Olivier (1989b:26) meld ook dat baie leerlinge, wanneer hulle met algebra besig is, klaarblyklik hul rekenkunde-raamwerk van kennis voortsit wanneer hulle lettersimbole as afkortings vir eenhede beskou, waar byvoorbeeld 4 meter as 4m geskryf word. Hy beweer ook dat leerkrigte dikwels oortree wanneer hulle tydens aanvangsonderrig van algebra, nie tussen lettersimbole en hul referente onderskei nie, of voorwerpe (soos appels en pere), in plaas van getalwaardes, as referente gebruik. Dit word gedoen in 'n poging om meganiese algebraïese manipulasie te verduidelik en te fasiliteer, en om sameflansing te probeer uitskakel.

1.2.2.6 Die 1991 ondersoek na leerlinge se vlak van bewustheid van die algemene bewerkingsienskappe

1.2.2.6.1 Rasionaal vir die 1991-ondersoek

Soos reeds in 2.2.1 en 2.2.2 aangetoon is, berus feitlik alle algebraïese manipulasies op die bewerkingsienskappe van reële getalle. Dit is daarom die vernaamste rede waarom manipulatiewe algebra as veralgemeende rekenkunde beskou kan word. Human stel dit as volg: *"Algebraic manipulation is based on exactly the same general properties of numbers than arithmetic manipulation ... this then is the true sense in which manipulative algebra is 'generalized arithmetic' ... Failure to recognize the true relationship between arithmetic and manipulative algebra may be one of the major causes of a persistent error like conjoining ..."* (Human 1988:9).

Booth (1983:75) skryf hieroor as volg: *"Algebra is to be regarded, at least in its elementary stage, as the representation in general form of the operations and structures of arithmetic ... Research in algebra should look beyond acquisition of algebraic skills to a consideration of the conceptual framework within which those skills might be constructed"*.

Die volgende gevolgtrekking is voor-die-hand-liggend. Leerlinge wat nie:

- (a) eksplisiet bewus is van die bestaan van die bewerkingseienskappe nie, en
- (b) nie geleentheid kry om die parallel tussen algebraïese manipulasie en berekeninge in rekenkunde te trek nie, het waarskynlik 'n minder goeie kans om manipulatiewe algebra en ander aspekte van wiskunde wat daarmee verband hou, volledig te beheers.

'n Probleemgebaseerde benadering tot die onderrig en leer van rekenkundige bewerkings is vir die eerste keer in 1989 in die standaard een-klasse van 8 skole in die Wes-Kaap geïmplementeer. Dit was 'n gesamentlike onderneming deur die destydse Kaaplandse Onderwysdepartement en ENWOUS (Eenheid vir Navorsing in Wiskunde-onderwys aan die Universiteit van Stellenbosch), en is deur ENWOUS ontwerp na 'n deeglike studie van die jongste navorsingsresultate op die gebied van die leer van Wiskunde by voorskoolse kinders en junior primêre leerlinge, die onderneming van eie navorsing op dieselfde terrein, en die erkenning en aanvaarding van die konstruktivistiese beskouing ten opsigte van leer as die mees sinvolle epistemologie. Dit is intussen landwyd uitgebrei en word deur feitlik alle Onderwysdepartemente geïmplementeer.

Hierdie benadering word gekenmerk deur die afwesigheid van enige onderrig van standaardalgoritmes deur die leerkrag. Leerlinge moet tewens hul eie berekeningstrategieë, gebaseer op hul intuïtiewe kennis, ontwerp en implementeer. Telke male het dit geblyk dat hierdie stellings-in-aksie wat hulle toepas, in wese dieselfde is as die algemene bewerkingseienskappe. Dit is nie meer vreemd om 'n junior primêre leerling te sien wat die produk van 3 en 62 spontaan as volg bepaal nie:

$$3 \times 60 = 180$$

$$3 \times 2 = 6$$

$$3 \times 62 = 180 + 6 = 186$$

In hierdie voorbeeld benut die leerling ondubbelsinnig die distributiewe eienskap, **SONDER** dat dit ooit so aan hom onderrig is.

Die feit dat leerlinge in die probleemgebaseerde benadering die geleentheid kry om hul "stellings-in-aksie" te implementeer, terwyl leerlinge wat die tradisionele Junior Primêre Wiskunde-syllabus volg nie noodwendig in die geleentheid gestel word om dit te doen nie,

maar die onderrigde standaardalgoritmes (waar die bewerkingseienskappe glad nie na vore kom nie) moet benut, het aanleiding gegee tot die hipotese dat leerlinge in die probleemgebaseerde benadering oor 'n hoër vlak van bewustheid ten opsigte van bewerkingseienskappe beskik, en wanneer hulle met manipulatiewe algebra in aanraking kom, die betekenis en logika van algebraïese manipulasies, wat suiwer op bewerkingseienskappe berus, makliker sal begryp as die leerlinge in die tradisionele onderrigomgewing, en dat dit tot 'n groter mate van sukses in manipulatiewe algebra kan lei.

Human (1990:187) stel dit as volg: *"Nogtans lyk dit geregverdig om te aanvaar dat die bewustheid en begrip van rekenkundige taaktransformasies wat leerlinge in sosio-konstruktivistiese rekenonderrig reeds in die junior primêre skoolfase verwerf, indien dit behoue kan bly en mettertyd tot 'n hoër vlak van bewustheid en eksplisietheid ontwikkel kan word, 'n sterk konsepsuele basis sal voorsien vir die bemeestering van die logika en funksionaliteit van manipulasie van algebraïese uitdrukkings (deur toepassing van algemene getaleienskappe) met die oog op ekwivalente vorme wat vir bepaalde doeleindes meer gerieflik is. Hierin lê dus 'n moontlikheid om drie kardinale beheersingstekorte in die tradisionele uitkomst van algebra-onderrig, naamlik wanbegrippe ten opsigte van die aard van algebraïese manipulasie, en onbegrip van die logika en funksionaliteit daarvan ... aan te spreek".*

Die doel van die 1991-ondersoek was dan gevolglik om vas te stel of leerlinge wat rekenkunde-onderrig volgens die probleemgebaseerde benadering ontvang het, oor 'n hoër vlak van bewustheid van die algemene bewerkingseienskappe beskik as leerlinge wat rekenkunde-onderrig volgens die tradisionele metode ontvang het, dit wil sê, waar die standaardalgoritmes vir die vier hoofbewerkings aan leerlinge onderrig is, en hulle dit dan (dikwels sonder begrip) resepmatig moes implementeer.

1.2.2.6.2 Navorsingsmetode en resultate van die 1991-ondersoek

Onderhoude van ongeveer 30 minute elk is met 40 standerd 3 leerlinge gevoer, waarvan 22 leerlinge in die tradisionele rekenkunde omgewing en 18 leerlinge in die probleemgebaseerde omgewing. Dieselfde ses vrae is aan feitlik elke leerlinge gestel, en die

navorser het verdere subvrae gestel op grond van die response van die leerlinge. Die doel van die subvrae was telkens om die leerling se vlak van bewustheid van die getaleienskap onder bespreking te probeer bepaal. Waar 'n leerling oënskynlik onbewus was van die bestaan van 'n betrokke getaleienskap, of nie die vraag met die betrokke getaleienskap in verband kon bring nie, het die onderhoudvoerder die leerling met vrae gelei om tot die nodige ontdekking te kom, en om die getaleienskap vir homself te ekspliseer. Al hierdie onderhoude is op klankkassetband vasgelê.

Elk van die ses vrae is op 'n aparte kaartjie aangebring, wat afsonderlik aan die leerling vertoon is.

Hierdie ses vrae is as volg:

- A. Sal 328×257 en 257×328 dieselfde antwoord lewer?
- B. Sal $374 \times (136 + 78)$ dieselfde antwoord gee as $374 \times 136 + 374 \times 78$?
- C. Sal $523 - (128 + 395)$ en $523 - 128 - 395$ dieselfde antwoord gee?
- D. Sal $386 + 549$ en $549 + 386$ dieselfde antwoord gee?
- E. Bepaal die waarde van $37 + 88 + 23 + 12$
- F. Bereken $80 + 9 - 50 - 3$

Sowat tien weke later is kort vraelyste deur 495 leerlinge by vier van die deelnemende skole deur leerlinge voltooi. Hierdie vraelyste het net betrekking op een getaleienskap, naamlik die distributiewe eienskap (van vermenigvuldiging oor optelling). Die voltooiing van hierdie vraelyst is nie by die beplanning en aanvanklike uitvoer van die 1991-ondersoek in die vooruitsig gestel nie, maar is deur die volgende faktore genoodsaak:

- * Aangesien leerlinge in die probleemgebaseerde benadering die distributiewe eienskap

spontaan toepas wanneer hulle twee- en meersyfergetal-vermenigvuldiging uitvoer, terwyl die ander leerlinge van die onderrigte standaardalgoritme ("lang vermenigvuldiging") gebruik maak, was die vermoede met die aanvang van hierdie studie dat projekleerlinge 'n hoër vlak van bewustheid ten opsigte van spesifiek hierdie getaleienskap sou hê as nie-projekleerlinge. Na voltooiing van die onderhoude, was dit duidelik dat dit nie die geval by die leerlinge wat by hierdie studie betrokke was, was nie.

- * Dit het trouens uit die resultate geblyk dat van al die betrokke leerlinge slegs 9 uit 35 bevestigend op die gestelde vraag om bewustheid te toets (vraag B hierbo), gereageer het. Dit sluit in 7 van die 19 nie-probleemgebaseerde en slegs 2 van die 13 probleemgebaseerde leerlinge. Die moontlikheid bestaan dat die voorkoms van hakies in die vraag wat tydens die onderhoud aan leerlinge gevra is, naamlik: "sal $374 \times (136 + 78)$ dieselfde antwoord lewer as $374 \times 136 + 374 \times 78$?", 'n versluierende effek gehad het. Aangesien hierdie studie ook 'n ondersteunende rol probeer vervul het in die soeke na 'n meetinstrument wat moontlike verskille in leeruitkomste tussen probleemgebaseerde- en nie-probleemgebaseerde leerlinge kan meet, is voortgegaan om die vraelys saam te stel om enersyds te probeer om die resultate hierbo genoem op 'n ander manier te probeer kontroleer, en andersyds om vas te stel of dit die vermeende verskil in bewustheid tussen probleemgebaseerde- en nie-probleemgebaseerde leerlinge beter kan aandui.

Die vraelys sien as volg daaruit:

1. Bereken $344 + 532$
2. Sal die volgende twee berekeninge verskillende antwoorde of dieselfde antwoord lewer? Gee 'n rede vir jou antwoord.
 37×876 en $37 \times 344 + 37 \times 532$
3. Sal die volgende twee berekeninge verskillende antwoorde of dieselfde antwoord lewer? Gee 'n rede vir jou antwoord.
 58×356 en $58 \times 300 + 58 \times 50 + 58 \times 6$

In kort kom die resultate van hierdie vraelys daarop neer dat 159 van die 240

probleemgebaseerde leerlinge (66,3%), en 110 van die 220 nie-probleemgebaseerde leerlinge (50,0%) positief op vrae 2 en 3 gerespondeer het EN 'n sinvolle rede daarvoor kon verskaf.

1.2.2.6.3 Gevolgtrekkings en aanbevelings van die 1991-ondersoek

Dit wil uit die bevindinge van die 1991-ondersoek voorkom asof die oorgrote meerderheid leerlinge (probleem- en nie-probleemgebaseerd) wat hierby betrokke was, oor 'n eksplisiete bewustheid beskik ten opsigte van die kommutatiewe eienskappe van optelling en vermenigvuldiging, en die algemene herrangskikkingsbeginsels, en in 'n mindere mate ten opsigte van gevalle waar 'n minusteken voor hakies voorkom. Verder blyk dit dat, met die uitsondering van minusteken voor hakies, daar nie 'n noemenswaardige verskil in die vlak van bewustheid van hierdie eienskappe by probleem- en nie-probleemgebaseerde leerlinge bestaan nie. By die minusteken voor hakies-geval, is daar 'n aansienlik hoër persentasie probleemgebaseerde leerlinge as nie-probleemgebaseerde leerlinge wat 'n eksplisiete kennis openbaar (76,5% teenoor 59,1%).

Wat die distributiewe eienskap betref, lyk dit asof by hierdie getaleienskap ook 'n redelike mate van verskil in die vlak van bewustheid by probleem- en nie-probleemgebaseerde leerlinge bestaan (66,3% teenoor 50,0%).

Leerlinge met wie onderhoude gevoer is (probleem- en nie-probleemgebaseerd), en wat tydens die onderhoud met 'n aktiwiteit soortgelyk aan 'n Socratische gesprek gelei is om die distributiewe eienskap vir hulself te ekspliseer, het met die voltooiing van die vraelys, ongeveer 10 weke later, 'n veel hoër vlak van bewusheid van hierdie eienskap geopenbaar as leerlinge met wie nie 'n onderhoud gevoer is nie. Dit wil dus lyk asof hierdie intervensie in 'n mate suksesvol was. Dit wil egter nie sê dat daar nie ander metodes is waarvolgens leerlinge tot eksplisiete kennis van hierdie getaleienskap kan kom nie.

Die feit dat 66,3% van die probleemgebaseerde leerlinge teenoor 50% van die nie-probleemgebaseerde leerlinge 'n eksplisiete kennis van die distributiewe eienskap openbaar het, bevestig die vermoede wat met die aanvang van die 1991-ondersoek uitgespreek is. Hierdie vermoede is gebaseer op die feit dat probleemgebaseerde leerlinge

geen ander uitweg het om rekeningkundige berekeninge uit te voer nie as om (in elk geval aanvanklik) van hul intuïesies ten opsigte van bewerkingseienskappe gebruik te maak. Daarteenoor is vermoed dat nie-probleemgebaseerde leerlinge, wat onderrig ontvang in die benutting van standaard rekenalgoritmes, waarin die onderliggende bewerkingseienskappe erg versluier is, se bewustheid van bewerkingseienskappe nie so hoog sal wees as die probleemgebaseerde leerlinge s'n nie.

Die punt wat egter hier gemaak moet word, is dat, al bestaan by die probleemgebaseerde leerlinge 'n hoër mate van bewustheid as by nie-probleemgebaseerde leerlinge, dit waarskynlik nog nie hoog genoeg is om die oorgang van rekenkunde na algebra suksesvol te kan maak nie. In die navorsingsverslag van die 1991-ondersoek (Vermeulen, 1991:110) word aanbeveel dat in die praktyk daaraan aandag geskenk moet word in leerlinge se standerd 4 en 5 jare.

Ook leerlinge in laer standerds moet die geleentheid kry om hierdie bewerkingseienskappe vir hulself te ekspliseer voordat hulle die junior sekondêre fase betree. Van Hiele (1991) oordeel dat die vrae wat in die vraelys verskyn, op sy tweede niveau, naamlik die beskrywende niveau, van rekenkunde lê. Hy beklemtoon dat dit tyd neem om vanaf die eerste (visuele) niveau na die tweede te beweeg, en daarom het die navorser in die verslag van die 1991-ondersoek aanbeveel dat leerders reeds in die junior primêre fase geleentheid hiertoe gebied word.

1.2.2.7 Die Van Hiele-niveauteorie

Die Van Hiele-niveauteorie, wat as belangrike leerteoretiese fondament vir hierdie studie benut word (verwys na die Voorwoord), word vervolgens kortliks beskryf.

Van Hiele (1991) onderskei drie niveaus of vlakke van redenering ("argumentation") (tradisioneel: vlakke van denke), naamlik:

- die visuele vlak;
- die beskrywende vlak; en
- die teoretiese vlak

Hy onderskei verder vyf fases wat in die proses, waarvolgens 'n leerder van een niveau na 'n volgende beweeg, verloop, naamlik:

1. Inligting: Leerders word ingelig oor die aard van die aktiwiteit waarmee hulle gaan besig wees, en wat van hulle verwag word.
2. Gebonde oriëntasie: Aktiwiteite wat net een moontlike uitkoms het, en wat leerlingdenke in 'n bepaalde rigting stuur.
3. Eksplisiering: Die bevindinge word eksplisiet gemaak.
4. Vrye oriëntasie: Aktiwiteite wat verskeie uitkomste het om leerlingdenke te verruim.
5. Integrering: Al die ervarings en bevindinge word geïntegreer.

Tydens fases 2 tot 5 is bespreking, aldus van Hiele, van die uiterste belang. Verder word die fases nie beskou as stappe in hierdie bepaalde volgorde nie, maar eerder as minder rigied-omlynde fases wat selfs herhaaldelik kan voorkom. Ook kan dit gebeur dat sekere aspekte van 'n bepaalde aktiwiteit gebonde oriëntasie verteenwoordig, terwyl ander aspekte

van dieselfde aktiwiteit vrye oriëntasie kan verteenwoordig.

Om optimale leer ten opsigte van konsepsuele inhoude te realiseer, moet 'n leerder progressief deur hierdie drie vlakke vorder. Die visuele vlak (tradisioneel: grondniveau) behels ervarings wat die leerder voorberei vir die volgende, hoër vlakke. Hierdie ervarings behels geleenthede tot eksperimentering en waarneming om leerlingintuïesies te help skep, te versterk en te bevestig deur die herkenning en vergelyking van patrone (byvoorbeeld getalpatrone, gedrag van bewerkingseienskappe, gedrag van funksies, ens.) en vorme (byvoorbeeld meetkundige figure). Net so belangrik as die persoonlike ervarings en waarnemings vir die leerder, is die rol van bespreking. Die taal is egter nog informeel: die standaard terminologie word geleidelik ingevoer en simbole en geskrewe werk word teruggehou totdat die leerder die konsepte wat benoem en gesimboliseer moet word, gekonstrueer het (Murray 1988:201).

Toegepas op rekenkunde, beweer van Hiele dat 'n eksplisiete kennis van bewerkingseienskappe op die beskrywende vlak lê. Uit voorafgaande is dit dus duidelik dat leerlinge nie vir die eerste keer in standerd 4 of 5 "amptelik" met hierdie eienskappe gekonfronteer moet word nie, maar dat hulle sedert hul eerste kennismaking met rekenkunde, dit wil sê reeds in die Junior Primêre Fase, geleenthede gegun moet word om hierdie bewerkingseienskappe, waaroor hulle bewese intuïesies besit, te ekspliseer. Met ander woorde, waar hulle vroeg in die laerskool op die visuele vlak verkeer, moet hulle geleidelik na die beskrywende vlak beweeg, en self hul kennis ten opsigte van die bewerkingseienskappe konstrueer. Dan kan, tydens standerd 4 of 5, hierdie ervarings en bevindinge geïntegreer word (aldus van Hiele) om dan by die beskrywende vlak uit te kom. Dieselfde prosedure word gevolg in standerd 4, 5 en 6 om leerlinge self tot die teoretiese vlak te laat kom, naamlik die veralgemeende of algebraïese vorme van hierdie eienskappe. Word hierdie prosedure gevolg, word albei leemtes soos vroeër in hierdie verslag geïdentifiseer, naamlik dat leerlinge nie genoegsaam geleentheid gebied word om die bewerkingseienskappe te ekspliseer nie, en ook dat algebra nie as veralgemeende rekenkunde aan leerlinge voorgehou word nie, ondervang.

Van Hiele (1991) benut voorts die uitdrukking: (legale) niveau-reduksie. Wanneer sy niveau-teorie op manipulatiewe algebra toegepas word, kan die veralgemeende of alge-

braïese vorme van die bewerkingsienskappe, byvoorbeeld $a(b + c) = ab + ac$, op die beskrywende vlak geplaas word. Die ervarings wat leerders moes hê om vanaf die visuele vlak na die beskrywende vlak te beweeg, vind dus binne 'n rekenkunde-konteks plaas. Dus kan 'n sekere konsep binne rekenkunde op een niveau lê, terwyl dieselfde konsep binne algebra op 'n ander, laer, niveau lê. Wanneer die oorgang van rekenkunde na algebra gemaak word, vind daar dus 'n niveau-reduksie plaas.

1.2.2.8 'n Model vir die vlakke van bewustheid van die bewerkingsienskappe

Aan die einde van die 1991-ondersoek is, na aanleiding van die verkreeë resultate, die navorser se eie waarnemings en die Van Hiele-niveauteorie, soos in paragraaf 1.2.2.7 uiteengesit, tot die gevolgtrekking gekom dat leerlinge se vlakke van bewustheid hiërargies met die volgende model aangetoon kan word:

Vlak 1: Die spontane benutting van die betrokke getaleienskap.

Vlak 2: Die herkenning van die betrokke getaleienskap.

Vlak 3: Die veralgemening van die betrokke getaleienskap.

Vlak 4: Die verklaring van die betrokke getaleienskap.

Die vlakke behels kortliks die volgende:

Vlak 1: Wanneer leerlinge in die probleemgebaseerde onderrigbenadering rekenkundige berekeninge moet uitvoer, benut hulle spontaan rekenmetodes wat met die bewerkingsienskappe ooreenstem. Tog is hierdie 'n intuïtiewe benutting van hierdie eienskappe, aangesien hulle glad nie eksplisiet bewus is van die bestaan van sodanige eienskappe nie.

Vlak 2: Wanneer 'n leerling byvoorbeeld met die volgende vraag gekonfronteer word: "Sal 37×52 en $37 \times 30 + 37 \times 22$ dieselfde antwoord hê?", en hy bevestigend daarop kan antwoord, sowel as om 'n sinvolle rede vir sy

antwoord te verskaf, byvoorbeeld: "52 is opgebreek as $30 + 22$ ", beskik hy oor vlak 2-bewustheid. Hy is dus in staat om die distributiewe eienskap te herken, sonder dat hy hoegenaamd bewus hoef te wees van die amptelike naam van die eienskap.

Vlak 3: Dit behels drie subvlakke van bewustheid:

- * Gedemonstreerde vlak 2-bewustheid vir **alle** reële getalle, insluitend baie groot getalle, en desimale en gewone breuke.
- * Standaard 4 en 5-leerlinge se gedemonstreerde vlak 2-bewustheid ook vir getalle wat met lettersimbole voorgestel word.
- * Die vermoë om die getaleienskap te verwoord.

Vlak 4: Die vermoë om te verklaar waarom die getaleienskap werk. Dit sou byvoorbeeld gedemonstreer word deur 'n leerling wat vlak 2-bewustheid demonstreer soos hierbo geïllustreer, en wat op die volgende vraag 'n sinvolle antwoord sou kon lewer: "**Hoekom** is dit so dat as jy 30 en 22 elkeen met 37 vermenigvuldig, dit dieselfde antwoord lewer as wanneer jy 52 met 37 vermenigvuldig?"

In die navorsingsprojek wat beplan word, word beoog om leerlinge tot op die heel hoogste vlak van bewustheid van die bewerkingseienskappe, dit wil sê vlak 4, te laat vorder. In paragraaf 4.4.4.1 sal aangetoon word dat hierdie model in die loop van hierdie navorsing uitgebrei is om vir 'n addisionele vlak tussen bestaande tweede en derde vlakke voorsiening te maak.

1.2.2.9 NCTM se standpunt

Gedurende September 1994 het die National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) van die Verenigde State van Amerika 'n dokument getitel "**A Framework for Constructing a Vision of Algebra: A Working Draft**" vrygestel (NCTM, 1994). Dit volg nadat die NCTM die *NCTM Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* en die *NCTM Professional Standards for Teaching Mathematics*, waarin 'n herbesinning van die doelstellings, vorm en rigting van skoolwiskunde bevorder is, in 1989 en 1991 onderskeidelik vrygestel het en wat daarna opgevolg is deur konferensies, byeenkomste en publikasies.

Die doel met hierdie dokument was om al bogenoemde in 'n werksdokument wat as vertrekpunt vir verdere besinning gebruik kon word, byeen te bring. 'n Fundamentele element van hierdie dokument handel oor

- * waarom dit essensieel is om leerlinge reeds in die laerskool vir algebra voor te berei, en
- * voorstelle hoe om dit te doen.

Met verwysing na die bewerkingseienskappe ("field axioms"), en in die besonder die distributiewe eienskap, lig die dokument die volgende redes uit waarom dit absoluut noodsaaklik is om leerlinge reeds in die laerskool tot bewustheid daarvan te lei:

- * Daar is baie verskillende begrippe wat krities is vir die verstaan en gebruik van algebra, byvoorbeeld die eienskappe van ekwivalensie van algebraïese uitdrukkings of die "field axioms", insluitend die assosiatiewe en distributiewe eienskappe. Hierdie eienskappe kan regdeur die laer standerds ontwikkel word en in 'n verskeidenheid van vorme herbesoek word sodat leerlinge hulle in toepaslike maniere kan herken (NCTM, 1994:53).
- * Die distributiewe eienskap, as een voorbeeld van die bewerkingseienskappe, is 'n belangrike patroon wat die strukturele aspekte van algebra onderstreep en verhelder (NCTM, 1994:53).

- * Die krag van die distributiewe eienskap word weerspieël in onder andere die feit dat dit leerlinge in staat stel om alternatiewe vorme van simboliese voorstellings te ondersoek ten einde 'n vorm te vind wat meer effektief is om te gebruik. In hierdie opsig kan die distributiewe eienskap as 'n handige gereedskapstuk beskou word (NCTM, 1994:54).
- * Hoewel tegnologie leerlinge kan help om ekwivalente vorms te verifieer of selfs te genereer, sal begrip van die wiskunde wat hierdie ekwivalente uitdrukkings in staat stel om skouer aan skouer te bestaan, leerlinge in staat stel om kritiese gebruikers van wiskunde te wees (NCTM, 1994:63).
- * Begrip van die distributiewe eienskap maak dit ook vir leerlinge moontlik om hul intuïesies oor bepaalde verwantskappe wat hulle vermoed bestaan, te bevestig of te verwerp, byvoorbeeld dat die volgende **nie** waar is nie:

$$\sin(a + b) = \sin a + \sin b$$

$$\sqrt{x + y} = \sqrt{x} + \sqrt{y} \quad (\text{NCTM, 1994:65}).$$
- * Die distributiewe eienskap speel ook 'n rol in die bewerkings op en begrip van verwantskappe in gebiede waar simbole voorwerpe anders as getalwaardes voorstel, byvoorbeeld dat skalaarvermenigvuldiging versprei oor matrikse en matriksvermenigvuldiging versprei oor matriksopstelling onder sekere voorwaardes (NCTM, 1994:67).

Al bostaande punte kan in die volgende saamgevat word:

- * Om die strukturele eienskappe van algebra sinvol te kan benut, moet leerlinge reeds in die laer standerds op beplande en sinvolle maniere aan die algemene bewerkingseienskappe bekendgestel word. Die dokument stel dit bondig as volg: *"Understanding the structural aspects of algebra begins with understanding the properties of number"* (NCTM, 1994:68).

1.2.2.10 **Strukturering van eie rekenmetodes**

'n Hoë vlak van bewustheid van die bewerkingseienskappe sal klaarblyklik daartoe bydra dat leerlinge wat hul eie rekenmetodes (in teenstelling met onderrigde standaardalgoritmes) benut, hul eie rekenmetodes krities sal kan ondersoek ten einde 'n hoë mate van sofistikasie en effektiwiteit daarvan te kan verwerf. Dit kan gevolglik baie onderwyser- en ouerklagtes oor lang en ongesofistikeerde rekenmetodes wat baie van hierdie leerlinge regdeur die laerskool met hulle saamdra, weerlê.

Binne die breë konteks van berekeninge en algebraïese manipulasies, kan die volgende terreine vir elk van die skoolfases onderskei word:

- | | |
|------------------|---|
| Junior Primêr: | Informele rekenkunde: Ontwikkeling van eie rekenmetodes. |
| Senior Primêr: | Van informele na formele rekenkunde: Verfyning en strukturering van rekenmetodes deur bewustelike benutting van die bewerkingseienskappe. |
| Junior Sekondêr: | Van formele rekenkunde na informele algebra: Uitbreiding van die benutting van die bewerkingseienskappe. |

HOOFSTUK 2

VERLOOP VAN DIE NAVORSING EN ONTWIKKELING VAN NUWE PERSPEKTIEWE

2.1 VERLOOP VAN DIE NAVORSING

Hierna volg 'n kort beskrywing van die verloop van die navorsing. In hoofstukke 3, 4 en 6 sal die verloop in detail gerapporteer word.

In sy poging om by leerlinge se informele stellings-in-aksie aansluiting te vind, dit te ontwikkel, en leerlinge in die geleentheid te stel om hul vlak van bewustheid van hierdie bewerkingseienskappe te verhoog, het die navorser aktiwiteite ontwikkel wat in die klaskamer geïmplementeer is. Hierdie proses het oor drie jaar gestrek. Aan die begin en aan die einde van elke jaar het die betrokke leerlinge 'n voor- en natoets afgelê waarmee die navorser wou vasstel of daar wel 'n verandering in die vlak van leerlingbewustheid plaasgevind het.

Die riglyne wat die navorser vir homself gestel het ten einde gepaste aktiwiteite te probeer ontwikkel, was, benewens die inagneming van die leerteoretiese vertrekpunte soos beskryf in hoofstuk 1, die volgende:

Eerstens: Eksplisiete bewustheid van bewerkingseienskappe:

Leerlinge se intuïtiewe kennis van die bewerkingseienskappe wat hulle spontaan aanwend ten einde rekenkundige bewerkings uit te voer, moet as vertrekpunt geneem word, en moet ontwikkel word sodat hulle eksplisiet daarvan bewus sal raak, dit wil sê dit kan verwoord of simbolies kan voorstel, en verwoordings of simboliese voorstellings daarvan kan herken.

Tweedens: Eksplisiete bewustheid van taaktransformasies:

Leerlinge moet daarvan bewus raak dat die rekenmetodes wat hulle benut, in ruim mate op taaktransformasies berus wat hulle bewustelik kies om die gestelde rekentaak met 'n ander, makliker, maar ekwivalente, rekentaak te vervang, en dat die geldigheid van hierdie transformasies op die bewerkingseienskappe berus.

Die volgende strategieë kan moontlik hiertoe bydra:

Eerstens:

Die klem moet wegbeweeg van die **antwoord** van 'n rekentaak na die **metode** van berekening, met vrae soos: "hoe het jy dit bereken?" Junior Primêre leerkragte wat probleemgesentreerd onderrig, vra hopelik in elk geval hierdie tipe vrae, met die doel om verskillende rekenmetodes aan leerlinge uit te wys, sodat hulle self kan besluit wat die mees effektiewe, elegantse, ensovoorts metode volgens hul persoonlike keuse is. In hierdie geval is die doel van die vrae egter anders, naamlik 'n aanloop tot die volgende tipe vrae: "Hoekom het jy dit so gedoen? Mag jy dit so doen? Is dit toelaatbaar om dit so te doen? Hoe weet jy jy mag dit so doen?", ensovoorts. Hierdie tipe vrae en daaropvolgende **bespreking** kan moontlik gaandeweg tot eksplisiete formulering van die bewerkingseienskappe aanleiding gee.

Tweedens:

Leerlinge moet aan bepaalde **aktiwiteite** wat spesifiek vir hierdie doel ontwerp is, blootgestel word wat, weereens deur bespreking, die bestaan van hierdie bewerkingseienskappe vir leerlinge sal openbaar en by hulle vestig.

Derdens:

Leerlinge moet daarmee gekonfronteer word dat hulle **vervangings** maak, gebaseer op hierdie ontwikkelende bewustheid van die bewerkingseienskappe, om die rekentaak vir hulle te vergemaklik, maar dat die vervangende getaluitdrukking dieselfde waarde lewer as die

oorspronklike rekentaak, met ander woorde dat hulle ekwivalent is.

Die aktiwiteite wat gedurende die eerste jaar geïmplementeer sou word, word as **bylae 1** in hierdie verslag opgeneem. Hierdie aktiwiteite is na 'n oriënteringssessie aan die standerd vier-onderwysers van vier laerskole oorhandig. Voordat hulle met die aktiwiteite in hul klaskamers sou begin, het die leerlinge 'n voortoets afgelê, en aan die einde van die jaar 'n natoets. Uit die terugvoer wat hierdie onderwysers aan die navorser gegee het (**bylae 2**), was dit duidelik dat hulle weinig van hierdie aktiwiteite geïmplementeer het. Nogtans is die resultate van die voor- en natoetse verwerk. In hoofstuk drie word volledig verslag gelewer oor hierdie eerste jaar van die projek.

Gedurende die tweede jaar het die navorser self die onderrig by die standerd vier klasse van vyf laerskole behartig. Hy het seleksies van bogenoemde aktiwiteite gemaak om by hierdie skole te implementeer. Dit was egter geen maklike taak om hierdie leerlinge se vlak van bewustheid te verhoog nie, aangesien dit skynbaar nie moontlik was om hulle te laat reflekteer oor iets wat vir hulle voor die hand liggend was nie. Met 'n konkrete probleem soos die volgende het die navorser gehoop dat dit deur leerlinggesprek vir hulle sal duidelik word dat die berekening op essensieel twee verskillende maniere uitgevoer kan word, en dat dit sou kon lei tot die eksplisering van die distributiewe eienskap:

14 mense kry elkeen 'n roomys teen R3,85, 'n koeldrank teen R2,36 en 'n sjokolade teen R1,79. Wat moet altesaam betaal word?

Tydens die bespreking wat gevolg het, was dit duidelik dat dit vir leerlinge voor die hand liggend is dat 'n mens die probleem op die twee maniere kan modelleer wat na die twee berekeningsmetodes lei. Daar was dus vir hulle niks om oor te reflekteer nie.

Benewens konkrete probleme waarvan hulle die antwoord moes bereken, het die navorser ook aan hulle kontekslose probleme soos die volgende gegee:

Bereken 15×36 .

Uit ervaring het die navorser geweet dat leerlinge een of albei van die faktore sou opbreek,

byvoorbeeld:

$$\begin{aligned}
 15 \times 36 &= 15 \times (30 + 6) \\
 &= 15 \times 30 + 15 \times 6 \\
 &= 450 + 90 \\
 &= 540
 \end{aligned}$$

Die bespreking wat sou volg, moes bydra om die bestaan van die distributiewe eienskap te begin duidelik maak. Weereens was daar weinig sinvolle gesprek, en dus ook refleksie. Die navorser het die indruk gekry dat hierdie leerlinge (wat sedert hul junior primêre fase probleemgebaseerde onderrig ontvang het) weet dat hulle die vryheid het om hul eie rekenstrategieë te ontwikkel en te benut, en dat hulle nie die nut daarvan insien om bespreking oor rekenmetodes wat vir hulle voor die hand liggend is, te hou nie.

Wanneer die navorser vir hulle daarop gewys het dat hulle een of meer van die faktore opbreek, en die oorspronklike vermenigvuldigingprobleem met 'n optellingprobleem vervang, en hy hulle dan gevra het hoekom hulle dit doen, en of 'n mens dit so mag doen, kon hulle weinig meer antwoord as: "Dit werk, dus is dit seker reg?"

Die volgende aanhaling werp moontlik lig op hierdie reaksie:

"It is a most natural thing that once an idea has been learned, the learner forgets about his learning process, once a goal has been reached, the trail is blotted out. Skills acquired by insight are exercised and perfected by - intentional and unintentional - training. This is a good thing. What is bad, is sources of insight clogged by acquired routines, to be never reopened, and this is what usually happens." (Freudenthal, 1983:1).

Die navorser het ook pare ekwivalente getaluitdrukings soos die volgende aan leerlinge voorgehou: 27×34 en $27 \times 18 + 27 \times 16$.

Hy het aan hulle gevra om te voorspel of die twee getaluitdrukings dieselfde antwoord sal lewer, en om 'n rede vir hul voorspelling te gee. Daarna moes hulle altwee antwoorde met 'n sakrekenaar bereken. Ook hierdie tipe aktiwiteit het nie heeltemal daarin geslaag om leerlinge met hul intuïtiewe kennis in aanraking te bring nie.

Watter tipes aktiwiteite om te ontwerp om by leerlinge se kennis aan te sluit wat hulle aanvanklik intuïtief benut het, en wat later outomatises geword het, het geblyk moeiliker te wees as wat aanvanklik gereken is. Die navorser het voortdurend nuwe aktiwiteite probeer ontwikkel en benut, en teen die tyd wat hy by die laaste skool uitgekom het, het hy 'n onderrigstrategie ontwikkel wat in breë trekke die volgende behels: Die leerling moet enkele berekeninge uitvoer, en maak gebruik van stellings-in-aksie. Leerlinggesprek vind plaas waartydens leerlinge behoort te besef dat dieselfde rekenstrategieë in elk van die probleme benut is. Vervolgens moet hulle met behulp van 'n sakrekenaar die antwoorde van pare ekwivalente getaluitdrukkings bereken. Die feit dat die antwoorde van twee oënskynlik nie-ekwivalente uitdrukkings dieselfde is, is vir leerlinge 'n verrassende resultaat. Deur leerlinggesprek moet hulle nou hiervoor 'n verklaring vind. Hulle word verwys na wat hulle in die vorige probleme gedoen het waar hulle hul stellings-in-aksie toegepas het, en behoort daarvan bewus te raak dat hierdie stellings-in-aksie die verklaring bied. Op hierdie metode kon die navorser die leerling met sy eie stellings-in-aksie konfronteer en hom daarvoor laat reflekteer ten einde hom daarvan bewus te maak. Hierdie strategie word tydens verskillende geleenthede herhaal, tesame met ander aktiwiteite wat ten doel het om die vlak van leerlingbewustheid verder te verhoog.

Hierdie leerlinge het ook 'n voor- en natoets afgelê. 'n Volledige beskrywing oor hierdie tweede rondte word in hoofstuk vier gegee.

Aan die einde van die tweede rondte het die navorser besluit om voortaan slegs op die distributiewe eienskap te konsentreer. In hoofstuk vyf word 'n samevatting van die resultate uit die eerste twee rondtes ten opsigte van die distributiewe eienskap gegee, sowel as 'n gedetailleerde beskrywing van bogenoemde onderrigstrategie.

Tydens die derde jaar het die navorser volledige werkvelle wat die onderrigstrategie soos hierbo beskryf, behels, aan standerd een tot vyf onderwysers van nege laerskole beskikbaar gestel om in hul klasse te implementeer. Duidelike riglyne is ook aan hulle gegee, beide persoonlik en skriftelik (verwys na bylae 3). Die navorser het waar moontlik minstens een klasbesoek per skool afgelê. Die leerlinge het ook 'n voor- en natoets afgelê. Volledige besonderhede oor die derde rondte verskyn in hoofstuk ses.

2.2 ONTWIKKELING VAN NUWE PERSPEKTIEWE

Ongeveer op die stadium tydens die derde rondte terwyl hy besig was om genoemde onderrigstrategie in skole te implementeer, het die navorser vir die eerste keer daarvan bewus geraak dat daar gedurende die navorsing drie belangrike perspektiewe ontwikkel het, naamlik:

- * Hy het onbewustelik 'n belangrike komponent uit sy leerteoretiese vertrekpunt weggelaat, naamlik dit waarna Piaget verwys as **disekwilibrium**. Dubinsky (1986:59-60) verduidelik die rol van disekwilibrium binne die Piagetse raamwerk as volg:

"Cognitive structures are progressively constructed through interaction with cognitive aliments and progressively re-constructed as a result of continued interactions with later cognitive aliments in a process called reflective abstraction. It is, in fact, the process of reflective abstraction, and the related process of equilibration, that lies at the heart of Piaget's epistemology.

"Equilibration refers to a series of cognitive actions performed by a knower seeking to understand cognitive aliments. The aliment is experienced as novel, resistant, perturbing, disequilibrating - all roughly synonymous terms - to the cognitive system of the knower. This experience of disequilibration motivates the knower to attempt to re-equilibrate. In the process called assimilation, the knower will apply to the aliment the set of cognitive operations which he has previously constructed. In general, the aliment will offer resistance to assimilation, leading the knower to modify his cognitive structures (a process called accomodation) until the aliment is no longer considered as resistant. At this point, the knower has "understood" the aliment, and the cognitive system has re-equilibrated through having re-constructed and re-organised itself."

Dreyfus, *et al* (1990:550) noem dat die drie fases van konsepsuele verandering die volgende is: *"awareness, disequilibrium, and reformulating"*.

Tog het die navorser namate hy gedurig nuwe aktiwiteite ontwerp en in die

klaskamers uitgetoets het in sy soeke na geskikte aktiwiteite wat wel na die verhoging van leerlingbewustheid van die bewerkingsienskappe kan lei, en steeds onbewus van die klem wat Piaget op sogenaamde disekwilibrum plaas, hierdie beginsel self in sy aktiwiteite begin inbou. Dit was trouens 'n kernkomponent in die uiteindelijke onderrigstrategie-model. Die verrassende resultaat dat twee oënskynlik nie-ekwivalente getaluitdrukkings dieselfde antwoord het, was die disekwilibrum wat geskep is, en om leerlinge te ondersteun in hul daaropvolgende refleksie, is hulle na die probleme verwys waar hulle hul stellings-in-aksie toegepas het. Dit was eers tydens gesprekke met didaktici en deurlopende literatuurstudie dat die navorser tot hierdie besef gekom het.

- * Die tweede perspektief wat ontstaan het, is dat die refleksie waarna hierbo verwys word, nie refleksie oor 'n enkele ervaring wat disekwilibrum veroorsaak het, is nie. Hierdie refleksie vind op 'n hoër vlak plaas, aangesien hier gereflekteer word oor dit wat in twee verskillende, oënskynlik nie-verbandhoudende situasies gereflekteer word (die probleme waartydens leerlinge hul stellings-in-aksie benut het, en die ekwivalente getaluitdrukkings waarvan hulle die antwoorde met sakrekenaars bepaal het). Dit kan gevolglik beskou word as refleksie oor refleksie. Skemp (1979:181) verwys hierna as "*... to make accessible to reflection the reflective process itself.*"

Hierdie twee perspektiewe korreleer klaarblyklik met kontemporêre leerteoretiese denke binne die konstruktivistiese skool. Dus, sonder dat die navorser dit as deel van sy vertrekpunte vir die navorsing geneem het, het hy by dieselfde gevolgtrekking as ander ondersteuners van die Piagetse leerteorie uitgekom.

- * Die derde perspektief wat mettertyd duidelik geword het, was dat dit hier nie gaan om die konstruksie van nuwe kognitiewe skemas (in die sin van aanpassing van bestaande skemas ten einde akkomodasie te laat plaasvind) nie. Die leerling beskik reeds oor 'n kognitiewe skema, naamlik intuïtiewe kennis van die bewerkingsienskappe. Dit kan beweer word dat hierdie bestaande skema egter 'n "onbewuste" skema is, want die leerling is nie daarvan bewus dat hy oor sodanige kennis beskik nie. Wanneer 'n disekwilibrum ontstaan, hoef die leerder dus nie 'n nuwe skema te konstrueer nie; hy hoef slegs 'n bestaande, hoewel onbewuste, skema

te verander in 'n "bewuste" skema. Juis hierdie perspektief is wat hierdie navorsing so anders maak, en bied 'n verklaring waarom dit so moeilik was om geskikte aktiwiteite te ontwerp.

2.3 LYS VAN BEWERKINGSEIENSKAPPE

Met hierdie studie word ondersoek ingestel na leerlingbewustheid van die volgende bewerkingseienskappe vir reële getalle:

- * Die kommutatiewe eienskap vir optelling en vermenigvuldiging.
- * Die assosiatiewe eienskap vir optelling en vermenigvuldiging.
- * Die algemene herrangskikkingsbeginsel vir al vier basiese bewerkings.
- * Die distributiewe eienskap vir vermenigvuldiging oor optelling en aftrekking, beide van links en van regs.
- * Die distributiewe eienskap vir deling oor optelling en oor aftrekking, maar slegs van regs. Byvoorbeeld: $(24 + 6) \div 3 = 24 \div 3 + 6 \div 3$
- * Die implikasie van 'n minus- en deelteken voor hakies, wanneer die uitdrukking sonder die hakies geskryf word.

Terselfdertyd word ook beplan om aandag te skenk aan die verhoging van die vlak van leerlingbewustheid van die nie-eienskappe, naamlik:

- * Die kommutatiewe eienskap is nie geldig vir aftrekking en deling nie.
- * Die assosiatiewe eienskap is nie geldig vir aftrekking en deling nie.
- * Die distributiewe eienskap vir deling oor optelling en aftrekking van links is nie geldig nie. Byvoorbeeld: $18 \div (6 + 3)$ is nie gelyk aan $18 \div 6 + 18 \div 3$ nie.

Volgens die huidige (1990) Junior Sekondêre sillabus hoef slegs die volgende bewerkingseienskappe behandel te word:

- * Die algemene herrangskikkingsbeginsel vir al vier bewerkings.
- * Minus- en deelteken voor hakies.
- * Die verspreiding van vermenigvuldiging oor optelling en aftrekking.
- * Die kompensasielaw.

Met hierdie navorsing word dus gepoog om leerlinge aan 'n omvattender ervaring rakende die bewerkingseienskappe bloot te stel as wat in die sillabus voorgeskryf word.

Soos wat egter in 2.4 aangetoon is, het die navorser aan die einde van die tweede ronde besluit om gedurende die derde rondte slegs op die distributiewe eienskap te konsentreer. Dit was 'n besluit wat bloot om praktiese redes geneem is.

HOOFSTUK 3

DIE EERSTE RONDTE : 1993

3.1 INLEIDING

Gedurende Mei 1993 is die standerd vier onderwysers van vier laerskole in die Wes-Kaap oor die beoogde projek ingelig. Hierdie vier skole was almal onder die eerste 24 skole waar die probleemgebaseerde onderrigbenadering in 1989 geïmplementeer is.

Tydens hierdie inligtingsessie is hierdie onderwysers ingelig oor die ontstaan, rasionaal en doel van die projek, en is aan hulle 'n lys van aktiwiteite verskaf wat hulle in hul klaskamers kon benut ten einde leerlinge se vlak van bewustheid van die algemene bewerkingseienskappe te probeer verhoog. Hierdie aktiwiteite word agter in hierdie verslag opgeneem as **bylae 1**.

Voordat die leerkragte egter met die aktiwiteite kon begin, moes die leerlinge eers 'n vraelys, bekend as vraelys 1, waarvan 'n voorbeeld op bladsy 54 verskyn, voltooi. Die doel van hierdie vraelys was om vas te stel wat senior primêre leerlinge, wat probleemgebaseerde wiskunde-onderrig in die junior primêre fase ontvang het, se vlak van bewustheid van enkele algemene bewerkingseienskappe is.

Gedurende November 1993, dit wil sê na afloop van die periode waartydens die leerkragte aktiwiteite sou aanwend om te probeer om leerlinge se bewustheid van bewerkingseienskappe te verhoog, het leerlinge 'n tweede vraelys, bekend as vraelys 1b, en waarvan 'n voorbeeld op bladsy 56 verskyn, voltooi. Hierdie vraelys sou as natoets dien om vas te stel of daar wel 'n verhoging plaasgevind het.

Terselfdertyd het die leerkragte ook 'n vraelys voltooi waarmee die navorser onder andere wou vasstel watter (tipes) aktiwiteite hulle gebruik het (opgeneem as **bylae 2**). Hieruit het dit egter geblyk dat die leerkragte weinig, indien enige, van die aktiwiteite met die leerlinge gedoen het. Wanneer die resultate van die voortoets en dié van die natoets met mekaar vergelyk word, moet dus in gedagte gehou word dat daar nie doelbewus probeer is om hierdie leerlinge se vlak van

bewustheid van die bewerkingsienskappe te probeer verhoog nie. Indien dit sou blyk dat daar wel 'n verhoging plaasgevind het, lê die oorsaak daarvan elders.

Moontlike redes waarom die leerkragte nie hierdie aktiwiteite in hul klasse aangewend het nie, is die volgende:

- * Hulle verstaan nie deeglik genoeg waarom die projek gaan nie, al is hulle daarvoor ingelig.
- * Hulle besef nie die belangrikheid van die projek nie, al is hulle ook daarvoor ingelig.
- * Hulle beskou hul sillabus en die gevolglike klaswerk as belangriker, en wil nie klastyd aan ander, nie-verpligte aktiwiteite afstaan nie.
- * Hulle sien self nie in waar die bewerkingsienskappe oral voorkom nie, en sien dus nie die geleentheid raak om die kernaspekte van die projek aan te raak nie.
- * Daar was 'n groot personeelwisseling.

In hoofstuk 4 sal aangetoon word dat die navorser aan die einde van die eerste rondte tot die gevolgtrekking gekom het dat hy self die onderrig in hierdie klasse sou moes behartig, en word in detail beskryf hoe hy elkeen van hierdie onderrigssessies aangebied het.

Vraelyste 1 en 1b sien as volg daaruit. Dit is in effens verkorte vorm, aangesien die spasies waar leerlingantwoorde en/of -berekeninge moet verskyn, uitgelaat is om ruimte te bespaar.

VRAELYS 1NAAM:.....STANDERD:.....SKOOL:.....

Beantwoord asseblief OP HIERDIE VRAELYS die volgende vrae so goed as wat jy kan. Jy mag nie 'n sakrekenaar gebruik nie, selfs nie eens om jou antwoorde te kontroleer nie.

1. Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende. TOON AL JOU BEWERKINGS of BESKRYF HOE JY DIE ANTWOORD BEREKEN HET.

1.1 $235 \times 6 + 235 \times 9 + 235 \times 5$

1.2 $238 + 572 - 38 + 143 - 72$

1.3
$$\frac{4,2 \times 6 + 4,2 \times 11}{4,2}$$

1.4
$$\frac{480 - 240}{24}$$

1.5 $8 \times 18 + 6 \times 18 - 4 \times 18$

1.6 $(\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}) \times \frac{16}{15}$

1.7
$$\frac{72}{2 + 3}$$

2. VOORSPEL (dit wil sê: SONDER om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

Skryf ook in elke geval neer HOEKOM jy so voorspel het.

2.1 $625 + 43 - 28 + 85 - 71$

en

$625 + 43 + 85 - 28 - 71$

2.2 25×135

en

$25 \times 98 + 25 \times 37$

2.3 $256 \div 12$

en

$300 \div 12 - 44 \div 12$

2.4 $384,9 + 421,5$

en

$421,5 + 384,9$

2.5 $174,4 - 158,9$

en

$158,9 - 174,4$

2.6 $224 \div 8$

en

$110 \div 8 + 114 \div 8$

2.7 Tel 421 by 58, en vermenigvuldig die antwoord met 34

en

Vermenigvuldig 421 met 34. Vermenigvuldig dan 58 met 34. Tel nou die twee antwoorde bymekaar

2.8 $734,5 \times 318,2$

en

$318,2 \times 734,5$

2.9 $127 \div 95$

en

$95 \div 127$

- 2.10 $(41,7 + 63,8) + 56,2$ en $41,7 + (63,8 + 56,2)$
 Hakies beteken: doen eers wat in die hakies staan, en dan die res.
- 2.11 $(58,3 - 29,5) - 13,4$ en $58,3 - (29,5 - 13,4)$
- 2.12 $(18 \times 23) \times 15$ en $18 \times (23 \times 15)$
- 2.13 $(428 \div 17) \div 3$ en $428 \div (17 \div 3)$
- 2.14 Trek 159 van 546 af. Trek dan 56 van die antwoord af. Trek dan 43 van die antwoord af. en Tel 159 en 56 en 43 bymekaar. Trek die antwoord van 546 af.
- 2.15 --> $\boxed{+ 18}$ --> $\boxed{\times 2}$ --> en --> $\boxed{\times 2}$ --> $\boxed{+ 36}$ -->
- 2.16 --> $\boxed{- 20}$ --> $\boxed{\div 4}$ --> en --> $\boxed{\div 4}$ --> $\boxed{- 5}$ -->

3. Pieter moet 23×16 bereken. Hy doen dit so:

$$23 \times 10 = 230$$

$$23 \times 6 = 138$$

$$23 \times 16 = 230 + 138 = 368$$

3.1 Is sy antwoord korrek?

3.2 Pieter het die vermenigvuldigingsprobleem $[23 \times 16]$ vervang met 'n optellingsprobleem $[(23 \times 10) + (23 \times 6)]$.

3.2.1 Mag 'n mens so maak soos Pieter gemaak het?

3.2.1 As jy "ja" geantwoord het by 3.2.1, verduidelik hoekom dit werk.

VRAELYS 1bNAAM:.....STANDERD:.....SKOOL:.....

Beantwoord asseblief OP HIERDIE VRAELYS die volgende vrae so goed as wat jy kan. Jy mag nie 'n sakrekenaar gebruik nie, selfs nie eens om jou antwoorde te kontroleer nie.

1. Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

1.1 $59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5$

1.2 $(24 \times 7 + 24 \times 13) \div 24$

1.3 $(\frac{9}{4} + \frac{5}{13}) + \frac{8}{13}$

2. VOORSPEL (dit wil sê: SONDER om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word. DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

2.1 $87 - 65 + 46 + 39 - 28$

en

$46 + 87 - 28 - 65 + 39$

2.2 37×150

en

$37 \times 100 + 37 \times 50$

2.3 $225 \div 18$

en

$300 \div 18 - 75 \div 18$

2.4 $856,3 + 328,9$

en

$328,9 + 856,3$

2.5 $276,5 - 298,5$

en

$298,5 - 276,5$

2.6 $23 \times 15 \div 18 \div 13 \times 27$

en

$15 \div 13 \times 23 \div 18 \times 27$

2.7 $320 \div 17$

en

$320 \div 11 + 320 \div 6$

2.8 235×23

en

23×235

| | | | |
|------|--|----|---|
| 2.9 | $435 \div 267$ | en | $267 \div 435$ |
| 2.10 | $(23,8 + 45,7) + 86,3$ | en | $23,8 + (45,7 + 86,3)$ |
| 2.11 | $(76,2 - 39,9) - 23,7$ | en | $76,2 - (39,9 - 23,7)$ |
| 2.12 | $(26 \times 24) \times 37$ | en | $26 \times (24 \times 37)$ |
| 2.13 | $(365 \div 24) \div 5$ | en | $365 \div (24 \div 5)$ |
| 2.14 | Trek 129 van 532 af. Trek dan 56 van die antwoord af. Trek dan 37 van die antwoord af. | en | Tel 129 en 56 en 37 bymekaar. Trek die antwoord van 532 af. |

3.2 RESULTATE VAN LEERLINGRESPONSE OP DIE VRAELYSSTE: Vraag 1

Gerieflikheidshalwe word die vrae, soos dit telkens op die vraelys verskyn, hier herhaal.

Bereken sonder sakrekenaar elk van die volgende. DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

3.2.1 Vraelys 1: Vraag 1.1: $235 \times 6 + 235 \times 9 + 235 \times 5$

Vraelys 1b: Vraag 1.1: $59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5$

In hierdie vraag word die leerling se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap gemeet. Wanneer hy hierdie doelbewus toepas, vergemaklik dit die berekening aansienlik. Hierdie ideale situasie word met metode 1 aangetoon, en word op die betrokke tabel gearseer. Die resultate van hierdie vraag word in tabel 3.2.1 aangetoon.

| METODE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|--------|-----------|------|---------|------|
| | N | % | N | % |
| IK | 20 | 8,6 | 20 | 8,6 |
| IV | 4 | 1,7 | 4 | 1,7 |
| 2 | 0 | 0,0 | 7 | 3,0 |
| 3K | 87 | 37,3 | 98 | 42,1 |
| 3V | 73 | 31,3 | 68 | 29,2 |
| 4 | 15 | 6,4 | 6 | 2,6 |
| 5 | 6 | 2,6 | 2 | 0,9 |
| 6 | 17 | 7,3 | 10 | 4,3 |
| 7 | 4 | 1,7 | 8 | 3,4 |
| 8 | 7 | 3,0 | 10 | 4,3 |
| TOTAAL | 233 | 100 | 233 | 100 |

Tabel 3.2.1

Metode 1: In tabel 3.2.1, word metode 1 beskou as die metode waar die distributiewe eienskap herken en benut word, nl.

$$\begin{array}{l}
 235 \times 6 + 235 \times 9 + 235 \times 5 \quad \text{en} \qquad 59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5 \\
 = 235 \times (6 + 9 + 5) \qquad \qquad \qquad = 59 \times (6 + 9 - 5) \\
 = 235 \times 20 \qquad \qquad \qquad = 59 \times 10 \\
 = 4700 \qquad \qquad \qquad = 590
 \end{array}$$

As 'n leerling volgens metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Tipiese metode 1K response lyk as volg:

$$\begin{array}{l}
 * \quad 6 + 9 + 5 = 20 \\
 \quad 20 \times 200 = 4000 \\
 \quad 20 \times 30 = 600 \\
 \quad 20 \times 5 = 100 \\
 \quad 20 \times 235 = 4700
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 * \quad 6 + 9 + 5 = 20 \qquad 235 \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \underline{\times 20} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad 4700
 \end{array}$$

Tipiese metode 1V response lyk as volg:

$$* \quad 6 + 9 + 5 = 20 \qquad (20 \times 230 = 4600) + (20 \times 6 = 120) = 4720$$

$$\begin{array}{r}
 * \quad \quad 6 \qquad 235 \\
 \quad + \quad 9 \qquad \underline{\times 20} \\
 \quad + \quad \underline{5} \qquad 6200 \\
 \quad \quad 20
 \end{array}$$

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om die getaleienskap toe te pas.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die getaleienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, nl.

$$\begin{array}{rcl}
 235 \times 6 + 235 \times 9 + 235 \times 5 & \text{en} & 59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5 \\
 = 1410 + 2115 + 1175 & & = 354 + 531 - 295 \\
 = 4700 & & = 590
 \end{array}$$

As 'n leerling volgens metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Tipiese metode 3V response is as volg:

$$\begin{array}{r}
 * \quad 235 \quad \quad 235 \quad \quad 235 \quad \quad 1410 \\
 \quad \underline{\times 6} \quad \quad \underline{\times 9} \quad \quad \underline{\times 5} \quad \quad 2115 \\
 \quad 1410 \quad \quad 2115 \quad \quad 1175 \quad \quad \underline{1175} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad 5700
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 * \quad 235 \quad \quad 235 \quad \quad 235 \\
 \quad \underline{\times 6} \quad \quad \underline{\times 9} \quad \quad \underline{\times 5} \\
 1380 \quad + \quad 2715 \quad + \quad 1175 \quad = \quad 4670
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 * \quad 235 \quad \quad 235 \quad \quad 235 \\
 \quad \underline{\times 6} \quad \quad \underline{\times 9} \quad \quad \underline{\times 5} \\
 1410 \quad + \quad 2115 \quad + \quad 1175 \quad = \quad 46910
 \end{array}$$

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 word beskou as waar 'n leerling metode 3 gevolg het, maar nie die berekening voltooi het nie.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Onverstaanbare bewerkings.

Voorbeelde: * $235 \times 6 = 121825 + 18273 + 10$

* 4690 ek het dit net gemaal

* 4700 ek het dit alles opgetel en geplus

* $235 \times 6 = 420 + 235 = 234 \times 5 = 7005$

* 470
 $\times 6$
 7005

Metode 8: Die res: dit word ingesluit om 'n blik te gee op waarmee sommige leerlinge vorendag kom.

* $200 \times 6 = 1200$ $200 \times 9 = 1800$ $200 \times 5 = 1000 + 1200 + 1800 = 4000$
 $4000 + 35 + 35 + 35 = 4105$

[Die volgende is waarskynlik 'n interpretasie van wat hierdie leerling gedoen het:

$(200 + 35) \times 6 + (200 + 35) \times 9 + (200 + 35) \times 5$
 $= 200 \times 6 + 35 + 200 \times 9 + 35 + 200 \times 5 + 35]$

* $235 \times 3 = 705 \times 20 = 14100$

* $235 + 235 + 235 = 805$ $6 + 9 + 5 = 20$ $805 \times 20 = 16100$

* $6 + 9 + 5 = 20$ $235 \times 235 \times 235 = 705$

$$* \quad 6 + 9 + 5 = 20 \quad 235 + 235 + 235 = 805 \quad 805 \times 20 = 41000$$

Die voorafgaande vier leerlinge het wel raakgesien dat $6 + 9 + 5 = 20$, maar het niks sinvol daarmee uitgerig nie.

$$* \quad (235 + 235) \times 6 + 235 \times 9 \times 5 = 137475$$

Kommentaar:

Dit is baie duidelik dat slegs enkele leerlinge se kennis van die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling en aftrekking sodanig is dat hulle dit kan herken en **doelbewus** benut.

3.2.2 Vraelys 1: Vraag 1.2: $238 + 572 - 38 + 143 - 72$

Daar is nie 'n ooreenstemmende vraag op vraelys 1b nie, en dus word die resultate van hierdie vraag op sy eie hanteer.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 3.2.2 saamgevat.

In hierdie vraag word die leerling se vlak van bewustheid van die algemene herrangskikkingsbeginsel vir optel en aftrek getoets. Wanneer hy hierdie eienskap **doelbewus** toepas, vergemaklik dit die berekening aansienlik. Hierdie ideale situasie word met metode 1 aangetoon, en word **op die tabel ge-arseer**.

| METODE | N | % |
|--------|-----|----|
| 1K | 2 | 1 |
| 1V | 1 | 0 |
| 2 | 22 | 9 |
| 3K | 74 | 30 |
| 3V | 104 | 43 |
| 4 | 23 | 9 |

Tabel 3.2.2

$$\begin{aligned}
 \text{Metode 1: } & 238 + 572 + - 38 + 143 - 72 \\
 & = 238 - 38 + 572 - 72 + 143 \\
 & = 200 + 500 + 143 \\
 & = 843
 \end{aligned}$$

As 'n leerling volgens metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Die enigste twee metode 1K response lyk as volg:

$$* \quad 238 - 38 \rightarrow 200 + 572 \rightarrow 772 - 72 \rightarrow 700 + 143 \rightarrow 843$$

$$* \quad 238 - 38 = 200$$

$$572 - 72 = \underline{500}$$

$$700 + 143 = \underline{843}$$

Die enigste metode 1V respons lyk as volg:

$$* \quad 200 + 500 + 145 = 845$$

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om die getaleienskap toe te pas.

Tipiese metode 2 response lyk as volg:

$$* \quad \begin{array}{r} 238 \\ 572 \\ \underline{143} \\ 953 \end{array} \quad \begin{array}{r} 38 \\ + \quad \underline{72} \\ 110 \end{array} \quad \begin{array}{r} 953 \\ - \quad \underline{110} \\ 843 \end{array}$$

$$* \quad 200 - 110 = 90$$

$$500 + 100 = 600$$

$$30 + 70 + 90 + 40 = 230$$

$$8 + 2 + 3 = 13$$

$$230 + 13 = 243$$

$$600 + 243 = 843$$

$$* \quad 238 + 572 = 810$$

$$810 + 143 = 953$$

$$953 - 38 = 915$$

$$915 - 72 = 843$$

$$* \quad 200 + 500 + 100 = 800$$

$$30 + 70 + 40 = 140$$

$$8 + 2 + 3 = 13$$

$$953 - 110 = 837$$

$$* \quad z = (238 + 572 + 143) - 72 - 38 = 843$$

| | | | |
|---|------------|------------|------------|
| * | 238 | 953 | 915 |
| | 572 | <u>-38</u> | <u>-72</u> |
| | <u>143</u> | 915 | 843 |
| | 953 | | |

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die getaleienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, naamlik as hy die berekening bloot van links na regs uitvoer.

As 'n leerling volgens metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Kommentaar:

37 leerlinge uit kategorie 3V het dieselfde fout gemaak as wat deur die volgende leerlingrespons aangetoon word:

$$\begin{aligned}
 & 238 + 572 - 38 + 143 - 72 \\
 = & (238 + 572) - (38 + 143) - 72 \\
 = & 810 - 181 - 72 \\
 = & 557
 \end{aligned}$$

9 leerlinge uit kategorie 3V het dieselfde fout gemaak as wat deur die volgende leerlingrespons aangetoon word:

| | | | | | | | |
|---|------------|---|------------|---|------------|---|-----------|
| | 238 | | 38 | | 810 | | 991 |
| + | <u>572</u> | + | <u>143</u> | + | <u>181</u> | - | <u>72</u> |
| | 810 | | 181 | | 991 | | 919 |

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Die volgende twee kategorieë is nie in tabel 3.2.2 opgeneem nie:

Metode 5: Onverstaanbare bewerkings: 7 leerlinge:

* $810 + 105 + 33 = 948$

* $772 - 1 = 771$

| | | | |
|---|-----------|------------|-----------|
| * | $x = 772$ | 238 | 143 |
| | $x = 71$ | <u>572</u> | <u>72</u> |
| | $x = 701$ | 810 | 71 |

Metode 6: Interessante bewerkingsmetodes, en wat nie onder enige van metodes 1 tot 4 val nie: 10 leerlinge.

Voorbeelde hiervan is die volgende:

* $810 - 38 + 143 - 72$
 $772 + 71 = 843$

* $810 - 38 + 71 = 843$

* $800 - 28 = 772 + 143 = 915 - 72 = 843$

$$\begin{array}{r} * \quad 572 \quad \quad 143 \quad \quad 238 \\ \quad \underline{-38} \quad \quad \underline{-72} \quad \quad 534 \\ \quad 534 \quad \quad 71 \quad \quad \underline{+71} \\ \quad \quad \quad \quad \quad 843 \end{array}$$

$$* \quad 238 + 534 + 71 = 238 + 605 = 842$$

3.2.3 Vraelys 1: Vraag 1.3 $4,2 \times 6 + 4,2 \times 11$
4,2

Vraelys 1b: Vraag 1.2 $(24 \times 7 + 24 \times 13) \div 24$

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 3.2.3 saamgevat.

In hierdie vraag word die leerling se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap vir deling oor optelling getoets. Wanneer hy hierdie eienskap **doelbewus** toepas, vergemaklik dit die berekening aansienlik. Hierdie ideale situasie word met metode 1 aangetoon, en word **op die tabel ge-arseer**.

| METODE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|--------|-----------|------|---------|------|
| | N | % | N | % |
| 1K | 10 | 4,3 | 9 | 3,9 |
| 1V | 0 | 0,0 | 1 | 0,4 |
| 2K | 4 | 1,7 | 22 | 9,4 |
| 2V | 6 | 2,6 | 2 | 0,9 |
| 3K | 20 | 8,6 | 113 | 48,5 |
| 3V | 84 | 36,1 | 40 | 17,2 |
| 4 | 73 | 31,3 | 6 | 2,6 |
| 5 | 17 | 7,3 | 15 | 6,4 |
| 6 | 10 | 4,3 | 9 | 3,9 |
| 7 | 9 | 3,9 | 16 | 6,9 |
| TOTAAL | 233 | 100 | 233 | 100 |

Tabel 3.2.3

$$\begin{aligned}
 \text{Metode 1:} & \quad \underline{4,2 \times 6 + 4,2 \times 11} \\
 & \quad \quad \quad 4,2 \\
 & = (4,2 \times 6) \div 4,2 + (4,2 \times 11) \div 4,2 \\
 & = 6 + 11 \\
 & = 17
 \end{aligned}$$

As 'n leerling volgens metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Tipiese metode 1K response lyk as volg:

$$* \quad 6 + 11 = 17$$

$$\begin{aligned}
 * \quad & 6 + 11 = 17 \\
 & 17 \times 4,2 \div 4,2 = 17
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{lll}
 * \quad & 4,2 \div 4,2 = 1 & 11 + 6 = 17 & 17 \\
 & 1 \times 6 = 6 & 1 \times 11 = 11 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 * \quad & \underline{4,2} \times 6 = 6 & \underline{4,2} \times 11 = 11 & 6 + 11 = 17 \\
 & 4,2 & 4,2 &
 \end{array}$$

Tipiese metode 1V response lyk as volg:

$$\begin{aligned}
 * \quad & 4,2 \times 17 = 68,34 \\
 & 68,34 \div 4,2 = 17,17
 \end{aligned}$$

$$* \quad 6 \times 11 = 66$$

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om die getaleienskap toe

te pas.

Tipiese metode 2 response lyk as volg:

$$\begin{array}{r}
 * \quad \quad 11 \quad \quad \quad 17 \quad \quad \quad \underline{17} \\
 \quad + \quad \underline{6} \quad \quad \quad x \quad \underline{4,2} \quad \quad \quad \underline{4,2} \mid 714 \\
 \quad \quad 17 \quad \quad \quad \quad 34 \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad \underline{680} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad \quad 714
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 * \quad 4,2 \times 5 = 21 \quad \} \\
 \quad \quad 4,2 \times 10 = 42 \quad \} 449,4 \\
 \quad \quad 4,2 \times 2 = 8,4 \quad \}
 \end{array}$$

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die getaleienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, as volg:

$$\begin{array}{l}
 (25,2 + 46,2) \div 4,2 \\
 = \quad 71,4 \div 4,2 \\
 = \quad 17
 \end{array}$$

Dit is nogal 'n formidabele taak as 'n sakrekenaar nie gebruik mag word nie!

As 'n leerling volgens metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, of nie die berekening voltooi nie (baie leerlinge het slegs die teller bereken), word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5: Onverstaanbare bewerkings. Voorbeelde hiervan is:

$$* \quad 4 \times 6 = 24 \quad 24 + 4 = 28 \quad 28 \times 11 = 308$$

$$* \quad 323,4 \div 4 = 10$$

$$* \quad 6 + 4,2 = 10,2 \times 11 = 110,2$$

$$* \quad \begin{array}{llll} 4,2 \times 6 = 25,2 & 4,2 \times 11 = 46,2 & \frac{6 + 11}{4,2} & = \quad \frac{17}{4,2} \\ 25,2 \div 4 = 6 & 46,2 \div 4 = 11 & & \end{array}$$

$$* \quad 11 + 6 = 17 \div 4,2 = 4,1$$

$$* \quad \begin{array}{lll} 11 + 6 & = & 17 \\ 4,2 \times 10 & = & 41,5 \\ 6 + 11 & = & 17 \text{ antw } 17 \end{array}$$

Metode 6: Wanneer die teller bloot van links na regs bereken is sonder inagneming van die bewerkingsvolgorde. In die meeste van hierdie gevalle het die leerling ook slegs die teller bereken.

Metode 7: Die res: gevalle om van kennis te neem. Voorbeelde:

$$* \quad \frac{4,2}{4,2} = 0 \times 6 = 0 \quad + \quad \frac{4,2}{4,2} = 0 \times 11 = 0$$

$$* \quad 1 \times 6 = 6 + 4 \rightarrow 10 \times 11 = 110$$

$$* \quad 4,2 \div 4,2 = 1 \times 6 = 6 + 4 = 10 \times 11 = 20$$

$$* \quad 4,2 + 4,2 = 8,4 \quad 6 + 11 = 17 \quad 8,4 \times 17 =$$

$$* \quad 4,2 \div 4,2 = 1 \times 6 = 6 + 44,22 = 50,22$$

$$* \quad 6 + 11 = 17 \times 4,2 = 71,4$$

Kommentaar:

Verskeie leerlinge gee die antwoord van $4,2 \times 6$ as 24,12; en die antwoord van $4,2 \times 11$ as 44,22.

Met die verwerking van vraelys 1 het geblyk dat die meeste van die leerlinge in kategorie 3V slegs die teller bereken het. Verskeie leerlinge in kategorie 4 (geen poging of slegs die antwoord in enkele gevalle (benut hulle 'n sakrekenaar?)) het opmerkings geskryf soos: "bo my vuurmaakplek", of "kan nie", of "nog nie gedoen nie". Dit laat die vermoede ontstaan dat leerlinge 'n probleem met die notasiewyse het. As gevolg hiervan is dieselfde vraag in vraelys 1b as volg gestel:

$$(4,2 \times 6 + 4,2 \times 11) \div 4.2$$

Die waarskynlikheid bestaan egter ook dat baie van die leerlinge in kategorie 4 nie 'n poging aangewend het om die berekening te doen nie, omdat dit 'n formidabele taak is om sonder 'n sakrekenaar uit te voer volgens die "standaardmetode", nl. metode 3.

3.2.4 Vraelys 1: Vraag 1.4: 480 - 240

24

In hierdie vraag word die leerling se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap vir deling van regs oor optelling op 'n ander manier as in vraag 1.3 getoets. Wanneer hy hierdie eienskap **doelbewus** benut, kan dit die berekening aansienlik vergemaklik. Hierdie ideale situasie word met metode 1 aangetoon.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 3.2.4 saamgevat, en die **gewenste respons word op die tabel ge-arseer**.

| METODE | N | % |
|-----------|-----|----|
| 1K | 3 | 1 |
| 1V | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 |
| 3K | 132 | 54 |
| 3V | 61 | 25 |
| 4 | 42 | 17 |

Tabel 3.2.4

Metode 1: $480 \div 24 - 240 \div 24$
 $= 20 - 10$
 $= 10$

As 'n leerling volgens metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Tipiese metode 1K response lyk as volg:

$$* \quad 480 \div 24 = 20$$

$$240 \div 24 = 10$$

$$20 - 10 = 10$$

$$* \quad \begin{array}{r} \underline{20} \\ 24 \mid 480 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \underline{10} \\ 24 \mid 240 \end{array}$$

$$= 20 - 10$$

$$= 10$$

Daar was geen metode 1V response nie.

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om die getaleienskap toe te pas.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die getaleienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, as volg:

$$\begin{array}{r} \underline{480 - 240} \\ 24 \end{array}$$

$$= 240 \div 24$$

$$= 10$$

As 'n leerling volgens metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, of nie die berekening voltooi nie (heelwat leerlinge bereken slegs die teller), word hy geklassifiseer as metode 3V.

Tipiese metode 3V response lyk as volg:

$$* \quad 480 \div 24 = 20$$

$$240 \div 24 = 10$$

$$\underline{20 - 10}$$

$$24$$

$$= \underline{10}$$

$$24$$

$$= \underline{5}$$

$$12$$

$$* \quad 480$$

$$\underline{440} = \underline{40}$$

$$40 \quad 24$$

$$* \quad 480 - 240 = 560$$

$$560 \div 24 =$$

$$* \quad \underline{240} = 10 \frac{0}{24}$$

$$24$$

$$* \quad \underline{240} = 10 \frac{1}{24}$$

$$24$$

$$* \quad \underline{240} = 1 \frac{1}{2}$$

$$24$$

$$* \quad \underline{240} = \underline{10} = \underline{5}$$

$$24 \quad 24 \quad 12$$

$$* \quad \underline{240} = 1 \text{ hele}$$

$$24$$

$$* \quad 240 \div 24 = 162$$

$$* \quad 480 - 240 = 240 \times 24 = 2400$$

$$* \quad 480 - 240 = 240$$

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Die volgende twee kategorieë is nie in tabel 3.2.4 opgeneem nie:

Metode 5: Onverstaanbare bewerkings: 3 leerlinge. Voorbeeld hiervan is:

$$* \quad \begin{array}{r} 480 \\ \underline{240} \\ 240 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{240} \\ 24 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{120} \\ 12 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{60} \\ 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} \underline{20} \\ 3 \end{array} = 10$$

$$* \quad 240 \times 2 = 480$$

$$480 - 240 = 240$$

$$* \quad 480 - 240 = 240 - 24 = 216$$

Metode 6: Die res: Interessante gevalle om van kennis te neem: 2 leerlinge. Voorbeelde:

$$* \quad 480 \div 24 = 20$$

$$= \quad 20 - 240 = -220$$

$$= \quad 220$$

$$* \quad 480 - 240 \div 24 = 470 \text{ [Die navorsers se interpretasie: slegs 240 is deur 24 gedeel]}$$

Kommentaar:

Die leerlinge wat in kategorie 4 geen poging aangewend het om die vraag te beantwoord nie, is hoofsaaklik dieselfde leerlinge as wat ook vraag 1.3 van vraelys 1 nie beantwoord het nie. Dit kan weer daarop dui dat die notasie aan hulle onbekend is, veral aangesien sekere skole se

leerlinge dit feitlik almal beantwoord het, en baie leerlinge van ander skole dit uitgelaat het. Dit kan egter ook daarop dui dat sekere skole se leerlinge meer bereid is om 'n probleem te takel as ander, aangesien hierdie verskynsel ook op ander plekke in die vraelys na vore kom.

Terugskouend is hierdie nie 'n goeie diskriminerende vraag nie, enersyds omdat vraag 1.3 reeds aangetoon het dat leerlinge nie hierdie getaleienskap herken en benut ten einde die berekening te vergemaklik nie, en hulle dus in elk geval waarskynlik eers die teller sal vereenvoudig en dan sal deel. Andersyds is die berekening van die teller so maklik dat daar hoegenaamd geen behoefte behoort te ontstaan om die getaleienskap toe te pas nie.

3.2.5 Vraelys 1: Vraag 1.5: $8 \times 18 + 6 \times 18 - 4 \times 18$

Hierdie vraag toets bewustheid van dieselfde getaleienskap as vraag 1.1, naamlik die distributiewe eienskap, maar die gemene faktor staan nou telkens tweede in die parsiële produk, en daar is ook 'n aftrekkingsbewerking teenwoordig. Wanneer die leerling hierdie eienskap **doelbewus** toepas, vergemaklik dit die berekening aansienlik.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 3.2.5 saamgevat, en die gewenste respons, naamlik metode 1, word **op die tabel ge-arseer**.

| METODE | N | % |
|--------|----|----|
| 1K | 3 | 1 |
| 1V | 3 | 1 |
| 2 | 5 | 2 |
| 3K | 62 | 26 |
| 3V | 89 | 37 |
| 4 | 42 | 17 |

Tabel 3.2.5

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die distributiewe eienskap herken en benut word, nl.

$$\begin{aligned} & 8 \times 18 + 6 \times 18 - 4 \times 18 \\ = & (8 + 6 - 4) \times 18 \\ = & 10 \times 18 \\ = & 180 \end{aligned}$$

As 'n leerling volgens metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode **1K** geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Die enigste drie metode 1K response lyk as volg:

$$\begin{aligned} * & 10 \times 18 = 180 \\ & (10 \times 10) + (10 \times 8) = 180 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * & 8 + 6 - 4 = 10 \\ & 10 \times 18 = 180 \text{ (twee leerlinge)} \end{aligned}$$

Die drie metode 1V response lyk as volg:

$$\begin{aligned} * & 8 + 6 + 4 = 18 \\ & 18 \times 18 = 174 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * & 8 + 6 + 4 = 18 \\ & 18 \times 18 = 64 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} * & 8 + 6 + 4 = 18 \\ & 18 \times 18 = 360 \quad 4 \times 8 = 72 \\ & 360 - 72 = 288 \end{aligned}$$

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om die getaleienskap toe te pas.

Voorbeelde van die response wat hieronder geklassifiseer word, lyk as volg:

$$* \quad 18 \times 14 = 282 - 82 = 4 \times 14$$

$$200 \rightarrow$$

| | | |
|--|--|--|
| $* \quad 6 + 8 = 14$ $14 \times 18 =$ $4 \times 18 = (40 + 32) = 72$ | $10 \times 10 = 100$ $10 \times 8 = 80$ $4 \times 10 = 40$ | $4 \times 8 = 32$ $= 252$ $252 - 72 = 180$ |
|--|--|--|

| | | |
|---|--|---|
| $* \quad 18$ $\times \underline{14}$ 72 $\underline{180}$ 252 | 18 $\times \underline{4}$ 72 $\underline{180}$ 252 | 252 $\times \underline{72}$ 180 $\underline{180}$ 252 |
|---|--|---|

Kommentaar: Al die leerlinge in kategorieë 1 en 2 is in dieselfde skool.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die getaleienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, nl.

$$8 \times 18 + 6 \times 18 - 4 \times 18$$

$$= 144 + 108 - 72$$

$$= 180$$

As 'n leerling volgens metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, of nie die berekening voltooi nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Tipiese response volgens metode 3V is die volgende:

$$\begin{array}{r}
 * \quad 124 + 108 = 232 \\
 \quad 232 - 78 = \underline{164} \\
 \qquad \qquad \quad 178
 \end{array}$$

$$* \quad 112 + 108 - 64 = 66$$

$$* \quad 146 + 108 - 72 = 182$$

$$* \quad 144 + 108 - 72 = 176$$

$$\begin{array}{r}
 * \quad 18 \qquad \quad 18 \qquad \quad 144 \qquad \quad 4 \qquad \quad 252 \\
 \quad \underline{8} \quad + \quad \underline{6} \quad = \quad \underline{108} \quad - \quad \underline{18} \quad = \quad \underline{76} \\
 \quad \underline{144} \qquad \quad \underline{108} \qquad \quad \underline{252} \qquad \quad \underline{76} \qquad \quad \underline{176}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 * \quad 144 \\
 \quad 108 \\
 \quad \underline{72} \\
 \quad \underline{324}
 \end{array}$$

Kommentaar: 'n Groot aantal leerlinge het bostaande fout begaan.

$$\begin{array}{r}
 * \quad 144 \qquad \quad 252 \\
 \quad \underline{108} \qquad \quad \underline{72} \\
 \quad \underline{252} \qquad \quad \underline{80}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 * \quad 8 \times 18 \\
 \quad 8 \times 10 = 80 \times 8 = 640 + 6 \times 18 = 60x
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 * \quad 18 \qquad \quad 18 \qquad \quad 18 \qquad \quad 18 \qquad \quad 144 \\
 \quad \underline{8} \quad + \quad \underline{6} \quad + \quad \underline{4} \quad - \quad \underline{4} \quad \quad \underline{108} \\
 \quad 144 \qquad \quad 108 \qquad \quad 72 \qquad \quad 72 \qquad \quad 252
 \end{array}$$

$$* \quad 144 + 108 + 72 = 21114$$

$$* \quad 18 \times 8 = 864$$

$$18 \times 6 = 648$$

| | | | | | |
|---|-----------|-----------|-----------|------|-------------|
| * | 18 | 18 | 18 | 640 | 1120 |
| | <u>x8</u> | <u>x6</u> | <u>x4</u> | +480 | <u>-320</u> |
| | 640 | 480 | 320 | 1120 | 800 |

Kommentaar: Hierbo is 'n hele aantal voorbeelde ingesluit wat aantoon watter foute standaard vier-leerlinge met elementêre berekeninge maak.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Die volgende drie kategorieë is nie in tabel 3.2.5 opgeneem nie:

Metode 5: Onverstaanbare bewerkings: 4 leerlinge. Voorbeelde hiervan is:

$$* \quad 11 + 48 = 59 - 32 = 27$$

$$* \quad 8 \times 18 = 144$$

$$6 \times 18 = 108$$

$$18 - 4 \times 18 = 252$$

$$144 + 108 + 252 = 504$$

| | | |
|---|--------------|---------------|
| * | 8 x 18 = 144 | 252 - 4 = 248 |
|---|--------------|---------------|

| | | |
|--|--------------|-----------------|
| | 6 x 18 = 108 | 248 x 18 = 3664 |
|--|--------------|-----------------|

| | |
|--|-----------------|
| | 144 + 108 = 252 |
|--|-----------------|

Metode 6: Waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van

bewerkingsvolgorde: 31 leerlinge.

Metode 7: Die res: 2 leerlinge:

$$* \quad 10 \times 18 = 180 \qquad 4 \times 18 = 72 \quad 180 + 72 = 252 \qquad 252 - 72 \\ = 180$$

[Hierdie leerling gebruik kompensasie: x10 i.p.v. x8, d.w.s. 2 te veel; x4 i.p.v. x6, d.w.s. 2 te min.]

$$* \quad 8 \times 18 = 144 \qquad 4 \times 18 = 72 \qquad (8 + 6 - 4 = 10) \\ 6 \times 18 = \underline{108} \qquad (10 \times 18 = 180) \\ 252 - 72 = 180$$

'n Mens sou vrae soos die volgende hier kon vra:

Hoekom het hierdie leerling die twee bewerkings heel regs, wat 'n direkte toepassing van die distributiewe eienskap is, aangedui tesame met die "standaard"-metode? Is dit om aan te dui dat sy bewus is van die metode volgens die distributiewe eienskap, maar om een of ander rede verkies om die "standaard"-metode te benut? En wat sal hierdie rede wees? Of het sy dit slegs gedoen om haar antwoord te kontroleer?

3.2.6 Vraelys 1: Vraag 1.6: $(\frac{3}{4} \times \frac{5}{8}) \times \frac{16}{15}$

Kommentaar:

Aangesien 93 uit die 243 respondente hierdie vraag nie beantwoord het nie, en dit verder uit die response duidelik is dat slegs twee skole se leerlinge hoegenaamd 'n idee gehad het van hoe om hierdie berekening te (probeer) doen, word hierdie vraag geïgnoreer. Aangesien leerlinge verder oorwegend probeer het om hierdie berekening as 'n optellingsbewerking te hanteer, word die afleiding gemaak dat hulle wel vertrouwd is met die optelling van breuke, en sal hierdie vraag in die volgende vraelys vervang word met:

$$(\frac{3}{4} + \frac{5}{13}) + \frac{8}{13}$$

3.2.7 Vraelys 1: Vraag 1.7: $\frac{72}{2 + 3}$

Die doel van hierdie vraag was om te probeer vasstel of leerlinge deling links-distributief oor optelling toepas, wat natuurlik nie korrek is nie. Die gewenste respons is metode 1, en word op die tabel ge-arseer.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 3.2.7 saamgevat.

| METODE | N | % |
|--------|-----|----|
| 1K | 123 | 51 |
| 1V | 64 | 26 |
| 2 | 3 | 1 |
| 3 | 48 | 20 |
| 4 | 25 | 10 |

Tabel 3.2.7

Vir hierdie vraag lyk die klassifikasie effens anders as in die vorige ses vrae, nl.

Metode 1:

Dit is wanneer leerlinge die berekening op die enigste moontlike manier uitgevoer het, nl. om eers die 2 en 3 in die noemer bymekaar te tel, om 5 te lewer; en dan 72 deur 5 te deel.

Metode 1K verwys na waar leerlinge die korrekte antwoord verkry het, nl. $14\frac{2}{5}$ of 14 res 2 of 14,4.

Metode 1V verwys na waar leerlinge 'n verkeerde antwoord verkry het.

Tipiese metode 1K response is as volg:

* $72 \div 5 = 14\frac{2}{5}$

$$* \quad 72 \div 5 = 14 \text{ res } 2$$

$$* \quad 70 \div 5 = 14$$

$$2 + 3 = 5$$

$$2 \div 5 = \frac{2}{5}$$

$$14\frac{2}{5}$$

Tipiese metode 1V response is as volg:

$$* \quad 5 \div 72 = 5 \text{ res } 67$$

$$* \quad 2 + 3 = 5$$

$$72 \div 5 = 14 \quad \underline{14}$$

$$* \quad \quad \quad \underline{14}$$

$$2 + 3 = \quad 5 \mid 72$$

$$\underline{5}$$

$$22$$

$$\underline{20}$$

2.< - antw.

$$* \quad 14 \text{ res } \frac{2}{5}$$

$$* \quad 2 + 3 = 4$$

$$72 \div 4 = 18$$

$$* \quad \underline{72}$$

$$4 \quad = 15$$

$$* \quad 2 + 3 = 5 \div 72 = \frac{3}{6}$$

* Heelwat leerlinge het die volgende fout gemaak:

$$2 + 3 = 6$$

$$72 \div 6 = 12$$

* Heelwat leerlinge het ook die volgende fout gemaak:

$$72 \div 5 = 14,2$$

$$\underline{140}$$

$$* \quad 5 \mid 72$$

$$\underline{70}$$

$$2$$

$$* \quad 72 \div 5 = 41$$

$$* \quad \underline{24} \text{ res } 2$$

$$5 \mid 72$$

Metode 2:

Dit is wanneer leerlinge wel (verkeerdelik) die distributiewe eienskap toegepas het.

Tipiese voorbeelde hiervan is:

$$* \quad \begin{array}{cc} \underline{36} & \underline{24} \\ 2 \mid 72 & 3 \mid 72 \end{array}$$

$$36$$

$$\underline{24}$$

$$60$$

$$* \quad 72 \div 2 = 36 \quad 36$$

$$72 \div 3 = 24 \quad \underline{24}$$

$$60$$

Metode 3:

Dit is waar die vraag nie beantwoord is nie, of waar slegs die antwoord neergeskryf is.

Voorbeelde van laasgenoemde is:

$14^2/5$; 14 res 2; 14,4; 14 ; 12; 440; 360; 77; $35^2/5$; ens.

Metode 4:

Dit is onverstaanbare bewerkings. Voorbeelde hiervan is:

$$* \quad 2 \times 31 = 72$$

$$31 + 3 \rightarrow 34 \quad \underline{34}$$

$$* \quad 72 + 2 + 3 = 75$$

$$* \quad 2000 + 7000 + 20 + 3 = 2723$$

$$* \quad 72 + 5 = 77$$

$$* \quad 72 \times 2 = 144 + 72 \times 3 = 216$$

$$= 370 \quad \underline{36}$$

$$185$$

$$* \quad = 5 \quad 5 \times 14 = 70$$

$$70 \text{ res } 2$$

$$* \quad 72 \div 2 + 3$$

$$= 39$$

$$* \quad 5 \times 72 = 360$$

$$* \quad 72 \div 2 = 36 \quad 36 \times 3 = 39$$

$$* \quad 2 + 3 = 6$$

$$6 \div 72 = 12$$

$$* \quad 72 \div 2 = 36 + 3 = 40$$

$$* \quad 72 \div 2 = 36 + 3 = 39$$

$$* \quad 2 + 3 = 5 \times 72 = 360$$

$$* \quad 72/8$$

$$* \quad \begin{array}{r} \underline{24} \\ 3 \mid 72 \\ \underline{+2} \\ 26 \end{array}$$

Kommentaar:

Soos reeds duidelik geblyk het by vrae 1.3 en 1.4, benut die oorgrote meerderheid leerlinge nie die (regs-) distributiewe eienskap oor deling nie. Dit is dus ook hoogs onwaarskynlik dat hulle dit enigsins sou oorweeg om dit (hoewel verkeerdelik) in hierdie vraag te benut. Hul reponse bevestig dit.

Soos ook tevore genoem, is daar 'n baie hoë voorkoms van elementêre berekeningsfoute. In die voorafgaande paragrawe is 'n wye verskeidenheid van tipiese sulke foute ingesluit om dit toe te lig.

3.3 RESULTATE VAN LEERLINGRESPONSE OP DIE VRAELISTE: Vraag 2

Die instruksie by vraag 2 op vraelyste 1 en 1b lui as volg:

VOORSPEL (dit wil sê: SONDER om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

Skryf ook in elke geval neer HOEKOM jy so voorspel het.

Die doel met hierdie vrae is om vas te stel of leerlinge die betrokke eienskap herken.

Kommentaar:

'n Groot aantal leerlinge het telkens die bewerking uitgevoer om te bepaal of die antwoorde dieselfde is, of net geskryf: "Ja, dieselfde", of "Nee, nie dieselfde nie", sonder om enige redes te verstrek.

Albei hierdie response is deurgaans in dieselfde kategorie (E of F (sien later vir 'n meer volledige omskrywing van die verskillende kategorieë)) ingedeel. Geeneen van hierdie response gee enige aanduiding van die leerling se vlak van bewustheid van die betrokke getaleienskap nie, want waar 'n leerling slegs geskryf het "Ja, dieselfde", of "Nee, nie dieselfde nie", sonder om enige redes te verstrek, dui dit waarskynlik daarop dat hy

- * geraai het, of
- * die berekening elders uitgevoer het, of
- * die berekening (elders of met 'n sakrekenaar) gekontroleer het, of
- * nie sy denke KAN of WIL verwoord nie.

By die interpretasie van die tabelle wat leerlingresponse saamvat, moet daar dus nie veel waarde geheg word aan die getal leerlinge wat telkens in kategorieë E en F val nie.

3.3.1 Vraelys 1: Vraag 2.1:

$$625 + 43 - 28 + 85 - 71 \quad \text{en} \quad 625 + 43 + 85 - 28 - 71$$

Vraelys 1b: Vraag 2.1

$$87 - 65 + 46 + 39 - 28 \quad \text{en} \quad 46 + 87 - 28 - 65 + 39$$

Die klassifikasie wat hier, sowel as in die hele vraag 2, gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met as rede: Die volgorde van optelling en aftrekking maak nie saak nie. Dit dui dus op die algemene herrangskikkingsbeginsel vir optelling en aftrekking. Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 3.3.1 aangetoon, en die gewenste respons word **op die tabel ge-arseer**.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|---------------|-----------|-------|---------|-------|
| | N | % | N | % |
| A | 92 | 39,5 | 122 | 52,4 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 19 | 8,2 | 15 | 6,4 |
| D | 9 | 3,9 | 45 | 19,3 |
| E | 75 | 32,2 | 25 | 10,7 |
| F | 26 | 11,2 | 21 | 9,0 |
| G | 12 | 5,2 | 5 | 2,1 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.1

Tipiese sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie A:

- * Die getalle is ewe groot (Die meerderheid leerlinge se rede).
- * Dit is dieselfde bewerking.
- * Die getalle en bewerkingstekens is dieselfde/gelyk.
- * Dit is net op 'n ander manier geskryf.
- * Hulle minus en plus maar dieselfde.
- * Die getalle is dieselfde, al is dit nie in dieselfde volgorde nie.
- * "28" en "85" word net omgeruil.
- * Net die (+) en (-) is verskuif.
- * Dit maak nie saak of jy eers + of - nie.
- * Maak nie saak in watter volgorde dit geskryf word nie.
- * Omdat jy dit kan rondskryf.(!)
- * By albei somme doen jy dieselfde, jy doen dit net nie in dieselfde volgorde nie.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C:

- * Omdat dit ewe gelyk is.
- * Die getalle is omtrent eners.
- * "Hier is 'n plus in die middel"- die leerling dui met 'n pyltjie die + teken net na die 43 in die tweede getaluitdrukking aan - "en in die eerste een is 'n minus".
- * $43 - 28 + 85$ en $43 + 85 - 28$ sal op dieselfde antwoord uitkom.
- * Omdat dit nie onwaar is nie.
- * Die som is kommutatief.
- * + is die inwerkse getal van -.
- * Bewerking is verbant aan optel.
- * Optelling en aftrekking is dieselfde.
- * By + en x sal die antwoord altyd dieselfde bly as jy dit so werk.

Tipiese redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D (alle redes aangevoer as ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde nie dieselfde is nie, is outomaties beskou as nie-sinvolle redes):

- * As jy eers aftrek en dan plus, is jou antwoord kleiner.
- * "Die (+ 85 - 28)" - die leerling verwys na die tweede getaluitdrukking - "is nie dieselfde as hierdie een nie" - hier verwys hy na die eerste uitdrukking.
- * Die twee 85 staan nie op dieselfde plek nie.
- * Die bewerkingstekens verskil.
- * Die minusse is op 'n ander plek geplaas.
- * Dit is nie dieselfde geskryf nie.
- * Met minus kan jy dit nie doen nie.

Kommentaar:

Dit is opmerklik dat by vraelys 1, 75 uit die 243 leerlinge in kategorie E val, d.w.s. hulle het geen rede aangevoer nie, of hulle het die berekening uitgevoer. Weereens is hierdie verskynsel sterk skoolgebonde. Hierdie leerlinge lees dus òf nie deeglik nie, òf is nie bereid om hul denke in woorde te probeer formuleer nie.

3.2.2 Vraelys 1: Vraag 2.2: 25 x 135 en 25 x 98 + 25 x 37

Vraelys 1b: Vraag 2.2: 37 x 150 en 37 x 100 + 37 x 50

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vrae word in tabel 3.3.2 aangetoon, en die gewenste respons word op die tabel ge-arseer.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|---------------|-----------|-------|---------|-------|
| | N | % | N | % |
| A | 48 | 20,6 | 91 | 39,1 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 11 | 4,7 | 24 | 10,3 |
| D | 34 | 14,6 | 59 | 25,3 |
| E | 42 | 18,0 | 34 | 14,6 |
| F | 84 | 36,1 | 22 | 9,4 |
| G | 14 | 6,0 | 3 | 1,3 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.2

Tipiese sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie A:

- * $98 + 37 = 135$
- * If you add the numbers in number two, they add up to the same number as in number one.
- * Hy word net opgebreek.
- * Die bewerking is net in meer dele uiteengesit.
- * Dit is dieselfde getalle.
- * Dis anders geskryf.
- * Dit is gelyk, maar som 2 het 'n langer metode.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C:

- * Omdat dit ewe gelyk is.
- * Die getalle en bewerkingstekens is nie gelyk nie.
- * Die eerste som is 'n x en die tweede som is ook 'n x.
- * Die bewerking toon op dieselfde.
- * Want maling is nie distrabetief nie.
- * Want dit is assosiatief.
- * Dit is kommitatief.
- * Maling is kruatief.
- * Die antwoord is akprtief.
- * + is die teenoorgesteld van x.

Tipies redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D (alle redes aangevoer as ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde nie dieselfde is nie, is outomaties beskou as nie-sinvolle redes):

- * Die getalle is nie ewe groot nie.
- * Want die een maal te veel.
- * Want as jy alles bymekaarsit, is dit nie dieselfde nie.
- * Die 37 maak dit te veel.
- * Die een met die $25 \times 98 + 25 \times 37$ is die grootste. 'n Mens kan dit sien.
- * By die ander som is daar meerder bewerkings.
- * Jy maal net een keer met 25 in die eerste geval. Jy maal twee keer met 25 in die tweede

geval, en dan moet jy nog die antwoord bytel.

- * By som 2 plus jy en by som 1 nie.
- * Som 2 is groter as som 1.
- * $(98 + 25 \times 37)$ is nie dieselfde nie. Dit is te veel.
- * Want die \times getal is groter.
- * Tweede uitdrukking is meer.
- * Die een is meer as die ander (Heelwat leerlinge).
- * $98 + 25 = 123$
- * $98 + 25$ is nie gelyk aan 135.
- * Ek weet dit, maar ek kan dit nie beskryf nie.
- * Dis nie inverse nie.

Kommentaar:

Dit blyk uit die leerlingresponse duidelik dat in minstens een klas in 'n bepaalde skool leerlinge reeds met die amptelike benaminge van die bewerkingseienskappe in aanraking gekom het. Op watter manier dit gebeur het, is nie duidelik nie. Wat wel duidelik is, is dat slegs sowat vyf leerlinge uit hierdie groep hierdie benaminge sinvol kan hanteer (vraelys 1). Die res (die oorgrote meerderheid) is totaal verward, en druk hierdie benaminge, en dikwels hul eie variasies daarvan, op enige onvanpaste plek in, soos wat hierbo reeds duidelik geblyk het, en soos wat vorentoe in hierdie verslag gereeld sal blyk.

Die gevolgtrekking kan dus gemaak word dat hierdie leerlinge nog nie ryp was vir kennismaking met die benaminge van die bewerkingseienskappe nie. Veeleer moes hul vlak van bewustheid van hierdie eienskappe eers verhoog word, voordat die benaminge, op die vroegste in standerd vyf, aan hulle bekend gestel word.

Verder blyk ook uit die leerlingresponse, saamgevat in tabel 3.3.2, dat daar 'n aansienlike toename vanaf die voortoets tot die natoets plaasgevind het (20,6% na 39,1%).

| | | | | |
|-------|-------------------------------|----------|----|--------------------|
| 3.3.3 | <u>Vraelys 1:</u> Vraag 2.3: | 256 ÷ 12 | en | 300 ÷ 12 - 44 ÷ 12 |
| | <u>Vraelys 1b:</u> Vraag 2.3: | 225 ÷ 18 | en | 300 ÷ 18 - 75 ÷ 18 |

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vrae word in tabel 3.3.3 aangetoon, en die gewenste respons word op die tabel ge-arseer.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|---------------|-----------|-------|---------|-------|
| | N | % | N | % |
| A | 27 | 11,6 | 43 | 18,5 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 7 | 3,0 | 13 | 5,6 |
| D | 49 | 21,0 | 93 | 39,9 |
| E | 36 | 15,5 | 18 | 7,7 |
| F | 85 | 36,5 | 49 | 21,0 |
| G | 29 | 12,4 | 17 | 7,3 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.3

Tipiese sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie A:

- * As jy 44 van 300 aftrek gaan jy ook 265 kry
- * Jy deel die som in twee dele.
- * Die getalle is ewe groot.
- * $300 - 44 = 256$
- * Dit is net in 'n langer manier.
- * Hulle minus die getal af tot by die regte getal.
- * Deling is distributief.

Tipiese nie-sinnvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C:

- * Want die almal deel.
- * \div en $-$ het nooit dieselfde antwoord nie.
- * As jy deel en minus sal jou antwoord nooit dieselfde uitkom nie, want dis 'n eienskap van getalle.
- * Dit is komatiese wet.

Tipiese redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D (alle redes aangevoer as ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde nie dieselfde is nie, is outomaties beskou as nie-sinnvolle redes):

- * Die getalle is nie ewe groot nie.
- * Die getalle is nie dieselfde nie.
- * Dit is ver ongelyk. Die getal regs is kleiner.
- * 256 en 300 is nie dieselfde getal nie.
- * Die een deel te veel.
- * As jy net gaan \div en $-$ gaan jy op 'n $-$ getal eindig.
- * As jy $300 - 44$ gaan jy nie 256 kry nie.
- * Daar is twee 12s in die som.
- * 256 is kleiner as 300.
- * Dit is nie $344 \div 12$ nie, dit is $256 \div 12$.
- * Som 2 is groter as som 1.
- * $256 \div 12$ is groter.

- * Daar is te veel getalle.
- * By die een deel hy net deur 12, maar by die ander een deur 24.
- * 12 kan nie in 44 deel nie.
- * Hy minus te veel.
- * Jy doen eers \div .
- * Nie distributief nie [maar by 2.6 sê hy JA: distributief!]
- * Deling is nie assosiatief nie.
- * Dis nie inverse nie [maar by 2.6 sê hy JA: dis inverse!]
- * Deel en minus kan nie dieselfde wees nie.
- * Deling is nie komitatief nie.

| | | | | |
|-------|--------------------------------|---------------|----|---------------|
| 3.3.4 | <u>Vraelys 1</u> : Vraag 2.4: | 384,9 + 421,5 | en | 421,5 + 384,9 |
| | <u>Vraelys 1b</u> : Vraag 2.4: | 856,3 + 328,9 | en | 328,9 + 856,3 |

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die kommutatiewe eienskap toegepas word.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 3.3.4 aangetoon, en die gewenste respons word op die tabel ge-arseer.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|-----------|-----------|-------|---------|-------|
| | N | % | N | % |
| A | 89 | 38,2 | 178 | 76,4 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 11 | 4,7 | 12 | 5,2 |
| D | 1 | 0,4 | 0 | 0,0 |
| E | 97 | 41,6 | 34 | 14,6 |
| F | 17 | 7,3 | 3 | 1,3 |
| G | 18 | 7,7 | 6 | 2,6 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.4

Tipiese sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie A:

- * Die getalle is ewe groot.
- * Die getalle is dieselfde.
- * Dit is net omgedraai/ omgeruil.
- * Die getalle is 'n bietjie geskommel.
- * As jy twee getalle plus, gee dit dieselfde antwoord. Die leerling verskaf dan 'n voorbeeld: $5 + 9$ en $9 + 5$.
- * Dit stem ooreen met mekaar.
- * Jy ruil net die twee getalle om; jy verander niks nie.
- * Die twee getalle is net omgeruil. Dit is eintlik nog dieselfde som.
- * $+$ kan in enige volgorde gedoen word.
- * Dit is kommutatiewe eienskappe. Jy kan dit omruil slegs by $+$ en x .
- * Jy plus dit net verskillend op.
- * Jy kan die getalle omruil.
- * As jy plus maar ruil getalle om, bly die antwoord dieselfde.
- * Net 'n ander skryfwyse.
- * "komen sens".
- * Hulle plus dieselfde.
- * Die getalle is net omgeruil, nl kommutatiewe.
- * Jy kan die kommutatiewe metode gebruik.
- * $+$ en x is altyd dieselfde antwoord [Hierdie leerling pas hierdie verduideliking met variasie deurgaans in vraag 2 toe. Bv. by vraag 2.3 sê hy NEE: \div en $-$ nooit dieselfde nie. Hy weet dus iets van die kommutatiewe eienskap, en probeer dit nou oral toepas.]

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C:

- * Dis dieselfde geskryf.
- * Dit is distrebel.
- * Optelling is attributief.
- * Dit is 'n inverse bewerking.

Tipiese redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D (alle redes aangevoer as ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde nie dieselfde is nie, is outomaties beskou

as nie-sinvolle redes):

- * Jy kan nie 'n groter getal van 'n kleiner getal aftrek nie.
- * Die getalle is anders.

| | | | | |
|-------|--------------------------------|---------------|----|---------------|
| 3.3.5 | <u>Vraelys 1</u> : Vraag 2.5: | 174,4 - 158,9 | en | 158,9 - 174,4 |
| | <u>Vraelys 1b</u> : Vraag 2.5: | 276,5 - 298,5 | en | 298,5 - 276,5 |

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die kommutatiewe eienskap nie by aftrekking toegepas kan word nie.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 3.3.5 aangetoon, en die gewenste respons word op die tabel ge-arseer.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|---------------|------------|--------------|------------|--------------|
| | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 60 | 25,8 | 127 | 54,5 |
| C | 29 | 12,4 | 42 | 18,0 |
| D | 14 | 6,0 | 12 | 5,2 |
| E | 55 | 23,6 | 18 | 7,7 |
| F | 56 | 24,0 | 20 | 8,6 |
| G | 19 | 8,2 | 14 | 6,0 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.5

Tipiese sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie B:

- * 'n Mens kan nie 'n minus som omdraai nie.
- * By die een trek jy die kleinkie van die grote af en by die ander een trek jy die grote van die kleintjie af.
- * As jy $158,9 - 174,4$ aftrek sal dit agter die getal n ____ - verskyn.
- * Jy kan nie 'n groot getal van 'n klein getal aftrek nie. (Heelwat leerlinge)
- * Jy kan 'n groot getal van 'n kleiner getal aftrek, maar dan kry jy 'n minus getal. (Heelwat leerlinge)
- * Dis nie + dis -.
- * Som 2 se antwoord sal kleiner as som 1 s'n wees.
- * $174,4 - 158,9$ is groter.
- * Moet van links na regs uitgewerk word, en die getalle mag nie geskommel word nie.
- * Jy kan nie $158,9 - 174,4$ kry nie. Dit gaan nie uitwerk nie.
- * Die grootste getal moet eerste wees.
- * Hulle minus te feel.
- * Dis 'n minus som en jy kan nie jou getalle ruil nie.
- * - en \div het nooit dieselfde antwoord nie [Hy gebruik dieselfde verduideliking by 2.6]
- * Aftrekking is nie kommutatief nie.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C:

- * Omdat dit omgedraai is.
- * Omdat dit weer net omgedraai is [Blykbaar met verwysing na vraag 2.4]
- * Die getalle is dieselfde.
- * Die getalle is dieselfde en die tekens is dieselfde.
- * Dit is distrebel.
- * Dit is inverse.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D:

- * Die bewerkings toon nie op dieselfde nie.

- * Dis dieselfde as $2 - 1 = 1$ en $1 + 2 = 3$
- * 174,4 kan nie by 158,9 deel nie.
- * Dis nie dieselfde geskryf nie.
- * Die getalle is anders.
- * Die groot getal kan nie in die klein getal deel nie. Dit word komatiewe genoem.
- * Want aftrekking is kommutatief.
- * Bewerking is nie verband aan optel nie.
- * - is nie vermant nie.
- * Minus is nie invers nie.

| | | | | |
|-------|--------------------------------|---------------|----|---------------|
| 3.3.6 | <u>Vraelys 1</u> : Vraag 2.8: | 734,5 x 318,2 | en | 318,2 x 734,5 |
| | <u>Vraelys 1b</u> : Vraag 2.8: | 235 x 23 | en | 23 x 235 |

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die kommutatiewe eienskap vir vermenigvuldiging hier toegepas word.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 3.3.6 aangetoon, en die gewenste respons word op die tabel ge-arseer.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|-----------|-----------|-------|---------|-------|
| | N | % | N | % |
| A | 80 | 34,3 | 168 | 72,1 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 12 | 5,2 | 13 | 5,6 |
| D | 5 | 2,1 | 4 | 1,7 |
| E | 92 | 39,5 | 36 | 15,5 |
| F | 10 | 4,3 | 2 | 0,9 |
| G | 34 | 14,6 | 10 | 4,3 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.6

Tipiese sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie A:

* Die getalle is gelyk.

- * Die getalle is dieselfde.
- * Dit is net omgeryl.
- * Syfers en bewerkingstekens is gelyk.
- * Want x is x .
- * Dit is 'n vermenigvuldigsom.
- * Hy maal twee getalle wat dieselfde is.
- * Jy ruil net die twee getalle om, bv. $2 \times 3 = 6 \rightarrow 3 \times 2 = 6$
- * Maal kan in enige volgorde uitgewerk word.
- * "komen sens".
- * Getalle is net geskommel.
- * In 'n maalsom kan jy jou getalle ruil.
- * Kan met x .
- * Dis 'n eienskap.
- * Die som is kommutatief.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C:

- * Omdat dit dieselfde is.
- * Dit stem ooreen met mekaar.
- * By plus kan die getalle omgedraai word.
- * Maling is assosiatief.
- * Dit is die inverse.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D (alle redes aangevoer as ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde nie dieselfde is nie, is outomaties beskou as nie-sinvolle redes):

- * Nie dieselfde getalle nie.
- * Nie dieselfde some nie.(!)
- * As jy die getalle omdraai, is dit nie dieselfde nie.
- * Jy kan nie die volgorde verander nie.

- 3.3.7 Vraelys 1: $127 \div 95$ en $95 \div 127$
Vraelys 1b: $435 \div 267$ en $267 \div 435$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die kommutatiewe eienskap nie geldig is vir deling nie.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 3.3.7 aangetoon, en die gewenste respons word op die tabel ge-arseer.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|---------------|------------|--------------|------------|--------------|
| | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 59 | 25,3 | 101 | 43,3 |
| C | 14 | 6,0 | 31 | 13,3 |
| D | 25 | 10,7 | 47 | 20,2 |
| E | 30 | 12,9 | 12 | 5,2 |
| F | 71 | 30,5 | 27 | 11,6 |
| G | 34 | 14,6 | 15 | 6,4 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.7

Tipiese sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie B:

- * Die een getal gaan onder wees en die ander getal bo.
- * Die een is groter(!) as die ander een.
- * Die getalle is verkeerd om.
- * Die tweede som is 'n breuk.
- * Hulle is omgeruil en by 'n deelsom kan jy dit nie doen nie.
- * Som 2 se antwoord sal kleiner wees as som 1 se antwoord.
- * By die tweede som is die deelgetal groter as die ander getal.
- * Nee, omgekeerd sal jy 'n baie ander getal kry.
- * Deel kan nie in enige volgorde uitgewerk word nie.
- * Die getalle word anders gedeel.
- * Dis nie dieselfde geskryf.
- * 127 is groter as 95. 95 is kleiner as 127. Dus sal die antwoorde verskil.
- * Kan nie met \div nie.
- * Met deel kan jy nie getalle omruil nie, want $95 \div 127$ is onmoontlik.
- * As jy deel, sal jou getal nooit dieselfde uitkom nie. Dis 'n eienskap.
- * Deling is nie kommutatief nie.
- * Jy kan nie 'n groot getal in 'n klein getal indeel nie. (Heelwat leerlinge).
- * Jy kan nie $95 \div 127$ uitwerk nie. (Heelwat leerlinge).

Kommentaar: Hoewel die laaste twee redes hierbo beskou kan word as nie-sinvolle redes, en daarom dus eintlik onder kategorie D tuishoort, weerspieël hulle tog dat die leerling raaksien dat 'n ander deelsom as in die eerste geval uitgevoer moet word, naamlik waar die noemer nou groter is as die teller.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C (alle redes aangevoer as ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde dieselfde is, is outomaties beskou as nie-sinvolle redes):

- * Dit is net omgedraai.
- * Die syfers is dieselfde.

- * Die syfers is net verskuif.
- * Dis dieselfde vraag.
- * Dit kan uitwerk, want dit is kommetatief.
- * Dit is komatiewe.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D:

- * $127 \div 59$ gaan vir jou 'n sekere antwoord gee, maar $95 \div 127 = 0$.
- * Die een gaan 'n minus hê en die ander nie.
- * Tweede som werk nie.
- * 95 kan nie daarin deel nie.
- * Net so goed 'n mens sê $2 \div 2 = 1$ $2 \times 2 = 4$
- * Deling is nie invers nie.
- * Bewerking is verband aan deling.
- * Deel is nie vermant nie.
- * Deling is nie dustrubutief nie.

3.3.8 Vraelys 1: Vraag 2.10: $(41,7 + 63,8) + 56,2$ en $41,7 + (63,8 + 56,2)$
Vraelys 1b: Vraag 2.10 $(23,8 + 45,7) + 86,3$ en $23,8 + (45,7 + 86,3)$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die assosiatiewe eienskap vir optelling hier toegepas word.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 3.3.8 aangetoon, en die gewenste respons word op die tabel ge-arseer.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|---------------|-----------|-------|---------|-------|
| | N | % | N | % |
| A | 20 | 8,6 | 53 | 22,7 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 52 | 22,3 | 107 | 45,9 |
| D | 9 | 3,9 | 18 | 7,7 |
| E | 82 | 35,2 | 33 | 14,2 |
| F | 22 | 9,4 | 7 | 3,0 |
| G | 48 | 20,6 | 15 | 6,4 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.8

Tipiese sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie A:

- * Alles gaan geplus word.
- * Alles is plus, jy doen net die een voor die ander.
- * By albei tel jy net die getalle by.
- * Dit is die assosiatiewe eienskap.
- * Kan met plus.
- * + en x lewer dieselfde antwoord.
- * Jy mag die hakies sit waar jy wil in 'n plussom.
- * Die hakies is net geskyf.
- * Die hakies is net anders geplaas.
- * Dis assosiatief [Hy sê ook JA by 2.11 en 2.12, maar sê by 2.13: NEE; want jy deel. Dis 'n eienskap].
- * Dit maak nie saak watter getalle in hakies is nie [Verskeie leerlinge. Maar baie van hulle gebruik dan presies dieselfde verduideliking by 2.11 tot 2.13].

Kommentaar:

Dit is klaarblyklik vir leerlinge baie moeilik om hier 'n sinvolle rede te gee. Dit is nog moeiliker om te onderskei wat 'n sinvolle en wat 'n nie-sinvolle rede is. As maatstaf hiervoor is gekyk na hoe 'n leerling vrae 2.11 en 2.13, beantwoord het. Indien hy by een van hulle "ja" geantwoord het, en dieselfde rede aangevoer het wat hy by 2.10 aangevoer het, is sy rede by 2.10 as 'n nie-sinvolle rede beskou.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C:

- * Die getalle is ewe groot.
- * Die getalle is dieselfde.
- * Die syfers en bewerkingstekens is gelyk.
- * Dit is net omgedraai.
- * Die getalle word net weer omgedraai.
- * Die een was in die hakies en nou is hy buite.
- * Dit stem ooreen met mekaar.
- * Die hakies het net verskuif.
- * Die getalle en hakies is net op verskillende plekke.

- * Die getalle is net geskommel.
- * Dis dieselfde vraag.
- * Distributiewe eienskap.
- * Dit is die distatiewe wet.
- * Optelling is attrbutief.
- * Plus is kommitatief.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D (alle redes aangevoer as ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde nie dieselfde is nie, is outomaties beskou as nie-sinvolle redes):

- * $41,7 + (63,8 + 56,2)$ is die grootste.
- * Hakies is op ander plek.
- * Jy verander die getal waarmee jy 63,8 plus.
- * 'n Mens doen eers 'n ander deel van die som.
- * Daar is ander getalle in die hakies.
- * Nie dieselfde somme nie.

3.3.9 Vraelys 1: Vraag 2.11: $(58,3 - 29,5) - 13,4$ en $58,3 - (29,5 - 13,4)$

Vraelys 1b: Vraag 2.11: $(76,2 - 39,9) - 23,7$ en $76,2 - (39,9 - 23,7)$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die assosiatiewe eienskap nie geldig is vir aftrekking nie.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 3.3.9 aangetoon, en die gewenste respons word op die tabel ge-arseer.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|---------------|------------|--------------|------------|--------------|
| | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 6 | 2,6 | 31 | 13,3 |
| C | 59 | 25,3 | 110 | 47,2 |
| D | 16 | 6,9 | 31 | 13,3 |
| E | 53 | 22,7 | 27 | 11,6 |
| F | 54 | 23,2 | 17 | 7,3 |
| G | 45 | 19,3 | 17 | 7,3 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.9

Die response in kategorie B was wesenlik as volg:

- * Dit werk nie met minus as jy die hakies rondskuif nie.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C (alle redes aangevoer as ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde dieselfde is, is outomaties beskou as nie-sinvolle redes):

- * Die getalle is ewe groot.
- * Die getalle is dieselfde.
- * Dis omgeruil.
- * Die getalle is omgeruil.
- * Syfers en bewerkingstekens is dieselfde.
- * As 'n mens dit uitwerk, sal dit dieselfde wees.
- * Die een in hakies is nou buite.
- * Die hakies is net verskuif.
- * Dis alles minus net soos by 2.10. Jy doen net die een bewerking voor die ander een.
- * Alles word nog steeds geminus.
- * Die som bly dieselfde.
- * Dit is assosiatiewe bewerking.
- * By albei trek jy net die getalle van mekaar af.
- * Maak nie saak waar jy die hakies sit nie.
- * Die getalle is net geskommel.
- * Aftrekking is attributief.
- * Dit is inverse.
- * Dit is assosiatief.
- * Distributiewe eienskap.
- * Jy kan die hakies om enige getalle sit [verskeie leerlinge].
- * By minus kan mens die hakkies skyf [Die leerling sê by 2.11 JA; mens kan die hakkies skyf by +; maar sê NEE by 2.12 en 2.13; jy kan nie die hakkies skyf by \times en \div].

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D:

- * Dit is nie dieselfde bewerking nie.
- * Die stuk in hakies is nie dieselfde nie.

- * Die getalle verskil.
- * Som 2 sal kleiner wees as som 1.
- * Som 2 is groter [Kan eers beweer word as (minstens rofweg) bereken.]
- * Die hakies is op 'n ander plek.
- * Jy verander 29,5 se minusgetal.
- * Dit is attrotiewe.

3.3.10 Vraelys 1: Vraag 2.12 (18 x 23) x 15 en 18 x (23 x 15)
Vraelys 1b: Vraag 2.12 (26 x 24) x 37 en 26 x (24 x 37)

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui **dat die** assosiatiewe eienskap vir vermenigvuldiging hier toegepas word.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 3.3.10 aangetoon, en die gewenste respons word op die tabel ge-arseer .

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|---------------|-----------|-------|---------|-------|
| | N | % | N | % |
| A | 12 | 5,2 | 43 | 18,5 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 53 | 22,7 | 89 | 38,2 |
| D | 14 | 6,0 | 40 | 17,2 |
| E | 81 | 34,8 | 30 | 12,9 |
| F | 27 | 11,6 | 12 | 5,2 |
| G | 46 | 19,7 | 19 | 8,2 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.10

Tipiese sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie A:

- * Dit is assosiatiewe bewerking.
- * Met maal kan jy die hakies sit waar jy wil [Met verwysing na vraelys 1: 3 leerlinge uit dieselfde skool het ook die ander vrae oor die assosiatiewe eienskap, insluitend die verduidelikings, korrek].

Kommentaar:

Dit is klaarblyklik vir leerlinge baie moeilik om hier 'n sinvolle rede te gee. Dit is nog moeiliker om te onderskei wat 'n sinvolle en wat 'n nie-sinvolle rede is. As maatstaf hiervoor is gekyk na hoe 'n leerling vrae 2.11 en 2.13, beantwoord het. Indien hy by enige van hulle "ja" geantwoord het, en dieselfde rede aangevoer het as wat hy by 2.12 aangevoer het, is sy rede by 2.12 as 'n nie-sinvolle rede beskou, bv.: "die hakies is net verskuif" (verskeie leerlinge).

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C:

- * Die getalle is dieselfde.
- * Alles is dieselfde, net die hakies maak verskil.
- * Jy sal by albei somme x al die getalle oor.
- * Only the brackets are moved.
- * Die getalle is net omgeruil.
- * Jy doen een bewerking voor die ander een.
- * By albei maal jy met dieselfde getalle.
- * Die getalle is ewe groot.
- * Alles word nog steeds gemaak.
- * Die volgorde verander net.
- * Maal net een getal voor die ander een.
- * Maak nie saak waar jy die hakies sit nie.
- * Jy maal alles.
- * + en x lewer lewer dieselfde antwoord [soos wat by 2.4 en 2.8 beantwoord is].
- * Dit is distributief.
- * Dit is inverse.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D (alle redes aangevoer as

ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde nie dieselfde is nie, is outomaties beskou as nie-sinnvolle redes):

- * Die getalle is nie in dieselfde hakies nie.
- * Jy gaan maal met verskillende antwoorde.
- * Die getalle is nie reg gesit nie.
- * Die twee 18 is nie op dieselfde plek nie.
- * Die getalle is geskommel.
- * Dis nie dieselfde geskryf nie.
- * Jy verander die getal waarmee jy 23 maal.
- * Dit is disprities.
- * By maal mag 'n mens nie die hakies skyf nie [Hy sê ook nie by \div nie; wel by $+$ en $-$].

- 3.3.11 Vraelys 1: Vraag 2.13: $(428 \div 17) \div 3$ en $428 \div (17 \div 3)$
Vraelys 1b: Vraag 2.13: $(365 \div 24) \div 5$ en $365 \div (24 \div 5)$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die assosiatiewe eienskap nie geldig is vir deling nie.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 3.3.11 aangetoon, en die gewenste respons word op die tabel ge-arseer.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|---------------|------------|--------------|------------|--------------|
| | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 7 | 3,0 | 38 | 16,3 |
| C | 50 | 21,5 | 59 | 25,3 |
| D | 15 | 6,4 | 59 | 25,3 |
| E | 36 | 15,5 | 19 | 8,2 |
| F | 72 | 30,9 | 36 | 15,5 |
| G | 53 | 22,7 | 22 | 9,4 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.11

Sinnvolle redes aangevoer deur leerlinge vir klassifikasie in kategorie B, is:

- * In die een maak jy die deler baie kleiner, so die getal sal meer wees.
- * As jy deel, deel jy die hakies se getal.
- * Nie by deel nie [hy sê dis reg by + en x, maar nie by - nie].

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C (alle redes aangevoer as ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde dieselfde is, is outomaties beskou as nie-sinvolle redes):

- * Die getalle word omgedraai.
- * Die getalle is dieselfde.
- * By albei somme deel jy die getalle.
- * Only the brackets are moved.
- * Jy doen die een bewerking voor die ander.
- * Deel net die een voor die ander.
- * Dit is assosiatiewe bewerking.
- * Maak nie saak waar die hakies sit nie.
- * (Die som is) assosiatief.
- * Deling is distributief.
- * \div is kommutatief.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D is as volg:

- * Die getalle is nie in dieselfde hakies nie.
- * Die hakies maak verskil.
- * Daar is 'n res by die tweede som.
- * Die eerste som is groter.
- * Die twee 3's staan nie op dieselfde plek nie.
- * Omdat tussen hakies iets anders kry.
- * Die hakies is op 'n ander plek.
- * Die getalle is geskommel.
- * Nie dieselfde geskryf nie.
- * Nie dieselfde somme nie.
- * Nie met deel nie.
- * $17 \div 3$ werk nie uit nie.
- * Dit is nie kommutatief nie.

3.3.12 Vraelys 1: Vraag 2.14:

Trek 159 van 546 af. Trek en Tel 159 en 56 en 43 dan 56 van die antwoord af. bymekaar. Trek die Trek dan 43 van die antwoord af. antwoord van 546 af.

Vraelys 1b: Vraag 2.14:

Trek 129 af van 532. Trek en Tel 129, 56 en 37 dan 56 af van die antwoord. bymekaar. Trek dan Trek dan 37 af van die hierdie antwoord af vorige antwoord. van 532.

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die leerling daarvan bewus is dat $546 - 159 - 56 - 43$ ekwivalent (gelykwaardig) is aan $546 - (159 + 56 + 43)$. Dit hoef nie noodwendig in hierdie vorm gegee te word nie.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 3.3.12 aangetoon.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|-----------|-----------|-------|---------|-------|
| | N | % | N | % |
| A | 26 | 11,2 | 56 | 24,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 18 | 7,7 | 39 | 16,7 |
| D | 16 | 6,9 | 32 | 13,7 |
| E | 70 | 30,0 | 42 | 18,0 |
| F | 44 | 18,9 | 33 | 14,2 |
| G | 59 | 25,3 | 31 | 13,3 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 3.3.12

Tipiese sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie A:

- * Dit is net anders gesê.
- * $159 + 56 + 43 =$ and the answer is - by 546 and its the same in the first.
- * By som 2 tel hy alles wat hy by som 1 moet aftrek op. Dit is so net om dit makliker te maak.
- * Dit is dieselfde getalle. Dit is net anders geskryf.
- * $546 - 159 - 56 - 43 = 546 - (159 + 56 + 43)$.
- * In 1 trek jy afsonderlik af en in 2 plus jy dit wat jy moet aftrek eers bymekaar en dan trek jy af.
- * Een is 'n korter metode.
- * Dieselfde som.
- * Die aftreksyfers word net by 2 opgetel en dan afgetrek.
- * Alles kom op dieselfde neer.
- * Jy kan eers plus voor minus.
- * Hy het die regte getal opgebou.
- * Die som is net bietjie anders gestel.
- * Jy doen dieselfde.
- * In die tweede kolom is daar net 'n ander metode.
- * Dit maak nie saak of jy eers alles bymekaartel, of stap vir stap aftrek nie.

Kommentaar:

By hierdie vraag is dit uiters moeilik om te onderskei tussen sinvolle en nie-sinvolle redes wat leerlinge in kategorieë A en C sal plaas, d.w.s. leerlinge wat beweer die twee probleme sal dieselfde antwoord hê. Die onderskeid tussen kategorieë A en C is dus nie noodwendig absoluut korrek nie.

Tipiese nie-sinvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie C:

- * Die syfers en bewerkingstekens is gelyk.
- * Die getalle is dieselfde.

- * By som 2 is net groter getalle, maar die som sal dieselfde wees.
- * Die getalle is net omgeruil.
- * Omdat jy op enige kan minus.
- * Getalle is net anders gestel.
- * Jy kan al die getalle omruil.
- * Die getalle is net geskommel.
- * As jy minus, kan jy dit in hakies sit, dan is dit assosiatief. [Sy antwoord op vraag 2.11 is: JA; assosiatief]
- * Dit is 'n kommutatiewe som.
- * Dit is 'n kommutatiewe eienskap.
- * Dit is die inverse.

Tipiese nie-sinnvolle redes aangevoer deur leerlinge in kategorie D (alle redes aangevoer as ondersteuning vir 'n uitspraak dat die antwoorde nie dieselfde is nie, is outomaties beskou as nie-sinnvolle redes):

- * Die getalle is nie ewe groot nie.
- * Die getalle aan die een kant is meer as aan die ander kant.
- * Die een is te min.
- * Verskillende getalle.
- * Som 2 se getalle plus jy bymekaar en dan trek jy af en by 1 trek jy net af.
- * Dit is dieselfde getalle maar hulle word anders gebruik.
- * Die tweede som sal 'n minus antwoord gee.
- * Hulle word anders geskryf.
- * By die een se begin plus jy en by die ander som minus jy aan die begin.
- * Dit gaan in die minus getalle in.
- * Nie dieselfde som nie.
- * Aftrekking is nie vermant.
- * 'n Mens kan nie die getalle by - omruil nie.

Opmerking:

Sekere vrae uit beide vraelys 1 en 1b se resultate is nie in hierdie verslag opgeneem nie.

Die rede daarvoor is dat hierdie vrae nie ooreenstemmende vrae in die ander vraelys het nie, en dus kan daardie vrae se resultate nie met 'n soortgelyke vraag se resultate vergelyk word nie. Die volgende vrae is betrokke:

Vraelys 1: Vrae 2.6; 2.7; 3

Vraelys 1b: Vrae 2.6 en 2.7

3.4 SAMEVATTING VAN RESULTATE

- * Daar het geen verandering in leerlinge se vlak van bewustheid wat hulle in staat stel om die distributiewe eienskap doelbewus toe te pas ten einde die rekentaak te vergemaklik, plaasgevind nie (verwys na tabelle 3.2.1 en 3.2.3).
- * Vir al die bewerkingseienskappe waarvoor gemeet is, naamlik kommutatiewe, assosiatiewe, distributiewe eienskappe en algemene herrangskikking vir optel en aftrek, het daar 'n toename plaasgevind in leerlinge se vlak 2 bewustheid (verwys na 1.2.2.8), dit wil sê die herkenning van die bewerkingseienskap. 'n Aanduiding hiervan word gevind in tabelle 3.3.1 tot 3.3.12, waar daar konsekwent 'n toename in die aantal leerlinge in kategorie A (leerlinge herken die getaleienskap) is. Terselfdertyd is daar 'n konsekwente afname in kategorieë E en F (leerlinge wat nie redes kan of wil verstrek nie, of wat 'n berekening moet uitvoer ten einde 'n voorspelling te maak), sowel as in kategorie G (leerlinge beantwoord glad nie die vraag nie).
- * Wat betref vlak 2 bewustheid van die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging oor optelling), toon tabel 3.3.2 'n toename in kategorie van 20,6% na 39,1%, ('n styging van 18,5%), terwyl in kategorie E 'n afname van 18,0% na 14,6% voorkom, in kategorie F 'n afname van 36,1% na 9,4%, en in kategorie G 'n afname van 6,0% na 1,3%.
- * Wat betref vlak 2 bewustheid van die distributiewe eienskap (deling oor aftrekking), toon tabel 3.3.3 'n toename in kategorie A van 11,6% na 18,5%, ('n styging van 6,9%), terwyl in kategorie E 'n afname van 15,5% na 7,7% voorkom, in kategorie F 'n afname van 36,5% na 21,0%, en in kategorie G 'n afname van 12,3% na 7,3%.

Dit wil dus voorkom asof daar in leerlinge se standerd vier jaar wel 'n verhoging in vlak 2 bewustheid kan plaasvind, al word daar nie in die klaskamer eksplisiet daaraan aandag gegee nie. Oor die moontlike oorsake daarvan kan die navorser net bespiegel, maar die volgende faktore kan onder andere waarskynlik 'n rol speel:

- * Die invloed van die voortoets. Baie leerlinge het die aard van die vrae in die voortoets-vraelys (vraelys 1) vreemd gevind. Vrae wat van leerlinge verwag het om redes vir hul antwoorde te verstrek, het klaarblyklik buite hul ervaringsveld geval, en die resultate van vraelys 1 bevestig dit deur die relatief hoë aantal leerlinge wat òf die vraag uitgelaat het, òf nie 'n rede verstrek het nie, òf 'n nie-sinvolle rede verskaf het.

Dit is nie uitgesluit nie dat leerlinge na voltooiing van die voortoets-vraelys bewustelik of onbewustelik oor die vrae waarmee hulle in daardie vraelys gekonfronteer is, gereflekteer het, en dat van hulle wel in staat was om hul intuïtiewe kennis van die bewerkingseienskappe meer eksplisiet te maak ten einde antwoorde op daardie vrae te bekom. Dit sou hulle in staat stel om gedurende die natoets gunstiger te repondeer.

- * 'n Natuurlike rypingsproses namate leerlinge verstandelik ontwikkel, soos onder andere na aanleiding van Piaget se ontwikkelingsstadia (byvoorbeeld konkreet operasioneel na formeel operasioneel), en waar die normale wiskunde-aktiwiteite van die klaskamer moontlik refleksie kan stimuleer wat ook bewustheid van die bewerkingseienskappe meer eksplisiet kan maak.

HOOFSTUK 4

DIE TWEEDE RONDTE: 1994

4.1 INLEIDING

Uit die terugvoer wat aan die einde van 1993 van die leerkragte wat gedurende daardie jaar by hierdie projek betrokke was, gekry is, en waaruit dit duidelik geblyk het dat daar weinig, indien enige, poging van hulle kant aangewend is om hul leerlinge se vlak van bewustheid van die bewerkingseienskappe te verhoog, was dit duidelik dat die navorser gedurende 1994 self die onderrig in skole sou moes behartig ten einde sy doel te probeer bereik. Soos aangetoon in 1.2.2.8, was die navorser op hierdie stadium van mening dat 'n hiërargie van vlakke van bewustheid as volg kan wees:

1. Spontane benutting van die betrokke bewerkingseienskap
2. Herkenning van die betrokke bewerkingseienskap
3. Veralgemening van die betrokke bewerkingseienskap
4. Verklaring van die betrokke bewerkingseienskap

Waar die voorafgaande jaar se ondersoek in retrospek slegs verkennend van aard was, en waar nòg die aktiwiteite, nòg die interpretasie van vraelyste 1 en 1b doelbewus aan die hand van bostaande hiërargie hanteer is, sou die navorser gedurende 1994 sy onderrig doelbewus daarop toespits om leerlinge se bewustheid van die bewerkingseienskappe te verhoog, ooreenkomstig hierdie hiërgiese model.

Vyf laerskole in die Wes-Kaap is geïdentifiseer en reëlins is met die skoolhoofde en leerkragte getref dat die navorser 'n paar wiskundelesse van een standerd vier-klas van elke skool sou behartig. Hierdie skole is geïdentifiseer op grond van die feit dat die probleemgebaseerde benadering met redelike mate van konsekwentheid daar toegepas is. Twee van hierdie skole, t.w. skole 2 en 3, was ook by die eerste rondte in 1993 betrokke.

Voordat die navorser 'n bepaalde skool besoek het, het die leerlinge in die klas wat hy sou onderrig eers 'n vraelys, naamlik vraelys 2, wat as 'n voortoets beskou word, voltooi. Aan die einde van die navorser se onderrigtydperk het daardie leerlinge weer 'n vraelys, naamlik vraelys 2b, wat as 'n natoets beskou word, voltooi.

Hieronder verskyn die vraelys wat as voortoets vir skole 1 tot 4 aangewend is:

VRAELYS 2

NAAM:.....

STANDERD:.....

SKOOL:.....

Beantwoord asseblief OP HIERDIE VRAELYS die volgende vrae so goed as wat jy kan. Jy mag nie 'n sakrekenaar gebruik nie, selfs nie eens om jou antwoorde te kontroleer nie.

1. Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

1.1 $59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5$

1.2 $(24 \times 7 + 24 \times 13) \div 24$

1.3 $(\frac{3}{4} + \frac{5}{13}) + \frac{8}{13}$

2. VOORSPEL (dit wil sê: SONDER om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

2.1 $87 - 65 + 46 + 39 - 28$

en

$46 + 87 - 28 - 65 + 39$

2.2 37×150

en

$37 \times 100 + 37 \times 50$

2.3 $225 \div 18$

en

$300 \div 18 - 75 \div 18$

2.4 $856,3 + 328,9$

en

$328,9 + 856,3$

2.5 $276,5 - 298,5$

en

$298,5 - 276,5$

2.6 $23 \times 15 \div 18 \div 13 \times 27$

en

$15 \div 13 \times 23 \div 18 \times 27$

| | | | |
|------|--|----|---|
| 2.7 | $320 \div 17$ | en | $320 \div 11 + 320 \div 6$ |
| 2.8 | 235×23 | en | 23×235 |
| 2.9 | $435 \div 267$ | en | $267 \div 435$ |
| 2.10 | $(23,8 + 45,7) + 86,3$ | en | $23,8 + (45,7 + 86,3)$ |
| 2.11 | $(76,2 - 39,9) - 23,7$ | en | $76,2 - (39,9 - 23,7)$ |
| 2.12 | $(26 \times 24) \times 37$ | en | $26 \times (24 \times 37)$ |
| 2.13 | $(365 \div 24) \div 5$ | en | $365 \div (24 \div 5)$ |
| 2.14 | Trek 129 van 532 af. Trek dan 56 van die antwoord af. Trek dan 37 van die antwoord af. | en | Tel 129 en 56 en 37 bymekaar. Trek die antwoord van 532 af. |

Hieronder verskyn die vraelys wat as natoets vir al vyf skole aangewend is:

VRAELYS 2b

NAAM:.....

STANDERD:.....

SKOOL:.....

Beantwoord asseblief OP HIERDIE VRAELYS die volgende vrae so goed as wat jy kan. Jy mag nie 'n sakrekenaar gebruik nie, selfs nie eens om jou antwoorde te kontroleer nie.

1. Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

1.1 9 seuns gaan op 'n fietstoer. 'n Borg skenk aan elkeen 'n spaarbinneband teen R7,48 en 'n spesiale hemp teen R12,52. Hoeveel kos dit die borg altesaam?

1.2 $25,8 \div 6 + 4,2 \div 6$ 1.3 $18,3 \times 13 + 18,3 \times 7$

1.4 7 kinders besoek 'n lekkergoedfabriek. In een afdeling van die fabriek gee die voorman vir hulle 145 lekkers om gelykop tussen hulle te verdeel. In 'n ander afdeling kry hulle 65 om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel lekkers het elke kind altesaam gekry?

2. VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

- | | | | |
|-----|--|----|---|
| 2.1 | 37×150 | en | $37 \times 95 + 37 \times 55$ |
| 2.2 | $225 \div 18$ | en | $300 \div 18 - 75 \div 18$ |
| 2.3 | $320 \div 17$ | en | $320 \div 11 + 320 \div 6$ |
| 2.4 | $35 \times (21 + 37)$ | en | $35 \times 21 + 35 \times 37$ |
| 2.5 | 28×18 | en | $28 \times 22 - 28 \times 4$ |
| 2.6 | 275×43 | en | $220 \times 43 + 55$ |
| 2.7 | $>-- x8 -- +24 -->$ | en | $>-- +3 -- x8 -->$ |
| 2.8 | $36 \times a$ waar a enige getal is | en | $30 \times a + 6 \times a$ waar a enige getal is |
| 2.9 | $b \times 48$ waar b enige getal is | en | $b \times 50 - b \times 2$ waar b enige getal is |

Uit die voortoets-vraelys blyk dit dat met die voortoets ondersoek ingestel is na leerlinge se vlak van bewustheid van 'n **verskeidenheid** van bewerkingsienskappe. Uit die natoets-vraelys blyk egter dat met die natoets slegs ondersoek na die **distributiewe eienskap** ingestel is. Die rede hiervoor is die volgende: Toe die navorser die voortoets-vraelys opgestel het, was hy van voorneme om al die bewerkingsienskappe gedurende sy onderrigssessies te behandel. In praktyk was daar egter te min onderrigssessies by elke skool beskikbaar, en het die navorser deur die jaar tot die gevolgtrekking gekom dat hy slegs op een bewerkingsienskap sal kan konsentreer, en het hy op die distributiewe eienskap besluit.

Dit veroorsaak ongelukkig dat die twee vraelyste (van die voor- en natoets, dit wil sê vraelyste 2 en 2b) nie direk vergelykbaar is nie. Volledigheidshalwe word die volledige uitslae van beide vraelyste wel verskaf, en waar vrae uit die twee vraelyste direk met mekaar vergelyk kan word, word dit wel so hanteer. Gedurende die derde rondte in 1995 sal die navorser slegs probeer om leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging en deling versprei oor optelling en aftrekking, van links en regs) te verhoog, en sal beide voor- en natoets-vraelyste direk met mekaar vergelykbaar wees. Uit sy 1991 ondersoek (Vermeulen, 1991) lei die navorser af dat leerlingbewustheid van die distributiewe eienskap laer is as in die geval van die ander bewerkingseienskappe, en dat dit dus van meer waarde sou wees om leerlinge se bewustheid van hierdie bewerkingseienskap te probeer verhoog. Die navorser is voorts van mening dat leerlingbewustheid van die ander bewerkingseienskappe op soortgelyke wyse as wat hy vir die derde rondte beoog, verhoog kan word, en dat verhoging van bewustheid van daardie eienskappe waarskynlik makliker sal geskied.

Die resultate van die leerlingresponse van die leerlinge word in tabelle 4.7.1 tot 4.8.13 aangedui.

4.2 SKOOL 1

Hierdie skool is een van die eerste 8 projekskele waar die probleemgebaseerde onderrigbenadering geïmplementeer is. Daar is met hierdie skool ooreengekom dat die navorser gedurende Mei 1994 op vyf agtereenvolgende Maandagoggende vir 'n uur lank ('n dubbelperiode) die skool sou besoek. Gedurende die eerste besoek het hy slegs waargeneem. Die werk waarmee die leerlinge op daardie stadium besig was, is desimale breuke.

Die betrokke leerkrag het tien leerlinge aan die navorser bekikbaar gestel. Hulle het volgens die leerkrag reeds bevredigend gevorder met die werk waarmee die klas besig was (desimale breuke). Die res van die klas van ongeveer dertig leerlinge het egter nog nie 'n bevredigende peil bereik nie, en die leerkrag was van mening dat hy nog heelwat tyd aan die onderwerp met hulle moes spandeer. Dit was dus uiters geleë dat die navorser met hierdie groepie van tien werk.

4.2.1 Die onderrigssessies

4.2.1.1 Die eerste onderrigssessie

Vir die eerste besoek het die navorser die volgende seleksie uit die lys van aktiwiteite, wat identies is aan die lys van aktiwiteite wat gedurende 1993 aan die onderwysers beskikbaar gestel is, (sien bylae 1) gemaak, en dit op skrif aan die leerlinge gegee:

- (a) 14 seuns gaan op 'n fietstoer. Elkeen benodig 'n spaarbinneband teen R21,80, 'n noodhulpkissie teen R21,75, 'n T-hemp teen R23,59 en 'n kospakkie teen R32,60. Hoeveel geld is altesaam nodig?
- (b) Bereken, sonder 'n sakrekenaar (selfs hoofreken as jy kan):
- $38 + 97$
- $264 - 98$
- $264 - 103$
- 98×36
- $96 \div 4$
- $247 + 38 - 47$

Die leerlinge het in hul banke, wat twee-twee langs mekaar in rye gerangskik is, gesit. Hulle het een probleem op 'n slag op 'n skryfbordjie gedoen. Na voltooiing daarvan, moes van die leerlinge hul oplossing aan die leerling langs hom wys, en moes hierdie twee leerlinge hul oplossings met mekaar bespreek. Met hierdie prosedure was hulle oënskynlik goed vertrou. Die navorser het van die leerlinge se skryfbordjies omhoog gehou sodat al tien leerlinge daarna kon kyk, en geleentheid om kommentaar te lewer, is gegee.

Dikwels het die navorser aan 'n leerling wat sy oplossing vertoon, gesê dat hy (die leerling) nie die gegewe probleem opgelos het nie, maar 'n ander een. Byvoorbeeld: 'n leerling wat $38 + 97$ bereken het deur 100 by 38 te tel en dan weer 3 af te trek. Die leerling moes dan verduidelik **hoekom** hy daardie metode gevolg het. Die navorser het dan aan die leerling gevra of 'n mens dit **mag** doen? Hierop kon hulle weinig anders antwoord as: "Dit werk reg uit, so dit is seker reg?"

Na elk van hierdie gesprekke rondom 'n bepaalde probleem, het die navorser dit aan die leerlinge beklemtoon dat 'n mens dikwels die oorspronklike probleem of getaluitdrukking met 'n ander probleem of getaluitdrukking **vervang** wat dit vir jou makliker maak om die oplossing te bepaal.

Dit moet bygevoeg word dat nie al die leerlinge konsekwent by vraag (b) kompensasi toegepas het nie (en sodoende die oorspronklike getaluitdrukking met 'n ander, nuttiger uitdrukking vervang het nie), maar bloot die gegewe probleem net so hanteer het.

4.2.1.2 Die tweede onderrigssessie

Gedurende die tweede sessie is dieselfde prosedure as gedurende die eerste sessie gevolg, met die verskil dat die navorser telkens waar 'n leerling 'n bewerkingseienskap toegepas het om die berekening te doen, hierdie leerlingmetode op die bord geskryf het **in die vorm van die bewerkingseienskap**.

(a) Voorbeeld:

Aan die begin van die jaar het Susan R75 wat sy op tydskrifte wat maandeliks verskyn, wil spandeer. Sy besluit om vir elke maand van die jaar die volgende tydskrifte te koop: "Die Tiener" teen 75c; "Huisgids" teen R1,85 en "Musiekklanke" teen R2,90. Sal sy alles kan bekostig? Indien wel, hoeveel sal sy oorhê aan die einde van die jaar?

Party leerlinge het eers die totale maandelikse prys bereken, en dit met 12 vermenigvuldig om die totale jaarlikse prys te bepaal.

Dus: $(0,75 + 1,85 + 2,90) \times 12$ of $12 \times (0,75 + 1,85 + 2,90)$

Ander leerlinge het eers bereken wat die jaarlikse prys van elke tydskrif is, en toe die drie bedrae bymekaargetel.

Dus: $12 \times 0,75 + 12 \times 1,85 + 12 \times 2,90$

Op die bord het die navorser hierdie twee getaluitdrukkinge neergeskryf. By die leerlinge was daar hoegenaamd geen twyfel dat albei getaluitdrukkinge dieselfde antwoord sal lewer nie, en het dit geredelik aanvaar dat die navorser die twee uitdrukkinge met 'n =-teken verbind en dit as volg op die bord skryf:

$$12 \times (0,75 + 1,85 + 2,90) = 12 \times 0,75 + 12 \times 1,85 + 12 \times 2,90$$

(b) Voorbeeld:

Bereken: 15×36

As 'n leerling die berekening uitgevoer het deur die 36 "op te breek", skryf hy dit tipies as volg:

$$15 \times 30 = 450$$

$$15 \times 6 = 90$$

$$450 + 90 = 540$$

Die navorser het dit dan as volg op die bord geskryf, en na elke reël wat hy skryf die leerlinge gevra of hulle saamstem met wat hy geskryf het:

$$15 \times 36 = 15 \times (30 + 6) \dots\dots(1)$$

$$= 15 \times 30 + 15 \times 6 \dots\dots(2)$$

$$= 450 + 90 \dots\dots\dots(3)$$

$$= 540 \dots\dots\dots(4)$$

Oor die geldigheid van stappe 1, 3 en 4 was daar by die leerlinge geen twyfel nie, maar oor stap 2 het hulle aanvanklik getwyfel. Die navorser het hulle dan daarop gewys dat die beginsel presies dieselfde is as in voorbeeld (a) hierbo. Hy (die navorser) dink dus dieselfde oor die probleem as die leerlinge, maar hy skryf dit net anders. Weer het die navorser daarop gewys dat die oorspronklike getaluitdrukking met 'n ander getaluitdrukking vervang word wat dit makliker maak om die berekening uit te voer.

Alle vervangings wat op die bewerkingseienskappe berus (in hierdie sessie is slegs op die distributiewe eienskap gekonsentreer) en wat die navorser in die formele vorm (soos by voorbeeld (b)) op die bord geskryf het, het hy vir die duur van die sessie op die bord laat bly. Aan die einde van die sessie het hy hierdie vervangings een-vir-een weer aan die leerlinge uitgewys, en aan hulle getoon hoedat die getal wat buite die hakies staan telkens met elke getal binne die hakies vermenigvuldig word.

Wat die navorser baie sterk tydens hierdie sessie ervaar het, is dat die leerlinge so gewoon was om hul eie oplossingstrategie aan te wend, dat hulle aanvanklik weinig geïntereeserd was in die navorser se uiteensetting op die bord. Eers toe die navorser later in die sessie aangetoon het dat dieselfde beginsel in al die gevalle toegepas is, naamlik dat die getal wat buite die hakies staan telkens met elke getal binne die hakies vermenigvuldig word, was daar 'n mate van belangstelling.

4.2.1.3 Die derde onderrigssessie

Tydens hierdie sessie het die navorser aan die leerlinge heelwat probleme op skrif gegee

waarvan die berekening baie maklik is as die bewerkingsienskap toegepas word, bv:

Bereken: $13 \times 6,5 - 8 \times 6,5 - 5 \times 6,5$

Wat die navorser op hierdie stadium nog nie besef het nie, is dat hierdie tipe probleem aan 'n vlak in die hiërargiese model gekoppel kan word wat nog nie in die model bestaan nie. Die volledige besef hiervan sou mettertyd tot hom deurdring. Dit gaan naamlik daaroor dat die leerling oor sodanige mate van bewustheid van die bewerkingsienskap beskik dat hy die bewerkingsienskap **doelbewus** toepas ten einde die berekening te vergemaklik. Dit is ook duidelik dat die distributiewe eienskap "in trurat" toegepas moet word, met **ander** woorde 6,5 moet as 'n gemene faktor herken word. Voorts is die gemene faktor in hierdie voorbeeld telkens die tweede faktor van die parsieële produk.

Nadat die navorser waargeneem het dat heelwat van die leerlinge elke term afsonderlik probeer bereken en dan die som of verskil van die terme probeer bepaal, het hy vir sommige van hulle gesê dat daar 'n kort manier is om die berekening te doen. As hulle die kort manier raaksien, naamlik om eers $13 - 8 - 5$ te bereken, en hierdie antwoord dan met 56,8 te vermenigvuldig, het hulle met groot opgewondenheid gereageer.

Die navorser het ander leerlinge laat begaan, en as hulle dan eindelijk die korrekte antwoord, naamlik 0 verkry, het hy aan hulle gevra of hulle nie van die begin af kon sien dat dit die antwoord sou wees nie. As hulle dit raaksien, naamlik dat $13 - 8 - 5$ gelyk is aan 0, en $0 \times 6,5$ lewer 0, het hulle ook opgewonde gereageer.

Uit die waarnemings tot dusver blyk duidelik dat leerlinge spontaan, dog onbewustelik, die distributiewe eienskap met groot vertroue toepas wanneer hulle vermenigvuldig deur een of meer getalle "op te breek". Wanneer dieselfde bewerkingsienskap egter in trurat geskryf staan, herken hulle dit nie. Dit bevestig die waarnemings wat gedurende die ondersoek in 1991 gemaak is (Vermeulen, 1991).

Gedurende hierdie sessie het die navorser weer, soos tydens die vorige sessie, hul verskillende metodes in die vorm van die bewerkingsienskap op die bord geskryf, naamlik:

$$\begin{aligned} 13 \times 6,5 - 8 \times 6,5 - 5 \times 6,5 &= (13 - 8 - 5) \times 6,5 \\ &= 0 \times 6,5 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Ander soortgelyke voorbeelde wat benut is, is die volgende:

$$\begin{aligned} \text{Bereken:} \quad & 56,8 \times 13 - (56,8 \times 8 + 56,8 \times 5) \\ & 4 \times 1,2 + 4 \times 1,8 + 4 \times 3 \\ & 6 \times 23 + 9 \times 23 + 5 \times 23 \\ & \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} \end{aligned}$$

Vervolgens is die volgende probleem aan die leerlinge gestel:

Sê in elke geval of die twee gegewe getaluitdrukkings dieselfde antwoord sal lewer. Gee 'n rede vir jou antwoord:

$$\begin{array}{ll} 25 \times 135 & \text{en} \quad 25 \times 98 + 25 \times 37 \\ 18 \times 35 & \text{en} \quad 18 \times 47 - 18 \times 12 \\ 25 \times 135 & \text{en} \quad 12 \times 135 + 13 \times 135 \\ 23 \times 18 & \text{en} \quad 35 \times 18 - 12 \times 18 \end{array}$$

Heelwat bespreking het hierop gevolg. Die kern van die redes wat leerlinge aangevoer het waarom dieselfde antwoorde telkens verkry sal word, is dat een van die twee faktore "opgebreek" word. Op die vraag: "Hoekom werk dit as jy 'n getal opbreek" kon leerlinge weereens weinig anders antwoord as: "Dit werk reg uit, so dit is seker reg(?)"

Aan die einde van hierdie sessie het die navorser aan die leerlinge gevra of die volgende twee uitdrukkings dieselfde antwoord sal hê:

$$a \times (10 + 3) \text{ en } a \times 10 + a \times 3, \text{ as } a \text{ enige getal is.}$$

'n Paar het dadelik moed opgegee om te probeer sin maak daarvan, maar ander het 'n waarde vir a geneem, meestal 1, die twee uitdrukkings se antwoorde bereken, en toe gerapporteer dat die antwoorde dieselfde is. Hulle was dus nog glad nie in staat om die bewerkingsienskap te veralgemeen as geldig vir alle getalle nie.

Vervolgens, by wyse van uiterste eksperiment, het die navorser gevra of die volgende twee uitdrukkings dieselfde antwoord sal gee as a , b en c enige getalle is:

$$a \times (b + c) \text{ en } a \times b + a \times c.$$

Nie een van hulle kon enige sin hiervan maak nie; al wat hulle gesien het was die eerste drie letters van die alfabet.

4.2.1.4 Die vierde onderrigssessie

Gedurende die vierde en laaste sessie is die volgende oefeninge op skrif aan die leerlinge gegee:

1. 14 kinders kry elkeen 'n roomys teen R3,85, 'n koeldrank teen R2,36 en 'n sjokolade teen R1,79. Wat moet altesaam betaal word?
2. 'n Borg bied aan om 17 seuns van 'n skool op 'n rugbytoer van sportdrag te voorsien. Hoeveel moet die borg skenk as 'n rugbytrui R36,50 kos, 'n broekie R15,95, 'n paar kouse R17,15 en 'n sportsak R30,40?
3. Daar is 56 mense op 'n bus. By die eerste bushalte klim 12 af, by die volgende 13 en by die laaste 7. Niemand klim op nie. Hoeveel mense bly op die bus oor?
4. Sannie doen inkopies. Sy het R12,74 in haar beursie. Sy koop 'n pen van R2,89, 'n boek van R5,95 en oortrekpapier van R1,16. Hoeveel geld het sy oor?
5. Bereken:
 - 5.1 $43,6 \times 9 + 43,6 \times 5 + 43,6 \times 6$
 - 5.2 $56,8 \times 28 + 56,8 \times 5 - 56,8 \times 13$
 - 5.3 $18 \times 12,5 + 12 \times 12,5$
 - 5.4 $\frac{4,5 \times 7,3 + 32 \times 7,3 + 0,6 \times 7,3}{7,3}$
6. In elk van die volgende oefeninge word twee getaluitdrukkinge gegee. Voorspel in elke geval of die twee getaluitdrukkinge dieselfde antwoord sal gee, en GEE 'N REDE vir jou antwoord. Kontroleer dan jou voorspelling met 'n sakrekenaar.
 - 6.1 $34,2 \times 125$ en $34,2 \times 70 + 34,2 \times 25$
 - 6.2 $34,2 \times (70 + 25)$ en $34,2 \times 70 + 34,2 \times 25$
 - 6.3 $89 \times 28,5$ en $40 \times 28,5 + 49 \times 28,5$
 - 6.4 $(40 + 49) \times 28,5$ en $40 \times 28,5 + 49 \times 28,5$
 - 6.5 18×45 en $18 \times 60 - 18 \times 15$

- 6.6 $234 \div 13$ en $111 \div 13 + 123 \div 13$
 6.7 $423 \div 17$ en $423 \div 10 + 423 \div 7$
 6.8 $34,5 - 18,5 - 12,6 + 29,1$ en $29,1 - 18,5 + 34,5 - 12,6$
 6.9 $23,1 \times 26,4 \div 12,4 \times 6,9 \div 2,7$ en $6,9 \div 12,4 \times 23,1 \div 2,7 \times 26,4$

Vrae 1 tot 5 se getalwaardes is almal so gekies dat as die bewerkingsienskap benut word, die berekening relatief eenvoudig is. Ten spyte van al die vorige blootstelling, was daar egter nog heelwat leerlinge wat nie na die maklikste berekeningsmetode gesoek het nie. Die navorser het die leerlinge wat wel die makliker berekeningsmetodes benut het, se berekeninge op die bord herhaal sodat die ander leerlinge daarvan kon kennis neem.

Hierdie sessie is afgesluit met vraag 6. Oor die algemeen het die leerlinge 'n hoë mate van sukses met hierdie vraag gehad.

4.2.2 Kommentaar

- 4.2.2.1 Op grond van hierdie groepie leerlinge se reaksies tydens die eerste sessie en hul latere reaksie op vraag 6 van die vierde sessie, kom die navorser tot die gevolgtrekking dat daar wel 'n verhoging in die leerlinge se vlak van bewustheid van veral die distributiewe eienskap plaasgevind het. Daar kan egter nie daarop aanspraak gemaak word dat hierdie bewustheid enigsins hoër as vlak 2 van die hiërargiese model is nie (die herkenning van die bewerkingsienskap). Bevestiging van hierdie waarneming sou egter eers verkry kon word nadat hierdie leerlinge vraelys 2b voltooi het.
- 4.2.2.2 As gevolg van omstandighede, was die navorser net in staat om een maal per week met hierdie leerlinge te werk. Kontinuiteit was gevolglik 'n wesenlike probleem. Die navorser is van mening dat die benadering wat hy gevolg het, en soos wat hierbo uiteengesit is, oor 'n langer tydperk gevolg behoort te word. Die onderwyser is in die ideale posisie om dit te kan doen. Die navorser is van mening dat, deur twee of drie keer per week sowat vyf minute per periode hieraan af te staan, leerlinge se bewustheid van bewerkingsienskappe daadwerklik verhoog kan word. Dit kan gedoen word binne die konteks waarmee die leerlinge op daardie tydstip besig is. Die navorser is van mening dat die benadering meer geleidelik en subtiel gedoen behoort te word, en aan die einde van leerlinge se standerd vier jaar kan 'n poging

aangewend word om die bewerkingseienskappe in simboliese taal te veralgemeen.

- 4.2.2.3 Die gebruik van konkrete probleme hou aanvanklik min voordeel in ter verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van bewerkingseienskappe, aangesien dit vir feitlik alle leerlinge duidelik is dat 'n bepaalde probleem op verskillende maniere bereken kan word (verskillend gemodeleer kan word). Om dit op verskillende maniere op die bord te doen, en die resulterende getaluitdrukkings met mekaar te vergelyk in 'n poging om hulle die bewerkingseienskap te laat raaksien, beteken aanvanklik vir hulle baie min. Daar mag egter 'n voordeel aan verbonde wees, naamlik dat die voortdurende blootstelling aan die **patroon** van die bewerkingseienskappe, soos wat dit telkens voor hulle op die bord aangetoon word, op die lang duur bly vassteek, en sodoende hul bewustheid van die bewerkingseienskap mag verhoog.
- 4.2.2.4 Die bewerkingsvolgorde blyk 'n probleem te wees. Baie leerlinge sal die antwoord van 'n getaluitdrukking soos $2 \times 3 + 2 \times 5$ bereken deur bloot van links na regs te reken.
- 4.2.2.5 Vloeiagramme het eers laat in die program 'n sinvolle rol om te speel, en ook slegs as leerlinge reeds goed met vloeiagramme vertrou is. Op 'n vroeë stadium lei dit tot meer verwarring as wat dit 'n verhelderende rol speel.
- 4.2.2.6 Van die navorser se voorneme om leerlinge daarop te wys dat hulle feitlik al hul berekeninge doen deur die oorspronklike probleem met 'n ander, nuttiger probleem te vervang, het slegs in die eerste sessie iets van tereggekome.
- 4.2.2.7 Hierdie leerlinge se banke was nie in groepe gerangskik nie, maar in rye agtermekaar. Hulle het ook nie spontaan hul antwoorde of berekeningsmetodes met mekaar vergelyk nie, maar het dit altyd geredelik op versoek gedoen.

4.3 SKOOL 2

Hierdie skool was onder die eerste 24 projekskole waar die probleemgebaseerde onderrigbenadering ingefaseer is. Drie onderrigsessies van 45 minute elk het gedurende Junie 1994 by hierdie skool plaasgevind. Die sessies het een maal per week plaasgevind.

Dit was vir die navorser moontlik om met 'n volle standerd vier klas te werk. Daar is met die klasonderwyser ooreengekom dat breuke deel van die sessie sal uitmaak. Die klasonderwyser het ook elke sessie bygewoon.

4.3.1 Die eerste onderrigssessie

Die navorser se doelstellings met die eerste onderrigssessie was (a) om aan die leerlinge te toon dat 'n mens, ten einde 'n rekenkundige bewerking uit te voer, die gegewe uitdrukking met 'n ander, meer gerieflike uitdrukking kan vervang, en (b) om 'n begin te maak om die bestaan van die distributiewe eienskap te probeer ekspliseer.

Vir eersgenoemde doel het die navorser die volgende opdrag op transparant aan die klas gegee:

Bereken, sonder 'n sakrekenaar (selfs hoofreken as jy kan):

1.1 $38 + 97$

1.2 $264 - 98$

1.3 $264 - 103$

1.4 98×36

1.5 $96 \div 4$

1.6 $247 + 38 - 47$

Die navorser het aan die leerlinge gesê om te probeer om die antwoorde hoofreken te bepaal en veral te soek na maniere om die berekening te vergemaklik. Hy het ook aan die leerlinge gesê dat hy meer in hul metodes as in die antwoord belangstel. Op hierdie stadium is nog net nommers 1.1 tot 1.3 op die truprojektor vertoon.

Die navorser se verwagting was dat hulle kompensasië sou toepas om sodoende die berekeninge te vereenvoudig, bv $38 + 97 = 38 + 100 - 3$, en dus $138 - 3$ of $35 + 100$.

Die leerlinge het met die aanvang van die sessie reeds hul werkboeke beskikbaar gehad, en tot die verbasing van die navorser het almal behalwe twee leerlinge die optel- en aftrekprobleme se getalle onder mekaar neergeskryf en toe op die tradisionele metode opgetel en afgetrek. Een van die twee wat dit nie so gedoen het nie, het in elk geval nie kompensasië toegepas nie. Die ander leerling het wel kompensasië toegepas, en baie maklik die antwoord bepaal.

Die navorser het geoordeel dat die res van die klas die doel van die oefening mis, en aan hulle opdrag gegee om die probleme te los as hulle nog nie daarmee klaar is nie. Die leerling wat wel kompensasië toegepas het, is toe geleentheid gegun om sy metode aan die klas te demonstreer. Die navorser het vervolgens aan die klas gevra of 'n mens dit so mag doen. Uit hul reaksie het die navorser afgelei dat hy besig was om hulle te verwar; 'n optelsom word, volgens hul reaksie, immers onder mekaar geskryf en die prosedure dan meganies uitgevoer! Van 'n oop en kreatiewe houding teenoor berekeninge soos wat 'n mens sou verwag om by leerlinge in 'n probleemgebaseerde benadering aan te tref, was daar weinig, indien enige, sprake.

Die navorser het toe soortgelyk met 1.2 en 1.3 gehandel.

Daarna het hy aan hulle opdrag gegee om 1.4 te doen, deur weer te soek na 'n korter, makliker manier. Feitlik al die leerlinge het dit onder mekaar probeer doen. Slegs een leerling (dieselfde een wat kompensasië in 1.1 tot 1.3 toegepas het) het dit as volg gedoen: $98 \times 36 = 100 \times 36 - 100 \times 2$. Hy het dit nie so neergeskryf nie (hy het bloot die antwoord neergeskryf, maar uit sy beskrywing van sy rekenmetode was dit duidelik dat dat hy dit so gedoen het. Dieselfde verskynsel kom ook by leerlinge in ander skole waar die probleemgebaseerde benadering gevolg word, voor: hulle doen die probleem so, maar skryf dit nie so neer nie.)

Die navorser het hierdie leerling se metode aan die klas gedemonstreer, en aan hulle gevra of 'n mens dit so mag doen. Daar was baie onsekerheid by hulle. Die navorser vra hulle toe hoe hulle 5×36 sou bereken. Verskeie metodes is genoem; in almal is een of altwee getalle opgebreek. Die navorser het elke metode wat genoem is op die bord geskryf en dit kortliks bespreek. Byvoorbeeld, die laaste metode wat aan die hand gedoen is: Die leerling sê: " $5 \times 30 + 5 \times 6$ ". Die navorser het die volgende uiteensetting stap vir stap op die bord neergeskryf, en met elke stap vir die leerling wat die metode voorgestel het, gevra of dit is wat hy gedoen het, al het hy dit nie so neergeskryf nie:

$$\begin{aligned} & 5 \times 36 \\ = & 5 \times (30 + 6) \\ = & 5 \times 30 + 5 \times 6 \\ = & 150 + 30 \\ = & 180 \end{aligned}$$

Die leerling het saamgestem dat dit is wat hy gedoen het, al sou hy dit nie so neergeskryf het nie.

Vervolgens het die navorser die klas gevra om die volgende berekening te doen: $4 \times 1,2 + 4 \times 1,8 + 4 \times 3$. Geoordeel aan hul gesigsuitdrukkings het hulle dit as 'n enorme taak beskou. Die navorser het hulle weer aangemoedig om na 'n makliker manier te soek. Dieselfde enkele leerling waarna tevore verwys is, het die antwoord baie gou as volg bepaal: $4 \times (1,2 + 1,8 + 3) = 4 \times 6 = 24$. Nadat die navorser die res van die klas nog 'n tydjie gegee het om aan die probleem te werk (die oorgrote meerderheid het elk van die partiële produkte afsonderlik bepaal, dikwels onder mekaar), het hy gesê hulle moet stop en het hy bogenoemde leerling se metode op die bord gedemonstreer. Die navorser het aan die klas gevra of 'n mens dit so mag doen, en min van hulle kon of wou 'n opinie waag. Weer het die navorser die verskillende berekeningsmetodes van 5×36 , wat steeds op die bord gestaan het, aan hulle voorgehou, en aangetoon dat presies dieselfde beginsel as in bostaande probleem benut word. Dit word net in 'n omgekeerde volgorde benut.

Die navorser het hierdie sessie afgesluit deur te sê dat hy nie hul berekeningsmetodes wil verander nie, maar hulle net daarvan wil bewus maak dat daar dikwels ander, geriefliker maniere is om 'n berekening uit te voer. Sy geheelindruk van hierdie sessie was egter dat hy baie van die leerlinge se fondament geskud het: die mate van selfvertroue wat hulle wel opgebou het, waarskynlik gebaseer op die wete dat die rekenmetodes wat hulle onderwyser aan hulle onderrig het, korrek en veilig is, is ernstig bedreig deur die alternatiewe benadering wat die navorser aan hulle voorgehou het.

Die navorser het gehoop om vir leerlinge wat in 'n skool is waar die probleemgebaseerde benadering jare lank reeds benut word, die bestaan van die bewerkingseienskappe geleidelik te ekspliseer deur per geleentheid aan hulle te sê dat dit presies dieselfde manier weerspieël as waarop hulle al lank reeds hul berekeninge baseer. Aan die einde van hierdie eerste sessie het hy egter weinig hoop gehad dat hy dit met hierdie klas sou kon regkry, aangesien hulle so ver verwyderd is van die meer kreatiewe denke wat met leerlinge wat die probleemgebaseerde benadering volg, gepaard gaan.

Hieronder volg 'n kopie van die transparant met die probleme wat die navorser beplan het om gedurende die eerste sessie te behandel:

1. Bereken, sonder 'n sakrekenaar (selfs hoofreken as jy kan):

1.1 $38 + 97$

1.2 $264 - 98$

1.3 $264 - 103$

1.4 98×36

1.5 $96 \div 4$

1.6 $247 + 38 - 47$

2. Bereken:

2.1 $4 \times 1,2 + 4 \times 1,8 + 4 \times 3$

2.2 $23,6 \times 12 - 23,6 \times 7 - 23,6 \times 5$

2.3 $23,6 \times 17 - (23,6 \times 9 + 23,6 \times 8)$

2.4 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{8}$

3. 14 seuns gaan op 'n fietstoer. Elkeen benodig 'n spaarband teen R32,50; 'n T-hemp teen R28,65 en 'n kospakkie teen R38,85. Hoeveel geld is altesaam nodig?

4. Voorspel (moenie bereken nie) of die twee getaluitdrukkings in elke geval dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede vir jou voorspelling.

4.1 25×135 en $25 \times 98 + 25 \times 37$

4.2 $18,3 \times 35$ en $18,3 \times 35 + 18,3 \times 47 - 18,3 \times 12$

4.3 $240,5 \div 15$ en $100 \div 15 + 140,5 \div 15$

4.4 $240,5 \div 15$ en $240,5 \div 10 + 240,5 \div 5$

Soos uit die beskrywing van die verloop van onderrigssessie 1 duidelik blyk, het baie min van hierdie beplanning gerealiseer.

4.3.2 Die tweede onderrigssessie

Vir die tweede onderrigssessie het die navorser die volgende transparant saamgestel:

1. 9 kinders kry elkeen 'n roomys teen R2,83 en 'n sjokolade teen R2,17. Hoeveel kos dit altesaam?

2. 7 seuns gaan op 'n fietstoer. Elkeen benodig 'n spaarbinneband teen R7,48 en 'n spesiale hempie teen R12,52. Hoeveel kos dit altesaam?

3. Marie doen inkopies. Sy het R20 in haar beursie. Sy koop 'n pen van R3,28 en 'n boek van R6,72. Hoeveel het sy oor?

4. Op Dinsdagaand is die temperatuur $15,3^{\circ}$ C. Woensdagaand is dit $2,8^{\circ}$ kouer as Dinsdagaand, en Donderdagaand is dit weer $1,6^{\circ}$ kouer as Woensdagaand. Wat was die temperatuur Donderdagaand?

5. André bereken 6×18 as volg:

$$\begin{aligned} 6 \times 18 &= 6 \times (10 + 8) &= 6 \times 10 + 6 \times 8 \\ & &= 60 + 48 \\ & &= 108 \end{aligned}$$

Mag hy dit so doen? Hoekom?

6. Miemie bereken $89 - 53$ as volg:

$$\begin{aligned} 89 - 53 &= 89 - (50 + 3) &= 89 - 50 - 3 \\ & &= 39 - 3 \\ & &= 36 \end{aligned}$$

Mag sy dit so doen? Hoekom?

Hierdie probleme is op die volgende twee getaleienskappe gebaseer: Die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling en 'n minusteken voor hakies. Die probleme met die distributiewe eienskap is makliker as dié van die eerste sessie in dié opsig dat daar telkens net twee partiële produkte voorkom.

Die navorser het slegs een probleem op 'n keer aan die leerlinge vertoon, waarna hulle die antwoord moes bereken. Probleme 1 en 2 kan op twee verskillende maniere bereken word, byvoorbeeld in probleem 1 kan die twee bedrae (R2,83 en R2,17) eers bymekaargetel word en die som dan met 9 vermenigvuldig word. Die tweede moontlikheid is om elke bedrag met 9 te vermenigvuldig en die twee produkte dan bymekaar te tel. Die eerste metode is baie geriefliker as die tweede, aangesien die som van die twee bedrae R5 is, wat dan maklik met 9 vermenigvuldig kan word.

Die navorser het eers al die leerlinge kans gegee om die betrokke probleem te voltooi. Dit was opvallend dat die meeste leerlinge hul werk toegehou het sodat die leerling langsaan, en in 'n mate die navorser, nie kon sien hoe hy die berekening uitvoer nie. Nadat twee leerlinge langs mekaar hul berekening voltooi het, het die navorser vir hulle gesê om hul antwoorde en metodes met mekaar te vergelyk. Dit was blykbaar vir hulle 'n vreemde ervaring. Nadat almal dit gedoen het, het hy 'n paar leerlinge wat hy uitgekies het op grond van hul metodes wat hulle gebruik het, gevra om te beskryf hoe hulle die berekening gedoen het. Al hierdie beskrywings het een van bogenoemde twee metodes verteenwoordig. Die navorser het, terwyl hy gevra het of dit is wat die leerlinge beskryf het, dit as volg op die

bord geskryf:

$$9 \times (2,83 + 2,17) \quad \text{en} \quad 9 \times 2,83 + 9 \times 2,17$$

Aangesien die twee rekenmetodes albei dieselfde antwoord lewer, het die navorser, met die goedkeuring van die klas, dit as volg geskryf (verbind met 'n =-teken)

$$9 \times (2,83 + 2,17) = 9 \times 2,83 + 9 \times 2,17$$

en pertinent aan die leerlinge gesê om op te let hoe die getal voor die hakies met elke getal binne-in die hakies vermenigvuldig word. Hy het ook aan hulle gesê dat dit 'n eienskap van getalle is, en dat dit altyd geldig is. Die navorser se doelstelling, soos tevore genoem, was beslis nie om die bewerkingseienskappe op hierdie direkte manier te onderrig nie, maar veel eerder om situasies te skep waar leerlinge dit self kan ekspliseer. Hierdie groep leerlinge het hulle egter nie tot so 'n benadering geleen nie, aangesien die antwoord, en veral die korrektheid daarvan, vir hulle die hoofsaak was waarom 'n berekening uitgevoer moes word. Ten spyte hiervan het die navorser voortgegaan met die ooreengekome derde onderrigssessie.

4.3.3 Die derde onderrigssessie

Vir die derde en laaste onderrigssessie by hierdie skool het die navorser die volgende transparant saamgestel:

1. Bereken:
 - 1.1 $43,6 \times 7 + 43,6 \times 3$
 - 1.2 $18 \times 12,5 + 12 \times 12,5$
 - 1.3 $25 \times 4 - 25 \times 2$
 - 1.4 $35,3 \times 12$
 - 1.5 $83,5 + 19,8 - 13,5$

2. VOORSPEL, sonder om te bereken, of die twee getaluitdrukings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal lewer. Gee 'n rede.
 - 2.1 $34,2 \times 125$ en $34,2 \times 70 + 34,2 \times 55$
 - 2.2 $81,7 \times (12 + 17)$ en $81,7 \times 12 + 81,7 \times 17$
 - 2.3 $81,7 \times (35 - 6)$ en $81,7 \times 35 - 81,7 \times 6$

| | | | |
|-----|-------------------------|----|---------------------------------|
| 2.4 | $(18,5 - 12) \times 17$ | en | $18,5 \times 17 - 12 \times 17$ |
| 2.5 | $39,5 - (11,8 + 15,4)$ | en | $39,5 - 11,88 - 15,4$ |
| 2.6 | $76,8 - 13,7 + 28,5$ | en | $76,8 - (13,7 - 28,5)$ |
| 2.7 | $13,2 + 15,7 - 3,9$ | en | $13,2 - 3,9 + 15,7$ |

3. As a enige getal voorstel, sal die volgende altyd waar wees? Gee 'n rede.

- 3.1 $a \times 15 = a \times 10 + a \times 5$
 3.2 $a \times 37,5 = a \times 30 + a \times 7,5$
 3.3 $a \times (42,8 - 17,5) = a \times 42,8 - a \times 17,5$
 3.4 $13 \times (a + 6,7) = 13 \times a + 13 \times 6,7$
 3.5 $a - 25,6 - 13,8 = a - (25,6 + 13,8)$

Die doel van vrae 1.1 tot 1.3 sowel as 1.5 was om probleme te stel wat, as die distributiewe eienskap benut word, dit die berekening aansienlik sal vergemaklik. Die doel van vraag 2 was om vir die leerlinge geleentheid te skep om die bewerkingseienskap te herken. Die doel met vraag 3 was om leerlinge die geleentheid te bied om die betrokke bewerkingseienskappe in 'n mate te veralgemeen.

Die navorser het slegs een vraag van vraag 1 op 'n slag vertoon, waarna die leerlinge die berekening moes uitvoer. Wanneer twee leerlinge langs mekaar klaar is, het die navorser aan hulle gesê om hul antwoorde en veral hul metodes met mekaar te vergelyk. Nadat die hele klas dit gedoen het, het die navorser geïdentifiseerde leerlinge gevra om hul metodes te verduidelik, en het hy dit op die bord geskryf in die vorm van die bewerkingseienskap, byvoorbeeld

$$\begin{aligned} 43,6 \times 7 + 43,6 \times 3 &= 43,6 \times (7 + 3) \\ &= 43,6 \times 10 \\ &= 436 \end{aligned}$$

Daarna het hy weer op direkte wyse die bestaan van die bewerkingseienskap onder hul aandag gebring, en hulle daarop gewys dat die oorspronklike getaluitdrukking met 'n ander, geriefliker uitdrukking vervang is.

Met vrae 2 en 3 het die navorser ook die leerlinge opdrag gegee om hul voorspellings en redes met mekaar te vergelyk. Daarna het hy van die leerlinge geleentheid gegee om aan die hele klas hul voorspellings en redes te noem, en het hy elke keer daarop gewys dat dit

dieselfde beginsels is wat herhaaldelik voorkom, en weer die betrokke bewerkingseienskap pertinent onder hul aandag gebring.

4.4 SKOOL 3

Hierdie skool was ook onder die eerste 24 projekskole waar die probleemgebaseerde onderrigbenadering ingefaseer is. Drie onderrigssessies van 45 minute elk het gedurende Augustus 1994 by hierdie skool plaasgevind. Die sessies het een maal per week plaasgevind. Dit was vir die navorser moontlik om met 'n volle standerd vier klas te werk. Daar is met die klasonderwyser ooreengekom dat breuke deel van die sessie sal uitmaak. Die klasonderwyser het ook elke sessie bygewoon.

4.4.1 Die eerste onderrigssessie

Die navorser se doelstellings met die eerste onderrigssessie was om (a) aan die leerlinge te toon dat 'n mens, ten einde 'n rekenkundige bewerking uit te voer, die gegewe uitdrukking met 'n ander, meer gerieflike uitdrukking kan vervang, en (b) om 'n begin te maak om die bestaan van die distributiewe eienskap te probeer ekspliseer.

Vir eersgenoemde doel het die navorser die volgende opdrag op transparant aan die klas gegee:

1. 9 kinders kry elkeen 'n roomys teen R2,83 en 'n sjokolade teen R2,17. Hoeveel kos dit altesaam?
2. Bereken, sonder 'n sakrekenaar (selfs hoofreken as jy kan):
 - 2.1 $38 + 97$
 - 2.2 $264 - 98$
 - 2.3 $264 - 103$
 - 2.4 98×36
 - 2.5 $96 \div 4$
 - 2.6 $247 + 38 - 47$
3. Sal $81,7 \times (12 + 17)$ en $81,7 \times 12 + 81,7 \times 17$ dieselfde antwoord gee? Gee 'n rede vir jou antwoord.

Vraag 1 is skriftelik deur die leerlinge beantwoord. Na voltooiing daarvan, het die navorser

enkeles van hulle gevra om hul rekenmetodes aan die klas te beskryf. Verreweg die meeste leerlinge het as volg te werk gegaan:

$$(2,83 + 2,17) \times 9 = 5 \times 9 = 45$$

Dit is belangrik om daarop te let dat hulle dit nie in hierdie vorm skryf nie, maar deur hul verbale beskrywing van hul metode, word dit geïmpliseer. 'n Tipiese beskrywing is byvoorbeeld as volg: "Ek tel eers 2,83 en 2,17 bymekaar, en maal dit dan met 9."

Enkeles het eers die partiële produkte, naamlik $2,83 \times 9$ en $2,17 \times 9$, probeer bereken.

Die navorser het albei rekenmetodes op die bord geskryf, en dit aan die leerlinge beklemtoon dat 'n mens dieselfde probleem op verskillende maniere kan doen. In hierdie geval is die eerste metode egter baie geriefliker as die tweede metode.

Die leerlinge het vraag 2 ook skriftelik bereken, waarna die navorser enkele leerlinge gevra het om hul rekenmetodes aan die klas te beskryf. By vrae 2.1 tot 2.2 het slegs enkele leerlinge van kompensasie met behulp van 100 gebruik gemaak.

By vraag 2.4 het enkele leerlinge lang vermenigvuldiging gebruik, en almal van hulle se antwoorde was verkeerd. Heelwat van die ander leerlinge het dit gedoen deur 98 te beskou as $100 - 2$, en die navorser het hierdie metode stap vir stap as volg op die bord gedoen, terwyl hy met elke stap aan hierdie leerlinge vra of hulle saamstem dat dit presies dieselfde is as wat hulle gedoen het, al het geeneen van hulle dit soos hy geskryf nie:

$$\begin{aligned} 98 \times 36 &= (100 - 2) \times 36 \\ &= 100 \times 36 - 2 \times 36 \end{aligned}$$

Die skryfwyse was vir die leerlinge vreemd, en hulle het telkens gehuiwer voordat hulle met die navorser se uiteensetting van elke stap saamgestem het.

Met vraag 2.5 het die navorser dieselfde prosedure gevolg, en die volgende twee metodes op die bord geskryf:

$$\begin{aligned} 96 \div 4 &= (80 + 16) \div 4 \\ &= 80 \div 4 + 16 \div 4 \end{aligned}$$

en

$$\begin{aligned} 96 \div 4 &= (100 - 4) \div 4 \\ &= 100 \div 4 - 4 \div 4 \end{aligned}$$

By vraag 2.6 was daar 'n hele aantal leerlinge wat die algemene herrangskikkingseienskap tot hul voordeel toegepas het, as volg:

$$247 + 38 - 47 = 247 - 47 + 38.$$

Na afloop van hierdie bespreking het die navorser hulle weer daarop gewys dat 'n mens een getaluitdrukking met 'n ander, geriefliker uitdrukking kan vervang. In die geval van 2.4 vervang 'n mens selfs 'n produk met 'n som!

Vervolgens het hy weer op die patrone op die bord gewys waar die distributiewe eienskap toegepas is, naamlik by 2.4 en 2.5, en daarop gewys hoe die getal buite die hakie met elke getal binne die hakie vermenigvuldig of gedeel word.

Ter afsluiting het die leerlinge vraag 3 mondeling beantwoord. Die meerderheid van die leerlinge het positief gerespondeer, maar dit was vir hulle uiters moeilik om die rede te verwoord.

4.4.2 Die tweede onderrigssessie

Vir hierdie besoek het die navorser die volgende transparant voorberei:

1. Dit is nou 8 minute voor 7 op 'n Sondagand. "America's Funniest Home Videos" begin om 8:30.
 - 1.1 Hoeveel minute voor die program begin?
 - 1.2 Hoeveel sekondes voor die program begin?
2. Die lengte van 'n saal is 38 meter en die breedte is 12 meter. Wat is die oppervlakte van die saal?
3. 7 seuns gaan op 'n fietstoer. Elkeen benodig 'n spaarbinneband teen R7,48 en 'n spesiale hemp teen R12,52. Hoeveel kos dit altesaam?

4. Bereken op die maklikste moontlike manier:
- 4.1 $43,6 \times 7 + 43,6 \times 3$
- 4.2 $8 \times 12,5 + 12 \times 12,5$
- 4.3 $56,8 \times 28 + 56,8 \times 5 - 56,8 \times 33$
5. Voorspel of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal lewer. Gee 'n rede vir jou antwoord.
- 5.1 $34,2 \times 125$ en $34,2 \times 70 + 34,2 \times 55$
- 5.2 $38 \times 13,5$ en $25 \times 13,5 + 13 \times 13,5$
- 6.1 Druk in woorde uit watter wiskundige begrip jy hierdie periode raakgesien het.
- 6.2 Sal dit vir alle getalle (groot, klein, breuke, ens) geld. Hoekom sê jy so?

Uit bostaande oefening is dit duidelik dat in hierdie sessie slegs op die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging oor optelling en aftrekking) gekonsentreer is. Daarbenewens het die navorser met hierdie reeks oefeninge vir die eerste keer doelbewus op spesifieke vlakke van die hiërargiese model van bewustheid gekonsentreer. Dit kon hy doen op grond van die waarnemings wat hy in al die voorafgaande sessies by die verskillende skole gemaak het.

Vrae 1 tot 3 het betrekking op die eerste vlak, naamlik die spontane benutting van die distributiewe eienskap. Vraag 4 het te doen met 'n doelbewuste benutting van die getaleienskap ten einde die berekening aansienlik te vereenvoudig. Hoewel die doelbewuste benutting van 'n getaleienskap nog nie tot dusver as 'n vlak op die hiërargiese model ingesluit is nie, het die navorser op hierdie stadium, gebaseer op waarnemings en eie refleksie, tot die slotsom gekom dat dit ingesluit moet word. Derhalwe word die hiërargiese model wat die vlakke van bewustheid van enige getaleienskap aantoon, uitgebrei om as volg te lyk:

- Vlak 1: Spontane benutting van die getaleienskap.
- Vlak 2: Herkenning van die getaleienskap.
- Vlak 3: Doelbewuste benutting van die getaleienskap.
- Vlak 4: Veralgemening van die getaleienskap.
- Vlak 5: Verklaring van die getaleienskap.

Vraag 5 hierbo het betrekking op die herkenning van die distributiewe eienskap, terwyl

vraag 6 betrekking het op die veralgemening van die bewerkingsienskap, in die besonder dat leerlinge moet probeer om dit onder woorde te bring.

Die verloop van die onderrigssessie was wesenlik dieselfde as die vorige sessie, naamlik dat die leerlinge eers op hul eie gewerk het, waarna van hulle hul rekenmetodes aan die klas beskryf het terwyl die navorser hul metodes op die bord doelbewus in die standaardvorm van die distributiewe eienskap neergeskryf het.

Die oorweldigende antwoord op vraag 6.1 was dat hulle agtergekom het dat 'n mens een uitdrukking met 'n ander een kan vervang wat dieselfde antwoord sal gee. Hoewel hierdie sessie dus nie heeltemal in sy doel geslaag het nie, aangesien hulle nie (selfs by implikasie) kon noem dat hulle die distributiewe eienskap raakgesien het nie, was dit ook nie sonder wins nie.

4.4.3 Die derde onderrigssessie

Die volgende transparant is vir hierdie sessie voorberei:

1. Daar is 8 kinders by 'n partytjie. Daar is 72 Lunch Bars en 36 Bar Ones. Hoeveel sjokolades kry elke kind?
2. 5 Maats woon 'n sirkusvertoning by. Een hanswors gee aan hulle 28 balonne om gelykop tussen hulle te verdeel. 'n Ander hanswors gee hulle 17 om gelykop te verdeel. Hoeveel balonne kry elke kind altesaam?
3. Bereken op die maklikste moontlike manier:
 - 3.1 $43,8 \div 5 + 16,2 \div 5$
 - 3.2 $95,3 \div 6 - 47,3 \div 6$
 - 3.3 $320 \div 9 + 320 \div 7$
 - 3.4 $176 \div 10 - 176 \div 5$
4. Voorspel in elke geval of die twee getaluitdrukkings dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede. Kontroleer jou antwoord met 'n sakrekenaar.

| | | | |
|-----|-----------------|----|--------------------------------|
| 4.1 | $324 \div 13$ | en | $300 \div 13 + 24 \div 13$ |
| 4.2 | $528 \div 11,8$ | en | $600 \div 11,8 - 72 \div 11,8$ |
| 4.3 | $85,7 \div 12$ | en | $85,7 \div 7 + 85,7 \div 5$ |
| 4.4 | $85,7 \div 12$ | en | $85,7 \div 20 - 85,7 \div 8$ |
5. Probeer 'n algemene reël (of reëls) gee vir wat jy vandag ontdek het.

Uit bostaande probleme is dit duidelik dat die fokus van hierdie sessie op leerlinge se verhoging van bewustheid van die distributiewe eienskap: deling verprei oor optelling en aftrekking, slegs van regs, was. Die prosedure in die klaskamer was identies aan dié in die vorige sessie, en word nie hier weer in detail bespreek nie.

4.4.4 Gevolgtrekkings

Na afloop van die onderrigssessies by die drie skole tot dusver besoek, het die navorser tot die volgende gevolgtrekkings gekom:

4.4.4.1 Die hiërargiese rangskikking van die vlakke van bewustheid van bewerkingseienskappe moet waarskynlik uitgebrei word om as volg te lyk:

- Vlak 1: Spontane benutting van 'n betrokke bewerkingseienskap
- Vlak 2: Herkenning van 'n bepaalde bewerkingseienskap
- Vlak 3: Doelbewuste benutting van 'n bepaalde bewerkingseienskap
- Vlak 4: Veralgemening van 'n bepaalde bewerkingseienskap
- Vlak 5: Verklaring van 'n bepaalde bewerkingseienskap

Vlak 3 is 'n toevoeging tot die voorheen beskryfde hiërargie. Met hierdie vlak word bedoel dat die leerling in so 'n mate bewus is van die bestaan van die bewerkingseienskap dat hy doelbewus ondersoek sal instel of die toepassing daarvan sal lei tot 'n getaluitdrukking waarvan die berekening geriefliker sal wees as dié van die aanvanklike uitdrukking.

4.4.4.2 Oefeninge moet so opgestel en gestruktureer wees dat leerlinge deur middel van **groepwerk** tot verhoogde vlakke van bewustheid gelei sal word, eerder as dat die navorser dit gedurig moet probeer aantoon. Die navorser moet dus baie meer op die agtergrond wees, en meer as fassiliteerder van die leergebeure optree.

4.4.4.3 Sakrekenaars is nog net in geringe mate, en ook net in die laaste onderrigssessie by die derde skool, benut. Die navorser was op hierdie stadium van sy ondersoek van mening dat daar baie potensiaal bestaan om die sakrekenaar as kragtige onderrighulpmiddel aan te wend.

Baie ontwikkelingswerk en waarnemings sou egter nog volg voordat laasgenoemde twee aspekte daadwerklik aangespreek word. Eers vir die besoeke aan die vyfde

skool sou die navorser dit doelbewus implementeer.

4.5 SKOOL 4

Hierdie skool was ook onder die eerste 24 projekskole waar die probleemgebaseerde onderrigbenadering ingefaseer is. Vier onderrigsessies van 45 minute elk het op agtereenvolgende dae gedurende een week in Augustus 1994 by hierdie skool plaasgevind. Dit was vir die navorser moontlik om met 'n volle standerd vier klas te werk. Die klasonderwyser het ook elke sessie bygewoon.

Hierdie is die eerste van die skole wat die navorser besoek het waar leerlinge se banke nie in rye nie, maar in groepe van vier gerangskik is. Die leerlinge was ook heeltemal vertrouwd met groepwerk, en die navorser het daarop aangedring dat leerlinge beide hul antwoorde en rekenmetodes met ander leerlinge in hul groep vergelyk nadat hul individuele pogings afgehandel is.

4.5.1 Die eerste onderrigsessie

Die navorser se doelstellings met die eerste onderrigsessie was, soos by die vorige skole, om (a) aan die leerlinge te toon dat 'n mens, ten einde 'n rekenkundige bewerking uit te voer, die gegewe uitdrukking met 'n ander, meer gerieflike uitdrukking kan vervang, en (b) om 'n begin te maak om die bestaan van die distributiewe eienskap te probeer ekspliseer.

Vir eersgenoemde doel het die navorser die volgende opdrag op transparant aan die klas gegee:

1. 9 kinders kry elkeen 'n roomys teen R2,83 en 'n sjokolade teen R2,17. Hoeveel kos dit altesaam?
2. Bereken, sonder 'n sakrekenaar (selfs hoofreken as jy kan):
 - 2.1 $38 + 97$
 - 2.2 $264 - 98$
 - 2.3 $264 - 103$
 - 2.4 98×36
 - 2.5 $96 \div 4$
 - 2.6 $247 + 38 - 47$

Die benadering wat die navorser gevolg het, was soortgelyk as die by die vorige skole, met die volgende verskille: Leerlinge het baie meer hul antwoorde en rekenmetodes met groeplede vergelyk en bespreek; en die navorser het baie meer geleentheid vir leerlinge gegee om hul metodes op die bord te demonstreer, en sodoende meer op die agtergrond getree.

4.5.2 Die tweede onderrigssessie

Vir hierdie besoek het die navorser dieselfde transparant as vir skool 3 se tweede sessie gebruik, naamlik:

1. Dit is nou 8 minute voor 7 op 'n Sondagand. "America's Funniest Home Videos" begin om 8:30.
 - 1.1 Hoeveel minute voor die program begin?
 - 1.2 Hoeveel sekondes voor die program begin?

2. Die lengte van 'n saal is 38 meter en die breedte is 12 meter. Wat is die oppervlakte van die saal?

3. 7 seuns gaan op 'n fietstoer. Elkeen benodig 'n spaarbinneband teen R7,48 en 'n spesiale hemp teen R12,52. Hoeveel kos dit altesaam?

4. Bereken op die maklikste moontlike manier:
 - 4.1 $43,6 \times 7 + 43,6 \times 3$
 - 4.2 $8 \times 12,5 + 12 \times 12,5$
 - 4.3 $56,8 \times 28 + 56,8 \times 5 - 56,8 \times 33$

5. Voorspel of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal lewer. Gee 'n rede vir jou antwoord.

| | | | |
|-----|-------------------|----|-----------------------------------|
| 5.1 | $34,2 \times 125$ | en | $34,2 \times 70 + 34,2 \times 55$ |
| 5.2 | $38 \times 13,5$ | en | $25 \times 13,5 + 13 \times 13,5$ |

- 6.1 Druk in woorde uit watter wiskundige begrip jy hierdie periode raakgesien het.
- 6.2 Sal dit vir alle getalle (groot, klein, breuke, ens) geld. Hoekom sê jy so?

Die verloop van die onderrigssessie was dat leerlinge eers individueel gewerk het en dan hul antwoorde met mekaar vergelyk het. Waar antwoorde verskil het, moes hulle self, deur mekaar se rekenmetodes te bestudeer, besluit waar die fout(e) is. Indien hulle nie hierin kon nie, het die navorser opdrag gegee dat hulle die antwoorde met 'n sakrekenaar moes kontroleer, en dan die fout opspoor. Vervolgens het die navorser geïdentifiseerde leerlinge

opdrag gegee om hul rekenmetodes op die bord te demonstreer. Hierdie metodes was uiteenlopend van aard, en waar nodig, het die navorser ook nog die berekening in die getaleienskap se standaardvorm op die bord geskryf. Vervolgens het hy aan die klas gevra om aan te dui of al die rekenmetodes soos op die bord gedemonstreer korrek is, en het 'n klasbespreking gevolg.

Soos by skool 3 was die oorweldigende antwoord op vraag 6.1 dat hulle agtergekom het dat 'n mens een uitdrukking met 'n ander een kan vervang wat dieselfde antwoord sal gee. Hoewel hierdie sessie dus nie heeltemal in sy doel geslaag het nie, was dit ook nie sonder wins nie.

4.5.3 Die derde onderrigssessie

Vir hierdie besoek het die navorser dieselfde transparant, as vir skool 3 se derde sessie gebruik, naamlik:

1. Daar is 8 kinders by 'n partytjie. Daar is 72 Lunch Bars en 36 Bar Ones. Hoeveel sjokolades kry elke kind?
2. 5 Maats woon 'n sirkusvertoning by. Een hanswors gee aan hulle 28 balonne om gelykop tussen hulle te verdeel. 'n Ander hanswors gee hulle 17 om gelykop te verdeel. Hoeveel balonne kry elke kind altesaam?
3. Bereken op die maklikste moontlike manier:
 - 3.1 $43,8 \div 5 + 16,2 \div 5$
 - 3.2 $95,3 \div 6 - 47,3 \div 6$
 - 3.3 $320 \div 9 + 320 \div 7$
 - 3.4 $176 \div 10 - 176 \div 5$
4. Voorspel in elke geval of die twee getaluitdrukkings dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede. Kontroleer jou antwoord met 'n sakrekenaar.

| | | | |
|-----|-----------------|----|--------------------------------|
| 4.1 | $324 \div 13$ | en | $300 \div 13 + 24 \div 13$ |
| 4.2 | $528 \div 11,8$ | en | $600 \div 11,8 - 72 \div 11,8$ |
| 4.3 | $85,7 \div 12$ | en | $85,7 \div 7 + 85,7 \div 5$ |
| 4.4 | $85,7 \div 12$ | en | $85,7 \div 20 - 85,7 \div 8$ |
5. Probeer 'n algemene reël (of reëls) gee vir wat jy vandag ontdek het.

Die prosedure in die klaskamer was identies aan die in die vorige sessie, en word nie hier weer in detail bespreek nie.

4.5.4 Die vierde onderrigssessie

Vir hierdie sessie het die navorser die volgende transparant voorberei:

1. Die volgende berekening moet gedoen word: $36,8 \times 207$

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{Susan doen dit so:} & 36,8 \times 207 & = & 7617,6 & \\
 & 36,8 \times 200 & = & 7360 & \left. \begin{array}{l} \lrcorner \\ \lrcorner \end{array} \right\} 7617,6 \\
 & 36,8 \times 7 & = & 257,6 & \lrcorner
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{Pieter doen dit so:} & 36,8 \times 207 & = & 36,8 \times (200 + 7) & \\
 & & = & 36,8 \times 200 + 36,8 \times 7 & \\
 & & = & 7360 + 257,6 & \\
 & & = & 7617,6 &
 \end{array}$$

Is albei metodes korrek?

2. Die volgende berekening moet gedoen word: $288 \div 12$

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{Marie doen dit so:} & 288 \div 12 & = & 24 & \\
 & 240 \div 12 & = & 20 & \left. \begin{array}{l} \lrcorner \\ \lrcorner \end{array} \right\} 24 \\
 & 48 \div 12 & = & 4 & \lrcorner
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rclcl}
 \text{André doen dit so:} & 288 \div 12 & = & (240 + 48) \div 12 & \\
 & & = & 240 \div 12 + 48 \div 12 & \\
 & & = & 20 + 4 & \\
 & & = & 24 &
 \end{array}$$

Is albei metodes korrek?

Die doel van bostaande vrae is om vir die leerlinge in hierdie klas die metode waarvolgens hulle hul berekeninge uiteensit en die distributiewe eienskap in sy standaardvorm met mekaar in verband te bring. Daar is gepoog om dit te bewerkstellig deur 'n gesamentlike klasbespreking. Gebaseer op vroeëre waarneming, het die navorser sekerheid oor die volgende twee aspekte gehad:

- * Deur leerlinge 'n konkrete probleem te laat bereken waar dit uit die konteks duidelik is dat dit op twee maniere bereken kan word (by implikasie deur benutting van die distributiewe eienskap), en dan die twee ekwivalente metodes aan hulle voor te hou, het nie die gewenste trefkrag nie. Die redes hiervoor is dat leerlinge feitlik almal

daarvan bewus is dat so 'n probleem op hierdie twee maniere bereken kan word, en dat leerlinge in 'n redelik suiwer probleemgebaseerde omgewing oënskynlik nie in ander rekenmetodes belangstel as hulle eers hul eie metode ontwikkel en vasgelê het nie.

- * Tog was een van die uitgangspunte van hierdie studie juis om leerlinge se spontane, intuïtiewe kennis as vertrekpunt te neem en dit te ekspliseer. Gevolglik moes leerlinge se berekeningsmetodes van veral konkrete probleme as basis geneem word. Presies hoe om dit so effektief as moontlik te doen, was nog nie vir die navorser heeltemal duidelik nie, maar na afloop van sy besoek aan skool 5, het hy tot die nodige insig gekom. Dit word in detail in hoofstuk 5 beskryf.

Na afloop hiervan is die volgende transparant met die leerlinge in klasverband behandel:

3. As a enige getal voorstel, sal die volgende korrek wees? Verklaar dit.

- 3.1 $a \times (25,8 + 17,6) = a \times 25,8 + a \times 17,6$
 3.2 $(13,9 + a) \times 15,5 = 13,9 \times 15,5 + a \times 15,5$
 3.3 $(a - 36,3) \times 18,2 = a \times 36,3 - 36,3 \times 18,2$
 3.4 $(28,9 + a) \div 3,7 = 28,9 \div 3,7 + a \div 3,7$
 3.5 $(87,8 - 15,9) \div a = 87,8 \div a - 15,9 \div a$

4. Weet jy:

4.1 Niks wat ons in die afgelope week in die Wiskundeklas gedoen het, is nuut nie - jy gebruik dieselfde beginsels al lank reeds!

4.2 Jy is nou net gehelp om dit in 'n ander vorm te skryf, bv:

$$\begin{aligned} 28 \times 37 &= 28 \times (40 - 3) \\ &= 28 \times 40 - 28 \times 3 \\ &= 1120 - 84 \\ &= 1036 \end{aligned}$$

4.3 **Hoekom?**

Omdat dit 'n basiese beginsel of eienskap van bewerkings is. Ons noem dit die **VERSPREIDINGSEIENSKAP**, of ook die **DISTRIBUTIEWE EIENSKAP** van vermenigvuldiging en deling.

4.6 SKOOL 5

Op hierdie stadium was die navorser van mening dat hy genoeg waarnemings gemaak en ervaring opgedoen het om deur die feitlik uitsluitlike gebruik van die sakrekenaar en groepwerk leerlinge se vlak van bewustheid van sekere getaleienskappe te probeer verhoog.

In 'n poging om ook heelwat meer op die agtergrond te tree, het hy slegs gedurende die eerste sessie van transparante gebruik gemaak, en tydens die oorblywende onderrigssessies vir elke leerling 'n vel papier gegee waarop die opdragte vir daardie sessie verskyn het.

Vier onderrigssessies van 45 minute elk het gedurende September 1994 by hierdie skool plaasgevind. Die sessies het een maal per week plaasgevind. Dit was vir die navorser moontlik om met 'n volle standerd vier klas te werk. Die klasonderwyseres het elke sessie bygewoon.

4.6.1 Die eerste onderrigssessie

Die eerste sessie het dieselfde patroon gevolg as by die vorige skole, waar die doelstelling was om leerlinge daarvan bewus te maak dat 'n mens dikwels, ten einde 'n berekening uit te voer, die oorspronklike uitdrukking met 'n ander, geriefliker uitdrukking vervang. Die probleme was soos by die vorige skole ook op transparant, en hoewel die navorser nie te veel op die voorgrond wou wees nie, het hy dit nodig geag om hierdie benadering tydens die eerste sessie te volg ten einde rapport met die leerlinge te bewerkstellig.

4.6.2 Die tweede onderrigssessie

Vir hierdie sessie het die navorser aan elke leerling 'n vel papier met die volgende opdragte gegee:

5 Sept 1994

XXX PRIMêRE SKOOL

NAAM:.....

1. **Opdrag:**

- a) Bereken met 'n sakrekenaar die antwoord van elk van die getaluitdrukings in die onderstaande oefeninge.
- b) Vergelyk die antwoorde van die twee getaluitdrukings met mekaar.
- c) Wat merk jy op?
- d) Probeer 'n verklaring vir wat jy opmerk, neerskryf.
- e) Bespreek dit wat jy opgemerk het en jou verklaring daarvoor met jou maats in jou groep.

1.1 $23,6 \times 64,3$ en $23,6 \times 18,4 + 23,6 \times 45,9$

1.2 $18,4 \times 87,6$ en $18,4 \times 100 - 18,4 \times 12,4$

1.3 $27,3 \times (45,8 + 18,6)$ en $27,3 \times 45,8 + 27,3 \times 18,6$

1.4 $78,6 \times (98,7 - 25,8)$ en $78,6 \times 98,7 - 78,6 \times 25,8$

2.1 7 kinders gaan strand toe. Elkeen kry 'n roomys van R2,85 en 'n koeldrank van R1,95. Bereken **sonder** sakrekenaar wat dit altesaam kos.

2.2 Johan koop 5 potlode van R1,25 elk en 5 oefeningboeke van R2,75 elk. Bereken sonder sakrekenaar **hoeveel** kos dit hom altesaam.

2.3.1 Wat het vrae 2.1 en 2.2 in gemeen, m.a.w. wat is dieselfde in albei probleme? Bespreek in jou groep.

2.3.2 Wat het vrae 2.1 en 2.2 in gemeen met die probleme in vraag 1? Bespreek in jou groep.

3. Bereken **sonder sakrekenaar** op die maklikste moontlike manier:

3.1 $43,6 \times 7 + 43,6 \times 3$

3.2 $8 \times 12,5 + 12 \times 12,5$

3.3 $56,8 \times 28 + 56,8 \times 5 - 56,8 \times 33$

4. **Voorspel** of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede vir jou antwoord:

4.1 $34,2 \times 125$ en $34,2 \times 70 + 34,2 \times 55$

4.2 $38 \times 13,5$ en $25 \times 13,5 + 13 \times 13,5$

4.3 $34,2 \times 77$ en $34,2 \times 120 - 34,2 \times 43$

4.4 $23,6 \times (12,3 + 8,7)$ en $23,6 \times 12,3 + 23,6 \times 8,7$

5. Probeer in woorde neerskryf wat jy vandag ontdek het.

Uit bostaande is dit duidelik dat daar slegs op die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging versprei oor optelling en aftrekking, van links en regs, gekonsentreer is.

Dit was opmerklik hoe pligsgetrou die leerlinge die berekeningsopdrag in vraag 1.1 tot 1.4 uitgevoer het. Die navorser het die indruk gekry dat die meeste van hulle eers die a-deel van die vraag afgehandel het, dit wil sê eers al die berekeninge afgehandel het alvorens hulle die b-deel beantwoord het, dit wil sê elke vraag se twee antwoorde met mekaar vergelyk het. Die meerderheid leerlinge het korrek gereken met behulp van die sakrekenaar, en was redelik verbaas toe hulle begin agterkom dat die twee antwoorde in elke geval dieselfde is. Hulle het met groot opgewondenheid reageer wanneer hulle self die rede daarvoor raaksien, naamlik dat een van die twee faktore "opgebreek" is. Die eerste een in 'n groep wat tot hierdie insig gekom het, het dit onmiddelik met die groeplede gedeel, wat dan ook feitlik onmiddelik en met opgewondenheid gereageer het.

Die doel met vrae 2.3.1 en 2.3.2 was om leerlinge se spontane benutting van die distributiewe eienskap vir hulle in verband te bring met die meer formele gebruik van die distributiewe eienskap en sy voorkoms in die standaardvorm, dit wil sê om hul spontane en relatief ongestruktureerde benutting van die getaleienskap aan die standaardvorm van die getaleienskap te koppel. Hieruit, het die navorser gehoop, sou die kiem gebore word van die bewustheid dat wat hulle jare lank reeds toepas wanneer hulle vermenigvuldig, nou net op 'n ander manier voorgestel word. Gevolglik kan beweer word dat hierdie 'n poging was om bewustheid van vlak 2 van die hiërargiese model, naamlik herkenning van die eienskap, te probeer bevorder. Die antwoorde op vrae 2.3.1 en 2.3.2 het nie so maklik gekom as by vraag 1 nie, maar sekere groepe het wel na heelwat bespreking tot dié korrekte slotsom gekom.

Vraag 3 het ten doel vlak 3-bewustheid, naamlik die doelbewuste benutting van die getaleienskap ten einde die berekening te vereenvoudig. Weereens het die groepaktiwiteit hier baie goed gewerk, deurdat 'n leerling wat die getaleienskap toegepas het, baie gou die antwoord kon bereken, en dan kon hy aan groepmaats wat dit nie so gedoen het nie aantoon hoe maklik hy sy berekening uitgevoer het.

Vraag 4 het weer ten doel gehad die bevordering van vlak 2 bewustheid, naamlik herkenning van die eienskap.

Vraag 5 het aan leerlinge hoofbrekens besorg: Sommige het presies geweet wat hulle gedurende daardie periode geleer het, maar kon dit bloot nie in woorde formuleer nie. Ander weer het glad nie geweet wat hulle gedurende daardie periode geleer het nie.

4.6.3 Die derde onderrigssessie

Vir hierdie sessie het die navorser aan elke leerling 'n papier met die volgende opdragte gegee:

XXX PRIMêRE SKOOL

12 September 1994

NAAM:.....

1. **Voorspel** of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n **rede** vir jou antwoord. **Kontroleer** jou voorspelling met 'n sakrekenaar.
 - 1.1 $36,6 \times 76,4$ en $36,6 \times 50 + 36,6 \times 26,4$
 - 1.2 $75,2 \times 18,7$ en $100 \times 18,7 - 24,8 \times 18,7$
 - 1.3 $23,7 \times (18,6 + 45,8)$ en $23,7 \times 18,6 + 23,7 \times 45,8$

2. By 'n partytjie is 8 maats. Elkeen kry 'n koeldrank van R2,35, 'n pakkie lekkergoed van R5,95 en 'n roomys van R1,70. Bereken **sonder** sakrekenaar hoeveel kos dit altesaam?

3. Bereken **sonder** sakrekenaar op die maklikste moontlike manier:
 - 3.1 $25,8 \times 13 + 25,8 \times 7$
 - 3.2 $38,2 \times 87,4 - 38,2 \times 67,4$

4. **Opdrag:**
 - a) Bereken met 'n sakrekenaar die antwoord van elk van die getaluitdrukkings in die onderstaande oefeninge.
 - b) Vergelyk die antwoorde van die twee getaluitdrukkings met mekaar.
 - c) Wat merk jy op?
 - d) Probeer 'n verklaring vir wat jy opmerk, neerskryf.
 - e) Bespreek dit wat jy opgemerk het en jou verklaring daarvoor met jou maats in jou groep.
 - 4.1 $367,5 \div 23,6$ en $107 \div 23,6 + 260,5 \div 23,6$

4.2 $286 \div 18,5$ en $400 \div 18,5 - 114 \div 18,5$

4.3 $(34,7 + 28,8) \div 9,8$ en $34,7 \div 9,8 + 28,8 \div 9,8$

4.4 $(187,6 - 67,8) \div 12,6$ en $187,6 \div 12,6 - 67,8 \div 12,6$

5.1 By 'n partytjie is 8 kinders. Daar is 72 Lunch Bars en 40 Bar Ones. Bereken **sonder** sakrekenaar hoeveel sjokolades elke kind kry.

5.2 5 Maats woon 'n sirkusvertoning by. Een hanswors gee vir hulle 28 balonne om gelykop onder hulle te verdeel. 'n Ander hanswors gee vir hulle 17 balonne om gelykop onder mekaar te verdeel. Hoeveel balonne kry elke kind altesaam?

5.3 Wat het vrae 5.1 en 5.2 in gemeen met die probleme in vraag 4? Bespreek in jou groep.

6. Bereken **sonder** sakrekenaar op die maklikste moontlike manier. Kontroleer **daarna** jou antwoord met 'n sakrekenaar:

6.1 $43,8 \div 5 + 16,2 \div 5$

6.2 $95,3 \div 6 - 47,3 \div 6$

6.3 $320 \div 9 + 320 \div 7$

6.4 $55 \div 6 - 55 \div 4$

7. **Voorspel** of die twee getaluitdrukings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede vir jou antwoord:

7.1 $267 \div 24,5$ en $210 \div 24,5 + 57 \div 24,5$

7.2 $(97,7 + 120,5) \div 17$ en $97,7 \div 17 + 120,5 \div 17$

7.3 $(186,4 - 76,1) \div 11,4$ en $186,4 \div 11,4 - 76,1 \div 11,4$

7.4 $187,6 \div 53$ en $187,6 \div 30 + 187,6 \div 23$

7.5 $276,6 \div (15,3 + 19,5)$ en $276,6 \div 15,3 + 276,6 \div 19,5$

8. Probeer in woorde neerskryf wat jy vandag ontdek het.

Vrae 1 tot 3 het ten doel gehad die hersiening van onderrigssessie 2. Hoewel nie empiries bepaal nie, was dit duidelik dat leerlinge weinig sukses in terme van gedemonstreerde bewustheid van die distributiewe eienskap openbaar het.

Die doel met die res van die vrae was identies aan dié van die vorige onderrigssessie, maar in hierdie geval vir die distributiewe eienskap waar deling oor optelling en aftrekking versprei, maar slegs van regs.

Vrae 6.3 en 6.4 sowel as 7.4 en 7.5 het doel om aan te toon dat deling slegs regs-distributief is, of anders gestel: dat slegs die deeltal, en nie die deler nie, opgebreek mag word.

Die prosedure wat gedurende hierdie sessie gevolg is, is soortgelyk aan die in sessie 2, en leerlingreaksies was ook feitlik soortgelyk.

4.6.4 Die vierde onderrigssessie

Vir hierdie sessie het die navorser aan elke leerling 'n papier met die volgende opdragte gegee:

XXX PRIMêRE SKOOL

19 September 1994

NAAM:.....

1. **Voorspel** of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede vir jou antwoord. **Kontroleer** jou voorspelling met 'n sakrekenaar.

1.1 $56,6 \times 76,4$ en $56,6 \times 50 + 56,6 \times 26,4$

1.2 $75,2 \times 58,7$ en $100 \times 58,7 - 24,8 \times 58,7$

1.3 $28,7 \times (18,6 + 45,8)$ en $28,7 \times 18,6 + 28,7 \times 45,8$

2. By 'n kersfeespartytjie is 12 maats. Elkeen kry 'n pakkie lekkers van R9,35, 'n speelding van R9,95 en 'n roomys van R1,70. Bereken **sonder** sakrekenaar hoeveel kos dit altesaam?

3. Bereken **sonder** sakrekenaar op die maklikste moontlike manier:

3.1 $25,8 \times 27 - 25,8 \times 7$

3.2 $87,4 \times 18,5 + 12,6 \times 18,5$

4. **Voorspel** of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede vir jou antwoord. **Kontroleer** jou voorspelling met 'n sakrekenaar.

4.1 $167 \div 34,7$ en $110 \div 34,7 + 57 \div 34,7$

4.2 $(37,2 + 80,5) \div 37$ en $37,2 \div 37 + 80,5 \div 37$

4.3 $(188,4 - 96,1) \div 13,4$ en $188,4 \div 13,4 - 96,1 \div 13,4$

4.4 $387,6 \div 37$ en $387,6 \div 30 + 387,6 \div 7$

4.5 $276,6 \div (13,9 + 29,5)$ en $276,6 \div 13,9 + 276,6 \div 29,5$

4.6 $345,2 \div 72$ en $345,2 \div 100 - 345,2 \div 28$

5. As a enige getal kan wees, watter van die volgende pare getaluitdrukkings sal dieselfde antwoord hê? Gee 'n rede vir jou antwoord. Doen eers elke probleem self, en bespreek dit dan in jou groep.

5.1 $a \times 56,4$ en $a \times 100 - a \times 43,6$

5.2 $76,3 \times a$ en $28,6 \times a + 47,7 \times a$

5.3 $89,6 \div a$ en $46,8 \div a + 42,8 \div a$

5.4 $a \div 56,8$ en $a \div 70 - a \div 13,2$

5.5 $(119,5 - 34,5) \div a$ en $119,5 \div a - 34,5 \div a$

5.6 $a \div (56,2 + 18,9)$ en $a \div 56,2 + a \div 18,9$

6. In hierdie towervierkant is die som van elke ry, kolom en diagonaal gelyk aan 15. As die getal in elke blokkie met 23 vermenigvuldig word, sal die som van elke ry, kolom en diagonaal dan nog dieselfde wees? Indien wel, hoeveel sal dit wees?

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

As die getal in elke blokkie met 46 vermenigvuldig word, wat sal die som van die getalle in al die blokkies dan wees?

7. Jy het in die wiskunde periodes van die afgelope 4 Maandae eienskappe van bewerkings teëgekome wat baie belangrik is. Dit het iets te doen met vermenigvuldiging en deling. Kan jy beskryf wat hierdie beginsels is? Probeer eers op jou eie, en bespreek dit dan in jou groep.

8. Daar is nog ander eienskappe van bewerkings ook. Hier volg elke keer twee getaluitdrukkings. Sê, sonder om te bereken, watter van hulle gaan dieselfde antwoord hê. Kontroleer dan jou voorspelling met 'n sakrekenaar. Bespreek dan in jou groep.

8.1 $67,9 - 26,8 - 19,4$ en $67,9 - (26,8 + 19,4)$

8.2 $(54,6 + 48,6) + 18,6$ en $54,6 + (48,6 + 18,6)$

8.3 $(98,4 - 26,1) - 34,2$ en $98,4 - (26,1 - 34,2)$

8.4 $23 + 45 + 65 - 34 - 16$ en $23 - 16 - 34 + 65 + 45$

8.5 $67 \times 34 \div 12 \times 56 \div 23$ en $56 \div 12 \div 23 \times 34 \times 67$

8.6 Dink jy dat die bewerkingseienskap wat in 8.2 en 8.3 voorkom, ook vir \times en \div sal geld? Kontroleer jou voorspelling.

Vrae 1 tot 4 het ten doel die hersiening van sessies 2 en 3 met die teorie dat die herhaalde blootstelling en gepaardgaande refleksie en bespreking sal bydra om aan leerlingbewustheid van hierdie getaleienskap 'n hoër mate van permanensie te verleen.

Vraag 5 het vlak 4-bewustheid ten doel, naamlik veralgemening van die eienskap.

Vraag 6 was weer 'n poging om 'n konkrete situasie te benut en leerlinge daartoe te lei, deur bespreking, dat die berekening op twee maniere hanteer kan word, en dat die twee maniere in beginsel die distributiewe eienskap illustreer. Weinig leerlinge het egter enige sukses met hierdie vraag gehad.

Vraag 7 het nie veel positiewe resultate opgelewer nie, maar dit kan ook toegeskryf word aan die feit dat dit amper tyd was vir die klok om te lui om die begin van die pouse aan te dui.

By vraag 8 is glad nie uitgekom nie, en die navorser het aan die leerlinge gesê om dit self by die huis te gaan doen.

4.7 RESULTATE VAN LEERLINGRESPONSE OP DIE VRAELYSSTE: Skole 1 tot 4

Vergelykbaarheid van die voor- en natoets by skole 1 tot 4

Die voortoets (vraelys 2) toets leerlingbewustheid van 'n wye verskeidenheid bewerkingseienskappe. Tydens die navorsing se onderrigssessies het hy egter feitlik uitsluitlik op die distributiewe eienskap gekonsentreer. Dit was omdat hy slegs 'n paar periodes van elke skool wou of kon gebruik. As gevolg hiervan het die natoets (vraelys 2b) slegs leerlingbewustheid van die distributiewe eienskap getoets. Die twee vraelyste is dus nie direk met mekaar vergelykbaar nie, wat dit in die algemeen moeilik maak om te bepaal of daar wel 'n verhoging in leerlingbewustheid van 'n verskeidenheid bewerkingseienskappe plaasgevind het. Daar is egter wel vergelykbare vrae ten opsigte van leerlingbewustheid van die distributiewe eienskap, en daarvolgens kan wel bepaal word of daar 'n verhoging in bewustheid plaasgevind het. Hierdie vrae, en 'n bespreking van die resultate daarvan, sal in meer detail in hoofstuk 5 behandel word.

Vraelys 2 (die voortoets) is gedurende Maart 1994 deur die leerlinge van skole 1 tot 4 voltooi. Vraelys 2b (die natoets) het hulle gedurende Augustus 1994 beantwoord.

Skool 5 het vraelys 2b beide as voortoets en natoets beantwoord. Die voortoetsvraelys is beantwoord twee weke voor die eerste onderrigssessie by daardie skool, en die natoetsvraelys is beantwoord gedurende die eerste week van Desember 1994, dit wil sê drie maande na die onderrigssessies.

Hieronder volg die resultate van die response van skole 1 tot 4 se leerlinge. Soos vroeër in hierdie verslag genoem, is vraelyste 2 (die voortoets) en 2b (die natoets) nie direk vergelykbaar met mekaar nie, aangesien vraelys 2 leerlingbewustheid van feitlik alle bewerkingseienskappe probeer meet, terwyl vraelys 2b slegs op die distributiewe eienskap konsentreer.

Ná die rapportering van die uitslae van skole 1 tot 4 volg die rapportering van die uitslae van skool 5. Die rede vir die afsonderlike hantering is die feit dat die leerlinge van skool 5 vraelys 2b beide as voortoets en as natoets beantwoord het, en dus kan daar 'n direkte vergelyking tussen die voor- en natoets in hulle geval getref word.

Gerieflikheidshalwe word die vrae uit vraelys 2 en 2b weer hier aangetoon alvorens die resultate aangedui word.

4.7.1 Vraelys 2

Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende:

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraag 1.1: $59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5$

In hierdie vraag word die leerling se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap gemeet. Wanneer hy hierdie eienskap doelbewus toepas, vergemaklik dit die berekening aansienlik. Hierdie ideale situasie word met metode 1 aangetoon, en word **op die tabel ge-arseer**.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.1 aangetoon.

| METODE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|---------------|-----------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 1.1 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| IK | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 7 | 23,3 | 7 | 23,3 | 14 | 15,7 |
| 1V | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 4 | 13,3 | 0 | 0,0 | 4 | 4,5 |
| 2K | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2V | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 2 | 2,3 |
| 3K | 4 | 50,0 | 14 | 43,8 | 7 | 23,3 | 8 | 42,1 | 32 | 36,0 |
| 3V | 3 | 37,5 | 15 | 46,9 | 9 | 30,0 | 2 | 10,5 | 29 | 32,6 |
| 4 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 5 | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 0 | 0,0 | 1 | 5,3 | 2 | 2,3 |
| 6 | 1 | 12,5 | 1 | 3,1 | 0 | 0,0 | 1 | 5,26 | 3 | 3,37 |
| 7 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 8 | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 2 | 2,3 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.1

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging oor optelling en/of aftrekking) doelbewus benut word, met ander woorde vlak 3 bewustheid, nl:

$$\begin{aligned}
 & 59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5 \\
 = & 59 \times (6 + 9 - 5) \\
 = & 59 \times 10 \\
 = & 590
 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Tipiese metode 1K response lyk as volg:

$$\begin{aligned}
 * & 6 + 9 = 15 \\
 & 15 - 5 = 10 \\
 & 59 \times 10 = 590 \\
 * & 6 + 9 - 5 = 10 \\
 & 59 \times 10 = 590 \\
 * & 59 \times 15 - 59 \times 5 = 59 \times 10 \\
 & 59 \times 10 = 590 \\
 * & 6 + 9 = 15 \\
 & 15 \times 59 \\
 & 10 \times 59 = 590 \\
 & 590 \div 2 = 290 \\
 & 590 + 290 = 880 \\
 & 880 - 290 = 590 \\
 * & (59 \times 6) - (59 \times 5) = 59 \\
 & 59 + (59 \times 9) = 590
 \end{aligned}$$

Tipiese metode 1V response lyk as volg:

$$\begin{aligned}
 * & 6 + 9 + 5 = 20 \\
 & 50 \times 20 = 1000 \\
 & 9 \times 20 = 180 \\
 & 1000 + 180 = 1180
 \end{aligned}$$

$$1000 + 180 = 1180$$

$$\begin{array}{r}
 * \quad 50 \times 20 \rightarrow 1000 \\
 \quad \quad 9 \times 20 \rightarrow 180
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 50 \times 20 \\ 9 \times 20 \end{array}} \right\} 1180$$

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om hierdie bewerkingsienskap toe te pas.

Tipiese metode 2V response lyk as volg:

$$* \quad 59 \times 20 \rightarrow 1180 - 295 = 885$$

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die bewerkingsienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, nl:

$$\begin{aligned}
 & 59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5 \\
 = & 354 + 531 - 295 \\
 = & 590
 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Tipiese metode 3K response lyk as volg:

$$\begin{array}{l}
 * \quad 59 \times 6 = 354 \\
 \quad \quad 59 \times 9 = 531 \\
 \quad \quad 59 \times 5 = 295 \\
 \quad \quad (354 + 531) - 295 = 590 \\
 * \quad 50 \times 6 = 300 \quad \quad 9 \times 6 = 54 + 300 = 354 \\
 \quad \quad 50 \times 9 = 450 \quad \quad 9 \times 9 = 81 + 450 = 531 \\
 \quad \quad 50 \times 5 = 250 \quad \quad 9 \times 5 = 45 + 250 = 295 \\
 \quad \quad 354 + 531 \rightarrow 885 - 295 = 590 \\
 * \quad \begin{array}{r}
 59 \quad 59 \quad 59 \quad 354 \quad 885 \\
 \underline{\times 9} \quad \underline{\times 9} \quad \underline{\times 9} \quad \underline{+531} \quad \underline{-295} \\
 354 \quad 531 \quad 295 \quad 885 \quad 590
 \end{array}
 \end{array}$$

Tipiese metode 3V response is as volg:

$$\begin{aligned}
 * \quad & 59 \times 5 = 395 + 59 = 454 + (59 \times 10 = 590) \\
 = \quad & 1044 - 59 = 985 - (59 \times 5 = 395) \\
 = \quad & 490 \\
 * \quad & 60 \times 6 \rightarrow 360 \\
 & 360 - 6 \rightarrow 354 \\
 & 90 \times 9 \rightarrow 540 \\
 & 540 - 9 \rightarrow 531 \\
 & 59 \times 5 \rightarrow 295 \\
 & 354 + 531 \rightarrow 885 \\
 & 885 + 295 = 1180 \\
 * \quad & 60 \times 6 \rightarrow 360 - 6 = \underline{354} \\
 & 60 \times 9 \rightarrow 510 - 9 = \underline{501} \\
 & 60 \times 5 \rightarrow 300 - 5 = \underline{295} \\
 & 354 + 501 \rightarrow 855 - 295 = \underline{560}
 \end{aligned}$$

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 word beskou as waar 'n leerling metode 3 gevolg het, maar nie die berekening voltooi het nie.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van die bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Onverstaanbare bewerkings.

Metode 8: Die res.

Tipiese metode 8 response is as volg:

$$\begin{aligned}
 * \quad & 59 \times 6 = 354 + 354 \\
 & - 354 = 354
 \end{aligned}$$

| | | | | | |
|---|------------|-----------|-----------|------------|------------|
| * | 59 | 352 | 3168 | 15840 | 15781 |
| | <u>x6</u> | <u>x9</u> | <u>x5</u> | <u>-59</u> | <u>+59</u> |
| | 52 | 3168 | 15840 | 15781 | 15840 |
| | <u>300</u> | | | | |
| | <u>352</u> | | | | |

4.7.2 Vraelys 2b

Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraag 1.1: 9 seuns gaan op 'n fietstoer. 'n Borg skenk aan elkeen 'n spaarbinneband teen R7,48 en 'n spesiale hemp teen R12,52. Hoeveel kos dit die borg altesaam?

Vraag 1.3: $18,3 \times 13 + 18,3 \times 7$

Vrae 1.1 en 1.3 se response word gesamentlik gerapporteer, aangesien albei oor die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging versprei oor optelling) handel. Vraag 1.1 is egter 'n konkrete probleem, terwyl 1.3 'n kontekslose probleem of suiwer getaluitdrukking is. Die vier skole se response op beide vrae word apart aangedui.

Die leerlingresponse op hierdie twee vrae verskyn in tabel 4.7.1 a tot d. Die klassifikasie van leerlingmetodes is identies aan dié van vraag 1.1 in vraelys 2 hierbo.

| VRAELYS 2b | | | | |
|---------------|-----------|------------|-----------|--------------|
| SKOOL 1 | | | | |
| | VRAAG 1.1 | | VRAAG 1.3 | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 6 | 75,0 | 1 | 12,5 |
| 1V | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2K | 0 | 0,0 | 1 | 12,5 |
| 2V | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 3K | 2 | 25,0 | 3 | 37,5 |
| 3V | 0 | 0,0 | 1 | 12,5 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 12,5 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 12,5 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0,0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0,0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 8 | 100 | 8 | 100,0 |

Tabel 4.7.2(a)

| VRAELYS 2b | | | | |
|---------------|-----------|------------|-----------|--------------|
| SKOOL 2 | | | | |
| | VRAAG 1.1 | | VRAAG 1.3 | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 22 | 68,8 | 6 | 18,8 |
| 1V | 1 | 3,1 | 2 | 6,3 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0,0 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0,0 |
| 3K | 4 | 12,5 | 5 | 15,6 |
| 3V | 5 | 15,6 | 12 | 37,5 |
| 4 | 0 | 0 | 2 | 6,3 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 3,1 |
| 6 | 0 | 0 | 2 | 6,3 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 3,1 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 3,1 |
| TOTAAL | 32 | 100 | 32 | 100,0 |

Tabel 4.7.2(b)

| VRAELYS 2b | | | | |
|---------------|-----------|-------|-----------|-------|
| SKOOL 3 | | | | |
| | VRAAG 1.1 | | VRAAG 1.3 | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 21 | 70,0 | 8 | 26,7 |
| 1V | 2 | 6,7 | 2 | 6,7 |
| 2K | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2V | 0 | 0,0 | 1 | 3,3 |
| 3K | 3 | 10,0 | 3 | 10,0 |
| 3V | 4 | 13,3 | 14 | 46,7 |
| 4 | 0 | 0,0 | 2 | 6,7 |
| 5 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 6 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 7 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 8 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 30 | 100,0 | 30 | 100,0 |

Tabel 4.7.2(c)

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|-----------|-------|
| SKOOL 4 | | | | |
| | VRAAG 1.1 | | VRAAG 1.3 | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 19 | 100,0 | 11 | 57,9 |
| 1V | 0 | 0,0 | 5 | 26,3 |
| 2K | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2V | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 3K | 0 | 0,0 | 1 | 5,3 |
| 3V | 0 | 0,0 | 2 | 10,5 |
| 4 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 5 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 6 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 7 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 8 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 4.7.2(d)

In die geval van 1.1 word 'n berekeningsmetode as metode 1 geklassifiseer wanneer die leerling dit (by implikasie) as volg doen:

$$\begin{aligned}
 9 \times 7,48 + 9 \times 12,52 &= 9 \times (7,48 + 12,52) \\
 &= 9 \times 20 \\
 &= 180
 \end{aligned}$$

'n Berekeningsmetode word as metode 3 geklassifiseer as 'n leerling eers die twee partiële produkte (probeer) bereken, en dan die som daarvan bepaal.

In die geval van 1.3 word 'n berekeningsmetode as metode 1 geklassifiseer wanneer die leerling die distributiewe eienskap herken en dit doelbewus benut. So 'n berekening sal dus met die volgende rekenmetode ooreenstem:

$$\begin{aligned}
 18,3 \times 13 + 18,3 \times 7 &= 18,3 \times (13 + 7) \\
 &= 18,3 \times 20 \\
 &= 366
 \end{aligned}$$

'n Berekeningsmetode word as metode 3 geklassifiseer as 'n leerling eers die twee parsieë produkte (probeer) bereken, en dan die som daarvan bepaal.

Die lesers aandag word gevestig op die groot verskil tussen die response op vrae 1.1 en 1.3.

'n Vergelyking tussen vraag 1.1 uit vraelys 2 en vraag 1.3 uit vraelys 2b:

'n Direkte vergelyking van die response op hierdie twee vrae word in tabelle 4.7.2 e tot h aangetoon. Die doel hiervan is om aan te toon of daar 'n verhoging van vlak 3 bewustheid plaasgevind het. Dit word weerspieël deur die frekwensie van die 1K en 1V klassifikasies.

| METODE | SKOOL 1 | | | |
|---------------|-----------|------------|------------|--------------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 1.1 | | VRAAG 1.3 | |
| | N | % | N | % |
| 1K | 0 | 0 | 1 | 12,5 |
| 1V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2K | 0 | 0 | 1 | 12,5 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 4 | 50,0 | 3 | 37,5 |
| 3V | 3 | 37,5 | 1 | 12,5 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 12,5 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 12,5 |
| 6 | 1 | 12,5 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 8 | 100 | 8 | 100,0 |

Tabel 4.7.2(e)

| METODE | SKOOL 2 | | | |
|---------------|-----------|------------|------------|------------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 1.1 | | VRAAG 1.3 | |
| | N | % | N | % |
| 1K | 0 | 0 | 6 | 18,8 |
| 1V | 0 | 0 | 2 | 6,3 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 14 | 43,8 | 5 | 15,6 |
| 3V | 15 | 46,9 | 12 | 37,5 |
| 4 | 0 | 0 | 2 | 6,3 |
| 5 | 1 | 3,1 | 1 | 3,1 |
| 6 | 1 | 3,1 | 2 | 6,3 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 3,1 |
| 8 | 1 | 3,1 | 1 | 3,1 |
| TOTAAL | 32 | 100 | 32 | 100 |

Tabel 4.7.2(f)

| METODE | SKOOL 3 | | | |
|---------------|-----------|------------|------------|------------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 1.1 | | VRAAG 1.3 | |
| | N | % | N | % |
| 1K | 7 | 23,3 | 8 | 26,7 |
| 1V | 4 | 13,3 | 2 | 6,7 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2V | 2 | 6,7 | 1 | 3,3 |
| 3K | 7 | 23,3 | 3 | 10,0 |
| 3V | 9 | 30,0 | 14 | 46,7 |
| 4 | 0 | 0 | 2 | 6,7 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 1 | 3,3 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 30 | 100 | 30 | 100 |

Tabel 4.7.2(g)

| METODE | SKOOL 4 | | | |
|--------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 1.1 | | VRAAG 1.3 | |
| | N | % | N | % |
| 1K | 7 | 36,8 | 11 | 57,9 |
| 1V | 0 | 0 | 5 | 26,3 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 8 | 42,1 | 1 | 5,3 |
| 3V | 2 | 10,5 | 2 | 10,5 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 19 | 100 | 19 | 100 |

Tabel 4.7.2(h)

4.7.3 Vraelys 2

Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraag 1.2: $(24 \times 7 + 24 \times 13) \div 24$

In hierdie vraag word die leerling se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap vir deling van regs oor optelling getoets. Wanneer hy hierdie bewerkingseienskap doelbewus benut, vergemaklik dit die berekening aansienlik. Hierdie ideale situasie word met metode 1 aangetoon, en word **op die tabel ge-arseeer**.

Opmerking: In retrospek is dit nie 'n goeie vraag om te toets wat dit wil toets nie. 'n Vraag soos vraag 1.2 uit vraelys 2b (naamlik $25,6 \div 6 + 4,2 \div 6$) is baie meer geskik.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.3 aangetoon.

| METODE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|--------|-----------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 1.2 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| IK | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 14 | 46,7 | 12 | 63,2 | 27 | 27,0 |
| IV | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 4 | 13,3 | 1 | 5,3 | 5 | 1,1 |
| 2K | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2V | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 3K | 5 | 62,5 | 15 | 46,9 | 12 | 40,0 | 4 | 21,1 | 36 | 40,5 |
| 3V | 1 | 12,5 | 13 | 40,6 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 16 | 18,0 |
| 4 | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 0 | 0,0 | 1 | 5,3 | 2 | 2,3 |
| 5 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 1 | 1,1 |
| 6 | 2 | 25,0 | 2 | 6,3 | 1 | 3,3 | 1 | 5,3 | 6 | 6,7 |
| 7 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.3

Metode 1:

$$\begin{aligned}
 & (24 \times 7 + 24 \times 13) \div 24 \\
 = & (24 \times 7) \div 24 + (24 \times 13) \div 24 \\
 = & 7 + 13 \\
 = & 20
 \end{aligned}$$

OF

$$\begin{aligned}
 & (24 \times 7 + 24 \times 13) \div 24 \\
 = & 24 \times (7 + 13) \div 24 \\
 = & 24 \times 20 \div 24 \\
 = & 20
 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om hierdie bewerkingsienskap toe te pas.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die bewerkingsienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, nl:

$$\begin{aligned} & (24 \times 7 + 24 \times 13) \div 24 \\ = & (168 + 312) \div 24 \\ = & 480 \div 24 \\ = & 20 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5: Onverstaanbare bewerkings.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van die bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Die res.

4.7.4 Vraelys 2b

Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraag 1.2: $25,8 \div 6 + 4,2 \div 6$

Vraag 1.4: 7 kinders besoek 'n lekkergoedfabriek. In een afdeling van die fabriek gee die voorman vir hulle 145 lekkers om gelykop tussen hulle te verdeel. In 'n ander afdeling kry hulle 65 om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel lekkers het elke kind altesaam gekry?

Die leerlingresponse op hierdie twee vrae verskyn apart vir skole 1 tot 4 in tabelle 4.7.4 a tot d. Die klassifikasie van leerlingmetodes is identies as dié van vraag 1.2 in vraelys 2 hierbo (verwys na 4.7.3).

| | VRAELYS 2b | | | |
|---------------|------------|------------|-----------|------------|
| | SKOOL 1 | | | |
| | VRAAG 1.2 | | VRAAG 1.4 | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 1 | 12,5 | 8 | 100,0 |
| 1V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 3 | 37,5 | 0 | 0 |
| 3V | 1 | 12,5 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 12,5 | 0 | 0 |
| 5 | 2 | 25,0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 8 | 100 | 8 | 100 |

Tabel 4.7.4(a)

| | VRAELYS 2b | | | |
|---------------|------------|------------|-----------|------------|
| | SKOOL 2 | | | |
| | VRAAG 1.2 | | VRAAG 1.4 | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 7 | 21,9 | 26 | 81,3 |
| 1V | 0 | 0 | 1 | 3,1 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2V | 1 | 3,1 | 0 | 0 |
| 3K | 11 | 34,4 | 1 | 3,1 |
| 3V | 8 | 25,0 | 2 | 6,3 |
| 4 | 2 | 6,3 | 0 | 0 |
| 5 | 1 | 3,1 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 3,1 | 0 | 0 |
| 7 | 1 | 3,1 | 2 | 6,3 |
| TOTAAL | 32 | 100 | 32 | 100 |

Tabel 4.7.4(b)

| | VRAELYS 2b | | | |
|--------|------------|------|-----------|------|
| | SKOOL 3 | | | |
| | VRAAG 1.2 | | VRAAG 1.4 | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 9 | 30,0 | 22 | 73,3 |
| 1V | 1 | 3,3 | 4 | 13,3 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 4 | 13,3 | 3 | 10,0 |
| 3V | 13 | 43,3 | 1 | 3,3 |
| 4 | 2 | 6,7 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 3,3 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 30 | 100 | 30 | 100 |

Tabel 4.7.4(c)

| | VRAELYS 2b | | | |
|--------|------------|------|-----------|------|
| | SKOOL 4 | | | |
| | VRAAG 1.2 | | VRAAG 1.4 | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 14 | 73,7 | 18 | 94,7 |
| 1V | 2 | 10,5 | 1 | 5,3 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 2 | 10,5 | 0 | 0 |
| 3V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 19 | 100 | 19 | 100 |

Tabel 4.7.4(d)

Kommentaar:Vraag 1.2 uit vraelys 2 en vraag 1.2 uit vraelys 2b:

'n Direkte vergelyking van die response op hierdie twee vrae word in tabelle 4.7.4 e tot h aangetoon. Die doel hiervan is om aan te dui of daar 'n verhoging in vlak 3 bewustheid by leerlinge plaasgevind het. Dit word weerspieël deur die frekwensie van die 1K en 1V response.

Gerieflikheidshalwe word die getaluitdrukkinge in hierdie twee vrae hieronder aangetoon:

Vraelys 2: $(24 \times 7 + 24 \times 13) \div 24$

Vraelys 2b: $25,8 \div 6 + 4,2 \div 6$

| METODE | SKOOL 1 | | | |
|---------------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 1.2 | | VRAAG 1.2 | |
| | N | % | N | % |
| 1K | 0 | 0 | 1 | 12,5 |
| 1V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 5 | 62,5 | 3 | 37,5 |
| 3V | 1 | 12,5 | 1 | 12,5 |
| 4 | 0 | 0 | 1 | 12,5 |
| 5 | 0 | 0 | 2 | 25,0 |
| 6 | 2 | 25,0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 8 | 100 | 8 | 100 |

Tabel 4.7.4(e)

| METODE | SKOOL 2 | | | |
|---------------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 1.2 | | VRAAG 1.2 | |
| | N | % | N | % |
| 1K | 1 | 3,1 | 7 | 21,9 |
| 1V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2K | 0 | 0 | 1 | 3,1 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 15 | 46,9 | 11 | 34,4 |
| 3V | 13 | 40,6 | 8 | 25,0 |
| 4 | 1 | 3,1 | 2 | 6,3 |
| 5 | 0 | 0 | 1 | 3,1 |
| 6 | 2 | 6,3 | 1 | 3,1 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 3,1 |
| TOTAAL | 32 | 100 | 32 | 100 |

Tabel 4.7.4(f)

| METODE | SKOOL 3 | | | |
|---------------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 1.2 | | VRAAG 1.2 | |
| | N | % | N | % |
| 1K | 14 | 49,7 | 9 | 30,0 |
| 1V | 0 | 0 | 1 | 3,3 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 12 | 40,0 | 4 | 13,3 |
| 3V | 2 | 6,7 | 13 | 43,3 |
| 4 | 0 | 0 | 2 | 6,7 |
| 5 | 1 | 3,3 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 3,3 | 1 | 3,3 |
| 7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 30 | 100 | 30 | 100 |

Tabel 4.7.4(g)

| METODE | SKOOL 4 | | | |
|--------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 1.2 | | VRAAG 1.2 | |
| | N | % | N | % |
| 1K | 12 | 63,2 | 14 | 73,7 |
| 1V | 1 | 5,3 | 2 | 10,5 |
| 2K | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 4 | 21,1 | 2 | 10,5 |
| 3V | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 5,3 |
| TOTAAL | 19 | 100 | 19 | 100 |

Tabel 4.7.4(h)

4.7.5 Vraelys 2

Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraag 1.3: $(\frac{3}{4} + \frac{5}{13}) + \frac{8}{13}$

In hierdie vraag word gemeet of die leerling die assosiatiewe eienskap vir optelling doelwus benut. Wanneer hy hierdie bewerkingseienskap benut, vergemaklik dit die berekening aansienlik. Hierdie ideale situasie word met metode 1 aangetoon, en **op die tabel ge-arseer**.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.5 aangetoon.

| METODE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|--------|-----------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 1.3 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 0 | 0,0 | 2 | 6,3 | 11 | 36,7 | 15 | 79,0 | 28 | 31,5 |
| 1V | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2K | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2V | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 3K | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 2 | 2,3 |
| 3V | 5 | 62,5 | 8 | 25,0 | 3 | 10,0 | 0 | 0,0 | 16 | 18,0 |
| 4 | 1 | 12,5 | 1 | 3,1 | 2 | 6,7 | 1 | 5,3 | 5 | 5,6 |
| 5 | 1 | 12,5 | 10 | 31,3 | 10 | 33,3 | 3 | 15,9 | 24 | 27,0 |
| 6 | 1 | 12,5 | 10 | 31,3 | 3 | 10,0 | 0 | 0,0 | 14 | 15,7 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.5

Metode 1:

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{13}\right) + \frac{8}{13} \\
 = & \frac{3}{4} + \left(\frac{5}{13} + \frac{8}{13}\right) \\
 = & \frac{3}{4} + \frac{13}{13} \\
 = & \frac{3}{4} + 1 \\
 = & 1\frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om hierdie bewerkingsienskap toe te pas.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die bewerkingsienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, nl:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{13}\right) + \frac{8}{13} \\ = & \left(\frac{39}{52} + \frac{20}{52}\right) + \frac{32}{52} \\ = & \frac{59}{52} + \frac{32}{52} \\ = & \frac{91}{52} \\ = & \frac{139}{52} \\ = & 1\frac{3}{4} \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 Onverstaanbare bewerkings.

Metode 6 Die res.

4.7.6 VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Die doel met hierdie vrae is om vas te stel of leerlinge die betrokke bewerkingseienskap herken, dit wil sê, vlak 2 bewustheid word gemeet.

Vraelys 2

Vraag 2.1: $87 - 65 + 46 + 39 - 28$ en $46 + 87 - 28 - 65 + 39$

Die klassifikasie wat hier, sowel as in die hele vraag 2 gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat impliseer dat die volgorde van optelling en aftrekking nie saak maak nie. Dit dui dus op die algemene herrangskikkingsbeginsel vir optelling en aftrekking.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 4.7.6 aangetoon:

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|-----------|------|---------|------|---------|------|---------|-------|--------|-------|
| | VRAAG 2.1 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 2 | 25,0 | 13 | 40,6 | 6 | 20,0 | 19 | 100,0 | 40 | 44,9 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 2 | 2,3 |
| D | 0 | 0,0 | 8 | 25,0 | 8 | 26,7 | 0 | 0,0 | 16 | 18,0 |
| E | 5 | 62,5 | 2 | 6,3 | 14 | 46,7 | 0 | 0,0 | 21 | 23,6 |
| F | 1 | 12,5 | 8 | 25,0 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 10 | 11,2 |
| G | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.6

4.7.7 Vraelys 2

Vraag 2.2: 37 x 150 en 37 x 100 + 37 x 50

Vraelys 2b

Vraag 2.1: 37 x 150 en 37 x 95 + 37 x 55

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 4.7.7 a tot d aangetoon. Die skole se resultate word apart aangetoon, en vir elke skool word die skool se response op die vraag

uit die voortoets (vraelys 2) en die vraag uit die natoets (vraelys 2b) op dieselfde tabel aangetoon. Die rede hiervoor is om aan te dui of daar 'n verhoging in leerlinge se vlak van bewustheid plaasgevind het.

| KATEGORIE | SKOOL 1 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.2 | | VRAAG 2.1 | |
| | N | % | N | % |
| A | 2 | 25,0 | 3 | 37,5 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 1 | 12,5 | 3 | 37,5 |
| E | 3 | 37,5 | 0 | 0 |
| F | 2 | 25,0 | 1 | 12,5 |
| G | 0 | 0 | 1 | 12,5 |
| TOTAAL | 8 | 100 | 8 | 100 |

Tabel 4.7.7(a)

| KATEGORIE | SKOOL 2 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.2 | | VRAAG 2.1 | |
| | N | % | N | % |
| A | 8 | 25,0 | 17 | 53,1 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 3 | 9,4 | 3 | 9,4 |
| D | 11 | 34,4 | 10 | 31,3 |
| E | 3 | 9,4 | 2 | 6,3 |
| F | 7 | 21,9 | 0 | 0 |
| G | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 32 | 100 | 32 | 100 |

Tabel 4.7.7(b)

| | SKOOL 3 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.2 | | VRAAG 2.1 | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 7 | 23,3 | 16 | 53,3 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 3 | 10,0 | 1 | 3,3 |
| D | 4 | 13,3 | 8 | 26,7 |
| E | 11 | 36,7 | 4 | 13,3 |
| F | 3 | 10,0 | 0 | 0 |
| G | 2 | 6,7 | 1 | 3,3 |
| TOTAAL | 30 | 100 | 30 | 100 |

Tabel 4.7.7(c)

| | SKOOL 4 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.2 | | VRAAG 2.1 | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 11 | 57,9 | 14 | 73,7 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 4 | 21,1 | 1 | 5,3 |
| D | 3 | 15,8 | 4 | 21,1 |
| E | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| F | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 19 | 100 | 19 | 100 |

Tabel 4.7.7(d)

4.7.8 Vraelys 2

Vraag 2.3: $225 \div 18$ en $300 \div 18 - 75 \div 18$

Vraelys 2b

Vraag 2.2: $225 \div 18$ en $300 \div 18 - 75 \div 18$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van deling van regs oor aftrekking toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 4.7.8 a tot d aangetoon.

| | SKOOL 1 | | | |
|---------------|-----------|------------|------------|------------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.3 | | VRAAG 2.2 | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 2 | 25,0 | 2 | 25,0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 1 | 12,5 | 5 | 62,5 |
| E | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 4 | 50,0 | 1 | 12,5 |
| G | 1 | 12,5 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 8 | 100 | 8 | 100 |

Tabel 4.7.8(a)

| | SKOOL 2 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.3 | | VRAAG 2.2 | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 4 | 12,5 | 11 | 34,4 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 0 | 0 | 3 | 9,38 |
| D | 17 | 53,1 | 14 | 43,8 |
| E | 3 | 9,4 | 3 | 9,4 |
| F | 7 | 21,9 | 1 | 3,1 |
| G | 1 | 3,1 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 32 | 100 | 32 | 100 |

Tabel 4.7.8(b)

| | SKOOL 3 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.3 | | VRAAG 2.2 | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 5 | 16,7 | 22 | 73,3 |
| B | 1 | 3,3 | 0 | 0 |
| C | 1 | 3,3 | 0 | 0 |
| D | 2 | 6,7 | 4 | 13,3 |
| E | 10 | 33,3 | 0 | 0 |
| F | 8 | 26,7 | 3 | 10,0 |
| G | 3 | 10,0 | 1 | 3,3 |
| TOTAAL | 30 | 100 | 30 | 100 |

Tabel 4.7.8(c)

| | SKOOL 4 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.3 | | VRAAG 2.2 | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 8 | 42,1 | 15 | 79,0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 4 | 21,1 | 0 | 0 |
| E | 1 | 5,3 | 4 | 21,1 |
| F | 6 | 31,6 | 0 | 0 |
| G | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 19 | 100 | 19 | 100 |

Tabel 4.7.8(d)

4.7.9 Vraelys 2

Vraag 2.4: 856,3 + 328,9

en

328,9 + 856,3

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die kommutatiewe eienskap van optelling hier toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.9 aangetoon. Daar is nie 'n ooreenstemmende vraag in vraelys 2b nie, en daarom kan geen vergelyking getref word tuseen leerlingresponse in die voortoets en die natoets nie. Al vier skole se response word in dieselfde tabel aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|-----------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.4 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 4 | 50,0 | 23 | 71,9 | 11 | 36,7 | 17 | 89,5 | 55 | 61,8 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 2 | 6,3 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 3 | 3,4 |
| D | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| E | 3 | 37,5 | 6 | 18,8 | 13 | 43,3 | 2 | 10,5 | 24 | 27,0 |
| F | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 2 | 2,3 |
| G | 1 | 12,5 | 0 | 0,0 | 4 | 13,3 | 0 | 0,0 | 5 | 5,6 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.9

4.7.10 Vraelys 2

Vraag 2.5: 276,5 - 298,5

en

298,5 - 276,5

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die kommutatiewe eienskap nie vir aftrekking geld nie.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.10 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|-----------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.5 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 2 | 25,0 | 10 | 31,3 | 10 | 33,3 | 16 | 84,2 | 38 | 42,7 |
| C | 2 | 25,0 | 12 | 37,5 | 1 | 3,3 | 2 | 10,5 | 17 | 19,1 |
| D | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 2 | 6,7 | 1 | 5,3 | 4 | 4,5 |
| E | 0 | 0,0 | 4 | 12,5 | 9 | 30,0 | 0 | 0,0 | 13 | 14,6 |
| F | 3 | 37,5 | 5 | 15,6 | 4 | 13,3 | 0 | 0,0 | 12 | 13,5 |
| G | 1 | 12,5 | 0 | 0,0 | 4 | 13,3 | 0 | 0,0 | 5 | 5,6 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.10

4.7.11 Vraelys 2

Vraag 2.6: $23 \times 15 \div 18 \div 13 \times 27$ en $15 \div 13 \times 23 \div 18 \times 27$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat impliseer dat die volgorde van vermenigvuldiging en deling nie saak maak nie. Dit dui dus op die algemene herrangskikkingsbeginsel vir vermenigvuldiging en deling.

Leerlingresponse vir hierdie vraag word in tabel 4.7.11 aangetoon:

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|-----------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.6 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 1 | 12,5 | 8 | 25,0 | 2 | 6,7 | 5 | 26,3 | 16 | 18,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| D | 2 | 25,0 | 11 | 34,4 | 4 | 13,3 | 10 | 52,6 | 27 | 30,3 |
| E | 0 | 0,0 | 3 | 9,4 | 8 | 26,7 | 0 | 0,0 | 11 | 12,4 |
| F | 2 | 25,0 | 9 | 28,1 | 8 | 26,7 | 4 | 21,1 | 23 | 25,8 |
| G | 3 | 37,5 | 1 | 3,1 | 8 | 26,7 | 0 | 0,0 | 12 | 13,5 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.11

4.7.12 Vraelys 2

Vraag 2.7: $320 \div 17$ en $320 \div 11 + 320 \div 6$

Vraelys 2b

Vraag 2.3: $320 \div 17$ en $320 \div 11 + 320 \div 6$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap nie vir deling van links oor optelling geld nie.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 4.7.12 a tot d aangetoon.

| | SKOOL 1 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.7 | | VRAAG 2.3 | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 2 | 25,0 | 7 | 87,5 |
| D | 0 | 0 | 1 | 12,5 |
| E | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 3 | 37,5 | 0 | 0 |
| G | 3 | 37,5 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 8 | 100 | 8 | 100 |

Tabel 4.7.12(a)

| | SKOOL 2 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.7 | | VRAAG 2.3 | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 3 | 9,4 | 4 | 12,5 |
| C | 8 | 25,0 | 17 | 53,1 |
| D | 10 | 31,3 | 4 | 12,5 |
| E | 4 | 12,5 | 5 | 15,6 |
| F | 7 | 21,9 | 2 | 6,3 |
| G | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 32 | 100 | 32 | 100 |

Tabel 4.7.12(b)

| | SKOOL 3 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.7 | | VRAAG 2.3 | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 7 | 23,3 |
| C | 4 | 13,3 | 7 | 23,3 |
| D | 5 | 16,7 | 12 | 40,0 |
| E | 8 | 26,7 | 0 | 0 |
| F | 5 | 16,7 | 2 | 6,7 |
| G | 8 | 26,7 | 2 | 6,7 |
| TOTAAL | 30 | 100 | 30 | 100 |

Tabel 4.7.12(c)

| | SKOOL 4 | | | |
|-----------|-----------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.7 | | VRAAG 2.3 | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 5 | 26,3 | 16 | 84,2 |
| C | 6 | 31,6 | 2 | 10,5 |
| D | 4 | 21,1 | 0 | 0 |
| E | 0 | 0 | 1 | 5,3 |
| F | 2 | 10,5 | 0 | 0 |
| G | 2 | 10,5 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 19 | 100 | 19 | 100 |

Tabel 4.7.12(d)

4.7.13 Vraelys 2

Vraag 2.8: 235 x 23

en

23 x 235

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die kommutatiewe eienskap van vermenigvuldiging hier toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.13 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|-----------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.8 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 4 | 50,0 | 19 | 59,4 | 9 | 30,0 | 1 | 5,3 | 33 | 37,1 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 4 | 12,5 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 5 | 5,6 |
| D | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 1 | 1,1 |
| E | 3 | 37,5 | 8 | 25,0 | 13 | 43,3 | 0 | 0,0 | 24 | 27,0 |
| F | 1 | 12,5 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 1 | 1,1 |
| G | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 7 | 23,3 | 18 | 94,7 | 25 | 28,1 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.13

4.7.14 Vraelys 2Vraag 2.9: $435 \div 267$

en

 $267 \div 435$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die kommutatiewe eienskap nie vir deling geld nie.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.14 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|-----------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.9 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 2 | 25,0 | 14 | 43,8 | 10 | 33,3 | 1 | 5,3 | 27 | 30,3 |
| C | 1 | 12,5 | 8 | 25,0 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 10 | 11,2 |
| D | 2 | 25,0 | 2 | 6,3 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 4 | 4,5 |
| E | 0 | 0,0 | 4 | 12,5 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 6 | 6,7 |
| F | 1 | 12,5 | 4 | 12,5 | 10 | 33,3 | 0 | 0,0 | 15 | 16,9 |
| G | 2 | 25,0 | 0 | 0,0 | 7 | 23,3 | 18 | 94,7 | 27 | 30,3 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.14

4.7.15 Vraelys 2

Vraag 2.10: $(23,8 + 45,7) + 86,3$ en $23,8 + (45,7 + 86,3)$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die assosiatiewe eienskap van optelling hier toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.15 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.10 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 3 | 37,5 | 8 | 25,0 | 7 | 23,3 | 17 | 89,5 | 35 | 39,3 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 5 | 15,6 | 1 | 3,3 | 1 | 5,3 | 7 | 7,9 |
| D | 0 | 0,0 | 5 | 15,6 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 5 | 5,6 |
| E | 4 | 50,0 | 9 | 28,1 | 13 | 43,3 | 1 | 5,3 | 27 | 30,3 |
| F | 0 | 0,0 | 3 | 9,4 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 3 | 3,4 |
| G | 1 | 12,5 | 2 | 6,3 | 9 | 30,0 | 0 | 0,0 | 12 | 13,5 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.15

4.7.16 Vraelys 2

Vraag 2.11: $(76,2 - 39,9) - 23,7$ en $76,2 - (39,9 - 23,7)$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die assosiatiewe eienskap nie vir aftrekking geld nie.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.16 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.11 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 0 | 0,0 | 6 | 18,8 | 3 | 10,0 | 6 | 31,6 | 15 | 16,9 |
| C | 2 | 25,0 | 10 | 31,3 | 3 | 10,0 | 7 | 36,8 | 22 | 24,7 |
| D | 1 | 12,5 | 1 | 3,1 | 0 | 0,0 | 1 | 5,3 | 3 | 3,4 |
| E | 1 | 12,5 | 9 | 28,1 | 9 | 30,0 | 1 | 5,3 | 20 | 22,5 |
| F | 3 | 37,5 | 5 | 15,6 | 6 | 20,0 | 3 | 15,8 | 17 | 19,1 |
| G | 1 | 12,5 | 1 | 3,1 | 9 | 30,0 | 1 | 5,3 | 12 | 13,5 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.16

4.7.17 Vraelys 2Vraag 2.12: $(26 \times 24) \times 37$

en

 $26 \times (24 \times 37)$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die assosiatiewe eienskap van vermenigvuldiging hier toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.17 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.12 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 3 | 37,5 | 10 | 31,3 | 4 | 13,3 | 13 | 68,4 | 30 | 33,7 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 4 | 12,5 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 4 | 4,5 |
| D | 0 | 0,0 | 5 | 15,6 | 2 | 6,7 | 2 | 10,5 | 9 | 10,1 |
| E | 3 | 37,5 | 8 | 25,0 | 8 | 26,7 | 2 | 10,5 | 21 | 23,6 |
| F | 1 | 12,5 | 5 | 15,6 | 6 | 20,0 | 0 | 0,0 | 12 | 13,5 |
| G | 1 | 12,5 | 0 | 0,0 | 10 | 33,3 | 2 | 10,5 | 13 | 14,6 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.17

4.7.18 Vraelys 2

Vraag 2.13: $(365 \div 24) \div 5$ en $365 \div (24 \div 5)$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die assosiatiewe eienskap nie vir deling geld nie.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.18 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.13 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 0 | 0,0 | 6 | 18,8 | 3 | 10,0 | 10 | 52,6 | 19 | 21,6 |
| C | 2 | 25,0 | 7 | 21,9 | 1 | 3,3 | 4 | 21,1 | 14 | 15,9 |
| D | 1 | 12,5 | 5 | 15,6 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 8 | 9,1 |
| E | 0 | 0,0 | 7 | 21,9 | 6 | 20,0 | 0 | 0,0 | 13 | 14,8 |
| F | 1 | 14,3 | 6 | 18,8 | 7 | 23,3 | 3 | 15,8 | 17 | 19,1 |
| G | 3 | 42,9 | 1 | 3,1 | 11 | 36,7 | 2 | 10,5 | 17 | 19,3 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.18

4.7.19 Vraelys 2

Vraag 2.14: Trek 129 van 532 af. Trek dan 56 van die antwoord af. Trek dan 37 van die antwoord af.

en Tel 129 en 56 en 37 bymekaar. Trek die antwoord van 532 af.

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die leerling daarvan bewus is dat $532 - 129 - 56 - 37$ ekwivalent (gelykwaardig) is aan $532 - (129 + 56 + 37)$. Die leerling hoef dit egter nie eksplisiet in hierdie vorm te gee nie.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.19 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2 | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.14 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 1 | 12,5 | 6 | 18,8 | 5 | 16,7 | 10 | 52,6 | 22 | 24,7 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 2 | 6,7 | 1 | 5,3 | 4 | 4,5 |
| D | 0 | 0,0 | 9 | 28,1 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 11 | 12,4 |
| E | 3 | 37,5 | 9 | 28,1 | 9 | 30,0 | 2 | 10,5 | 23 | 25,8 |
| F | 2 | 25,0 | 4 | 12,5 | 3 | 10,0 | 3 | 15,8 | 12 | 13,5 |
| G | 2 | 25,0 | 3 | 9,4 | 9 | 30,0 | 3 | 15,8 | 17 | 19,1 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.19

4.7.20 Vraelys 2bVraag 2.4: $35 \times (21 + 37)$ en $35 \times 21 + 35 \times 37$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.20 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2b | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.4 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 2 | 25,0 | 12 | 37,5 | 16 | 53,3 | 14 | 73,7 | 44 | 49,4 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 2 | 25,0 | 3 | 9,4 | 1 | 3,3 | 3 | 15,8 | 9 | 10,1 |
| D | 4 | 50,0 | 9 | 28,1 | 10 | 33,3 | 1 | 5,3 | 24 | 27,0 |
| E | 0 | 0,0 | 5 | 15,6 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 6 | 6,7 |
| F | 0 | 0,0 | 3 | 9,4 | 0 | 0,0 | 1 | 5,3 | 4 | 4,5 |
| G | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 2 | 2,3 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.20

4.7.21 Vraelys 2b

Vraag 2.5: 28 x 18

en

28 x 22 - 28 x 4

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor aftrekking toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.21 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2b | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.5 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 5 | 62,5 | 13 | 40,6 | 24 | 80,0 | 15 | 79,0 | 57 | 64,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 1 | 1,1 |
| D | 2 | 25,0 | 10 | 31,3 | 2 | 6,7 | 3 | 15,8 | 17 | 19,1 |
| E | 1 | 12,5 | 7 | 21,9 | 0 | 0,0 | 1 | 5,3 | 9 | 10,1 |
| F | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 1 | 3,3 | 0 | 0,0 | 2 | 2,3 |
| G | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 3 | 3,3 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.21

4.7.22 Vraelys 2b

Vraag 2.6: 275 x 43

en

220 x 43 + 55

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling nie korrek toegepas word nie.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.22 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2b | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.6 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 2 | 25,0 | 8 | 25,0 | 13 | 43,3 | 12 | 63,1 | 35 | 39,3 |
| C | 1 | 12,5 | 10 | 31,3 | 4 | 13,3 | 3 | 16,8 | 18 | 20,2 |
| D | 2 | 25,0 | 7 | 21,9 | 8 | 26,7 | 3 | 15,8 | 20 | 22,5 |
| E | 1 | 12,5 | 3 | 9,4 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 6 | 6,7 |
| F | 1 | 14,3 | 3 | 9,4 | 1 | 3,3 | 1 | 5,3 | 6 | 6,7 |
| G | 1 | 12,5 | 1 | 3,1 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 4 | 4,5 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.22

4.7.23

Vraelys 2b

Vraag 2.7: $> \text{---} \boxed{\times 8} \text{---} \rightarrow \boxed{+24} \text{---} >$ en $> \text{---} \boxed{+3} \rightarrow \boxed{\times 8} \text{---} >$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.23 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2b | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.7 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 3 | 37,5 | 5 | 15,6 | 5 | 16,7 | 9 | 47,4 | 22 | 24,7 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 3 | 9,4 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 3 | 3,4 |
| D | 0 | 0,0 | 10 | 31,3 | 8 | 26,7 | 0 | 0,0 | 18 | 20,2 |
| E | 2 | 25,0 | 10 | 31,3 | 9 | 30,0 | 9 | 47,4 | 30 | 33,7 |
| F | 1 | 12,5 | 4 | 12,5 | 3 | 10,0 | 0 | 0,0 | 8 | 9,0 |
| G | 2 | 25,0 | 0 | 0,0 | 5 | 16,7 | 1 | 5,3 | 8 | 9,0 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.23

4.7.24 Vraelys 2b

Vraag 2.8: 36 x a en 30 x a + 6 x a
 waar a enige getal is waar a enige getal is

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.24 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2b | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.8 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 4 | 50,0 | 19 | 59,4 | 17 | 56,7 | 17 | 89,5 | 57 | 64,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 5 | 15,6 | 1 | 3,3 | 1 | 5,3 | 7 | 7,9 |
| D | 0 | 0,0 | 1 | 3,1 | 1 | 3,3 | 1 | 5,3 | 3 | 3,4 |
| E | 3 | 37,5 | 7 | 21,9 | 3 | 10,0 | 0 | 0,0 | 13 | 14,6 |
| F | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 2 | 2,3 |
| G | 1 | 12,5 | 0 | 0,0 | 6 | 20,0 | 0 | 0,0 | 7 | 7,9 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.24

4.7.25

Vraelys 2b

Vraag 2.9: $b \times 48$ en $b \times 50 - b \times 2$
 waar b enige getal is waar b enige getal is

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.7.25 aangetoon.

| KATEGORIE | VRAELYS 2b | | | | | | | | | |
|-----------|------------|------|---------|------|---------|------|---------|------|--------|-------|
| | VRAAG 2.9 | | | | | | | | | |
| | SKOOL 1 | | SKOOL 2 | | SKOOL 3 | | SKOOL 4 | | TOTAAL | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 4 | 50,0 | 18 | 56,3 | 17 | 56,7 | 14 | 73,7 | 53 | 59,6 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 3 | 9,4 | 1 | 3,3 | 1 | 5,3 | 5 | 5,6 |
| D | 0 | 0,0 | 2 | 6,3 | 1 | 3,3 | 3 | 15,8 | 6 | 6,7 |
| E | 2 | 25,0 | 7 | 21,9 | 3 | 10,0 | 0 | 0,0 | 12 | 13,5 |
| F | 1 | 12,5 | 2 | 6,3 | 2 | 6,7 | 0 | 0,0 | 5 | 5,6 |
| G | 1 | 12,5 | 0 | 0,0 | 6 | 20,0 | 1 | 5,3 | 8 | 9,0 |
| TOTAAL | 8 | 9,0 | 32 | 36,0 | 30 | 33,7 | 19 | 21,4 | 89 | 100,0 |

Tabel 4.7.25

4.8 RESULTATE VAN LEERLINGRESPONSE OP DIE VRAELYSTE: Skool 5

Soos reeds in 4.7.1 genoem, het skool 5 se leerlinge vraelys 2b beide as voor- en natoets gebruik. Hoewel die geldigheid van die resultate bevestig kan word as dieselfde meetinstrument vir voor- en natoets gebruik word, moet in gedagte gehou word dat daar sowat vier maande tussen die beantwoording van die vraelys verloop het, en dat dit onwaarskynlik is dat enige leerling die onderskeie vrae en die presiese getalwaardes van die vrae in die vraelys sou kon onthou.

Hieronder volg die resultate van die response van skool 5 se leerlinge.

4.8.1 Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraag 1.1: 9 seuns gaan op 'n fietstoer. 'n Borg skenk aan elkeen 'n spaarbinneband teen R7,48 en 'n spesiale hemp teen R12,52. Hoeveel kos dit die borg altesaam?

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.1 aangetoon.

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die leerling eers die som van die twee bedrae (R7,48 en R12,52) bereken, en dan hierdie som met 9 vermenigvuldig. Dit vergemaklik die berekening aansienlik, aangesien $7,48 + 12,52 = 20$, en $20 \times 9 = 180$.

Hoewel daar geen inligting bestaan om dit te bevestig nie, bestaan die vermoede by die navorser dat leerlinge wat hierdie metode benut het, eers ondersoek ingestel het watter metode (metode 1 of metode 3 soos hieronder beskryf) tot die eenvoudigste berekening sou lei.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 1.1 | | | | |
| | VOORTOETS | | NATOETS | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 11 | 55,0 | 13 | 65,0 |
| 1V | 0 | 0,0 | 1 | 5,0 |
| 2K | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2V | 0 | 0,0 | 1 | 5,0 |
| 3K | 2 | 10,0 | 1 | 5,0 |
| 3V | 3 | 15,0 | 2 | 10,0 |
| 4 | 3 | 15,0 | 0 | 0,0 |
| 5 | 0 | 0,0 | 1 | 5,0 |
| 6 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 7 | 1 | 5,0 | 0 | 0,0 |
| 8 | 0 | 0 | 1 | 5,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.1

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2: Dit is waar 'n leerling 'n poging aangewend het om metode 1 te benut.

Metode 3: Dit is waar die leerling elke parsiële produk afsonderlik uitwerk, en dan die som van die twee produkte bepaal. Dit lei tot veel ingewikkelder rekenkundige bewerkings, en die bewering word gemaak dat leerlinge wat hierdie metode gevolg het, nie eers ondersoek ingestel het of metode 1 tot makliker berekenings sou gelei het nie.

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte

antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 word beskou as waar 'n leerling metode 3 gevolg het, maar nie die berekening voltooi het nie.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van die bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Onverstaanbare bewerkings.

Metode 8: Die res.

4.8.2 Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende:DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.Vraag 1.2: $25,8 \div 6 + 4,2 \div 6$

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.2 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 1.2 | | | | |
| | VOORTOETS | | NATOETS | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 0 | 0,0 | 6 | 30,0 |
| 1V | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2K | 0 | 0,0 | 1 | 5,0 |
| 2V | 0 | 0,0 | 2 | 10,0 |
| 3K | 0 | 0,0 | 5 | 25,0 |
| 3V | 0 | 0,0 | 5 | 25,0 |
| 4 | 20 | 100,0 | 1 | 5,0 |
| 5 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 6 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 7 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.2

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging oor optelling en/of aftrekking) herken en doelbewus benut word, wat die berekening aansienlik vergemaklik:

$$\begin{aligned}
 & 25,8 \div 6 + 4,2 \div 6 \\
 = & (25,8 + 4,2) \div 6 \\
 = & 30 \div 6 \\
 = & 5
 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om hierdie bewerkingseienskap toe te pas.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die bewerkingseienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, naamlik waar elke parsieële kwosiënt eers (met groot moeite) bereken word, en die som daarvan dan bepaal word.

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5: Onverstaanbaar.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van die bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Die res.

Uit tabel 4.8.1 blyk dat al 20 leerlinge in die voortoets onder metode 4 geklassifiseer is. Die rede hiervoor is dat die vraelys vir die voortoets aan die betrokke skool gefaks is. Sonder dat die navorser daarvan bewus was, het die \div -teken tussen 25,8 en 6 na 'n $+$ -teken op die faksimilee gelyk, en na die duplisering daarvan, het dit vir die leerlinge ongetwyfeld na 'n $+$ -teken gelyk. Gevolglik het die vraag nie gemeet wat dit veronderstel was om te meet nie, en kan die uitslag daarvan effektief geïgnoreer word. Dieselfde geld egter nie vir die natoets nie.

4.8.3 Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende:DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.Vraag 1.3: $18,3 \times 13 + 18,3 \times 7$

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.3 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 1.3 | | | | |
| | VOORTOETS | | NATOETS | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 1 | 5,0 | 6 | 30,0 |
| 1V | 4 | 20,0 | 4 | 20,0 |
| 2K | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2V | 0 | 0,0 | 1 | 5,0 |
| 3K | 5 | 25,0 | 0 | 0,0 |
| 3V | 1 | 5,0 | 5 | 25,0 |
| 4 | 6 | 30,0 | 3 | 15,0 |
| 5 | 0 | 0,0 | 1 | 5,0 |
| 6 | 2 | 10,0 | 0 | 0,0 |
| 7 | 1 | 5,0 | 0 | 0,0 |
| 8 | 0 | 0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.3

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging oor optelling en/of aftrekking) herken en doelbewus benut word:

$$\begin{aligned}
 & 18,3 \times 13 + 18,3 \times 7 \\
 = & 18,3 \times (13 + 7) \\
 = & 18,3 \times 20 \\
 = & 366
 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om hierdie bewerkingseienskap toe te pas.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die bewerkingseienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, nl:

$$\begin{aligned} & 18,3 \times 13 + 18,3 \times 7 \\ = & 237,9 + 128,1 \\ = & 366 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 word beskou as waar 'n leerling metode 3 gevolg het, maar nie die berekening voltooi het nie.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van die bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Onverstaanbare bewerkings.

Metode 8: Die res.

4.8.4 Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraag 1.4: 7 kinders besoek 'n lekkergoëdfabriek. In een afdeling van die fabriek gee die voorman vir hulle 145 lekkers om gelykop tussen hulle te verdeel. In 'n ander afdeling kry hulle 65 om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel lekkers het elke kind altesaam gekry?

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.4 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 1.4 | | | | |
| | VOORTOETS | | NATOETS | |
| METODE | N | % | N | % |
| 1K | 6 | 30,0 | 14 | 70,0 |
| 1V | 2 | 10,0 | 2 | 10,0 |
| 2K | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 2V | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 3K | 4 | 20,0 | 1 | 5,0 |
| 3V | 2 | 10,0 | 1 | 5,0 |
| 4 | 3 | 15,0 | 0 | 0,0 |
| 5 | 2 | 10,0 | 0 | 0,0 |
| 6 | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| 7 | 1 | 5,0 | 1 | 5,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.4

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die leerling eers die som van die getal lekkers bereken het, en dan hierdie som deur 7 deel. Dit vergemaklik die berekening aansienlik, aangesien $145 + 65 = 210$, en $210 \div 7 = 30$.

Hoewel daar geen inligting bestaan om dit te bevestig nie, bestaan die vermoede dat

leerlinge wat hierdie metode benut het, eers ondersoek ingestel het watter metode (metode 1 of metode 3 soos hieronder beskryf) tot die eenvoudigste berekening sou lei.

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2: Dit is waar 'n leerling 'n poging aangewend het om metode 1 te benut.

Metode 3: Dit is waar die leerling elke partiële kwasiënt afsonderlik uitwerk, en dan die som van die twee kwasiënte bepaal. Dit lei tot veel ingewikkelder rekenkundige bewerkings, en die bewering word gemaak dat leerlinge wat hierdie metode gevolg het, nie eers ondersoek ingestel het of metode 1 tot makliker berekenings sou gelei het nie.

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5: Onverstaanbaar.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van die bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Die res.

Soos by 4.7.1.1, word weer gewys op die groot verskil in die aard van die response op vrae 1.1 en 1.3. Hoewel albei vrae se berekenings essensieel op twee maniere uitgevoer kan word deur van die distributiewe eienskap gebruik te maak, selekteer 'n groot aantal leerlinge waarskynlik doelbewus by vraag 1.1 ('n konkrete geval) die makliker metode, terwyl weinig by vraag 1.3 ('n kontekslose getaluitdrukking) waarskynlik na 'n makliker metode soek (in hierdie geval deur van die distributiewe eienskap gebruik te maak).

4.8.5 VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraag 2.1: 37 x 150 en 37 x 95 + 37 x 55

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.5 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 2.1 | | | | |
| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
| | N | % | N | % |
| A | 5 | 25,0 | 15 | 75,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 1 | 5,0 |
| D | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| E | 7 | 35,0 | 1 | 5,0 |
| F | 5 | 25,0 | 3 | 15,0 |
| G | 3 | 15,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.5

4.8.6 VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraag 2.2: $225 \div 18$ en $300 \div 18 - 75 \div 18$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van deling oor aftrekking toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.6 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 2.2 | | | | |
| | VOORTOETS | | NATOETS | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 2 | 10,0 | 15 | 75,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| D | 2 | 10,0 | 0 | 0,0 |
| E | 10 | 50,0 | 4 | 20,0 |
| F | 3 | 15,0 | 1 | 5,0 |
| G | 3 | 15,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.6

4.8.7 VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer. DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraag 2.3: $320 \div 17$ en $320 \div 11 + 320 \div 6$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van deling nie van links toegepas kan word nie; anders gestel: dat die **deler** nie "opgebreek" mag word nie.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.7 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 2.3 | | | | |
| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
| | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 3 | 15,0 | 7 | 35,0 |
| C | 0 | 0,0 | 8 | 40,0 |
| D | 1 | 5,0 | 0 | 0,0 |
| E | 4 | 20,0 | 5 | 25,0 |
| F | 8 | 40,0 | 0 | 0,0 |
| G | 4 | 20,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.7

4.8.8 VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer. DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraag 2.4: $35 \times (21 + 37)$ en $35 \times 21 + 35 \times 37$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.8 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 2.4 | | | | |
| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
| | N | % | N | % |
| A | 5 | 25,0 | 12 | 60,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 1 | 5,0 |
| D | 1 | 5,0 | 0 | 0,0 |
| E | 9 | 45,0 | 4 | 20,0 |
| F | 4 | 20,0 | 3 | 15,0 |
| G | 1 | 5,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.8

4.8.9 VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer. DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraag 2.5: 28 x 18 en 28 x 22 - 28 x 4

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor aftrekking toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.9 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 2.5 | | | | |
| | VOORTOETS | | NATOETS | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 3 | 15,0 | 14 | 70,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 1 | 5,0 |
| D | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| E | 13 | 65,0 | 4 | 20,0 |
| F | 2 | 10,0 | 1 | 5,0 |
| G | 2 | 10,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.9

4.8.10

VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer. DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraag 2.6: 275×43

en

 $220 \times 43 + 55$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling nie korrek toegepas word nie, aangesien 55 ook met 43 vermenigvuldig moet word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.10 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|---------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 2.6 | | | | |
| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
| | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 2 | 10,0 | 5 | 25,0 |
| C | 0 | 0,0 | 10 | 50,0 |
| D | 1 | 5,0 | 0 | 0,0 |
| E | 5 | 25,0 | 4 | 20,0 |
| F | 9 | 45,0 | 1 | 5,0 |
| G | 3 | 15,0 | 0 | 0,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.10

4.8.11

VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer. DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraag 2.7: $> \boxed{\times 8} \boxed{+24} <$ en $> \boxed{+3} \boxed{\times 8} <$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.11 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 2.7 | | | | |
| | VOORTOETS | | NATOETS | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 2 | 10,0 | 7 | 35,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| D | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| E | 11 | 55,0 | 9 | 45,0 |
| F | 1 | 5,0 | 1 | 5,0 |
| G | 6 | 30,0 | 3 | 15,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.11

4.8.12

VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer. DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraag 2.8: $36 \times a$, waar a enige getal is en $30 \times a + 6 \times a$ waar a enige getal is

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede..
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.12 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 2.8 | | | | |
| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
| | N | % | N | % |
| A | 3 | 15,0 | 12 | 60,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| D | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| E | 13 | 65,0 | 4 | 20,0 |
| F | 0 | 0,0 | 1 | 5,0 |
| G | 4 | 20,0 | 3 | 15,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.12

4.8.13

VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer. DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraag 2.9: $b \times 48$, waar b enige getal is en $b \times 50 - b \times 2$ waar b enige getal is

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie. EN leerling verskaf geen rede nie. of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor aftrekking toegepas word.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabel 4.8.13 aangetoon.

| VRAELYS 2b | | | | |
|------------|-----------|-------|---------|-------|
| VRAAG 2.9 | | | | |
| | VOORTOETS | | NATOETS | |
| KATEGORIE | N | % | N | % |
| A | 3 | 15,0 | 12 | 60,0 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| D | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| E | 12 | 60,0 | 4 | 20,0 |
| F | 1 | 5,0 | 0 | 0,0 |
| G | 4 | 20,0 | 4 | 20,0 |
| TOTAAL | 20 | 100,0 | 20 | 100,0 |

Tabel 4.8.13

4.9 SAMEVATTING VAN RESULTATE

Die resultate van die tweede rondte word in 5.2.2 bespreek, waar dit ook vergelyk word met die resultate van die eerste rondte.

HOOFSTUK 5

SAMEVATTING VAN HOOFSTUKKE 3 EN 4: INTERPRETASIE VAN RESULTATE OOR DIE DISTRIBUTIEWE EIENSKAP EN BESKRYWING VAN DIE ONTWIKKELING VAN DIE ONDERRIGSTRATEGIE GEDURENDE RONDTE TWEE

5.1 INLEIDING

Die doel van hierdie hoofstuk is tweërlei, naamlik:

- 5.1.1 In hoofstukke 3 en 4 word die resultate van leerlingresponse uit die voor- en natoetsvraelyste van 'n wye verskeidenheid bewerkingsienskappe weergegee. Soos wat hierdie ondersoek gevorder het, het dit duidelik geword dat dit prakties onmoontlik sou wees om leerlinge se vlak van bewustheid van al hierdie eienskappe as deel van die navorsing te probeer verhoog, en is daar mettertyd besluit om slegs op die distributiewe eienskap te konsentreer. In hierdie hoofstuk word dus slegs die resultate van leerlingresponse uit hoofstukke 3 en 4 ten opsigte van die distributiewe eienskap weergegee, en wel op so 'n manier dat dit duidelik sal blyk in welke mate daar 'n verhoging van leerlingbewustheid van hierdie eienskap plaasgevind het.
- 5.1.2 Soos reeds in hoofstuk 3 beskryf is, is daar gedurende die eerste rondte in 1993 geen doelbewuste poging aangewend om leerlingbewustheid te verhoog nie. Die resultate van leerlingresponse onder hierdie toestande verskaf dus 'n waardevolle databasis in dié opsig dat gesien kan word in welke mate leerlinge se bewustheid op natuurlike wyse verhoog. Gedurende die tweede rondte in 1994 het die navorser self die onderrig behartig, en sy onderrigbenadering het in 'n definitiewe rigting ontwikkel. Hierdie ontwikkeling is reeds in detail in hoofstuk 4 beskryf. In hierdie hoofstuk sal die verloop van die onderrigbenadering saamgevat word, en sal daar ook aangetoon word dat sekere kritiese parameters vir die verhoging van leerlingbewustheid van bewerkingsienskappe gedurende die tweede rondte uitgekristaliseer het.

Soos reeds in 4.4.4.1 aangetoon, is die navorser van mening dat 'n hiërargiese rangskikking van die vlakke van bewustheid van bewerkingsienskappe as volg daar uitsien:

- Vlak 1: Spontane benutting van die eienskap
- Vlak 2: Herkenning van die eienskap
- Vlak 3: Doelbewuste benutting van die eienskap
- Vlak 4: Veralgemening van die eienskap
- Vlak 5: Verklaring van die eienskap

Hierdie klassifikasie sal dan ook gebruik word by die interpretasie van die resultate van leerlingresponse.

5.2 RESULTATE OOR DIE DISTRIBUTIEWE EIENSKAP UIT DIE EERSTE EN DIE TWEEDE RONDTE

5.2.1 Resultate uit die eerste rondte: 1993

Soos in 3.1 beskryf, het die navorser gedurende Mei 1993 die standerd vier-leerkrigte van vier laerskole in die Wes-Kaap oor die beoogde projek ingelig. Daar is ook aan hulle 'n lys van aktiwiteite oorhandig wat hulle in hul wiskundeklasse moes implementeer ten einde hul leerlinge se vlak van bewustheid van verskeie bewerkingseienskappe te probeer verhoog (verwys na **bylae 1**). Aan die einde van 1993 het hierdie leerkrigte egter aangedui dat hulle weinig, indien enige, van hierdie aktiwiteite geïmplementeer het. Die moontlike redes hiervoor word ook in 3.1 uiteengesit.

Wanneer die resultate van die voor- en natoetse (vraelyste 1 en 1b) van hierdie leerlinge dus beskou word, moet in gedagte gehou word dat daar geen doelbewuste poging aangewend is om hul vlak van bewustheid te verhoog nie. Indien dit uit die resultate blyk dat daar wel 'n verhoging plaasgevind het, moet die oorsaak daarvan elders gesoek word, byvoorbeeld in die invloed wat die voortoets kon uitgeoefen het, of 'n natuurlike rypingsproses wat plaasvind namate leerlinge verstandelik ontwikkel, soos onder andere aan die hand van Piaget se ontwikkelingsstadia (byvoorbeeld konkreet operasioneel na formeel operasioneel).

Hieronder volg nou resultate van leerlingresponse uit die voortoets (vraelys 1) en die natoets (vraelys 1b) in 'n direk vergelykbare vorm. Die ooreenstemmende paragraaf uit hoofstuk 3 sal telkens genoem word, sodat die leser daarna kan verwys vir 'n vollediger omskrywing van die klassifikasie metode wat gebruik is, sowel as vir tipiese leerlingantwoorde.

5.2.1.1 Bereken sonder sakrekenaar elk van die volgende. DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraelys 1: Vraag 1.1: $235 \times 6 + 235 \times 9 + 235 \times 5$

Vraelys 1b: Vraag 1.1: $59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5$

Hierdie vraag toets vlak 3 bewustheid, naamlik die doelbewuste benutting van die distributiewe eienskap ten einde die berekening te vergemaklik. Die gewenste respons is metode 1, en dit word **op die tabel ge-arseer**.

Die resultate van hierdie vraag word in tabel 5.2.1.1 aangetoon.

Vergelyk met 3.2.

| METODE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|--------|-----------|------|---------|------|
| | N | % | N | % |
| IK | 20 | 8,6 | 20 | 8,6 |
| IV | 4 | 1,7 | 4 | 1,7 |
| 2 | 0 | 0,0 | 7 | 3,0 |
| 3K | 87 | 37,3 | 98 | 42,1 |
| 3V | 73 | 31,3 | 68 | 29,2 |
| 4 | 15 | 6,4 | 6 | 2,6 |
| 5 | 6 | 2,6 | 2 | 0,9 |
| 6 | 17 | 7,3 | 10 | 4,3 |
| 7 | 4 | 1,7 | 8 | 3,4 |
| 8 | 7 | 3,0 | 10 | 4,3 |
| TOTAAL | 233 | 100 | 233 | 100 |

Tabel 5.2.1.1

Metode 1: In tabel 5.2.1.1 word metode 1 beskou as die metode waar die distributiewe eienskap herken en benut word, nl.

$$\begin{array}{rcl}
 235 \times 6 + 235 \times 9 + 235 \times 5 & \text{en} & 59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5 \\
 = 235 \times (6 + 9 + 5) & & = 59 \times (6 + 9 - 5) \\
 = 235 \times 20 & & = 59 \times 10 \\
 = 4700 & & = 590
 \end{array}$$

As 'n leerling volgens metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om die bewerkingseienskap toe te pas.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die bewerkingseienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, nl.

$$\begin{array}{rcl}
 235 \times 6 + 235 \times 9 + 235 \times 5 & \text{en} & 59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5 \\
 = 1410 + 2115 + 1175 & & = 354 + 531 - 295 \\
 = 4700 & & = 590
 \end{array}$$

As 'n leerling volgens metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy nie by die korrekte antwoord uitkom nie as gevolg van 'n berekeningsfout, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 word beskou as waar 'n leerling metode 3 gevolg het, maar nie die berekening voltooi het nie.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Onverstaanbare bewerkings.

Metode 8: Die res.

Kommentaar: Volgens tabel 5.2.1.1 (metode 1K en 1V) lyk dit nie asof daar 'n verhoging of verlaging in hierdie leerlinge se vlak 3 bewustheid plaasgevind het nie. 'n Analise is egter nie gemaak om vas te stel of dit dieselfde leerlinge is wat in beide die voortoets en die natoets as metodes 1K en 1V geklassifiseer is nie. 'n Ander aanduiding van 'n verhoging van bewustheid is 'n afname in die metode 3K- en 3V-frekwensie ten gunste van metode 1K- en 1V-frekwensies. Ook hier is daar geen noemenswaardige verandering nie.

- 5.2.1.2 VOORSPEL (dit wil sê: SONDER om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.
Skryf ook in elke geval neer HOEKOM jy so voorspel het.

Die doel met hierdie vrae is om vas te stel of leerlinge die betrokke eienskap herken. Dit toets dus vlak 2 bewustheid.

Vraelys 1: Vraag 2.2: 25×135 en $25 \times 98 + 25 \times 37$
Vraelys 1b: Vraag 2.2: 37×150 en $37 \times 100 + 37 \times 50$

Die klassifikasie wat hier gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap toegepas word, en word **op die tabel ge-arseer**.

Leerlingresponse op hierdie vrae word in tabel 5.2.1.2 aangetoon.

Vergelyk met 3.3.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|-----------|-----------|-------|---------|-------|
| | N | % | N | % |
| A | 48 | 20,6 | 91 | 39,1 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 11 | 4,7 | 24 | 10,3 |
| D | 34 | 14,6 | 59 | 25,3 |
| E | 42 | 18,0 | 34 | 14,6 |
| F | 84 | 36,1 | 22 | 9,4 |
| G | 14 | 6,0 | 3 | 1,3 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 5.2.1.2

Kommentaar:

Volgens tabel 3.2.1.2 het aansienlik meer leerlinge vlak 2 bewustheid geopenbaar (39,1% teenoor 20,6%). Opmerklik is ook die afname in die getal leerlinge wat in kategorie F val (9,4 % teenoor 36,1%). Terselfdertyd is daar egter ook 'n styging in die getal leerlinge in kategorie D (25,3 teenoor 14,6), dit wil sê leerlinge wat selfs 'n rede kan aanvoer waarom hulle van mening is dat die twee getaluitdrukkings nie ekwivalent is nie.

- 5.2.1.3 VOORSPEL (dit wil sê: SONDER om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.
Skryf ook in elke geval neer HOEKOM jy so voorspel het.

Die doel met hierdie vrae is om vas te stel of leerlinge die betrokke eienskap herken. Dit toets dus vlak 2 bewustheid.

Vraelys 1: Vraag 2.3: $256 \div 12$ en $300 \div 12 - 44 \div 12$

Vraelys 1b: Vraag 2.3: $225 \div 18$ en $300 \div 18 - 75 \div 18$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap toegepas word, en word **op die tabel ge-arseer**.

Leerlingresponse op hierdie vrae word in tabel 5.2.1.3 aangetoon.

Vergelyk met 3.3.

| KATEGORIE | VOORTOETS | | NATOETS | |
|-----------|-----------|-------|---------|-------|
| | N | % | N | % |
| A | 27 | 11,6 | 43 | 18,5 |
| B | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| C | 7 | 3,0 | 13 | 5,6 |
| D | 49 | 21,0 | 93 | 39,9 |
| E | 36 | 15,5 | 18 | 7,7 |
| F | 85 | 36,5 | 49 | 21,0 |
| G | 29 | 12,4 | 17 | 7,3 |
| TOTAAL | 233 | 100,0 | 233 | 100,0 |

Tabel 5.2.1.3

Kommentaar: Die kommentaar wat op leerlingresponse soos getoon in tabel 5.2.1.3 gelewer kan word, is identies aan die kommentaar op tabel 5.2.1.2, aangesien presies dieselfde patroon ook hier voorkom.

Dit wil dus voorkom, hoewel geen doelbewuste poging aangewend is om hul vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap te verhoog nie, asof daar wel 'n redelike verhoging van vlak 2 bewustheid by leerlinge voorgekom het, terwyl hul vlak 3 bewustheid onveranderd gebly het.

5.2.2 Resultate uit die tweede rondte: 1994

In hoofstuk 4 is in detail beskryf hoe die navorser vyf skole se standaard vier-klasse besoek het en watter vorm sy onderrig aangeneem het. Al waarvan hy met die eerste besoeke seker was, was dat leerlinge se spontane benutting van die bewerkingseienskappe wanneer hulle berekening uitvoer as vertrekpunt vir hierdie ondersoek geneem moes word. Presies hoe om die onderrigsituasie te laat verloop, het geleidelik duidelik geword, en het die navorser sy onderrigbenadering voortdurend aangepas ten einde die mees geskikte onderrigstrategie te identifiseer.

Met veral die eerste drie skole se onderrigsessies het die navorser baie sentraal in die onderrigsituasie gestaan, en hoewel daar wisselende mate van bespreking tussen leerlinge plaasgevind het, was dit nie op 'n georganiseerde basis nie, en was dit gewoonlik slegs twee leerlinge op 'n slag wat by 'n bespreking betrokke was. Ook was die benutting van sakrekenaars feitlik geheel afwesig.

Eers met die onderrigsessies by die vyfde skool het die navorser daarin geslaag om op die agtergrond te tree, is die leerlinge doelbewus in groepe gerangskik vir groepwerk, is sakrekenaars as integrale deel van die onderrigsituasie ingespan, en het elke leerling 'n voorafbereide werkvel gekry.

Wanneer die resultate van die leerlingresponse oor die distributiewe eienskap wat hierna volg, bestudeer word, moet die resultate van hierdie skole met mekaar vergelyk word ten einde te probeer vasstel of die ontwikkelende onderrigbenadering progressief meer suksesvol geword het ten opsigte van die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap.

By die rapportering van leerlingresultate van hierdie vyf skole, val die klem op die aantal leerlinge wat die gewenste respons gelewer het wat toon dat hulle oor die bepaalde vlak van bewustheid (vlak 2 of vlak 3) van die distributiewe eienskap beskik.

Tabel 5.2.2 verskaf inligting oor die tydsverloop tussen die onderrigintervensie en die natoets by elk van die vyf skole. Die moontlikheid bestaan dat die korter tydsverloop tussen die intervensie en die natoets by skole 3 en 4 'n invloed op die resultate kon hê.

| SKOOL | MAAND VAN ONDERRIGINTERVENSIE | MAAND VAN NATOETS | TYDSVERLOOP |
|-------|-------------------------------|-------------------|-------------|
| 1 | Mei | September | 4 maande |
| 2 | Junie | September | 3 maande |
| 3 | Augustus | September | 1 maand |
| 4 | Augustus | September | 1 maand |
| 5 | September | Desember | 3 maande |

Tabel 5.2.2

5.2.2.1 Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende:

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Hierdie vrae meet vlak 3 bewustheid, dit wil sê die doelbewuste benutting van die distributiewe eienskap ten einde die berekening te vereenvoudig. Sodanige leerlinge word gekategoriseer as 1K of 1V. In hierdie rapportering word slegs die aantal leerlinge wat kategorie 1K-response gelewer het, aangetoon.

Skole 1 tot 4:

Voortoets:

Vraelys 2: Vraag 1.1: $59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5$

Natoets:

Vraelys 2b: Vraag 1.3: $18,3 \times 13 + 18,3 \times 7$

Vergelyk met 4.7.2

Skool 5:

Die leser word daaraan herinner dat skool 5 vraelys 2b as beide voortoets en natoets voltooi het.

Voortoets:

Vraelys 2b: Vraag 1.3: $18,3 \times 13 + 18,3 \times 7$

Natoets:

Vraelys 2b: Vraag 1.3: $18,3 \times 13 + 18,3 \times 7$

Vergelyk met 4.8.3

Leerlingresponse op hierdie vrae word in tabel 5.2.2.1(a) aangetoon.

| SKOOL | AANTAL LEERLINGE IN GROEP | VOORTOETS | | NATOETS | | % STYGING IN BEWUSTHEID |
|-------|---------------------------------|-----------|------|---------|------|-------------------------------|
| | | N | % | N | % | |
| 1 | 8 | 0 | 0 | 1 | 12,5 | 12,5 |
| 2 | 32 | 0 | 0 | 6 | 18,8 | 18,8 |
| 3 | 30 | 7 | 23,3 | 8 | 26,7 | 3,4 |
| 4 | 19 | 7 | 36,8 | 11 | 57,9 | 21,1 |
| 5 | 20 | 1 | 5,0 | 6 | 30,0 | 25,0 |

Leerlinge wat vlak 3-bewustheid van die distributiewe eienskap demonstreer,
d.w.s. leerlinge wat volgens metode 1K geklassifiseer is.

Tabel 5.2.2.1(a)

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging oor optelling en/of aftrekking) doelbewus benut word, met ander woorde vlak 3 bewustheid, byvoorbeeld:

$$\begin{aligned} & 59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5 \\ = & 59 \times (6 + 9 - 5) \\ = & 59 \times 10 \\ = & 590 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om hierdie bewerkingseienskap toe te pas.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die bewerkingseienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, nl:

$$\begin{aligned} & 59 \times 6 + 59 \times 9 - 59 \times 5 \\ = & 354 + 531 - 295 \\ = & 590 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 word beskou as waar 'n leerling metode 3 gevolg het, maar nie die berekening voltooi het nie.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van die bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Onverstaanbare bewerkings.

Metode 8: Die res.

Kommentaar:

Uit tabel 5.2.2.1(a) is die volgende duidelik:

- * Skole 1, 2 en 5 is in hierdie geval direk vergelykbaar met mekaar, aangesien al drie skole 'n baie lae aanvanklike vlak van bewustheid toon. In al drie gevalle is daar vanaf die voortoets na die natoets 'n styging in die leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap, naamlik

By skool 1 vind 'n styging van 12,5% plaas.

By skool 2 vind 'n styging van 18,8% plaas.

By skool 5 vind 'n styging van 25,0% plaas.

Dit is duidelik dat daar 'n toenemende styging in die verhoging van leerlingbewustheid is, met skool 5 wat die grootste verhoging toon.

- * Skole 3 en 4 is met mekaar vergelykbaar, aangesien hulle 'n aansienlik hoër aanvanklike vlak van bewustheid toon as skole 1, 2 en 5. Skool 4 toon egter 'n aansienlik hoër verhoging van bewustheid as skool 3, wat waarskynlik daaraan toegeskryf kan word dat die leerlinge in skool 4 reeds baie effektief in groepe gefunksioneer het (wat 'n kernelement van die uiteindelijke onderrigstrategie vorm), en dat hulle tot 'n relatief hoë vlak van refleksie in staat is.

Die verhoging in die bewustheid van die distributiewe eienskap by leerlinge in skole 1 tot 5 kan ook as volg aangetoon word:

- * Wanneer tabelle 4.7.2(e) tot (h) (dit wil sê die tabelle wat leerlingresponse op die voortoets (vraag 1.1 uit vraelys 2) met leerlingresponse op die natoets (vraag 1.3 uit vraelys 2b) vergelyk) vir skole 1 tot 4 gekombineer word, ontstaan tabel 5.2.2.1(b). Uit hierdie tabel blyk die volgende: Daar vind 'n toename van 13,6% (25,9 - 15,9) plaas in die aantal leerlinge wat metode 1K benut, terwyl 'n afname van 23,9% (70,5 - 46,6) plaasvind in die aantal leerlinge wat metodes 3K en 3V (gekombineerd) benut.

| METODE | SKOLE 1 TOT 4 | | | |
|---------------|---------------|------------|------------|--------------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 1.1 | | VRAAG 1.3 | |
| | N | % | N | % |
| 1K | 14 | 15,9 | 26 | 25,9 |
| 1V | 4 | 4,5 | 9 | 10,2 |
| 2K | 0 | 0 | 1 | 1,1 |
| 2V | 2 | 2,3 | 1 | 1,1 |
| 3K | 33 | 37,5 | 12 | 13,6 |
| 3V | 29 | 33,0 | 29 | 33,0 |
| 4 | 0 | 0 | 4 | 4,5 |
| 5 | 1 | 1,1 | 2 | 2,3 |
| 6 | 3 | 3,4 | 2 | 2,3 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 1,1 |
| 8 | 2 | 2,3 | 1 | 1,1 |
| TOTAAL | 88 | 100 | 88 | 100,0 |

Tabel 5.2.2.1(b)

- * Uit tabel 4.8.3 (dit wil sê die tabel wat leerlingresponse op die voortoets (vraag 1.3 uit vraelys 2b) met leerlingresponse op die natoets (vraag 1.3 uit vraelys 2b) vir skool 5 vergelyk), blyk in hierdie geval 'n toename van 25% in die aantal leerlinge wat metode 1K benut het, en 'n afname van 5% in die aantal leerlinge wat metodes 3K en 3V (gekombineerd) benut het.

- 5.2.2.2 VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.
DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Die doel met hierdie vrae is om vas te stel of leerlinge die betrokke bewerkingsienskap herken, dit wil sê, vlak 2 bewustheid word gemeet.

Skole 1 tot 4:

Voortoets:

Vraelys 2: Vraag 2.2: 37 x 150 en 37 x 100 + 37 x 50

Natoets:

Vraelys 2b: Vraag 2.1: 37 x 150 en 37 x 100 + 37 x 50

Vergelyk met 4.7.7.

Skool 5:

Voortoets:

Vraelys 2b: Vraag 2.1: 37 x 150 en 37 x 100 + 37 x 50

Natoets:

Vraelys 2b: Vraag 2.1: 37 x 150 en 37 x 100 + 37 x 50

Vergelyk met 4.8.5.

Leerlingresponse op hierdie vrae word in tabel 5.2.2.2(a) aangetoon.

| SKOOL | AANTAL LEERLINGE IN GROEP | VOORTOETS | | NATOETS | | % STYGING IN BEWUSTHEID |
|-------|---------------------------------|-----------|------|---------|------|-------------------------------|
| | | N | % | N | % | |
| 1 | 8 | 2 | 25,0 | 3 | 37,5 | 12,5 |
| 2 | 32 | 8 | 25,0 | 17 | 53,1 | 28,1 |
| 3 | 30 | 7 | 23,3 | 16 | 53,3 | 30,0 |
| 4 | 19 | 11 | 57,9 | 14 | 73,7 | 15,8 |
| 5 | 20 | 5 | 25,0 | 15 | 75,0 | 50,0 |

Leerlinge wat vlak 2-bewustheid van die distributiewe eienskap demonstreer,
d.w.s. leerlinge wat volgens kategorie A geklassifiseer is.

Tabel 5.2.2.2(a)

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie. EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie. EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf geen rede nie. of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie. EN leerling verskaf geen rede nie. of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Kommentaar:

Uit tabel 5.2.2.2(a) is die volgende duidelik:

- * Skole 1, 2, 3 en 5 is in hierdie geval direk vergelykbaar met mekaar, aangesien al vier skole se aanvanklike vlak van bewustheid van dieselfde orde is, naamlik ongeveer 25%. Dieselfde stygende patroon in bewustheid vanaf die voortoets na die natoets as in die geval van 5.2.2.1 kom hier voor, naamlik

By skool 1 vind 'n styging van 12,5% plaas.

By skool 2 vind 'n styging van 28,1% plaas.

By skool 3 vind 'n styging van 30,0% plaas.

By skool 5 vind 'n styging van 50,0% plaas.

Dit is duidelik dat daar 'n toenemende styging in die verhoging van

leerlingbewustheid is, met skool 5 wat die grootste verhoging toon.

- * Skool 4 is nie met skole 1, 2, 3 en 5 vergelykbaar nie, aangesien hierdie skool se leerlinge 'n aansienlik hoër aanvanklike vlak van bewustheid toon as die ander vier skole.

Die verhoging in die bewustheid van die distributiewe eienskap by leerlinge in skole 1 tot 5 kan ook as volg aangetoon word:

- * Wanneer tabelle 4.7.7(a) tot (d) (dit wil sê die tabelle wat leerlingresponse op die voortoets (vraag 2.3 uit vraelys 2) met leerlingresponse op die natoets (vraag 2.2 uit vraelys 2b) vergelyk) vir skole 1 tot 4 gekombineer word, ontstaan tabel 5.2.2.2(b). Uit hierdie tabel blyk die volgende: Daar vind 'n toename van 14,7% (56,2 - 31,5) plaas in die aantal leerlinge wat in kategorie A geklassifiseer is, terwyl 'n afname in al die ander kategorieë, behalwe D en G, plaasvind.

| KATEGORIE | SKOLE 1 TOT 4 | | | |
|-----------|---------------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.2 | | VRAAG 2.1 | |
| | N | % | N | % |
| A | 28 | 31,5 | 50 | 56,2 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 10 | 11,2 | 5 | 5,6 |
| D | 19 | 21,3 | 25 | 28,1 |
| E | 18 | 20,2 | 6 | 6,7 |
| F | 12 | 13,5 | 1 | 1,1 |
| G | 2 | 2,2 | 2 | 2,2 |
| TOTAAL | 89 | 100 | 89 | 100 |

Tabel 5.2.2.2(b)

- * Uit tabel 4.8.5 (dit wil sê die tabel wat leerlingresponse op die voortoets (vraag 2.1 uit vraelys 2b) met leerlingresponse op die natoets (vraag 2.1 uit vraelys 2b) vir skool 5 vergelyk), blyk in hierdie geval 'n toename van 50% (75,0 - 25,0) in die aantal leerlinge in kategorie A, en 'n afname van die aantal leerlinge in al die ander kategorieë.

- 5.2.2.3 VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.
DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Die doel met hierdie vrae is om vas te stel of leerlinge die betrokke bewerkingsienskap herken, dit wil sê, vlak 2 bewustheid word gemeet.

Skole 1 tot 4:

Voortoets:

Vraelys 2: Vraag 2.3: $225 \div 18$ en $300 \div 18 - 75 \div 18$

Natoets:

Vraelys 2b: Vraag 2.2 $225 \div 18$ en $300 \div 18 - 75 \div 18$

Vergelyk met 4.7.8.

Skool 5:

Voortoets:

Vraelys 2b: Vraag 2.2: $225 \div 18$ en $300 \div 18 - 75 \div 18$

Natoets:

Vraelys 2b: Vraag 2.2 $225 \div 18$ en $300 \div 18 - 75 \div 18$

Vergelyk met 4.8.6.

Leerlingresponse op hierdie vrae word in tabel 5.2.2.3(a) aangetoon.

| SKOOL | AANTAL LEERLINGE IN GROEP | VOORTOETS | | NATOETS | | % STYGING IN BEWUSTHEID |
|-------|---------------------------------|-----------|------|---------|------|-------------------------------|
| | | N | % | N | % | |
| 1 | 8 | 2 | 25.0 | 2 | 25.0 | 0.0 |
| 2 | 32 | 4 | 12.5 | 11 | 34.4 | 21,9 |
| 3 | 30 | 5 | 16.7 | 22 | 73,3 | 56,6 |
| 4 | 19 | 8 | 42.1 | 15 | 79.0 | 36,9 |
| 5 | 20 | 2 | 10.0 | 15 | 75.0 | 65.0 |

Leerlinge wat vlak 2-bewustheid van die distributiewe eienskap demonstreer,
d.w.s. leerlinge wat volgens kategorie A geklassifiseer is.

Tabel 5.2.2.3(a)

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie. EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie. EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf geen rede nie. of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie. EN leerling verskaf geen rede nie. of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Kommentaar:

Uit tabel 5.2.2.3(a) is die volgende duidelik:

- * Skole 1, 2, 3 en 5 is in hierdie geval direk vergelykbaar met mekaar, aangesien al vier skole se aanvanklike vlak van bewustheid min of meer van dieselfde orde is. Dieselfde stygende patroon in bewustheid vanaf die voortoets na die natoets as in die geval van 5.2.2.1 en 5.2.2.2 kom hier voor, naamlik

By skool 1 vind 'n styging van 0% plaas.

By skool 2 vind 'n styging van 21,9% plaas.

By skool 3 vind 'n styging van 56,6% plaas.

By skool 5 vind 'n styging van 65,0% plaas.

Dit is duidelik dat daar 'n toenemende styging in die verhoging van

leerlingbewustheid is, met skool 5 wat die grootste verhoging toon.

- * Skool 4 is nie met skole 1, 2, 3 en 5 vergelykbaar nie, aangesien hierdie skool se leerlinge 'n aansienlik hoër aanvanklike vlak van bewustheid toon as die ander vier skole.

Die verhoging in die bewustheid van die distributiewe eienskap by leerlinge in skole 1 tot 5 kan ook as volg aangetoon word:

- * Wanneer tabelle 4.7.8(a) tot (d) (dit wil sê die tabelle wat leerlingresponse op die voortoets (vraag 2.2 uit vraelys 2) met leerlingresponse op die natoets (vraag 2.1 uit vraelys 2b) vergelyk) vir skole 1 tot 4 gekombineer word, ontstaan tabel 5.2.2.3(b). Uit hierdie tabel blyk die volgende: Daar vind 'n toename van 34,9% (56,2 - 21,3) plaas in die aantal leerlinge wat in kategorie A geklassifiseer is, terwyl 'n afname in al die ander kategorieë behalwe C plaasvind.

| KATEGORIE | SKOLE 1 TOT 4 | | | |
|-----------|---------------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.3 | | VRAAG 2.2 | |
| | N | % | N | % |
| A | 19 | 21,3 | 50 | 56,2 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 1 | 1,1 | 3 | 3,4 |
| D | 25 | 28,1 | 23 | 25,8 |
| E | 14 | 15,7 | 7 | 7,9 |
| F | 25 | 28,1 | 5 | 5,6 |
| G | 5 | 5,6 | 1 | 1,1 |
| TOTAAL | 89 | 100 | 89 | 100 |

Tabel 5.2.2.3(b)

- * Uit tabel 4.8.6 (dit wil sê die tabel wat leerlingresponse op die voortoets (vraag 2.2 uit vraelys 2b) met leerlingresponse op die natoets (vraag 2.2 uit vraelys 2b) vir skool 5 vergelyk), blyk in hierdie geval 'n toename van 65% (75,0 - 10,0) in die aantal leerlinge in kategorie A, en 'n afname van die aantal leerlinge in al die ander kategorieë, behalwe C wat dieselfde gebly het.

- 5.2.2.4 VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die twee berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.
DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Die doel met hierdie vrae is om vas te stel of leerlinge raaksien dat die distributiewe eienskap verkeerd aangewend word. Dit gaan dus steeds om die herkenning van die eienskap, dit wil sê, vlak 2 bewustheid word gemeet.

Skole 1 tot 4:

Voortoets:

Vraelys 2: Vraag 2.7: $320 \div 17$ en $320 \div 11 + 320 \div 6$

Natoets:

Vraelys 2b: Vraag 2.3: $320 \div 17$ en $320 \div 11 + 320 \div 6$

Vergelyk met 4.7.12.

Skool 5:

Voortoets:

Vraelys 2b: Vraag 2.3: $320 \div 17$ en $320 \div 11 + 320 \div 6$

Natoets:

Vraelys 2b: Vraag 2.3: $320 \div 17$ en $320 \div 11 + 320 \div 6$

Vergelyk met 4.8.7.

Leerlingresponse op hierdie vrae word in tabel 5.2.2.4(a) aangetoon.

| SKOOL | AANTAL LEERLINGE IN GROEP | VOORTOETS | | NATOETS | | % STYGING IN BEWUSTHEID |
|-------|---------------------------------|-----------|------|---------|------|-------------------------------|
| | | N | % | N | % | |
| 1 | 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0,0 |
| 2 | 32 | 3 | 9,4 | 4 | 12,5 | 3,1 |
| 3 | 30 | 0 | 0 | 7 | 23,3 | 23,3 |
| 4 | 19 | 5 | 26,3 | 16 | 84,2 | 57,9 |
| 5 | 20 | 3 | 15,0 | 7 | 35,0 | 20,0 |

Leerlinge wat vlak 2-bewustheid van die distributiewe eienskap demonstreer,
d.w.s. leerlinge wat volgens kategorie B geklassifiseer is.

Tabel 5.2.2.4(a)

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 C: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinvolle rede.
 E: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
 G: Glad nie beantwoord nie.

Kommentaar:

Uit tabel 5.2.2.4(a) is die volgende duidelik:

- * Skole 1, 2, 3 en 5 is in hierdie geval direk vergelykbaar met mekaar, aangesien al vier skole se aanvanklike vlak van bewustheid redelik laag is. Dieselfde stygende patroon in bewustheid vanaf die voortoets na die natoets as in die geval van 5.2.2.1, 5.2.2.2 en 5.2.2.3 kom hier voor, naamlik

By skool 1 vind 'n styging van 0% plaas.

By skool 2 vind 'n styging van 3,1% plaas.

By skool 3 vind 'n styging van 23,3% plaas.

By skool 5 vind 'n styging van 20,0% plaas.

Dit is duidelik dat daar 'n toenemende styging in die verhoging van

leerlingbewustheid is.

- * Skool 4 is nie met skole 1, 2, 3 en 5 vergelykbaar nie, aangesien hierdie skool se leerlinge 'n aansienlik hoër aanvanklike vlak van bewustheid toon as die ander vier skole.

Die verhoging in die bewustheid van die distributiewe eienskap by leerlinge in skole 1 tot 5 kan ook as volg aangetoon word:

- * Wanneer tabelle 4.7.12(a) tot (d) (dit wil sê die tabelle wat leerlingresponse op die voortoets (vraag 2.7 uit vraelys 2) met leerlingresponse op die natoets (vraag 2.3 uit vraelys 2b) vergelyk) vir skole 1 tot 4 gekombineer word, ontstaan tabel 5.2.2.4(b). Uit hierdie tabel blyk die volgende: Daar vind 'n toename van 21,3% (30,3 - 9,0) plaas in die aantal leerlinge wat in kategorie B geklassifiseer is. Terselfdertyd vind daar egter ook 'n toename van 14,6% (37,1 - 22,5) in die aantal leerlinge in kategorie C plaas. Dit dui daarop dat 'n toenemende aantal leerlinge die eienskap "herken" het, maar dit waarskynlik nog nie genoegsaam gekonsepsualiseer het om te beseft dat hierdie benutting daarvan ongeldig is nie.

| KATEGORIE | SKOLE 1 TOT 4 | | | |
|-----------|---------------|------|------------|------|
| | VRAELYS 2 | | VRAELYS 2b | |
| | VRAAG 2.7 | | VRAAG 2.3 | |
| | N | % | N | % |
| A | 0 | 0,0 | 0 | 0,0 |
| B | 8 | 9,0 | 27 | 30,3 |
| C | 20 | 22,5 | 33 | 37,1 |
| D | 19 | 21,3 | 17 | 19,1 |
| E | 12 | 13,5 | 6 | 2,7 |
| F | 17 | 19,1 | 4 | 4,5 |
| G | 13 | 14,6 | 2 | 2,2 |
| TOTAAL | 89 | 100 | 89 | 100 |

Tabel 5.2.2.4(b)

- * Uit tabel 4.8.7 (dit wil sê die tabel wat leerlingresponse op die voortoets (vraag 2.3 uit vraelys 2b) met leerlingresponse op die natoets (vraag 2.32 uit vraelys 2b) vir skool 5 vergelyk), blyk in hierdie geval 'n toename van 20% (35,0 - 15,0) in die aantal leerlinge in kategorie B, maar weereens 'n toename in die frekwensie van kategorie C.

5.3 DIE ONTWIKKELING VAN DIE ONDERRIGSTRATEGIE

Hieronder volg 'n opsomming van die ontwikkeling van die navorser se onderrigstrategie by die vyf skole gedurende die tweede rondte in 1994.

In hierdie navorsingsprojek is van die standpunt uitgegaan dat laerskool-leerlinge intuïtiewe kennis van die bewerkingsienskappe besit, soos dikwels gedemonstreer wanneer hulle rekenkundige berekeninge uitvoer. Met hierdie studie moes hierdie intuïtiewe kennis as vertrekpunt geneem word, en moes ondersoek ingestel word na watter aktiwiteite aangewend kan word om leerlinge se bewustheid van die bewerkingsienskappe te verhoog, sowel as of dit hoegenaamd moontlik is om hul bewustheid te verhoog. Transmissie-metodes, dit wil sê, waar die onderwyser bloot die kennis aan die leerlinge oordra, moes ten alle koste vermy word, aangesien dit onder andere die tradisionele metode is waarop die onderwerp van bewerkingsienskappe aan leerlinge onderrig is. Hierdie studie moes juis alternatiewe onderrigstrategieë ondersoek, aangesien die tradisionele benadering blykbaar nie veel daartoe bygedra het om leerlinge se beheersing van elementêre algebra te help nie.

Die navorser het dus slegs geweet hy moes die leerlinge se bestaande, intuïtiewe kennis van die bewerkingsienskappe as vertrekpunt neem. Presies hoe en deur middel van watter aktiwiteite hy daarin kon slaag om hul bewustheid van die bewerkingsienskappe te verhoog, was aanvanklik hoegenaamd nie duidelik nie. Hy het dus begin deur aan leerlinge konkrete probleme te gee wat op verskillende maniere bereken kon word, byvoorbeeld:

14 seuns gaan op 'n fietstoer. Elkeen benodig 'n spaarbinneband teen R21,80, 'n noodhulpkissie teen R21,75, 'n T-hemp teen R23,59 en 'n kospakkie teen R32,60. Hoeveel geld is altesaam nodig?

Nadat leerlinge die berekening gedoen het, het hulle hul rekenmetodes aan die res van die klas beskryf of gedemonstreer. Gereeld het dit gebeur dat van die leerlinge eers die bedrae

bymeekaartel en dan met die aantal seuns vermenigvuldig, terwyl die ander elke bedrag met die aantal seuns vermenigvuldig het, en dan die som bereken. Dit is 'n konkrete demonstrasie van die distributiewe eienskap. Die navorser het dan hierdie twee metodes aan die leerlinge uitgewys. Dit het volgens die navorser se waarneming weinig daartoe bygedra om leerlinge bewus te maak van die bestaan van hierdie eienskap, aangesien dit inherent in die konkrete situasie is dat die berekening op hierdie twee maniere uitgevoer kon word. Dit was dus vir die leerlinge vanselfsprekend. Wat ontbreek het (en dit het die navorser mettertyd besef) was iets wat hul aandag sou vasgryp. Daar moes dus een of ander verrassing wees, iets wat 'n kognitiewe dilemma, of 'n disekwilibrum, sou veroorsaak.

'n Ander benadering wat die navorser probeer het, was om leerlinge 'n kontekslose getaluitdrukking te gee om te bereken, byvoorbeeld 15×36 . Weer het leerlinge na voltooiing van hul berekeninge hul metodes beskryf of gedemonstreer, en dan het die navorser vir hulle daarop gewys dat hulle een of meer van die getalle "opgebreek" het. Hy het dan hulle metode(s) stap vir stap op die skryfbord neergeskryf, maar in die vorm van die bewerkings-eienskap, terwyl hy met elke stap aan hulle gevra het of hulle saamstem dat dit is wat hulle gedoen het, al het hulle dit nie so neergeskryf nie. Byvoorbeeld:

$$\begin{aligned} 15 \times 36 &= 15 \times (30 + 6) \\ &= 15 \times 30 + 15 \times 6 \\ &= 450 + 90 \\ &= 540 \end{aligned}$$

'n Kragtige waarneming wat die navorser gemaak het, is dat, hoewel die leerlinge met aandag die navorser se uiteensetting gevolg het, dit hulle nie veel geïnterees het nie. Retrospektief beskou moes die navorser hierdie reaksie verwag het, aangesien leerlinge in 'n probleemgebaseerde benadering die vryheid het om hul eie rekenmetodes te ontwerp en te benut, en dat hulle moet kennis neem van alternatiewe metodes, maar dat hulle hul eie (beproeft en verstaanbare) metodes kan bly benut. Hierdie benadering kon dus nie daarin slaag om leerlinge tot refleksie aan te spoor nie; anders gestel: hulle was nie in staat om te reflekteer oor iets wat vir hulle voor die hand liggend was nie. Weer het die navorser mettertyd besef dat die afwesigheid van 'n verrassingselement wat 'n disekwilibrum kon veroorsaak, die grootste leemte in hierdie benadering was.

'n Ander aspek wat glad nie in die vroeë stadium van hierdie ondersoek aangespreek is nie, is die gebruik van die sakrekenaar. Omdat die navorser die klem op die verskillende rekenmetodes wou laat val, het hy leerlinge doelbewus nie die sakrekenaar laat benut nie,

sodat leerlinge oor hul rekenmetodes kon dink, en bespreking daaruit kon voortvloei. Hulle kon wel die sakrekenaar as kontrole vir die korrektheid van hul berekeninge benut, maar die navorser het mettertyd daarvan oortuig geraak dat dit as 'n baie kragtiger onderrighulpmiddel ingespan kon word.

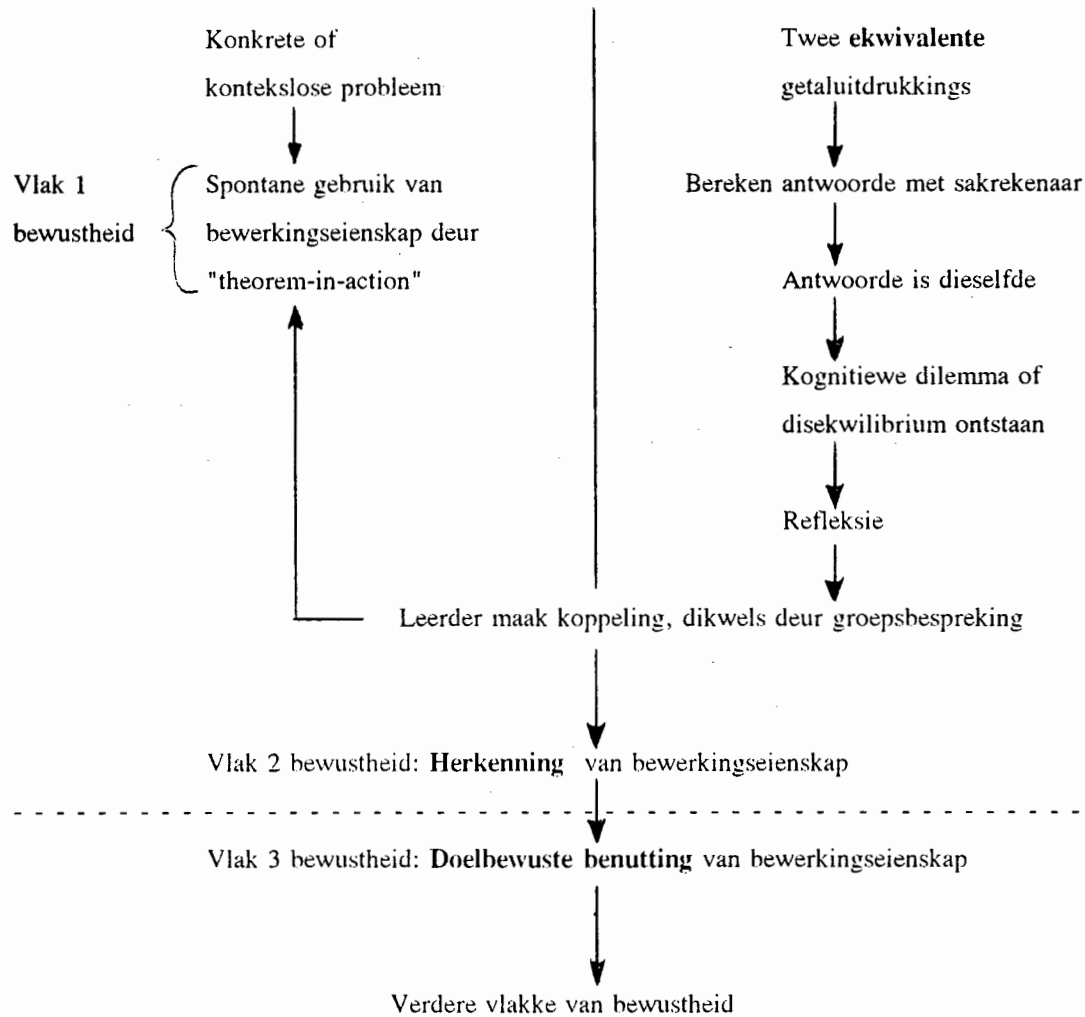
Ook georganiseerde groepwerk was in die vroeë stadium afwesig. In die eerste drie skole wat die navorser gedurende die tweede rondte besoek het, was leerlingbanke in rye gerangskik, en het enige groepbespreking behels dat twee leerlinge wat langs mekaar sit op aandring van die navorser hul antwoorde en/of metodes met mekaar vergelyk. Daar was dus nie veel potensiaal dat daar verskillende rekenmetodes binne dieselfde groep (van twee) teenwoordig sou wees nie, en voortspruitend daaruit kon daar nie sinvolle bespreking in die groep gevoer word ten einde bewustheid van die bewerkingsienskap te verhoog nie.

Aanvanklik het die navorser heeltemal sentraal gestaan in die onderrigsituasie. Hy het transparante op die truprojektor vertoon en aan leerlinge opdragte gegee om uit te voer. Sodoende het hy die tempo van die leergebeure grootliks beheer; hy het bespreking in die klein groepe gestimuleer en bespreking in die groot groep (die hele klas) gelei; hy het leerlinge gevra om hul rekenmetodes te beskryf en dan het hy dit op die bord geskryf terwyl hy hul denke doelbewus in die rigting van die bewerkingsienskap gestuur het.

Al bogenoemde leemtes is effektief aangespreek tydens die onderrigsessies met skool 5. Die bewering kan gemaak word dat bepaalde parameters tydens die ontwikkeling van die onderrigverloop by die eerste vier skole uitgekristalliseer het, en dat hierdie parameters sover moontlik in skool 5 geoptimaliseer is. Hierdie parameters is:

- * Die skep van 'n **kognitiewe dilemma** of **disekwilibrium**, en die gevolglike behoefte tot refleksie.
- * **Groepsbespreking**. Die leerkrag staan nie sentraal in die leergebeure nie, maar tree bloot as fasiliteerder daarvan op. Deur middel van georganiseerde groepwerk, aan die hand van deeglik beplande werkvelle wat elke leerling ontvang, vind sinvolle bespreking binne groepverband plaas, wat tot 'n verhoogde vlak van refleksie aanleiding mag gee.
- * Die benutting van die **sakrekenaar** as 'n integrale komponent van die leergebeure.

Hierdie onderrigstrategie kan skematies as volg voorgestel word:



Bostaande skema toon duidelik aan hoe al drie parameters met mekaar geïntegreer behoort te word ten einde leerlingbewustheid van die bewerkingseienskappe aansienlik te verhoog. Dat leerlingbewustheid van die bewerkingseienskappe met die integrering van hierdie drie parameters veel meer verhoog word as daarsonder, word ondersteun deur die resultate van die leerlingresponse van skool 5 te vergelyk met dié van skole 1 tot 4 (vergelyk die tabelle in hoofstuk 5).

Om te sien hoe bostaande skema in die klaskamerpraktyk aangewend is, word die leser verwys na 4.6, waar 'n volledige beskrywing daarvan gegee word, met inbegrip van die werkvelle wat binne groepverband in skool 5 gebruik is. Na aanleiding van die veel groter toename in bewustheid van die distributiewe eienskap wat met hierdie onderrigmodel behaal is, het die navorser 'n derde rondte vir 1995 beplan wat op presies dieselfde model gebaseer is. Volledige inligting hieroor word in hoofstuk 6 weergegee.

HOOFSTUK 6

DIE DERDE RONDTE: 1995

6.1 INLEIDING

Die doel van die derde rondte was om vas te stel in welke mate die onderrigmodel, soos in 5.3 beskryf, suksesvol is deur 'n groot aantal laerskoolleerlinge daaraan bloot te stel.

6.2 LEERLINGSAMESTELLING

Gedurende 1995 is nege laerskole in die Wes-Kaap by hierdie projek betrek. Die verspreiding van die leerlingvraelyste (voor- en natoets) wat daardie skole vir die navorser gegee het, word in tabel 6.2 aangetoon:

| | St 1 | St 2 | St 3 | St 4 | St 5 | Totaal |
|---------------|------|------|------|------|------|--------|
| Skool 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Skool 2 | 0 | 0 | 0 | 39 | 0 | 39 |
| Skool 3 | 29 | 25 | 37 | 28 | 36 | 155 |
| Skool 4 | 0 | 0 | 29 | 21 | 0 | 50 |
| Skool 5 | 33 | 50 | 0 | 47 | 57 | 187 |
| Skool 6 | 0 | 61 | 80 | 0 | 0 | 141 |
| Skool 7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 73 | 73 |
| Skool 8 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Skool 9 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| Totaal | 62 | 136 | 146 | 135 | 166 | 645 |

Tabel 6.2

Vanaf tabel 6.2 is dit duidelik dat skole 1, 8 en 9 geen vraelyste aan die navorser beskikbaar gestel het nie. Die redes hiervoor handel suiwer oor tyd: Daardie skole kon nie hul werkvelle afhandel en die natoetsvraelyste voltooi voor die sperdatum vir inhandiging nie.

Vanaf tabel 6.2 is dit ook duidelik dat daar gedurende die derde rondte leerlinge van standerd 1 tot standerd 5 by die navorsing betrek is, terwyl slegs standerd 4 leerlinge gedurende rondtes een en twee betrek is. Die redes hiervoor is die volgende:

- * Volgens Van Hiele (verwys na paragraaf 2.8.3) behoort leerlinge reeds in die laer standerds aan aktiwiteite wat hul vlak van bewustheid van die bewerkingsienskappe kan verhoog, blootgestel te word.
- * Dieselfde mening as bostaande word uitgespreek deur die NCTM (verwys na paragraaf 2.7.4).
- * Die navorser wou probeer vasstel of leerlinge van bepaalde standerds deur dieselfde onderrigbenadering makliker tot 'n hoër vlak van bewustheid van die bewerkingsienskappe as ander kan beweeg.

6.3 WERKSWYSE

By elk van die nege skole het die navorser gewoonlik die skoolhoof, sowel as die onderwyser(s) wie se leerlinge betrokke sou wees, breedvoerig oor die rasionaal en doel van die navorsingsprojek ingelig. Daarby het elke onderwyser ook 'n inligtingstuk en handleiding (verwys na bylae 3) ontvang.

Elke skool is van 'n volledige stel werkvelle voorsien. Hierdie werkvelle is opgestel ooreenkomstig die onderrigmodel wat in 5.3 beskryf is. Twee stelle werkvelle is opgestel: Die Junior werkvelle is vir leerlinge in standerds 1, 2 en 3, terwyl die Senior werkvelle vir leerlinge in standerds 3, 4 en 5 is. Standaard 3-leerkrigte kon self besluit of hulle die Junior of Senior werkvelle wou gebruik.

Soos in die vorige twee rondtes het al die leerlinge eers 'n voortoets afgelê (vraelys 3a) voordat hulle met die werkvelle begin het. Nadat hulle die werkvelle afgehandel het, het hulle 'n natoets afgelê (vraelys 3b). Die betrokke leerkrigte het ook 'n vraelys voltooi (verwys na bylae 4).

Die navorser of 'n navorsingsassistent het, terwyl leerlinge met die werkvelle besig was, by soveel deelnemende skole en klasse as moontlik besoek afgelê ten einde kontrole oor die

verloop van die projek uit te oefen.

6.4 WERKVELLE

Wanneer die onderrigmodel wat in 5.3 beskryf is met byvoorbeeld werkvel 1 vergelyk word, behoort die volgende duidelik te wees:

Vrae 1.1 tot 1.3 van deel 1 stem ooreen met die linkerkantse kolom van die model, naamlik waar leerlinge die antwoord van 'n konkrete probleem bereken. Om vir leerlinge aan te toon dat hulle spontaan van verskillende berekeningsmetodes gebruik maak, word vraag 2.1 gevra. Hier word gevra dat leerlinge hul antwoorde EN metodes van vrae 1.1 tot 1.3 met dié van leerlinge in hul groep moet vergelyk. In vraag 2.2 word hulle versoek om die ooreenkomste in leerlingmetodes in vrae 1.1 tot 1.3 te identifiseer. Die doel van vraag 2.2 is om leerlinge te laat raaksien dat elk van vrae 1.1 tot 1.3 essensieel op twee verskillende metodes bereken kan word. Dit is 'n belangrike aktiwiteit ten einde leerlinge te help om die kognitiewe dilemma of disekwilibrium wat in deel 2 van die werkvel gaan ontstaan, te probeer oplos.

Vrae 3.1 en 3.2 stem ooreen met die regterkantse kolom van die model. Hier word twee ekwivalente getaluitdrukings aan leerlinge voorgedra, waarvan hulle die antwoorde met behulp van 'n sakrekenaar moet bereken. Die feit dat die getaluitdrukings dieselfde antwoorde lewer, is volgens die navorser se waarneming in beide rondtes 2 en 3 vir leerlinge 'n verrassing en lei tot die kognitiewe dilemma of disekwilibrium. Vraag 4.2 bied nou aan die groep die geleentheid om die verklaring hiervoor te vind, en vraag 4.3 bied aan hulle die geleentheid om dit met deel 1 in verband te bring, naamlik dat dieselfde probleem op twee verskillende maniere bereken kan word. Volgens die model behoort hierdie bewuswording tot vlak 2 bewustheid, naamlik die herkenning van die getaleienskap, aanleiding te gee (al is daar nog nie sprake van die formalisering of naamgewing van die eienskap nie).

Gedurende dele 3 en 4 word bewustheid van die eienskap verder verhoog deur voorbeelde en die bespreking daarvan.

Hierna verskyn 'n volledige kopie van al die werkvelle wat aan skole beskikbaar gestel is.

WERKVEL 1

(Junior)

Deel 1

- 1.1 'n Pad van 26 km lank moet in boswêreld gemaak word. 'n Subkontraakteur kwoteer as volg: R1 500 per km vir die uitkap van die bosse, en R2 800 per km vir die wegry daarvan. Bereken sonder sakrekenaar wat is sy totale prys.
- 1.2 Die tariewe van die grondpersoneel wat passasiersvliegtuie op lughawens diens, is as volg:
- | | |
|---------------------------|-------------|
| Meganiese tegnikus: | R45 per uur |
| Elektroniese tegnikus: | R65 per uur |
| Hidrouliese tegnikus: | R53 per uur |
| Toesighoudende ingenieur: | R87 per uur |
- Bereken sonder sakrekenaar wat is die totale uitgawe aan salarisse vir 'n vliegtuigdiens wat 6 uur duur.
- 1.3 7 kinders gaan strand toe. Elkeen kry 'n roomys van R3 en 'n koeldrank van R2. Bereken wat dit altesaam kos sonder die gebruik van 'n sakrekenaar.
- 2.1 Vergelyk jou antwoorde EN metodes in vrae 1.1 tot 1.3 met die van jou maats in jou groep.
- 2.2 Vrae 1.1 tot 1.3 gaan oor verskillende situasies, maar daar is tog groot ooreenkomste in die **metodes** waarvolgens 'n mens die drie probleme se antwoorde kan bereken. Kan jy hierdie ooreenkomste raaksien? Bespreek in jou groep.

WERKVEL 1 J

Deel 2

3. Bereken met 'n sakrekenaar die antwoorde van elk van die getaluitdrukkinge in die onderstaande oefeninge:
- 3.1 23×64 en $23 \times 42 + 23 \times 22$
- 3.2 18×87 en $18 \times 100 - 18 \times 13$
- 4.1 Vergelyk die antwoorde van die twee getaluitdrukkinge in elk van vrae 3.1 en 3.2 met mekaar. Wat merk jy op?
- 4.2 Verklaar jou opmerking in vraag 4.1 en bespreek dit in jou groep.
- 4.3 Watter ooreenkoms is daar vir jou tussen vrae 1.1 tot 1.3 en vrae 3.1 tot 3.2? Bespreek **deeglik** in jou groep.

WERKVEL 1 J**Deel 3**

5.1 'n Klas moet die volgende berekening sonder sakrekenaar doen: 83×27 .

Pieter doen dit so: $83 \times 27 = 1660 + 581 = 2241$

$$83 \times 20 = 1660$$

$$83 \times 7 = 581$$

5.2 Susan doen dieselfde som so:

$$83 \times 27 = 2490 - 249 = 2241$$

$$83 \times 30 = 2490$$

$$83 \times 3 = 249$$

5.3 Is albei se antwoord en metode korrek? Bespreek met jou maats in jou groep hoekom jy so sê.

6. **Voorspel** (moet dus nie bereken nie) of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee elke keer 'n rede vir jou antwoord:

6.1 34×125 en $34 \times 70 + 34 \times 55$

6.2 38×13 en $25 \times 13 + 13 \times 13$

6.3 $23 \times (12 + 8)$ en $23 \times 12 + 23 \times 8$

WERKVEL 1 J

Deel 4

6. Bereken **SONDER** sakrekenaar op die **maklikste** moontlike manier. Vergelyk jou antwoorde **EN** metodes met jou maats s'n:

6.1 $43 \times 7 + 43 \times 3$

6.2 $8 \times 14 + 12 \times 14$

7. Vergelyk vrae 6.1 en 6.2 met vrae 1.1 tot 1.3. Sien jy enige ooreenkomste in die rekenmetodes? Bespreek in jou groep.

8. Probeer in woorde beskryf wat jy in werkvel 1 ontdek het. Bespreek dit in jou groep.

WERKVEL 1 JVir verryking

1. By 'n skool se snoepwinkel word elke dag rekord gehou van daardie dag se verkope. Een bepaalde week se verkope lyk as volg:

| Datum | Koeldrank | Skyfies | Roomys |
|-------------|-----------|---------|--------|
| Ma 11 Maart | 36 | 18 | 29 |
| Di 12 Maart | 41 | 17 | 33 |
| Wo 13 Maart | 32 | 28 | 12 |
| Do 14 Maart | 25 | 35 | 13 |
| Vr 15 Maart | 34 | 28 | 25 |

Beantwoord nou die volgende vrae:

- 1.1 Die koeldrank kos R1,50 elk. Hoeveel is in die week uit koeldrankverkope ingevorder?
- 1.2 Die skyfies kos 90 sent per pakkie, en die roomys R1,25 elk. Wat is die **totale** inkomste vir die week?
- 1.3 Aan die begin van die week was daar presies 5 dose skyfies in voorraad, elk met 50 pakkies skyfies. Hoeveel pakkies skyfies is oor aan die einde van die week?
2. Aan die begin van die jaar het Susan R75 wat sy op tydskrifte, wat maandeliks verskyn, wil spandeer. Sy besluit om elk van die volgende tydskrifte vir elke maand van die jaar te koop: "Die Tiener" teen 75 sent; "Huisgids" teen R1,85; en "Musiekklanke" teen R2,90. Sal sy alles kan bekostig? Indien wel, hoeveel sal sy oorhê aan die einde van die jaar?

WERKVEL 1

(Senior)

Deel 1

1.1 'n Pad van 25,8 km lank moet in boswêreld gemaak word. 'n Subkontraakteur kwoteer as volg: R15 000 per km vir die uitkap van die bosse, en R28 000 per km vir die wegry daarvan. Bereken sonder sakrekenaar wat is sy totale prys.

1.2 Die tariewe van die grondpersoneel wat passasiersvliegtuie op lughawens diens, is as volg:

| | |
|---------------------------|-------------|
| Meganiese tegnikus: | R45 per uur |
| Elektroniese tegnikus: | R65 per uur |
| Hidrouliese tegnikus: | R53 per uur |
| Toesighoudende ingenieur: | R87 per uur |

Bereken sonder sakrekenaar wat is die totale uitgawe aan salarisse vir 'n vliegtuigdiens wat 6 uur duur.

1.3 7 kinders gaan strand toe. Elkeen kry 'n roomys van R2,85 en 'n koeldrank van R1,95. Bereken sonder sakrekenaar wat dit altesaam kos.

2.1 Vergelyk jou antwoorde EN metodes in vrae 1.1 tot 1.3 met die van jou maats in jou groep.

2.2 Vrae 1.1 tot 1.3 gaan oor verskillende situasies, maar daar is tog groot ooreenkomste in die metodes waarvolgens 'n mens die drie probleme se antwoorde kan bereken. Kan jy hierdie ooreenkomste raaksien? Bespreek in jou groep.

WERKVEL 1 5

Deel 2

3. Bereken met 'n sakrekenaar die antwoorde van elk van die getaluitdrukkings in die onderstaande oefeninge:
- 3.1 $23,6 \times 64,8$ en $23,6 \times 42,5 + 23,6 \times 22,3$
- 3.2 $18,4 \times 87,6$ en $18,4 \times 100 - 18,4 \times 12,4$
- 4.1 Vergelyk die antwoorde van die twee getaluitdrukkings in elk van vrae 3.1 en 3.2 met mekaar. Wat merk jy op?
- 4.2 Verklaar jou opmerking in vraag 4.1 en bespreek dit in jou groep.
- 4.3 Watter ooreenkoms is daar vir jou tussen vrae 1.1 tot 1.3 en vrae 3.1 tot 3.2? Bespreek **deeglik** in jou groep.

WERKVEL 1 S**Deel 3**

5.1 'n Klas moet die volgende berekening sonder sakrekenaar doen: $83,8 \times 27$.

Pieter doen dit so: $83,8 \times 27 = 1676 + 586,6 = 2262,6$

$83,8 \times 20 = 1676$

$83,8 \times 7 = 586,6$

5.2 Susan doen dieselfde som so:

$83,8 \times 27 = 2514 - 251,4 = 2262,6$

$83,8 \times 30 = 2514$

$83,8 \times 3 = 251,4$

5.3 Is albei se antwoord en metode korrek? Bespreek met jou maats in jou groep hoekom jy so sê.

6. **Voorspel** (moet dus nie bereken nie) of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee elke keer 'n rede vir jou antwoord:

6.1 $34,2 \times 125$ en $34,2 \times 70 + 34,2 \times 55$

6.2 $38 \times 13,5$ en $25 \times 13,5 + 13 \times 13,5$

6.3 $23,6 \times (12,3 + 8,7)$ en $23,6 \times 12,3 + 23,6 \times 8,7$

WERKVEL 1 5

Deel 4

6. Bereken **SONDER** sakrekenaar op die **maklikste** moontlike manier. Vergelyk jou antwoorde **EN** metodes met jou maats s'n:
- 6.1 $43,6 \times 7 + 43,6 \times 3$
- 6.2 $8 \times 12,5 + 12 \times 12,5$
7. Vergelyk vrae 6.1 en 6.2 met vrae 1.1 tot 1.3. Sien jy enige ooreenkomste in die rekenmetodes? Bespreek in jou groep.
8. Probeer in woorde beskryf wat jy in werkvel 1 ontdek het. Bespreek dit in jou groep.

WERKVEL 1 5Vir verryking

1. By 'n skool se snoepwinkel word elke dag rekord gehou van daardie dag se verkope. Een bepaalde week se verkope lyk as volg:

| Datum | Koeldrank | Skyfies | Roomys |
|-------------|-----------|---------|--------|
| Ma 11 Maart | 36 | 18 | 29 |
| Di 12 Maart | 41 | 17 | 33 |
| Wo 13 Maart | 32 | 28 | 12 |
| Do 14 Maart | 25 | 35 | 13 |
| Vr 15 Maart | 34 | 28 | 25 |

Beantwoord nou die volgende vrae:

- 1.1 Die koeldrank kos R1,50 elk. Hoeveel is in die week uit koeldrankverkope ingevorder?
- 1.2 Die skyfies kos 90 sent per pakkie, en die roomys R1,25 elk. Wat is die **totale** inkomste vir die week?
- 1.3 Aan die begin van die week was daar presies 5 dose skyfies in voorraad, elk met 50 pakkies skyfies. Hoeveel pakkies skyfies is oor aan die einde van die week?
2. Aan die begin van die jaar het Susan R75 wat sy op tydskrifte, wat maandeliks verskyn, wil spandeer. Sy besluit om elk van die volgende tydskrifte vir elke maand van die jaar te koop: "Die Tiener" teen 75 sent; "Huisgids" teen R1,85; en "Musiekklanke" teen R2,90. Sal sy alles kan bekostig? Indien wel, hoeveel sal sy oorhê aan die einde van die jaar?

WERKVEL 2

(Junior)

Deel 1

- 1.1 In 'n sekere hospitaal word die koste van operasies as volg bereken:
- | | |
|--------------|----------------|
| Teater: | R15 per minuut |
| Narkotiseur: | R7 per minuut |
| Chirurg: | R8 per minuut |
- Bereken sonder sakrekenaar die koste van 'n operasie wat 37 minute duur.
- 1.2 Danie bou fietse. Hy voer die rame uit Italië in, en betaal R275 per raam. Die ratte en wiele voer hy uit Frankryk in, en dit kos R125 per fiets. Al die ander onderdele voer hy uit Brittanje in, en dit kos R100 per fiets. Bereken sonder sakrekenaar hoeveel dit hom kos om 7 fietse te bou.
- 1.3 'n Boer plant op die oewer van 'n rivier 78 rye uieplantjies met 34 plantjies in elke ry. Gedurende die nag oorstroom die rivier sy walle, en 22 volle rye spoel weg. Bereken sonder sakrekenaar hoeveel plantjies het hy altesaam oor.
- 2.1 Vergelyk jou antwoorde EN metodes in vrae 1.1 tot 1.3 met die van jou maats in jou groep.
- 2.2 Vrae 1.1 tot 1.3 gaan oor verskillende situasies, maar daar is tog groot ooreenkomste in die metodes waarvolgens 'n mens die drie probleme se antwoorde kan bereken. Kan jy hierdie ooreenkomste raaksien? Bespreek in jou groep.

WERKVEL 2 J

Deel 2

3. Bereken met 'n sakrekenaar die antwoorde van elk van die getaluitdrukkings in die onderstaande oefeninge:

3.1 56×96 en $56 \times 51 + 56 \times 45$

3.2 18×37 en $18 \times 55 - 18 \times 18$

3.3 $41 \times (18 + 31)$ en $41 \times 18 + 41 \times 31$

3.4 $27 \times (35 - 11)$ en $27 \times 35 - 27 \times 11$

4.1 Vergelyk die antwoorde van die twee getaluitdrukkings in elk van vrae 3.1 tot 3.4 met mekaar. Wat merk jy op?

4.2 Verklaar jou opmerking in vraag 4.1 en bespreek dit in jou groep.

4.3 Watter ooreenkoms is daar vir jou tussen vrae 1.1 tot 1.3 en vrae 3.1 tot 3.4? Bespreek **deeglik** in jou groep.

WERKVEL 2 J

Deel 3

- 5.1 Mari in standerd 2 vra haar broer Cobus in standerd 4 om vir haar te bereken hoeveel kos 48 rose teen R3 elk. Hy doen die berekening so:

$$\begin{aligned} 3 \times 48 &= 3 \times (40 + 8) \\ &= 3 \times 40 + 3 \times 8 \\ &= 120 + 24 \\ &= R144 \end{aligned}$$

Is sy antwoord EN metode korrek? Bespreek in jou groep.

Mari sê sy verstaan nie Cobus se metode nie. Veronderstel jy is Cobus. Vertel aan jou maats in jou groep hoe jy hierdie rekenmetode aan jou sussie sal verduidelik.

- 5.2 Mari het baie mooi na Cobus se verduideliking geluister en vra toe vir hom of sy dit ook as volg mag doen:

$$\begin{aligned} 3 \times 48 &= 3 \times (50 - 2) \\ &= 3 \times 50 - 3 \times 2 \end{aligned}$$

Wat sê jy vir Mari: mag sy so maak, of nie? Verduidelik dit aan jou maats soos wat jy dit aan Mari sou verduidelik.

6. **Voorspel** (moet dus nie bereken nie) of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee elke keer 'n rede vir jou antwoord:

6.1 28×15 en $28 \times 38 - 28 \times 23$

6.2 $35 \times (17 + 31)$ en $35 \times 17 + 35 \times 31$

6.3 $16 \times 35 - 16 \times 12$ en $16 \times (35 - 12)$

WERKVEL 2 J

Deel 4

6. Bereken **SONDER** sakrekenaar op die **maklikste** moontlike manier. Vergelyk jou antwoorde **EN** metodes met jou maats s'n:

6.1 $34 \times 37 + 34 \times 13$

6.2 $15 \times 31 - 9 \times 31 - 6 \times 31$

6.3 $41 \times 12 + 41 \times 18 - 41 \times 30$

7. Vergelyk vrae 6.1 tot 6.3 met vrae 1.1 tot 1.3. Sien jy enige ooreenkomste in die rekenmetodes? Bespreek in jou groep.

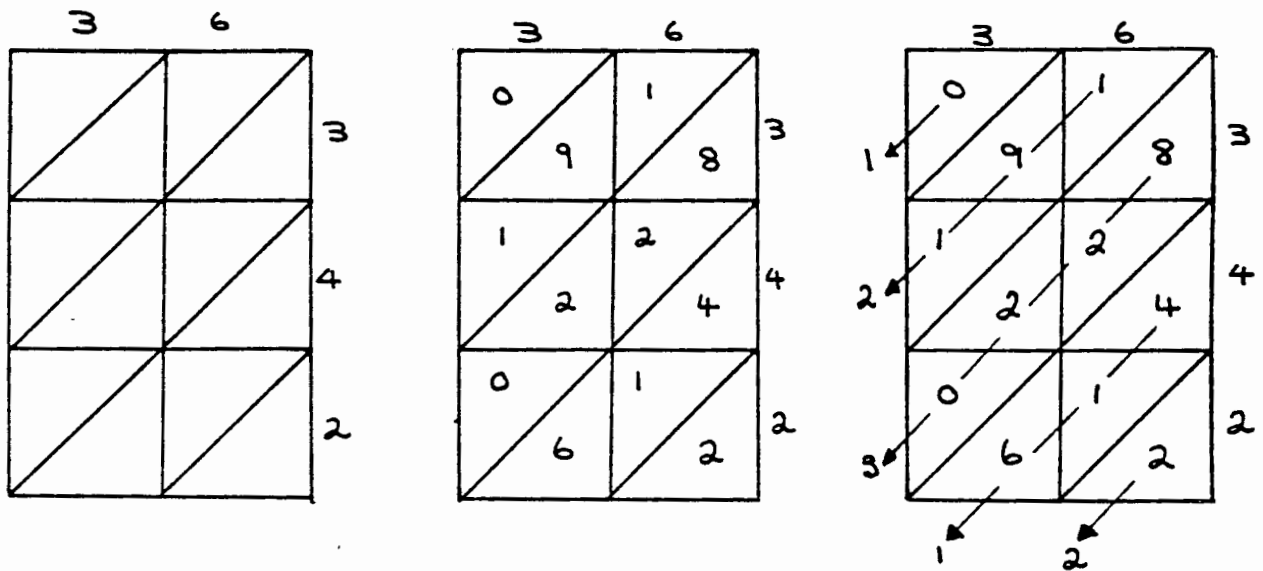
8. Probeer in woorde beskryf wat jy in werkvel 2 ontdek het. Bespreek dit in jou groep.

WERKVEL 2 J

Vir verryking

Die volgende "roostermetode" van vermenigvuldiging is omstreeks 1600 NC gebruik.

Bestudeer die roosters en stel vas hoe hulle gebruik is om $36 \times 342 = 12312$ te bereken.



(a) Kan jy verklaar waarom die roostermetode werk?

(b) Gebruik die roostermetode om die volgende te bereken:

(1) 45×36

(2) 28×83

(3) 345×567

WERKVEL 2

(Senior)

Deel 1

- 1.1 In 'n sekere hospitaal word die koste van operasies as volg bereken:
Teater: R15 per minuut
Narkotiseur: R6,50 per minuut
Chirurg: R8,50 per minuut
Bereken sonder sakrekenaar die koste van 'n operasie wat 37 minute duur.
- 1.2 Danie bou fietse. Hy voer die rame uit Italië in, en betaal R675 per raam. Die ratte en wiele voer hy uit Frankryk in, en dit kos R296 per fiets. Al die ander onderdele voer hy uit Brittanje in, en dit kos R329 per fiets. Bereken sonder sakrekenaar hoeveel dit hom kos om 7 fietse te bou.
- 1.3 'n Boer plant op die oewer van 'n rivier 78 rye uieplantjies met 34 plantjies in elke ry. Gedurende die nag oorstroom die rivier sy walle, en 22 volle rye spoel weg. Bereken sonder sakrekenaar hoeveel plantjies het hy altesaam oor.
- 2.1 Vergelyk jou antwoorde EN metodes in vrae 1.1 tot 1.3 met die van jou maats in jou groep.
- 2.2 Vrae 1.1 tot 1.3 gaan oor verskillende situasies, maar daar is tog groot ooreenkomste in die **metodes** waarvolgens 'n mens die drie probleme se antwoorde kan bereken. Kan jy hierdie ooreenkomste raaksien? Bespreek in jou groep.

WERKVEL 2 S

Deel 2

3. Bereken met 'n sakrekenaar die antwoorde van elk van die getaluitdrukkings in die onderstaande oefeninge:

3.1 $56,5 \times 96$ en $56,5 \times 51 + 56,5 \times 45$

3.2 $18,7 \times 37$ en $18,7 \times 55 - 18,7 \times 18$

3.3 $41,3 \times (18 + 31,2)$ en $41,3 \times 18 + 41,3 \times 31,2$

3.4 $27 \times (35,2 - 11,5)$ en $27 \times 35,2 - 27 \times 11,5$

4.1 Vergelyk die antwoorde van die twee getaluitdrukkings in elk van vrae 3.1 tot 3.4 met mekaar. Wat merk jy op?

4.2 Verklaar jou opmerking in vraag 4.1 en bespreek dit in jou groep.

4.3 Watter ooreenkoms is daar vir jou tussen vrae 1.1 tot 1.3 en vrae 3.1 tot 3.4? Bespreek **deeglik** in jou groep.

WERKVEL 2 SDeel 3

- 5.1 Mari in standerd 2 vra haar broer Cobus in standerd 4 om vir haar te bereken hoeveel kos 48 rose teen R2,75 elk. Hy doen die berekening so:

$$\begin{aligned}
 48 \times 2,75 &= 48 \times (2,00 + 0,75) \\
 &= 48 \times 2,00 + 48 \times 0,75 \\
 &= 96 + 36 \\
 &= R132
 \end{aligned}$$

Is sy antwoord EN metode korrek? Bespreek in jou groep.

Mari sê sy verstaan nie Cobus se metode nie. Veronderstel jy is Cobus. Vertel aan jou maats in jou groep hoe jy hierdie rekenmetode aan jou sussie sal verduidelik.

- 5.2 Mari het baie mooi na Cobus se verduideliking geluister en vra toe vir hom of sy dit ook as volg mag doen:

$$\begin{aligned}
 48 \times 2,75 &= 48 \times (3,00 - 0,25) \\
 &= 48 \times 3,00 - 48 \times 0,25
 \end{aligned}$$

Wat sê jy vir Mari: mag sy so maak, of nie? Verduidelik dit aan jou maats soos wat jy dit aan Mari sou verduidelik.

6. **Voorspel** (moet dus nie bereken nie) of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee elke keer 'n rede vir jou antwoord:

6.1 $28,3 \times 15,4$ en $28,3 \times 38,9 - 28,3 \times 23,5$

6.2 $35,1 \times (17,5 + 31,8)$ en $35,1 \times 17,5 + 35,1 \times 31,8$

6.3 $16,7 \times 35,7 - 16,7 \times 12,9$ en $16,7 \times (35,7 - 12,9)$

WERKVEL 2 S

Deel 4

6. Bereken **SONDER** sakrekenaar op die **maklikste** moontlike manier. Vergelyk jou antwoorde **EN** metodes met jou maats s'n:

6.1 $34,8 \times 37 + 34,8 \times 13$

6.2 $15,7 \times 31 - 9,2 \times 31 - 6,5 \times 31$

6.3 $41,7 \times 53 + 41,7 \times 38 - 41,7 \times 71$

7. Vergelyk vrae 6.1 tot 6.3 met vrae 1.1 tot 1.3. Sien jy enige ooreenkomste in die rekenmetodes? Bespreek in jou groep.

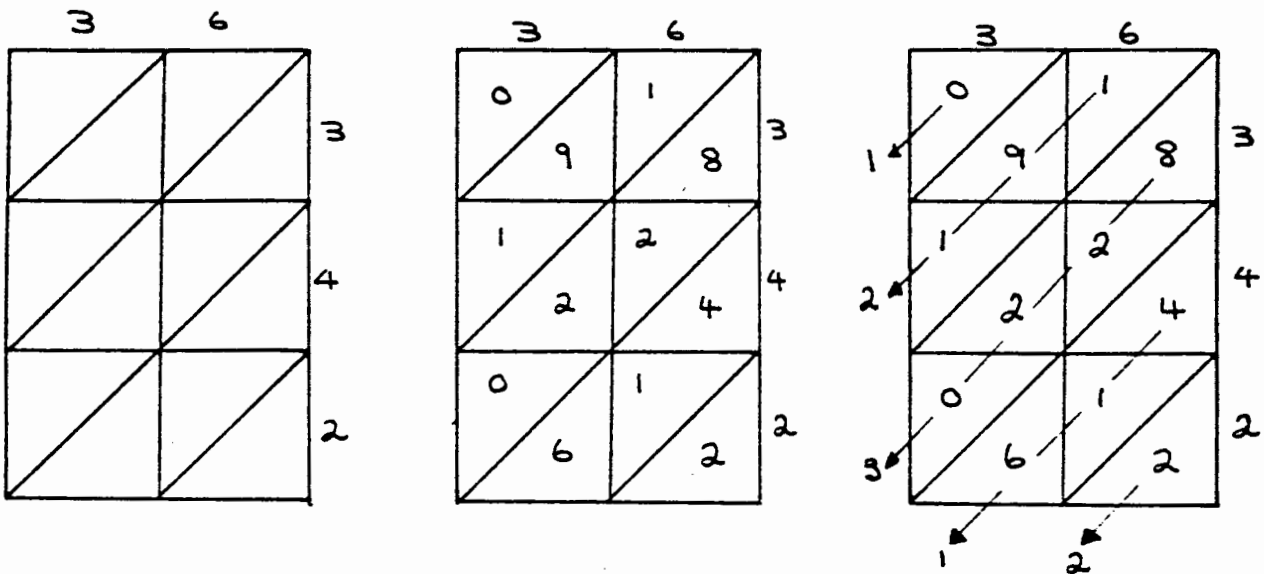
8. Probeer in woorde beskryf wat jy in werkvel 2 ontdek het. Bespreek dit in jou groep.

WERKVEL 2 5

Vir verryking

Die volgende "roostermetode" van vermenigvuldiging is omstreeks 1600 NC gebruik.

Bestudeer die roosters en stel vas hoe hulle gebruik is om $36 \times 342 = 12312$ te bereken.



(a) Kan jy verklaar waarom die roostermetode werk?

(b) Gebruik die roostermetode om die volgende te bereken:

(1) 45×36

(2) 28×83

(3) 345×567

WERKVEL 3

(Junior)

Deel 1

1. In vrae 1.1 en 1.2 word verskillende berekeningsmetodes vir elke probleem gegee. Sonder om self die berekening te doen, bestudeer die gegewe rekenmetodes, en sê watter rekenmetode(s) is korrek. Bespreek dit dan in jou groep.

1.1 'n Boer koop 3 koeie teen R674 elk, en een perd teen R1 265 op 'n veiling. Hoeveel betaal hy altesaam?

Metode 1: $3 \times (674 + 1\ 265)$

Metode 2: $3 \times 674 + 3 \times 1\ 265$

Metode 3: $3 \times 674 + 1\ 265$

Metode 4: $1\ 265 + 3 \times 674$

1.2 Om skaatse by 'n skaatsbaan te huur, kos R3,40 plus R1,20 per uur. Hoeveel moet jy betaal as jy 3 uur lank wil skaats?

Metode 1: $3 \times (3,40 + 1,20)$

Metode 2: $3 \times 3,40 + 3 \times 1,20$

Metode 3: $3 \times 3,40 + 1,20$

Metode 4: $3,40 + 3 \times 1,20$

2. Bereken met 'n sakrekenaar die antwoorde van metodes 1 en 2 van vrae 1.1 en 1.2. Wat merk jy op? Verklaar dit, en bespreek dit in jou groep.

WERKVEL 3 Deel 2 J

3.1 Hoeveel oningeleurde kolle is in die patroon? 0 0 0 0
 0 0 0 0
 0 0 0 0
 Vergelyk jou antwoord en berekeningsmetode met jou maats s'n. 0 0 0 0
 0 0 0 0

3.2 Hoeveel ingeleurde kolle is in die patroon? ● ● ● ●
 ● ● ● ●
 ● ● ● ●

Vergelyk jou antwoord en berekeningsmetode met jou maats s'n.

3.3 Om te bereken hoeveel kolle altesaam in die patroon is, reken Estelle en Pierre as volg:

Estelle: Getal kolle = getal oningeleurde kolle + getal ingeleurde kolle
 = 5 x 4 + 3 x 4
 = 20 + 12
 = 32

Pierre: Getal kolle = (rye oningeleurde kolle + rye ingeleurde kolle) x
 breedte van patroon
 = (5 + 3) x 4
 = 8 x 4
 = 32

Is albei se antwoord EN metode korrek? Bespreek in jou groep.

4.1 VOORSPEL (moet dus nie bereken nie) watter van die volgende getallessinne is korrek. Gee 'n rede vir elke voorspelling:

a) $(12 + 38) \times 15 = 12 \times 15 + 38 \times 15$

b) $17 \times 18 + 17 \times 27 = 17 \times (18 + 27)$

c) $31 \times (45 - 16) = 31 \times 45 - 16$

4.2 Vergelyk jou voorspellings en redes met jou maats s'n en bespreek dit. Indien julle van mekaar verskil, of onseker is, bereken die antwoorde met 'n sakrekenaar.

WERKVEL 3 J

Deel 3

- 5.1 Sandra moet 7×8 bereken, maar het haar tafels vergeet (of nog nie geleer nie!) Sy maak toe die volgende plan: Sy "breek" 8 op in $5 + 3$, en los toe die probleem as volg op:
- $$\begin{aligned} 7 \times 8 &= 7 \times (5 + 3) \\ &= 7 \times 5 + 7 \times 3 \\ &= 35 + 21 \\ &= 56 \end{aligned}$$

Mag Sandra so maak? Hoekom / hoekom nie?
Bespreek julle antwoorde en redes in die groep.

- 5.2 Rina maak die volgende plan:
- $$\begin{aligned} 7 \times 8 &= 7 \times (10 - 2) \\ &= 7 \times 10 - 7 \times 2 \\ &= 70 - 14 \\ &= 56 \end{aligned}$$

Mag Rina so maak? Hoekom / hoekom nie?
Bespreek julle antwoorde en redes in die groep.

- 6.1 As $36 \times 14 = 504$, skryf, sonder om 'n sakrekenaar te gebruik, die waarde neer van:
- a) 36×15
 - b) 36×12
 - c) 37×14
 - d) 40×14
 - e) 26×14

- 6.2 Vergelyk julle antwoorde en metodes en bespreek dit.

WERKVEL 3 JVir verryking

Die volgende verdubbelingsmetode van vermenigvuldiging is in Egipte voor die geboorte van Christus gebruik:

Bereken: 15×18

$$\begin{array}{r} 1 \times 18 = 18 \\ 2 \times 18 = 36 \\ 4 \times 18 = 72 \\ \underline{8 \times 18 = 144} \\ \text{Tel op: } 15 \times 18 = 270 \end{array}$$

Bereken: 21×35

$$\begin{array}{r} 1 \times 35 = 35 \\ \underline{\cancel{2 \times 35 = 70}} \\ 4 \times 35 = 140 \\ \underline{\cancel{8 \times 35 = 280}} \\ \underline{16 \times 35 = 560} \\ \text{Tel op: } 21 \times 35 = 735 \end{array}$$

(a) Is bostaande resultate korrek?

(b) Verduidelik hoe die metode werk.

(c) Verduidelik hoekom die metode werk.

(d) Gebruik die metode om die volgende te bereken:

(1) 16×37

(2) 7×33

(3) 28×104

(4) 34×51

WERKVEL 3

(Senior)

Deel 1

1. In vrae 1.1 en 1.2 word verskillende berekeningsmetodes vir elke probleem gegee. Sonder om self die berekening te doen, bestudeer die gegewe rekenmetodes, en sê watter rekenmetode(s) is korrek. Bespreek dit dan in jou groep.

1.1 'n Boer koop 3 koeie teen R674 elk, en een perd teen R1 265 op 'n veiling. Hoeveel betaal hy altesaam?

Metode 1: $3 \times (674 + 1\,265)$

Metode 2: $3 \times 674 + 3 \times 1\,265$

Metode 3: $3 \times 674 + 1\,265$

Metode 4: $1\,265 + 3 \times 674$

1.2 Om skaatse by 'n skaatsbaan te huur, kos R3,40 plus R1,20 per uur. Hoeveel moet jy betaal as jy 3 uur lank wil skaats?

Metode 1: $3 \times (3,40 + 1,20)$

Metode 2: $3 \times 3,40 + 3 \times 1,20$

Metode 3: $3 \times 3,40 + 1,20$

Metode 4: $3,40 + 3 \times 1,20$

2. Bereken met 'n sakrekenaar die antwoorde van metodes 1 en 2 van vrae 1.1 en 1.2. Wat merk jy op? Verklaar dit, en bespreek dit in jou groep.

WERKVEL 3 S

Deel 3

- 5.1 Sandra moet 7×8 bereken, maar het haar tafels vergeet (of nog nie geleer nie!) Sy maak toe die volgende plan: Sy "breek" 8 op in $5 + 3$, en los toe die probleem as volg op:
- $$\begin{aligned} 7 \times 8 &= 7 \times (5 + 3) \\ &= 7 \times 5 + 7 \times 3 \\ &= 35 + 21 \\ &= 56 \end{aligned}$$

Mag Sandra so maak? Hoekom / hoekom nie?
Bespreek julle antwoorde en redes in die groep.

- 5.2 Rina maak die volgende plan:
- $$\begin{aligned} 7 \times 8 &= 7 \times (10 - 2) \\ &= 7 \times 10 - 7 \times 2 \\ &= 70 - 14 \\ &= 56 \end{aligned}$$

Mag Rina so maak? Hoekom / hoekom nie?
Bespreek julle antwoorde en redes in die groep.

- 6.1 As $36 \times 14 = 504$, skryf, sonder om 'n sakrekenaar te gebruik, die waarde neer van:

a) 36×15

b) 36×12

c) 37×14

d) 40×14

e) 26×14

- 6.2 Vergelyk julle antwoorde en metodes en bespreek dit.

WERKVEL 3 ≤Vir verryking

Die volgende verdubbelingsmetode van vermenigvuldiging is in Egipte voor die geboorte van Christus gebruik:

Bereken: **15 x 18**

$$1 \times 18 = 18$$

$$2 \times 18 = 36$$

$$4 \times 18 = 72$$

$$\underline{8 \times 18 = 144}$$

Tel op: **15 x 18 = 270**

Bereken: **21 x 35**

$$1 \times 35 = 35$$

$$\del{2 \times 35 = 70}$$

$$4 \times 35 = 140$$

$$\del{8 \times 35 = 280}$$

$$\underline{16 \times 35 = 560}$$

Tel op: **21 x 35 = 735**

- (a) Is bostaande resultate korrek?
- (b) Verduidelik **hoe** die metode werk.
- (c) Verduidelik **hoekom** die metode werk.
- (d) Gebruik die metode om die volgende te bereken:
- (1) 16×37 (2) 7×33 (3) 28×104 (4) 34×51

WERKVEL 4Deel 1

1.1 Voltooi die volgende tabel:

| | | | | |
|--------------------|---|----|----|----|
| l | 9 | 12 | 15 | 10 |
| b | 3 | 4 | 2 | 4 |
| $2 \times (l + b)$ | | | | |

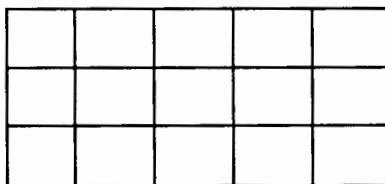
1.2 Vergelyk jou antwoorde met die van jou maats.

1.3 Wat kan hierdie berekeninge beteken? Bespreek in jou groep.

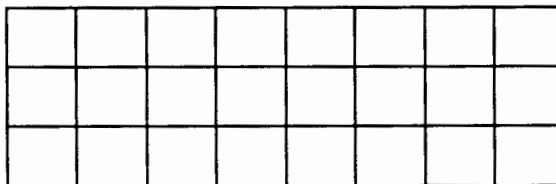
1.4 Andre sê hy dink 'n mens sal dieselfde antwoorde kry as 'n mens die volgende formule gebruik: $2 \times l + 2 \times b$.
Bespreek Andre se bewering in jou groep.

2.1 Petro en Stefan sit en speel met "Scrabble" blokkies. Petro het 15 blokkies en pak daarmee 'n 3×5 reghoek. Stefan het 24 blokkies en pak daarmee 'n 3×8 reghoek.

Petro:



Stefan:



Hulle besluit om die twee reghoeke bymekaar te sit om een reghoek te vorm, met een sylengte van 3 blokkies. Wat is die totale getal blokkies in die gesamentlike reghoek? Vergelyk jou antwoord en metode met jou maats s'n.

2.2 Petro het die totale getal blokkies as volg bereken:

$$\begin{aligned}
 \text{Totaal} &= \text{Petro se blokkies} + \text{Stefan se blokkies} \\
 &= 3 \times 5 \text{ rye} + 3 \times 8 \text{ rye} \\
 &= 15 + 24 \\
 &= 39
 \end{aligned}$$

Stefan het as volg gereken:

$$\begin{aligned}
 \text{Totaal} &= \text{Petro se blokkies} + \text{Stefan se blokkies} \\
 &= 3 \times 5 \text{ rye} + 3 \times 8 \text{ rye} \\
 &= 3 \times (5 \text{ rye} + 8 \text{ rye}) \\
 &= 3 \times 13 \text{ rye} \\
 &= 39
 \end{aligned}$$

Is albei se metode korrek?

2.3 Is jy uit bostaande situasie oortuig dat $3 \times (5 + 8)$ en $3 \times 5 + 3 \times 8$ dieselfde antwoord sal gee? Bespreek in jou groep.

Deel 2

3. Jou 3 ooms en 3 tantes gaan almal jou verjaardag kom bywoon. Elke oom beplan om vir jou R10 te gee, en elke tante beplan om vir jou R5 te gee.
- 3.1 Bereken op 'n paar verskillende maniere hoeveel geld jy altesaam gaan kry.

3.2 Vergelyk jou rekenmetodes met die van jou maats.

3.3 Probeer as 'n groep twee metodes aantoon wat ooreenstem met die beginsel wat in vraag 2.3 genoem is.

4. In die volgende tabel word 'n aantal moontlike waardes vir x gegee, sowel as 'n paar uitdrukkings (formules).

4.1 **Sonder** om die waardes van x in te stel en die berekening uit te voer, **voorspel** watter van die formules dieselfde waarde sal lewer as jy in elke formule dieselfde waarde van x instel:

| x | 23 | 36 | 76 |
|--------------------|----|----|----|
| $3 \times (x + 2)$ | | | |
| $3 \times x + 2$ | | | |
| $3 \times x + 6$ | | | |
| $(x + 2) \times 3$ | | | |

4.2 Vergelyk jou voorspelling met die van jou maats en verduidelik aan hulle hoekom jy so voorspel het.

4.3 As julle van mekaar verskil, vervang x met die waardes in die tabel, en bereken die waarde van elke formule. Verduidelik dan in die groep hoekom sekere formules dieselfde waarde lewer vir dieselfde waarde van x .

Deel 3

- 5.1 Kyk weer na vraag 2.3 en 3.3 en **skryf neer** watter beginsel jy daar aangetref het. Vergelyk met jou maats en bespreek.
- 5.2 Kom dieselfde beginsel in vraag 1 en 4 voor? Bespreek in die groep.
6. Skryf nou jou **eie** probleem neer waar 'n mens die antwoord op twee verskillende maniere kan bereken deur van die **beginsel** wat jy in vraag 5 beskryf het, gebruik te maak. Bespreek jul probleme met mekaar, en besluit of in elke groeplid se probleem daardie beginsel wel toegepas word.

Deel 4

7. **Voorspel** watter van die volgende pare getaluitdrukkings sal dieselfde antwoord gee. Gee elke keer 'n rede vir jou voorspelling. Vergelyk en bespreek jou voorspellings in jou groep.

7.1 $25 \times (13 + 35)$ en $25 \times 13 + 25 \times 35$

7.2 $18 \times 43 + 13 \times 43$ en $(18 + 13) \times 43$

7.3 $16 \times (78 - 19)$ en $16 \times 78 - 19$

7.4 $25 \times 17 + 25 \times 28$ en 25×45

7.5 50×45 en $72 \times 45 - 22 \times 45$

8. **Bereken** sonder sakrekenaar op die maklikste moontlike manier: Vergelyk jul antwoorde EN metodes in die groep.

8.1 $24 \times 17 + 26 \times 17$

8.2 $98 \times 13 - 78 \times 13$

Vir verryking

- 1.1 Bereken $10 \times 10 - 4 \times 4$ en $(10 + 4) \times (10 - 4)$
- 1.2 Bereken $25 \times 25 - 14 \times 14$ en $(25 + 14) \times (25 - 14)$
- 1.3 Wat merk jy op? Kies enige ander twee getalle en ondersoek of dieselfde gebeur.
- 1.4 Formuleer jou bevinding mooi in woorde. Gebruik die terme **produk**, **som** en **verskil** as jy al daarmee kennis gemaak het.
- 1.5 Kan jy jou bevinding **verklaar**?

- 2.1 In hierdie towervierkant is die som van elke ry, kolom en diagonaal gelyk aan 15. As die getal in elke blokkie met 23 vermenigvuldig word, sal die som van elke ry, kolom en diagonaal dan nog dieselfde wees? Indien wel, hoeveel sal dit wees?

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

- 2.2 As die getal in elke blokkie met 46 vermenigvuldig word, wat sal die som van die getalle in **al die blokkies** dan wees?

Deel 1

1.1 Voltooi die volgende tabel:

| | | | | |
|--------------------|---|----|----|----|
| l | 9 | 12 | 15 | 10 |
| b | 3 | 4 | 2 | 4 |
| $2 \times (l + b)$ | | | | |

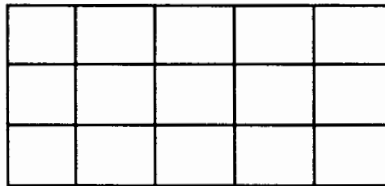
1.2 Vergelyk jou antwoorde met die van jou maats.

1.3 Wat kan hierdie berekeninge beteken? Bespreek in jou groep.

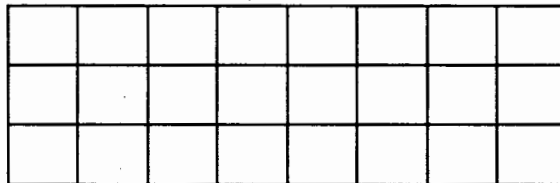
1.4 Andre sê hy dink 'n mens sal dieselfde antwoorde kry as 'n mens die volgende formule gebruik: $2 \times l + 2 \times b$.
Bespreek Andre se bewering in jou groep.

2.1 Petro en Stefan sit en speel met "Scrabble" blokkies. Petro het 15 blokkies en pak daarmee 'n 3×5 reghoek. Stefan het 24 blokkies en pak daarmee 'n 3×8 reghoek.

Petro:



Stefan:



Hulle besluit om die twee reghoeke bymekaar te sit om een reghoek te vorm, met een sy lengte van 3 blokkies. Wat is die totale getal blokkies in die gesamentlike reghoek? Vergelyk jou antwoord en metode met jou maats s'n.

2.2 Petro het die totale getal blokkies as volg bereken:

$$\begin{aligned}
 \text{Totaal} &= \text{Petro se blokkies} + \text{Stefan se blokkies} \\
 &= 3 \times 5 \text{ rye} + 3 \times 8 \text{ rye} \\
 &= 15 + 24 \\
 &= 39
 \end{aligned}$$

Stefan het as volg gereken:

$$\begin{aligned}
 \text{Totaal} &= \text{Petro se blokkies} + \text{Stefan se blokkies} \\
 &= 3 \times 5 \text{ rye} + 3 \times 8 \text{ rye} \\
 &= 3 \times (5 \text{ rye} + 8 \text{ rye}) \\
 &= 3 \times 13 \text{ rye} \\
 &= 39
 \end{aligned}$$

Is albei se metode korrek?

2.3 Is jy uit bostaande situasie oortuig dat $3 \times (5 + 8)$ en $3 \times 5 + 3 \times 8$ dieselfde antwoord sal gee? Bespreek in jou groep.

Deel 2

3. Jou 3 ooms en 3 tantes gaan almal jou verjaardag kom bywoon. Elke oom beplan om vir jou R10 te gee, en elke tante beplan om vir jou R5 te gee.
- 3.1 Bereken op 'n paar verskillende maniere hoeveel geld jy altesaam gaan kry.

3.2 Vergelyk jou rekenmetodes met die van jou maats.

3.3 Probeer as 'n groep twee metodes aantoon wat ooreenstem met die beginsel wat in vraag 2.3 genoem is.

4. In die volgende tabel word 'n aantal moontlike waardes vir x gegee, sowel as 'n paar uitdrukkings (formules).

4.1 **Sonder** om die waardes van x in te stel en die berekening uit te voer, **voorspel** watter van die formules dieselfde waarde sal lewer as jy in elke formule dieselfde waarde van x instel:

| x | 0,57 | 5,82 | 7,63 |
|--------------------|------|------|------|
| $3x(x + 2)$ | | | |
| $3xx + 2$ | | | |
| $3xx + 6$ | | | |
| $(x + 2) \times 3$ | | | |

4.2 Vergelyk jou voorspelling met die van jou maats en verduidelik aan hulle hoekom jy so voorspel het.

4.3 As julle van mekaar verskil, vervang x met die waardes in die tabel, en bereken die waarde van elke formule. Verduidelik dan in die groep hoekom sekere formules dieselfde waarde lewer vir dieselfde waarde van x .

Deel 3

- 5.1 Kyk weer na vraag 2.3 en 3.3 en **skryf neer** watter beginsel jy daar aangetref het. Vergelyk met jou maats en bespreek.

- 5.2 Kom dieselfde beginsel in vraag 1 en 4 voor? Bespreek in die groep.

6. Skryf nou jou **eie** probleem neer waar 'n mens die antwoord op twee verskillende maniere kan bereken deur van die **beginsel** wat jy in vraag 5 beskryf het, gebruik te maak. Bespreek jul probleme met mekaar, en besluit of in elke groeplid se probleem daardie beginsel wel toegepas word.

Deel 4

7. **Voorspel** watter van die volgende pare getaluitdrukkings sal dieselfde antwoord gee. Gee elke keer 'n **rede** vir jou voorspelling. Vergelyk en bespreek jou voorspellings in jou groep.

7.1 $25,5 \times (13 + 35,1)$ en $25,5 \times 13 + 25,5 \times 35,1$

7.2 $18,7 \times 43 + 13,5 \times 43$ en $(18,7 + 13,5) \times 43$

7.3 $16,1 \times (78,2 - 19)$ en $16,1 \times 78,2 - 19$

7.4 $25,3 \times 17 + 25,3 \times 28$ en $25,3 \times 45$

7.5 50×45 en $72,7 \times 45 - 22,7 \times 45$

8. **Bereken** sonder sakrekenaar op die maklikste moontlike manier: Vergelyk jul antwoorde EN metodes in die groep.

8.1 $24,8 \times 17,5 + 25,2 \times 17,5$

8.2 $98,5 \times 13,3 - 78,5 \times 13,3$

WERKVEL 4 5Vir verryking

- 1.1 Bereken $10 \times 10 - 4 \times 4$ en $(10 + 4) \times (10 - 4)$
- 1.2 Bereken $25 \times 25 - 14 \times 14$ en $(25 + 14) \times (25 - 14)$
- 1.3 Wat merk jy op? Kies enige ander twee getalle en ondersoek of dieselfde gebeur.
- 1.4 Formuleer jou bevinding mooi in woorde. gebruik die terme **produk**, **som** en **verskil** as jy al daarmee kennis gemaak het.
- 1.5 Kan jy jou bevinding **verklaar**?

- 2.1 In hierdie towervierkant is die som van elke ry, kolom en diagonaal gelyk aan 15. As die getal in elke blokkie met 23 vermenigvuldig word, sal die som van elke ry, kolom en diagonaal dan nog dieselfde wees? Indien wel, hoeveel sal dit wees?

| | | |
|---|---|---|
| 8 | 1 | 6 |
| 3 | 5 | 7 |
| 4 | 9 | 2 |

- 2.2 As die getal in elke blokkie met 46 vermenigvuldig word, wat sal die som van die getalle in **al die blokkies** dan wees?

WERKVEL 5

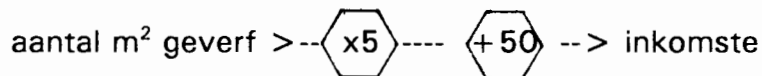
(Junior)

Deel 1

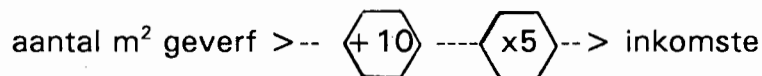
1.1 Paul en Hendrik doen verfwerk in hul vrye tyd. Hulle vra R50 per projek plus R5 vir elke vierkant meter wat hulle verf. Bereken hul totale inkomste vir twee projekte waar hulle 35 m² en 63 m² onderskeidelik verf. Vergelyk jou antwoord met jou maats s'n.

1.2 Paul se pa sê hy is seker hulle kan hul inkomste ook as volg bereken:
 Inkomste = (aantal vierkante meter geverf + 10) x 5.
 Sonder om te kontroleer deur berekening, sê of hy reg is of nie. Vergelyk met die res van die groep. Kontroleer deur berekening as julle onseker is.

1.3 Paul sê hul berekening (soos in 1.1) kan as volg met 'n vloediagram voorgestel word:



Paul se pa sê sy berekening kan as volg met 'n vloediagram voorgestel word:



Is albei vloediagramme korrekte voorstellings van die twee berekeningsmetodes? Vergelyk met jou maats.

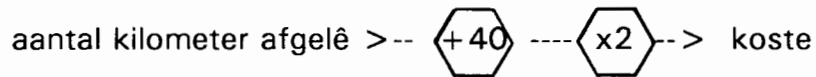
1.4 Kontroleer of albei vloediagramme dieselfde antwoorde lewer.

1.5 Verduidelik hoekom die twee vloediagramme, wat duidelik verskillend is, dieselfde antwoorde lewer. Bespreek in die groep.

WERKVEL 5 J**Deel 2**

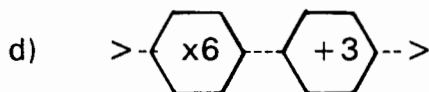
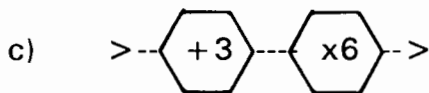
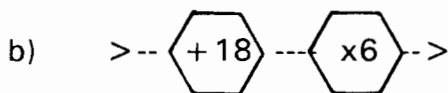
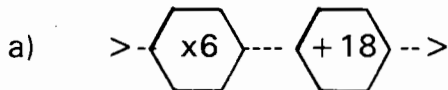
2.1 'n Motorverhuuringsfirma verhuur 'n sekere tipe motor teen die volgende tarief: R80 per dag, plus R2 per kilometer. Stel 'n vloediagram hiervoor op. Vergelyk met jou maats s'n.

2.2 'n Klerk by die firma besluit om vir hom die volgende vloediagram op te stel om die berekening vir hom te vergemaklik:



Sal hierdie vloediagram die korrekte antwoorde lewer? Bespreek in die groep.

3.1 **Voorspel** watter van die volgende vloediagramme sal dieselfde antwoorde lewer:



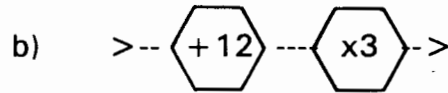
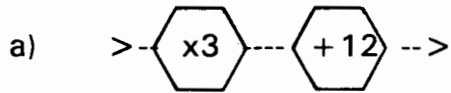
Vergelyk julle antwoorde en bespreek.

3.2 Ontwerp jou eie twee vloediagramme wat elk die bewerkings + en x bevat, en wat dieselfde antwoorde sal lewer.

WERKVEL 5 J

Deel 3

4.1 Sal die volgende vloediagramme dieselfde antwoorde lewer? Voorspel eers en kontroleer dan.



4.2 As jy bevind dat hulle nie dieselfde antwoorde lewer nie, verander dan die **getalle** (nie die bewerkings nie) van vloediagram b) sodat dit dieselfde antwoorde as a) sal lewer. Vergelyk en bespreek in die groep.

5.1 Stel die volgende getaluitdrukkings met vloediagramme voor:

a) $(35 + 11) \times 7$ en $35 \times 7 + 77$

b) $(65 - 8) \times 6$ en $65 \times 6 - 48$

Vergelyk jou vloediagramme met jou maats s'n.

5.2 Bereken nou die antwoord van elke getaluitdrukking in 5.1. Wat merk jy op? Verklaar dit, en bespreek in die groep.

WERKVEL 5 J

Deel 4

6.1 Voorspel watter van die volgende getallessinne is waar. Gee elke keer 'n rede vir jou antwoord.

a) $(28 + 17) \times 35 = 28 \times 35 + 17 \times 35$

b) $31 \times (10 + 27) = 31 \times 10 + 31 \times 27$

c) $19 \times (64 - 27) = 19 \times 64 - 19 \times 27$

d) $65 \times 17 + 65 \times 25 = 65 \times (17 + 25)$

Vergelyk jul voorspellings en redes en bespreek.

6.2 Bereken sonder sakrekenaar op die maklikste moontlike manier:

a) $28 \times 13 + 28 \times 7$

b) $89 \times 65 - 89 \times 55$

c) $33 \times 12 - 13 \times 12$

Vergelyk julle antwoorde EN metodes en bespreek.

WERKVEL 5

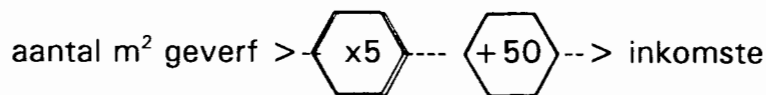
(Senior)

Deel 1

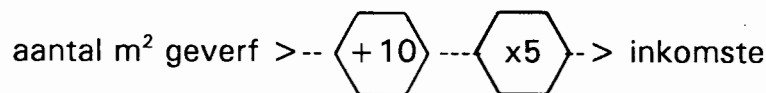
1.1 Paul en Hendrik doen verfwerk in hul vrye tyd. Hulle vra R50 per projek plus R5 vir elke vierkant meter wat hulle verf. Bereken hul totale inkomste vir twee projekte waar hulle 35 m² en 63 m² onderskeidelik verf. Vergelyk jou antwoord met jou maats s'n.

1.2 Paul se pa sê hy is seker hulle kan hul inkomste ook as volg bereken:
 Inkomste = (aantal vierkante meter geverf + 10) x 5.
 Sonder om te kontroleer deur berekening, sê of hy reg is of nie. Vergelyk met die res van die groep. Kontroleer deur berekening as julle onseker is.

1.3 Paul sê hul berekening (soos in 1.1) kan as volg met 'n vloiediagram voorgestel word:



Paul se pa sê sy berekening kan as volg met 'n vloiediagram voorgestel word:



Is albei vloiediagramme korrekte voorstellings van die twee berekeningsmetodes? Vergelyk met jou maats.

1.4 Kontroleer of albei vloiediagramme dieselfde antwoorde lewer.

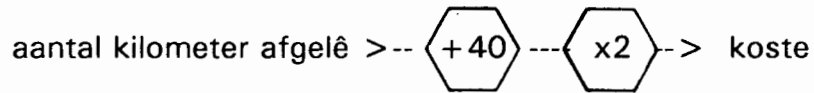
1.5 Verduidelik hoekom die twee vloiediagramme, wat duidelik verskillend is, dieselfde antwoorde lewer. Bespreek in die groep.

WERKVEL 5 S

Deel 2

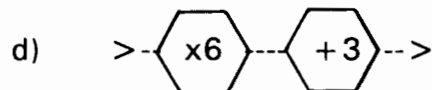
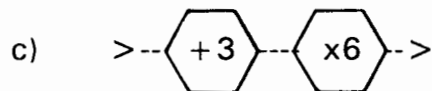
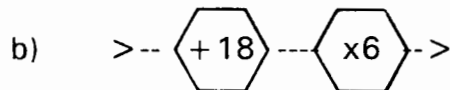
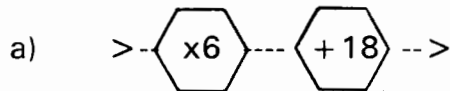
2.1 'n Motorverhuuringsfirma verhuur 'n sekere tipe motor teen die volgende tarief: R80 per dag, plus R2 per kilometer. Stel 'n vloediagram hiervoor op. Vergelyk met jou maats s'n.

2.2 'n Klerk by die firma besluit om vir hom die volgende vloediagram op te stel om die berekening vir hom te vergemaklik:



Sal hierdie vloediagram die korrekte antwoorde lewer? Bespreek in die groep.

3.1 **Voorspel** watter van die volgende vloediagramme sal dieselfde antwoorde lewer:

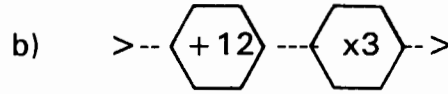
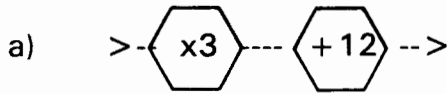


Vergelyk julle antwoorde en bespreek.

3.2 Ontwerp jou eie twee vloediagramme wat elk die bewerkings + en x bevat, en wat dieselfde antwoorde sal lewer. Vergelyk en bespreek in jou groep.

WERKVEL 5 5Deel 3

4.1 Sal die volgende vloeiagramme dieselfde antwoorde lewer? Voorspel eers en kontroleer dan.



4.2 As jy bevind dat hulle nie dieselfde antwoorde lewer nie, verander dan die **getalle** (nie die bewerkings nie) van vloeiagram b) sodat dit dieselfde antwoorde as a) sal lewer. Vergelyk en bespreek in die groep.

5.1 Stel die volgende getaluitdrukkings met vloeiagramme voor:

a) $(35 + 11) \times 7$ en $35 \times 7 + 77$

b) $(65 - 8) \times 6$ en $65 \times 6 - 48$

Vergelyk jou vloeiagramme met jou maats s'n.

5.2 Bereken nou die antwoord van elke getaluitdrukking in 5.1. Wat merk jy op? Verklaar dit, en bespreek in die groep.

WERKVEL 5 S

Deel 4

6.1 **Voorspel** watter van die volgende getallessinne is waar. Gee elke keer 'n rede vir jou antwoord.

a) $(28 + 17,7) \times 35 = 28 \times 35 + 17,7 \times 35$

b) $31 \times (10,8 + 27,3) = 31 \times 10,8 + 31 \times 27,3$

c) $19,1 \times (64 - 17,9) = 19,1 \times 64 - 19,1 \times 17,9$

d) $65 \times 17,3 + 65 \times 25,8 = 65 \times (17,3 + 25,8)$

Vergelyk jul voorspellings en redes en bespreek.

6.2 Bereken **sonder sakrekenaar** op die maklikste moontlike manier:

a) $28,8 \times 12,3 + 28,8 \times 7,7$

b) $89,7 \times 65 - 89,7 \times 55$

c) $33,7 \times 12,4 - 13,7 \times 12,4$

Vergelyk julle antwoorde EN metodes en bespreek.

WERKVEL 6 J

Deel 2

2. Bereken met 'n sakrekenaar die antwoord van elke getaluitdrukking in die onderstaande oefening:

2.1 $367 \div 23$ en $107 \div 23 + 260 \div 23$

2.2 $286 \div 18$ en $400 \div 18 - 114 \div 18$

2.3 $(34 + 28) \div 19$ en $34 \div 19 + 28 \div 19$

3.1 Vergelyk die antwoorde van die getaluitdrukkinge in elk van vrae 2.1 tot 2.3. Wat merk jy op?

3.2 Verklaar jou opmerking in vraag 3.1. Bespreek in jou groep.

3.3 Watter ooreenkoms is daar vir jou tussen vrae 1.1 tot 1.2 en 2.1 tot 2.3? Bespreek deeglik in jou groep.

WERKVEL 6 J

Deel 3

4. **Voorspel** of die twee getaluitdrukings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede vir elke voorspelling. Vergelyk jou voorspellings EN redes met jou maats s'n, en bespreek in die groep.

4.1 $267 \div 24$ en $210 \div 24 + 57 \div 24$

4.2 $(97 + 120) \div 17$ en $97 \div 17 + 120 \div 17$

4.3 $(186 - 76) \div 11$ en $186 \div 11 - 76 \div 11$

4.4 $187 \div 53$ en $187 \div 30 + 187 \div 23$

4.5 $276 \div (15 + 19)$ en $276 \div 15 + 276 \div 19$

WERKVEL 6 J

Deel 4

5. Bereken **sonder** sakrekenaar op die maklikste moontlike manier. Vergelyk jou antwoorde EN metodes met jou maats s'n.

5.1 $43 \div 5 + 17 \div 5$

5.2 $95 \div 6 - 47 \div 6$

5.3 $320 \div 9 + 320 \div 7$

5.4 $55 \div 6 - 55 \div 4$

6. Probeer in woorde beskryf watter beginsel jy in hierdie werkvel ontdek het.

WERKVEL 6 J

Vir Verryking

As jy by 3 begin en in viere tel, kry jy die volgende ry:

3; 7; 11; 15; 19; ...

1. Gebruik jou sakrekenaar op die mees ekonomiese manier en stel vas of 79 'n getal in hierdie ry is.
2. Wat is die waarde van die 67 ste getal in die ry?
3. Die hoeveelste getal in die ry is 487?
4. Sal 1111 'n getal in hierdie ry wees?

WERKVEL 6 S

Deel 2

2. Bereken met 'n sakrekenaar die antwoord van elke getaluitdrukking in die onderstaande oefening:

2.1 $367,5 \div 23,6$ en $107 \div 23,6 + 260,5 \div 23,6$

2.2 $286 \div 18,5$ en $400 \div 18,5 - 114 \div 18,5$

2.3 $(34,7 + 28,8) \div 9,8$ en $34,7 \div 9,8 + 28,8 \div 9,8$

3.1 Vergelyk die antwoorde van die getaluitdrukkings in elk van vrae 2.1 tot 2.3. Wat merk jy op?

3.2 Verklaar jou opmerking in vraag 3.1. Bespreek in jou groep.

3.3 Watter ooreenkoms is daar vir jou tussen vrae 1.1 tot 1.2 en 2.1 tot 2.3? Bespreek deeglik in jou groep.

WERKVEL 6 S

Deel 3

4. **Voorspel** of die twee getaluitdrukkings in elk van die volgende gevalle dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede vir elke voorspelling. Vergelyk jou voorspellings EN redes met jou maats s'n, en bespreek in die groep.

4.1 $267 \div 24,5$ en $210 \div 24,5 + 57 \div 24,5$

4.2 $(97,7 + 120,5) \div 17$ en $97,7 \div 17 + 120,5 \div 17$

4.3 $(186,4 - 76,1) \div 11,4$ en $186,4 \div 11,4 - 76,1 \div 11,4$

4.4 $187,6 \div 53$ en $187,6 \div 30 + 187,6 \div 23$

4.5 $276,6 \div (15,3 + 19,5)$ en $276,6 \div 15,3 + 276,6 \div 19,5$

WERKVEL 6 S

Deel 4

5. Bereken sonder sakrekenaar op die maklikste moontlike manier. Vergelyk jou antwoorde EN metodes met jou maats s'n.

5.1 $43,8 \div 5 + 16,2 \div 5$

5.2 $95,3 \div 6 - 47,3 \div 6$

5.3 $320 \div 9 + 320 \div 7$

5.4 $55 \div 6 - 55 \div 4$

6. Probeer in woorde beskryf watter beginsel jy in hierdie werkvel ontdek het.

WERKVEL 6 S

Vir Verryking

As jy by 3 begin en in viere tel, kry jy die volgende ry:

3; 7; 11; 15; 19; ...

1. Gebruik jou sakrekenaar op die mees ekonomiese manier en stel vas of 79 'n getal in hierdie ry is.
2. Wat is die waarde van die 67 ste getal in die ry?
3. Die hoeveelste getal in die ry is 487?
4. Sal 1111 'n getal in hierdie ry wees?

WERKVEL 7

(Junior)

Deel 1

- 1.1 Op 'n partytjie word 42 toffies en 14 stokkielekkers gelykop onder 7 kinders verdeel. Hoeveel lekkers kry elke kind?

- 1.2 'n Groenteboer het 48 sakkies varkmis en 36 sakkies beesmis wat hy gelykop tussen 6 ewe groot groentebeddings wil verdeel. Hoeveel sakkies mis kry elke bedding altesaam?

- 1.3 Vergelyk jou antwoorde EN metodes van vrae 1.1 en 1.2 met die van jou maats.

- 1.4 Vrae 1.1 tot 1.2 gaan oor verskillende situasies, maar daar is tog groot ooreenkomste in die **metodes** waarvolgens 'n mens die twee probleme se antwoorde kan bereken. Kan jy hierdie ooreenkomste raaksien? Bespreek in jou groep.

WERKVEL 7 JDeel 2

- 2.1 Susan moet die volgende berekening doen: $154 \div 7$.
Sy sê sy weet $140 \div 7$ is 20 en $14 \div 7$ is 2. Dus skryf sy dit as volg:

$$\begin{aligned} 154 \div 7 &= (140 + 14) \div 7 \\ &= 140 \div 7 + 14 \div 7 \\ &= 20 + 2 \\ &= 22 \end{aligned}$$

- 2.2 Pieter sê hy wil die berekening so doen:

$$\begin{aligned} 154 \div 7 &= (210 - 56) \div 7 \\ &= 210 \div 7 - 56 \div 7 \\ &= 30 - 8 \\ &= 22 \end{aligned}$$

- 2.3 Bestudeer Susan en Pieter se metode EN uiteensetting en sê of jy daarmee saamstem. Bespreek in die groep.

- 2.4 Willie sê hy gaan $154 \div 7$ as volg doen:

$$\begin{aligned} 154 \div 7 &= 154 \div (3 + 4) \\ &= 154 \div 3 + 154 \div 4, \text{ ensovoorts.} \end{aligned}$$

Wat dink jy van Willie se metode? Bespreek in die groep.

- 2.5 Probeer in woorde beskryf watter verskynsel jy in vrae 2.1 tot 2.4 teegekom het.

WERKVEL 7 J

Deel 3

3. **Voorspel** watter van die volgende getallessinne is korrek. Gee in elke geval 'n rede vir jou voorspelling. Vergelyk met jou maats se voorspellings EN redes en bespreek.

3.1 $123 \div 13 + 245 \div 13 = (123 + 245) \div 13$

3.2 $236 \div 8 + 236 \div 5 = 236 \div 13$

3.3 $168 \div 9 - 28 \div 9 = 140 \div 9$

3.4 $(451 - 208) \div 24 = 451 - 208 \div 24$

3.5 $237 \div 25 = 237 \div 30 - 237 \div 5$

4. **Bereken sonder sakrekenaar** op die maklikste moontlike manier. Vergelyk jou antwoorde EN metodes met jou maats en bespreek.

4.1 $42 \div 8 + 54 \div 8$

4.2 $219 \div 7 - 142 \div 7$

4.3 $78 \div 6 + 78 \div 3$

WERKVEL 7 JVir verryking

Amis Huurmotors stel die volgende tabel beskikbaar wat aantoon wat die koste is om 'n motor by hulle te huur:

| | | | | | | |
|---------------------|----|----|-----|-----|-----|-----|
| Afstand gereis (km) | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | ... |
| Koste (Rand) | 50 | 90 | 130 | 170 | 210 | ... |

1. Hoeveel kos dit om 237 km te ry?
2. As 'n persoon se rekening R378 is, hoe ver het hy gery?
3. Harts Huurmotors stel die volgende tabel beskikbaar:

| | | | | | |
|---------------------|----|-----|-----|-----|-----|
| Afstand gereis (km) | 0 | 25 | 50 | 75 | ... |
| Koste (Rand) | 25 | 100 | 175 | 250 | ... |

Watter firma sal jy ondersteun? Waarom?

WERKVEL 7 S

Deel 2

- 2.1 Susan moet die volgende berekening doen: $154 \div 7$.
Sy sê sy weet $140 \div 7$ is 20 en $14 \div 7$ is 2. Dus skryf sy dit as volg:

$$\begin{aligned} 154 \div 7 &= (140 + 14) \div 7 \\ &= 140 \div 7 + 14 \div 7 \\ &= 20 + 2 \\ &= 22 \end{aligned}$$

- 2.2 Pieter sê hy wil die berekening so doen:

$$\begin{aligned} 154 \div 7 &= (210 - 56) \div 7 \\ &= 210 \div 7 - 56 \div 7 \\ &= 30 - 8 \\ &= 22 \end{aligned}$$

- 2.3 Bestudeer Susan en Pieter se metode EN uiteensetting en sê of jy daarmee saamstem. Bespreek in die groep.

- 2.4 Willie sê hy gaan $154 \div 7$ as volg doen:

$$\begin{aligned} 154 \div 7 &= 154 \div (3 + 4) \\ &= 154 \div 3 + 154 \div 4, \text{ ensovoorts.} \end{aligned}$$

Wat dink jy van Willie se metode? Bespreek in die groep.

- 2.5 Probeer in woorde beskryf watter verskynsel jy in vrae 2.1 tot 2.4 teegekom het.

WERKVEL 7 S

Deel 3

3. **Voorspel** watter van die volgende getallessinne is korrek. Gee in elke geval 'n rede vir jou voorspelling. Vergelyk met jou maats se voorspellings EN redes en bespreek.

3.1 $123,6 \div 13 + 245 \div 13 = (123,6 + 245) \div 13$

3.2 $236,8 \div 8 + 236,8 \div 5 = 236,8 \div 13$

3.3 $168 \div 9,8 - 28 \div 9,8 = 140 \div 9,8$

3.4 $(451 - 208,7) \div 24,1 = 451 - 208,7 \div 24,1$

3.5 $237,9 \div 25 = 237,9 \div 30 - 237,9 \div 5$

4. Bereken **sonder sakrekenaar** op die maklikste moontlike manier. Vergelyk jou antwoorde EN metodes met jou maats en bespreek.

4.1 $42 \div 8 + 54 \div 8$

4.2 $219 \div 7 - 142 \div 7$

4.3 $78 \div 6 + 78 \div 3$

WERKVEL 7 SVir verryking

Amis Huurmotors stel die volgende tabel beskikbaar wat aantoon wat die koste is om 'n motor by hulle te huur:

| | | | | | | |
|---------------------|----|----|-----|-----|-----|-----|
| Afstand gereis (km) | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | ... |
| Koste (Rand) | 50 | 90 | 130 | 170 | 210 | ... |

1. Hoeveel kos dit om 237 km te ry?
2. As 'n persoon se rekening R378 is, hoe ver het hy gery?
3. Harts Huurmotors stel die volgende tabel beskikbaar:

| | | | | | |
|---------------------|----|-----|-----|-----|-----|
| Afstand gereis (km) | 0 | 25 | 50 | 75 | ... |
| Koste (Rand) | 25 | 100 | 175 | 250 | ... |

Watter firma sal jy ondersteun? Waarom?

6.5 VOOR- EN NATOETS-VRAELYS

Hierna volg die vraelyste wat as voortoets en natoets met die derde ronde gebruik is, naamlik vraelyste 3a en 3b onderskeidelik. Vir elk van die twee vraelyste is daar 'n Junior- en 'n Senior-weergawe.

VRAELYS 3a

(Junior: st 1/2/3)

NAAM:.....STANDERD:.....SKOOL:.....

Beantwoord asseblief OP HIERDIE VRAELYS die volgende vrae so goed as wat jy kan. Jy mag nie 'n sakrekenaar gebruik nie, selfs nie eens om jou antwoorde te kontroleer nie.

1. Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

1.1 'n Boer plant 23 rye appelbome met 18 bome in elke ry. Hoeveel bome plant hy altesaam?

1.2 7 kinders gaan op 'n uitstappie. Elkeen kry 'n roomys van R4 en 'n koeldrank van R6. Hoeveel kos alles saam?

1.3 $72 \div 6 + 48 \div 6$

1.4 $18 \times 7 + 18 \times 3$

1.5 7 kinders woon 'n sirkusvertoning by. Een hanswors gee vir hulle 40 balonne om gelykop tussen hulle te verdeel, en later gee 'n ander hanswors vir hulle 30 balonne om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel balonne kry elke kind?

2. VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

- 2.1 34×100 en $34 \times 65 + 34 \times 35$
- 2.2 $200 \div 13 - 75 \div 13$ en $125 \div 13$
- 2.3 $183 \div 14$ en $183 \div 10 + 183 \div 4$
- 2.4 $31 \times (18 + 27)$ en $31 \times 18 + 31 \times 27$
- 2.5 $28 \times 17 - 28 \times 4$ en 28×13
- 2.6 125×43 en $100 \times 43 + 25$
- 2.7 $23 \times a$ en $20 \times a + 3 \times a$
waar a enige getal is waar a enige getal is
- 2.8 $b \times 36$ en $b \times 40 - b \times 4$
waar b enige getal is waar b enige getal is

VRAELYS 3a

(Senior: st 3/4/5)

NAAM:.....STANDERD:.....SKOOL:.....

Beantwoord asseblief OP HIERDIE VRAELYS die volgende vrae so goed as wat jy kan. Jy mag nie 'n sakrekenaar gebruik nie, selfs nie eens om jou antwoorde te kontroleer nie.

1. Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

1.1 'n Boer plant 32 rye appelbome met 26 bome in elke ry. Hoeveel bome plant hy altesaam?

1.2 13 kinders gaan op 'n uitstappie. Elkeen kry 'n koeldrank van R4,25 en 'n roomys van R5,75. Hoeveel kos alles saam?

1.3 $91 \div 7 + 119 \div 7$

1.4 $19 \times 13 + 19 \times 7$

1.5 7 kinders woon 'n sirkusvertoning by. Een hanswors gee vir hulle 40 balonne om gelykop tussen hulle te verdeel, en later gee 'n ander hanswors vir hulle 30 balonne om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel balonne kry elke kind?

2. VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

- 2.1 34×100 en $34 \times 65 + 34 \times 35$
- 2.2 $200 \div 13 - 75 \div 13$ en $125 \div 13$
- 2.3 $183 \div 14$ en $183 \div 10 + 183 \div 4$
- 2.4 $31 \times (18 + 27)$ en $31 \times 18 + 31 \times 27$
- 2.5 $28 \times 17 - 28 \times 4$ en 28×13
- 2.6 125×43 en $100 \times 43 + 25$
- 2.7 $23 \times a$ en $20 \times a + 3 \times a$
waar a enige getal is waar a enige getal is
- 2.8 $b \times 36$ en $b \times 40 - b \times 4$
waar b enige getal is waar b enige getal is

3. Hieronder verskyn twee tabelle. In elke tabel is daar vier formules. Elk van hierdie formules bevat 'n onbekende waarde, voorgestel deur die simbool a . In elke tabel is daar ook verskillende waardes van a wat in die plek van a in elke formule ingestel kan word om die waarde van die formule te bereken.

SONDER om enigsins waardes in die plek van a te stel, en **SONDER** om enige berekeninge te doen, **VOORSPEL** vir elke tabel watter formules **dieselfde** waarde sal hê as a met dieselfde waarde of waardes vervang word. Gee ook 'n **rede** vir jou antwoord.

3.1

| | | | | |
|--------------------|------|------|-------|-------|
| a | 12,3 | 27,1 | 109,7 | 972,4 |
| $8 \times (a + 6)$ | | | | |
| $8 \times a + 6$ | | | | |
| $8 \times a + 48$ | | | | |
| $a + 48$ | | | | |

ANTWOORD:

Formules wat dieselfde waarde sal hê:

Rede:

3.2

| | | | | |
|-----------------------------------|------|------|-------|-------|
| a | 12,3 | 27,1 | 109,7 | 972,4 |
| $(a + 7) \div 5$ | | | | |
| $(a + 7) \div 3 + (a + 7) \div 2$ | | | | |
| $a \div 5 + 7 \div 5$ | | | | |
| $a + 7 \div 5$ | | | | |

ANTWOORD:

Formules wat dieselfde waarde sal hê:

Rede:

VRAELYS 3b

(Junior: st 1/2/3)

NAAM:.....STANDERD:.....SKOOL:.....

Beantwoord asseblief OP HIERDIE VRAELYS die volgende vrae so goed as wat jy kan. Jy mag nie 'n sakrekenaar gebruik nie, selfs nie eens om jou antwoorde te kontroleer nie.

1. Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

1.1 Jy koop 24 lekkers teen 13 sent elk. Wat kos dit altesaam?

1.2 9 seuns gaan op 'n fietstoer. 'n Borg skenk aan elkeen 'n spaarbinneband teen R7 en 'n spesiale hemp teen R13. Hoeveel kos dit die borg altesaam?

1.3 $108 \div 6 + 72 \div 6$

1.4 $18 \times 7 + 18 \times 3$

1.5 7 kinders besoek 'n lekkergoedfabriek. In een afdeling van die fabriek gee die voorman vir hulle 84 lekkers om gelykop tussen hulle te verdeel. In 'n ander afdeling kry hulle 56 om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel lekkers het elke kind altesaam gekry?

2. VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

- | | | | |
|-----|--|----|---|
| 2.1 | 37×24 | en | $37 \times 18 + 37 \times 6$ |
| 2.2 | $300 \div 18 - 75 \div 18$ | en | $225 \div 18$ |
| 2.3 | $320 \div 17$ | en | $320 \div 11 + 320 \div 6$ |
| 2.4 | $35 \times (21 + 37)$ | en | $35 \times 21 + 35 \times 37$ |
| 2.5 | $28 \times 22 - 28 \times 4$ | en | 28×18 |
| 2.6 | 275×43 | en | $220 \times 43 + 55$ |
| 2.7 | $36 \times a$ waar a enige getal is | en | $30 \times a + 6 \times a$ waar a enige getal is |
| 2.8 | $b \times 48$ waar b enige getal is | en | $b \times 50 - b \times 2$ waar b enige getal is |

VRAELYS 3b

(Senior: st 3/4/5)

NAAM:.....STANDERD:.....SKOOL:.....

Beantwoord asseblief OP HIERDIE VRAELYS die volgende vrae so goed as wat jy kan. Jy mag nie 'n sakrekenaar gebruik nie, selfs nie eens om jou antwoorde te kontroleer nie.

1. Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

1.1 Jy koop 28 lekkers teen 36 sent elk. Wat kos dit altesaam?

1.2 9 seuns gaan op 'n fietstoer. 'n Borg skenk aan elkeen 'n spaarbinneband teen R7,48 en 'n spesiale hemp teen R12,52. Hoeveel kos dit die borg altesaam?

1.3 $126 \div 9 + 144 \div 9$

1.4 $18 \times 13 + 18 \times 7$

1.5 7 kinders besoek 'n lekkergoedfabriek. In een afdeling van die fabriek gee die voorman vir hulle 145 lekkers om gelykop tussen hulle te verdeel. In 'n ander afdeling kry hulle 65 om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel lekkers het elke kind altesaam gekry?

2. VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

- | | | | |
|-----|--|----|---|
| 2.1 | 37×150 | en | $37 \times 95 + 37 \times 55$ |
| 2.2 | $300 \div 18 - 75 \div 18$ | en | $225 \div 18$ |
| 2.3 | $320 \div 17$ | en | $320 \div 11 + 320 \div 6$ |
| 2.4 | $35 \times (21 + 37)$ | en | $35 \times 21 + 35 \times 37$ |
| 2.5 | $28 \times 22 - 28 \times 4$ | en | 28×18 |
| 2.6 | 275×43 | en | $220 \times 43 + 55$ |
| 2.7 | $36 \times a$ waar a enige getal is | en | $30 \times a + 6 \times a$ waar a enige getal is |
| 2.8 | $b \times 48$ waar b enige getal is | en | $b \times 50 - b \times 2$ waar b enige getal is |

VRAELYS 3b (Vervolg) (Senior: SLEGS st 5)

3. Hieronder verskyn twee tabelle. In elke tabel is daar vier formules. Elk van hierdie formules bevat 'n onbekende waarde, voorgestel deur die simbool a . In elke tabel is daar ook verskillende waardes van a wat in die plek van a in elke formule ingestel kan word om die waarde van die formule te bereken.

SONDER om enigsins waardes in die plek van a te stel, en **SONDER** om enige berekening te doen, **VOORSPEL** vir elke tabel watter formules **dieselfde waarde** sal hê as a met dieselfde waarde of waardes vervang word. Gee ook 'n **rede** vir jou antwoord.

3.1

| a | 12,3 | 27,1 | 109,7 | 972,4 |
|---------------------|------|------|-------|-------|
| $12 \times (a + 3)$ | | | | |
| $12 \times a + 3$ | | | | |
| $12 \times a + 36$ | | | | |
| $(a + 3) \times 12$ | | | | |

ANTWOORD:

Formules wat dieselfde waarde sal hê:

Rede:

3.2

| a | 12,3 | 27,1 | 109,7 | 972,4 |
|------------------------------------|------|------|-------|-------|
| $(a + 8) \div 13$ | | | | |
| $(a + 8) \div 10 + (a + 8) \div 3$ | | | | |
| $a \div 13 + 8 \div 13$ | | | | |
| $a + 8 \div 13$ | | | | |

ANTWOORD:

Formules wat dieselfde waarde sal hê:

Rede:

6.6 RESULTATE VAN VRAELYSTE 3a EN 3b : VRAAG 1.1

Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraelys 3a:

Junior: 'n Boer plant 23 rye appelbome met 18 bome in elke ry. Hoeveel bome plant hy altesaam?

Senior: 'n Boer plant 32 rye appelbome met 26 bome in elke ry. Hoeveel bome plant hy altesaam?

Vraelys 3b:

Senior: Jy koop 28 lekkers teen 36 sent elk. Wat kos dit altesaam?

Junior: Jy koop 24 lekkers teen 13 sent elk. Wat kos dit altesaam?

Hierdie vraag probeer slegs vasstel of die leerling sy eie (probleemgebaseerde) rekenmetode volg, of die standaardalgoritme. Hier is slegs twee kategorieë:

E: Eie (probleemgebaseerde) rekenmetode. Ook as hy 'n kombinasie van eie en standaardalgoritme gebruik. Die antwoord kan korrek of verkeerd wees.

S: Gebruik slegs standaardalgoritme. Die antwoord kan korrek of verkeerd wees.

Wanneer 'n leerling in beide vraelyste 3a en 3b as E geklassifiseer is, word geoordeel dat hy nog binne 'n suiwer probleemgebaseerde rekenomgewing opereer. Hierdie leerlinge se resultate word apart van die res van die leerlinge s'n hanteer. Die rede hiervoor is om te probeer vasstel of leerlinge wat nog binne 'n suiwer probleemgebaseerde benadering opereer, se uiteindelijke vlak van bewustheid verskil van dié leerlinge wat nie meer binne 'n suiwer probleemgebaseerde omgewing beweeg nie.

Tabel 6.6 gee 'n uiteensetting van die leerlinge wat binne 'n suiwerprobleemgebaseerde omgewing opereer, en dié daarbuite:

| STANDERD | PROBLEEMGEBASEERD | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | TOTAAL |
|----------|-------------------|------|-----------------------|------|--------|
| | AANTAL LEERLINGE | % | AANTAL LEERLINGE | % | |
| ST 1 | 62 | 100 | 0 | 0 | 62 |
| ST 2 | 127 | 93,4 | 9 | 6,6 | 136 |
| ST 3 | 127 | 87,0 | 19 | 13,0 | 146 |
| ST 4 | 91 | 67,4 | 44 | 32,6 | 135 |
| ST 5 | 93 | 56,0 | 73 | 44,0 | 166 |
| TOTAAL | 500 | 77,5 | 145 | 22,5 | 645 |

Tabel 6.6

6.7 RESULTATE VAN VRAELYS TE 3a EN 3b : VRAAG 1.2 TOT 1.5

6.7.1: Vraag 1.2: Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraelys 3a:

Junior: 7 kinders gaan op 'n uitstappie. Elkeen kry 'n roomys van R4 en 'n koeldrank van R6. Hoeveel kos alles saam?

Senior: 13 kinders gaan op 'n uitstappie. Elkeen kry 'n koeldrank van R4,25 en 'n roomys van R5,75. Hoeveel kos alles saam?

Vraelys 3b:

Junior: 9 seuns gaan op 'n fietstoer. 'n Borg skenk aan elkeen 'n spaarbinneband teen R7 en 'n spesiale hemp teen R13. Hoeveel kos dit die borg altesaam?

Senior: 9 seuns gaan op 'n fietstoer. 'n Borg skenk aan elkeen 'n spaarbinneband teen R7,48 en 'n spesiale hemp teen R12,52. Hoeveel kos dit die borg altesaam?

Hierdie berekening kan essensieel op twee maniere uitgevoer word (verwys na metodes 1 en 3 hieronder). Die doel met hierdie vraag is hoofsaaklik om vas te stel hoeveel leerlinge elk van hierdie twee metodes benut. Leerlinge wat metode 1 benut, het moontlik altwee metodes oorweeg, en besluit dat die berekening met metode 1 makliker is. Hierdie bewering

is egter nie gedurende die navorsing ondersoek nie. 'n Sekondêre doel van hierdie vraag is om dit te vergelyk met leerlingresponse op vraag 1.4, waarvan die berekening ook essensieel op twee maniere uitgevoer kan word, onder andere deur **doelbewus** van die distributiewe eienskap gebruik te maak. Uit die vergelyking van genoemde twee vrae blyk dit asof die meerderheid leerlinge in 'n konkrete situasie (vraag 1.2) die maklikste metode selekteer (metode 1), terwyl die minderheid in 'n nie-konkrete situasie (vraag 1.4) die maklikste metode, wat berus op die doelbewuste benutting van die distributiewe eienskap, selekteer (metode 1).

Die resultate van vraag 1.2 verskyn in tabelle 6.7.1(a) tot 6.7.1 (f). Resultate vir leerlinge in 'n probleemgebaseerde omgewing en leerlinge nie in 'n probleemgebaseerde omgewing nie se resultate word apart in die tabelle aangetoon.

| VRAAG 1.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 30 | 48,4 | 23 | 37,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1V | 3 | 4,8 | 4 | 6,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 3 | 4,8 | 5 | 8,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 14 | 22,6 | 3 | 4,8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3V | 2 | 3,2 | 8 | 12,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 2 | 3,2 | 2 | 3,2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 8 | 12,3 | 4 | 6,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 8 | 12,9 | 13 | 21,0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.7.1(a)

| VRAAG 1.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 69 | 54,3 | 74 | 58,3 | 4 | 44,4 | 3 | 33,3 |
| 1V | 1 | 0,8 | 2 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 3 | 2,4 | 7 | 5,5 | 2 | 22,2 | 0 | 0 |
| 3K | 29 | 22,8 | 18 | 14,2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3V | 2 | 1,6 | 5 | 3,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 3 | 2,4 | 2 | 1,6 | 0 | 0 | 2 | 22,2 |
| 5 | 2 | 1,6 | 3 | 2,4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 18 | 14,2 | 16 | 12,6 | 3 | 33,3 | 4 | 44,4 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.7.1(b)

| VRAAG 1.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 62 | 48,8 | 76 | 59,8 | 3 | 15,8 | 14 | 73,7 |
| 1V | 1 | 0,8 | 4 | 3,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 6 | 4,7 | 8 | 6,3 | 0 | 0 | 1 | 5,3 |
| 3K | 44 | 34,6 | 20 | 15,7 | 8 | 42,1 | 2 | 10,5 |
| 3V | 6 | 4,7 | 12 | 9,4 | 2 | 10,5 | 0 | 0 |
| 4 | 1 | 0,8 | 4 | 3,1 | 4 | 21,1 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 2 | 1,6 | 0 | 0 | 1 | 5,3 |
| 6 | 7 | 5,5 | 0 | 0 | 2 | 10,5 | 1 | 5,3 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.7.1(c)

| VRAAG 1.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 61 | 67,0 | 69 | 75,8 | 31 | 70,5 | 33 | 75,0 |
| 1V | 1 | 1,1 | 3 | 3,3 | 3 | 6,8 | 2 | 4,5 |
| 2 | 4 | 4,4 | 3 | 3,3 | 0 | 0 | 1 | 2,3 |
| 3K | 9 | 9,9 | 3 | 3,3 | 5 | 11,4 | 5 | 11,4 |
| 3V | 9 | 9,9 | 11 | 12,1 | 3 | 6,8 | 2 | 4,5 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 4 | 4,4 | 2 | 2,2 | 0 | 0 | 1 | 2,3 |
| 6 | 3 | 3,3 | 0 | 0 | 2 | 4,4 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.7.1(d)

| VRAAG 1.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 71 | 76,3 | 79 | 84,9 | 48 | 65,8 | 57 | 78,1 |
| 1V | 2 | 2,2 | 1 | 1,1 | 2 | 2,7 | 2 | 2,7 |
| 2 | 2 | 2,2 | 1 | 1,1 | 3 | 4,1 | 1 | 1,4 |
| 3K | 6 | 6,5 | 8 | 8,6 | 10 | 13,7 | 9 | 12,3 |
| 3V | 6 | 6,5 | 2 | 2,2 | 8 | 11,0 | 4 | 5,5 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 5 | 5,4 | 2 | 2,2 | 1 | 1,4 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 1,1 | 0 | 0 | 1 | 1,4 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.7.1(e)

| VRAAG 1.2 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 293 | 58,6 | 321 | 64,2 | 86 | 59,3 | 107 | 73,8 |
| 1V | 8 | 1,6 | 14 | 2,8 | 5 | 3,4 | 4 | 2,8 |
| 2 | 18 | 3,6 | 24 | 4,8 | 5 | 3,4 | 3 | 2,1 |
| 3K | 102 | 20,4 | 52 | 10,4 | 23 | 15,9 | 16 | 11,0 |
| 3V | 25 | 5,0 | 38 | 7,6 | 13 | 9,0 | 6 | 4,1 |
| 4 | 4 | 0,8 | 8 | 1,6 | 4 | 2,8 | 2 | 1,4 |
| 5 | 13 | 2,6 | 14 | 2,8 | 1 | 0,7 | 2 | 1,4 |
| 6 | 37 | 7,4 | 29 | 5,8 | 8 | 5,5 | 5,5 | 3,4 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.7.1(f)

Die volgende **klassifikasie** word in die voorafgaande tabelle gebruik:

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die leerling eers die som van die twee soortgelyke hoeveelhede bereken, en dan hierdie som met 7 of 9 vermenigvuldig:

$$\begin{array}{ll}
 \text{Junior: 3a:} & (4 + 6) \times 7 \\
 & = 10 \times 7 \\
 & = 70 \text{ (Rand)} \\
 \text{3b:} & (7 + 13) \times 9 \\
 & = 20 \times 9 \\
 & = 180 \text{ (Rand)}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{Senior: 3a:} & (4,25 + 5,75) \times 13 \\
 & = 10 \times 13 \\
 & = 130 \text{ (Rand)} \\
 \text{3b:} & (7,48 + 12,52) \times 9 \\
 & = 20 \times 9 \\
 & = 180 \text{ (Rand)}
 \end{array}$$

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte

antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2: Dit is waar 'n leerling 'n poging aangewend het om metode 1 te benut.

Metode 3: Dit is waar die leerling elke parsieële produk afsonderlik uitwerk, en dan die som van die twee produkte bepaal.

| | | | |
|--------------------|---------------------------|------------|----------------------------|
| Junior: 3a: | $7 \times 4 + 7 \times 6$ | 3b: | $9 \times 7 + 9 \times 13$ |
| = | $28 + 42$ | = | $63 + 117$ |
| = | 70 (Rand) | = | 180 (Rand) |

| | | | |
|--------------------|-----------------------------------|------------|----------------------------------|
| Senior: 3a: | $13 \times 4,25 + 13 \times 5,75$ | 3b: | $9 \times 7,48 + 9 \times 12,52$ |
| = | $55,25 + 74,75$ | = | $67,32 + 112,68$ |
| = | 130 (Rand) | = | 180 (Rand) |

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 word beskou as waar 'n leerling metode 3 gevolg het, maar nie die berekening voltooi het nie.

Metode 6: Die res.

6.7.2 Vraag 1.3 Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraelys 3a:

Junior: $72 \div 6 + 48 \div 6$

Senior: $91 \div 7 + 119 \div 7$

Vraelys 3b:

Junior: $108 \div 6 + 72 \div 6$

Senior: $126 \div 9 + 144 \div 9$

Die doel met hierdie vraag is om vas te stel of leerlinge doelbewus die distributiewe eienskap (weliswaar in "trurat") benut ten einde die berekening aansienlik te vereenvoudig. Dit toets dus leerlinge se vlak 3 bewustheid. Vergelyk ook hierdie response met dié van vraag 1.5.

Die resultate van vraag 1.3 verskyn in tabelle 6.7.2(a) tot 6.7.2 (f).

Die kategorie waarbinne leerlinge val wat die distributiewe eienskap herken en doelbewus toepas, is kategorieë 1K en 1V, en word op die tabelle ge-arseer.

| VRAAG 1.3 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 0 | 0 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1V | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 14 | 22,6 | 10 | 16,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3V | 3 | 4,8 | 5 | 8,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 6 | 9,7 | 29 | 46,8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 6 | 9,7 | 2 | 3,2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 25 | 40,3 | 7 | 11,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 7 | 11,3 | 8 | 12,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.7.2(a)

| VRAAG 1.3 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 2 | 1,6 | 20 | 15,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1V | 0 | 0 | 2 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 4 | 3,1 | 3 | 2,4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 43 | 33,9 | 54 | 42,5 | 1 | 11,1 | 1 | 11,1 |
| 3V | 5 | 3,9 | 18 | 14,2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 6 | 4,7 | 11 | 8,7 | 3 | 33,3 | 5 | 55,5 |
| 5 | 2 | 1,6 | 1 | 0,8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 56 | 44,1 | 9 | 7,1 | 4 | 44,4 | 2 | 22,2 |
| 7 | 9 | 7,1 | 9 | 7,1 | 1 | 11,1 | 1 | 11,1 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.7.2(b)

| VRAAG 1.3 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| IK | 4 | 3,1 | 21 | 16,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| IV | 1 | 0,8 | 2 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0,8 | 2 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 40 | 31,5 | 60 | 47,2 | 5 | 26,3 | 5 | 26,3 |
| 3V | 7 | 5,5 | 12 | 9,4 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| 4 | 11 | 8,7 | 10 | 7,9 | 3 | 15,8 | 4 | 21,1 |
| 5 | 1 | 0,8 | 6 | 4,7 | 1 | 5,3 | 1 | 5,3 |
| 6 | 49 | 38,6 | 10 | 7,9 | 8 | 42,1 | 5 | 26,3 |
| 7 | 13 | 10,2 | 4 | 3,1 | 1 | 5,3 | 1 | 5,3 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.7.2(c)

| VRAAG 1.3 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| IK | 4 | 4,4 | 42 | 46,2 | 4 | 9,1 | 18 | 40,9 |
| IV | 0 | 0 | 4 | 4,4 | 1 | 2,3 | 1 | 2,3 |
| 2 | 0 | 0 | 3 | 3,3 | 1 | 2,3 | 0 | 0 |
| 3K | 59 | 64,8 | 21 | 23,1 | 17 | 38,6 | 17 | 38,6 |
| 3V | 9 | 9,9 | 9 | 9,9 | 8 | 18,2 | 2 | 4,5 |
| 4 | 4 | 4,4 | 4 | 4,4 | 0 | 0 | 2 | 4,5 |
| 5 | 1 | 1,1 | 2 | 2,2 | 1 | 2,3 | 0 | 0 |
| 6 | 7 | 7,7 | 5 | 5,5 | 11 | 25,0 | 4 | 9,1 |
| 7 | 7 | 7,7 | 1 | 1,1 | 1 | 2,3 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.7.2(d)

| VRAAG 1.3 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 9 | 9,7 | 45 | 48,4 | 17 | 23,3 | 32 | 43,8 |
| 1V | 1 | 11,1 | 3 | 3,2 | 0 | 0 | 2 | 2,7 |
| 2 | 2 | 2,2 | 2 | 2,2 | 1 | 1,4 | 3 | 4,1 |
| 3K | 51 | 54,8 | 28 | 30,1 | 34 | 46,6 | 24 | 32,9 |
| 3V | 9 | 9,7 | 4 | 4,3 | 7 | 9,6 | 8 | 11,0 |
| 4 | 4 | 4,3 | 5 | 5,4 | 3 | 4,1 | 0 | 0 |
| 5 | 4 | 4,3 | 4 | 4,3 | 1 | 1,4 | 1 | 1,4 |
| 6 | 10 | 10,8 | 1 | 1,1 | 6 | 8,2 | 1 | 1,4 |
| 7 | 3 | 3,2 | 1 | 1,1 | 4 | 5,5 | 2 | 2,7 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.7.2(e)

| VRAAG 1.3 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 19 | 3,8 | 129 | 25,8 | 21 | 14,5 | 53 | 36,6 |
| 1V | 2 | 0,4 | 11 | 2,2 | 1 | 0,7 | 3 | 2,1 |
| 2 | 8 | 1,6 | 10 | 2,0 | 2 | 1,4 | 3 | 2,1 |
| 3K | 207 | 41,4 | 173 | 34,6 | 57 | 39,3 | 47 | 32,4 |
| 3V | 33 | 6,6 | 48 | 9,6 | 16 | 11,0 | 10 | 6,9 |
| 4 | 31 | 6,2 | 59 | 11,8 | 9 | 6,2 | 11 | 7,6 |
| 5 | 14 | 2,8 | 15 | 3,0 | 3 | 2,1 | 2 | 1,4 |
| 6 | 147 | 29,4 | 32 | 6,4 | 29 | 20,0 | 12 | 8,3 |
| 7 | 39 | 7,8 | 23 | 4,6 | 7 | 4,8 | 4 | 2,8 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.7.2(f)

Die volgende **klassifikasie** word in die voorafgaande tabelle gebruik:

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die distributiewe eienskap (deling oor optelling en/of aftrekking) herken en doelbewus benut word:

| | |
|---|---|
| Junior: 3a: $72 \div 6 + 48 \div 6$ $= (72 + 48) \div 6$ $= 120 \div 6$ $= 20$ | 3b: $108 \div 6 + 72 \div 6$ $= (108 + 72) \div 6$ $= 180 \div 6$ $= 30$ |
|---|---|

| | |
|---|---|
| Senior: 3a: $91 \div 7 + 119 \div 7$ $= (91 + 119) \div 7$ $= 210 \div 7$ $= 30$ | 3b: $126 \div 9 + 144 \div 9$ $= (126 + 144) \div 9$ $= 270 \div 9$ $= 30$ |
|---|---|

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om hierdie bewerkingseienskap toe te pas.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die bewerkingseienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, naamlik waar elke partiële kwosiënt eers bereken word, en die som daarvan dan bepaal word:

| | |
|--|---|
| Junior: 3a $72 \div 6 + 48 \div 6$ $= 12 + 8$ $= 20$ | 3b: $108 \div 6 + 72 \div 6$ $= 18 + 12$ $= 30$ |
|--|---|

| | |
|---|--|
| Senior: 3a: $91 \div 7 + 119 \div 7$ $= 13 + 17$ $= 30$ | 3b: $126 \div 9 + 144 \div 9$ $= 14 + 16$ $= 30$ |
|---|--|

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as

metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 word beskou as waar 'n leerling metode 3 gevolg het, maar nie die berekening voltooi het nie.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van die bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Die res.

6.7.3 Vraag 1.4 Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraelys 3a:

Junior: $18 \times 7 + 18 \times 3$

Senior: $19 \times 13 + 19 \times 7$

Vraelys 3b:

Junior: $18 \times 7 + 18 \times 3$

Senior: $18 \times 13 + 18 \times 7$

Die doel met hierdie vraag is om vas te stel of leerlinge doelbewus die distributiewe eienskap (weliswaar in "trurat") benut ten einde die berekening aansienlik te vereenvoudig. Dit toets dus leerlinge se vlak 3 bewustheid. Vergelyk ook hierdie response met dié van vraag 1.2.

Die resultate van vraag 1.4 verskyn in tabelle 6.7.3(a) tot 6.7.3 (f).

Die kategorie waarbinne leerlinge val wat die distributiewe eienskap herken en doelbewus toepas, is kategorieë 1K en 1V, en word op die tabelle ge-arseer.

| VRAAG 1.4 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1V | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 10 | 14,1 | 9 | 14,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3V | 13 | 21,0 | 9 | 14,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 10 | 16,1 | 35 | 56,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 9 | 14,5 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 19 | 30,6 | 7 | 11,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 0 | 0 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.7.3(a)

| VRAAG 1.4 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 4 | 3,1 | 26 | 20,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1V | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0,8 | 3 | 2,4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 54 | 42,5 | 44 | 34,6 | 1 | 11,1 | 3 | 33,3 |
| 3V | 26 | 20,5 | 21 | 16,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 8 | 6,3 | 14 | 11,0 | 1 | 11,1 | 3 | 33,3 |
| 5 | 5 | 3,9 | 4 | 3,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 23 | 18,1 | 8 | 6,3 | 5 | 55,6 | 3 | 33,3 |
| 7 | 6 | 4,7 | 7 | 5,5 | 2 | 22,2 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.7.3(b)

| VRAAG 1.4 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 4 | 3,1 | 24 | 18,9 | 1 | 5,3 | 3 | 15,8 |
| 1V | 1 | 0,8 | 1 | 0,8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 0 | 2 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 55 | 43,3 | 56 | 44,1 | 6 | 31,6 | 5 | 26,3 |
| 3V | 23 | 18,1 | 24 | 18,9 | 1 | 5,3 | 1 | 5,3 |
| 4 | 10 | 7,9 | 11 | 8,7 | 3 | 15,8 | 4 | 21,1 |
| 5 | 4 | 3,1 | 3 | 2,4 | 2 | 10,5 | 2 | 10,5 |
| 6 | 19 | 15,0 | 3 | 2,4 | 5 | 26,3 | 3 | 15,8 |
| 7 | 11 | 8,7 | 3 | 2,4 | 1 | 5,3 | 1 | 5,3 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.7.3(c)

| VRAAG 1.4 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 7 | 7,7 | 40 | 44,0 | 10 | 22,7 | 20 | 45,5 |
| 1V | 0 | 0 | 2 | 2,2 | 0 | 0 | 1 | 2,3 |
| 2 | 1 | 1,1 | 4 | 4,4 | 1 | 2,3 | 2 | 4,5 |
| 3K | 44 | 48,4 | 15 | 16,5 | 9 | 20,5 | 9 | 20,5 |
| 3V | 24 | 26,4 | 17 | 18,7 | 12 | 27,3 | 5 | 11,4 |
| 4 | 6 | 6,6 | 3 | 3,3 | 3 | 6,8 | 4 | 9,1 |
| 5 | 4 | 4,4 | 3 | 3,3 | 1 | 2,3 | 1 | 2,3 |
| 6 | 4 | 4,4 | 4 | 4,4 | 7 | 15,9 | 2 | 4,5 |
| 7 | 1 | 1,1 | 3 | 3,3 | 1 | 2,3 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.7.3(d)

| VRAAG 1.4 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 14 | 15,1 | 42 | 45,2 | 22 | 30,1 | 32 | 43,8 |
| 1V | 2 | 2,2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2,7 |
| 2 | 1 | 1,1 | 3 | 3,2 | 1 | 1,4 | 0 | 0 |
| 3K | 39 | 41,9 | 22 | 23,7 | 27 | 37,0 | 29 | 39,7 |
| 3V | 26 | 28,0 | 13 | 14,0 | 14 | 19,2 | 8 | 11,0 |
| 4 | 3 | 3,2 | 9 | 9,7 | 6 | 8,2 | 1 | 1,4 |
| 5 | 1 | 1,1 | 1 | 1,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 4 | 4,3 | 1 | 1,1 | 2 | 2,7 | 0 | 0 |
| 7 | 3 | 3,2 | 2 | 2,2 | 1 | 1,4 | 1 | 1,4 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.7.3(e)

| VRAAG 1.4 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 29 | 5,8 | 132 | 26,4 | 33 | 22,8 | 55 | 37,9 |
| 1V | 3 | 0,6 | 3 | 0,6 | 0 | 0 | 3 | 2,1 |
| 2 | 4 | 0,8 | 12 | 2,4 | 2 | 1,4 | 2 | 1,4 |
| 3K | 202 | 40,4 | 146 | 29,2 | 43 | 29,7 | 46 | 31,7 |
| 3V | 112 | 22,4 | 84 | 16,8 | 27 | 18,6 | 14 | 9,7 |
| 4 | 37 | 7,4 | 72 | 14,4 | 13 | 9,0 | 12 | 8,3 |
| 5 | 23 | 4,6 | 12 | 2,4 | 3 | 2,1 | 3 | 2,1 |
| 6 | 69 | 13,8 | 23 | 4,6 | 19 | 13,1 | 8 | 5,5 |
| 7 | 21 | 4,2 | 16 | 3,2 | 5 | 3,4 | 2 | 1,4 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.7.3(f)

Die volgende **klassifikasie** word in die voorafgaande tabelle gebruik:

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging oor optelling en/of aftrekking) herken en doelbewus benut word.

| | | | | |
|----------------|------------|-----------------------------|------------|-----------------------------|
| Junior: | 3a: | $18 \times 7 + 18 \times 3$ | 3b: | $18 \times 7 + 18 \times 3$ |
| | | $= 18 \times (7 + 3)$ | | $= 18 \times (7 + 3)$ |
| | | $= 18 \times 10$ | | $= 18 \times 10$ |
| | | $= 180$ | | $= 180$ |

| | | | | |
|----------------|------------|------------------------------|------------|------------------------------|
| Senior: | 3a: | $19 \times 13 + 19 \times 7$ | 3b: | $18 \times 13 + 18 \times 7$ |
| | | $= 19 \times (13 + 7)$ | | $= 18 \times (13 + 7)$ |
| | | $= 19 \times 20$ | | $= 18 \times 20$ |
| | | $= 380$ | | $= 360$ |

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2 word beskou as enige metode waar 'n poging aangewend is om hierdie bewerkingseienskap toe te pas.

Metode 3 word beskou as die "standaardmetode" wat gevolg sal word as die bewerkingseienskap nie herken word nie, en gevolglik nie benut word nie, nl:

| | | | | |
|----------------|------------|-----------------------------|------------|-----------------------------|
| Junior: | 3a: | $18 \times 7 + 18 \times 3$ | 3b: | $18 \times 7 + 18 \times 3$ |
| | | $= 126 + 54$ | | $= 126 + 54$ |
| | | $= 180$ | | $= 180$ |

| | | | | |
|----------------|------------|------------------------------|------------|------------------------------|
| Senior: | 3a: | $19 \times 13 + 19 \times 7$ | 3b: | $18 \times 13 + 18 \times 7$ |
| | | $= 247 + 133$ | | $= 234 + 126$ |
| | | $= 380$ | | $= 360$ |

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte

antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 word beskou as waar 'n leerling metode 3 gevolg het, maar nie die berekening voltooi het nie.

Metode 6 word beskou as waar 'n leerling bloot van links na regs bereken het, sonder inagneming van die bewerkingsvolgorde.

Metode 7: Die res.

6.7.4 Vraag 1.5 Bereken, sonder sakrekenaar, elk van die volgende.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY AL JOU BEWERKINGS TOON.

Vraelys 3a:

Junior: 7 kinders woon 'n sirkusvertoning by. Een hanswors gee vir hulle 40 balonne om gelykop tussen hulle te verdeel, en later gee 'n ander hanswors vir hulle 30 balonne om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel balonne kry elke kind?

Senior: 7 kinders woon 'n sirkusvertoning by. Een hanswors gee vir hulle 40 balonne om gelykop tussen hulle te verdeel, en later gee 'n ander hanswors vir hulle 30 balonne om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel balonne kry elke kind?

Vraelys 3b:

Junior: 7 kinders besoek 'n lekkergoedfabriek. In een afdeling van die fabriek gee die voorman vir hulle 84 lekkers om gelykop tussen hulle te verdeel. In 'n ander afdeling kry hulle 56 om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel lekkers het elke kind altesaam gekry?

Senior: 7 kinders besoek 'n lekkergoedfabriek. In een afdeling van die fabriek gee die voorman vir hulle 145 lekkers om gelykop tussen hulle te verdeel. In 'n ander afdeling kry hulle 65 om gelykop tussen hulle te verdeel. Hoeveel

lekkers het elke kind altesaam gekry?

Hierdie berekening kan op essensieel twee maniere uitgevoer word (verwys na metodes 1 en 3 hieronder). Die doel met hierdie vraag is hoofsaaklik om vas te stel hoeveel leerlinge elk van hierdie twee metodes benut. Leerlinge wat metode 1 benut, het moontlik altwee metodes oorweeg, en besluit dat die berekening met metode 1 makliker is. Hierdie bewering is egter nie gedurende die navorsing ondersoek nie. 'n Sekondêre doel van hierdie vraag is om dit te vergelyk met leerlingresponse op vraag 1.3, waarvan die berekening ook essensieel op twee maniere uitgevoer kan word, onder andere deur **doelbewus** van die distributiewe eienskap gebruik te maak. Uit die vergelyking van genoemde twee vrae blyk dit asof die meerderheid leerlinge in 'n konkrete situasie (vraag 1.5) die maklikste metode selekteer (metode 1), terwyl die minderheid in 'n nie-konkrete situasie (vraag 1.3) die maklikste metode (metode 1), wat berus op die doelbewuste benutting van die distributiewe eienskap, selekteer.

Die resultate van vraag 1.5 verskyn in tabelle 6.7.4(a) tot 6.7.4(f).

| VRAAG 1.5 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| METODE | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 36 | 58,1 | 17 | 27,4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1V | 2 | 3,2 | 3 | 4,8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 3,2 | 8 | 12,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3K | 2 | 3,2 | 4 | 6,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 3V | 1 | 1,6 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 8 | 12,9 | 18 | 29,0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 5 | 8,1 | 4 | 6,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 6 | 9,4 | 7 | 11,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.7.4(a)

| VRAAG 1.5 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 73 | 57,5 | 75 | 59,1 | 3 | 33,3 | 5 | 55,6 |
| 1V | 4 | 3,1 | 7 | 5,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 3 | 2,4 | 8 | 6,3 | 0 | 0 | 1 | 11,1 |
| 3K | 8 | 6,3 | 15 | 11,8 | 1 | 11,1 | 0 | 0 |
| 3V | 5 | 3,9 | 2 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 7 | 5,5 | 3 | 2,4 | 3 | 33,3 | 3 | 33,3 |
| 5 | 8 | 6,3 | 6 | 4,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 19 | 15,0 | 11 | 8,7 | 2 | 22,2 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.7.4(b)

| VRAAG 1.5 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 94 | 74,0 | 90 | 70,9 | 10 | 52,6 | 8 | 42,1 |
| 1V | 3 | 2,4 | 3 | 2,4 | 0 | 0 | 1 | 5,3 |
| 2 | 1 | 0,8 | 3 | 2,4 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| 3K | 2 | 1,6 | 18 | 14,2 | 3 | 15,8 | 6 | 31,6 |
| 3V | 5 | 3,9 | 4 | 3,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 13 | 10,2 | 6 | 4,7 | 2 | 10,5 | 1 | 5,3 |
| 5 | 8 | 6,3 | 2 | 1,6 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 0,8 | 1 | 0,8 | 2 | 10,5 | 3 | 15,8 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.7.4(c)

| VRAAG 1.5 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 75 | 82,4 | 71 | 78,0 | 36 | 81,8 | 33 | 75,0 |
| 1V | 0 | 0 | 5 | 5,5 | 0 | 0 | 3 | 6,8 |
| 2 | 1 | 1,1 | 4 | 4,4 | 0 | 0 | 1 | 2,3 |
| 3K | 5 | 5,5 | 4 | 4,4 | 0 | 0 | 3 | 6,8 |
| 3V | 0 | 0 | 2 | 2,2 | 2 | 4,5 | 2 | 4,5 |
| 4 | 7 | 7,7 | 4 | 4,4 | 3 | 6,8 | 1 | 2,3 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2,3 | 1 | 2,3 |
| 6 | 3 | 3,3 | 1 | 1,1 | 2 | 4,5 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.7.4(d)

| VRAAG 1.5 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 76 | 81,7 | 76 | 81,7 | 64 | 87,7 | 58 | 79,5 |
| 1V | 0 | 0 | 3 | 3,2 | 0 | 0 | 1 | 1,4 |
| 2 | 1 | 1,1 | 5 | 5,4 | 2 | 2,7 | 1 | 1,4 |
| 3K | 6 | 6,5 | 4 | 4,3 | 1 | 1,4 | 2 | 2,7 |
| 3V | 1 | 1,1 | 1 | 1,1 | 2 | 2,7 | 7 | 9,6 |
| 4 | 5 | 5,4 | 3 | 3,2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 2 | 2,2 | 0 | 0 | 2 | 2,7 | 1 | 1,4 |
| 6 | 2 | 2,2 | 1 | 1,1 | 2 | 2,7 | 3 | 4,1 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.7.4(e)

| VRAAG 1.5 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| METODE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| 1K | 354 | 70,8 | 329 | 65,8 | 113 | 77,9 | 104 | 71,7 |
| 1V | 9 | 1,8 | 21 | 4,2 | 0 | 0 | 5 | 3,4 |
| 2 | 8 | 1,6 | 28 | 5,6 | 3 | 2,1 | 3 | 2,1 |
| 3K | 23 | 4,6 | 45 | 9,0 | 5 | 3,4 | 11 | 7,6 |
| 3V | 12 | 2,4 | 10 | 2,0 | 4 | 2,8 | 9 | 6,2 |
| 4 | 40 | 8,0 | 34 | 6,8 | 8 | 5,5 | 5 | 3,4 |
| 5 | 23 | 4,6 | 12 | 2,4 | 4 | 2,8 | 2 | 1,4 |
| 6 | 31 | 6,2 | 21 | 4,2 | 8 | 5,5 | 6 | 4,1 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.7.4(f)

Metode 1: Metode 1 word beskou as die metode waar die leerling eers die som van die twee hoeveelhede bereken het, en dan gedeel het:

| | | | | |
|----------------|------------|--------------------|------------|---------------------|
| Junior: | 3a: | $(40 + 30) \div 7$ | 3b: | $(84 + 56) \div 7$ |
| | = | $70 \div 7$ | = | $140 \div 7$ |
| | = | 10 | = | 20 |
| Senior: | 3a: | $(40 + 30) \div 7$ | 3b: | $(145 + 65) \div 7$ |
| | = | $70 \div 7$ | = | $210 \div 7$ |
| | = | 10 | = | 30 |

As 'n leerling met behulp van metode 1 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 1K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte

antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 1V.

Metode 2: Dit is waar 'n leerling 'n poging aangewend het om metode 1 te benut.

Metode 3: Dit is waar die leerling elke parsieële kwosiënt afsonderlik uitwerk, en dan die som van die twee kwosiënte bepaal.

Junior:

$$\begin{aligned} \text{3a:} \quad & 40 \div 7 + 30 \div 7 \\ & = 5\frac{5}{7} + 4\frac{2}{7} \\ & = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3b:} \quad & 84 \div 7 + 56 \div 7 \\ & = 12 + 8 \\ & = 20 \end{aligned}$$

Senior:

$$\begin{aligned} \text{3a:} \quad & 40 \div 7 + 30 \div 7 \\ & = 5\frac{5}{7} + 4\frac{2}{7} \\ & = 10 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3b:} \quad & 145 \div 7 + 65 \div 7 \\ & = 20\frac{5}{7} + 9\frac{2}{7} \\ & = 30 \end{aligned}$$

As 'n leerling met behulp van metode 3 by die korrekte antwoord uitkom, word hy as metode 3K geklassifiseer. Indien hy as gevolg van 'n berekeningsfout nie by die korrekte antwoord uitkom nie, word hy geklassifiseer as metode 3V.

Metode 4 verwys na waar 'n leerling slegs die antwoord neergeskryf het, of die vraag glad nie beantwoord het nie.

Metode 5 word beskou as waar 'n leerling metode 3 gevolg het, maar nie die berekening voltooi het nie.

Metode 6: Die res.

6.8 RESULTATE VAN VRAELYS 3a EN 3b: VRAAG 2.1 TOT 2.8

Die doel van vrae 2.1 tot 2.8 is om vas te stel of leerlinge die betrokke bewerkingseienskap herken. Hierdie vrae toets dus vlak 2-bewustheid.

6.8.1 Vraag 2.1: VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraelys 3a:

| | | | |
|---------|-----------------|----|-------------------------------|
| Junior: | 34×100 | en | $34 \times 65 + 34 \times 35$ |
| Senior: | 34×100 | en | $34 \times 65 + 34 \times 35$ |

Vraelys 3b:

| | | | |
|---------|-----------------|----|-------------------------------|
| Junior: | 37×24 | en | $37 \times 18 + 37 \times 6$ |
| Senior: | 37×150 | en | $37 \times 95 + 37 \times 55$ |

Die klassifikasie wat hier gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word, **en word telkens op die tabelle ge-arseer.**

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 6.8.1(a) tot (f) aangetoon.

| VRAAG 2.1 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 36 | 58,1 | 21 | 33,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 8 | 12,9 | 9 | 14,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 5 | 8,1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 0 | 0 | 8 | 12,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 0 | 0 | 2 | 3,2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 13 | 21,0 | 22 | 35,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.8.1(a)

| VRAAG 2.1 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 46 | 36,2 | 69 | 54,3 | 0 | 0 | 1 | 11,1 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 8 | 6,3 | 17 | 13,4 | 0 | 0 | 2 | 22,2 |
| D | 40 | 31,5 | 22 | 17,3 | 2 | 22,2 | 0 | 0 |
| E | 4 | 3,1 | 4 | 3,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 4 | 3,1 | 2 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 25 | 19,7 | 13 | 10,2 | 7 | 77,8 | 6 | 66,7 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.8.1(b)

| VRAAG 2.1 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 69 | 54,3 | 80 | 63,0 | 8 | 42,1 | 10 | 52,6 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 8 | 6,3 | 9 | 7,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 19 | 15,0 | 6 | 4,7 | 2 | 10,5 | 3 | 15,8 |
| E | 6 | 4,7 | 9 | 7,1 | 2 | 10,5 | 0 | 0 |
| F | 4 | 3,1 | 3 | 2,4 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| G | 21 | 16,5 | 20 | 15,7 | 6 | 31,6 | 6 | 31,6 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.8.1(c)

| VRAAG 2.1 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 59 | 64,8 | 70 | 76,9 | 15 | 34,1 | 29 | 65,9 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 1 | 1,1 | 10 | 11,0 | 7 | 15,9 | 9 | 20,5 |
| D | 18 | 19,8 | 8 | 8,8 | 17 | 38,6 | 4 | 9,1 |
| E | 9 | 9,9 | 2 | 2,2 | 1 | 2,3 | 0 | 0 |
| F | 2 | 2,2 | 0 | 0 | 2 | 4,5 | 1 | 2,3 |
| G | 2 | 2,2 | 1 | 1,1 | 2 | 4,5 | 1 | 2,3 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.8.1(d)

| VRAAG 2.1 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| KATEGORIE | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 41 | 44,1 | 66 | 71,0 | 39 | 53,4 | 58 | 79,5 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 15 | 16,1 | 15 | 16,1 | 16 | 21,9 | 9 | 12,3 |
| D | 13 | 14,0 | 0 | 0 | 4 | 5,5 | 2 | 2,7 |
| E | 12 | 12,9 | 4 | 4,3 | 2 | 2,7 | 3 | 4,1 |
| F | 5 | 5,4 | 0 | 0 | 3 | 4,1 | 0 | 0 |
| G | 7 | 7,5 | 8 | 8,6 | 9 | 12,3 | 1 | 1,4 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.8.1(e)

| VRAAG 2.1 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| KATEGORIE | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 251 | 50,2 | 306 | 61,2 | 62 | 42,8 | 98 | 67,6 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 40 | 8,0 | 60 | 12,0 | 23 | 15,9 | 20 | 13,8 |
| D | 95 | 19,0 | 36 | 7,2 | 25 | 17,2 | 9 | 6,2 |
| E | 31 | 6,2 | 27 | 5,4 | 5 | 3,4 | 3 | 2,1 |
| F | 15 | 3,0 | 7 | 1,4 | 6 | 4,1 | 1 | 0,7 |
| G | 68 | 13,6 | 64 | 12,8 | 24 | 16,6 | 14 | 9,7 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.8.1(f)

6.8.2 Vraag 2.2: VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraelys 3a:

Junior: $200 \div 13 - 75 \div 13$ en $125 \div 13$

Senior: $200 \div 13 - 75 \div 13$ en $125 \div 13$

Vraelys 3b:

Junior: $300 \div 18 - 75 \div 18$ en $225 \div 18$

Senior: $300 \div 18 - 75 \div 18$ en $225 \div 18$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van deling oor aftrekking toegepas word, **en word telkens op die tabelle ge-arseer.**

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 6.8.2(a) tot (f) aangetoon.

| VRAAG 2.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| KATEGORIE | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 25 | 40,3 | 15 | 24,2 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 7 | 11,3 | 7 | 11,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 7 | 11,3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 1 | 1,6 | 5 | 8,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 3 | 4,8 | 10 | 16,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 19 | 30,6 | 25 | 40,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.8.2(a)

| VRAAG 2.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| KATEGORIE | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 17 | 13,4 | 62 | 48,8 | 0 | 0 | 1 | 11,1 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 5 | 3,9 | 16 | 12,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 54 | 42,5 | 22 | 17,3 | 2 | 22,2 | 1 | 11,1 |
| E | 6 | 4,7 | 10 | 7,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 6 | 4,7 | 1 | 0,8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 39 | 30,7 | 16 | 12,6 | 7 | 77,8 | 7 | 77,8 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.8.2(b)

| VRAAG 2.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 29 | 22,8 | 67 | 52,8 | 4 | 21,1 | 5 | 26,3 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 4 | 3,1 | 9 | 7,1 | 0 | 0 | 1 | 5,3 |
| D | 49 | 38,6 | 18 | 14,2 | 3 | 15,8 | 5 | 26,3 |
| E | 5 | 3,9 | 7 | 5,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 12 | 9,4 | 5 | 3,9 | 2 | 10,5 | 0 | 0 |
| G | 28 | 22,0 | 21 | 16,5 | 10 | 52,6 | 8 | 42,1 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.8.2(c)

| VRAAG 2.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 45 | 49,5 | 65 | 71,4 | 8 | 18,2 | 23 | 52,3 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 9 | 9,9 | 8 | 8,8 | 2 | 4,5 | 3 | 6,8 |
| D | 28 | 30,8 | 15 | 16,5 | 27 | 61,4 | 11 | 25,0 |
| E | 3 | 3,3 | 1 | 1,1 | 1 | 2,3 | 3 | 6,8 |
| F | 0 | 0 | 1 | 1,1 | 3 | 6,8 | 1 | 2,3 |
| G | 6 | 6,6 | 1 | 1,1 | 3 | 6,8 | 3 | 6,6 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.8.2(d)

| VRAAG 2.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 30 | 32,3 | 49 | 52,7 | 25 | 34,2 | 41 | 56,2 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 12 | 12,9 | 18 | 19,4 | 8 | 11,0 | 11 | 15,1 |
| D | 27 | 29,0 | 11 | 11,8 | 24 | 32,9 | 13 | 17,8 |
| E | 10 | 10,8 | 7 | 7,5 | 2 | 2,7 | 5 | 6,8 |
| F | 6 | 6,5 | 3 | 3,2 | 4 | 5,5 | 2 | 2,7 |
| G | 8 | 8,6 | 5 | 5,4 | 10 | 13,7 | 1 | 1,4 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.8.2(e)

| VRAAG 2.2 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 146 | 29,2 | 258 | 51,6 | 37 | 25,5 | 70 | 48,3 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 37 | 7,4 | 58 | 11,6 | 10 | 6,9 | 15 | 10,3 |
| D | 165 | 33,0 | 66 | 13,2 | 56 | 38,6 | 30 | 20,7 |
| E | 25 | 5,0 | 30 | 6,0 | 3 | 2,1 | 8 | 5,5 |
| F | 27 | 5,4 | 20 | 4,0 | 9 | 6,2 | 3 | 2,1 |
| G | 100 | 20,0 | 68 | 13,6 | 30 | 20,7 | 19 | 13,1 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.8.2(f)

6.8.3 Vraag 2.3: VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraelys 3a:

Junior: $183 \div 14$ en $183 \div 10 + 183 \div 4$

Senior: $183 \div 14$ en $183 \div 10 + 183 \div 4$

Vraelys 3b:

Junior: $320 \div 17$ en $320 \div 11 + 320 \div 6$

Senior: $320 \div 17$ en $320 \div 11 + 320 \div 6$

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van deling oor optelling van links nie geldig is nie; anders gestel: die deler mag nie opgebreek word nie en word telkens op die tabelle ge-arseer.

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 6.8.3(a) tot (f) aangetoon.

| VRAAG 2.3 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|------|--------------|------|-----------------------|-----|--------------|-----|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 35 | 56,5 | 22 | 35,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 1 | 1,6 | 5 | 8,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 1 | 1,6 | 7 | 11,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 4 | 6,5 | 4 | 6,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 21 | 33,9 | 24 | 38,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100 | 62 | 100 | 0 | 100 | 0 | 100 |

Tabel 6.8.3(a)

| VRAAG 2.3 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 1 | 0,8 | 21 | 16,5 | 0 | 0 | 1 | 11,1 |
| C | 47 | 37,0 | 61 | 48,0 | 1 | 11,1 | 1 | 11,1 |
| D | 33 | 26,0 | 19 | 15,0 | 1 | 11,1 | 0 | 0 |
| E | 8 | 6,3 | 10 | 7,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 8 | 6,3 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 30 | 23,6 | 16 | 12,6 | 7 | 77,8 | 7 | 77,8 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.8.3(b)

| VRAAG 2.3 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 4 | 3,1 | 11 | 8,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 66 | 52,0 | 59 | 46,5 | 7 | 36,8 | 10 | 52,6 |
| D | 18 | 14,2 | 20 | 15,7 | 2 | 10,5 | 2 | 10,5 |
| E | 11 | 8,7 | 9 | 7,1 | 2 | 10,5 | 0 | 0 |
| F | 5 | 3,9 | 4 | 3,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 23 | 18,1 | 24 | 18,9 | 8 | 42,1 | 7 | 36,8 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.8.3(c)

| VRAAG 2.3 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 8 | 8,8 | 52 | 57,1 | 7 | 15,9 | 9 | 20,5 |
| C | 47 | 51,6 | 17 | 18,7 | 9 | 20,5 | 21 | 47,7 |
| D | 16 | 17,6 | 14 | 15,4 | 19 | 43,2 | 6 | 13,6 |
| E | 6 | 6,6 | 3 | 3,3 | 5 | 11,4 | 3 | 6,8 |
| F | 9 | 9,9 | 4 | 4,4 | 1 | 2,3 | 3 | 6,8 |
| G | 5 | 5,5 | 1 | 1,1 | 3 | 6,8 | 2 | 4,5 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.8.3(d)

| VRAAG 2.3 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 3 | 3,2 | 21 | 22,6 | 0 | 0 | 11 | 15,1 |
| C | 47 | 50,5 | 46 | 49,5 | 36 | 49,3 | 46 | 63,0 |
| D | 21 | 22,6 | 10 | 10,8 | 22 | 30,1 | 9 | 12,3 |
| E | 10 | 10,8 | 7 | 7,5 | 2 | 2,7 | 4 | 5,5 |
| F | 5 | 5,4 | 4 | 4,3 | 2 | 2,7 | 3 | 4,1 |
| G | 7 | 7,5 | 5 | 5,4 | 11 | 15,1 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.8.3(e)

| VRAAG 2.3 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 16 | 3,2 | 105 | 21,0 | 7 | 4,8 | 21 | 14,5 |
| C | 242 | 48,4 | 205 | 41,0 | 53 | 36,6 | 78 | 53,8 |
| D | 89 | 17,8 | 68 | 13,6 | 44 | 30,3 | 17 | 11,7 |
| E | 36 | 7,2 | 36 | 7,2 | 9 | 6,2 | 7 | 4,8 |
| F | 31 | 6,2 | 16 | 3,2 | 3 | 2,1 | 6 | 4,1 |
| G | 86 | 17,2 | 70 | 14,0 | 29 | 20,0 | 16 | 11,0 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.8.3(f)

6.8.4 Vraag 2.4: VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekening wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraelys 3a:

| | | | |
|----------------|-----------------------|----|-------------------------------|
| Junior: | $31 \times (18 + 27)$ | en | $31 \times 18 + 31 \times 27$ |
| Senior: | $31 \times (18 + 27)$ | en | $31 \times 18 + 31 \times 27$ |

Vraelys 3b:

| | | | |
|----------------|-----------------------|----|-------------------------------|
| Junior: | $35 \times (21 + 37)$ | en | $35 \times 21 + 35 \times 37$ |
| Senior: | $35 \times (21 + 37)$ | en | $35 \times 21 + 35 \times 37$ |

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word, **en word telkens op die tabelle ge-arseer..**

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 6.8.4(a) tot (f) aangetoon.

| VRAAG 2.4 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| KATEGORIE | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 3 | 4,8 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 24 | 38,7 | 12 | 19,4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 2 | 3,2 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 0 | 0 | 5 | 8,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 8 | 12,9 | 11 | 17,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 25 | 40,3 | 32 | 51,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.8.4(a)

| VRAAG 2.4 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| KATEGORIE | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 5 | 3,9 | 10 | 7,9 | 0 | 0 | 1 | 11,1 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 31 | 24,4 | 52 | 40,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 41 | 32,3 | 27 | 21,3 | 2 | 22,7 | 1 | 11,1 |
| E | 8 | 6,3 | 16 | 12,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 8 | 6,3 | 3 | 2,4 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 34 | 26,8 | 19 | 15,0 | 7 | 77,8 | 7 | 77,8 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.8.4(b)

| VRAAG 2.4 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 20 | 15,7 | 41 | 32,3 | 2 | 10,5 | 3 | 15,8 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 14 | 11,0 | 24 | 32,3 | 4 | 21,1 | 6 | 31,6 |
| D | 45 | 35,4 | 24 | 18,9 | 3 | 15,8 | 3 | 15,8 |
| E | 9 | 7,1 | 9 | 7,1 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| F | 13 | 10,2 | 6 | 4,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 26 | 20,5 | 23 | 18,1 | 9 | 47,4 | 7 | 36,8 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.8.4(c)

| VRAAG 2.4 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 14 | 15,4 | 47 | 51,6 | 11 | 25,0 | 20 | 45,5 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 31 | 34,1 | 25 | 27,5 | 10 | 22,7 | 13 | 29,5 |
| D | 34 | 37,4 | 12 | 13,2 | 15 | 34,1 | 3 | 6,8 |
| E | 6 | 6,6 | 5 | 5,5 | 2 | 4,5 | 3 | 6,8 |
| F | 2 | 2,2 | 0 | 0 | 4 | 9,1 | 2 | 4,5 |
| G | 4 | 4,4 | 2 | 2,2 | 2 | 4,5 | 3 | 6,8 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.8.4(d)

| VRAAG 2.4 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 15 | 16,1 | 30 | 32,3 | 15 | 20,5 | 20 | 27,4 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 28 | 30,1 | 37 | 39,8 | 26 | 35,6 | 37 | 50,7 |
| D | 27 | 29,0 | 10 | 10,8 | 16 | 21,9 | 6 | 8,2 |
| E | 7 | 7,5 | 10 | 10,8 | 3 | 4,1 | 6 | 8,2 |
| F | 8 | 8,6 | 1 | 1,1 | 3 | 4,1 | 2 | 2,7 |
| G | 8 | 8,6 | 5 | 5,4 | 10 | 13,7 | 2 | 2,7 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.8.4(e)

| VRAAG 2.4 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 57 | 11,4 | 129 | 25,8 | 28 | 19,3 | 44 | 30,3 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 128 | 25,6 | 150 | 30,0 | 40 | 27,6 | 56 | 38,6 |
| D | 149 | 29,8 | 74 | 14,8 | 36 | 24,8 | 13 | 9,0 |
| E | 30 | 6,0 | 45 | 9,0 | 6 | 4,1 | 9 | 6,2 |
| F | 39 | 7,8 | 21 | 4,2 | 7 | 4,8 | 4 | 2,8 |
| G | 97 | 19,4 | 81 | 16,2 | 28 | 19,3 | 19 | 13,1 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.8.4(f)

6.8.5 Vraag 2.5: VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekening wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraelys 3a:

| | | | |
|----------------|------------------------------|----|----------------|
| Junior: | $28 \times 17 - 28 \times 4$ | en | 28×13 |
| Senior: | $28 \times 17 - 28 \times 4$ | en | 28×13 |

Vraelys 3b:

| | | | |
|----------------|------------------------------|----|----------------|
| Junior: | $28 \times 22 - 28 \times 4$ | en | 28×18 |
| Senior: | $28 \times 22 - 28 \times 4$ | en | 28×18 |

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor aftrekking toegepas word, **en word telkens op die tabelle ge-arseer.**

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 6.8.5(a) tot (f) aangetoon.

| VRAAG 2.5 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 14 | 22,6 | 13 | 21,0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 9 | 14,5 | 8 | 12,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 2 | 3,2 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 2 | 3,2 | 5 | 8,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 6 | 9,7 | 9 | 14,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 29 | 46,8 | 26 | 41,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.8.5(a)

| VRAAG 2.5 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 23 | 18,1 | 55 | 43,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 16 | 12,6 | 11 | 8,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 36 | 28,3 | 27 | 21,3 | 2 | 22,2 | 2 | 22,2 |
| E | 5 | 3,9 | 11 | 8,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 12 | 9,4 | 5 | 3,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 35 | 27,6 | 18 | 14,2 | 7 | 77,8 | 7 | 77,8 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.8.5(b)

| VRAAG 2.5 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 33 | 26,0 | 65 | 51,2 | 4 | 21,1 | 7 | 36,8 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 7 | 5,5 | 10 | 7,9 | 2 | 10,5 | 0 | 0 |
| D | 32 | 25,2 | 14 | 11,1 | 4 | 21,1 | 4 | 21,1 |
| E | 9 | 7,1 | 7 | 5,5 | 2 | 10,5 | 0 | 0 |
| F | 19 | 15,0 | 8 | 6,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 27 | 21,3 | 23 | 18,1 | 7 | 36,8 | 8 | 42,1 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.8.5(c)

| VRAAG 2.5 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 47 | 51,6 | 54 | 59,3 | 14 | 31,8 | 26 | 59,1 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 9 | 9,9 | 7 | 7,7 | 9 | 20,5 | 5 | 11,4 |
| D | 22 | 24,2 | 20 | 22,0 | 13 | 29,5 | 5 | 11,4 |
| E | 8 | 8,8 | 5 | 5,5 | 4 | 9,1 | 3 | 6,8 |
| F | 1 | 1,1 | 1 | 1,1 | 1 | 2,3 | 3 | 6,8 |
| G | 4 | 4,4 | 4 | 4,4 | 3 | 6,8 | 2 | 4,5 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.8.5(d)

| VRAAG 2.5 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 36 | 38,7 | 48 | 51,6 | 34 | 46,6 | 39 | 53,4 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 19 | 20,4 | 16 | 17,2 | 16 | 21,9 | 15 | 20,5 |
| D | 10 | 10,8 | 10 | 10,8 | 6 | 8,2 | 7 | 9,6 |
| E | 13 | 14,0 | 11 | 11,8 | 3 | 4,1 | 7 | 9,6 |
| F | 4 | 4,3 | 2 | 2,2 | 2 | 2,7 | 3 | 4,1 |
| G | 11 | 11,8 | 6 | 6,5 | 12 | 16,4 | 2 | 2,7 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.8.5(e)

| VRAAG 2.5 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 153 | 30,6 | 235 | 47,0 | 52 | 35,9 | 72 | 49,7 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 60 | 12,0 | 52 | 10,4 | 27 | 18,6 | 20 | 13,8 |
| D | 102 | 20,4 | 72 | 14,4 | 25 | 17,2 | 18 | 12,4 |
| E | 37 | 7,4 | 39 | 7,8 | 9 | 6,2 | 10 | 6,9 |
| F | 42 | 8,4 | 25 | 5,0 | 3 | 2,1 | 6 | 4,1 |
| G | 106 | 21,2 | 77 | 15,4 | 29 | 20,0 | 19 | 13,1 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.8.5(f)

6.8.6 Vraag 2.6: VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraelys 3a:

| | | | |
|----------------|----------|----|---------------|
| Junior: | 125 x 43 | en | 100 x 43 + 25 |
| Senior: | 125 x 43 | en | 100 x 43 + 25 |

Vraelys 3b:

| | | | |
|----------------|----------|----|---------------|
| Junior: | 275 x 43 | en | 220 x 43 + 55 |
| Senior: | 275 x 43 | en | 220 x 43 + 55 |

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie B, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling verkeerd toegepas word, aangesien 55 ook met 43 vermenigvuldig moet word. **Hierdie kategorie word telkens op die tabelle ge-arseer.**

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 6.8.6(a) tot (f) aangetoon.

| VRAAG 2.6 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 24 | 38,7 | 20 | 32,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 3 | 4,8 | 7 | 11,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 3 | 4,8 | 6 | 9,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 31 | 50,0 | 29 | 46,8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.8.6(a)

| VRAAG 2.6 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 3 | 2,4 | 11 | 8,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 55 | 43,3 | 61 | 48,0 | 2 | 22,2 | 0 | 0 |
| D | 17 | 13,4 | 26 | 20,5 | 0 | 0 | 2 | 22,2 |
| E | 7 | 5,5 | 4 | 3,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 13 | 10,2 | 5 | 3,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 32 | 25,2 | 20 | 15,7 | 7 | 77,8 | 7 | 77,8 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.8.6(b)

| VRAAG 2.6 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 12 | 9,4 | 18 | 14,2 | 1 | 5,3 | 3 | 15,8 |
| C | 49 | 38,6 | 53 | 41,7 | 6 | 31,6 | 7 | 36,8 |
| D | 13 | 10,2 | 16 | 12,6 | 2 | 10,5 | 2 | 10,5 |
| E | 16 | 12,6 | 11 | 8,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 12 | 9,4 | 4 | 3,1 | 3 | 15,8 | 1 | 5,3 |
| G | 25 | 19,7 | 25 | 19,7 | 7 | 36,8 | 6 | 31,6 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.8.6(c)

| VRAAG 2.6 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 17 | 18,7 | 28 | 30,8 | 10 | 22,7 | 8 | 18,2 |
| C | 22 | 24,2 | 28 | 30,8 | 9 | 20,5 | 16 | 36,4 |
| D | 32 | 35,2 | 26 | 28,6 | 16 | 36,4 | 11 | 25,0 |
| E | 5 | 5,5 | 4 | 4,4 | 3 | 6,8 | 3 | 6,8 |
| F | 8 | 8,8 | 2 | 2,2 | 1 | 2,3 | 3 | 6,8 |
| G | 7 | 7,7 | 3 | 3,3 | 5 | 11,4 | 3 | 6,8 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.8.6(d)

| VRAAG 2.6 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 22 | 23,7 | 36 | 38,7 | 24 | 32,9 | 21 | 28,8 |
| C | 19 | 20,4 | 20 | 21,5 | 20 | 27,4 | 24 | 32,9 |
| D | 21 | 22,6 | 18 | 19,4 | 13 | 17,8 | 14 | 19,2 |
| E | 8 | 8,6 | 6 | 6,5 | 0 | 0 | 7 | 9,6 |
| F | 14 | 15,1 | 8 | 8,6 | 6 | 8,2 | 5 | 6,8 |
| G | 9 | 9,7 | 5 | 5,4 | 10 | 13,7 | 2 | 2,7 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.8.6(e)

| VRAAG 2.6 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 55 | 11,0 | 93 | 18,6 | 35 | 24,1 | 32 | 22,1 |
| C | 169 | 33,8 | 182 | 36,4 | 37 | 25,5 | 47 | 32,4 |
| D | 83 | 16,6 | 86 | 17,2 | 31 | 21,4 | 29 | 20,0 |
| E | 39 | 7,8 | 32 | 6,4 | 3 | 2,1 | 10 | 6,9 |
| F | 50 | 10,0 | 25 | 5,0 | 10 | 6,9 | 9 | 6,2 |
| G | 104 | 20,8 | 81 | 16,2 | 29 | 20,0 | 18 | 12,4 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.8.6(f)

6.8.7 Vraag 2.7: VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekeninge wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraelys 3a:

| | | | |
|----------------|-----------------------|----|-----------------------|
| Junior: | 23 x a | en | 20 x a + 3 x a |
| | waar a enige getal is | | waar a enige getal is |
| Senior: | 23 x a | en | 20 x a + 3 x a |
| | waar a enige getal is | | waar a enige getal is |

Vraelys 3b:

| | | | |
|----------------|-----------------------|----|-----------------------|
| Junior: | 36 x a | en | 30 x a + 6 x a |
| | waar a enige getal is | | waar a enige getal is |
| Senior: | 36 x a | en | 30 x a + 6 x a |
| | waar a enige getal is | | waar a enige getal is |

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie. EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor optelling toegepas word, **en word telkens op die tabelle ge-arseer.**

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 6.8.7(a) tot (f) aangetoon.

| VRAAG 2.7 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 10 | 16,1 | 8 | 12,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 10 | 16,1 | 5 | 8,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 1 | 1,6 | 13 | 21,0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 3 | 4,8 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 38 | 61,3 | 35 | 56,5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.8.7(a)

| VRAAG 2.7 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 28 | 22,0 | 37 | 29,1 | 1 | 11,1 | 1 | 11,1 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 25 | 19,7 | 29 | 22,8 | 1 | 11,1 | 1 | 11,1 |
| D | 13 | 10,2 | 6 | 4,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 13 | 10,2 | 16 | 12,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 6 | 4,7 | 1 | 0,8 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 42 | 33,1 | 38 | 29,9 | 7 | 77,8 | 7 | 77,8 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.8.7(b)

| VRAAG 2.7 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 33 | 26,0 | 38 | 29,9 | 3 | 15,8 | 3 | 13,8 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 25 | 19,7 | 23 | 18,1 | 4 | 21,1 | 6 | 31,6 |
| D | 6 | 4,7 | 1 | 0,8 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| E | 17 | 13,4 | 21 | 16,5 | 2 | 10,5 | 1 | 5,3 |
| F | 4 | 3,1 | 3 | 2,4 | 0 | 0 | 1 | 5,3 |
| G | 42 | 33,1 | 41 | 32,3 | 9 | 47,4 | 8 | 42,1 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.8.7(c)

| VRAAG 2.7 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 34 | 37,4 | 48 | 52,7 | 13 | 29,5 | 18 | 40,9 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 18 | 19,8 | 17 | 18,7 | 11 | 25,0 | 8 | 18,2 |
| D | 3 | 3,3 | 2 | 2,2 | 4 | 9,1 | 0 | 0 |
| E | 19 | 20,9 | 11 | 12,1 | 5 | 11,4 | 6 | 13,6 |
| F | 2 | 2,2 | 0 | 0 | 1 | 2,3 | 0 | 0 |
| G | 15 | 16,5 | 13 | 14,3 | 10 | 22,7 | 12 | 27,3 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.8.7(d)

| VRAAG 2.7 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 31 | 33,3 | 38 | 40,9 | 29 | 39,7 | 41 | 56,2 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 16 | 17,2 | 20 | 21,5 | 14 | 19,2 | 10 | 13,7 |
| D | 8 | 8,6 | 5 | 5,4 | 6 | 8,2 | 3 | 4,1 |
| E | 19 | 26,4 | 19 | 20,4 | 11 | 15,1 | 7 | 9,6 |
| F | 6 | 6,5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 3 | 4,1 |
| G | 13 | 14,0 | 11 | 11,8 | 13 | 17,8 | 9 | 12,3 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.8.7(e)

| VRAAG 2.7 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 136 | 27,2 | 169 | 33,8 | 46 | 31,7 | 63 | 43,4 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 94 | 18,8 | 94 | 18,8 | 30 | 20,7 | 25 | 17,2 |
| D | 30 | 6,0 | 14 | 2,8 | 11 | 7,6 | 3 | 2,1 |
| E | 69 | 13,8 | 80 | 16,0 | 18 | 12,4 | 14 | 9,7 |
| F | 21 | 4,2 | 5 | 1,0 | 1 | 0,7 | 4 | 2,8 |
| G | 150 | 30,0 | 138 | 27,6 | 39 | 26,9 | 36 | 24,8 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.8.7(f)

6.8.8 Vraag 2.8: VOORSPEL (dit wil sê: sonder om werklik te BEREKEN of te KONTROLEER) of die berekening wat in elk van die volgende gevalle gegee word, DIESELFDE antwoord sal lewer.

DIT IS BAIE BELANGRIK DAT JY IN ELKE GEVAL NEERSKRYF HOEKOM JY SO VOORSPEL.

Vraelys 3a:

Junior: $b \times 36$ en $b \times 40 - b \times 4$
 waar b enige getal is

Senior: $b \times 36$ en $b \times 40 - b \times 4$
 waar b enige getal is

Vraelys 3b:

Junior: $b \times 48$ en $b \times 50 - b \times 2$
 waar b enige getal is

Senior: $b \times 48$ en $b \times 50 - b \times 2$
 waar b enige getal is

Die klassifikasie wat hier weer gebruik word, is as volg:

- A: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: Nee, nie dieselfde nie. EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- C: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- D: Nee, nie dieselfde antwoord nie. EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- E: Ja, dieselfde antwoord. EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- F: Nee, nie dieselfde antwoord nie, EN leerling verskaf geen rede nie, of hy het die antwoorde bereken.
- G: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste respons by hierdie vraag is kategorie A, met 'n rede wat daarop dui dat die distributiewe eienskap van vermenigvuldiging oor aftrekking toegepas word, **en word telkens op die tabelle ge-arseer.**

Leerlingresponse op hierdie vraag word in tabelle 6.8.8(a) tot (f) aangetoon.

| VRAAG 2.8 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 1 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 6 | 9,7 | 6 | 9,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 8 | 12,9 | 6 | 9,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 4 | 6,5 | 1 | 1,6 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| E | 1 | 1,6 | 7 | 11,3 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 2 | 3,2 | 6 | 9,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 41 | 66,1 | 36 | 58,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| TOTAAL | 62 | 100,0 | 62 | 100,0 | 0 | 100,0 | 0 | 100,0 |

Tabel 6.8.8(a)

| VRAAG 2.8 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 2 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 18 | 14,2 | 34 | 26,8 | 0 | 0 | 1 | 11,1 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 14 | 11,0 | 20 | 15,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| D | 31 | 24,4 | 15 | 11,8 | 2 | 22,2 | 1 | 11,1 |
| E | 6 | 4,7 | 10 | 7,9 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| F | 10 | 7,9 | 6 | 4,7 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 48 | 37,8 | 42 | 33,1 | 7 | 77,8 | 7 | 77,8 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 9 | 100,0 | 9 | 100,0 |

Tabel 6.8.8(b)

| VRAAG 2.8 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 3 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 29 | 22,8 | 38 | 29,9 | 2 | 10,5 | 5 | 26,3 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 15 | 11,8 | 15 | 11,8 | 4 | 21,1 | 3 | 15,8 |
| D | 16 | 12,6 | 3 | 2,4 | 2 | 10,5 | 2 | 10,5 |
| E | 14 | 11,0 | 17 | 13,4 | 1 | 5,3 | 1 | 5,3 |
| F | 9 | 7,1 | 10 | 7,9 | 1 | 5,3 | 0 | 0 |
| G | 44 | 34,6 | 44 | 34,6 | 9 | 47,4 | 8 | 42,1 |
| TOTAAL | 127 | 100,0 | 127 | 100,0 | 19 | 100,0 | 19 | 100,0 |

Tabel 6.8.8(c)

| VRAAG 2.8 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 4 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 33 | 36,3 | 43 | 47,3 | 11 | 25,0 | 17 | 38,6 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 12 | 13,2 | 16 | 17,6 | 10 | 22,7 | 9 | 20,5 |
| D | 12 | 13,2 | 7 | 7,7 | 7 | 15,9 | 5 | 11,4 |
| E | 18 | 19,8 | 9 | 9,9 | 5 | 11,4 | 0 | 0 |
| F | 2 | 2,2 | 1 | 1,1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 14 | 15,4 | 15 | 16,5 | 11 | 25,0 | 13 | 29,5 |
| TOTAAL | 91 | 100,0 | 91 | 100,0 | 44 | 100,0 | 44 | 100,0 |

Tabel 6.8.8(d)

| VRAAG 2.8 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 30 | 32,3 | 33 | 35,5 | 26 | 35,6 | 37 | 50,7 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 15 | 16,1 | 24 | 25,8 | 13 | 17,8 | 12 | 16,4 |
| D | 9 | 9,7 | 8 | 8,6 | 8 | 11,0 | 6 | 8,2 |
| E | 16 | 17,2 | 13 | 14,0 | 10 | 13,7 | 7 | 9,6 |
| F | 8 | 8,6 | 1 | 1,1 | 3 | 4,1 | 2 | 2,7 |
| G | 15 | 16,1 | 14 | 15,1 | 13 | 17,8 | 9 | 12,3 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.8.8(e)

| VRAAG 2.8 | | | | | | | | |
|-------------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERDS 1 TOT 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 116 | 23,2 | 154 | 30,8 | 39 | 26,9 | 60 | 41,4 |
| B | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| C | 64 | 12,8 | 81 | 16,2 | 27 | 18,6 | 24 | 16,6 |
| D | 72 | 14,4 | 34 | 6,8 | 19 | 13,1 | 9 | 6,2 |
| E | 55 | 11,0 | 56 | 11,2 | 16 | 11,0 | 13 | 9,0 |
| F | 31 | 6,2 | 24 | 4,8 | 4 | 2,8 | 2 | 1,4 |
| G | 162 | 32,4 | 151 | 30,2 | 40 | 27,6 | 37 | 25,5 |
| TOTAAL | 500 | 100,0 | 500 | 100,0 | 145 | 100,0 | 145 | 100,0 |

Tabel 6.8.8(f)

6.9 RESULTATE VAN VRAELYS 3a EN 3b: VRAAG 3.1 EN 3.2

Hierdie twee vrae verskyn slegs op die Senior-vraelyste, en moes slegs deur standerd vyf-leerlinge ingevul word. Die vrae sien as volg daaruit:

VRAELYS 3a:

3. Hieronder verskyn twee tabelle. In elke tabel is daar vier formules. Elk van hierdie formules bevat 'n onbekende waarde, voorgestel deur die simbool a . In elke tabel is daar ook verskillende waardes van a wat in die plek van a in elke formule ingestel kan word om die waarde van die formule te bereken.

SONDER om enigsins waardes in die plek van a te stel, en **SONDER** om enige berekeninge te doen, **VOORSPEL** vir elke tabel watter formules **dieselfde waarde** sal hê as a met dieselfde waarde of waardes vervang word. Gee ook 'n **rede** vir jou antwoord.

3.1

| a | 12,3 | 27,1 | 109,7 | 972,4 |
|--------------------|------|------|-------|-------|
| $8 \times (a + 6)$ | | | | |
| $8 \times a + 6$ | | | | |
| $8 \times a + 48$ | | | | |
| $a + 48$ | | | | |

ANTWOORD:

Formules wat dieselfde waarde sal hê:

Rede:

3.2

| a | 12,3 | 27,1 | 109,7 | 972,4 |
|-----------------------------------|------|------|-------|-------|
| $(a + 7) \div 5$ | | | | |
| $(a + 7) \div 3 + (a + 7) \div 2$ | | | | |
| $a \div 5 + 7 \div 5$ | | | | |
| $a + 7 \div 5$ | | | | |

ANTWOORD:

Formules wat dieselfde waarde sal hê:

Rede:

VRAELYS 3b:

3. Hieronder verskyn twee tabelle. In elke tabel is daar vier formules. Elk van hierdie formules bevat 'n onbekende waarde, voorgestel deur die simbool a . In elke tabel is daar ook verskillende waardes van a wat in die plek van a in elke formule ingestel kan word om die waarde van die formule te bereken.

SONDER om enigsins waardes in die plek van a te stel, en **SONDER** om enige berekeninge te doen, **VOORSPEL** vir elke tabel watter formules **dieselfde waarde** sal hê as a met dieselfde waarde of waardes vervang word. Gee ook 'n rede vir jou antwoord.

3.1

| a | 12,3 | 27,1 | 109,7 | 972,4 |
|---------------------|------|------|-------|-------|
| $12 \times (a + 3)$ | | | | |
| $12 \times a + 3$ | | | | |
| $12 \times a + 36$ | | | | |
| $(a + 3) \times 12$ | | | | |

ANTWOORD:

Formules wat dieselfde waarde sal hê:

Rede:

3.2

| a | 12,3 | 27,1 | 109,7 | 972,4 |
|------------------------------------|------|------|-------|-------|
| $(a + 8) \div 13$ | | | | |
| $(a + 8) \div 10 + (a + 8) \div 3$ | | | | |
| $a \div 13 + 8 \div 13$ | | | | |
| $a + 8 \div 13$ | | | | |

ANTWOORD:

Formules wat dieselfde waarde sal hê:

Rede:

Die klassifikasie wat in vraag 3.1 gebruik word, is as volg:

- A: 3a: $8 \times (a + 6)$ en $8 \times a + 48$, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
3b: $12 \times (a + 3)$ en $12 \times a + 36$ en $(a + 3) \times 12$, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: 3a: $8 \times (a + 6)$ en $8 \times a + 48$, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
3b: $12 \times (a + 3)$ en $12 \times a + 36$ en $(a + 3) \times 12$, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- C: 3a: $8 \times (a + 6)$ en $8 \times a + 48$, EN leerling verskaf geen rede nie.
3b: $12 \times (a + 3)$ en $12 \times a + 36$ en $(a + 3) \times 12$, EN leerling verskaf geen rede nie.
- D: 3a: $8 \times (a + 6)$ en $8 \times a + 48$, EN leerling het die antwoorde bereken.
3b: $12 \times (a + 3)$ en $12 \times a + 36$ en $(a + 3) \times 12$, EN leerling het die antwoorde bereken.
- E: 3a: $8 \times (a + 6)$ of $8 \times a + 48$ en $8 \times a + 6$, met of sonder rede.
3b: -
- F: 3a: $8 \times (a + 6)$ of $8 \times a + 48$ en $a + 48$, met of sonder rede.
3b: -
- G: 3a: 'n Kombinasie anders as A tot F.
3b: 'n Kombinasie anders as A tot F.
- H: 3a: Glad nie beantwoord nie.
3b: Glad nie beantwoord nie.

Die klassifikasie wat in vraag 3.2 gebruik word, is as volg:

- A: 3a: $(a + 7) \div 5$ en $a \div 5 + 7 \div 5$, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
 3b: $(a + 8) \div 13$ en $a \div 13 + 8 \div 13$, EN leerling verskaf 'n sinvolle rede.
- B: 3a: $(a + 7) \div 5$ en $a \div 5 + 7 \div 5$, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
 3b: $(a + 8) \div 13$ en $a \div 13 + 8 \div 13$, EN leerling verskaf 'n nie-sinnvolle rede.
- C: 3a: $(a + 7) \div 5$ en $a \div 5 + 7 \div 5$, EN leerling verskaf geen rede nie.
 3b: $(a + 8) \div 13$ en $a \div 13 + 8 \div 13$, EN leerling verskaf geen rede nie.
- D: 3a: $(a + 7) \div 5$ en $a \div 5 + 7 \div 5$, EN leerling het die antwoorde bereken.
 3b: $(a + 8) \div 13$ en $a \div 13 + 8 \div 13$, EN leerling het die antwoorde bereken.
- E: 3a: $(a + 7) \div 5$ of $a \div 5 + 7 \div 5$ en $(a + 7) \div 3 + (a + 7) \div 2$, met of sonder rede.
 3b: $(a + 8) \div 13$ of $a \div 13 + 8 \div 13$ en $(a + 8) \div 10 + (a + 8) \div 5$, met of sonder rede.
- F: 3a: $(a + 7) \div 5$ of $a \div 5 + 7 \div 5$ en $a + 7 \div 5$, met of sonder rede.
 3b: $(a + 8) \div 13$ of $a \div 13 + 8 \div 13$ en $a + 8 \div 13$, met of sonder rede.
- G: 3a: 'n Kombinasie anders as A tot F.
 3b: 'n Kombinasie anders as A tot F.
- H: 3a: Glad nie beantwoord nie.
 3b: Glad nie beantwoord nie.

Die gewenste response is as volg: Vraag 3.1: kategorie A

Vraag 3.2: kategorie A

Leerlingresponse op hierdie twee vrae word in tabelle 6.9.1 en 6.9.2 aangetoon.

| VRAAG 3.1 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| KATEGORIE | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 7 | 7,5 | 3 | 3,2 | 16 | 21,9 | 3 | 4,1 |
| B | 12 | 12,9 | 8 | 8,6 | 9 | 12,3 | 6 | 8,2 |
| C | 5 | 5,4 | 6 | 6,5 | 5 | 6,8 | 1 | 1,4 |
| D | 9 | 9,7 | 7 | 7,5 | 7 | 9,6 | 3 | 4,1 |
| E | 4 | 4,3 | 0 | 0 | 2 | 2,7 | 0 | 0 |
| F | 2 | 2,2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| G | 17 | 18,3 | 59 | 63,4 | 13 | 17,8 | 52 | 71,2 |
| H | 37 | 39,8 | 10 | 10,8 | 21 | 28,8 | 8 | 11,0 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.9.1

| VRAAG 3.2 | | | | | | | | |
|------------|-------------------|-------|--------------|-------|-----------------------|-------|--------------|-------|
| STANDERD 5 | | | | | | | | |
| KATEGORIE | PROBLEEMGEBASEERD | | | | NIE-PROBLEEMGEBASEERD | | | |
| | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | | VOORTOETS (3a) | | NATOETS (3b) | |
| | N | % | N | % | N | % | N | % |
| A | 3 | 3,2 | 16 | 17,2 | 9 | 12,3 | 17 | 23,3 |
| B | 4 | 4,3 | 18 | 19,4 | 2 | 2,7 | 13 | 17,8 |
| C | 4 | 4,3 | 2 | 2,2 | 2 | 2,7 | 1 | 1,4 |
| D | 2 | 2,2 | 3 | 3,2 | 1 | 1,4 | 3 | 4,1 |
| E | 11 | 11,8 | 3 | 3,2 | 10 | 13,7 | 2 | 2,7 |
| F | 14 | 15,1 | 18 | 19,4 | 14 | 19,2 | 14 | 19,2 |
| G | 10 | 10,8 | 15 | 16,1 | 10 | 13,7 | 13 | 17,8 |
| H | 45 | 48,4 | 18 | 19,4 | 25 | 34,2 | 10 | 13,7 |
| TOTAAL | 93 | 100,0 | 93 | 100,0 | 73 | 100,0 | 73 | 100,0 |

Tabel 6.9.2

6.10 KOMMENTAAR:

Volledige kommentaar op die leerlingresponse in die derde rondte word in 7.1.3 gelewer, en 'n vergelyking daarvan met dié uit die vorige twee rondtes in 7.1.4.

HOOFSTUK 7

GEVOLGTREKKINGS EN AANBEVELINGS

7.1 OPMERKINGS OOR DIE METODOLOGIE WAT GEVOLG IS

7.1.1 Inleiding

" Research on mathematics education is subject to many changes; views on mathematics education are changing, and at the same time research paradigms are shifting. In the community of mathematics educators, the view of mathematics as a system of definitions, rules, principles, and procedures that must be taught as such is being exchanged for the concept of mathematics as a process in which the student must engage." (Gravemeijer, 1994:443).

Uit die beskrywing in die voorafgaande hoofstukke van die leerteoretiese vertrekpunte en die verloop van hierdie navorsing, behoort dit duidelik te wees dat die navorser ook, soos in die aanhaling hierbo, van mening is dat leerders aktief betrokke moet wees ten einde nuwe wiskundekennis te kan bekom. Gravemeijer (1994:443) noem egter dat onderrigmateriaal wat by hierdie onderrigbenadering aansluit, nie geredelik beskikbaar is nie, en gee dan 'n beskrywing van die proses waarvolgens sodanige onderrigmateriaal ontwikkel kan word. Hy beskryf dit as interpretatiewe gevallestudies, waar die klem val op die sinmaking van wat in klaskamers gebeur. In baie sodanige gevalle word navorsing en onderrigontwerp met mekaar geïntegreer. Hierdie tipe navorsing noem hy dan **ontwikkelingsnavorsing** ("developmental research") (Gravemeijer, 1994:443-444) in aansluiting by Freudenthal (1991) se konsep van onderwysontwikkeling ("educational development").

Hieronder volg 'n beskrywing van die kerneienskappe en metodologie van ontwikkelingsnavorsing, soos aangetoon deur Gravemeijer. Dit behoort duidelik te word dat hierdie navorsing, waarmee gepoog is om leeraktiwiteite (onderrigmateriaal) te ontwikkel ten einde leerders se bewustheid van die distributiewe eienskap te verhoog, terwyl hulle self aktief daarby betrokke is, ten nouste aansluit by sy beskrywing van die metodologie van ontwikkelingsnavorsing. Die navorser is gevolglik van mening dat hierdie navorsing as

ontwikkelingsnavorsing getipeer kan word.

7.1.2 Eienskappe en metodologie van ontwikkelingsnavorsing

* **Ontwikkelingsnavorsing is teorie-geïntereerd.**

Gravemeijer noem dat die teorie wat in die ontwikkeling toegepas word, nie 'n goed-gedefinieerde, vaste teorie is nie. Die aanvanklike teorie is globaal, in 'n sekere mate vaag, en oop vir aanpassing. Die teorie funksioneer as 'n riglyn en inspireer ontwikkelingsnavorsing. Die verfynde teorie is 'n *a posteriori* teorie: dit is die rekonstruksie van 'n teorie in aksie.

Soos in hoofstuk 1 beskryf word, het die navorser bepaalde leerteoretiese vertrekpunte vir hierdie navorsing geneem. In hoofstuk 2 word beskryf hoe hierdie teorie deur deurlopende literatuurstudie en die navorser se eie waarnemings en refleksie, verbreed en aangepas is, en hoedat 'n verfynde teoretiese model vir vlakke van bewustheid, sowel as 'n teoretiese onderrigmodel om leerlingbewustheid van die distributiewe eienskap te verhoog, geformuleer is.

* **Ontwikkelingsnavorsing is 'n sikliese proses wat oor 'n lang tydperk strek**

"Freudenthal thinks it self-evident that thought experiments are important in educational development. The developer will envision how the teaching-learning process will proceed, and afterwards he will try to find evidence in a teaching experiment that shows whether the expectations were right or wrong. The feedback of practical experience into (new) thought experiments induces an iteration of development and research. This cyclic process is at the centre of Freudenthal's concept of developmental research." (Gravemeijer, 1994:449).

Gedurende hierdie navorsing het die navorser leeraktiwiteite probeer skep wat kon lei tot die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap. Gebaseer op sy eie waarneming van leerlingreaksies, insoverre dit moontlike bydraes tot bewustheidverhoging kon teweeg bring, sowel as herhaalde insameling van empiriese data om dit te ondersteun, het die navorser gedurig nuwe leeraktiwiteite ontwerp en geïmplementeer. Hierdie metodologie sluit dus ten nouste

aan by Gravemeijer se beskrywing van ontwikkelingsnavorsing, soos in die aanhaling hierbo aangetoon.

Bogenoemde twee kerneienskappe kan saamgevoeg word wanneer Gravemeijer (1994:449) beweer dat: *"The cyclic process that Freudenthal discerns can also be seen as a learning process of the developer."* En voorts: *"This theory functions as a basis for a learning process by the developer that is nurtured by the cyclic alternation of thought experiment and practical experiment"*.

* **Ontdekking en regverdiging is nou-verwant**

"In the cyclic process of development and research.....discovery and justification are closely interwoven. Discovery is not restricted to the thought experiment, and justification is not merely found in the results of the trials; some discoveries are made in the trials phase, and part of the justification is not empirical".

In die beskrywing van die navorsingsverloop beskryf die navorser hoe hy, terwyl hy self die onderrig waargeneem het ("the trials phase"), deur waarneming en refleksie ontdekkings gemaak het ten opsigte van leeraktiwiteite wat minder en ander wat meer suksesvol is in die verhoging van leerlingbewustheid. In presies dieselfde ontdekkings is ook die regverdiging vir die keuse van hierdie aktiwiteite, en dus ook die uiteindelijke onderrigmodel, geleë. Verdere regverdiging word verkry deur die resultate van die empiriese aspekte van die ondersoek (die voor- en natoetse), maar die resultate van laasgenoemde is nie die uitsluitlike regverdiging nie.

* **Rapportering**

"...research can be distinguished from development by its goal: the building of justified theory, not just for the private realm of the researcher but to be put before the research community.....the obligation to present research findings in such a way that the research community can grasp the arguments and weigh the empirical evidence...This implies that the performance of the students - independent of how they may have been assessed - must also be included in this report". (Gravemeijer, 1994:450-453).

Sover moontlik het die navorser bostaande beginsel probeer handhaaf in hierdie navorsingsverslag. In sy vertolking en beskrywing van die verloop en die resultate van die onderrigeksperiment, verwys die navorser na bewussynstoestande (vlakke van bewustheid van die distributiewe eienskap), asook na die kognitiewe prosesse wat moontlik plaasgevind het en tot 'n hoër vlak van bewustheid aanleiding kon gee, aldan nie. In dié verband moet dit duidelik gestel word dat die data wat deur middel van skriftelike toetse (die voor- en natoetse) ingesamel is, slegs na bewussynstoestande by die leerders verwys, en nie na leerprosesse nie. Die navorser se afleidings ten opsigte van leerprosesse berus op subjektiewe waarnemings van leerlinge se reaksies en handeling tydens leeraktiwiteite, asook op die navorser se antispasies (op grond van die onderliggende teoretiese oorwegings) wat met die ontwerp van die leeraktiwiteite gepaard gegaan het.

7.2 GEVOLGTREKKINGS GEBASEER OP LEERLINGRESULTATE

7.2.1 Die eerste rondte

Gedurende die eerste rondte het daar geen doelbewuste poging plaasgevind om leerlinge se vlak van bewustheid van die bewerkingseienskappe te verhoog nie. Die moontlike redes hiervoor word in paragraaf 3.1 bespreek. Indien uit die resultate blyk dat daar wel 'n verhoging plaasgevind het, moet die oorsake daarvan dus elders gesoek word, byvoorbeeld:

- * Die invloed van die voortoets. Baie leerlinge het die aard van die vrae in die voortoets-vraelys (vraelys 1) vreemd gevind. Vrae wat van leerlinge verwag het om redes vir hul antwoorde te verstrek, het klaarblyklik buite hul ervaringsveld geval, en die resultate van vraelys 1 bevestig dit deur die relatief hoë aantal leerlinge wat òf die vraag uitgelaat het, òf nie 'n rede verstrek het nie, òf 'n nie-sinnvolle rede verskaf het.

Dit is nie uitgesluit nie dat leerlinge na voltooiing van die voortoets-vraelys bewustelik of onbewustelik oor die vrae waarmee hulle in daardie vraelys gekonfronteer is, gereflekteer het, en dat van hulle wel in staat was om hul intuïtiewe kennis van die bewerkingseienskappe meer eksplisiet te maak ten einde antwoorde op daardie vrae te bekom. Dit sou hulle in staat stel om gedurende die

natoets gunstiger te respondeer.

- * 'n Natuurlike rydingsproses namate leerlinge verstandelik ontwikkel, soos onder andere na aanleiding van Piaget se ontwikkelingstadia (byvoorbeeld konkreet operasioneel na formeel operasioneel), en waar die normale wiskunde-aktiwiteite van die klaskamer moontlik refleksie kan stimuleer wat ook bewustheid van die bewerkingsienskappe meer eksplisiet kan maak.

Uit die resultate van leerlingresponse op die voor- en natoetse kom die volgende na vore:

- * Daar het geen verandering in leerlinge se **vlak 3** bewustheid plaasgevind nie, dit wil sê feitlik dieselfde aantal leerlinge het tydens beide die voor- en natoets **nie** die betrokke bewerkingsienskap **doelbewus** toegepas ten einde die berekening te vergemaklik nie. (Verwys na tabelle 3.2.1 en 3.2.3). Verandering in vlak 3 bewustheid is slegs vir die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging en deling) gemeet.
- * Daar het wel vir al die bewerkingsienskappe waarvoor gemeet is, naamlik kommutatiewe, assosiatiewe, distributiewe eienskappe en algemene herrangskikking vir optel en aftrek, 'n toename plaasgevind in leerlinge se **vlak 2** bewustheid, dit wil sê die herkenning van die bewerkingsienskap. 'n Aanduiding hiervan word gevind in tabelle 3.3.1 tot 3.3.12, waar daar konsekwent 'n toename in die aantal leerlinge in kategorie A (leerlinge herken die getaleienskap) is. Terselfdertyd is daar 'n konsekwente afname in kategorieë E en F (leerlinge wat nie redes kan of wil verstrek nie, of wat 'n berekening moet uitvoer ten einde 'n voorspelling te maak), sowel as in kategorie G (leerlinge beantwoord glad nie die vraag nie).
- * Wat betref **vlak 2** bewustheid van die distributiewe eienskap (vermenigvuldiging oor optelling), toon tabel 3.3.2 'n toename in kategorie A van 20,6% na 39,1%, ('n styging van 18,5%), terwyl in kategorie E 'n afname van 18,0% na 14,6% voorkom, in kategorie F 'n afname van 36,1% na 9,4%, en in kategorie G 'n afname van 6,0% na 1,3%.
- * Wat betref **vlak 2** bewustheid van die distributiewe eienskap (deling oor aftrekking), toon tabel 3.3.3 'n toename in kategorie A van 11,6% na 18,5%, ('n styging van

6,9%), terwyl in kategorie E 'n afname van 15,5% na 7,7% voorkom, in kategorie F 'n afname van 36,5% na 21,0%, en in kategorie G 'n afname van 12,3% na 7,3%.

7.2.2 Die tweede rondte

Gedurende die tweede rondte het die navorser self die onderrig in die deelnemende skole behartig. Gedurende die tydperk waartydens hy by skole 1 tot 4 bedrywig was, het hy probeer om 'n onderrigstrategie te ontwikkel wat daarop gemik is om leerlinge se vlak van bewustheid van die bewerkingseienskappe te verhoog. Die uitgangspunt van hierdie strategie moes wees dat dit by leerlinge se intuïtiewe kennis oor hierdie eienskappe aansluit. Tydens sy besoeke aan skool 5 het hy hierdie strategie geïmplementeer. Die resultate van die leerlinge in skole 1 tot 4 en dié in skool 5 word apart gerapporteer in hoofstuk 4. Uit hierdie resultate blyk die volgende:

- * **Vlak 3** bewustheid van die distributiewe eienskap (doelbewuste benutting van die eienskap ten einde die berekening te vergemaklik): By skole 1 tot 4 vind daar 'n gemiddelde styging van 13,6% ten opsigte hiervan plaas, en by skool 5 'n styging van 25% (verwys na tabelle 5.2.2.1 (b) en 4.8.3).
- * **Vlak 2** bewustheid van die distributiewe eienskap (herkenning van die eienskap): By skole 1 tot 4 vind 'n gemiddelde verhoging van 14,7% plaas, en by skool 5 'n verhoging van 50% vir die geval waar vermenigvuldiging oor optelling versprei (verwys na tabelle 5.2.2.2(b) en 4.8.5). In die geval waar deling van regs oor aftrekking versprei, vind by skole 1 tot 4 'n gemiddelde toename van 34,9% plaas, en by skool 5 'n toename van 65% (verwys na tabelle 5.2.2.3(b) en 4.8.6). In alle gevalle is daar 'n ooreenstemmende afname in die aantal leerlinge in kategorieë E, F en G.
- * Aangesien die natoets gedurende die tweede rondte (weens redes soos aangetoon in hoofstuk 4) slegs leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap gemeet het, kan daar geen uitsprake gemaak word oor die verandering van leerlinge se vlak van bewustheid van die ander bewerkingseienskappe nie.

Die inligting verskaf in 7.2.1 en 7.2.2 is 'n opsomming van die resultate in hoofstuk 5, wat

'n samevatting van die resultate van rondtes een en twee is.

7.2.3 Die derde rondte

Gedurende die derde rondte het standerd een- tot vyf-leerlinge van nege laerskole werkwelle deurgewerk wat deur die navorser saamgestel is. Hierdie werkwelle behels spesifiek-ontwerpte aktiwiteite wat die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die bewerkingseierskappe ten doel het. Hierdie werkwelle is saamgestel ooreenkomstig die onderrigstrategie wat gedurende die tweede rondte deur die navorser ontwikkel is soos wat volledig in hoofstuk 5 beskryf word.

Hierdie leerlinge het ook 'n voortoets en 'n natoets afgelê. Die resultate van die derde rondte word in hoofstuk 6 gegee. Uit hierdie resultate blyk die volgende:

- * Daar is nie 'n duidelik waarneembare patroon in die resultate van die standerd een en standerd twee-leerlinge nie. Die hooforsaak hiervan is moontlik dat hulle die berekeninge in die werkwelle moeilik gevind het, en hulle al hul aandag en energie op die berekening as sodanig toegespits het sodat hulle nie van 'n afstand kon kyk na wat hulle gedoen het nie. Hulle was dus nie in staat om sinvol te reflekteer oor hul rekenmetodes ten einde te kon vasstel dat die berekeninge op essensieel twee verskillende maniere uitgevoer kon word nie. Gevolglik was die hoër orde refleksie wat hulle moes uitvoer ten einde by hul intuïesies aansluiting te vind ook nie moontlik nie.

Tydens die bestudering van die resultate van die derde rondte kan die resultate van die standerd een- en standerd twee-leerlinge dus geïgnoreer word, en behoort gekonsentreer te word op die resultate van standerd drie-, maar veral standerd vier- en vyf-leerlinge. Laasgenoemde twee groepe se resultate vertoon baie reëlmatige patrone.

- * Wat betref **vlak 3** bewustheid (die doelbewuste benutting van die distributiewe eienskap): Dit word gemeet deur vrae 1.3 en 1.4 van vraelyste 3a en 3b, en die resultate word gegee in tabelle 6.7.2(a) tot (f) en 6.7.3(a) tot (f). Uit hierdie tabelle blyk dat groot persentasies standerd een-, twee- en drie-leerlinge gedurende die voortoets die berekening bloot van links na regs uitgevoer het (metode 6 op die

tabelle). In al die gevalle was dit egter heelwat laer in die natoets. Terselfdertyd was daar nie veel van 'n verhoging in die persentasies leerlinge wat doelbewus die distributiewe eienskap benut het nie (metodes 1K en 1V). Daarmee saam was daar ook nie eintlik 'n afname in die persentasies leerlinge wat die "standaardmetode", dit wil sê, waar die leerling nie doelbewus die distributiewe eienskap benut het nie, maar eers die partiële produkte of kwosiënte bereken het, gevolg het nie (metodes 3K en 3V).

Vir die standerd vier- en vyf-leerlinge lyk dit anders: Daar is vir albei vrae aansienlike toenames in die aantal leerlinge wat doelbewus die eienskap benut (1K en 1V), tesame met 'n afname in die aantal wat die "standaardmetode" volg (3K en 3V).

- * Wat vlak 2 bewustheid betref, kan die volgende beweer word: Vlak 2 bewustheid (die herkenning van die bewerkingsienskap) is gemeet vir vermenigvuldiging versprei oor optelling en aftrekking, en deling (van regs) versprei oor optelling en aftrekking. In al hierdie gevalle was daar vanaf die voortoets na die natoets 'n aansienlike toename in die aantal standerd vier- en standerd vyf-leerlinge wat in kategorie A val, en wat dus die betrokke vorm van die distributiewe eienskap herken.

7.2.4 Vergelyking van die resultate van die eerste, tweede en derde rondtes

- * **Vlak 3** bewustheid (die doelbewuste benutting van die distributiewe eienskap):

Gedurende die eerste rondte het daar geen verhoging hiervan by leerlinge plaasgevind nie. (Verwys na 5.2.1).

Gedurende die tweede rondte het daar wel 'n verhoging in leerlinge se vlak 3 bewustheid plaasgevind. By skool 5, waar die navorser die onderrigstrategie soos in hoofstuk 5 beskryf word, geïmplementeer het, het daar 'n groter toename plaasgevind as in skole 1 tot 4 waar hy nie van hierdie strategie gebruik gemaak het nie. (Verwys na 5.2.2).

Gedurende die derde rondte het daar ook 'n verhoging in standerd vier- en standerd

vyf-leerlinge se vlak 3 bewustheid plaasgevind. In die algemeen was hierdie toename aansienlik hoër as reeds in die tweede rondte met skool 5 behaal is. (Verwys na tabelle 6.7.2(d) en (e) en 6.7.3(d) en (e)).

* **Vlak 2** bewustheid (die herkenning van die distributiewe eienskap):

Gedurende die eerste rondte het daar wel 'n verhoging van vlak 2 bewustheid plaasgevind. (Verwys na 5.2.1).

Gedurende die tweede rondte het daar 'n groter toename in vlak 2 bewustheid plaasgevind, veral by leerlinge in skool 5. (Verwys na 5.2.2).

Gedurende die derde rondte het daar deurgaans by standerd vier- en standerd vyf-leerlinge 'n verhoging van vlak 2 bewustheid plaasgevind. Dit was min of meer in dieselfde orde as die toename by skool 5 gedurende die tweede rondte. (Verwys na 6.8).

7.3 KOMMENTAAR

7.3.1 Die problematiek om diepgaande leerlingbespreking en refleksie te ontlok

Soos aangetoon in 5.3, is die drie fundamentele parameters wat aangewend word om by leerlinge se spontane kennis van die getaleienskappe aan te sluit en die vlak van bewustheid te verhoog, die volgende:

- * Die skep van 'n kognitiewe dilemma of disekwilibrium
- * Groepsbespreking, onder andere met die doel om refleksie te bevorder
- * Benutting van die sakrekenaar

Ook word 'n model in 5.3 beskryf wat 'n onderrigstrategie waarin hierdie drie parameters aangewend word, voorstel. Wanneer hierdie model met byvoorbeeld werkvel 1 vergelyk word, behoort die volgende duidelik te wees:

Vrae 1.1 tot 1.3 van deel 1 stem ooreen met die linkerkantse kolom van die model, naamlik waar leerlinge die antwoord van 'n konkrete probleem bereken. Om vir leerlinge aan te toon

dat hulle spontaan van verskillende berekeningsmetodes gebruik maak, word vraag 2.1 gevra. Hier word gevra dat leerlinge hul antwoorde EN metodes van vrae 1.1 tot 1.3 met dié van leerlinge in hul groep moet vergelyk. In vraag 2.2 word hulle versoek om die ooreenkomste in leerlingmetodes in vrae 1.1 tot 1.3 te identifiseer. Die doel van vraag 2.2 is om leerlinge te laat raaksien dat elk van vrae 1.1 tot 1.3 essensieel op twee verskillende metodes bereken kan word. Dit is 'n belangrike aktiwiteit ten einde leerlinge te help om die kognitiewe dilemma of disekwilibrium wat in deel 2 van die werkvel gaan ontstaan, te probeer oplos.

Wat die navorser tydens verskeie waarnemings in klasse gemaak het, is dat leerlinge vrae 2.1 en 2.2 nie diepgaande genoeg bespreek nie. Die verskille en ooreenkomste tussen onderlinge rekenmetodes wat hulle raakgesien en bespreek het, was gewoonlik gesetel in die manier waarop individuele leerlinge die getalle opgebreek het ten einde vermenigvuldiging te vergemaklik. In die meerderheid groepsbesprekings wat die navorser waargeneem het, het die groep nie self by die gewenste resultaat van bespreking uitgekom nie, naamlik dat al die berekeninge op essensieel twee verskillende maniere uitgevoer kan word. Met die tussenkoms van die navorser of die onderwyser om bespreking te fasiliteer, was dit wel moontlik om leerlinge betreklik maklik na hierdie ontdekking te begelei.

Die navorser kom tot die gevolgtrekking dat een of albei van die volgende aspekte ter sprake is:

- * Vrae 2.1 en 2.2 is nie duidelik genoeg gestel ten einde die gewenste bespreking te ontlok nie. Dit is egter baie moeilik om hierdie vrae meer eksplisiet te stel sonder om aan leerlinge aan te toon wat dit is wat hulle moet raaksien!
- * Ten spyte van die verwagting dat leerlinge in 'n probleemgebaseerde omgewing sinvolle bespreking kan voer ten einde probleemsituasies te hanteer, is dit nie die geval wanneer van leerlinge hoë orde refleksie verwag word nie.

Daarom is die rol van die onderwyser in hierdie geval van uiterste belang, en moet hy eers seker maak dat elke groep die gewenste waarneming gemaak het, òf op hul eie, òf onder die leiding van die onderwyser, alvorens deel 2 van die werkvel aan hulle uitgedeel word.

Met vrae 3.1 en 3.2 word twee ekwivalente getaluitdrukkings aan leerlinge voorgedou,

waarvan hulle die antwoorde met behulp van 'n sakrekenaar moet bereken. Die feit dat die getaluitdrukkings dieselfde antwoorde lewer, is volgens die navorser se waarneming in beide rondtes 2 en 3 vir leerlinge 'n verrassing en lei tot die kognitiewe dilemma of disekwilibrium. Vraag 4.2 bied nou aan die groep die geleentheid om die verklaring hiervoor te vind, en vraag 4.3 bied aan hulle die geleentheid om dit met deel 1 in verband te bring, naamlik dat dieselfde probleem op twee verskillende maniere bereken kan word. Volgens die model behoort hierdie bewuswording tot vlak 2 bewustheid, naamlik die herkenning van die getaleienskap, aanleiding te gee (al is daar nog nie sprake van die formalisering of naamgewing van die eienskap nie). Dit is voor die hand liggend dat hierdie benadering nie die nodige trefkrag sal hê as leerlinge nie tot die nodige diepgaande bespreking, en gepaardgaande hoër orde refleksie, gelei word nie.

Gedurende dele 3 en 4 word bewustheid van die eienskap verder verhoog deur voorbeelde en die bespreking daarvan. Leerlinge hou, volgens waarneming, daarvan om berekeninge te doen, maar is in die algemeen ietwat onwillig om voorspellings te maak, en veel meer onwillig om redes daarvoor te gee. Dit dui waarskynlik weer op 'n onvermoë tot hoër orde refleksie, gekoppel daaraan dat dit waarskynlik nie normale praktyk is dat onderwysers hierdie tipe denke van leerlinge verwag nie.

7.3.2 Groepsbesprekingtegnieke

Die navorser se siening van groepwerk is dat elke groeplid eers sy eie poging(s) afhandel, waarna groeplede hul antwoorde en metodes met mekaar vergelyk. Dit het die fundamentele potensiaal dat verskillende metodes benut word, en juis dít moet die kern van die bespreking vorm. In sommige skole het die navorser egter die volgende praktyk waargeneem: Lede van die groep bespreek eers die probleem en besluit gesamentlik op 'n rekenmetode. Sodoende word die potensiaal van die groepsbespreking aansienlik verskraal.

7.3.3 Ingewikkelde berekeninge

Vrae 1.1 en 1.2 van werkvel 1 was vir baie standerd 1 tot 3 leerlinge nogal moeilik om te bereken, en van hulle het vasgeval met die berekeninge. Dit het daartoe aanleiding gegee dat hulle nie die nodige perspektief op vrae 1.1 tot 1.3 kon verkry nie, en dit het hulle erg gekniehalter gedurende die bespreking by vrae 2.1 en 2.2.

In skole waar die navorser dit waargeneem het, het hy aan leerlinge gesê om vrae 1.1 en 1.2 met behulp van 'n sakrekenaar te bereken. Die navorser was van mening dat die leerling eers op een van twee rekenstrategieë sou moes besluit voordat hy die berekening as sodanig uitvoer, ongeag of hy 'n sakrekenaar of potlood-en-papier gebruik. Hierdie doelbewuste refleksie oor die rekenstrategie, wat dan nie vertroebel word deur die detail van die berekening nie, kan daartoe bydra dat 'n meer sinvolle bespreking kan plaasvind.

7.3.4 Kommentaar op onderwyservraelyste

Die volgende opsomming van die response op die onderwyservraelyste (**bylae 4**) word verskaf:

Van die standerd een-leerkragte, en in 'n mindere mate ook van die standerd twee-leerkragte, is van mening dat daardie leerlinge aansienlik langer tyd nodig het om die vier dele van elke werkvel te voltooi as die voorgestelde een uur. Hulle meld ook dat van die woorde wat in die werkvelle gebruik word, vir die leerlinge onbekend is, en dat dit vordering negatief beïnvloed het. Voorts noem hulle dat van die berekeninge vir daardie leerlinge te ingewikkeld was, en dit het enersyds tot gevolg dat leerlinge mismoedig raak, veral as hulle nie van die sakrekenaar gebruik mag maak nie, en andersyds daartoe lei dat leerlinge so verstrengel raak in die berekeninge as sodanig, dat hulle nie raaksien wat hulle behoort raak te sien nie, naamlik dat daar deurgaans essensieel twee verskillende rekenmetodes is.

Ook in die hoër standerds is daar leerkrage wat rapporteer dat dit baie herhalende werk is, en dat van die leerlinge dit as sulks ervaar. Dit blyk voor te kom waar leerlinge elke dag met die werkvelle besig was. Dieselfde kritiek kom nie van leerkrage wie se leerlinge met groter tussenposes aan die werkvelle gewerk het nie.

7.3.5 Leerlingkommentaar

In **bylae 5** verskyn kommentaar van leerlinge. Hierdie kommentaar is nie deur die navorser aangevra nie, maar is op inisiatief van die betrokke leerkrag verkry. Dit gee 'n insiggewende blik op hoe leerlinge die werkvelle en die voor- en natoetsvraelyste ervaar het.

7.4 DIE WAARDE VAN HIERDIE STUDIE

7.4.1 'n Bydrae tot die teoretiese kennispoel

7.4.1.1 'n Model van die vlakke van bewustheid van bewerkingsienskappe

Gedurende 'n vorige ondersoek (Vermeulen, 1991) is 'n hiërargiese model van die vlakke van bewustheid van bewerkingsienskappe saamgestel. Gedurende die huidige studie is hierdie model aangepas en verfyn, en sien dit as volg daaruit:

- Vlak 1: Die spontane benutting van die betrokke bewerkingsienskap.
- Vlak 2: Die herkenning van die betrokke bewerkingsienskap.
- Vlak 3: Die doelbewuste benutting van die betrokke bewerkingsienskap.
- Vlak 4: Die veralgemening van die betrokke bewerkingsienskap.
- Vlak 5: Die verklaring van die betrokke getaleienskap.

Die vlakke behels kortliks die volgende:

- Vlak 1: Wanneer leerlinge in die probleemgebaseerde onderrigbenadering rekenkundige berekeninge moet uitvoer, benut hulle spontaan rekenmetodes wat met die bewerkingsienskappe ooreenstem. Tog is hierdie 'n intuïtiewe benutting van hierdie eienskappe, aangesien hulle glad nie eksplisiet bewus is van die bestaan van sodanige eienskappe nie.
- Vlak 2: Wanneer 'n leerling byvoorbeeld met die volgende vraag gekonfronteer word: "Sal 37×52 en $37 \times 30 + 37 \times 22$ dieselfde antwoord hê?", en hy bevestigend daarop kan antwoord, sowel as om 'n sinvolle rede vir sy antwoord te verskaf, byvoorbeeld: "52 is opgebreek as $30 + 22$ ", beskik hy oor vlak 2-bewustheid. Hy is dus in staat om die distributiewe eienskap te herken, sonder dat hy hoegenaamd bewus hoef te wees van die amptelike naam van die eienskap.

- Vlak 3: Met hierdie vlak word bedoel dat die leerling in so 'n mate bewus is van die bestaan van die getaleienskap dat hy doelbewus ondersoek sal instel of die toepassing daarvan sal lei tot 'n getaluitdrukking waarvan die berekening geriefliker sal wees as dié van die aanvanklike uitdrukking. 'n Leerling wat oor vlak 3 bewustheid beskik, sal byvoorbeeld 'n getaluitdrukking soos $27 \times 13 + 27 \times 7$ eers met die ekwivalente uitdrukking 27×20 vervang ten einde die berekening te vergemaklik.
- Vlak 4: Dit behels drie subvlakke van bewustheid:
- * Gedemonstreerde vlak 2-bewustheid vir **alle** reële getalle, insluitend baie groot getalle, en desimale en gewone breuke.
 - * Standaard 4 en 5-leerlinge se gedemonstreerde vlak 2-bewustheid ook vir getalle wat met lettersimbole voorgestel word.
 - * Die vermoë om die getaleienskap te verwoord.
- Vlak 5: Die vermoë om te verklaar waarom die getaleienskap werk. Dit sou byvoorbeeld gedemonstreer word deur 'n leerling wat vlak 2-bewustheid demonstreer soos hierbo geïllustreer, en wat op die volgende vraag 'n sinvolle antwoord sou kon lewer: "**Hoekom** is dit so dat as jy 30 en 22 elkeen met 37 vermenigvuldig, dit dieselfde antwoord lewer as wanneer jy 52 met 37 vermenigvuldig?"

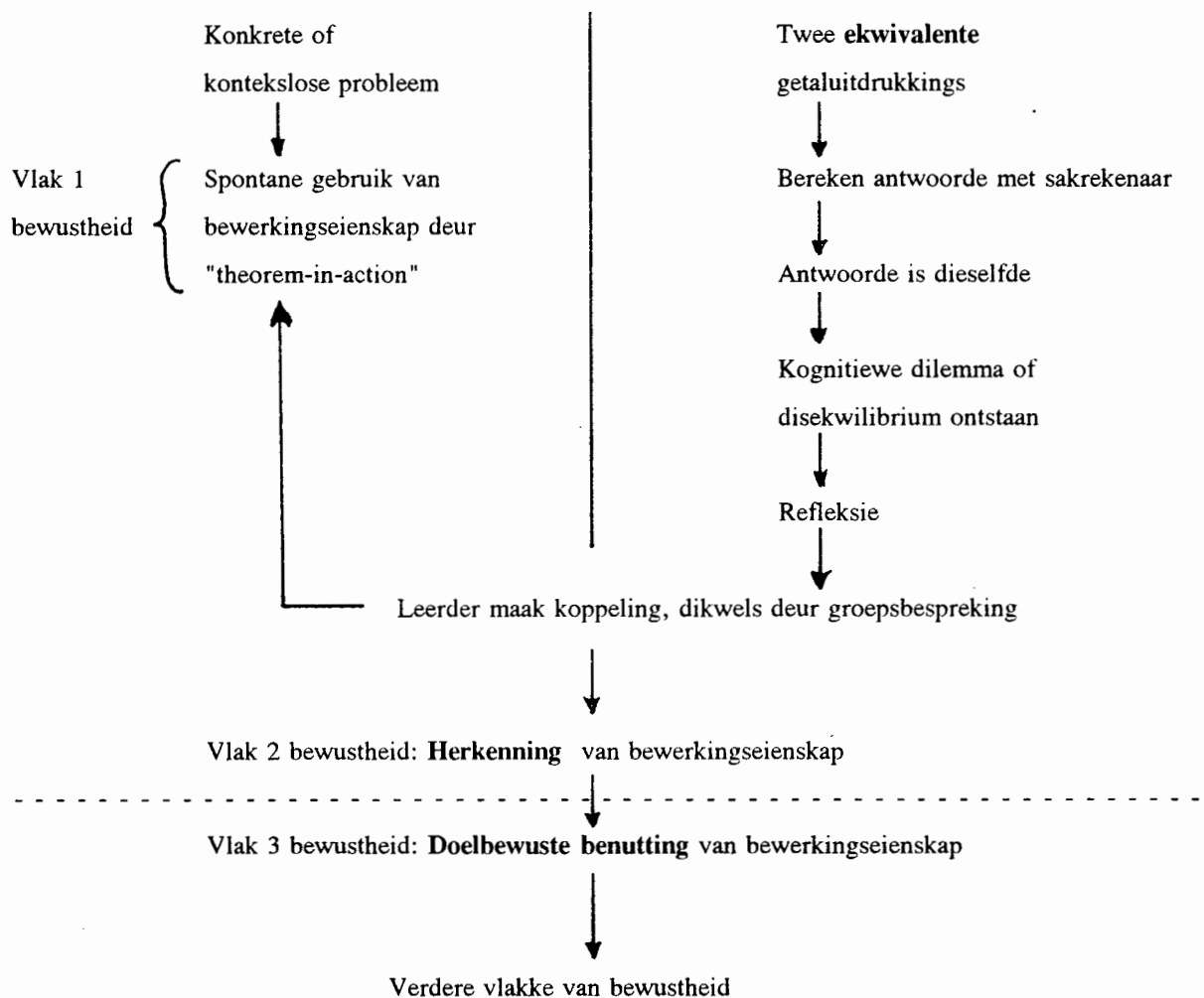
7.4.1.2 **Leeraktiwiteite wat verhoging van die vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap teweegbring**

In waarskynlik die meeste klaskamersituasies waar die geleentheid tot leer deur middel van reflektiewe abstraksie geskep word, word 'n disekwilibrium in die leerling se denke geskep deurdat hy met 'n probleemsituasie gekonfronteer word wat hy nie met sy bestaande kennis kan oplos nie. Dit impliseer dat assimilasië nie kan plaasvind nie, en dat die leerling sy bestaande kennisstruktuur, waarvan hy eksplisiet bewus is, moet aanpas ten einde akkomodasië te kan laat plaasvind.

Met hierdie navorsingsprojek is gepoog om leeraktiwiteite te ontwikkel waardeur 'n disekwilibrium (in die Piagetse sin van die woord) geskep word waartydens die leerling sy intuïtiewe kennis van die distributiewe eienskap moet ekspliseer ten einde die situasie te kan

hanteer. Daar kan dus beweer word dat die leerling onbewuste kennisstrukture moet transformeer na bewuste kennisstrukture.

Die data oor leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap voor en na verskillende leeraktiwiteite dui daarop dat leeraktiwiteite waartydens leerlinge moet reflekteer oor twee skynbaar nie-verbandhoudende manifestasies van die distributiewe eienskap, meer effektief is as leeraktiwiteite waarbinne "enkele" manifestasies van die distributiewe eienskap voorkom. Meer spesifiek het dit geblyk dat leeraktiwiteite met die volgende struktuur 'n groter toename in leerlingbewustheid van die distributiewe eienskap teweeggebring het:



7.4.2 'n Omvattende databasis

Die empiriese studie het tot 'n omvattende databasis aanleiding gegee, waaruit onder andere die volgende inligting verkry kan word:

- * 'n Aanduiding van die aantal leerlinge per standerd wat hul eie rekenmetodes volg, en hoe dit oor die standerds versprei is (tabel 6.6).
- * 'n Aanduiding van leerlinge in die twee hoofkategorieë volgens hul rekenmetodes, naamlik probleem- en nie-probleemgebaseerd, se vlak van bewustheid van die bewerkingsienskappe voordat met die spesiaal-ontwerpte aktiwiteite begin is (die werkvelle) soos gemeet deur die voortoets, sowel die styging in die vlak van bewustheid soos gemeet deur die natoets (hoofstuk 6).
- * 'n Aanduiding van die aanvanklike vlak van bewustheid van leerlinge in verskillende standerds, en die styging daarvan in die onderskeie standerds (hoofstuk 6).
- * 'n Aanduiding van die mate waarin verhoging van leerlinge se vlak van bewerkingsienskappe plaasvind sonder dat hulle doelbewus die geleentheid daartoe gekry het (hoofstuk 3).

7.4.3 Benutting in die klaskamer

Hierdie studie stel ook 'n wye verskeidenheid aktiwiteite beskikbaar wat leerkragte in die onderrigpraktyk kan aanwend ten einde hul leerlinge se vlak van bewustheid van bewerkingsienskappe te verhoog. Leerkragte wat hierdie aktiwiteite in standerd 1 of 2 (en waarskynlik ook 3) wil benut, sal egter waarskynlik aanpassings moet maak ten opsigte van die getalgroottes en die bewoording van sommige van die aktiwiteite om dit meer toeganklik vir leerlinge te maak.

7.5 TEKORTKOMINGE IN HIERDIE NAVORSING

7.5.1 Die gehalte van die leerlinggesprek

Soos reeds in 7.2.1 gerapporteer, was dit gedurende die derde rondte deur waarneming duidelik dat leerlinggesprekke nie indringend genoeg was om die onderliggende strukture, naamlik essensieel twee verskillende rekenmetodes wat op die distributiewe eienskap gebaseer is, te identifiseer nie. Leerlinge kan egter nie alleen hiervoor uitgesonder word nie: die vrae wat hierdie bespreking moes uitlok, het nie vir leerlinge 'n aanduiding gegee van dit waarna hulle moes soek nie. Dit was juis die dilemma hiervan: word die opdrag meer

eksplisiet gestel, bestaan die gevaar dat die leerervaring nie so kragtig sal wees nie. Word die vraag egter te vaag gestel, bestaan die gevaar dat daar glad nie 'n leerervaring kan plaasvind nie. Daarom is die rol van die onderwyser in hierdie verband van kritiese waarde (soos trouens in waarskynlik alle sinvolle leerlinggesprekke), naamlik om leerlingdenke op subtiële wyse in die regte rigting te stuur deur die vra van vrae en die maak van opmerkings.

Bogenoemde leemte het waarskynlik daartoe bygedra dat leerlinge se vlak van bewustheid gedurende die derde rondte nie in die mate gestyg het as wat verwag is na aanleiding van die resultate van leerlinge van skool 5 gedurende die tweede rondte nie. In laasgenoemde geval was die navorser self in die klaskamer teenwoordig, en kon hy, waar nodig, insette in die leerlinggesprekke maak ten einde hulle te lei om tot die nodige refleksie oor te gaan en self die gewenste waarnemings te maak. Vanweë die omvang van die derde rondte, was dit egter fisies onmoontlik om daardie insette in elke klaskamer te maak waar die derde rondte plaasgevind het.

7.5.2 Strukturering van leerlinge se kennis

In die handleiding wat die navorser gedurende die derde rondte aan die betrokke leerkragte gegee het (verwys na bylae 4), het hy dit uitdruklik gestel dat geen gesamentlike klasgesprek oor die werkvelle moet plaasvind nie, maar dat leerlinge suiwer deur die bespreking binne hul onderskeie groepe tot verhoging van hul vlak van bewustheid moet kom. Die vlak van leerlingbewustheid was dus in 'n baie hoë mate afhanklik van die vlak van die gesprek binne die groep. Op grond van die navorser se waarnemings oor die gehalte van baie van hierdie gesprekke, is dit te wagte dat daar groepe sal wees waarbinne daar weinig, indien enige, verhoging van leerlingbewustheid plaasgevind het. Dit kon ondervang word deur òf 'n gesamentlike klasgesprek na afhandeling van die groepsbesprekings wat op 'n oordeelkundige wyse deur die leerkrag gelei is, en waartydens leerlinge wat nie binne groepverband die nodige ontdekkings gemaak het nie, daartoe gelei word, hoofsaaklik deur insette van ander leerlinge wat dit wel gemaak het, òf deurdat die leerkrag self veel meer insette in die groepe self maak, soos vroeër reeds beskryf is.

7.5.3 Eksplisiete bewustheid van transformasies

In hoofstuk 1 is gewys op die ooreenkomste tussen rekenkundige bewerkings en algebraïese

manipulasies, naamlik dat in albei gevalle ekwivalente uitdrukkings geskep word deur van taaktransformasies gebruik te maak (verwys na 1.2.2.2). Die navorser is van mening dat, ten einde leerlingbeheersing van algebra te bevorder, leerlinge van bogenoemde ooreenkoms bewus moet wees wanneer hulle met manipulatiewe algebra omgaan. Aangesien die breë doelstelling van hierdie studie is om 'n bydrae tot leerlinge se beheersing van algebra te probeer lewer, het die navorser dit aan die begin van hierdie studie in die vooruitsig gestel om die leerlinge wat deel sou wees van hierdie studie eksplisiet daarvan bewus te laat raak dat rekenkundige bewerkings in groot mate op getal- en taaktransformasies berus wat hulle doelbewus kies ten einde geriefliker, maar steeds ekwivalente, uitdrukkings te skep (verwys na bladsy 43). Gedurende hierdie studie is daar egter nie veel tyd en aandag hieraan spandeer nie.

7.5.4 Probleemgebaseerde teenoor nie-probleemgebaseerde leerlingklassifikasie

By die rapportering van die resultate van die derde rondte (verwys na hoofstuk 6) word leerlinge wat volgens die navorser se mening in 'n suiwer probleemgebaseerde omgewing funksioneer, en leerlinge wat volgens sy mening nie binne 'n suiwer probleemgebaseerde omgewing funksioneer nie, se resultate apart aangedui. Die doel hiervan is om te probeer vasstel of daar 'n verkil in die verandering van bewustheid van die distributiewe eienskap tussen die twee groepe leerlinge voorkom. In die ontleding en bespreking van die resultate is daar egter geen aandag hieraan gegee nie. Voorts is daar nie vasgestel of die kriterium waarvolgens bepaal is of 'n leerling as probleem- of as nie-probleemgebaseerd geklassifiseer is (verwys na bladsy 348), geldig is nie.

7.6 AANBEVELINGS VIR VERDERE NAVORSING

Die resultate wat gedurende die derde rondte van hierdie studie verkry is, kan gerus geverifieer word deur dieselfde onderrigstrategie te volg, maar op 'n kleiner skaal uitgevoer, sodat die kontrole beter is, en bogenoemde leemtes uitgeskakel kan word.

Gedurende bostaande navorsing behoort kliniese onderhoude op 'n deurlopende basis met daardie leerlinge gevoer te word sodat presies vasgestel kan word watter denkprosesse hulle benut ten einde hul vlak van bewustheid te verhoog.

Die navorser is van mening dat leerlinge ook aan spesiaal ontwerpte aktiwiteite blootgestel

moet word wat, weereens deur die beginsel van disekwilibrium, hulle sal weerhou van die veralgemening van die bewerkingsienskappe ten einde onder andere die volgende bekende verskynsels te voorkom:

$$\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}, \text{ of}$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 \text{ (Olivier, 1989a:15; NCTM, 1994:53, 65)}$$

Volgens die resultate wat gedurende die derde rondte ingesamel is, wil dit voorkom asof hierdie benadering nie effektief was met standerd een en -twee leerlinge nie. Tog is Van Hiele en die NCTM van mening dat leerlinge reeds vroeg in hul skoolloopbaan in die geleentheid gestel behoort te word ten einde hul intuïtiewe kennis van die bewerkingsienskappe te ekspliseer (verwys na 2.8.3 en 2.7.4 onderskeidelik). Vroeë eksplisiete kennis van die bewerkingsienskappe mag ook 'n bydrae lewer tot die sofistisering van rekenmetodes van leerlinge wat hul eie rekenmetodes mag ontwikkel en benut. Die navorser beveel dus aan dat ondersoek ingestel word na maniere waarop ook hierdie leerlinge tot 'n verhoging van bewustheid van die bewerkingsienskappe gelei kan word.

Laastens beveel die navorser aan dat leerlinge wat gedurende hul laerskooljare aan leeraktiwiteite blootgestel is wat hul bewustheid van die bewerkingsienskappe kan verhoog, se beheersing van aanvangsalgebra gemonitor word, met die klem op hul beheersing van die logika van algebraïese manipulasie.

BRONNELYS

Balacheff, Nicholas. (1990). Beyond a Psychological Approach: the Psychology of Mathematics Education. *For the Learning of Mathematics*, 10(3), 2.

Bester, E.A. (1989). Die Evaluering van 'n Strategie om die Betekenis en Funksionaliteit van Algebraïese Manipulasies by Standaard 7-leerlinge tuis te bring. Ongepubliseerde M.Ed.-verhandeling, Universiteit van Stellenbosch.

Bishop, A. (1985). The Social Construction of Meaning - a Significant Development for Mathematics Education? *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 24-27.

Booth, L.R. (1983). Misconceptions Leading to Error in Elementary Algebra. Ongepubliseerde Ph.D. Universiteit van Londen.

Booth, Lesley, R. (1981). Strategies and Errors in Generalised Arithmetic. In C. Comiti (Red.): *Proceedings of the Fifth International Congress on mathematical Education*. Grenoble.

Booth, Lesley R. (1984). Algebra: Children's Strategies and Errors. Windsor: NFER-Nelson.

Brand, C.P.v.d.M. (1992). Die Betekenis en Funksionaliteit van Algebraïese Manipulasie: 'n Onderrigeksperiment met standaard ses leerlinge. Ongepubliseerde M.Ed.-verhandeling, Universiteit van Stellenbosch.

Bruner, J.S. (1960). *The Process of Education*. Cambridge: Harvard.

Byers, V. en Herscovics, N. (1977). Understanding School Mathematics. *Mathematics Teaching*, 81, 24-27.

Cobb, Paul; Wood, Terry; Yackel, Erna en Perlwitz, Marcela. *A Longitudinal, Follow-up Assessment of a Second Grade Problem Centered Mathematics Project*. Ongepubliseerde Manuskrip.

Cobb, Paul. (1987). An Investigation of Young Children's Academic Arithmetic Contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 18, 109-124.

Collis, K.F. (1969). Concrete Operational and Formal Operational Thinking in Mathematics. *The Australian Mathematics Teacher*, 25(3), 78-84.

Collis, K.F. (1973). A Study of Children's Ability to work with Elementary Mathematical Systems. *Australian Journal of Psychology*, 25(2), 121-130.

Costello, John. (1991). *Teaching and Learning Mathematics 11 - 16*. Londen. Routledge.

Dreyfus, Amos; Jungwirth, Ehud en Eliovitch, Ronit. (1990). Applying the "Cognitive Conflict" Strategy for Conceptual Change - Some Implications, Difficulties, and Problems. *Science Education*, 74(5), 555 - 569.

Dubinsky, Ed en Lewin, Philip. (1986). Reflective Abstraction and Mathematics Education: The Genetic Decomposition of Induction and Compactness. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 5(3), 55 - 92.

Eagle, M. Ruth. (1986). Thoughts on Algebraic Teaching. *Mathematics in School*. March 1986, 20-22.

Februarie, J. (1989). 'n Empiriese Ondersoek na die Moontlikheid om enkele Aspekte van Algebra in Standaard vyf te Onderrig, met besondere verwysing na die Benutting van Algemene Getaleienskappe om Berekeninge en Uitdrukkings te Vereenvoudig. Ongepubliseerde M.Ed.-verhandeling, Universiteit van Stellenbosch.

Fischbein, E. (1973). Intuition, Structure and Heuristic Methods in the Teaching of Mathematics. In A.G. Howson (Red.). *Developments in Mathematical Education*. Cambridge University Press.

Fischbein, E. (1982). Intuition and Proof. *For the Learning of Mathematics*, 3(2), 9-189.

Fischbein, E.; Tirosh, D., Melamed, U. (1979). Is it possible to measure the intuitive acceptance of a mathematical statement? In D. Tall (Red.). *Proceedings of the Third International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Warwick.

Fray, E.D. (1989). Die Evaluering van 'n Strategie om die Betekenis en Funksionaliteit van Algebraïese Manipulasies by Standaard 7-leerlinge tuis te bring. Ongepubliseerde M.Ed.-verhandeling, Universiteit van Stellenbosch.

Freudenthal, Hans (1978). *Weeding and sowing*. Dordrecht: D.Reidel.

Freudenthal, Hans (1983). Major problems of mathematics education. In Zweng, Marilyn (Red.). *Proceedings of the Fourth International Congress on Mathematical Education*, Iowa.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Fuson, Karen C.; Wearne, Diane; Hiebert, James; Human, Piet; Murray, Hanlie; Olivier, Alwyn; Carpenter, Tom en Fennema, Elizabeth. *Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers at Work in Addition and Subtraction*. Ongepubliseerde Manuskrip.

Gattegna, C. (1971). *What we owe Children*. New York: D. van Nostrand.

Ginsburg, H. (1977). *Children's Arithmetic*. New York. D. van Nostrand.

Ginsberg, H.P.; Kossan, N.E.; Schwartz, R; Swanson, D. (1983). Protocol Methods in Research on Mathematical Thinking. In H.P. Ginsberg (Red.): *The Development of Mathematical Thinking*. Florida: Academica Press.

Gravemeijer, Koeno (1994). Educational Development and Developmental Research in Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(5), 443-471.

Hart, K.M. (Red.) (1981). *Children's Understanding of Mathematics*. Oxford: Alden Press.

Herscovics, N. (1979). An understanding of Some Algebraic Concepts at the Secondary School. In D. Tall (Red.): *Proceedings of the Third International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Warwick.

Human, P.G., (1988). Problem Transformation: a fundamental strategy in arithmetic and algebra. *Pythagoras*. Mei 1988, 17, 6-10.

Human, P.G. (1989a). Redaksionele artikel. *Pythagoras*. April 1989, 19, 3 - 6.

Human, P.G. (1989b). Redaksionele reaksie op brief van Dawie Kriel. *Pythagoras*. Julie 1989, 20, 6 - 8.

Human, P.G. (1990). Enkele moontlike implikasies van die sosio-konstruktivistiese benadering tot rekenonderrig in die onderrig en leer van basiese skoolalgebra. Uit *Verrigtinge: Vakdidaktieksimposium*. Universiteit van Stellenbosch.

Inhelder, B.; Sinclair, H.; Bovet, M. (1974). *Learning and the Development of Cognition*. Massachusetts: Harvard University Press.

Kennedy, Leonard M. en Tipps, Steve. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. Belmont. Wadsworth.

Kieran, C. (1979). Concepts Associated with the Equality Symbol. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 317-326.

Kieran, Carolyn. (1981). Pre-algebraic Notions among 12- and 13-year olds. In C. Comiti (Red): *Proceedings of the fifth Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Grenoble.

Kilpatrick, J. (1987). What Constructivism might be in Mathematics Education. Uit: *Proceedings of the Eleventh International Conference on the Psychology of Mathematics Education*, Montreal, Vol. 1, 3-27.

Küchemann, D.E. (1981a). In K.M. Hart (Red.). *Children's Understanding of Mathematics*: 11-16. Oxford: Alden Press.

Küchemann, D.E. (1981b). The Understanding of Generalised Arithmetic (Algebra) by Secondary School Children. Ongepubliseerde Ph.D.-verhandeling, Universiteit van Londen.

Leclerc, Mariel; Bertrand, Richard and Dufour, Normand. (1986). Correlations between Teaching Practices and Class Achievement in Introductory Algebra. *Teaching and Teacher Education*, 2(4), 355-365.

- Lee, Lesley and Wheeler, David. (1989). The Arithmetic Connection. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 41 - 54.
- Lovell, K. (1968). *The Growth of Basic Mathematical and Scientific Concepts in Children*. Warwick: University Press.
- Matthews, Julia. (1989). Addition: from Concrete to Symbols. *Mathematics in School*. September 1989, 36-37.
- Moodley, M.; Njisane, R.A. and Presmeg, N.C. (1992). *Mathematics Education for In-service and Pre-service Teachers*. Pietermaritzburg. Shuter and Shooter.
- Morelli, Lynn. (1992). A Visual Approach to Algebra Concepts. *The Mathematics Teacher*, 85(6), 434-437.
- Murray, J.C. (1986). Kinders se spontane wiskunde. Interne ENWOUS-verslag no. 7. Eenheid vir Navorsing vir Wiskunde Onderwys. Universiteit van Stellenbosch.
- Murray, J.C. (1988). Informele wiskundige strategieë by Laerskoolleerlinge: Wat moet ons daarmee doen? Uit: *Verrigtinge van die Kongres van die Wiskundegenootskap van Suider-Afrika*.
- Murray, J.C. (1991). The Junior Primary Mathematics Project: An informal overview. Communique no. 13. Sept. 1991. ENWOUS.
- Murray, Hanlie; Olivier, Alwyn en Human, Piet. (1992). The Development of Young Students' Division Strategies. In Geeslin, William en Graham, Karen (Reds.), *Proceedings of the Sixteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, Vol 2:152-159. Durham, NH (USA).
- NCSM (1989). Essential Mathematics for the Twenty-first Century: The Position of the National Council of Supervisors of Mathematics. *Arithmetic Teacher*, 37(1), 44 - 46.
- NCTM (1994). A Framework for Constructing a Vision of Algebra. Werksdokument uitgegee deur The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. 1906 Association Drive, Reston, VA 22091 - 1593.

- Nunes, Terezinha; Schliemann, Analucia Dias en Carraher, David William. (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*. Cambridge. University Press.
- Olivier, A.I. (1989a). Handling Pupils' Misconceptions. *Pythagoras*. November 1989, 21, 10 - 19.
- Olivier, A.I. (1989b). Different Letters stand for Different Numbers. *Pythagoras*. Junie/Julie 1989, 20, 25 - 28.
- Olivier, A.I. (1992). Computation via Mathematical Problem Solving. Lesing gelewer tydens indiensopleiding van Wiskunde-onderrigleiers, Universiteit van Stellenbosch.
- Orton, Anthony (1993). *Learning Mathematics. Issues, Theory and Classroom Practice. Second Edition*. London: Cassell.
- Piaget, J. (1952). *The origins of intelligence in children*. New York: International University Press, soos aangehaal in Copeland, Richard W. (1974). *How Children learn Mathematics*. New York: Macmillan Publishing Co., Inc.
- Piaget, J. (1977). *The Development of Thought Equalibration of Cognitive Structures*. Oxford: Basil Blackwell.
- Piaget, J. *The Child's Conception of Number*, London: Routledge and Kegan Paul soos aangehaal in Cheat, E. (1978). *Children's Acquisition of Mathematics*. NFER Publishing Company Ltd., Berks.
- Rae, G., McPhilliny, W.N. (1976). *Learning in the Primary School*. London: Hodder & Stoughton.
- Reys, Robert E.; Suydam, Marilyn N.; Lindquist, Mary Montgomery (1995). *Helping Children Learn Mathematics. Fourth Edition*. Needham Heights, Massachusetts; Allyn & Bacon.
- Rosenburg, Edwin A. (1984). A Question of Associativity, or many Are the Uses of Commutativity. *School Science and Mathematics*, 84(7), 566-572.
- Sawyer, W.W. (1988). Algebra: A Vital Ingredient. *Mathematics in School*. September 1988, 45-47.

- Selinger, Michelle (Red). (1994). *Teaching Mathematics*. London. Routledge.
- Silva, Cynthia M. en Moses, Robert P. (1990). The Algebra Project: Making Middle School Mathematics Count. *Journal of Negro Education*, 59(3), 375-391.
- Simmons, Malcolm. (1993). *The Effective Teaching of Mathematics*. Londen: Longman.
- Skemp, R.R. (1971). *The Psychology of Learning Mathematics*. Hammondsworth, England: Penguin.
- Skemp, Richard R. (1979). *Intelligence, Learning and Action: a Foundation for Theory and Practice in Education*. Chichester, West Sussex: Wiley.
- Skemp, Richard R. (1982). Communicating Mathematics: Surface Structures and Deep Structures. *Visible Language*, XVI(3).
- Skemp, Richard R. (1989). *Mathematics in the Primary School*. Londen. Routledge.
- Thompson, Patrick W. (1982). Were Lions to speak, we wouldn't understand. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 3(2), 147-165.
- Van der Merwe, Z.A.J. (1989). Die evaluering van 'n strategie om die betekenis en funksionaliteit van Algebraïese manipulasie by st. 6-leerlinge tuis te bring. Ongepubliseerde M.Ed. verhandeling, Universiteit van Stellenbosch.
- Van Heerden, J.E. (1991). Standaard 7-leerlinge se begrip van die distributiewe eienskap: 'n gevallestudie. Ongepubliseerde M.Ed.-verhandeling, Universiteit van Stellenbosch.
- Van Hiele, P.M. (1973). *Begrip en inzicht*. Muusses Purmerend.
- Van Hiele, P.M. (1991). Twee lesings gelewer by die Fakulteit van Opvoedkunde, Universiteit van Stellenbosch op 17 en 18 Oktober 1991.
- Vergnaud, G. (1981). Topic Area: Psychology of Mathematics Education. In C. Comiti (Red.): *Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematics Education*. Grenoble.

Vergnaud, G. (1982). Cognitive and Developmental Psychology and Research in Mathematics Education: some theoretical and methodological issues. *For the learning of Mathematics*, 3(3), November 1982, 31-41.

Vermeulen, C.F. (1991). Senior Primêre Leerlinge se Begrip van sekere Algemene getaleienskappe, met besondere Verwysing na die Distributiewe Eienskap. Ongepubliseerde M.Ed-verhandeling, Universiteit van Stellenbosch.

Von Glasersfeld, Ernst (Red). (1991). *Radical Constructivism in Mathematics Education*. Norwell: Kluwer Academic Publishers.

BYLAE 1

LYS VAN AKTIWITEITE VIR DIE EERSTE RONDTE

Kategorie 1:Woordprobleme:

Hier word probleme gekies waarvan die fisiese interpretasie of modellering op verskillende maniere kan plaasvind. Hierdie verskillende interpretasies lei tot verskillende berekeningsmetodes. In bespreking wat volg, moet dit duidelik word dat die verskillende fisiese interpretasies tot verskillende wiskundige modelle lei, wat almal dieselfde antwoord het. Klem moet dan gelê word op die bestaan van ekwivalente uitdrukkings, en die vervanging van een uitdrukking met 'n ander, ekwivalente uitdrukking.

Op latere geleentheid sou van leerlinge verwag kon word om 'n konkrete probleem op soveel moontlik verskillende maniere te doen, of ook om dit op slegs een manier te doen, maar wat die mees ekonomiese is. Waardes kan dan so gekies word dat een metode meer ekonomies as 'n ander sal wees (Kyk bv. 1.1 hieronder).

Voorbeelde:

- 1.1 14 mense kry elkeen 'n roomys teen R3,85, 'n koeldrank teen R2,36 en 'n sjokolade teen R1,79. Wat moet altesaam betaal word?
- 1.2 As jy eenkeer om 'n reghoekige veld van 98m by 57m loop, hoever loop jy altesaam? En as jy vyf keer om loop?
- 1.3 'n Saal se vloer is met teëls bedek. Daar is 65 teëls teen die lengte van die saal, en 38 teen die breedte. Hoeveel teëls is op die vloer?
- 1.4 8 maats gaan see toe. Nadat hulle geswem het, gaan hulle roomys koop. 'n Roomys kos R2,15. Die helfte van die kinders vra 'n "flake" daarby, wat 65c ekstra kos. 3 van hulle koop koeldranke wat R3,75 kos, en die res koop koeldranke van R2,45 elk. Hoeveel geld het hulle altesaam spandeer?
- 1.5 'n Borg bied aan om 'n skool se eerste rugbyspan se sportdrag te voorsien. Hoeveel moet die borg skenk as 'n rugbytrui R36,50 kos, 'n broekie R15,95 en 'n paar kouse R17,15?
- 1.6 14 seuns gaan op 'n fietstoer. Elkeen benodig 'n spaarbinneband teen R21,80, 'n noodhulpkissie teen R21,75, 'n T-hemp teen R23,59 en 'n kospakkie teen R32,60. Hoeveel geld is altesaam nodig?
- 1.7 Daar is 56 mense op 'n bus. By die eerste bushalte klim 12 af, en by die volgende 13. Niemand klim op nie. Hoeveel mense bly op die bus oor?
- 1.8 Sannie doen inkopies. Sy het R7,75 in haar beursie. Sy koop 'n pen van R2,39 en 'n rol papier van R3,95. Hoeveel geld het sy oor?
- 1.9 Pieter spaar om 'n fiets van R539 te koop. In een maand verdien hy R219 met ekstra werkies, en in die volgende maand R193 met geld wat hy vir sy verjaardag kry. Hoeveel kort hy nog?
- 1.10 In 'n sekere kiesafdeling is 3065 kiesers geregistreer. 1876 stem vir kandidaat A, en 1107 stem vir kandidaat B. Hoeveel het buite stemming gebly?
- 1.11 'n Winkelier koop 5 kiste appels, wat elk 63 appels bevat. Hy verpak al die appels in plastieksakke van 9 appels elk. Hoeveel plastieksakke kan hy volmaak? (Sien Olivier, 1992:5).
- 1.12 André koop 'n sjokolade van R8,12, en Jannie koop 3/4 van dieselfde soort sjokolade. Hoeveel betaal hulle altesaam?

- 1.13 As petrol R1,32 per liter kos, hoeveel sal 23 liter kos? Hoeveel sal 20 liter kos?

Voltooi die tabel:

| | | | | | | | | |
|--------------|---|----|----|----|----|----|----|----|
| Aantal liter | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |
| Koste (R) | | | | | | | | |

Gebruik nou bostaande tabel om die volgende tabel te voltooi. Kontroleer met jou sakrekenaar.

| | | | | | | | | |
|--------------|----|----|----|-----|-----|-----|----|----|
| Aantal liter | 12 | 80 | 38 | 120 | 200 | 153 | 19 | 2½ |
| Koste (R) | | | | | | | | |

- 1.14 By 'n skool se snoepwinkel word elke dag rekord gehou van daardie dag se verkope. Een bepaalde week se rekord lyk as volg:

| Datum | Koeldrank | Skyfies | Roomys |
|-------------|-----------|---------|--------|
| Ma 11 Maart | 36 | 18 | 29 |
| Di 12 Maart | 41 | 17 | 33 |
| Wo 13 Maart | 32 | 28 | 12 |
| Do 14 Maart | 25 | 35 | 13 |
| Vr 15 Maart | 34 | 28 | 25 |

Beantwoord nou die volgende vrae:

- Die koeldrank kos R1,50 elk. Hoeveel is in die week uit koeldrankverkope ingevorder?
 - Die skyfies kos 90c per sakkie, en die roomys R1,25 elk. Wat is die totale inkomste vir die week?
 - Aan die begin van die week was daar presies 5 dose skyfies in voorraad, elk met 50 sakkies skyfies. Hoeveel sakkies skyfies is oor aan die einde van die week?
- 1.15 Aan die begin van die jaar het Susan R75 wat sy op tydskrifte, wat maandeliks verskyn, wil spandeer. Sy besluit om vir elke maand van die jaar die volgende tydskrifte te koop: "Die Tiener" teen 75c; "Huisgids" teen R1,85" en "Musiekklanke" teen R2,90. Sal sy alles kan bekostig? Indien wel, hoeveel sal sy oorhê aan die einde van die jaar?

Kategorie 2:

Suiwer berekeninge:

Die gedagte hier is om wanneer aan leerlinge suiwer rekentake (berekeninge nie voortspruitend uit woordprobleme nie, bv as opwarming aan die begin van die Wiskunde-periode) gegee word, die getalle so te kies dat die moontlikheid ontstaan om transformasies te benut, waaruit leerlinge se stellings in aksie na vore kom, en wat dan vrugbare bespreking kan uitlok.

Byvoorbeeld:

$38 + 97$ kan die transformasie $38 + 100 - 3$ stimuleer
 $264 - 98$ kan die transformasie $264 - 100 + 2$ stimuleer
 $264 - 103$ kan die transformasie $264 - 100 - 3$ stimuleer
 98×36 kan die transformasie $100 \times 36 - 2 \times 36$ stimuleer
 $96 \div 4$ kan die transformasie $100 \div 4 - 4 \div 4$ stimuleer
 $247 + 38 - 47$ kan die transformasie $247 - 47 + 38$ stimuleer.
(Olivier, 1992:6,7)

Kategorie 3:**Patrone:****3.1 Wiskundige ondersoeke (Probleemoplossing)**

1. Verwys na Olivier, 1992:8 tot 11 vir verduideliking en verskeie voorbeelde.
2. Neem enige drie opeenvolgende natuurlike getalle, bv. 7, 8 en 9. Vermenigvuldig die middelste getal met homself en trek die produk van die eerste en die laaste getalle hiervan af. Onderzoek wat gebeur vir verskillende groepe van drie opeenvolgende getalle. Wat gebeur altyd? Probeer dit verklaar. Doen nou dieselfde ondersoek vir drie opeenvolgende onewe getalle, bv 5, 7, 9; vir drie opeenvolgende veelvoude van 4 (of enige ander getal); vir drie getalle met 'n konstante verskil, bv 3, 7, 11.
3. 15 kan op verskillende maniere as die som van opeenvolgende telgetalle geskryf word, byvoorbeeld:

$$15 = 7 + 8$$

$$15 = 4 + 5 + 6$$

$$15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5$$
 Watter telgetalle kan as die som van twee opeenvolgende telgetalle geskryf word? Watter telgetalle kan as die som van drie opeenvolgende telgetalle geskryf word? En van 4? En van 5? Watter telgetalle kan op meer as een manier as die som van opeenvolgende telgetalle geskryf word? Watter telgetalle kan as die som van opeenvolgende telgetalle, beginnende by 1, geskryf word? Watter getalle kan nie as die som van opeenvolgende telgetalle geskryf word nie?
4. Nege opeenvolgende telgetalle word in 'n 3 by 3 rangskikking geplaas, byvoorbeeld:

| | | | | | |
|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 | 10 | 11 | 12 |
| 7 | 8 | 9 | 13 | 14 | 15 |

 Tel die getalle op die buiterand bymekaar en vergelyk dit met die getal in die middel. Onderzoek vir ander getalle. Wat bevind jy? Hoekom is dit so?
 Onderzoek vir 16 getalle wat 4 by 4 gerangskik is. Onderzoek ook 'n 5 by 5 rangskikking. En 'n 4 by 3 rangskikking.
5. Wat is die grootste:
 9×1 of 8×2 of 7×3 of 6×4 of 5×5 of 4×6 of 3×7 of 2×8 of 1×9 ?
 Die som van die twee getalle wat vermenigvuldig word, was elke keer 10. Herhaal dieselfde ondersoeke as die som van die twee getalle elke keer 12 is. En 13. Wat neem jy waar? Is dit altyd so? Kan jy dit verklaar?

6. 20 kan op verskeie maniere as die som van twee heelgetalle geskryf word, byvoorbeeld:

$$20 = 18 + 2$$

$$20 = 15 + 5$$

$$20 = 12 + 8$$

- 6.1 Vind al die moontlike maniere om 20 as die som van twee heelgetalle te skryf. Watter patrone merk jy op?
- 6.2 Die produkte van verskillende pare getalle met 'n som van 20 is verskillend, byvoorbeeld:

| <u>Getalle</u> | <u>Som</u> | <u>Produk</u> |
|----------------|---------------|--------------------|
| 18 en 2 | $18 + 2 = 20$ | $18 \times 2 = 36$ |
| 15 en 5 | $15 + 5 = 20$ | $15 \times 5 = 75$ |
| 12 en 8 | $12 + 8 = 20$ | $12 \times 8 = 96$ |

Watter twee getalle waarvan die som 20 is, gee die grootste produk?

7. Skryf soos in vraag 6 24 as die som van twee heelgetalle en bepaal watter kombinasie van twee getalle met som 24 gee die grootste produk.
8. Ondersoek nou vir ander getalle, bv 30, 18, 23, ... watter kombinasie vir elke getal die grootste produk gee. Watter patrone merk jy op?
9. 20 kan op verskeie maniere as die som van drie heelgetalle geskryf word. Ondersoek watter kombinasie die grootste produk gee, bv

| <u>Getalle</u> | <u>Som</u> | <u>Produk</u> |
|----------------|-------------|-----------------------------|
| 1, 1, 18 | $1+1+18=20$ | $1 \times 1 \times 18 = 18$ |
| 1, 2, 17 | $1+2+17=20$ | $1 \times 2 \times 17 = 34$ |

3.2 Herhaalde oefening met dieselfde patroon:

3.2.1 Werkswyse:

Opdrag: Bereken en kontroleer antwoorde met sakrekenaar.

Gesprek: *Watter metodes het leerlinge benut?

*Indien van die leerlinge 'n getaleienskap toegepas het:

Bespreek: *Hoekom werk dit?

*Is dit wettig/toelaatbaar?

Wys op: Vervanging/transformasie om 'n eenvoudiger getaluitdrukking te verkry wat deur so 'n leerling benut is.

*Indien getaleienskap nie toegepas, herhaal soortgelyke oefeninge later.

Herhaal voortdurend.

$$\begin{aligned}
 &23 \times 6 + 23 \times 9 + 23 \times 5 = \\
 &56,8 \times 13 - 56,8 \times 8 - 56,8 \times 5 = \\
 &56,8 \times 13 - (56,8 \times 8 + 56,8 \times 5) = \\
 &4 \times 1,2 + 4 \times 1,8 + 4 \times 3 = \\
 &2 \times 3 + 2 \times 4 + 2 \times 5 + 2 \times 6 + 2 \times 7 = \\
 &28 \times 36 + 28 \times 52 + 28 \times 33 + 28 \times 64 + 28 \times 16 = \\
 &\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{7}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} =
 \end{aligned}$$

3.2.2 Dieselfde as 3.2.1, maar met die gemene faktor telkens die tweede getal van die parsieële produk, bv
 $6 \times 23 + 9 \times 23 + 5 \times 23 =$

3.2.3 Gee 'n klomp oefeninge soos:
 Bereken met 'n sakrekenaar (Moet niks verder sê nie ...kyk of leerlinge die patroon raaksien. Volg dit op met bespreking: hoekom is die antwoorde dieselfde?)

NB: Waarkynlik sal 'n mens òf 3.2.1 en 3.2.2, òf 3.2.3 benut, maar nie albei nie.

$$*3,58 \times 21,76 + 3,58 + 89,21 \quad \text{en} \quad 3,58 \times (21,76 + 89,21)$$

ens.

*Ook met minus, en ook met deel (sien kategorie 5.3 vir verskillende vorms van die distributiewe eienskap).

$$*356 - (123 + 65 - 78) \quad \text{en} \quad 356 - 123 - 65 + 78$$

3.2.4 $\frac{4,5 \times 7,3 + 32 \times 7,3 + 0,6 \times 7,3 + \dots}{7,3}$

3.2.5 Voer die volgende opdragte uit. Bespreek.

*Bereken 23×45 , 23×32 en 23×78 , en tel die antwoorde bymekaar.

*Tel 45, 32 en 78 bymekaar, en vermenigvuldig die antwoord met 23.

*Trek 23 van 48 af en vermenigvuldig die antwoord met 13.

*Vermenigvuldig 48 met 13, asook 23 met 13, en trek die twee antwoorde van mekaar af.

*Vermenigvuldig 48 met 13, en trek daarvan 23 af.

3.3 Lokale denkstrategieë:

Verwys na Olivier, 1992: 7 vir 'n verklaring van hierdie term. Bykomend, die volgende: Lokale denkstrategieë is 'n kragtige demonstrasie van die vervanging van 'n rekentaak met ander, makliker of nuttiger rekentake.

3.3.1 As $36 \times 14 = 504$, skryf neer die waarde van:

$$37 \times 14$$

$$36 \times 15$$

$$36 \times 7$$

$$18 \times 28; \text{ens}$$

en soortgelyke oefeninge vir +, - en ÷

| | | | | | | | | |
|-------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Aantal ure | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 | 80 |
| Aantal kilometer afgelê | | | | | | | | |

*Watter afstand lê die skip in 24 uur af?

*Watter afstand lê die skip in 32 uur af?

*Voltooi die volgende tabel:

| | | | | | | | | |
|-------------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Aantal ure | 13 | 18 | 27 | 31 | 36 | 39 | 42 | 45 |
| Aantal kilometer afgelê | | | | | | | | |

3.3.7 *Vir watter van die volgende berekeninge weet jy nie dadelik wat die antwoord is nie:

5 x 10

2 x 7

4 x 7

4 x 8

7 x 8

9 x 6

10 x 6

*Sê nou jyself of iemand anders weet nie dadelik hoeveel is 4 x 7 nie. Kan jy 'n plan voorstel hoe 'n mens dit gou kan uitvind? Skryf jou plan neer.

*Stel Stel ook 'n plan voor vir iemand wat nie dadelik weet hoeveel is 9 x 6 nie

*Stel planne vir elk van die volgende voor:

6 x 7

9 x 9

8 x 4

3.3.8 *Hoeveel is 6 x 6, en hoeveel is 4 x 9?

Stem jy saam: die produk van 6 en 6 is gelyk aan die produk van 4 en 9.

*Vind twee ander getalle waarvan die produk gelyk is aan die produk van 3 en 8.

*Vind twee ander getalle waarvan die produk gelyk is aan die produk van 5 en 20.

*Kies enige twee getalle en bepaal die produk van die twee getalle. Probeer twee ander getalle vind waarvan die produk dieselfde is as die produk van die twee getalle wat jy oorspronklik gekies het.

3.3.9 *125 kinders moet elkeen 4 oefeningboeke kry. Hoeveel boeke is dit altesaam?

*250 kinders moet elkeen 4 oefeningboeke kry. Hoeveel boeke is dit altesaam?

*375 kinders moet elkeen 4 oefeningboeke kry. Hoeveel boeke is dit altesaam?

*25 kinders moet elkeen 4 oefeningboeke kry. Hoeveel boeke is dit altesaam?

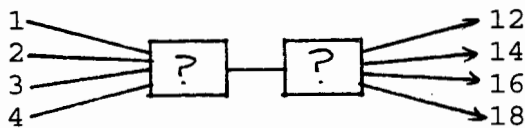
*324 kinders moet elkeen 4 oefeningboeke kry. Hoeveel boeke is dit altesaam?

- 3.3.10 *Bereken $84 - 59$ en $89 - 54$. Verklaar die antwoorde.
 *Kosie het al R84 gespaar, en Sally R59. Hoeveel het Kosie meer as Sally gespaar?
 *Jan het al R89 gespaar, en Susan R54. Hoeveel het Jan meer as Susan gespaar?

- 3.3.11 Bereken:
- | | |
|-------------|-------------|
| $345 - 278$ | $378 - 245$ |
| $278 + 133$ | $245 + 133$ |
| $684 - 659$ | $689 - 654$ |

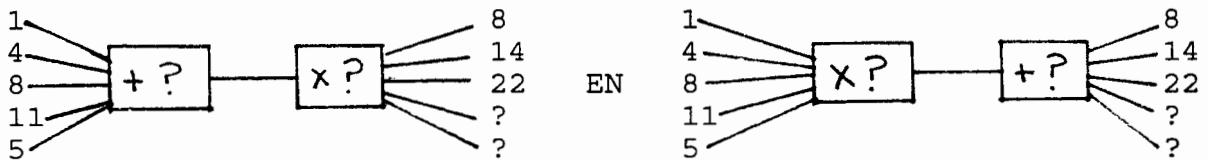
3.4 Oop vloedidiagramme:

*Bepaal die reël waarvolgens die volgende uitvoergetalle verkry word: (Volg op met bespreking)



[Twee moontlikhede : $+5 \quad x2$ d.w.s. $2(x + 5)$, of
 $x2 \quad +10$ d.w.s. $2x + 10$]

*Voltooi:



Kategorie 4:

Voorspel, kontroleer en verklaar.

Verskillende berekeningsmetodes van dieselfde probleem word aan leerlinge voorgedra. Hulle moet sê (voorspel) of die verskillende metodes tot dieselfde antwoord sal lei, dit dan kontroleer, en waar antwoorde dieselfde is, deur bespreking 'n verklaring probeer vind waarom verskillende metodes dieselfde antwoord gee.

1. Woordprobleme:

Opdrag aan leerlinge:

By elk van die volgende probleme word verskillende berekeningsmetodes aangetoon. Sonder om die berekeninge self uit te voer, besluit of al die metodes die korrekte antwoord sal gee. Kontroleer dan met jou sakrekenaar. Waar die antwoorde dieselfde is, verduidelik hoekom verskillende berekeningsmetodes dieselfde antwoord gee.

- 1.1 'n Boer koop drie koeie teen R674 elk, en een perd teen R1265 by 'n veiling. Hoeveel betaal hy altesaam?

Metode 1: $3 \times (674 + 1265)$ Metode 2: $3 \times 674 + 1265$

- 1.2 Om skaatse by 'n skaatsbaan te huur kos R3,40 plus R1,20 per uur. Hoeveel moet jy betaal as jy drie ure lank wil skaats?

Metode 1: $3 \times (3,4 + 1,2)$ Metode 2: $3 \times 3,4 + 1,2$
Metode 3: $3 \times 1,2 + 3,4$

- 1.3 Jan koop 'n krieketskolf van R225 waarop hy 'n afslag van R35 kry; 'n paar handskoene van R165 waarop hy R15 afslag kry, en 'n krieketbal van R25, waarvoor hy R5 afslag kry. Wat betaal hy?

Metode 1: $225 - 35 + 165 - 15 + 25 - 5$
Metode 2: $225 + 165 + 25 - 35 - 15 - 5$
Metode 3: $225 + 165 + 25 - (35 + 15 + 5)$

2. Ander probleme:

- 2.1 Sê by elk van die volgende of die berekeningsmetode korrek is of nie. Gee 'n rede vir jou antwoord. Kontroleer dan die antwoord.

$24 + 38$: $(20 + 4) + (30 + 8) = (20 + 30) + (4 + 8) = 50 + 12 = 62$
 $62 - 38$: $60 - 30 = 30$; $2 - 8 = 6$; $30 + 6 = 36$

(Bespreking: kommutatiewe en assosiatiewe eienskappe geld vir +, maar nie vir -).

- 2.2 Is die volgende bewerings korrek? Hoekom/hoekom nie?

56×8 kan vervang word met $56 \times 10 - 56 \times 2$

36×24 kan vervang word met 40×20

- 2.3 'n Juffrou gee die volgende opdrag aan haar klas:

Bepaal in elk van die volgende gevalle die ontbrekende getal:

5 keer die getal en nog 30 is 60

5 keer die getal en nog 30 is 70

5 keer die getal en nog 30 is 80

5 keer die getal en nog 30 is 90

5 keer die getal en nog 30 is 100

*Bereken gou self die ontbrekende getalle.

*Colin sê hy dink 'n mens sal elke keer die korrekte getal kry as jy die vraag só stel:

die getal plus 6, en dan vermenigvuldig met 5, is 60

die getal plus 6, en dan vermenigvuldig met 5, is 70

die getal plus 6, en dan vermenigvuldig met 5, is 80, ens.

*Sonder om die berekeninge te doen, voorspel of Colin reg is.

*Kontroleer nou deur berekenig of hy reg is. Gee 'n verklaring vir jou bevinding.

3. Vloeiagramme:

- 3.1 (a) 'n Motorverhuuringsfirma verhuur 'n sekere tipe motor teen die volgende tarief: R20 per dag, plus 50 c per kilometer. Stel 'n vloeiagram hiervoor op.
- (b) 'n Klerk by die firma beweer dat dit makliker is om die berekening met die volgende vloeiagram te doen:

afstand (km) \rightarrow $\boxed{+40}$ \rightarrow $\boxed{\div 2}$ \rightarrow koste (R)
 Sal dit dieselfde antwoord lewer? En is die klerk se metode makliker?

- (c) Die firma kan ook 'n bestuurder verskaf teen 'n addisionele R1,10 per km. Voorspel watter van die volgende vloeiagramme is korrek. Kontroleer deur berekening.

afstand (km) \rightarrow $\boxed{\times 1,6}$ \rightarrow $\boxed{+20}$ \rightarrow koste (R)

afstand (km) \rightarrow $\boxed{+12,5}$ \rightarrow $\boxed{\times 1,6}$ \rightarrow koste (R)

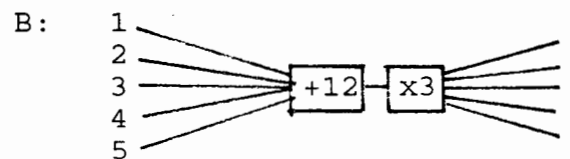
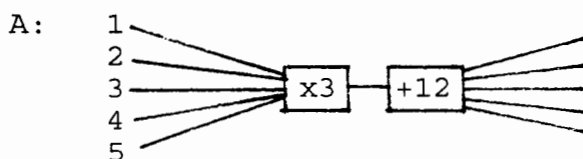
afstand (km) \rightarrow $\boxed{\times 0,4}$ \rightarrow $\boxed{+5}$ \rightarrow $\boxed{\times 4}$ \rightarrow koste (R)

- 3.2 (a) Twee skoolseuns doen verwerk in hul vrye tyd. Hulle vra R50 per projek, plus R5 vir elke m^2 wat hulle verf. Stel hierdie situasie met 'n vloeiagram voor
- (b) Een van die seuns se pa sê hulle kan ook hul berekening met die volgende vloeiagram doen:

area geverf (m^2) \rightarrow $\boxed{+10}$ \rightarrow $\boxed{\times 5}$ \rightarrow koste (R)

Voorspel of die pa se metode korrek is. Indien wel, verduidelik hoekom twee verskillende vloeiagramme dieselfde antwoorde lewer.

- 3.3 Sal die volgende vloeiagramme dieselfde uitvoergetalle gee? Voorspel eers en kontroleer dan.



As jy bevind dat hulle nie dieselfde uitvoergetalle gee nie, verander dan vloeiagram B: sodat dit wel dieselfde uitvoergetalle as A: gee.

- 3.4 Voorspel watter van die volgende vloeiagramme sal dieselfde uitvoergetalle vir dieselfde invoergetalle gee:

A: \rightarrow $\boxed{\times 6}$ \rightarrow $\boxed{+18}$ \rightarrow

B: \rightarrow $\boxed{+18}$ \rightarrow $\boxed{\times 6}$ \rightarrow

C: \rightarrow $\boxed{+3}$ \rightarrow $\boxed{\times 6}$ \rightarrow

D: \rightarrow $\boxed{\times 2}$ \rightarrow $\boxed{+6}$ \rightarrow $\boxed{\times 3}$ \rightarrow

E: \rightarrow $\boxed{\times 6}$ \rightarrow $\boxed{+3}$ \rightarrow

Bespreek jou bevindinge. Kan jy nog vloeiagramme ontwerp wat dieselfde uitvoergetalle as bostaande gee?

4. Nie-konkrete (kontekslose) probleme:

Die opdrag aan leerlinge sal die volgende wees:

Sonder om eers te bereken, voorspel of die twee getaluitdrukkings in elke geval dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede vir jou antwoord. Kontroleer dan deur berekening-gebruik 'n sakrekenaar waar nodig. Bespreek en verklaar jou bevindinge.

Hierdie tipe oefening kan op gereelde grondslag herhaal word. In st4 en/of 5 kan begin word om simbole in te voer, en die getaleienskap sodoende te veralgemeen.

NB: Die groottes van die getalle moet só gekies word dat dit die leerlinge se hoofrekenvermoë oorskry, maar moet nie só groot wees dat dit leerlinge afskrik nie, m.a.w. dat hulle vaskyk teen die (onverwags) groot getalle, en die probleem self miskyk nie.

4.1 Distributiewe eienskap:

4.1.1 Links-distributief:

| | | |
|-----|--|--|
| (a) | 25×135 en $25 \times 98 + 25 \times 37$ | $[a(b+c) = ab+ac]$ |
| (b) | 18×35 en $18 \times 47 - 18 \times 12$ | $[a(b-c) = ab-ac]$ |
| (c) | $240 \div 15$ en $240 \div 10 + 240 \div 5$ | $[\frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}]$ |
| (d) | $300 \div 12$ en $300 \div 15 - 300 \div 3$ | $[\frac{a}{b-c} \neq \frac{a}{b} - \frac{a}{c}]$ |

4.1.2 Dieselfde as by 4.1.1, maar nou regs-distributief:

| | | |
|-----|--|---|
| (a) | 25×135 en $12 \times 135 + 13 \times 135$ | $[(b+c)a = ba+ca]$ |
| (b) | 23×18 en $35 \times 18 - 12 \times 18$ | $[(b-c)a = ba-ca]$ |
| (c) | $224 \div 8$ en $110 \div 8 + 114 \div 8$ | $[\frac{b+c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}]$ |
| (d) | $585 \div 5$ en $970 \div 5 - 385 \div 5$ | $[\frac{b-c}{a} = \frac{b}{a} - \frac{c}{a}]$ |

- N.B. (a) By (c) en (d) kan interessante kombinasies gemaak word: waar die tellers van die parsieële kwosiente deelbaar is deur die noemers, sowel as waar hulle nie deelbaar is nie.
- (b) Waar hakies nog nie ingevoer is nie, kan die volgende vorm as 'n alternatief gebruik word:

Sonder om eers te bereken, voorspel of A en B dieselfde antwoord sal gee. Gee 'n rede vir jou antwoord. Kontroleer dan deur berekening-gebruik 'n sakrekenaar waar nodig. Bespreek en verklaar jou bevindinge.

| | |
|--|--|
| <u>A</u> Tel 731 by 429 Vermenigvuldig die antwoord met 246 | <u>B</u> Vermenigvuldig 731 met 246 Vermenigvuldig 429 met 246 Tel die twee produkte bymekaar |
|--|--|

4.2 Minus-teken voor hakies:

$$68 - 24: \begin{array}{l} \text{metode 1: } 60 - 20 + 8 + 4 \\ \text{metode 2: } 60 - 20 + 8 - 4 \\ \text{metode 3: } (60 - 20) + (8 - 4) \\ \text{metode 4: } (60 + 8) - (20 + 4) \\ \text{metode 5: } (60 + 8) - (20 - 4) \end{array}$$

Gekombineer met distributiewe eienskap:

'n Man koop die volgende onderdele vir sy motor: 2 bande teen R175,61 elk; 6 vonkproppe teen R4,98 elk en 4 stelle remskoene teen R25,58 per stel. Watter van die volgende berekeningsmetodes sal korrek wees as jy wil bepaal hoeveel kleingeld oorbly van R500? Voorspel sonder berekening, kontroleer en bespreek.

$$\begin{array}{l} 500 - 2 \times 175,61 + 6 \times 4,98 + 4 \times 25,58 \\ 500 - 2 \times 175,61 - 6 \times 4,98 - 4 \times 25,58 \\ 500 - (2 \times 175,61 - 6 \times 4,95 - 4 \times 25,58) \\ 500 - (2 \times 175,61 + 6 \times 4,95 + 4 \times 25,58) \\ 500 - 2 \times (175,61 + 3 \times 4,98 + 2 \times 25,58) \end{array}$$

Kategorie 5:Leerlinge ontwerp hul eie probleme.

Leerlinge moet probleme uitdink/ontwerp waar 'n bepaalde getaleienskap benut word. Leerlinge ruil hul probleme met 'n maat, wat die berekening doen. Die leerling kontroleer die maat se antwoord op die probleem, en hulle bespreek die aard en wettigheid van die maat se rekenmetode.

BYLAE 2

RESPONSE OP ONDERWYSERVRAELYTE:

EERSTE RONDTE

ONDERWYSERVRAELYS

Skool: 1.

Beantwoord asb. onderstaande vrae so eerlik as moontlik:
(Moenie ons gevoelens probeer spaar nie....ons probeer slegs vasstel
wat die ware stand van sake is!)

1. Voel u dat u weet waarom ons hierdie projek as baie belangrik
beskou? Ja / Nee)

Kommentaar:
.....
.....

2. In watter mate het u gedurende die derde en vierde kwartale 'n
doelbewuste poging aangewend om die voorgestelde aktiwiteite met
die leerlinge te behandel?

.....
.....

3. Dui asb. aan watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) u
gebruik het.

*Deielfde as wat by die Parow onderwysentrum
aan die onderwysers voorgelê is*

.....
.....
.....
.....
.....

4. Watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) was volgens u
mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak
van bewustheid van die getaleienskappe?

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

5. Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die aktiwiteite
besig was?

Meeste het dit geniet

.....

.....
.....
.....
.....

6. Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die vraelyste besig was?

..... *Niks ongewoens nie, sommige beskou dit as 'n toets of eksamen en is dits gespanne.*

7. Sou u sê dat u benewens die aktiwiteite om leerlinge se vlak van bewustheid van die getaleienskappe te verhoog, ook doelbewus (hoewel dalk subtiel) geleenthede geskep of benut het om leerlinge daarvan bewus te maak dat hulle telkens getaluitdrukkings met ander makliker/nuttiger, maar steeds ekwivalente, uitdrukkings vervang ten einde die berekening te kan uitvoer/makliker te kan uitvoer? (Ja/Nee/Onseker)

Kommentaar: *Het wel probeer, maar by 'n deel van die leerlinge het dit nie ingang gevind nie, hulle gebruik steeds heproefde en bekende metode.*

8. Ons beplan om volgende jaar meer skole by hierdie projek te betrek. Daar sal vir hierdie skole vroeg in die jaar 'n voorligtingsessie of -sessies wees. Ook beplan ons om nouer met die betrokke skole te skakel, o.a. deur die skole self te besoek, en die wiskunde-klasse by te woon (of te help met die aanbied daarvan) wanneer die betrokke aktiwiteite behandel word. Hierdie skole se leerlinge sal vroeg in die jaar 'n vraelys voltooi (soortgelyk as u Junie-vraelys). Aktiwiteite sal deur die loop van die jaar behandel word, waarna die leerlinge en onderwysers weer aan die einde van die jaar 'n vraelys sal voltooi (soortgelyk aan hierdie een).

In die lig van bostaande, en u ervaring vanjaar, sal u bereid wees om volgende jaar weer by hierdie projek betrokke te wees? (Ja/~~Nee~~)

9. Verskaf asb. enige aanvullende kommentaar (kritiek, aanbevelings, ens)

..... *Kom demonstreef prakties in 'n klas wat vermag word.*

.....
.....
.....
.....

ONDERWYSERVRAELYS

Skool: 2.

Beantwoord asb. onderstaande vrae so eerlik as moontlik:
(Moenie ons gevoelens probeer spaar nie...ons probeer slegs vasstel
wat die ware stand van sake is!)

1. Voel u dat u weet waarom ons hierdie projek as baie belangrik beskou? (Ja/Nee)

Kommentaar:
.....
.....

2. In watter mate het u gedurende die derde en vierde kwartale 'n doelbewuste poging aangewend om die voorgestelde aktiwiteite met die leerlinge te behandel?

... *Alkens in 'n werkprogram kan ek nie...*
daarby uitkom nie.

3. Dui asb. aan watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) u gebruik het.

.....
N.V.T.
.....
.....
.....
.....
.....
.....

4. Watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die getaleienskappe?

.....
N.V.T.
.....
.....
.....
.....

5. Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die ^{waaijste} ~~aktiwiteite~~ besig was?

... *met die eerste waaijste was die leerlinge*
nie baie gemotiveer nie. niebehoewend.

... dat die dag na die eksamen gedoen is. Die tweede
... vraelys was oor die eksamen en het ek die
... indruk gekry dat hulle betogemoed was
... en dit ook meesginnig het.

5.5 Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die ^{aktiwiteite} ~~vraelys~~ te besig was?

..... N. V. T.

7. Sou u sê dat u benewens die aktiwiteite om leerlinge se vlak van bewustheid van die getaleienskappe te verhoog, ook doelbewus (hoewel dalk subtiel) geleenthede geskep of benut het om leerlinge daarvan bewus te maak dat hulle telkens getaluitdrukkings met ander makliker/nuttiger, maar steeds ekwivalente, uitdrukkings vervang ten einde die berekening te kan uitvoer/makliker te kan uitvoer? (Ja/Nee/Onseker)

Kommentaar:..... N. V. T.

8. Ons beplan om volgende jaar meer skole by hierdie projek te betrek. Daar sal vir hierdie skole vroeg in die jaar 'n voorligtingsessie of -sessies wees. Ook beplan ons om nouer met die betrokke skole te skakel, o.a. deur die skole self te besoek, en die wiskunde-klasse by te woon (of te help met die aanbied daarvan) wanneer die betrokke aktiwiteite behandel word. Hierdie skole se leerlinge sal vroeg in die jaar 'n vraelys voltooi (soortgelyk as u Junie-vraelys). Aktiwiteite sal deur die loop van die jaar behandel word, waarna die leerlinge en onderwysers weer aan die einde van die jaar 'n vraelys sal voltooi (soortgelyk aan hierdie een).

In die lig van bostaande, en u ervaring vanjaar, sal u bereid wees om volgende jaar weer by hierdie projek betrokke te wees? ..Ja.... (Ja/~~Nee~~)

9. Verskaf asb. enige aanvullende kommentaar (kritiek, aanbevelings, ens)

... Daarom dit my eers te sê met die nuwe...
... benadering was, vol ek dat ek nog te na aan
... die tradisionele benadering gewerk het. Ek gaan
... volgende jaar probeer om heeltemal weg te breek
... van die ou tradisionele benadering en inderdaad
... ek hoop ingelig word van vraelyse, sal ek dit
... inwerk by my beplanning vir die jaar en dus
... meer van hulpe wees as vanjaar.

ONDERWYSERVRAELYS

Skool: 3.. .. .

Beantwoord asb. onderstaande vrae so eerlik as moontlik:
(Moenie ons gevoelens probeer spaar nie...ons probeer slegs vasstel
wat die ware stand van sake is!)

1. Voel u dat u weet waarom ons hierdie projek as baie belangrik beskou? Ja..... (Ja/Nee)

Kommentaar: EK... het... ook... al... wiskunde... in... die... hoërskool... onderrig... en... weet... dat... dit... baie... belangrik... by... sekere... begrippe... in... Algebra... is.....

2. In watter mate het u gedurende die derde en vierde kwartale 'n doelbewuste poging aangewend om die voorgestelde aktiwiteite met die leerlinge te behandel?

EK... was... in... 'n... afloop... die... 2de... en... 4de... kwartaal... Die... 4de... kwartaal... het... ek... beslis.....

3. Dui asb. aan watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) u gebruik het.

... Aktiwiteite... wat... aangeleg... was... (. Bylae).....

4. Watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die getaleienskappe?

... Aktiwiteite... waar... leerlinge... getaluitdrukkings... met... ander... makliker... uitdrukkings... kan... vereng.....

5. Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die aktiwiteite besig was?

... Wou... elke... keer... terugkeer... na... hul... langer... metodes.....

ONDERWYSERVRAELYS

Skool:4.....

Beantwoord asb. onderstaande vrae so eerlik as moontlik:
(Moenie ons gevoelens probeer spaar nie....ons probeer slegs vasstel
wat die ware stand van sake is!)

1. Voel u dat u weet waarom ons hierdie projek as baie belangrik beskou? ..*JA*..... (Ja/Nee)

Kommentaar:

.....

.....

2. In watter mate het u gedurende die derde en vierde kwartale 'n doelbewuste poging aangewend om die voorgestelde aktiwiteite met die leerlinge te behandel?

As nuwe lesking was ek nie bewus van die projek nie (Klasreie- Langvetof).....

3. Dui asb. aan watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) u gebruik het.

~~.....~~

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die getaleienskappe?

~~.....~~

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die aktiwiteite besig was?

~~.....~~

.....

.....
.....
.....
.....

6. Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die vraelyste besig was?

Hulle het aanvanklik gedink dat dit maklik was, maar die nodige begrip oor wat hulle besig was om te doen het ontbreek.

7. Sou u sê dat u benewens die aktiwiteite om leerlinge se vlak van bewustheid van die getaleienskappe te verhoog, ook doelbewus (hoewel dalk subtiel) geleenthede geskep of benut het om leerlinge daarvan bewus te maak dat hulle telkens getaluitdrukkings met ander makliker/nuttiger, maar steeds ekwivalente, uitdrukkings vervang ten ^{JH}einde die berekening te kan uitvoer/makliker te kan uitvoer? (Ja/Nee/Onseker)

Kommentaar:.....
.....
.....
.....

8. Ons beplan om volgende jaar meer skole by hierdie projek te betrek. Daar sal vir hierdie skole vroeg in die jaar 'n voorligtingsessie of -sessies wees. Ook beplan ons om nouer met die betrokke skole te skakel, o.a. deur die skole self te besoek, en die wiskunde-klasse by te woon (of te help met die aanbied daarvan) wanneer die betrokke aktiwiteite behandel word. Hierdie skole se leerlinge sal vroeg in die jaar 'n vraelys voltooi (soortgelyk as u Junie-vraelys). Aktiwiteite sal deur die loop van die jaar behandel word, waarna die leerlinge en onderwysers weer aan die einde van die jaar 'n vraelys sal voltooi (soortgelyk aan hierdie een). In die lig van bostaande, en u ervaring vanjaar, sal u bereid wees om volgende jaar weer by hierdie projek betrokke te wees? ..JA..... (Ja/Nee)

9. Verskaf asb. enige aanvullende kommentaar (kritiek, aanbevelings, ens)

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

ONDERWYSERVRAELYS

Skool 4

Beantwoord asb. onderstaande vrae so eerlik as moontlik:
(Moenie ons gevoelens probeer spaar nie....ons probeer slegs vasstel
wat die ware stand van sake is!)

1. Voel u dat u weet waarom ons hierdie projek as baie belangrik
beskou? *Ja*... (Ja/Nee)

Kommentaar: *Die eenskappe van getalle is belangrik by die aanleer van algebra.*

2. In watter mate het u gedurende die derde en vierde kwartale 'n
doelbewuste poging aangewend om die voorgestelde aktiwiteite met
die leerlinge te behandel?

*Myer doelbewuste poging (Was derde kwartaal met verby
vierde kwartaal moes ek die res van lesplan voltooi.
(Het geen terugvoer ontvang nie)*

3. Dui asb. aan watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) u
gebruik het.

*Op getallessens
lystabelle
Verwagting van simbole omre getallessens was te maak*

4. Watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) was volgens u
mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak
van bewustheid van die getaleienskappe?

5. Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die aktiwiteite
besig was?

Hulle het dit geniet.

6. Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die vraelyste besig was?

Hulle het me altyd gewet toe om die redes te verwoord me.

7. Sou u sê dat u benewens die aktiwiteite om leerlinge se vlak van bewustheid van die getaleienskappe te verhoog, ook doelbewus (hoewel dalk subtiel) geleenthede geskep of benut het om leerlinge daarvan bewus te maak dat hulle telkens getaluitdrukkings met ander makliker/nuttiger, maar steeds ekwivalente, uitdrukkings vervang ten einde die berekening te kan uitvoer/makliker te kan uitvoer? *ja*... (Ja/Nee/Onseker)

Kommentaar:.....

8. Ons beplan om volgende jaar meer skole by hierdie projek te betrek. Daar sal vir hierdie skole vroeg in die jaar 'n voorligtingsessie of -sessies wees. Ook beplan ons om nouer met die betrokke skole te skakel, o.a. deur die skole self te besoek, en die wiskunde-klasse by te woon (of te help met die aanbied daarvan) wanneer die betrokke aktiwiteite behandel word. Hierdie skole se leerlinge sal vroeg in die jaar 'n vraelys voltooi (soortgelyk as u Junie-vraelys). Aktiwiteite sal deur die loop van die jaar behandel word, waarna die leerlinge en onderwysers weer aan die einde van die jaar 'n vraelys sal voltooi (soortgelyk aan hierdie een). In die lig van bostaande, en u ervaring vanjaar, sal u bereid wees om volgende jaar weer by hierdie projek betrokke te wees? (Ja/~~Nee~~)

9. Verskaf asb. enige aanvullende kommentaar (kritiek, aanbevelings, ens)

Dit was 'n groot stryd om so baie losstaande dinge te orden volgens die leerplan wat vers redelik laat verander is. Meer inligting sal van groot waarde wees oer toe 'n mens getaleienskappe vir kinders aanleer sonder dat hulle werklik bewus is daarvan nie maw. Daar moet na presiese definisies gegee word nie bv. die distributiewe eienskap. Dit word tog van die kind verwag om 'n rede te gee, wat moelik is as hy nie die woord distributief gebruik nie.



ONDERWYSERVRAELYS

Skool: 4.

Beantwoord asb. onderstaande vrae so eerlik as moontlik:
(Moenie ons gevoelens probeer spaar nie....ons probeer slegs vasstel
wat die ware stand van sake is!)

1. Voel u dat u weet waarom ons hierdie projek as baie belangrik
beskou? ...Ja..... (Ja/Nee)

Kommentaar: Om 'n grondslag te vorm in
algebra.....

2. In watter mate het u gedurende die derde en vierde kwartale 'n
doelbewuste poging aangewend om die voorgestelde aktiwiteite met
die leerlinge te behandel?

Net gedoen as dit in die werk voortkom.....

3. Dui asb. aan watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) u
gebruik het.

Ger. definisie aktiwiteite en herdinge ontdek self
.....

4. Watter aktiwiteite (of watter tipes aktiwiteite) was volgens u
mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak
van bewustheid van die getaleienskappe?

Herhaalde rekninge en aktiewe eienskappe.....

5. Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die aktiwiteite
besig was?

.....

.....
.....
.....
.....

6. Wat was leerlinge se reaksies terwyl hulle met die vraelyste besig was?

Hulle ken nog nie die eienskappe nie. Hulle was dus dit eers uitwerk en nie skat nie.

.....
.....

7. Sou u sê dat u benewens die aktiwiteite om leerlinge se vlak van bewustheid van die getaleienskappe te verhoog, ook doelbewus (hoewel dalk subtiel) geleenthede geskep of benut het om leerlinge daarvan bewus te maak dat hulle telkens getaluitdrukkings met ander makliker/nuttiger, maar steeds ekwivalente, uitdrukkings vervang ten einde die berekening te kan uitvoer/makliker te kan uitvoer? *Ja*..... (Ja/Nee/Onseker)

Kommentaar:.....
.....
.....

8. Ons beplan om volgende jaar meer skole by hierdie projek te betrek. Daar sal vir hierdie skole vroeg in die jaar 'n voorligtingsessie of -sessies wees. Ook beplan ons om nouer met die betrokke skole te skakel, o.a. deur die skole self te besoek, en die wiskunde-klasse by te woon (of te help met die aanbied daarvan) wanneer die betrokke aktiwiteite behandel word. Hierdie skole se leerlinge sal vroeg in die jaar 'n vraelys voltooi (soortgelyk as u Junie-vraelys). Aktiwiteite sal deur die loop van die jaar behandel word, waarna die leerlinge en onderwysers weer aan die einde van die jaar 'n vraelys sal voltooi (soortgelyk aan hierdie een).

In die lig van bostaande, en u ervaring vanjaar, sal u bereid wees om volgende jaar weer by hierdie projek betrokke te wees? *Ja*..... (Ja/Nee)

9. Verskaf asb. enige aanvullende kommentaar (kritiek, aanbevelings, ens)

Die word eienskappe behandel in nuwe benoeming in wiskunde.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

BYLAE 3

INLIGTINGSTUKKE AAN ONDERWYSERS:

DERDE RONDTE

VAN REKENKUNDE NA ALGEBRA**VERHOOGING VAN LEERLINGE SE VLAK VAN BEWUSTHEID VAN
GETALEIENSKAPPE****Inligtingstuk en handleiding vir onderwysers****1. Inleiding**

Dit word dikwels waargeneem dat leerlinge wat in standaard ses vir die eerste keer met algebra in aanraking kom, verskeie probleme daarmee ondervind. Baie navorsing is al onderneem om hierdie leerlinge se beheersing van algebra te verbeter.

Reeds in die laerskool kan leerlinge al vir algebra voorberei word. Die voorbereiding behels basies twee aspekte:

- * Ontwikkeling van die begrip "veranderlike" by leerlinge (as voorbereiding vir die gebruik van simbole in algebra); en
- * Die bewusmaking van leerlinge van die bestaan van sekere algemene getaleienskappe, bv die distributiewe, kommutatiewe en assosiatiewe eienskappe.

Hierdie getaleienskappe is die grootste samebindende faktor tussen rekenkunde en algebra, aangesien dit juis hierdie eienskappe is wat alle bewerkings in rekenkunde, sowel as alle manipulasies in algebra, onderlê. Bv in rekenkunde:

$$\begin{aligned} 7 \times 36 &= 7 \times (30 + 6) &= 7 \times 30 + 7 \times 6 & \text{(distributiewe eienskap)} \\ & &= 210 + 42 \\ & &= 252 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \text{of} \quad 36 \\ \quad \times 7 \\ \hline \quad 252 \end{array}$$

Let op dat in die standaard- of vertikale vermenigvuldigingsmetode die distributiewe eienskap baie beslis benut word; dit is vanweë die kompaktheid van hierdie metode egter net net erg weggesteek.

En in algebra:

$$\begin{aligned} 7 \times (3x + 6) &= 7 \times 3x + 7 \times 6 & \text{(distributiewe eienskap)} \\ &= 21x + 42 \end{aligned}$$

In die tradisionele algebra-onderrig word weinig moeite gedoen om aan leerlinge te toon dat hierdie eienskappe grondliggend in rekenkunde en algebra is. Dit is een van die redes waarom leerlinge rekenkunde en algebra as twee losstaande onderwerpe ervaar (eerder as om te ervaar dat algebra bloot veralgemeende rekenkunde is) en waarom daar so baie wanbegrippe

by hulle aanwesig is.

In die tradisionele rekenkunde sillabus word hierdie getaleienskappe wel in standerd 4 en/of 5 behandel, maar eweneens op 'n wyse wat tot gevolg het dat leerlinge nie beseft dat dit die grondslag van alle rekenkundige bewerkings vorm nie. Die eienskappe word naamlik bloot genoem, en gedemonstreer in 'n formele vorm, en weinig aandag word geskenk aan hoe die getaleienskappe alle rekenkundige bewerkings onderlê.

Met die implementering van probleemgebaseerde rekenkunde, het die ideale geleentheid ontstaan om hierdie saak aan te spreek. Leerlinge wat in hierdie benadering die vryheid gegun word om hul eie rekenmetodes te ontwerp en implementeer, demonstreer herhaaldelik dat hulle oor 'n intuitiewe kennis van al hierdie eienskappe beskik! Die uitdaging is om hierdie intuitiewe, sluimerende kennis te ontgin en te gebruik as voorbereiding vir leerlinge se algebra-onderrig in standerd ses, sonder om hul outonomieit as leerders aan te tas. Dit beteken dat die onderwyser nie vir die leerling kan sê wat die getaleienskappe is nie, maar dat daar geleenthede geskep moet word waarbinne die leerling op sy eie tot 'n verhoging van bewustheid van die getaleienskappe kan kom.

Gedurende die afgelope paar jaar is verskeie skole by hierdie poging betrek, en na noukeurige waarnemings en metings is die meegaande werkveld saamgestel om leerlinge se vlak van bewustheid van die getaleienskappe te verhoog.

2. Werkswyse

Die beginsel waarvolgens leerlinge gelei word na 'n verhoogde bewustheid van die getaleienskappe, is om hulle bestaande (intuitiewe) kennis wat hulle spontaan benut ten einde rekenkundige bewerkings uit te voer, te neem en dit in verband te bring met sekere waarnemings wat hulle onder andere maak met hulle sakrekenaar. Hierdie "in verband bring" kan ontoereikende ervarings wees as daar nie indringende bespreking daarvoor plaasvind nie. Hierdie bespreking vind binne groepsverband plaas.

Om hierdie benadering te kan laat slaag, is die volgende dus absoluut noodsaaklike vereistes:

- * Die klas moet in groepe van 4 tot 6 leerlinge per groep verdeel word. Hierdie leerlinge moet so sit dat hulle met mekaar kan gesels, d.w.s. dat daar bespreking kan plaasvind. Banke moet dus fisies so gerangskik word dat leerlinge in 'n groep na mekaar kan kyk.
- * Elke leerling moet sy eie sakrekenaar hê.
- * Leerlinge moet redelik gewoon daaraan wees om hul antwoorde en metodes met mekaar te vergelyk, en ooreenkomste en verskille daarin met mekaar te bespreek ten einde vir hulself duidelikheid te kry oor die "beste" metodes en die "mees aanvaarbare" antwoorde. Indien laasgenoemde aspek

nie sterk ontwikkel is in 'n klas nie, kan dit dit wel tydens hierdie projek ontwikkel word.

3. Werkvulle

In hierdie projek gaan slegs gekonsentreer word op die distributiewe eienskap. Daar is sewe werkvulle vir junior standerds (st 1 tot 3) en sewe werkvulle vir senior standerds (st 3 tot 5). (Standaard 3 onderwysers kan self besluit of hulle die junior of senior werkvulle wil benut).

Elke werkvel bestaan uit verskillende dele (deel 1, deel 2, ens). Volgens ondervinding is dit moontlik om 'n hele werkvel in 'n dubbelperiode (een uur) af te handel. U deel aan elke leerling in elke groep eers deel 1 van 'n werkvel uit en laat hulle dit deurwerk. Hulle moet presies die instruksies volg soos op die werkvulle aangedui. U moet so min as moontlik tussenbeide tree. U rol is om fyn te luister na leerlingreaksies en -gesprekke, en u moet slegs reageer om rigting aan 'n bespreking te gee of onduidelikhede uit die weg te ruim. Onder geen omstandighede moet u vir leerlinge aantoon wat hulle veronderstel is om self te ontdek nie. Slegs as leerlinge regtig vassteek en u daarvan oortuig is dat hulle nie gaan raaksien wat hulle veronderstel is om te ontdek nie, kan u 'n wenk of effense leidraad verskaf. Onthou ook dat die bespreking in die groep geweldig belangrik is, want daar word die sluimerende kennis wakker gemaak en na die oppervlakte gebring. Indien u egter waarneem dat leerlinge, selfs na bespreking, nie raaksien wat hulle moet raaksien nie, kan u deur goedgeformuleerde vrae hulle daarheen lei.

Wanneer u daarvan oortuig is dat 'n groep 'n bepaalde deel van 'n werkvel na behore voltooi het, kan u die volgende deel van daardie werkvel aan hulle gee. Die rede hiervoor is sodat 'n groep nie die hele werkvel deurjaag om dit gou af te handel nie, en sodoende weinig, indien enige, sinvolle bespreking plaasvind. Deeglike bespreking is absoluut essensieel!

Daar hoef geen gesamentlike klasbespreking plaas te vind nie; elke groep moet outonoom funksioneer en elke groeplid moet, danksy deeglike groepsbespreking, aan die einde van die werkvel oor dieselfde kennis en insigte beskik as die res van die groep. Daarom moet u hulle fyn dophou en goed luister wat hulle in die besprekings sê. Dit veronderstel dus ook dat u self vooraf presies weet wat die doel met elke werkvel is, en watter ontdekkings leerlinge in elke werkvel moet maak!

As 'n groep teen sodanige spoed gevorder het dat hulle voor die einde van die periode die hele werkvel deeglik deurgewerk en bespreek het, kan u vir hulle van die verrykende oefeninge wat ingesluit word gee om te doen.

Indien 'n groep egter aan die einde van die periode nog nie die werkvel voltooi het nie, kan u dit oorweeg om daardie groep op 'n latere geleentheid kans te gee om die werkvel te voltooi. In uiterste gevalle mag dit wenslik wees om 'n werkvel oor twee dubbelperiodes te versprei. Moet egter onder geen omstandighede dit as "gewone" huiswerk gee nie: dit moet in groepsverband afgehandel word.

Moet ook nie die volgende dag die hele werkvel met die hele klas behandel soos huiswerkoefeninge nie; alle antwoorde en probleme moet reeds deur bespreking in die groep afgehandel wees.

Dit is nie nodig om al sewe werkvelle met u klas deur te werk nie. Werkvelle 1, 2, 3, 6 en 7 moet egter in hulle geheel deurgewerk word. Werkvelle 4 en 5 is opsioneel: werkvel 4 handel oor tabelvoltooiing en word sterk aanbeveel vir standerd 4 en moet asb. met standerd 5 -klasse behandel word. Werkvel 5 handel oor vloeiagramme, en sal waarskynlik net sinvol wees as u leerlinge reeds ervaring van vloeiagramme het.

Moet asb. nie net sekere dele uit 'n werkvel laat doen nie; as u besluit om 'n werkvel te laat doen, moet die hele werkvel (dws al 4 dele) gedoen word, aangesien die hele werkvel 'n geïntegreerde geheel vorm.

Werkvelle 1 tot 5 handel oor die distributiewe eienskap waar vermenigvuldiging oor optelling en aftrekking versprei, naamlik:

$$a \times (b + c) = a \times b + a \times c = (b + c) \times a$$

en $a \times (b - c) = a \times b - a \times c = (b - c) \times a$

Werkvelle 6 en 7 handel oor die distributiewe eienskap waar deling oor optelling en aftrekking versprei (slegs regs distributief is geldig):

$$(b + c) \div a = b \div a + c \div a$$

en $(b - c) \div a = b \div a - c \div a$,

d.w.s. die teller kan opgebreek word, maar nie die noemer nie.

U kan al die werkvelle daagliks na mekaar afhandel, en dus binne twee weke daarmee klaarmaak. Of u kan een werkvel per week hanteer, en dus die hele proses oor 'n langer tydperk versprei. Die keuse is ten volle u s'n. U moet egter asb. klaar wees teen die einde van Mei, want leerlinge moet voor die Junie-eksamen (waar van toepassing) 'n vraelys voltooi.

4. Vraelyste

Voordat u met die werkvelle begin, ~~en nadat u daarmee klaar is,~~ moet elke leerling op sy eie (d.w.s. nie in groepsverband nie) vraelys 3a voltooi. Na voltooiing van die werkvelle moet leerlinge weer 'n vraelys, naamlik vraelys 3b, voltooi. Die doel van hierdie vraelyste is om vas te stel of daar wel 'n verhoging in leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap plaasgevind het. Ondervinding het geleer dat leerlinge die eerste vraelys (voordat met die werkvelle begin word) baie vreemd vind, en sukkel om dit deeglik te beantwoord. Daarom word 'n voorbeeld van 'n vroeëre vraelys (vraelys 2) ingesluit, en word u vriendelik versoek om leerlinge geleentheid te gee om van die vrae te beantwoord **wat nie op die distributiewe eienskap van toepassing is nie**. Let ook asb. op dat leerlinge vraelyste 3a en 3b

individueel moet beantwoord en die instruksies daarop noukeurig moet nakom, bv. om nie sakrekenaars te gebruik nie, en om redes te verskaf waar dit gevra word. U word ook vriendelik versoek om leerline dop te hou terwyl hulle die vraelyste voltooi, en seker te maak dat hulle wel die vraelyste deeglik voltooi.

Hierdie vraelyste kan binne 'n halfuur tot 'n uur voltooi word. Neem asb albei vraelyste in. Hou vraelys 3a in veilige bewaring totdat vraelys 3b ook voltooi is. Sit asb. elke leerling se vraelys 3a en 3b bymekaar. Laat my dan asb weet dat u klaar is.

5. Ten slotte

Dit is noodsaaklik om daarop te let dat wanneer 'n mens 'n getaleienskap benut ten einde 'n rekenkundige berekening te doen, jy eintlik die oorspronklike getaluitdrukking met 'n ander uitdrukking vervang. Hierdie ander uitdrukking is geriefliker, omdat dit dan makliker is om die berekening uit te voer.

Bv in $7 \times 36 = 7 \times (30 + 6) = 7 \times 30 + 7 \times 6$ word 'n produkuitdrukking (7×36) met 'n somuitdrukking ($7 \times 30 + 7 \times 6$) vervang, wat 'n baie geriefliker uitdrukking is ten einde die berekening uit te voer.

Soortgelyk in algebra word bv. $7 \times (3x + 6)$ ('n produkuitdrukking) met $7 \times 3x + 7 \times 6$ ('n somuitdrukking) vervang.

Dit is belangrik om leerlinge daarop te wys dat hulle, wanneer hulle berekeninge doen, dikwels vervangings maak ten einde hul berekeninge te vergemaklik, maar dat hier vervangende uitdrukking dieselfde antwoord as die oorspronklike uitdrukking tot gevolg het. Dit is deel van 'n noodsaaklike voorbereiding in algebra, aangesien algebraïese manipulasie essensieel gaan oor vervangings van algebraïese uitdrukkings met ander geriefliker, maar steeds gelykwaardige, uitdrukkings!

Volledigheidshalwe word twee ander algemene getaleienskappe hier beskryf:

Die kommutatiewe eienskap (slegs geldig vir optelling en vermenigvuldiging):

$$a + b = b + a \quad \text{en} \quad a \times b = b \times a \quad \text{vir } a \text{ en } b \text{ enige reële getalle}$$

Die assosiatiewe eienskap (slegs geldig vir optelling en vermenigvuldiging):

$$a + (b + c) = (a + b) + c \quad \text{en} \quad a \times (b \times c) = (a \times b) \times c \quad \text{vir } a, b \text{ en } c \text{ enige reële getalle.}$$

Verhoogde bewustheid van laasgenoemde twee eienskappe, sowel as ander wat in die sillabus genoem word, kan u gerus op 'n latere geleentheid by u leerlinge ontwikkel, deur soortgelyke oefeninge as op die werkvelle vir die distributiewe eienskap, saam te stel. Indien u dit wil doen, sal ek graag van u wil hoor.

Dit is nie nodig om aan leerlinge die name van die eienskappe te gee nie. Indie u dit wil doen, is u welkom, maar asb. **na afloop van die werkvelle**. Moet nooit 'n les (werkvel) begin deur aan te kondig dat leerlinge vandag van bv. die distributiewe eienskap gaan leer nie...dan skiet 'n mens die hele oefening net daar dood!

Vir u inligting gee ek ook die model van die vlakke van bewustheid van getaleieskappe soos saamgestel oor die afgelope paar jaar:

Vlak 1: Spontane benutting van die getaleienskap.

Soos wat herhaaldelik by leerlinge voorkom wanneer hulle geleentheid het om hul eie rekenmetodes te benut.

Vlak 2: Herkenning van die getaleienskap.

Bv. om te weet dat $34 \times 26 + 34 \times 56$ dieselfde antwoord sal lewer as $34 \times (26 + 56)$, en dus ook as 34×82 .

Vlak 3: Doelbewuste benutting van die getaleienskap.

Bv. om $34 \times 26 + 34 \times 54$ doelbewus te vervang met 34×80 ten einde die berekening te vergemaklik.

Vlak 4: Veralgemening of verwoording van die getaleienskap.

Dws om dit te kan beskryf in woorde.

Vlak 5: Die verklaring van die getaleienskap.

Dws om te kan verduidelik hoekom die getaleienskap werk soos wat hy werk.

U sal in al die werkvelle oefeninge raaksien wat op elk van hierdie vlakke van toepassing is. Sodoende probeer ons om leerlinge op die heel hoogste vlak (vlak 5) van bewustheid te bring ten einde hulle so goed as moontlik vir algebra-onderrig voor te berei.

Baie dankie vir u samewerking. Skakel my asb. as u enige addisionele inligting verlang. Skakel my ook asb. wanneer u die tweede vraelys (vraelys 3b) laat voltooi het, sodat ek vraelyste 3a en 3b by u kan afhaal vir die verwerking daarvan.

Nelis Vermeulen

Skool vir Onderwysersopleiding

Kaapse Technikon

Posbus 652

8000 KAAPSTAD

Tel: (021) 460 3267 / 3333 (W) of (021) 887 9020 (H)

BYLAE 4

RESPONSE OP ONDERWYSERVRAELYTE:

DERDE RONDTE

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): *St. 4 RO*
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle *.....1, 2, 3, 4 en 7, ook 3a) en 3b)*
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) *..... Twee periodes per dag, een tydperk van 3 weke*
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
..... Dit was byvoorbeeld - hul bewustheid het gegroei namate hul meer werkvelle gedoen het.
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
..... Hulle het dit geniet en het saamgepraat en bespreek.
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
..... Hulle was by 3b) beslis setes van hul saak.
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? *Ja.*
Kommentaar: *..... Ons het dit gemaaklik voltooi.*
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? *..... baie selde, indien ooit.*

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard) St. 1...
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle 1-7 (junior)
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) een per dag vir 1 1/2 weke
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
.....
.....
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Hulle het dit baie moeilik gevind
.....
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Hulle het dit moeilik gevind om 'n verduideliking neer te skryf
.....
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? Nee
Kommentaar: Die woorde skat wat gebruik word is be die vlak van die meeste st. 1 leerlinge
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? Ja

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): Standaard twee
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle 1, 2, 3, 6, 7
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week)..... elke dag ± 3 periodes tot alle werkvelle voltooi
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
.....
Sekerlik waar hulle met mekaar hul metodes kon vergelyk
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Hulle het dit moeilik gevind. leerlinge het gevoel
die werk word makliker.
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Laaste vraelys was nie so moeilik soos eerste
vraelys nie.
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi?
Kommentaar: Nee, leerlinge het soms tot 2h aan
'n werkvel gewerk
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? Ja.....

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standerd waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standerd onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standerd): ...3...
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle ..1, 1J, 2, 2J, 3, 3J, 6, 6J, 7, 7J
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week)..... elke periode.....
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap? Vel 1 Deel 1 ; Deel 3.....
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Kers opgewonde, maar later het hulle stadiger begin werk (verveeld? ek weet nie).....
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Hulle was redelik entoesiasties.....
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi?
Kommentaar:..... Soms ja ; soms nee.....
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig?Nee, sommige het self agtergekom.....

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): St. 4
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle al die verpligte werkvelle
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) Daaglik - 2 periodes elke dag
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
.....
.....
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Positief - lekker saamgewerk - Deel naas hulke hulke
die bewaarding moes doen, is baie swak gedoen
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Sous bo
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? Nee
Kommentaar: Dis baie meer tydrowend as wat gedink is.
Om die werkvelle werklik tot hul reg te laat kom, is meer tyd na
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? Nee.....

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): 5
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) Elke opeenvolgende dag, 1 uur per werkvel
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap? Werkvelle 4 + 5 het probleme gegee. Ander werkvelle het heel goed kon begryp.
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Seelinge het nie altyd die opdragte verstaan nie en het veral die tweede gedeelte v/d vrae uit oor bespreking en waarneming van ooreenkomste nie altyd verstaan nie.
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Bare was entoesiasies. Swakke het heel egter nie veel erg getoon nie en was maar aangemaedig word om dit ernstig te benader.
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi?
Kommentaar: Slags ± 75% van leerlinge kon werkvelle voltooi in die uur periode
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? Bare substansieel probeer leiwing gee

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): 3...
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle 1 tot 4.....
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) Elke 2de periode.....
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap? Werkvel 1.....
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Hulle het baie effektyf in groepe gewerk.
Die meeste het gesukkel met die bewaarding van tekenes.
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Die tweede vraelys was baie beter ontvang en
beantwoord as die eerste een.
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? Ja
Kommentaar:.....
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? Twee keer

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrekk is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): *..4...*
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle *..1-6.....*
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) *elke periode.....*
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
.....
.....
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
** sien aangehegte kommentaar.....*
.....
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
** sien aangehegte kommentaar.....*
.....
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? *Nee*
Kommentaar: *Soms groot getalle - sommige lle dan meer lekep met getalle as met, waarom gaan dit.....*
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? *Was nie eintlik nodig. hulle het dit brekies geseel in mekaar geel.*

Stel 5 ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): Stel 1
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle 3(a)
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) 3(a) (dag 1: 1 uur, dag 2: 45 minute)
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
3(b) 1 1/2 uur net 1 dag
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Some leerlinge was misnoedig, want dit was te kort hul vlak
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Beide van hierdie werk was te moeilik vir St. 1-B. Daarom het hulle belangstelling verloor en inwedeeloes voorgekom.
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi?
Kommentaar: Nee. Ek het 'n tweede dag wat 45 minute afgestaan aan die werkvel 3a en 3b. S. later
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? Nee, net die probleme hardop saam gelees en vrae beantwoord sonder om metodes aan te dui.

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrekk is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): 2.....
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle 1-7 Junior.....
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week)..... Een week elke dag 2 periodes - Week onder werk gedoen -
Vig. weke weer werkvelle gedoen.
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
.....
Elke dele waar hulle mees voospel!
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Aanvanklik positief, maar later was dit te veel.
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Elkeen het dit alleen gedoen en met konsentrasie voltooi;
dis was daar nie juis noemenswaardige reaksies nie.
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi?
Kommentaar: Nee, vir st. 2 was dit nogal baie. As elke leerl.
elke werkvel se 4 dele mees doen, sou ons heel moontlik
3-4 weke kon besig by Vraagstelling was dikwels bietjie
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? ...Ja.....
moeilik - ek mees dikwels eer-
verduidelik wat presies bedoel of
gevo werd.

skool 3

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): 2....
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle1-7.....
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) Elke periode (2x halfuur).....
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
Getaluitdrukkinge bv. Werkvel 2, deel 2
Verbeelde van verskillende uitgewette metodes
soos in werkvel 7.
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Positiewe benadering, maar dit was kate 'n
bietjie "bare"
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Hulle was rustig. Enkele vroe is geuit en selfs die
swakke leerling het 'n goeie idee gehad van hoe om
die vraelys te benader.
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi?
Kommentaar: Ja, toe ek hulle beperk het tot 15 min.
per deel.
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? Ja.....

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

-
1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): 4
 2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle 1-7
 3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) elke periode to dit klaar was
 4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
.....
.....
 5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Positief. Verd met groepwerk
.....
.....
 6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Positief
.....
.....
 7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? JA
Kommentaar:.....
.....
 8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? JA

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): ... *4 P*
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle *1 tot 7*
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week)..... *Elke periode vir 1 tot 4 - Eksamenonderbreking en we daarna 5 tot 7*
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap? *Twee, Vyf en sewe.*
.....
2 → No's 3, 5 en 6 7 → No's 2, 3
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
In die begin het hulle dit geniet, maar sewe was te veel vir hulle.
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Eerste ^{vraelys} werkvel was moeilik om te beantwoord, maar nadat hulle die werkvelle voltooi het het hulle beter begrip gehad van wat om te beantwoord.
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? *Ja*
Kommentaar:..... *Leerlinge moes egter voortdurend kontroleer word sodat hulle nie tyd verspil nie.*
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? *Ja...*

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrekk is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): 5
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle NR. 1-6
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week)..... ELKE PERIODE VIR 1 WEEK (10 PERIODES)
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap? ALLES WAS GESKIK — ER KAN WERKLIK NIE UITSONDER NIE
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle? HULLE WAS OORWONDE EN HET SWERIG DAARVAN GEWERK
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste? HULLE HET DIT OOR DIE ALGEMEEN VINNIG AFGEHANDEL
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? JA
Kommentaar:.....
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? NEE

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrekk is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): *5 P*
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle *1 tot 7*
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) *1 per periode vir opeenvolgende periodes tot voltooi*
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
..... *3*
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
..... *Beim entoesiasie*
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
..... *Beim positief en entoesiasie*
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi?
Kommentaar: *In myn geval onvoldoende tyd*
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? *Ja, hulle het dit reeds so gedoen.*

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): 2
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle1.; 2.; 3.; 4.....
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week)....1. PER WEEK.....
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
When they unders took the vocab, the word sums were easy; so I think - enrichment 5 - the grid.
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
WOW! BIG NUMBERS (BUT LET'S TACKLE THEM) WHAT'S A SUBCONTRACTER? WHAT'S TARIFF? GROUND CREW? WHAT IS MEANT BY "CORRESPONDENCES"??
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
They were confident except they didn't understand "a" + "b" - algebra, even though you explained.
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? NO!
Kommentaar: TOP 3 GROUPS DID 2 PARTS.; OTHER 3 GROUPS DID 1 PART!
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? No., but they realised this.

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standerd waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standerd onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standerd): **(3..)**
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle ...1.; 2.; 3.; 4.; ..ENRICHMENT
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) ...1...per...week.....
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap? *Pupils enjoyed the enrichment*
...THE... "PREDICT"... WORKSHEETS... ESPECIALLY... THE... LAST...
TEST, 2ND PAGE... BUT... $225 \div 18 = 12,5$ and $300 \div 18 + 75 \div 18$
 $16,66 + 4,16$ cause *batter*
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle? *GEE! BIG NUMB*
NO CALCULATORS; SUCH A LITTLE SPACE TO WRITE IN!
① *NAT... ENOUGH... SPACE... FOR... THEIR... CALCULATIONS;... NUMBERS... ARE*
RATHER... BIG... IN... WORKSHEET... PART... 1... NO... (1)... IF... WE... CAN'T... USE... CALCULAT
③ *WHERE WILL THEY GET ALL THE MONEY TO PAY THE SUBCONTRACTOR*
what's a subcontractor? tariff?
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Ahh... FINISHED... WITHIN... THIS... HOUR;... FIRST... FINISHED... IN 30 MIN
A.AH!... NO... CALCULATORS!
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? *.NEE!*
Kommentaar: *...THEY... NEED... TIME... TO... DISCUSS... THE... WORD... PROBLEMS*
AS... WELL... AS... THE... METHOD...
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? *NA, ... BUT THEY REALISED YOU WANTED THEM TO DISCOVER THIS - UNFORTUNATELY THEIR METHODS DIDN'T ALWAYS LEAD TO THIS.*

TEACHER QUESTIONNAIRE

1. 3 (middle group)
2. 1, 2, 3, 4 AND ENRICHMENT FOR SOME
3. 1 PER WEEK
4. Worksheet 2, part 3 and 4; worksheet 1, part 3
worksheet 6, part 2 and 3; worksheet 7 part 3
5. Some were taken aback by unfamiliar sums.
Others were somewhat worried about big numbers.
Some were prepared to take the challenge and soon informed me that some sums need no calculation and could be answered straightaway.
At times there were words which they couldn't understand.
6. being a middle group many children didn't understand what was meant by, e.g. do two equations where "a" or "b" is any number.
Those who understood went through it quickly.
7. Sometimes yes and sometimes no. At times the children (groups) found themselves in lengthy discussions. Sometimes some groups finished on time and sometimes not.
8. Some children had to be helped with this while others realised it on their own.

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrekk is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): ²
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle ^{Werkvel I Deel} (1, 2, 3, 4).....
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week)..... ^{1. werkvel per 2 periodes (1 uur)} ^{2. per week}.....
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap? ^{Werkvel 4 & 3(1)}.....
.....
.....
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
^{veral st. 2 het nie in goeie begrip van}.....
^{orde van bewerkliging nie → veral plus van x}.....
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
^{Het baie vrae nie verstaan nie (Compos;}.....
^{Correspondences, sub-contractors; expressions)}.....
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? ^{nee}.....
Kommentaar: ^{getalle was te groot, veral in}.....
^{st. 2}.....
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? ^{Nee}.....

Skool 6
ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrek is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standerd waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standerd onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standerd): ...3...
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle Werkvel 1 Deel 1, 2, 3, 4.....
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week).....1 werkvel per 2 periodes.....
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
.....Werkvel 4.....
.....
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
.....Stel dit gemiddeld moeilik om te doen
was baie verstaanbaar.....
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
.....Stel...ni altyd gewoont met onsuikere
verwag word nie.....
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? Soms
Kommentaar:.....
.....
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? Ja.....

Mathematics Project: Std 2

1. Std 2

2. Assessment Tests 1, 2, 3 + 4 (Juniors)

3. 1 Worksheet per every \pm 3 periods

4. Worksheet 4

5. The weakest Std 2 group that I am teaching did not always have good comprehension of what was required from them. The large numbers on the worksheets gave rise to a "defeated attitude" amongst certain pupils.

6. Did not understand many questions. Many still stuck to the: "I read from left to right, therefore I do my sums from left to right attitude"

7. No. Number too large for weak group

8. Yes.

Mathematics Project: Std 3

1. Std 3
 2. Assessment Tests 1, 2, 3 + 4 (Junior)
 3. Worksheet for every ± 2 periods
 4. Worksheet 4
 5. Pupils enjoyed it. The weakest pupils - did not even try to do it properly and did not enjoy it.
 6. Pupils were a little uncertain of what was expected from them.
 7. Yes
 8. Yes
-

ONDERWYSER-VRAELYS

Voltooi asb. hierdie vraelys so volledig en eerlik as moontlik nadat u klas werkvel 7 voltooi het. Die inligting wat u hierin verstrekk is uiters belangrik ten einde te kan vasstel in welke mate leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap verhoog het.

Hierdie voltooide vraelys moet asb. saam met u leerlinge se voltooide vraelyste 3a en 3b aan my terugbesorg word.

By voorbaat dank.

Nelis Vermeulen

1. Standaard waarvoor u wiskunde onderrig (Indien u vir meer as een standaard onderrig, voltooi asb. 'n vraelys vir elke standaard): *5.....*
2. Watter werkvelle het u gebruik? Werkvelle *alle*.....
3. Met watter frekwensie het u die werkvelle benut? (bv. elke periode; een per week) *Veelere kwartaal begin en hierdie kwartaal elke dubbelperiode, werkvel.*
4. Watter werkvelle of dele van werkvelle was volgens u mening die mees geskikte vir die verhoging van leerlinge se vlak van bewustheid van die distributiewe eienskap?
Werkvel 3, 6 en 7. Eintlik van al die werkvelle 'n mooi geheel om die eienskap oor te dra
5. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die doen van die werkvelle?
Het dit interessant gevind en het baie hul verkenis (vanuit groepbespreking) toegepas
6. Wat was u leerlinge se reaksies tydens die beantwoording van die vraelyste?
Dit was baie duidelik dat vraelys 2 baie maklike beantwoorde kon word as die vorige een.
7. Was 'n dubbelperiode (een uur) lank genoeg om 'n werkvel te voltooi? *Ja*
Kommentaar: *Die "winiger" lewige was soms effe gefrustreerd omrede hulle vir die stadiger lew moes wag voordat groepbesprekinge gekom het.*
8. Het u van tyd tot tyd vir leerlinge daarop gewys dat 'n getaluitdrukking dikwels met 'n ander, geriefliker, uitdrukking vervang word ten einde die berekening te vereenvoudig? *Al...drie blase het dit self geïdentifiseer in hul groepbesprekinge.*

BYLAE 5

LEERLINGREAKSIES:

STANDERD VIER-LEERLINGE VAN SKOOL 4:

DERDE RONDTE

DIE WERK

Ek wil meer van dit doen, dit is lekker en ek dink ek moet meer kry, dit is baie lekker. Ek wil meer van dit doen ek wil baie graag.

Die Kraestel

Dit is nogal min vir 'n kraestel maar dit was nogal maklik.

Werk wat Onnodig was

Geen wat ek aan kan dink nie maar 'n paar was nie so lekker nie.

Wat ek sien in die Toets

Dit was 'n hersiening van ons Werkvolle maar 'n paar ander goed ek hou van die idee van xof = om in die metode. Daar's 'n brief wat ek aan sy van hierdie toets maar sonder die werkvolle sou ek baie slegtere gedoen het. Ek het nogal van hierdie toets gehou.

Wat ek dink van hierdie Werkvulle

Ek dink die Werkvulle is so klein betyde lank en nitgerok, Ek dink ons ha geleer wat gebeur het so by werkvul 5.

Ek hou ~~van~~ wat gebeur het in Werkvul 6 no. 5.4 dit was 'n goeie les en soos snaaks

Wat ek in hierdie toets ontdek het.

Ek het ontdek dat dit baie makliker is
nou dat ek hierdie nuwe metode geleer het.
Om eers te plus en dan te maal of deel werk
baie makliker as om $_ \times _ \div _ + _ \times _ \div _ = _$.
By 1.4 het ek in bietjie gewonder en
ek het nog nie die punt daarvan gesien
nie. Die ander het ek goed verstaan.

Wat ek dink van die werkwelle..

In hierdie werkwelle het ek ontdek dat dit makliker is om eers te plus en dan te maal so om te maal en te plus en te maal. Werkwel 4 was my gunsteling want ek het baie geleer maar in Werkwel 5 het ek die meeste geleer. Eers dan het ek die regte punt agter gekom. Die ander werkwelle was ook lekker, maar nie so lekker soos Werkwel 4 en 6 nie.

WERK

Dit was baie itirigant man in
bietjie te veel van een ding ek het
baie van dit gehou om woord somme
op te stel

Uraelys
dit was redelik maklik

1. Ek dink dat kind wiskunde red sterk is gewo-
het want nou kan ek al my werk doen
en ek het ook agter gekom wat die Trichie
ek hou baie van al die oefening en as gevolg
van die oefeninge is my wiskunde punte
baie beter as gevolg van 1.4 van werkwel-
werk id 7.1.1.

A) Party dele het ek baie van gehou dit is baie intresant

B Ek het van 11 tot 15 gehou en dier is het ek nie van gehou nie

A) PARTY DELE WAS TAAMLIK EENTONIG EN VERVEELIG
DIT HET MY GEWYS DAT OM EERKS N RONDE
GETAL TE KRY BAIE MAKLIK IS

B) DIT WAS MAAR TAAMLIK DIE SELFDE AS DIE
WEKIK EK HOU NET NIE JANDAM GOED WAAR
MENS MOET SE OF DIT WERK OF NIE, NIE.

1 Dit was baie lekker en dit somme
in dit ook

2 Die toets is die selfde soos die
bladsye

Die werk velle was in die begin redelik moeilik maar later het ons dit wys geraak. Ek dink ons kan gerus meer van hulle doen.

Ek dink die blaaiet het my baie
goed gegee. Ek voel ook 'n bietjie sli
daar is hier en daar iets wat ek nie
verstaan het nie, maar toe kry ek dit
my kop. Ek dink glad nie dit is 'n m
van tyd nie maar wel 'n goeie ding

Dit wat in die begin soetlik, maar
Toe word dit lekker
En dit wat vervelig en van
huile was pret.

Ek dink dat dit my baie
slimmer gemaak het en dit
sal lekker wees as ons dit
weer doen, maar later in
die jaar

Baie lieflik.

Stephanus

Die toets was baie lekker gewees
dit was nie moeilik of maklik
gewees nie. Die werkvelle wat ons
gedoen het het my baie geleer
oor wiskunde dit het my ook slim
gemaak. Ek het geplus, geminus, gemaal

ZAGJE

Die teks van die metode van die ...
om dit te doen is dit ...

dit het vir my baie metode agter

baie dankie

Wiskunde antwoorde

Party van hierdie ^{te} werklike is moeilik en van hulle is maklik meeste van hulle is lekker om te doen want dan jy jou bewerkings probeer ek en kyk of dit werk.

(Goets)

Ek het van et party van die somme gehou die ander was moeilik Ek hou nie van die vraag waar jy moet se of dit reg of verkeerd is nie dit is nie lekker nie.

Ek het baie daarvan gehou en...
ek dink ek het gewonder in 'n wiskunde.
Ek het die meeste van Werkvel 2 gehou.
Ek het nie so baie van Werkvel 4+5
gehou nie.

Die toets was maklik en lekker.