

УДК 631.363

## ПРОВЕРКА ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ АНАЛИЗА МЕХАНИЗМОВ НАВЕСКИ УНИВЕРСАЛЬНОГО ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СРЕДСТВА И ТРАКТОРА ОБЩЕГО НАЗНАЧЕНИЯ

**В. П. БОЙКОВ***Белорусский национальный технический университет,  
г. Минск***В. Б. ПОПОВ***Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

*Представлено формализованное описание проверки функциональной математической модели процесса перевода в транспортное положение косилки-плющилки прицепной КПП-4,2, агрегируемой с универсальным энергетическим средством УЭС-2-280А и трактором общего назначения БЕЛАРУС 2022. Расчет выходных параметров механизмов навески УЭС-2-280А и БЕЛАРУС 2022 выполнен с помощью различных аналитических выражений. Идентичность сравниваемых результатов расчета выходных параметров механизмов навески УЭС-2-280А и БЕЛАРУС 2022 позволяет сделать вывод о правильности разработанной функциональной математической модели механизма навески, эффективной для мобильных энергетических средств.*

**Ключевые слова:** универсальное энергетическое средство, трактор общего назначения, механизм навески, координаты шарниров звеньев, передаточное число, реакция на штоке гидроцилиндра, полезная нагрузка.

## TESTING OF THE FUNCTIONAL MATHEMATICAL MODEL OF ANALYSIS OF MECHANISMS OF LINKAGE OF UNIVERSAL ENERGY TOOLS AND GENERAL PURPOSE TRACTOR

**V. P. BOYKOV***Belarusian National Technical University, Minsk***V. B. POPOV***Educational Institution "Sukhoi State Technical University  
of Gomel", the Republic of Belarus*

*The article presents a formalized description of the checking of the functional mathematical model of the process of transferring to transport position of pull-type mower conditioners PTMC-4,2, aggregated with universal power tool UPT-2-280A and general-purpose tractor BELARUS 2022. Calculation of the output parameters of linkage mechanisms UPT-2-280A and BELARUS 2022 is performed using various analytical expressions. The identity of the compared results of calculating the output parameters of the linkage mechanisms UPT-2-280A and BELARUS 2022 allows to make a conclusion about the correctness of the developed functional mathematical model of the linkage mechanism, effective for mobile power equipment.*

**Keywords:** universal power tool, general-purpose tractor, linkage mechanism, link hinge coordinates, gear ratio, response on the hydraulic cylinder rod, payload.

**Введение**

Известно, что использование в режиме автоматизированного проектирования механизма навески (МН) универсального энергетического средства (УЭС) функциональной математической модели (ФММ) анализа, предназначенной для расчета его выходных параметров, существенно облегчает работу конструктора [1]. Применение дополнительного варианта формулы для расчета одного и того же выходного параметра МН позволяет, с одной стороны, проверить расчет выходных параметров МН [2], а с другой – убедиться в работоспособности исходной ФММ анализа.

Цель работы – проверка ФММ с помощью аналитических выражений, связывающих внутренние параметры МН с изменением его выходных параметров.

**Основная часть**

Плоский аналог МН из его 3D модели получают проецированием характерных точек механизма (центров шарниров) на его продольную плоскость симметрии (рис. 1, а). Формальное сведение пространственного МН к плоскому аналогу обосновано в том случае, если технически обеспечивается движение всех их подвижных шарниров в параллельных плоскостях.

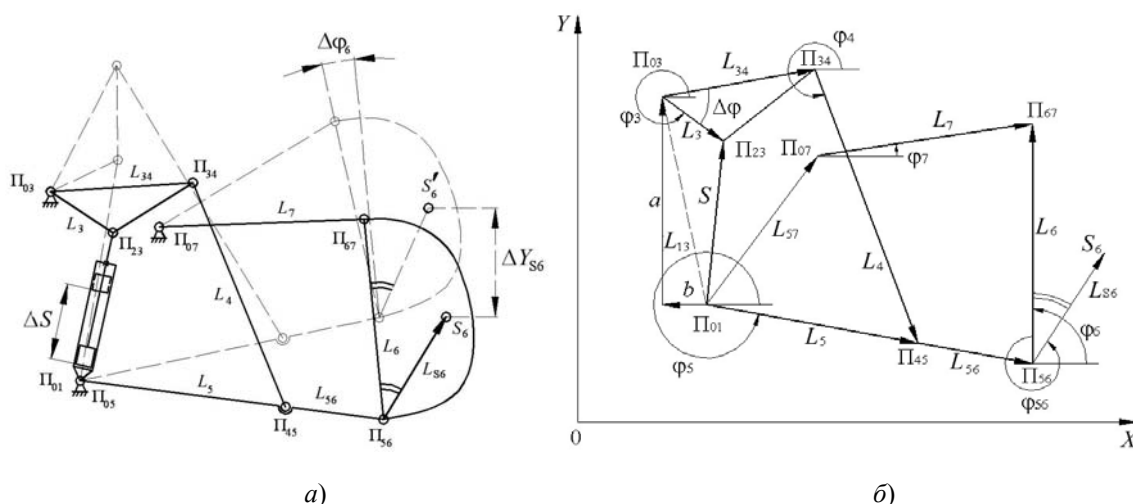


Рис. 1. Кинематическая цепь, состоящая из плоского аналога механизма навески УЭС-2-280А «Полесье» и аналога навесной машины ПКК-3000 – L<sub>6</sub> (а); векторная интерпретация кинематической цепи (б)

Анализ МН большинства мобильных энергоносителей показывает, что на плоскости все многообразие их реализаций представляет собой комбинацию, состоящую из двух базовых структур: четырехзвенного механизма с качающимся гидроцилиндром и группы Ассур 2-го класса, 2-го порядка, 1-го вида [3]. Дальнейшему анализу предлагается самый распространенный в мобильных сельскохозяйственных машинах и структурно наиболее сложный вариант МН, состоящий из четырехзвенного механизма со средней поступательной парой, к которому последовательно присоединяются две вышеперечисленные группы Ассур. Такова структура МН УЭС «Полесье-2-280А», а также тракторов общего назначения «БЕЛАРУС» (рис. 1, а).

Геометрический анализ замкнутой кинематической цепи (рис. 1, б) выполняется по методу замкнутых векторных контуров [3]. В результате определяются углы, образуемые проекциями звеньев, координаты подвижных шарниров МН и характерных точек кинематической цепи. Проверка процедуры геометрического анализа заключается в правильности определения углов, образуемых звеньями МН и оценивается сравнением координат шарнира П<sub>67</sub>, рассчитываемых из центров неподвижных шарниров П<sub>07</sub> и П<sub>05</sub>.

Координаты центра шарнира  $\Pi_{67}$  могут определяться по выражениям:

$$\begin{cases} X_{67}(S) = X_{07} + L_7 \cdot \cos \varphi_7(S), \\ Y_{67}(S) = Y_{07} + L_7 \cdot \sin \varphi_7(S); \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} X'_{67}(S) = X_{05} + L_{56} \cdot \cos \varphi_5(S) + L_6 \cdot \cos \varphi_6(S), \\ Y'_{67}(S) = Y_{05} + L_{56} \cdot \sin \varphi_5(S) + L_6 \cdot \sin \varphi_6(S), \end{cases} \quad (2)$$

где  $X_{05}$ ,  $Y_{05}$ ,  $X_{05}Y_{05}$  – координаты неподвижных шарниров  $\Pi_{05}$ ,  $\Pi_{07}$  на раме УЭС;  $\varphi_5$ ,  $\varphi_6$ ,  $\varphi_7$  – углы, образуемые проекциями нижней ( $L_{56}$ ) и верхней ( $L_7$ ) тяг, а также высотой присоединительного треугольника ( $L_6$ ) в правой декартовой системе координат.

Аналитические выражения (1) и (2) представляют собой функции положения для рассматриваемого МН, необходимые для формирования процедур его кинематического и силового анализа.

Передаточное число МН [4], [5] представляет собой аналог вертикальной скорости центра тяжести навесной машины (ПКК-3000), зависящий от внутренних параметров МН и координаты центра тяжести навесной машины. Проверка процедуры кинематического анализа МН заключается в совпадении результатов расчета передаточных чисел МН по двум различным выражениям:

$$I_{S6} = \varphi'_3 \cdot U_{53} [L_{56} \cdot \cos \varphi_5 + U_{65} L_{S6} \cdot \cos(\varphi_6 + \varphi_{S6})]; \quad (3)$$

$$I'_{S6} = \varphi'_3 \cdot U_{63} [X_{S6} - X_P], \quad (4)$$

где  $\varphi'_3$  – аналог угловой скорости поворотного рычага ( $L_3$ );  $L_{S6}$  и  $\varphi_{S6}$  – характеристики вектора, проведенного от оси подвеса в центр тяжести ПКК-3000 (рис. 1, б);  $X_P$  – мгновенный центр вращения (МЦВ) выходного звена замкнутой кинематической цепи ( $L_6$ ).

Передаточные отношения  $U_{53}(S)$  и  $U_{65}(S)$  [3], связывающие между собой угловые скорости (или аналоги этих скоростей) звеньев  $L_{56}$  и  $L_3$ , а также  $L_{56}$  и  $L_6$ , определяются в результате последовательного кинематического анализа замкнутых контуров  $\Pi_{03}\Pi_{34}\Pi_{45}\Pi_{05}$  и  $\Pi_{07}\Pi_{67}\Pi_{56}\Pi_{05}$  (рис. 1, б):

$$U_{53}(S) = \frac{L_{34} \cdot \sin[\varphi_{34}(S) - \varphi_4(S)]}{L_5 \cdot \sin[\varphi_5(S) - \varphi_4(S)]}, \quad U_{65}(S) = \frac{L_{56} \cdot \sin[\varphi_5(S) - \varphi_7(S)]}{L_6 \cdot \sin[\varphi_7(S) - \varphi_6(S)]}. \quad (5)$$

Передаточное отношение  $U_{63}(S)$  связывает между собой угловые скорости (или аналоги этих скоростей) звеньев  $L_6$  и  $L_3$ :

$$U_{63}(S) = U_{53}(S) \cdot U_{65}(S). \quad (6)$$

Аналог угловой скорости поворотного рычага ( $L_3$ ) может быть определен по одному из двух выражений:

$$\varphi'_3(S) = \frac{2S}{\sqrt{4L_{13}^2 L_3^2 - [S^2 - (L_{13}^2 + L_3^2)]^2}}; \quad \varphi'_{31}(S) = \frac{1}{L_3 \cdot \sin[\varphi_{12}(S) - \varphi_3(S)]}, \quad (7)$$

где  $L_{13}$  – расстояние между центрами неподвижных шарниров  $\Pi_{01}$  и  $\Pi_{03}$ .

Кроме того, для данной структурной схемы МН справедливы следующие соотношения [3]:

$$\varphi'_5(S) = \varphi'_3(S) \cdot U_{53}(S); \quad \varphi'_6(S) = \varphi'_3(S) \cdot U_{63}(S), \quad (8)$$

где  $\varphi'_5(S)$  и  $\varphi'_6(S)$  – аналоги угловых скоростей звеньев  $L_{56}$  и  $L_6$ .

Для построения МЦВ навесной машины в системе координат, связанной с задним колесом мобильного энергетического средства (МЭС), проведем лучи через верхнюю ( $L_7$ ) и нижнюю ( $L_{56}$ ) тяги МН (рис. 2). Чтобы определить координаты МЦВ, используем уравнения прямых, проходящих через верхнюю и нижние тяги внешнего четырехзвенника МН:

$$\frac{(X_P - X_{07})}{(X_{67} - X_{07})} = \frac{(Y_P - Y_{07})}{(Y_{67} - Y_{07})}; \quad \frac{(X_P - X_{05})}{(X_{56} - X_{05})} = \frac{(Y_P - Y_{05})}{(Y_{567} - Y_{05})}.$$

Совместное решение этих уравнений однозначно определяет координаты МЦВ в зависимости от положения неподвижных и подвижных шарниров внешнего четырехзвенника  $\Pi_{07}\Pi_{67}\Pi_{56}\Pi_{05}$  МН:

$$X_P = \frac{(Y_{56}X_{05} - Y_{05}X_{56})(X_{07} - X_{67}) - (X_{05} - X_{56})(Y_{67}X_{07} - Y_{07}X_{67})}{(Y_{07} - X_{67})(X_{05} - X_{56}) - (X_{07} - X_{67})(Y_{05} - Y_{56})}; \quad (9)$$

$$Y_P = X_P \frac{Y_{56} - Y_{05}}{X_{56} - X_{05}} + \frac{Y_{05}X_{56} - X_{05}Y_{56}}{X_{56} - X_{05}}.$$

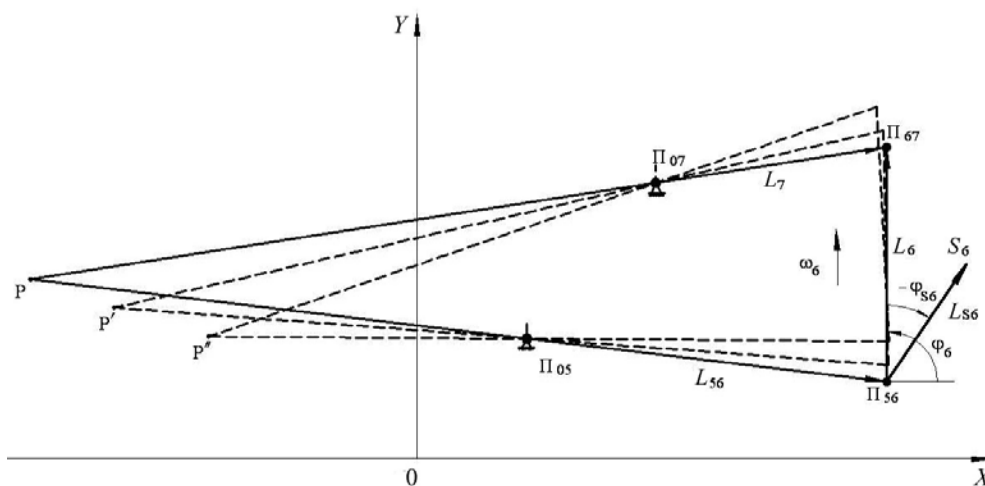


Рис. 2. Мгновенный центр вращения ( $P$ ) выходного звена ( $L_6$ ) и его колебания относительно оси подвеса ( $\Pi_{56}$ ) механизма навески

Проверка процедуры силового анализа МН заключается в совпадении результатов расчета полезной нагрузки ( $R_{23}$ ), приложенной к штоку гидроцилиндра МН со стороны поворотного рычага, и противоположно ей направленной, приложенной к поршню гидроцилиндра движущей силой [2]:

$$F = P_6 I_{S_6}, \quad (10)$$

где  $P_6$  – вес ПКК-3000.

Расчет полезной нагрузки ( $R_{23}$ ) выполняется по группам Ассура по известной методике [2], [3].

Результаты расчета приведенных выше выходных параметров МН трактора «БЕЛАРУС 2022» и универсального энергетического средства УЭС-2-280А, агрегируемых с полунавесным кормоуборочным комбайном ПКК-3000 «Полесье», выполненные при помощи ФММ [6], представлены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

**Выходные параметры механизма навески трактора «БЕЛАРУС 2022»  
при агрегатировании с ПКК-3000 «Полесье» ( $P_6 = 28$  кН)'**

$S$ , м	$X_{67}$ , м	$X'_{67}$ , м	$Y_{67}$ , м	$Y'_{67}$ , м	$X_p$ , м	$U_{63}$	$\Phi'_3$ , 1/м	$\Phi'_{31}$ , 1/м	$I_{S6}$	$I'_{S6}$	$R_{23}$ , кН	$F$ , кН
0,440	*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,465	1,192	1,192	0,974	0,974	-3,039	0,163	4,526	4,526	3,888	3,888	108,9	108,9
0,490	1,180	1,180	1,051	1,051	-2,330	0,195	4,403	4,403	3,919	3,919	109,7	109,7
0,515	1,162	1,162	1,125	1,125	-1,781	0,228	4,352	4,352	3,976	3,976	111,3	111,3
0,540	1,162	1,162	1,197	1,197	-1,338	0,263	4,357	4,357	4,053	4,053	113,5	113,5
0,565	1,135	1,135	1,266	1,266	-0,972	0,298	4,410	4,410	4,145	4,145	116,1	116,1
0,590	1,062	1,062	1,333	1,333	-0,667	0,335	4,511	4,511	4,248	4,248	118,9	118,9
0,615	1,014	1,014	1,397	1,397	-0,412	0,371	4,655	4,655	4,358	4,358	122,0	122,0
0,640	0,958	0,958	1,456	1,456	-0,199	0,405	4,882	4,882	4,466	4,466	125,1	125,1
0,665	0,896	0,896	1,511	1,511	-0,027	0,434	5,183	5,183	4,560	4,560	127,7	127,7
0,690	0,826	0,826	1,560	1,560	0,112	0,453	5,606	5,606	4,618	4,618	129,3	129,3

\*Подсоединение ПКК-3000 к трактору «БЕЛАРУС 2022» выполняется, когда высота оси подвеса его МН ( $Y_{56}$ ) составляет 0,4 м.

*Примечание.*  $S$  – обобщенная координата, отражающая ход поршня гидроцилиндра ( $\Delta S$ );  $X_{67}$ ,  $Y_{67}$  – координаты центра подвижного шарнира ( $P_{67}$ );  $\Phi'_3$  – аналог угловой скорости поворотного рычага ( $L_3, L_{34}$ );  $I_{S6}$  – передаточное число МН в центре тяжести рабочей машины;  $U_{63}$  – передаточное отношение угловых скоростей звеньев ( $L_6, L_3$ );  $F$  – приведенная к гидроцилиндру полезная нагрузка.

Таблица 2

**Выходные параметры механизма навески УЭС-2-280А «Полесье»  
при агрегатировании с ПКК-3000**

$S$ , м	$X_{67}$ , м	$X'_{67}$ , м	$Y_{67}$ , м	$Y'_{67}$ , м	$X_p$ , м	$U_{63}$	$\Phi'_3$ , 1/м	$\Phi'_{31}$ , 1/м	$I_{S6}$	$I'_{S6}$	$R_{23}$ , кН	$F$ , кН
0,571	*	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0,596	1,134	1,134	0,956	0,956	-2,218	0,151	4,844	4,844	3,227	3,227	90,35	90,35
0,621	1,134	1,134	1,017	1,017	-2,113	0,170	4,425	4,425	3,243	3,243	90,79	90,79
0,646	1,129	1,129	1,078	1,078	-1,99	0,186	4,175	4,175	3,263	3,263	91,37	91,37
0,671	1,121	1,121	1,139	1,139	-1,852	0,202	4,023	4,023	3,292	3,292	92,18	92,18
0,696	1,108	1,108	1,199	1,199	-1,702	0,217	3,935	3,935	3,33	3,33	93,24	93,24
0,721	1,09	1,09	1,259	1,259	-1,543	0,232	3,896	3,896	3,377	3,377	94,56	94,56
0,746	1,068	1,068	1,318	1,318	-1,376	0,248	3,896	3,896	3,434	3,434	96,15	96,15
0,771	1,041	1,041	1,377	1,377	-1,205	0,265	3,932	3,932	3,501	3,501	98,04	98,04
0,796	1,01	1,01	1,435	1,435	-1,031	0,282	4,003	4,003	3,581	3,581	100,3	100,3
0,821	0,972	0,972	1,462	1,462	-0,858	0,301	4,112	4,112	3,675	3,675	102,9	102,9

\*Подсоединение ПКК-3000 к УЭС-2-280А выполняется в том случае, если высота оси подвеса МН ( $Y_{56}$ ) составляет 0,4 м.

Результаты расчетов на ФММ пяти групп выходных параметров МН трактора общего назначения «БЕЛАРУС 2022» (табл. 1) и универсального энергетического средства УЭС-2-280А (табл. 2) с использованием других аналитических выражений подтвердили их идентичность и правильность разработанной ФММ.

### **Заключение**

Проверочный расчет части выходных параметров МН мобильного энергетического средства (УЭС или трактора) в процедурах геометрического, кинематического и силового анализа позволяет оценить адекватность сформированной ФММ. Расчет выходных параметров механизмов навески УЭС-2-280А и БЕЛАРУС 2022 был выполнен с помощью различных аналитических выражений. Полученные результаты позволяют сделать вывод о правильности разработанной ФММ, отражающей изменение выходных параметров МН в процессе перевода ПКК-3000 из рабочего в транспортное положение.

Использованная ФММ эффективна и для других мобильных энергетических средств с МН идентичной структуры.

### **Литература**

1. Попов, В. Б. Математическое моделирование подъемно-навесных устройств мобильных энергетических средств / В. Б. Попов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2016. – 251 с. : ил.
2. Попов, В. Б. Математическое моделирование : практ. рук. к выполнению курсовых работ по одноим. дисциплине для студентов специальности 1-36 12 01 «Проектирование и производство сельскохозяйственной техники» днев. и заоч. форм обучения / В. Б. Попов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2005. – 79 с.
3. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – М. : Машиностроение, 1988. – 640 с.
4. Попов, В. Б. Аналитические выражения кинематических передаточных функций механизмов навески энергоносителей / В. Б. Попов // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2000. – № 2. – С. 25–29.
5. Гуськов, В. В. Тракторы. Ч. III. Конструирование и расчет / В. В. Гуськов. – Минск : Выш. шк., 1981. – 383 с.
6. Попов, В. Б. Функциональная математическая модель анализа подъемно-навесных устройств мобильных энергетических средств / В. Б. Попов // Механика – 2011 : сб. науч. тр. V Белорус. конгр. по теорет. и приклад. механике, Минск, 2011 г. / Объедин. ин-т машиностроения НАН Беларуси ; редкол.: М. С. Высоцкий [и др.]. – Минск, 2011. – Т. 1. – С. 169–176.

*Получено 24.09.2020 г.*