



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO**  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS AMBIENTAIS, QUÍMICAS E FARMACÊUTICAS  
CAMPUS DIADEMA



**PEDRO HENRIQUE CROTI SIQUEIRA**

**MÉTRICA DE KERR E BURACOS NEGROS ASTROFÍSICOS:  
UM ESTUDO ABRANGENTE**

**DIADEMA**

**2020**



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE CIÊNCIAS AMBIENTAIS, QUÍMICAS E FARMACÊUTICAS  
CAMPUS DIADEMA



PEDRO HENRIQUE CROTI SIQUEIRA

## MÉTRICA DE KERR E BURACOS NEGROS ASTROFÍSICOS: UM ESTUDO ABRANGENTE

Trabalho de conclusão de curso apresentado como exigência parcial para obtenção do certificado de conclusão do curso de **Especialização em Teoria da Relatividade**, ao Instituto de Ciências Ambientais, Químicas e Farmacêuticas da Universidade Federal de São Paulo - Campus Diadema.

DIADEMA

2020



Croti Siqueira, Pedro Henrique

Métrica de Kerr e buracos negros astrofísicos: um estudo abrangente / Pedro Henrique Croti Siqueira. - - Diadema, 2020.

53 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Pós-Graduação *Lato Sensu* em Teoria da Relatividade) – Universidade Federal de São Paulo – Campus Diadema, 2020.

Orientador: Prof. Dr. Marcio Guilherme Bronzato de Avellar

1.Métrica de Kerr. 2.Buracos Negros. 3.Relatividade Geral.

I.Métrica de Kerr e buracos negros astrofísicos: um estudo abrangente.



**Nome:** Pedro Henrique Croti Siqueira

**Título:** Métrica de Kerr e buracos negros astrofísicos: um estudo abrangente

Trabalho de conclusão de curso apresentado como exigência parcial para obtenção do certificado de conclusão do curso de **Especialização em Teoria da Relatividade**, ao Instituto de Ciências Ambientais, Químicas e Farmacêuticas da Universidade Federal de São Paulo - Campus Diadema.

Orientador: Prof. Dr. Marcio Guilherme Bronzato de Avellar

**Data da Entrega para a Comissão do TCC:**

09/10/2020

Prof.(a) Dr.(a) Marcio Guilherme Bronzato de Avellar

Universidade Federal de São Paulo – UNIFESP

Orientador(a)

Pedro Henrique Croti Siqueira

Candidato(a)



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS AMBIENTAIS, QUÍMICAS E FARMACÊUTICAS**  
**CAMPUS DIADEMA**



*À minha família.*



## **AGRADECIMENTOS**

A Deus.

Aos meus pais que tanto me apoiam e me ajudam na minha caminhada acadêmica.

Ao Prof. Dr. Marcio G. B. de Avellar, meu orientador, cujas aulas, discussões e conselhos, sempre excelentes, ajudam-me a melhor percorrer este percurso.

À Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Nadja S. Magalhães pela coordenação e idealização deste curso.

Aos meus amigos Gabriela, Juan, Celso, Daniel, Alexandre e Rogério cujas discussões e companhias tornaram este curso muito mais proveitoso e agradável.

A todos os professores que ministraram aula no curso e compartilharam conosco um pouco do conhecimento que adquiriram durante a vida.



“The Cheshire cat in Alice in Wonderland faded away leaving behind only its grin. A star that falls into an already existing black hole, or that collapses to make a new black hole, fades away. Of the star, of its matter and of its sunspots and solar prominences, all trace disappears. There remains behind only gravitational attraction, the attraction of disembodied mass.”

WHEELER, John Archibald.



## RESUMO

Este trabalho realiza um estudo fenomenológico abrangente acerca da chamada métrica de Kerr, explicitando suas características e sua relevância astrofísica. A Teoria da Relatividade Geral utiliza de equações diferenciais não-lineares (chamadas equações de Einstein) para descrever a relação entre a geometria do espaço-tempo e o conteúdo de matéria e energia que este possui. Uma das soluções exatas dessas equações é chamada métrica de Kerr que descreve a região exterior a um buraco negro rotante e sem carga elétrica. Analisa-se, neste trabalho, as superfícies e órbitas que surgem a partir dessa métrica e discute-se o motivo de acreditar-se que todos os buracos negros astrofísicos são descritos por ela.

**Palavras-chave:** Métrica de Kerr. Buracos Negros. Teoria da Relatividade Geral.



## **ABSTRACT**

This work carries out a phenomenological study covering the so-called Kerr metric, explaining its features and its astrophysical relevance. The General Theory of Relativity uses nonlinear differential equations (called Einstein's equations) to describe the relationship between the geometry of spacetime and the content of matter and energy it has. One of the exact solutions to these equations is called the Kerr metric, which describes the outer region of a rotating black hole with no electric charge. In this work, we analyze the surfaces and orbits that arise from this metric and discuss the reason for believing that all astrophysical black holes are generated by it.

**Keywords:** Kerr Metric. Black Holes. General Theory of Relativity.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

|   |    |
|---|----|
| Figura 1 - Ilustração de uma estrela (star) que vibra em simetria esfericamente simétrica, como mostrado pelas linhas pontilhadas. Ao seu redor, o espaço-tempo é sempre estático ( <i>always static</i> )..... | 18 |
| Figura 2 - Órbitas de objetos próximos ao buraco negro ( <i>orbits of objects near black hole</i> ) são influenciadas pela direção do spin ( <i>direction of spin</i> ) do buraco negro.....                    | 24 |
| Figura 3 - Horizontes, ergosuperfícies e singularidade de curvatura no espaço-tempo de Kerr.....  | 25 |
| Figura 4 - Plano equatorial da solução de Kerr com $m^2 > a^2$ .....  | 25 |
| Figura 5 - Raios das órbitas circulares e equatoriais ao redor de um buraco negro rotante de massa M em função do seu momento angular.....  | 32 |
| Figura 6 - Massa de estrelas de nêutrons e buracos negros inferidas através de ondas gravitacionais e ondas eletromagnéticas.....   | 35 |
| Figura 7 - Estrelas orbitando Sagittarius A*.....   | 37 |
| Figura 8 - Determinação do <i>spin</i> de um buraco negro através do brilho de raio-X de seu disco de acreção.....  | 38 |
| Figura 9 - Simulação de uma fotografia de um buraco negro de Kerr com disco de acreção fino.....  | 39 |
| Figura 10 - Disco de acreção realista de um buraco negro de Kerr. Imagem criada, computacionalmente, pela colaboração Double Negative Visual Effects.....   | 40 |
| Figura 11 - Imagem do buraco negro supermassivo no centro da galáxia M87.....   | 41 |
| Figura 12 - Funcionamento de um interferômetro a laser.....   | 43 |



Figura 13 - Sinal das ondas gravitacionais emitidas durante toda a evolução do binário de objetos compactos..... 45

Figura 14 - Evento GW150914 detectado pelo LIGO Hanford (H1) e LIGO Livingston (L1)..... 46



**LISTA DE TABELAS**

**Tabela 1** – Comparação entre a solução de Schwarzschild e a solução de Kerr.....15



## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**ISCO** – *Innermost Stable Circular Orbits*

**AGN** – *Active Galactic Nucleus*

**EHT** – *Event Horizon Telescope*

**LIGO** – *Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory*

**QNM** – *Modos Quase-Normais*

**LINER** – *Low-ionization nuclear emissio-line regions*



## LISTA DE SÍMBOLOS

$M_{\odot}$  – Massa solar

$c$  - Velocidade da luz



## SUMÁRIO

|  |    |
|--|----|
| 1. INTRODUÇÃO .....  | 16 |
| 2. NÃO-EXISTÊNCIA DO TEOREMA DE BIRKHOFF .....                             | 18 |
| 2.1 Hipótese de Kerr .....   | 19 |
| 3. COORDENADAS DE BOYER-LINDQUIST .....                                    | 20 |
| 4. HORIZONTES E SUPERFÍCIES .....  | 23 |
| 4.1 Singularidades .....   | 23 |
| 4.2 Arrasto de Referenciais ( <i>Frame Dragging</i> ) .....                | 24 |
| 4.3 Horizontes e Superfícies .....   | 24 |
| 4.3.1 Ergosuperfície Exterior (Superfície de Limite Estacionário) .....    | 26 |
| 4.3.2 Ergorregião .....  | 26 |
| 4.3.3 Horizonte de Eventos Exterior ( $r_+$ ) .....                        | 27 |
| 4.3.4 Horizonte de Eventos Interior ou Horizonte de Cauchy ( $r_-$ ) ..... | 27 |
| 4.4 Buracos Negros de Kerr Extremos ( $a^2 = M^2$ ) .....                  | 27 |
| 5. AS LEIS DA MECÂNICA DE BURACOS NEGROS .....                             | 29 |
| 5.1 Lei zero da mecânica de buracos negros .....                           | 29 |
| 5.2 Primeira lei da mecânica de buracos negros .....                       | 29 |
| 5.3 Segunda lei da mecânica de buracos negros .....                        | 30 |
| 5.4 Terceira lei da mecânica de buracos negros .....                       | 30 |
| 5.5 Radiação Hawking e entropia de Bekenstein .....                        | 31 |
| 6. ÓRBITAS .....   | 32 |
| 7. ASTROFÍSICA DE BURACOS NEGROS .....                                     | 34 |
| 7.1 Massa de um buraco negro de massa estelar .....                        | 34 |
| 7.2 Massa de um buraco negro supermassivo .....                            | 35 |
| 7.3 <i>Spin</i> de um buraco negro de massa estelar .....                  | 37 |
| 7.4 <i>Spin</i> de um buraco negro supermassivo .....                      | 38 |
| 7.5 Sombra de um buraco negro .....  | 39 |
| 8. ONDAS GRAVITACIONAIS .....  | 42 |
| 8.1 Detecção de Ondas Gravitacionais – Como detectar .....                 | 42 |
| 8.2 Detecção de Ondas Gravitacionais – O que se detecta? .....             | 43 |
| 8.3 GW150914 – A primeira detecção .....                                   | 45 |
| 9. A MÉTRICA DE KERR-NEWMAN .....  | 47 |
| 10. CONCLUSÃO .....  | 48 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....   | 49 |



## 1. INTRODUÇÃO

Este trabalho propõe analisar, de forma fenomenológica, a chamada “Métrica de Kerr”, uma solução exata das equações de campo de Einstein que descreve a geometria exterior a um buraco negro rotante, i.e., que possui momento angular, sem carga elétrica e que é axialmente simétrico na direção do vetor momento angular.

As equações de campo de Einstein são equações altamente não lineares que relacionam a curvatura do espaço-tempo com o conteúdo de matéria e energia contido nele. Durante todo o trabalho, ficará subentendido que  $\mu = \nu = 0, 1, 2, 3$  e, além disso, utilizaremos o sistema de unidades geométricas (WALD, 1984) onde  $G = c = 1$ . Nele, as equações de Einstein podem ser expressas na forma:

$$G_{\mu\nu} = \kappa T_{\mu\nu} \quad (1)$$

Na equação (1),  $T_{\mu\nu}$  é o tensor de energia-momento,  $\kappa = 8\pi$  é a constante gravitacional de Einstein e  $G_{\mu\nu}$  é o tensor de Einstein que possui a forma (CARROLL, 2003):

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \quad (2)$$

Na equação (2),  $R_{\mu\nu}$  é o tensor de curvatura de Ricci,  $g_{\mu\nu}$  é o tensor métrico e  $R$  é o escalar de curvatura. A tabela abaixo nos ajuda a compreender melhor as características que envolvem a métrica de Kerr comparando-a com a métrica de Schwarzschild, a primeira solução exata para as equações de campo de Einstein que não era a solução trivial de um espaço-tempo plano:

**Tabela 1** – Comparação entre a solução de Schwarzschild e a solução de Kerr

| Schwarzschild           | Kerr                   |
|-------------------------|------------------------|
| Solução de Vácuo        | Solução de Vácuo       |
| Sem momento angular     | Com momento angular    |
| Estática                | Estacionária           |
| Assintoticamente Plana  | Assintoticamente Plana |
| Esfericamente Simétrica | Axialmente Simétrica   |



Como mostrado na tabela, a métrica de Kerr é uma solução de vácuo, i.e., é uma solução expressa em uma região onde o tensor de Einstein é nulo, ou seja,  $\kappa T_{\mu\nu} = 0$  e como  $T_{\mu\nu}$  é o tensor que representa toda densidade e fluxo de energia e momento do espaço-tempo. Então, concluímos que não há matéria e nem energia presentes nessa região. Além disso, dizer que o espaço-tempo é estático significa dizer, em outras palavras, que não há nada acontecendo com ele com o passar do tempo, enquanto dizer que ele é estacionário significa dizer que, seja lá o que estiver acontecendo com o espaço-tempo, acontece sempre do mesmo jeito com o passar do tempo. Examinaremos, na sequência, o chamado “teorema de Birkhoff” que relaciona uma solução de vácuo esfericamente simétrica com a estaticidade do espaço-tempo no exterior da solução.

## 2. NÃO-EXISTÊNCIA DO TEOREMA DE BIRKHOFF

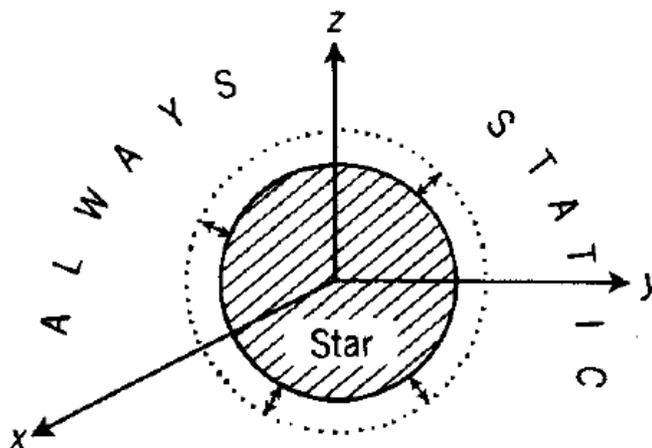
O teorema de Birkhoff afirma:

A região exterior de uma solução de vácuo esfericamente simétrica é, necessariamente, estática (INVERNO, 2006, p. 188).

A partir dessa afirmação, podemos dizer que, uma vez que o espaço ao redor de um buraco negro esfericamente simétrico seja descrito pela métrica de Schwarzschild, então, a região exterior de qualquer objeto esfericamente simétrico (como um planeta ou uma estrela) também será descrita pela métrica de Schwarzschild.

Isso tem implicações físicas interessantes. Por exemplo, se supusermos uma estrela esfericamente simétrica, como a representada na Figura 1, que pulsa de forma esfericamente simétrica, concluiremos que esta estrela não emite ondas gravitacionais, uma vez que, pelo Teorema de Birkhoff, o espaço exterior à estrela deve permanecer estático e a emissão de ondas gravitacionais pressupõe um espaço-tempo não-estático (MILLER; YUNES, 2019).

**Figura 1** – Ilustração de uma estrela (*star*) que vibra em simetria esfericamente simétrica, como mostrado pelas linhas pontilhadas. Ao seu redor, o espaço-tempo é sempre estático (*always static*).



Fonte: INVERNO, 2006



Acontece que não existe um teorema desse tipo para a métrica de Kerr e isso é um sério problema porque, uma vez que não existe um teorema desse tipo para ela, não se pode afirmar que Kerr seja uma solução assintótica exata para estrelas e planetas rotantes (TEUKOLSKY, 2015). Isso pode representar uma falta de sentido astrofísico para essa métrica e, assim, não se poderia usá-la para representar, exatamente, esses objetos. Entretanto, a métrica de Kerr possui, sim, um significado astrofísico relevante (WILTSHIRE; VISSER; SCOTT, 2009), isso porque é possível descrever a região exterior de estrelas girantes como sendo, aproximadamente, Kerr e, além do mais, existem diversos teoremas de unicidade que afirmam que a métrica de Kerr é a única solução possível para buracos negros rotantes e estacionários (CARTER, 1971; HAWKING, 1972; ROBINSON, 1975; WERNER, 1967).

## 2.1 Hipótese de Kerr

Como dito acima, os teoremas de unicidade (ou *no-hair*) provaram que a única solução para o estado final de um colapso gravitacional em um espaço-tempo de vácuo, axialmente simétrico, assintoticamente plano, rotante e estacionário, uma vez que não existam, nesse espaço-tempo, curvas tipo tempo fechadas e singularidades nuas<sup>1</sup>, é a métrica de Kerr.

Esses teoremas suportam a chamada Hipótese de Kerr que afirma que todos os buracos negros astrofísicos, com exceção do momento de fusão de binários que envolvam um buraco negro, satisfazem essas condições impostas pelos teoremas de unicidade e, portanto, são descritos unicamente por dois parâmetros: sua massa e seu momento angular. A solução para o momento da fusão de binários que envolvem buracos negros (os chamados *mergers*) possuem desvios em relação à métrica de Kerr, mas, esses desvios são rapidamente irradiados em forma de ondas gravitacionais (BAMBI, 2011) durante o período de relaxação do buraco negro (*ringdown*). Após esse período o buraco negro resultante é descrito pela métrica de Kerr.

---

<sup>1</sup> Para mais detalhes sobre curvas tipo tempo fechadas e singularidades nuas, ver (CARROL, 2003).



### 3. COORDENADAS DE BOYER-LINDQUIST

É sabido que podemos utilizar diversos sistemas de coordenadas para representar o espaço geométrico no qual trabalhamos. No caso da métrica de Kerr, não é diferente, podemos representá-la utilizando diversos sistemas de coordenadas, cada um tendo sua peculiaridade e ajudando a compreender alguma propriedade importante do espaço que estamos tratando.

O sistema de coordenadas mais comumente utilizado para descrever a métrica de Kerr é o de Boyer-Lindquist no qual o elemento de linha da métrica toma a forma:

$$ds^2 = -\left[1 - \frac{r_s r}{\Sigma}\right] dt^2 + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \Sigma d\theta^2 + \left(r^2 + a^2 + \frac{r_s r a^2 \sin^2 \theta}{\Sigma}\right) \sin^2 \theta d\phi^2 - \frac{2r_s r a \cos^2 \theta}{\Sigma} dt d\phi \quad (3)$$

Onde,  $r$  é a coordenada radial e  $\theta$ , e  $\phi$ , são as coordenadas angulares. Além disso, na equação (3),

$$\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta \quad (4)$$

$$\Delta = r^2 - r_s r + a^2 \quad (5)$$

$$r_s = 2M \quad (6)$$

$$a = \frac{J}{M} \quad (7)$$

Nas expressões (4)-(7),  $M$  é a massa,  $J$  é o momento angular e  $a$  é o parâmetro de *spin* do buraco negro.  $r_s$  indica o raio de Schwarzschild.

Uma das vantagens desse sistema de coordenadas é a existência de somente um termo não-diagonal (que proporcionará um efeito interessante chamado de *frame dragging*, que será analisado posteriormente). Além disso, a apresentação da métrica de Kerr em Boyer-Lindquist ajuda a entender seu comportamento em regimes assintóticos e, também, a entender a diferença entre um horizonte de evento e uma ergosfera. Vamos analisar agora a vantagem descrita acima em entender o comportamento da métrica de Kerr em regimes limites.



O primeiro caso limite que podemos analisar é o caso de  $a \rightarrow 0$ , nesse caso, a métrica se torna:

$$ds^2 = -\left[1 - \frac{2M}{r}\right] dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2M}{r}} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (8)$$

Essa métrica é exatamente a métrica de Schwarzschild que representa um espaço-tempo em torno de um buraco negro sem rotação. Como partimos de um espaço-tempo com rotação para um espaço-tempo sem rotação apenas fazendo o limite onde  $a \rightarrow 0$ , podemos dizer, seguramente, que  $a$  representa o momento angular.

O segundo caso limite que podemos analisar é o caso onde  $M \rightarrow 0$  (equivalente a  $r_s \rightarrow 0$ ) nesse caso, a métrica se torna:

$$ds^2 = -dt^2 + \frac{\Sigma}{r^2 + a^2} dr^2 + \Sigma d\theta^2 + (r^2 + a^2) \sin^2\theta d\phi^2 \quad (9)$$

Analisando, qualitativamente, essa métrica, podemos perceber que ela possui somente elementos diagonais e, ainda, que possui um elemento temporal e três elementos espaciais. Notamos, ainda, que essa métrica se encontra em coordenadas esferoidais oblatas e, assim, podemos relacioná-la com as coordenadas cartesianas usuais fazendo as seguintes transformações:

$$x = \sqrt{r^2 + a^2} \sin\theta \cos\phi \quad (10)$$

$$y = \sqrt{r^2 + a^2} \sin\theta \sin\phi \quad (11)$$

$$z = r \cos\theta \quad (12)$$

Agora, analisando a métrica descrita na eq. (9), percebemos uma componente temporal com o sinal contrário às três componentes espaciais restantes do mesmo modo como acontece na métrica do espaço de Minkowski plano, a saber:

$$ds^2 = -dt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 \quad (13)$$



Assim, notamos que tomando o limite  $M \rightarrow 0$  na eq. (3), obtemos uma métrica equivalente à métrica do espaço de Minkowski plano. Portanto, podemos concluir que, tomando este limite, saímos de um espaço curvo para um espaço plano e, portanto,  $M$  deve ter caráter de massa.

Tendo entendido a importância das coordenadas de Boyer-Lindquist para o entendimento das características físicas de termos que aparecem, explicitamente, na métrica (como  $a$  e  $M$ ), podemos agora passar adiante para o estudo dos horizontes e superfícies que surgem no espaço-tempo descrito pela métrica de Kerr.



## 4. HORIZONTES E SUPERFÍCIES

Neste capítulo vamos estudar a estrutura dos horizontes de eventos, da ergosfera e das singularidades que aparecem na métrica de Kerr representada nas coordenadas de Boyer-Lindquist.

### 4.1 Singularidades

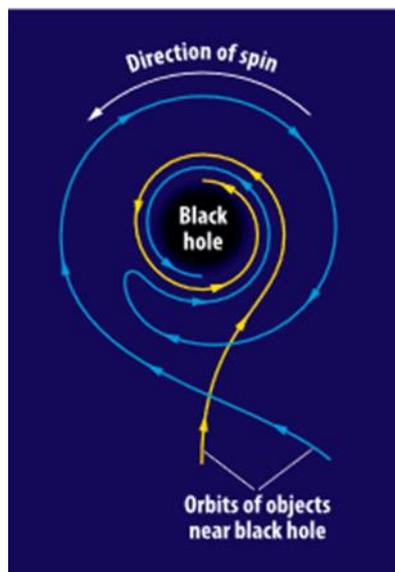
Analisando a métrica descrita na eq. (3) percebemos que ela possui singularidades em duas situações:

- i) Quando  $\Delta = 0$ : essa singularidade é apenas uma singularidade de coordenadas, i.e., uma singularidade aparente. Isso porque essa singularidade não aparece quando expressamos a métrica de Kerr em outras coordenadas e, com alguma álgebra, é possível estabelecer que se  $\Delta = 0$ , então,  $r = r_{\pm} \equiv m \pm \sqrt{m^2 - a^2}$  e, nesse caso, se  $a \rightarrow 0$ , temos que  $r_{\pm} \rightarrow 2M$ . Logo, podemos interpretar  $r_{\pm}$  como sendo horizontes de eventos na métrica de Kerr.
- ii) Quando  $\Sigma = 0$ : nesse caso temos uma singularidade física, mas, o interessante dessa singularidade é que ela possui uma forma que é distinta de um ponto (como ocorre na singularidade em Schwarzschild), ela possui, na verdade, o formato de anel. Isso porque para que  $\Sigma = 0$  não basta que  $r = 0$ , é preciso também que  $\theta = \frac{\pi}{2}$ . Podemos entender isso pensando que, em Kerr, a singularidade ainda carrega momento angular e a estrutura mais simples que pode carregar momento angular, topologicamente falando, é um anel 1-dimensional. Sendo assim, em Kerr, a singularidade tem formato de anel.

## 4.2 Arrasto de Referenciais (*Frame Dragging*)

A Figura 2 ilustra o chamado arrasto de referenciais (ou *frame dragging*) que é o arrasto que sofre o espaço-tempo na vizinhança de um buraco negro rotante. Veremos que uma partícula que se aproxima suficientemente do buraco negro, necessariamente, passará a corrotacionar com ele, i.e., a partícula será arrastada junto com o espaço-tempo e passará a girar em torno do buraco negro na mesma direção com que este gira.

**Figura 2** – Órbitas de objetos próximos ao buraco negro (*orbits of objects near black hole*) são influenciadas pela direção do *spin* (*direction of spin*) do buraco negro.

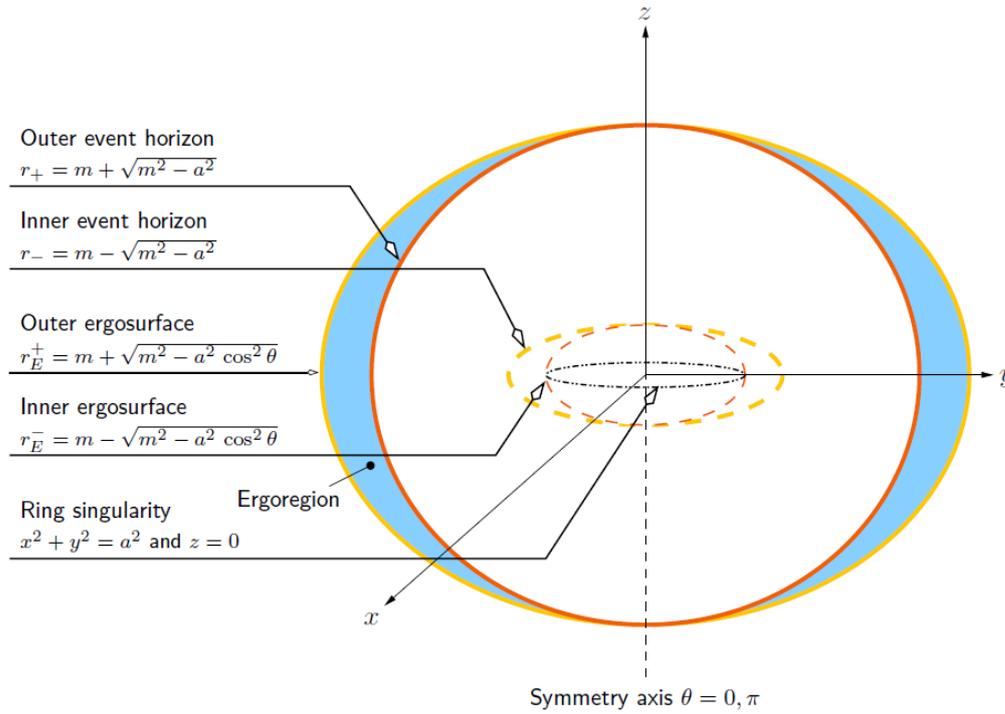


Fonte: BEGELMAN, 2010

## 4.3 Horizontes e Superfícies

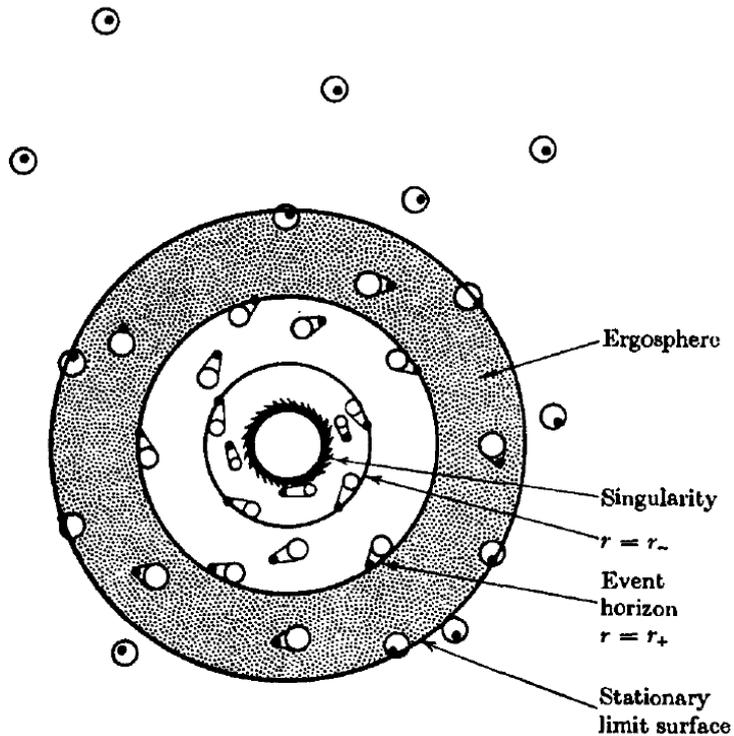
Faremos uso da Figura 4 para analisar cada uma das superfícies, e horizontes de eventos, que estão representadas, esquematicamente, na Figura 3. Essas regiões, que não existem na métrica de Schwarzschild, possuem características importantes na métrica de Kerr.

**Figura 3** – Horizontes, ergosuperfície e singularidade de curvatura no espaço-tempo de Kerr.



Fonte: WILTSHIRE; VISSER; SCOTT, 2009

**Figura 4** – Posição, após um curto período de tempo, de flashes de luz (frentes de onda circulares) emitidos pelos pontos pretos.



Fonte: HAWKING, 1974



#### 4.3.1 Ergosuperfície Exterior (Superfície de Limite Estacionário)

Sobre essa superfície, o emissor se encontra dentro da frente de onda e é possível, portanto, para uma partícula viajando em uma curva tipo tempo (*timelike*) sair para o infinito, i.e., viajar para muito longe do buraco negro. Passado esse limite (para a região mais interior), não é possível, para nenhuma partícula (nem mesmo a luz), contrabalancear o efeito do arraste de referenciais (*frame dragging*). Portanto, qualquer partícula que ultrapassa esse limite passa, necessariamente, não importa o que ela faça, a corrotacionar com o buraco negro.

#### 4.3.2 Ergorregião

Nessa região, o ponto que representa o emissor fica fora da frente de onda emitida. Então, é impossível que uma partícula que viaje sobre uma curva tipo tempo, ou até mesmo tipo luz, fique em repouso em relação ao infinito, i.e., a partícula é, necessariamente, arrastada junto com o espaço-tempo. Entretanto, ainda assim, essa região não é um horizonte de eventos, uma vez que as frentes de onda são tais que a partícula ainda pode escapar para o infinito.

Essa região tem uma importância adicional porque acredita-se que nela pode ocorrer o chamado Processo Penrose, em homenagem ao físico Roger Penrose que primeiro propôs esse processo em 1969 (PENROSE, 1969). Nesse processo, uma porção de matéria dentro da ergorregião é dividida em duas de modo que, uma de suas partes possui massa-energia negativa, de tal forma que a outra parte escapa para o infinito. A primeira ultrapassa o horizonte de eventos, caindo no buraco negro, enquanto que a outra parte é expelida para o infinito com energia maior do que a parte inteira original. Essa energia sobressalente viria, então, da rotação do buraco negro que, após fornecer tal energia, diminuiria sua rotação.

Yakov Zeldovich, também um físico de destaque, propôs em 1971, em analogia ao Processo Penrose, a extração de energia de rotação de um cilindro metálico (ZELDOVICH, 1971). Essa extração foi experimentalmente comprovada em junho de 2020 ampliando-se a energia de uma onda sonora (CROMB et al, 2020), de modo



que, por analogia, esse experimento reforça a possibilidade do Processo Penrose ser factível.

#### 4.3.3 Horizonte de Eventos Exterior ( $r_+$ )

Sobre essa superfície, a frente de onda fica inteiramente dentro da superfície e, portanto, é impossível para uma partícula que viaja sobre uma curva tipo tempo escapar para o infinito. Portanto, essa superfície é, de fato, um horizonte de eventos e nada que a atravessa, nem mesmo a luz, pode retornar para o infinito.

#### 4.3.4 Horizonte de Eventos Interior ou Horizonte de Cauchy ( $r_-$ )

Horizonte de Cauchy é o limite que separa uma região ( $r > r_-$ ) onde a causalidade é válida (i.e., eventos futuros são determinados, univocamente, por eventos passados) de uma região onde isso não necessariamente acontece. Podemos imaginar que, dentro dessa região, é possível que você parta de um evento, decorra algum tempo no seu relógio e, depois de ter passado tal tempo, você retorne para o mesmo evento, de modo que seria permitido que um evento fosse causa dele próprio.

#### 4.4 Buracos Negros de Kerr Extremos ( $a^2 = M^2$ )

No caso de um buraco negro extremo de Kerr, i.e., quando seu momento angular ao quadrado é igual à sua massa ao quadrado, então, a posição do horizonte de eventos coincide com a posição da singularidade. Isso significa que a singularidade do buraco negro não está mais escondida atrás de um horizonte de eventos e, sim, está exposta ao universo, sendo chamada de *singularidade nua*. Uma singularidade nua traz diversos problemas físicos como, por exemplo, impossibilitar a teoria da relatividade geral de prever a evolução temporal de um espaço-tempo próximo a esse tipo de singularidade. Para resolver essa questão, Roger Penrose propôs a chamada Conjectura da Censura Cósmica (PENROSE, 1969) que afirma que as condições iniciais que levariam à criação de um buraco negro de Kerr extremo não são condições



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO**  
**INSTITUTO DE CIÊNCIAS AMBIENTAIS, QUÍMICAS E FARMACÊUTICAS**  
**CAMPUS DIADEMA**



físicas reais e, sendo assim, não seria possível que um buraco negro desse tipo fosse criado no universo.



## 5. AS LEIS DA MECÂNICA DE BURACOS NEGROS

Durante estudos sobre extração de energia em buracos negros de Kerr (processo Penrose), percebeu-se (PENROSE; FLOYD, 1971) que a área da superfície do buraco negro aumentava durante esse processo. Com isso, começaram a surgir estudos que relacionaram alguns parâmetros de buracos negros com parâmetros da termodinâmica (BEKENSTEIN, 1973). A partir destes estudos, estabeleceu-se que os buracos negros devem satisfazer algumas propriedades físicas e, mais ainda, que essas propriedades físicas são análogas às leis da termodinâmica. Sendo assim, foram propostas quatro leis mecânica que devem ser obedecidas pelos buracos negros. São elas:

### 5.1 Lei zero da mecânica de buracos negros

*A gravidade de superfície  $\kappa$  de um buraco negro estacionário é constante sobre o horizonte de eventos ( $r_+$ ).*

A lei zero da mecânica de buracos negros foi provada junto com a primeira lei (BARDEEN; CARTER; HAWKING, 1973). A gravidade de superfície  $\kappa$  é definida como:

$$\kappa = \frac{r_+ - M}{2MR_+} \quad (14)$$

Essa lei é análoga à chamada “lei zero da termodinâmica” que estabelece que a temperatura é constante em um corpo que está em equilíbrio dinâmico. Aqui temos a mesma ideia: a gravidade de superfície é constante para um buraco negro que é estacionário.

### 5.2 Primeira lei da mecânica de buracos negros

*Quaisquer duas soluções axialmente simétricas contendo um fluido perfeito com fluxo circular e um buraco negro central são relacionadas pela seguinte equação:*

$$\delta M = \frac{\kappa}{8\pi} \delta A + \Omega \delta J \quad (15)$$



Na equação (15),  $\delta$  significa uma variação,  $A$  é a área do horizonte e, além disso,  $\Omega$  é definido por:

$$\Omega = \frac{a}{2Mr_+} \quad (16)$$

Existe uma analogia com a primeira lei da termodinâmica (SCHROEDER, 2000) quando se relaciona  $A$  como sendo proporcional à entropia do buraco negro e  $\kappa$  como sendo proporcional à temperatura do buraco negro. Sendo assim, essa lei estabelece uma conservação de energia.

### 5.3 Segunda lei da mecânica de buracos negros

*A área  $A$  do horizonte de eventos de um buraco negro nunca decresce com o tempo, ou seja:*

$$\delta A \geq 0 \quad (17)$$

Esta lei é o estabelecimento do Teorema da Área de Hawking (HAWKING, 1971) e relaciona a entropia na segunda lei da termodinâmica com a área do buraco negro, ou seja, do mesmo modo como, na segunda lei da termodinâmica, a mudança de entropia em um sistema isolado será sempre maior do que zero, também aqui a mudança da área do horizonte de eventos de um buraco negro será sempre maior do que zero.

### 5.4 Terceira lei da mecânica de buracos negros

*É impossível reduzir, através de um número finito de procedimentos, a gravidade de superfície  $\kappa$  a zero.*

Foi provada por Werner Israel (ISRAEL, 1986) e faz uma analogia entre a gravidade de superfície de um buraco negro e a entropia na terceira lei da termodinâmica (que estabelece a entropia de um sistema no zero absoluto é uma constante). Desse modo, uma vez que buracos negros extremos não possuem gravidade de superfície, a terceira lei afirma que é impossível que um buraco negro não-extremo se torne um buraco negro extremo através de uma sequência finita de processos.



## 5.5 Radiação Hawking e entropia de Bekenstein

As quatro leis citadas acima sugerem uma analogia entre a área do horizonte de eventos de um buraco e a entropia termodinâmica e, também, entre a gravidade de superfície de um buraco e a temperatura termodinâmica. Entretanto, essas quatro leis são válidas somente em um regime clássico, onde não levamos em conta os efeitos quânticos. Uma vez que os efeitos quânticos entram em cena, percebemos algumas mudanças nas leis acima, principalmente no que tange à segunda lei da mecânica de buracos negros. Isso ocorre porque, levando em conta os efeitos quânticos, percebemos que buracos negros podem irradiar (HAWKING, 1974; HAWKING, 1975) com temperatura:

$$T = \frac{\hbar \kappa}{2\pi} \quad (18)$$

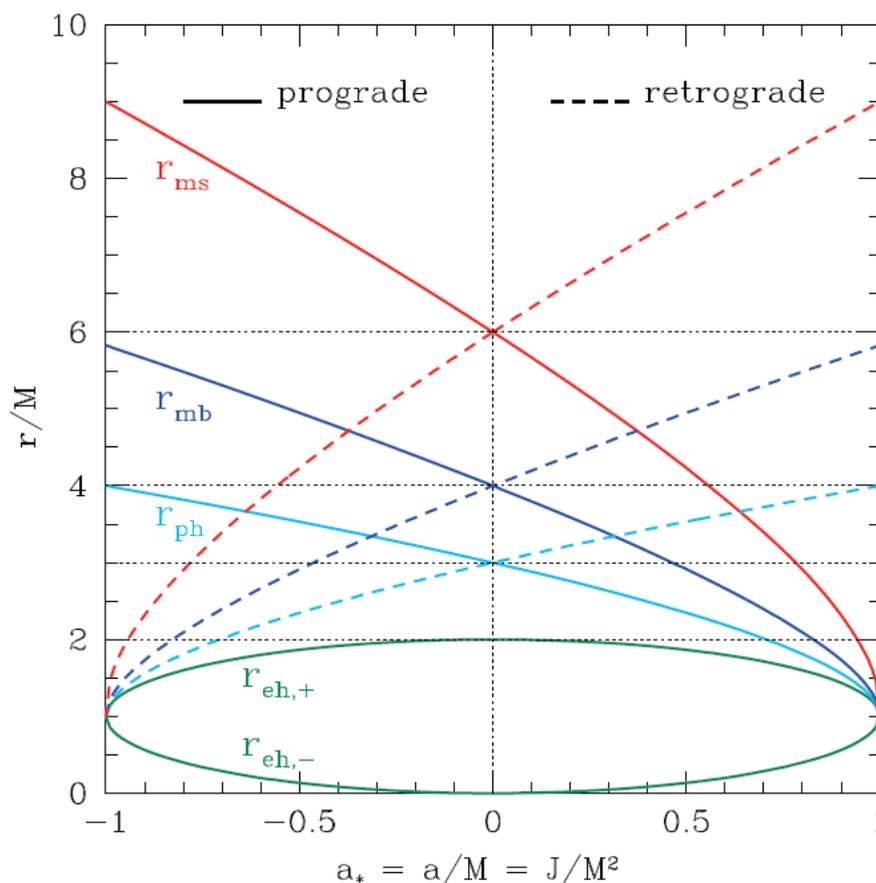
E assim, pela primeira lei, expressa na eq. (15), podemos fixar a constante de proporcionalidade entre área e entropia, também conhecida como entropia de Bekenstein, que é dada por:

$$S = \frac{1}{4} \frac{A}{\hbar} \quad (19)$$

## 6. ÓRBITAS

Para o estudo das órbitas na métrica de Kerr, usaremos como base o gráfico apresentado na Figura 5. Nele, notamos que as órbitas ao redor de um buraco negro de Kerr são distintas, primeiramente, pelo tipo de movimento do objeto, i.e., se o objeto está corrotacionando com o buraco negro, então, as órbitas serão diretas (esse caso está marcado com as linhas cheias no gráfico). Entretanto, se o objeto estiver contra-rotacionando com o buraco negro, então, as órbitas serão retrógradas (esse caso é representado através de linhas pontilhadas no gráfico). Uma vez compreendido isso, precisamos compreender que as posições das órbitas, em relação ao buraco negro, serão distintas também conforme o momento angular desse buraco negro.

Figura 5 – Raios relevantes para órbitas equatoriais no espaço-tempo de Kerr.



Fonte: REZZOLLA; ZENOTTI, 2013



Notamos que se o momento angular do buraco negro for nulo, temos então um buraco negro de Schwarzschild e, nesse caso, as posições das órbitas são as seguintes:

- $r_+$  (horizonte de eventos): fica localizado no raio de  $2M$  i.e., o chamado *raio de Schwarzschild*;
- $r_{ph}$  (órbita ligada dos fótons): fica localizada no raio de  $3M$ ;
- $r_{mb}$  (órbita ligada mais interna): fica localizada no raio de  $4M$ ;
- $r_{ms}$  (órbita ligada e estável mais interna): fica localizada no raio de  $6M$ .

Note que para momento angular nulo não faz diferença para a posição das órbitas se o movimento do objeto é direto ou retrógrado, entretanto, conforme se aumenta o momento angular, o raio dessas órbitas muda e se divide de modo que serão diferentes para cada um dos tipos de movimento. E mais ainda, no caso de um buraco negro de Kerr extremo todas essas órbitas para o movimento direto, aparentemente, coincidem em  $r = M$ , entretanto, isso é somente aparente devido às coordenadas de Boyer-Lindquist, o que ocorre, de fato, é que as órbitas  $r_{ph}$ ,  $r_{mb}$  e  $r_{ms}$  estão sempre separadas e acima do raio do horizonte de evento (BARDEEN et al., 1972).

Importante atenção deve ser dada para as órbitas  $r_{ms}$ , essas órbitas são chamadas ISCO (*Innermost Stable Circular Orbits*) e representam a órbita circular estável mais interna que pode existir ao redor do buraco negro. Essas órbitas ISCO possuem papel fundamental quando, por exemplo, estudamos discos de acreção em torno de um objeto compacto (estrelas de nêutrons ou buracos negros), especialmente porque elas podem ser explicações para as chamadas oscilações quase-periódicas em quilohertz (kHz QPOs), uma vez que em alguns modelos, como o *sonic point-model* (MILLER; LAMB; PSALTIS, 1998), a ISCO estabelece a frequência da QPO de mais alta frequência em quilohertz.



## 7. ASTROFÍSICA DE BURACOS NEGROS

Uma vez estudadas algumas propriedades da métrica de Kerr e de buracos negros rotantes, falta-nos estudar como estes buracos negros estão inseridos dentro do estudo da astrofísica. Sabemos a existência da Hipótese de Kerr, que afirma que todos os buracos negros astrofísicos são descritos pela métrica de Kerr, mas, como são esses buracos negros? Quais são suas massas? Quais são seus *spins*? Trataremos disso neste capítulo.

### 7.1 Massa de um buraco negro de massa estelar

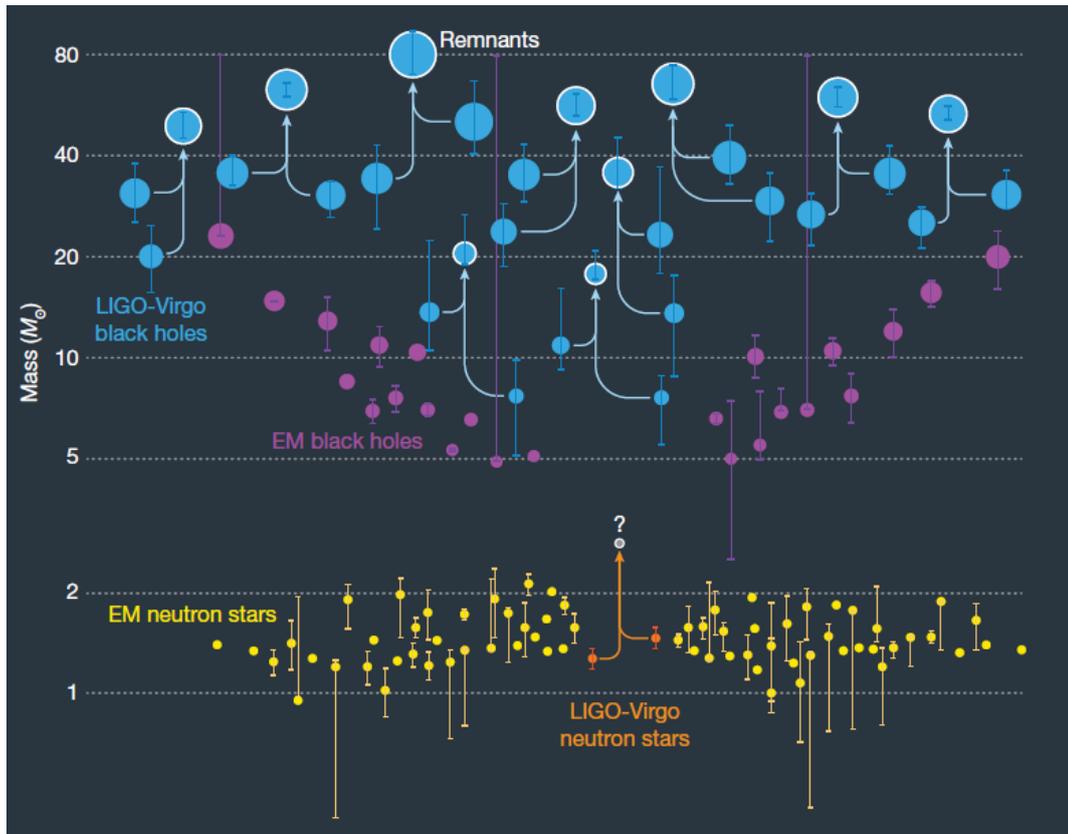
Há duas maneiras de determinar se um objeto compacto de massa estelar é, de fato, um buraco negro. A primeira delas é determinar, de forma confiável, a sua massa. Se ela for maior do que  $3,2 M_{\odot}$ , a massa máxima<sup>2</sup> que se acredita ser possível para uma estrela de nêutrons (RHOADES; RUFFINI, 1975; CHAMEL et al., 2013), então, esse objeto será um buraco negro. Medidas desse tipo já são feitas há vários anos, por exemplo, através de raios-X de sistemas binários (CASARES; JONKER, 2014). Um outro modo de determinar se um objeto compacto de massa estelar é um buraco negro é analisar a fusão de sistemas binários a partir de ondas gravitacionais e observar se existe contraparte eletromagnética. Caso não haja, então, sabemos se trata de fusão de buracos negros e que o objeto resultante é, por consequência, um buraco negro.

A Figura 6 mostra as massas detectadas até 2019 de estrelas de nêutrons e buracos negros. A partir dela, percebemos que os buracos negros astrofísicos encontrados possuem entre  $3 - 80 M_{\odot}$ , mas, podem possuir ainda mais massa.

---

<sup>2</sup> Atualmente, discute-se se esse limite de Rhoades-Ruffini é absoluto.

**Figura 6** – Massa de estrelas de nêutrons e buracos negros inferidas através de ondas gravitacionais e ondas eletromagnéticas.



FONTE: MILLER; YUNES, 2019

## 7.2 Massa de um buraco negro supermassivo

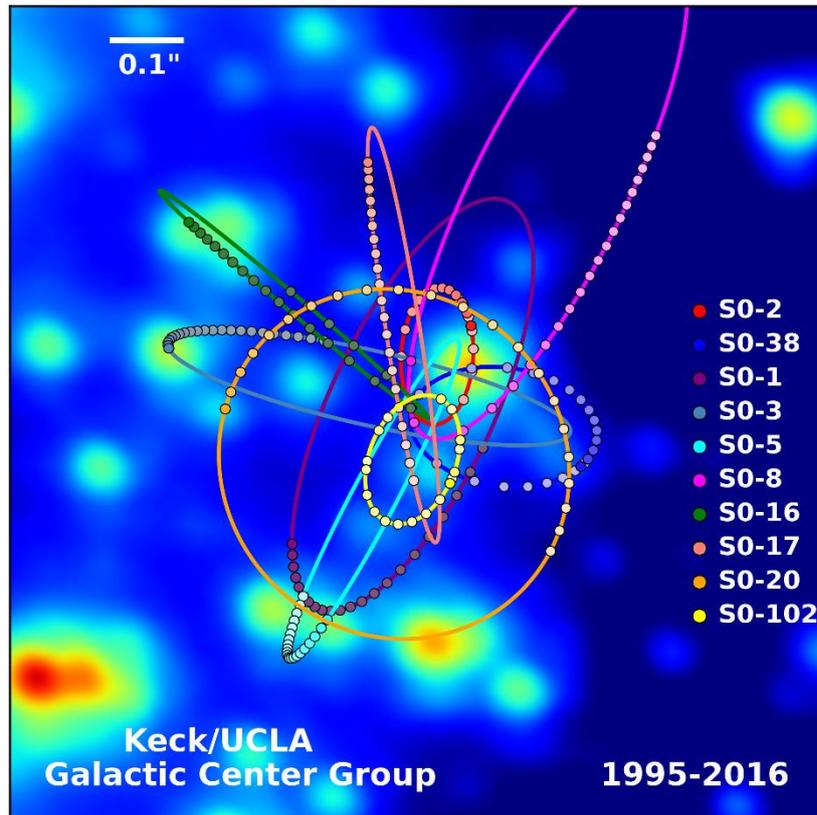
Acredita-se que buracos negros supermassivos existam no centro de cada galáxia (KORMENDY; RICHSTONE, 1995; KORMENDY; HO, 2013). Algumas dessas galáxias possuem uma região, em seu centro, com uma luminosidade muito alta em grande parte do espectro eletromagnético, com características de que essa luminosidade não pode ser produzida por estrelas. Essa região luminosa no centro desse tipo de galáxia é chamada de *Active Galactic Nucleus* (AGN) e uma galáxia que possui um AGN em seu centro é chamada de galáxia ativa. Não existe uma característica única de galáxias ativas. Ao invés disso, existem diversas características que, quando observadas em uma galáxia, podem ser utilizadas para classificá-la como uma galáxia ativa, tais como, emissão contínua de raios-X, linhas de emissão de raios-X, emissão contínua de rádio, amplas linhas de emissão ópticas, emissão nuclear infravermelha, entre outras. Essas características dependem de



algumas propriedades dos AGNs como, por exemplo, presença (ou não) de jatos, massa do buraco negro central, taxa de acreção de gás no buraco negro, orientação do disco de acreção e o grau de extinção do núcleo (devido a poeira e matéria entre o núcleo e o observador). Uma vez estabelecidas tais características, os AGNs são classificados (KEPLER; SARAIVA, 2017) entre quasares (objetos estáveis mais luminosos do universo), blazares, galáxias Seyfert, radiogaláxias e LINERs (*Low-ionization nuclear emission-line regions*) e argumenta-se que sua luminosidade alta advém do disco de acreção ao redor de um buraco negro supermassivo (LYNDEN-BELL, 1969).

Massas de buracos negros supermassivos também podem ser determinadas através de uma análise a partir do espectro eletromagnético (emitido pelo disco de acreção que circunda o buraco negro) e uma análise através de ondas gravitacionais. Entretanto, o equipamento necessário para detectar buracos negros deste porte através de ondas gravitacionais ainda não foi construído. Assim, estimativas de massas de buracos negros supermassivo atuais só existem através de uma análise eletromagnética. Um exemplo é o buraco negro que habita o centro da Via Láctea, Sagittarius A\*, cuja massa de  $(4,26 \pm 0,14) \times 10^6 M_{\odot}$  (CHATZOPOULOS *et al.*, 2015) é bem definida através de análise de órbitas estelares individuais ao redor do buraco negro, como as mostradas na figura 7, e da dinâmica de aglomerados de estrelas globulares. A figura 7 mostra órbitas de estrelas no centro de nossa galáxia, e esse trabalho foi realizado pelo *UCLA Galactic Center Group*, observando como cada uma das estrelas da imagem se move no céu desde 1998. Baseado em medidas astrométricas e medidas de velocidade radial, é possível restringir o valor de massa do buraco negro no centro da galáxia, bem como sua distância (GHEZ *et al.*, 2008).

Figura 7 – Estrelas orbitando Sagittarius A\*.



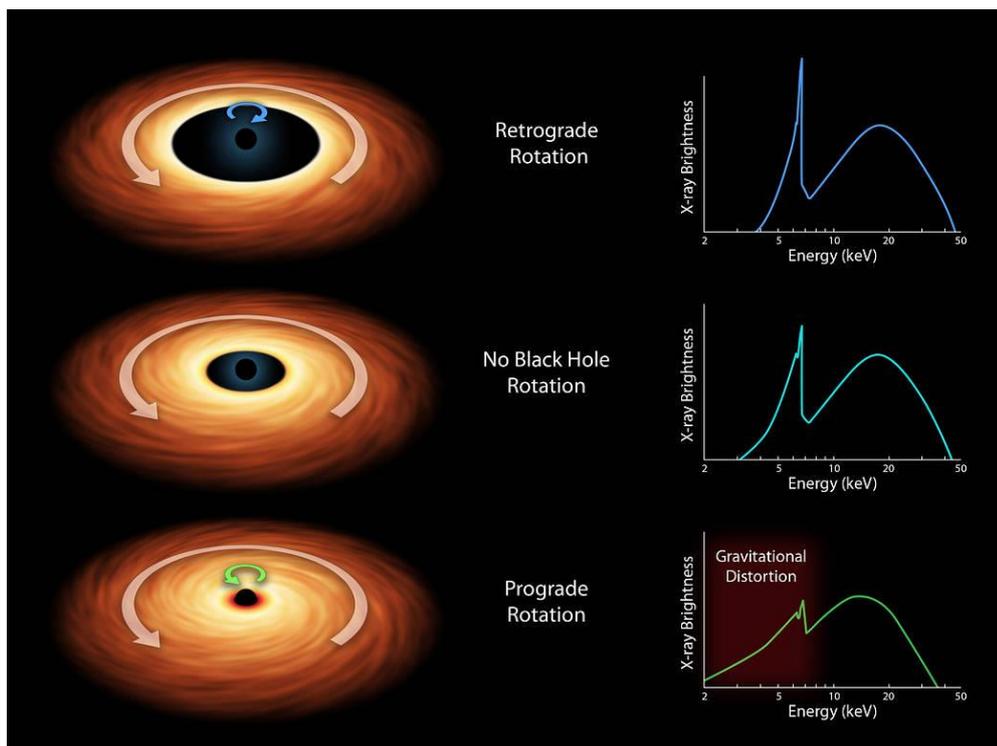
Fonte: Keck/UCLA Galactic Center Group

### 7.3 Spin de um buraco negro de massa estelar

Existem dois métodos possíveis para determinar o *spin*  $a$  de um buraco negro através de análise eletromagnética. O primeiro é a partir de discos de acreção ao redor de um buraco negro. A borda interna do disco acontece na ISCO, então, ajustando o espectro contínuo do disco ao modelo de disco fino (BARDEEN; PRESS; TEUKOLSKY, 1973), podemos ter uma estimativa do valor de  $a$ . O segundo método consiste em determinar o *spin* através de espectroscopia de raios-X emitidos pelo disco de acreção (REYNOLDS, 2013). Fora da ISCO, existem íons de metal combinados e, portanto, a superfície irradiada emite um espectro complexo que depende da emissão atômica de cada metal. Este é espectro de reflexão de raios-X e a característica mais proeminente, nesse espectro, é a chamada linha de emissão  $F_e - K_{alpha}$ . O efeito doppler e o *redshift* gravitacional se tornam cada vez mais fortes quanto mais próximo do buraco negro estiver o raio do disco que está emitindo essa radiação. Como mostrado Figura 8, o pico de brilho se refere à radiação emitida pela

linha de emissão  $K_{\alpha}$ , logo, quanto menor, e mais para o vermelho, for o brilho sabemos que o disco está mais próximo do buraco negro. Por sua vez, se o brilho for maior, e mais azulado, sabemos que mais distante está do buraco negro. Como a distância do disco depende do *spin* do buraco negro, então, o valor do *spin* pode ser determinado.

**Figura 8** – Determinação do *spin* de um buraco negro através do brilho de raio-X de seu disco de acreção.



Fonte: NASA/JPL-Caltech

#### 7.4 *Spin* de um buraco negro supermassivo

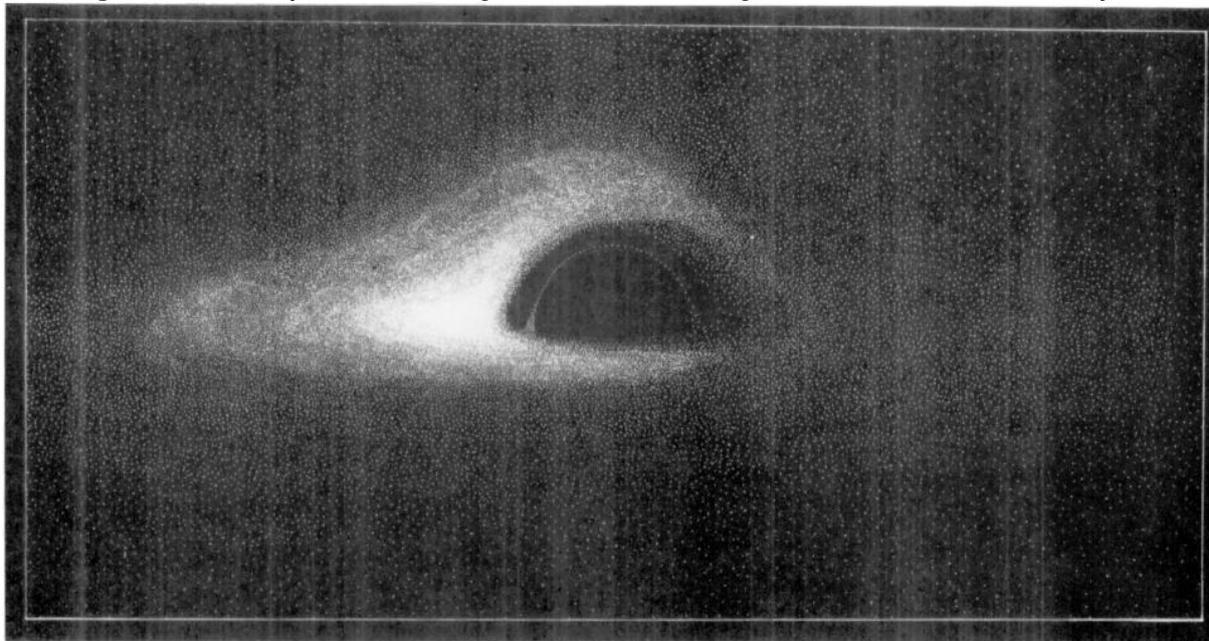
*Spins* de buracos negros supermassivos são obtidos através da espectroscopia de reflexão de raios-X citadas acima e dependem de um disco de acreção muito brilhante ao redor do buraco negro. Apesar do método ser o mesmo utilizado para buracos negros estelares é muito mais difícil ajustá-lo para buracos negros supermassivos, ao ponto de que ainda não é possível, através dele, definir de forma confiável se o Sagittarius A\* é descrito pela métrica de Schwarzschild ou Kerr.

## 7.5 Sombra de um buraco negro

Foi dito que o método de determinação de *spin* de buracos negros supermassivos obtidos através de reflexão de raios-X não nos afirma, de forma confiável, se Sagittarius A\*, por exemplo, seria descrito pela métrica de Kerr ou de Schwarzschild. Entretanto, também foi dito que, pela hipótese de Kerr, os buracos negros astrofísicos devem ser descritos pela métrica de Kerr.

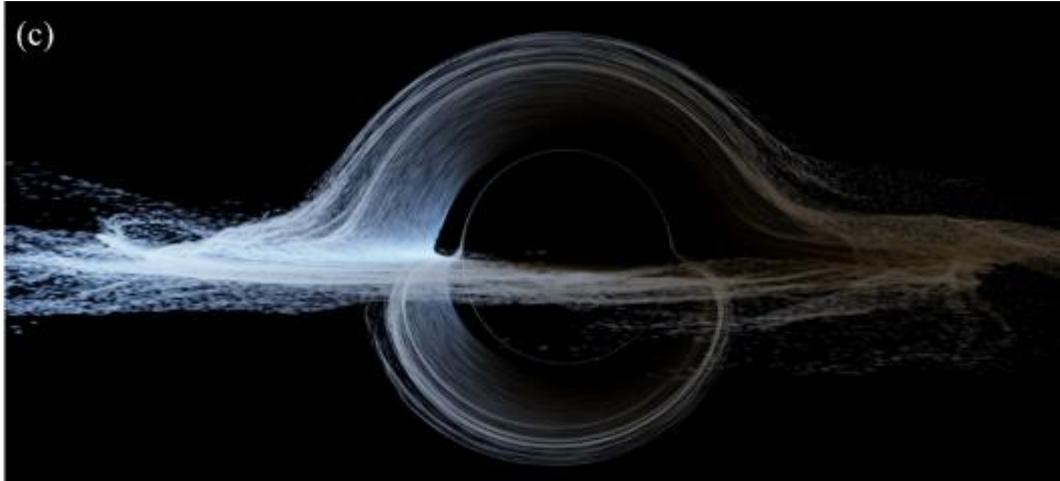
A análise da chamada sombra do buraco negro, i. e., a aparência do disco de acreção que circunda um buraco negro, pode fornecer informações sobre ele e pode nos informar se este é descrito pela métrica de Kerr ou Schwarzschild. Isso porque o disco de acreção ao redor de um buraco negro de Schwarzschild é esfericamente simétrico e, portanto, sua aparência também deve ser simétrica. O contrário acontece em um buraco negro de Kerr uma vez que, devido ao seu *spin*, o disco de acreção possui uma aparência assimétrica (LUMINET, 1979), o que é evidenciado na figura 9 e figura 10:

**Figura 9** – Simulação de uma imagem de um buraco negro de Kerr com disco de acreção fino.



Fonte: LUMINET, 1979

**Figura 10** – Disco de acreção realista de um buraco negro de Kerr. Imagem criada, computacionalmente, pela colaboração *Double Negative Visual Effects*.

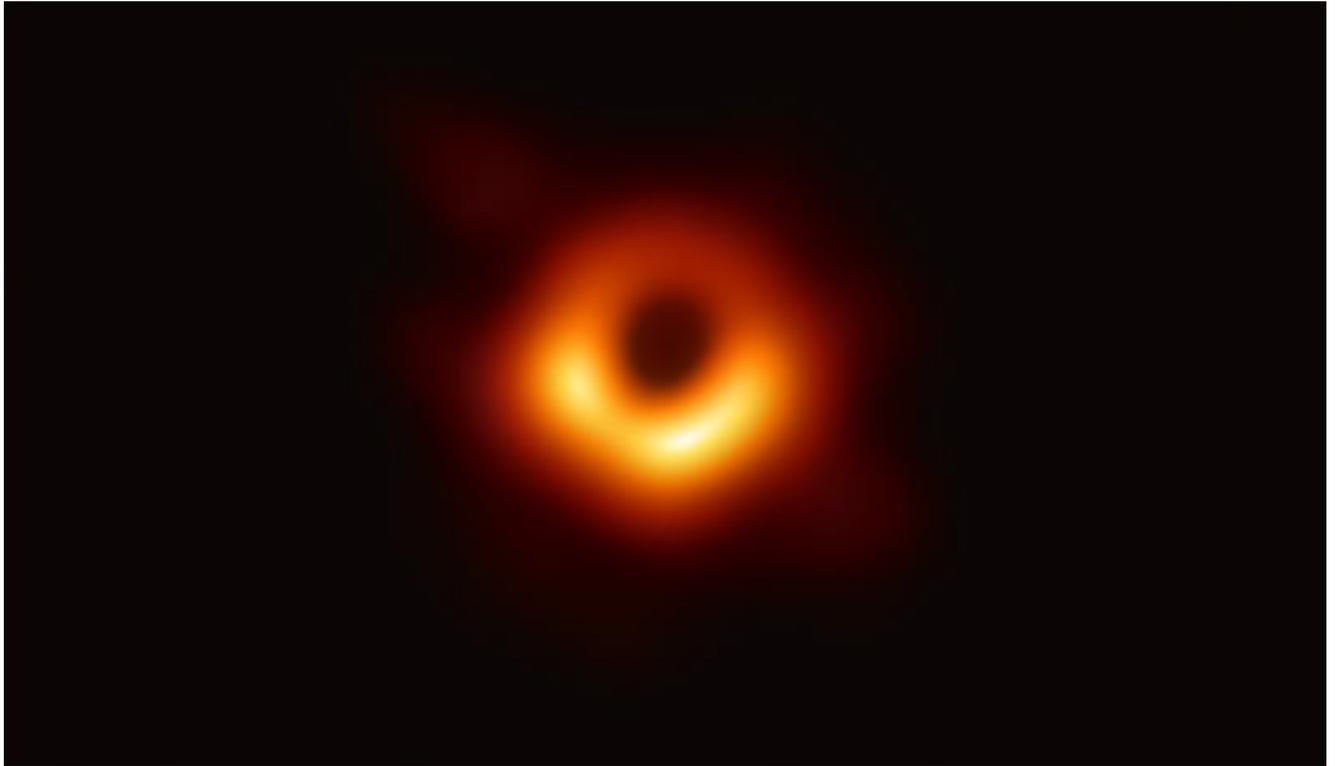


Fonte: JAMES *et al*, 2015

Notamos, na figura 9 e na figura 10, que uma parte ao redor do buraco negro de Kerr é mais brilhante do que a outra, o que não aconteceria em um buraco negro de Schwarzschild. Interessante notar que a figura 9 foi obtida através de uma simulação com pouco poder computacional, em 1979, mas, mesmo assim, é extremamente semelhante à figura 10, que foi criada, para servir como base a uma imagem utilizada no filme *Interstellar* (JAMES *et al*, 2015), a partir de cálculos mais recentes e gerada por um poder de processamento computacional, e gráfico, extremamente superior do que aquele utilizado por Luminet para gerar sua imagem.

Um indício de que os buracos negros supermassivos são descritos por Kerr, e não por Schwarzschild, foi obtido através de uma imagem conseguida pelo *Event Horizon Telescope* (EHT), em 2019, da sombra do buraco negro supermassivo no centro da galáxia M87 (EVENT HORIZON TELESCOPE, 2019). A imagem, mostrada na figura 11, mostra uma semelhança com a figura 9, e figura 10, principalmente no que tange à assimetria do brilho do disco de acreção. Ela foi alcançada através do processamento de dados obtidos por diversos radiotelescópios que compõem ao projeto EHT, as muitas antenas de rádio independentes (que existem em cada um desses radiotelescópios espalhados pelo mundo) podem ser usadas para, em conjunto, simular telescópio virtual com o diâmetro do planeta Terra.

**Figura 11** – Imagem do buraco negro supermassivo no centro da galáxia M87.



Fonte: EVENT HORIZON TELESCOPE, 2019



## 8. ONDAS GRAVITACIONAIS

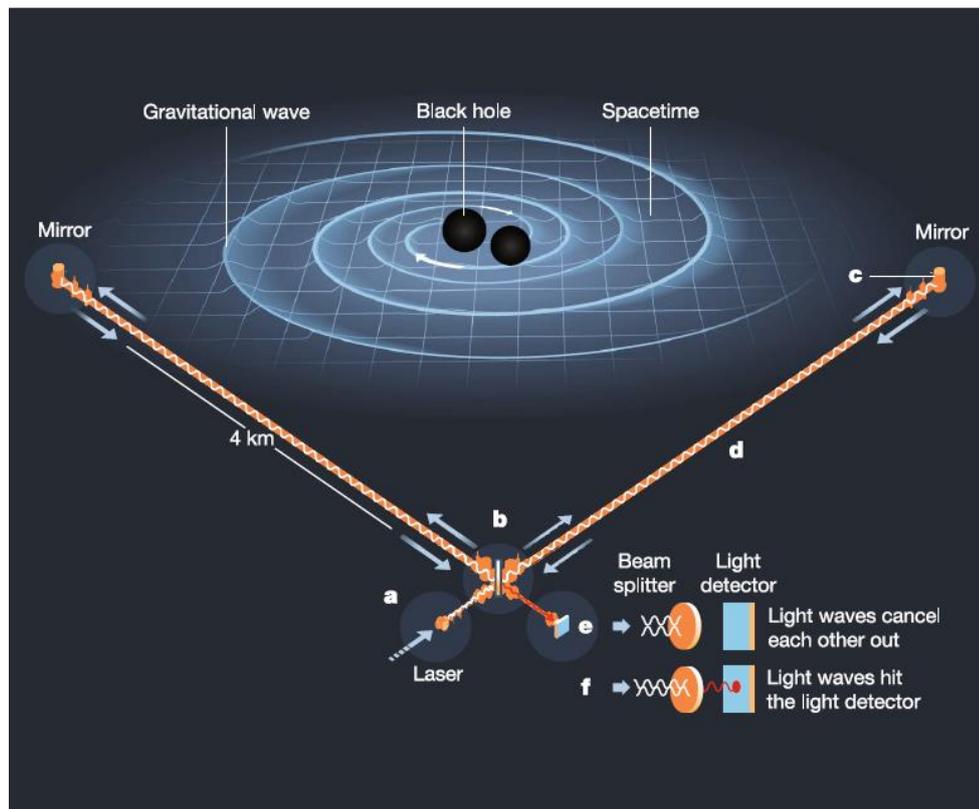
Ondas gravitacionais são oscilações no espaço-tempo que se propagam em forma de onda, com velocidade da luz,  $c$ , transportando energia como radiação gravitacional. Foram previstas por Albert Einstein, em 1916 (EINSTEIN, 1916), na sua Teoria da Relatividade Geral e detectadas pela primeira vez, de forma direta, em 2015 (LIGO & VIRGO, 2016) pelos interferômetros LIGO (*Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory*) e VIRGO. Sua detecção, cuja melhor explicação dada pela teoria da relatividade geral é uma fusão entre dois buracos negros, foi muito importante para física dos buracos negros, justamente porque deram a certeza de que buracos negros existem. Isso porque não houve uma contraparte eletromagnética na detecção de ondas gravitacionais, o que sugere que os objetos, envolvidos na fusão que gerou as ondas gravitacionais, não emitem ondas eletromagnéticas, sendo, portanto, buracos negros.

### 8.1 Detecção de Ondas Gravitacionais – Como detectar

As detecções de ondas gravitacionais obtidas até o momento basearam-se em interferometria a *laser*. O LIGO, por exemplo, esquematizado na figura 11, é um extenso interferômetro, com dois braços de 4km de comprimento, dispostos a  $90^\circ$  um do outro, e espelhos suspensos na extremidade de cada braço. A ideia de um interferômetro a *laser* consiste em emitir um feixe de *laser*, na direção do braço 1, que será parcialmente refletido, por um semi-espelho colocado a  $45^\circ$  em relação aos braços, em um ângulo de  $90^\circ$  (seguindo até a o espelho na extremidade do braço 2) e parcialmente refratado (seguindo o caminho até o espelho na extremidade do braço 1). Uma vez que esses feixes de luz atingem os espelhos, eles retornam até o semi-espelho e, dessa vez, o feixe advindo do braço 2 é refratado (seguindo em direção a um anteparo) e o feixe advindo do braço 1 é refletido num ângulo de  $90^\circ$  (seguindo, também, para o mesmo anteparo). Isso tudo é feito de tal forma que, quando os dois feixes atingem o anteparo, eles estejam, completamente, fora de fase e, portanto, devido à interferência destrutiva, nenhuma luz é detectada no anteparo. Quando uma onda gravitacional passa através desse interferômetro, ela estica e espreme um dos

braços, de modo a modificar a interferência dos dois feixes de luz e de modo que seja detectada alguma luz no anteparo. Assim, quando se detecta luz no anteparo, sabe-se que uma onda gravitacional passou por ali.

Figura 12 – Funcionamento de um interferômetro a laser.



Fonte: MILLER; YUNES, 2019

## 8.2 Detecção de Ondas Gravitacionais – O que se detecta?

Devido às limitações de sensibilidade do LIGO e do VIRGO, as fontes de ondas gravitacionais mais factíveis de serem detectadas são aquelas advindas de fusões de binários de objetos compactos (CUTLER; FLANAGAN, 1994), a saber, binários de buracos negros, binários de estrelas de nêutrons e binários com um buraco negro e uma estrela de nêutron. As ondas gravitacionais são emitidas durante toda a evolução do binário e, seus sinais, são divididos em três partes, tal como mostradas na figura 12:

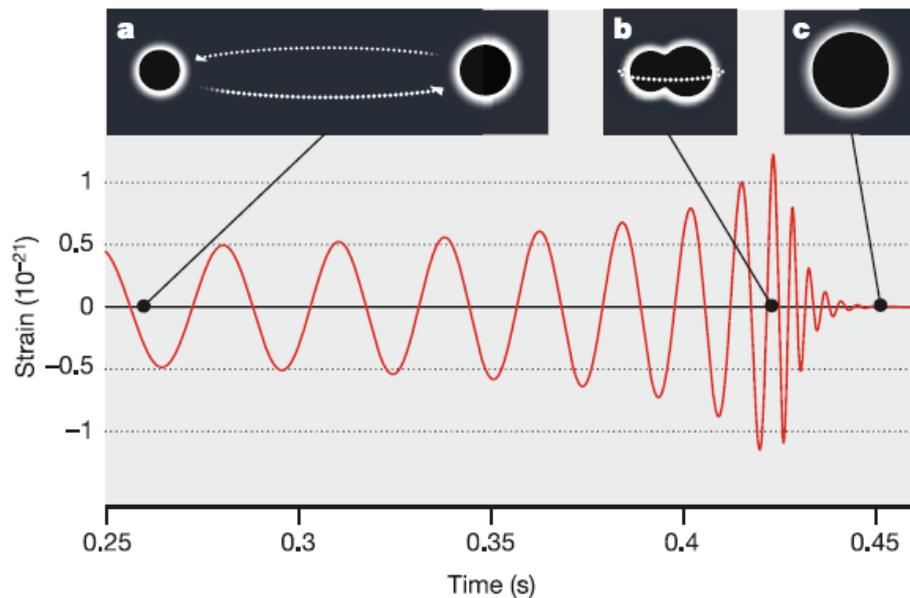


- i) *Inspiral*: emitidas durante a fase em que um objeto está orbitando o outro e vice-versa, as ondas gravitacionais emitidas durante essa fase possuem uma característica de senóide e, quanto mais os objetos se aproximam (e, conseqüentemente, mais rápido orbitam um ao outro), maior a frequência e amplitude do sinal. Para analisar essa fase, podemos utilizar a aproximação pós-Newtoniana em ordens baixas, onde a evolução dessa forma da onda, nessa fase, depende somente da chamada *chirp mass* (CUTLER; FLANAGAN, 1994):

$$\mathcal{M} = \frac{(M_1 M_2)^{3/5}}{(M_1 + M_2)^{1/5}} \quad (20)$$

- ii) *Merger*: esse é o momento da fusão dos dois objetos, onde temos o pico do sinal, i.e., o sinal com maior amplitude;
- iii) *Ringdown*: essa fase se refere ao buraco negro remanescente da fusão. De acordo com a Teoria da Relatividade Geral, o buraco negro remanescente da fusão é do tipo Kerr perturbado e ele relaxa, emitindo ondas gravitacionais, até se tornar estacionário. O sinal dessa fase é descrito, matematicamente, por uma soma de senos amortecidos cujas frequências e tempos de decaimento são determinados, de acordo com os teoremas *no-hair*, especificamente pela massa e pelo *spin* do buraco negro remanescente. Esses conjuntos de frequências e tempos de decaimento caracterizam os Modos Quase-Normais (QNM) e a descrição precisa de tais modos servem como um laboratório para se testar os teoremas *no-hair* e a Teoria da Relatividade Geral (DREYER; et al, 2004).

**Figura 13** – Sinal das gravitacionais emitidas durante toda a evolução do binário de objetos compactos.

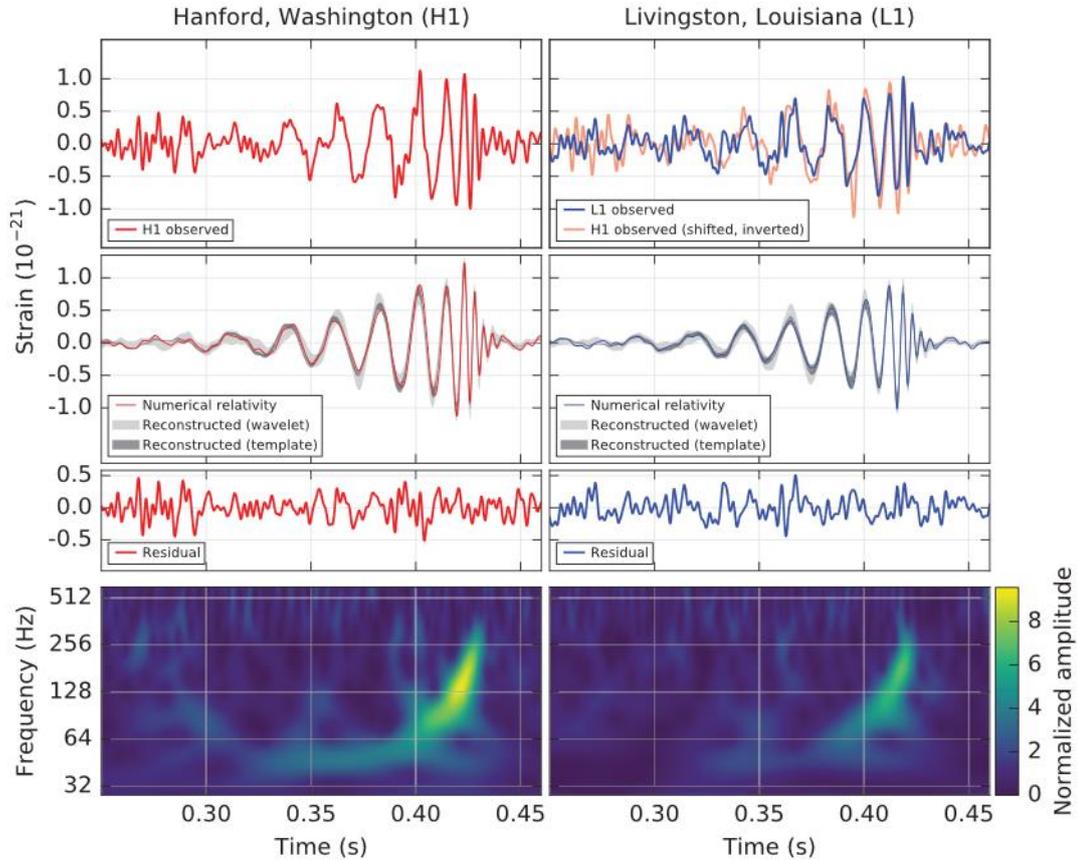


Fonte: MILLER; YUNES, 2019

### 8.3 GW150914 – A primeira detecção

A primeira detecção anunciada pela colaboração LIGO/VIRGO foi chamada de GW150914 (de **G**ravitational-**W**ave e data de observação **14-09-2015**) e o sinal obtido está mostrado na figura 13. Ajustando o sinal recebido pelos dois detectores disponíveis, foi possível perceber que o sinal se tratava, com confiança, de uma detecção de ondas gravitacionais. A forma da onda obtida para as regiões do *inspiral*, e do *merger*, está de acordo com as previsões da Relatividade Geral para um binário de buracos negros com massas de, aproximadamente,  $36 M_{\odot}$  e  $29 M_{\odot}$  e a forma de onda do *ringdown* está de acordo com aquela prevista para um único buraco negro de, aproximadamente,  $62 M_{\odot}$  (LIGO & VIRGO, 2016).

Figura 14 – Evento GW150914 detectado pelo LIGO Hanford (H1) e Livingston (L1).



Fonte: LIGO & VIRGO, 2016

As colaborações LIGO & VIRGO realizaram testes de relatividade geral a partir desse primeiro evento GW150914 e chegaram à conclusão que, dentro das suas incertezas estatísticas, não foram encontradas violações à Teoria da Relatividade Geral (LIGO & VIRGO, 2016). Os testes foram realizados analisando os sinais de baixa frequência (anterior ao *merger*), e de alta frequência (posterior ao *merger*), e comparando-os com as soluções obtidas, através da Relatividade Geral, para um binário de buracos negros.



## 9. A MÉTRICA DE KERR-NEWMAN

É possível estender a solução de Kerr adicionando carga elétrica ao buraco negro com momento angular. A solução desse tipo mais geral de buraco negro foi encontrada por Ezra T. Newman (NEWMAN et al., 1965) e ficou conhecida como a métrica de Kerr-Newman. Em coordenadas de Boyer-Lindquist a métrica de Kerr-Newman é escrita como:

$$ds^2 = -\frac{\Sigma^2}{\Delta} dr^2 - \Sigma^2 d\theta^2 + \frac{\Delta}{\Sigma^2} (dt - a \sin^2 \theta d\phi)^2 - \frac{\sin^2 \theta}{\Sigma^2} [(r^2 + a^2) d\phi - a dt]^2 \quad (21)$$

Onde:

$$\Delta = r^2 - r_s r + a^2 + r_Q^2 \quad (22)$$

$$r_Q^2 = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \quad (23)$$

O estudo detalhado dessa métrica, tal como foi feito com a métrica Kerr, é perfeitamente possível, mas não será feito nesse trabalho porque a métrica de Kerr-Newman não possui a relevância astrofísica que a métrica Kerr possui. Isso porque acredita-se que os objetos astronômicos observáveis não possuem carga elétrica relevante e, portanto, espera-se que a métrica de Kerr retrate melhor o cenário astrofísico.



## 10. CONCLUSÃO

A métrica de Kerr ainda é objeto de estudo até hoje e pode-se realizar ainda uma revisão mais aprofundada, principalmente matematicamente, do que a exposta aqui. Buscamos, nesse trabalho, precisar a importância que essa métrica possui para a Teoria da Relatividade Geral e evidenciar suas principais características de forma fenomenológica e acessível.

Para isso, percorremos um caminho partindo das equações de Einstein e mostramos que a pequena mudança entre as métricas de Schwarzschild e Kerr, a saber, a rotação, possui grande impacto no espaço-tempo ao redor desses buracos negros e, também, na própria física dos buracos negros, de modo que a métrica de Kerr se mostra muito mais rica e nos fornece muito mais informações astrofísicas relevantes do que a métrica de Schwarzschild.

Não sem motivo acredita-se, pela Hipótese de Kerr, que a métrica de Kerr seja a única a descrever todos os buracos negros astrofísicos e espera-se que com os dados obtidos, através de ondas gravitacionais, a partir de fusões de binários que contenham, no mínimo, um buraco negro, nós possamos testar esta hipótese e ratificar ainda mais a importância desta métrica, ou então, mostrar que ela não descreve tão bem assim os buracos negros astrofísicos e, nesse caso, mostrar que devemos buscar outra solução para como descrevê-los, o que pode levar a necessidade de mudarmos, ou substituírmos, a Teoria da Relatividade Geral.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAMBI, Cosimo. **Testing the Kerr black holes hypothesis**. Modern Physics Letters A, vol. 26, n. 33, p. 2453-2468, 2011.

BARDEEN, James M.; CARTER, Brandon; HAWKING, Stephen W. **The four laws of black hole mechanics**. Communications in Mathematical Physics, vol. 31, p. 161–170, 1973.

BEKENSTEIN, Jacob D. **Black holes and entropy**. Physical Review D, vol. 7, p. 2333–2346, 1973.

BARDEEN, James M.; PRESS, William H.; TAUKOLSKY, Saul A. **Rotating black holes**: locally nonrotating frames, energy extraction, and scalar synchrotron radiation. The Astrophysical Journal, vol. 178, p. 347-370, 1972.

BEGELMAN, Mitchell C.; REES, Martin J. **Gravity's fatal attraction**: black holes in the universe. Cambridge: Cambridge University Press, 2010.

CARROLL, Sean M. **Spacetime and geometry**: an introduction to general relativity. Harlow: Pearson, 2013.

CARTER, Brandon. **Axisymmetric black hole has only two degrees of freedom**. Physical Review Letters, vol. 26, p. 331–333, 1971.

CASARES, Jorge; JONKER, Peter G. **Mass measurements of stellar and intermediate-mass black holes**. Space Science Reviews, vol. 183, p. 223–252, 2014.

CHAMEL, Nicolas; et al. **On the maximum mass of neutron stars**. International Journal of Modern Physics E, vol. 22, n. 7, p. 1330018, 2013.

CHATZOPOULOS, Sotiris; et al. **The old nuclear star cluster in the Milky Way**: dynamics, mass, statistical parallax, and black hole mass. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, vol. 447, p. 948-968, 2015.



CROMB, Marion; et al. **Amplification of waves from a rotating body.** Nature Physics, doi: 10.1038/s41567-020-0944-3, 2020.

CUTLER, Curt; FLANAGAN, Éanna E. **Gravitational waves from merging compact binaries:** how accurately can one extract the binary's parameters from the inspiral waveform?. Physical Review D, vol. 49, n. 6, p. 2658–2697, 1994.

DREYER, Olaf; et al. **Black Hole Spectroscopy:** testing general relativity through gravitational wave observations. Classical and Quantum Gravity, vol. 21, n. 4, p. 787-803, 2004.

EINSTEIN, Albert. **Näherungsweise integration der feldgleichungen der gravitation.** Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften Berlin, p. 688–696, 1916.

EVENT HORIZON TELESCOPE, The. **First M87 Event Horizon Telescope results. I. the shadow of the supermassive black hole.** The Astrophysical Journal, vol. 875, n. 1, p. 1-17, 2019.

GHEZ, Andrea M.; et al. **Measuring distance and properties of the Milk Way's central supermassive black hole with stellar orbits.** The Astrophysical Journal, Volume 689, n. 2, pp. 1044-1062, 2008.

HANKE, Markus. **The Kerr Spacetime.** Markus Hanke, July 1, 2016. Disponível em <<https://www.markushanke.net/the-kerr-spacetime/>> Acesso 07 de Agosto de 2020.

HAWKING, Stephen W. **Gravitational radiation from colliding black holes.** Physical Review Letters, vol. 26, p. 1344–1346, 1971.

HAWKING, Stephen W. **Black holes in general relativity.** Communications in Mathematical Physics, vol. 25, p. 152–166, 1972.

HAWKING, Stephen W. **Black hole explosions?.** Nature, vol. 24, p. 830–831, 1974.

HAWKING, Stephen W.; ELLIS, George F. R. **The large scale structure of space-time.** Cambridge: Cambridge University Press, 1974.



HAWKING, Stephen W. **Particle creation by black holes**. Communications in Mathematical Physics, vol. 43, p. 199–220, 1975.

INVERNO, Ray d'. **Introducing Einstein's Relativity**. Oxford: Clarendon Press, 2006.

ISRAEL, Werner. **Event horizons in static vacuum spacetimes**. Physical Review, vol. 164, p. 1776–1779, 1967.

ISRAEL, Werner. **Third law of black-hole dynamics**: A formulation and proof. Physical Review Letters, vol. 57, p. 397-399, 1986.

KEPLER, Souza O.; SARAIVA, Maria F. O. **Astronomia e Astrofísica**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

KORMENDY, John; RICHSTONE, Douglas. **Inward bound—the search for supermassive black holes in galactic nuclei**. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, vol. 33, p. 581-624, 1995.

KORMENDY, John; HO, Luis. **Coevolution (or not) of supermassive black holes and host galaxies**. Annual Review of Astronomy and Astrophysics, vol. 51, n. 1, p. 511–653, 2013.

LIGO Scientific Collaboration & Virgo Collaboration. **Observation of gravitational waves from a binary black hole merger**. Physical Review Letters, vol. 116, p. 061102, 2016.

LIGO Scientific Collaboration & Virgo Collaboration. **Tests of General Relativity with GW150914**. Physical Review Letters, vol. 116, p. 221101, 2016.

LUMINET, Jean-Pierre. **Image of a spherical black hole with thin accretion disk**. Astronomy and Astrophysics, vol. 75, p. 225-235, 1979.

LYNDEN-BELL, Donald. **Galactic nuclei as collapsed old quasars**. Nature, vol. 223, p. 690–694, 1969.



MILLER, M. Coleman; LAMB, Frederick K.; PSALTIS, Dimitrios. **Sonic-point model of kilohertz quasi-periodic brightness oscillations in low-mass x-ray binaries.** The Astrophysical Journal, vol. 508, n. 2, p. 791–830, 1998.

MILLER, M. C.; YUNES, Nicolás. **The new frontier of gravitational waves.** Nature, vol. 568, p. 469–476, 2019.

NEWMAN, Ezra T.; et. al. **Metric of a rotating, charged mass.** Journal of Mathematical Physics, vol. 6, p. 918–919, 1965.

OLIVER, James; et al. **Gravitational lensing by spinning black holes in astrophysics, and in the movie *Interstellar*.** Classical and Quantum Gravity, vol. 32, p. 065001, 2015.

PENROSE, Roger. **Gravitational collapse:** The role of general relativity. Rivista del Nuovo Cimento, vol. 1, p. 252–276, 1969.

PENROSE, Roger; FLOYD, R. M. **Extraction of rotational energy from a black hole.** Nature Physical Science, vol. 229, p. 177–179, 1971.

REYNOLDS, Christopher S. **Measuring black hole spin using X-ray reflection spectroscopy.** Space Science Reviews, vol. 183, p. 277-294, 2013.

REZZOLLA, Luciano; ZANOTTI, Olindo. **Relativistic hydrodynamics.** 1<sup>a</sup>. ed. Oxford: Oxford University Express, 2013.

RHOADES, Clifford E.; RUFFINI, Remo. **Maximum mass of a neutron star.** Physical Review Letters, vol. 32, p. 324-327, 1974.

ROBINSON, David C. **Uniqueness of the Kerr black hole.** Physical Review Letters, vol. 34, p. 905–906, 1975.

SCHROEDER, Daniel V. **Introduction to Termal Physics.** Massachusetts: Addison-Wesley, 2000.

TEUKOLSKY, Saul A. **The Kerr Metric.** Classical and Quantum Gravity, vol. 32, n. 12, p. 124006, 2015.



WALD, Robert M. **General Relativity**. University of Chicago Press, 1984.

WILTSHIRE, David L.; VISSER, Matt; SCOTT, Susan. **The Kerr spacetime: rotating black holes in general relativity**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2009.

ZELDOVICH, Yakov B. **Generation of waves by a rotating body**. Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, vol. 14, p. 180–181, 1971.