

## ローラ駆動される球体の一般運動学と解析

著者	木村 憲二
発行年	2020-03
その他のタイトル	Kinematics and analysis of driven sphere by rollers
学位授与年度	令和元年度
学位授与番号	17104甲生工第376号
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10228/00007978">http://hdl.handle.net/10228/00007978</a>

博士学位論文

ローラ駆動される球体の  
一般運動学と解析

令和2年3月

九州工業大学大学院生命体工学研究科

木村 憲二

# 目次

第1章 序論.....	2
1.1 研究背景.....	2
1.2 ローラ駆動される球体を用いた移動機構に関する研究動向.....	3
1.2.1 単数の球体を用いた移動機構.....	3
1.2.2 複数の球体を用いた移動機構.....	4
1.2.3 球体の運動を制御するロボカップサッカーロボット.....	4
1.3 研究目的.....	5
1.4 論文構成.....	5
第2章 ローラ駆動される球体の運動学.....	14
2.1 ローラ駆動された球体の角速度ベクトルの存在空間.....	14
2.1.1 単数のローラに駆動による球体の角速度ベクトル.....	14
2.1.2 複数のローラに駆動された球体の角速度ベクトル.....	16
2.2 複数のローラに駆動された球体の運動学.....	17
2.2.1 逆運動学.....	17
2.2.2 順運動学.....	18
2.3 球体の一般運動学の適用.....	19
2.4 滑りを考慮した球体の運動学.....	23
2.4.1 線形方程式の解がある場合.....	24
(a) 逆運動学.....	24
(b) 順運動学.....	24
(c) 全方向移動可能性.....	25
(d) 2つの回転軸が同一平面上にある場合.....	25
(e) 数値シミュレーションの結果と考察.....	25
2.4.2 線形方程式の解がない場合.....	26
(a) 順運動学.....	26
(b) 逆運動学.....	27
(c) 全方向移動.....	28
(d) 球体の滑りベクトル.....	29
(e) 数値シミュレーションの結果と考察.....	30
2.4.3 2つのローラ駆動における運動学の包括関係.....	31
(a) 順運動学の包括関係.....	31
(b) 逆運動学の包括関係.....	31

2.6	まとめ	32
第3章	球体運動学の検証	52
3.1	球体運動測定機	52
3.1.1	構造	52
3.1.2	ローラ配置	52
3.1.3	システム	52
3.2	実験方法	53
3.3	検証結果と考察	53
3.3.1	検証Ⅰ	54
(a)	順運動学	54
(b)	逆運動学	55
3.3.2	検証Ⅱ	55
(a)	順運動学	55
(b)	逆運動学	56
3.3.3	検証Ⅲ	57
(a)	順運動学	57
(b)	逆運動学	58
3.4	まとめ	59
第4章	ロボカップへの適用	126
4.1	中型サッカーロボットのボール保持機構	126
4.1.1	関連研究	126
4.1.2	2017MSLにおけるローラ配置調査	126
4.2	滑りベクトル式の検証の結果と考察	127
4.3	ローラ配置評価	128
4.4	まとめ	128
第5章	結論及び展望	140
5.1	結論	140
5.2	展望	141
Appendix A	運動学と全方向移動性	142
A.1	$(m, n)=(2, 0)$ の場合	142
A.1.1	逆運動学	142
A.1.2	順運動学	142
A.1.3	全方向移動性	143
A.2	$(m, n)=(1, 1)$ の場合	144
A.2.1	逆運動学	144



A.2.2	順運動学 .....	145
A.2.3	全方向移動性 .....	146
A.3	$(m, n)=(0, 2), k=1$ の場合 .....	146
A.3.1	逆運動学 .....	146
A.3.2	順運動学 .....	147
A.3.3	全方向移動性 .....	149
A.4	$(m, n)=(3, 0)$ の場合 .....	150
A.4.1	逆運動学 .....	150
A.4.2	順運動学 .....	150
A.4.3	全方向移動可能性 .....	150
Appendix B	最適点に関する計算 .....	151
B.1	正射影ベクトルの交点計算 .....	151
B.2	最適点の計算 .....	154
Appendix C	実験値の測定方法 .....	155
C.1	球体の進行方向・速度 .....	155
C.2	球体回転軸の角度 .....	156
参考文献	.....	158
業績リスト	.....	163
謝辞	.....	164

## 目 一 覽

Fig.1- 1	Analysis of robots in terms of tasks,components and structures.....	6
Fig.1- 2	Research trend using sphere structures.....	7
Fig.1- 3	Single-sphere-driven robots.....	8
Fig.1- 4	Multiple-sphere-driven robots.....	8
Fig.1- 5	Classification by number $N_s$ of sphere wheels.....	9
Fig.1- 6	Classification by roller $N_w$ to a wheel.....	10
Fig.1- 7	Classification map of sphere-wheel-robots using parameters $N_s$ and $N_w$ .....	11
Fig.1- 8	Example of mechanisms design by sphere kinematics.....	12
Fig.2- 1	It is given condition (a), existence space of sphere angler velocity vector is plane indicated in (b). .....	33
Fig.2- 2	It is given condition (a), existence space of sphere angler velocity vector is line indicated in (b).....	34
Fig.2- 3	The classification of roller arrangement in multiple rollers .....	37
Fig.2- 4	The location of two-existence space.....	38
Fig.2- 5	Case of fixed $\rho = 0^\circ$ .....	39
Fig.2- 6	Case of fixed $\varphi = 0^\circ$ .....	40
Fig.2- 7	The sphere by two constraint rollers case that two rollers axes .....	41
Fig.2- 8	A pair of rollers speed exists such that a pair of lines have no points in common. ....	42
Fig.2- 9	The existence of sphere slip velocity vector.....	42
Fig.2- 10	Comparison case of $\alpha = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ in simulation.....	44
Fig.3- 1	Set up for device robot.....	59
Fig.3- 2	Rollers' arrangement on sphere for experiment.....	60
Fig.3- 3	System of device robot .....	60
Fig.3- 4	Traversing Motion .....	61
Fig.3- 5	Experimental method.....	62
Fig.3- 6	The 1-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$ .....	63
Fig.3- 7	The 2-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$ .....	64
Fig.3- 8	The 3-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$ .....	65
Fig.3- 9	The 4-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$ .....	66
Fig.3- 10	The 5-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$ .....	67

Fig.3- 11	The 1-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$ .....	68
Fig.3- 12	The 2-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$ .....	69
Fig.3- 13	The 3-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$ .....	70
Fig.3- 14	The 4-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$ .....	71
Fig.3- 15	The 5-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$ .....	72
Fig.3- 16	The 1-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$ .....	73
Fig.3- 17	The 2-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$ .....	74
Fig.3- 18	The 3-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$ .....	75
Fig.3- 19	The 4-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$ .....	76
Fig.3- 20	The 5-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$ .....	77
Fig.3- 21	The 1-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$ .....	78
Fig.3- 22	The 2-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$ .....	79
Fig.3- 23	The 3-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$ .....	80
Fig.3- 24	The 4-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$ .....	81
Fig.3- 25	The 5-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$ .....	82
Fig.3- 26	The 1-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$ .....	83
Fig.3- 27	The 2-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$ .....	84
Fig.3- 28	The 3-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$ .....	85
Fig.3- 29	The 4-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$ .....	86
Fig.3- 30	The 5-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$ .....	87
Fig.3- 31	The 1-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$ .....	88
Fig.3- 32	The 2-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$ .....	89
Fig.3- 33	The 3-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$ .....	90
Fig.3- 34	The 4-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$ .....	91
Fig.3- 35	The 5-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$ .....	92
Fig.3- 36	The 1-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$ .....	93
Fig.3- 37	The 2-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$ .....	94
Fig.3- 38	The 3-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$ .....	95
Fig.3- 39	The 4-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$ .....	96
Fig.3- 40	The 5-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$ .....	97
Fig.3- 41	The 1-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$ .....	98
Fig.3- 42	The 2-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$ .....	99
Fig.3- 43	The 3-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$ .....	100
Fig.3- 44	The 4-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$ .....	101
Fig.3- 45	The 5-th experimental result case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$ .....	102
Fig.3- 46	The 1-th experimental result case of $\alpha = 0^\circ$ .....	103

Fig.3- 47	The 2-th experimental result case of $\alpha = 0^\circ$ .....	104
Fig.3- 48	The 3-th experimental result case of $\alpha = 0^\circ$ .....	105
Fig.3- 49	The 4-th experimental result case of $\alpha = 0^\circ$ .....	106
Fig.3- 50	The 5-th experimental result case of $\alpha = 0^\circ$ .....	107
Fig.3- 51	The 1-th experimental result case of $\alpha = 10^\circ$ .....	108
Fig.3- 52	The 2-th experimental result case of $\alpha = 10^\circ$ .....	109
Fig.3- 53	The 3-th experimental result case of $\alpha = 10^\circ$ .....	110
Fig.3- 54	The 4-th experimental result case of $\alpha = 10^\circ$ .....	111
Fig.3- 55	The 5-th experimental result case of $\alpha = 10^\circ$ .....	112
Fig.3- 56	The 1-th experimental result case of $\alpha = 20^\circ$ .....	113
Fig.3- 57	The 2-th experimental result case of $\alpha = 20^\circ$ .....	114
Fig.3- 58	The 3-th experimental result case of $\alpha = 20^\circ$ .....	115
Fig.3- 59	The 4-th experimental result case of $\alpha = 20^\circ$ .....	116
Fig.3- 60	The 5-th experimental result case of $\alpha = 20^\circ$ .....	117
Fig.3- 61	The 1-th experimental result case of $\alpha = 30^\circ$ .....	118
Fig.4- 1	Ball dribbling mechanism in RoboCup2017MSL .....	129
Fig.4- 2	The ball reverse motion by two-rollers arrangement in ball dribbling mechanism. Case of (a) is zero-roller angle and case of (b) is non-zero-roller angle.....	130
Fig.4- 3	The 1-th experimental result case of $\alpha = 0^\circ$ .....	132
Fig.4- 4	The 2-th experimental result case of $\alpha = 0^\circ$ .....	132
Fig.4- 5	The 3-th experimental result case of $\alpha = 0^\circ$ .....	132
Fig.4- 6	The 4-th experimental result case of $\alpha = 0^\circ$ .....	133
Fig.4- 7	The 5-th experimental result case of $\alpha = 0^\circ$ .....	133
Fig.4- 8	The 1-th experimental result case of $\alpha = 10^\circ$ .....	134
Fig.4- 9	The 2-th experimental result case of $\alpha = 10^\circ$ .....	134
Fig.4- 10	The 3-th experimental result case of $\alpha = 10^\circ$ .....	134
Fig.4- 11	The 4-th experimental result case of $\alpha = 10^\circ$ .....	135
Fig.4- 12	The 5-th experimental result case of $\alpha = 10^\circ$ .....	135
Fig.4- 13	The 1-th experimental result case of $\alpha = 20^\circ$ .....	136
Fig.4- 14	The 2-th experimental result case of $\alpha = 20^\circ$ .....	136
Fig.4- 15	The 3-th experimental result case of $\alpha = 20^\circ$ .....	136
Fig.4- 16	The 4-th experimental result case of $\alpha = 20^\circ$ .....	137
Fig.4- 17	The 5-th experimental result case of $\alpha = 20^\circ$ .....	137
Fig.4- 18	The 1-th experimental result case of $\alpha = 30^\circ$ .....	137
Fig.4- 19	The distribution of end points of sphere slip velocity .....	138

Fig.5- 1	Future prospects.....	141
Fig.B- 1	The end point of anglar velocity vector .....	152
Fig.B- 2	Minimum problem of sum of squares distance.....	153
Fig.C- 1	The four Encoder arrangement.(a) three Encoder are adapted for measure sphere m obile velocity and (b) Single Encoder is adapted for measure angle ofsphere rotational a xis. ....	157

## 表一覽

Table 2- 1	Classification of existence space of sphere angler velocity vector .....	45
Table 2- 2	Kinematics of preceding mechanism .....	50
Table 3- 1	Specification of device robot.....	119
Table 3- 2	Variables given in the experiment.....	119
Table 3- 3	Ideal target value in Type I .....	119
Table 3- 4	Absolute mean error (7-9[s]) case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$ .....	120
Table 3- 5	Absolute mean error (7-9[s]) case of $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$ .....	120
Table 3- 6	Absolute mean error (7-9[s]) case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$ .....	120
Table 3- 7	Absolute mean error (7-9[s]) case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$ .....	121
Table 3- 8	Ideal target value in Type II .....	121
Table 3- 9	Absolute mean error (3-5[s]) case of $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$ .....	121
Table 3- 10	Absolute mean error (3-5[s]) case of $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$ .....	122
Table 3- 11	Absolute mean error (3-5[s]) case of $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$ .....	122
Table 3- 12	Absolute mean error (3-5[s]) case of $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$ .....	122
Table 3- 13	Ideal target value in Type III .....	123
Table 3- 14	Absolute mean error (7-8[s]) in case of $\alpha = 0^\circ$ .....	123
Table 3- 15	Absolute mean error (7-8[s]) in case of $\alpha = 10^\circ$ .....	123
Table 3- 16	Absolute mean error (7-8[s]) in case of $\alpha = 20^\circ$ .....	124
Table 3- 17	Absolute mean error (7-8[s]) in case of $\alpha = 30^\circ$ .....	124
Table 4- 1	Survey result of roller type and angle in RoboCup2017MSL .....	130
Table 4- 2	Ideal target value in slip velocity .....	131
Table 4- 3	Absolute mean error (7-8[s]) of slip velocity in case of $\alpha = 0^\circ$ .....	131
Table 4- 4	Absolute mean error (7-8[s]) of slip velocity in case of $\alpha = 10^\circ$ .....	131
Table 4- 5	Absolute mean error (7-8[s]) of slip velocity in case of $\alpha = 20^\circ$ .....	131
Table 4- 6	Absolute mean error (7-8[s]) of slip velocity in case of $\alpha = 30^\circ$ .....	131

## 変数一覧

---

$\Sigma - xyz$	3-dimensional coordinate system fixed sphere	
$\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$	Inner product with respect to $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$	
$\ \mathbf{a}\ $	Norm of $\mathbf{a}$	
$\text{span}\{\mathbf{a}, \mathbf{b}\}$	Plane spanned by $\mathbf{a}$ and $\mathbf{b}$	
$(m, n)$	Pair of number of unconstraint roller and constraint roller	
$i$	Index of unconstraint roller number $i = 1, 2, \dots, m$	
$j$	Index of constraint roller number $j = 1, 2, \dots, n$	
$\mathbf{O}$	Sphere center point	
$\boldsymbol{\omega}$	Sphere angular velocity vector	
$\xi_i$	Constraint roller axis	
$\eta_j$	Unconstraint roller axis	
$\mathbf{v}_{\xi,i}^S$	Sphere velocity vector of unconstraint roller	
$\mathbf{v}_{\xi,i}^R$	Roller velocity vector of unconstraint roller	
$\mathbf{v}_{\eta,j}^S$	Sphere velocity vector of constraint roller	
$\mathbf{v}_{\eta,j}^R$	Roller velocity vector of constraint roller	
$\mathbf{P}_{\xi,i}$	Contact point between the ball and unconstraint roller	
$\mathbf{P}_{\eta,j}$	Contact point between the ball and constraint roller	
$\mathbf{e}_i$	Unit vector along the $\mathbf{v}_{\xi,i}$	
$v_{\xi,i}$	Unconstraint roller's peripheral speed	[m/s]
$v_{\eta,j}$	Constraint roller's peripheral speed	[m/s]
$\pi_i(v_{\xi,i})$	Constraint space with respect to $v_{\xi,i}$ (Set of end points of sphere angler velocity vector)	
$\pi_j(v_{\eta,j})$	Constraint space with respect to $v_{\eta,j}$ (Set of end points of sphere angler velocity vector)	

$\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_j, \mathbf{P}_{\eta j}\}$	Constraint space with respect to $j$ - constraint roller	
$l_i(v_{\eta j})$	Constraint space with respect to $j$ - constraint roller and $v_{\eta j}$ (Space of intersection $M_j$ and $\pi_j(v_{\eta j})$ )	
$\hat{l}_i(v_i)$	Orthogonal projection of $l_i(v_i)$ with respect to $\text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$	
$W$	Constraint plane with respect to all constraint rollers	
$\omega_x, \omega_y, \omega_z$	$x, y, z$ -component of $\boldsymbol{\omega}$	
$r$	Radius of sphere	[m]
$\varphi$	Sphere direction	[deg]
$\rho$	Angle of sphere rotational axis	[deg]
$V$	Sphere mobile velocity on $xy$ -plane	
$(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_i$	$i$ -components of $\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2$	
$\boldsymbol{\omega}_t$	Orthogonal projection of $\boldsymbol{\omega}$ with respect to $\text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$	
$\boldsymbol{\omega}_s$	Orthogonal projection of $\boldsymbol{\omega}$ with respect to $\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2$	
$\boldsymbol{v}_i^R$	Constraint-roller's velocity	
$\boldsymbol{v}_i^S$	Velocity vector of the sphere	
$\boldsymbol{\zeta}_i$	Slip velocity of the sphere with respect to $\boldsymbol{v}_i^R$	
$\mathbf{e}_i$	Unit vector along $\boldsymbol{v}_i^R$ (on $\text{span}\{\mathbf{P}_i, \mathbf{n}_i\}$ )	
$\mathbf{e}$	Unit normal vector of $\text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$	
$\{\mathbf{X}_i, \mathbf{e}\}$	Normal orthogonal bases on tangent plane of sphere at $\mathbf{P}_i$	
$S_i$	$\mathbf{X}_i$ -component of $\boldsymbol{\zeta}_i$	[m/s]
$T_i$	$\mathbf{e}$ -component of $\boldsymbol{\zeta}_i$	[m/s]
$\alpha_i$	Constraint-roller arrangement angle between $\boldsymbol{\eta}_i$ and $\text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$	[deg]

---



# 第 1 章

## 序論

# 第 1 章 序論

## 1.1 研究背景

動作環境やタスクに応じて種々なロボットが開発されている。ここでロボットを{形態, 構成要素, 形状}の視点から分類すると, 形態としては, ロボットハンド, 車輪移動ロボット, 歩行型ロボット, 水中ロボット, 飛行ロボットなど, 構成要素としては, 機構, アクチュエータ, センサ, 制御システム, 環境認識など, 形状としては, 多面体, 円柱, 円錐, トーラス, クローラ, キャスター, プロペラ, 翼, 球体などが挙げられ, {形態, 構成要素, 形状}の組合せは無数に存在する (Fig.1-1 参照)。

例えば, 「車輪移動ロボット」と「機構」の組合せに対して, ロボットの形状は多面体, 円柱, 円錐, トーラス, クローラ, 球体など多くの選択肢が存在する。ロボットがあるタスクを遂行するための必要条件として, 全方向移動能力, 段差乗り越え能力, 等を与えると「形状」として「球体」が候補の1つとなる[1]-[25]。逆に「球体」に注目し, 構成要素の「制御」と組合せると「ロボットハンド」がある[26]-[36]。「形状」として「クローラ」を選択すれば, 災害現場などの不整地での作業を目的とした機構 [37]-[41] となり, 「形状」として「キャスター」を選択すれば, 工場やオフィスなどの整地環境での作業を目的とした機構 [42][43] とつながる。

著者は特に「球体」に興味を持ち本論文をまとめた。球体は, 数学的側面から, 閉曲面の中で唯一の平均曲率一定な曲面である (アレフサンドロフの定理 [44])。等周不等式 (体積一定条件における表面積の最小問題) における等号条件に現れる閉曲面であること[45], シャボン玉の表面張力は, 石鹸膜の表面積が最小となるよう働き, やがて球面形状で安定する [46]等, このように球体は, 様々な特徴付けがされており, 閉曲面の中で最も対称性に富んでいるからである。工学ではその対称性を利用し, 全方向移動において最適な構造と考えられており, 移動ロボットの車輪として利用されている。また, ロボットハンドのフィンガーの構成要素として研究されている。転がりを利用した物体の把握・操りに関する研究は, Montana[26]によって, 提案されて以来, 数多く報告されている[27][28]。中島らは指先を球体, 対象物を直方体と仮定し, 指先の運動を平面上で転がる球体の運動として表現し対象物の姿勢を推定している[29]-[31]。水野, 三平らは指先を平面, 対象物を球体と仮定し2枚の平行平面とそれらに内接している球体の運動に注目することで対象物の姿勢を推定している[32][33]。有本らは指先を半球と仮定し, 仮想バネ・ダンパー仮説に基づき半球の転がりを利用することで, ベルンシュタイン冗長自由度問題に取り組んでいる[34]-[36]。

球体を機構として用いている車輪移動ロボットは, Fig.1-2 に示すように, 球体内部にアクチュエータを搭載した球体内部駆動方式 [1]-[4], 球体外部にアクチュエータを搭載した球体外部駆動方式, 電磁誘導を利用した球体モータ [5]-[10] がある。また, 浅田らが開発したローリング駆動機構 **Ball-wheel** [11] は, 球体の外周に設置された円形ローリングで球

体を回転させ、回転軸を斜めにするにより、推進力が得られる。特徴として、オムニホイールと同じく推進力に直交する方向には拘束力が働かない。多田隈らの直接駆動である Omuni-Ball [12] は、アクチュエータにより球体を回転させ、半球状の受動回転車輪を組み合わせた構造を採用している。上記の球状車輪が有する設計上の制約を解決し、対の半球が受動的に水平面上を転がることにより全方向移動機能が実現されている。

本論文では、形状を「球体」とするロボットの中でも、ローラと球体間の摩擦を用いた「ローラ駆動」された球体車輪を扱う。ローラ駆動された球体に関する研究を分類すると、移動面に接触する球体の個数が1つの機構[13]-[18] (Fig.1-3 参照)、複数球体の機構[19]-[25] (Fig.1-4 参照)に分けられる。文献[13]-[18]の移動機構を調査したところ、駆動するローラの個数は最大4つであり、球体の配置にも傾向が見られた。これらの関連研究では個々の機構に応じた運動学が導出されており、統一的な立場での運動学が提案されておらず、新機構の開発の度に運動学の導出、制御設計が行われている。

## 1.2 ローラ駆動される球体を用いた移動機構に関する研究

### 動向

球体を用いた移動機構に関する研究を概観する。移動機構の構造を2つの変数、駆動する球体の個数  $N_s$  (球体位置 Fig.1-5 参照)、球体あたりのアクチュエータの個数  $N_w$  (ローラ接触位置 Fig.1-6 参照) から幾何学的に分類すると、Fig.1-7 に示される  $(N_s, N_w)$  の組合せが存在した。傾向が見られた。以下では、 $(N_s, N_w)$  の組合せに注目してロボットの移動機構を整理する。

#### 1.2.1 単数の球体を用いた移動機構

最初に単数の球体を用いた移動機構  $N_s = 1$  (Fig.1-5 (a)) を紹介する。

$(N_s, N_w) = (1, 2)$  の移動機構としては、和田らの球形動力伝達機構[13] が提案されており、回転軸が直交する2つのローラを球体の赤道上に接触させた構造 (Fig.1-6 (c)) を採用している。球形動力伝達機構は、ローラで駆動された球体の対となる2つの球体で構成されており、上部の球体を駆動し下部の球体で動力を伝達させ、車輪軸と操縦軸を駆動させることで全方向移動を可能にしている。また、加藤らの ACROBAT[14] も同様の構造を採用している。

$(N_s, N_w) = (1, 3)$  の移動機構としては熊谷らの Ball balanced robot[15]、A.Weiss らの Atlas Sphere[16] があげられる。3つのオムニローラを球体の上半球に接触させ(Fig.1-6(g))、独立に駆動させることで球体の任意方向への回転を実現している。OWMPs[17]は3つの通常のローラによる駆動され(Fig.1-6(f))、高速道路のメンテナンスロボットに適用されている。

$(N_s, N_w) = (1, 4)$  の移動機構としては、中村らの CPU-Ball Bot [18] があげられ、4つのオムニローラを球体の上半球に接触させ(Fig.1-6(h))、球体の任意方向への回転を実現して

いる.

### 1.2.2 複数の球体を用いた移動機構

ここでは, 駆動される球体の個数  $N_s \geq 2$  (**Fig.1-5 (b)(c)(d)**) の構造を有するロボットを紹介する.

$(N_s, N_w) = (2, 3)$  の機構を有する Two-Ball-Wheel-Motorcycle[19] は, バイクのような形態(**Fig.1-5(b), Fig.1-6(g)**)の2輪移動ロボットであり, 1つの球体車輪に対して3つのオムニローラで接触させ, 任意方向へ駆動させる機構である.

$(N_s, N_w) = (3, 1)$  の例としては, 松本らの全方向移動機構[20] があり, 3つの球体を **Fig1-5(c)** の様に配置し, 各1つの拘束ローラを球体の赤道上に配置することで(**Fig.1-6(a)**), 平面内の3次元の任意の運動(並進2+回転1)を実現している. H.Ghariblu らの BWR-2 [21]も3つの球体を **Fig1-5(c)** の様に配置し, 球体の北極位置に接触させている(**Fig.1-6(b)**). この機構では, 各球体に対する駆動方向は一方向であり, 駆動方向に対して直交する方向は受動的に回転させる方式を採用している.

$(N_s, N_w) = (3, 2)$  の例としては, 石田らの全方向車椅子ロボット[22] がある. 1つのローラが同時に2つの球体車輪を駆動する工夫がなされており, 3つの球体に対して計3つのローラ駆動となっている. 1つの球体車輪に対して2つのローラを赤道上に接触させ(**Fig.1-6(d)**), 任意方向へ駆動させる機構を提案し, 車椅子へ応用している.

$(N_s, N_w) = (4, 2)$  の場合として, 山田ら Omnidirectional vehicle [23] が提案されており, 1つのローラが2つの車輪を駆動する工夫がなされており, **Fig.1-5(d)** のように配置された4つの球体に対して4つのローラ駆動となっている. 各車輪に対して2個のローラを赤道上に接触させ(**Fig.1-6(c)**), 任意方向へ移動する.

上記の2つの移動機構[22][23] は各車輪に対し2つの駆動ローラが能動的に回転させる方式を採用しているため, 機構の重心移動速度は球体接触点における速度と一致するという特徴がある.

$(N_s, N_w) = (4, 1)$  の場合として, 和田らの可変構造移動機構[24] が提案されている. 4つの Ball Wheel[11] を用いて(**Fig.1-5(d)**), 3自由度(並進2+回転1)に加え, 車輪の大きさの変更も可能な構造となっている(**Fig.1-6(b)**). この移動機構により, 利用者に応じて車輪の大きさを変更させ重心位置を調整することが可能である. S.Masacaro らの RHOMBUS [25] は, 4輪の車椅子にベッドを組み合わせたものを提案している.

これらの運動学は, 前節でも述べたように, ローラ配置場所, ローラの種類や個数毎に, 個別に提案されており, 統一的な議論がなされていない.

### 1.2.3 球体の運動を制御するロボカップサッカーロボット

ロボカップサッカー競技は, サッカーボールをゴールまで搬送し得点を競うものであり, 単数の球体を駆動ローラ  $N_s = 2$  とした構造を用い球体搬送する. ロボカップサッカーロボ

ットは、2つの駆動ローラによってボールを制御するボール保持機構を有するものが主流であり、ボールを保持するためにローラは **Fig.1-6 (e)** のように上半球に配置させたものが多い。4章で詳しく述べるが、The Turtles [47], RV-Infinity [48], Musashi 150 [49], NuBot [50] などほとんどのチームは、拘束ローラを用いてボールの制御を行なっている。一方、CAMBADA[51] は、非拘束ローラを用いボールの制御を行なっている。

### 1.3 研究目的

本論文では、閉曲面の中で最も対称性に富んだ球体の特性に注目し、ローラによる摩擦駆動球方式を採用した球体の移動機構を対象として解析する。摩擦駆動に起因する走行面の凹凸やローラのスリップ、球とローラ間へのごみ等の応用上の課題が存在するが、段差登坂能力や全方位移動の可能性に大きな魅力がある。今後も球体を利用した機構の開発が予想されるが、**Fig. 1-8** で示すように、球体の複数個所にローラが接触し、任意の方向に駆動力を発生することができるような運動学の導出が望まれる。

本研究では、球体移動に注目して、球体を駆動するローラの個数、拘束の有無、球体に対するローラの接触位置、ローラの接触方向(ローラ回転軸の向き)を変数とした球体の一般運動学の導出し、実機実験を通じてその有用性を検証する。

### 1.4 論文構成

本論文の構成を述べる。第1章では、研究の背景として、ローラ駆動される球体移動機構に関する従来研究を紹介し、球の個数と単球における接触されたローラの個数をパラメータとし機構構成を述べた。

第2章では、各種の単数のローラ(拘束・非拘束)における球体の角速度ベクトルの存在空間について議論を行う。次に、複数のローラ(拘束・非拘束)を球体の任意場所に接触させた場合における球体の角速度ベクトルの存在空間や次元を考察し、球体の一般運動学を導出する。また、関連研究の各運動学において、一般運動学のローラ種類(拘束・非拘束)や個数を適用することにより、球体の角速度ベクトルが満たすべき線形方程式、許容領域の次元と全方向移動性について検証し、本論文で提案する一般運動学が先行研究の各運動学を包括することを確認する。特に、2つの拘束ローラを用いた場合において、ローラ駆動による球体が回転運動を起こすための条件となる線形方程式の解の有無を考察し、球体とローラの滑りについて論じる。ローラ接触点の位置によって球体の回転運動の構造が異なること、球体角速度ベクトルと球体の進行角との関係を明らかにする。さらに、全方向に対するローラ速度や、球体の回転軸の角度をシミュレーションにより示す。

第3章では、球体運動学の検証するための球体測定機の機構について述べる。特に、一般運動学の2つのローラ駆動される場合に関し、ローラ速度に対する球体の移動速度、移動方向、球体回転軸の角度を球体測定機を用い測定することで運動学の検証と考察を行う。

第4章では、ロボカップサッカーロボットのボール保持機構への応用とし、ロボカップ中

型サッカーリーグ2017世界大会(名古屋)で世界チームのローラ配置角の調査結果や、実験データを元に球体の滑り速度と進行速度の関係を明らかにし、ローラ配置角に応じた球体の速度効率について論じ、世界チームのローラ配置を評価している。

第5章では、本研究で得られた知見をまとめ、結論とし、今後の展望を述べる。

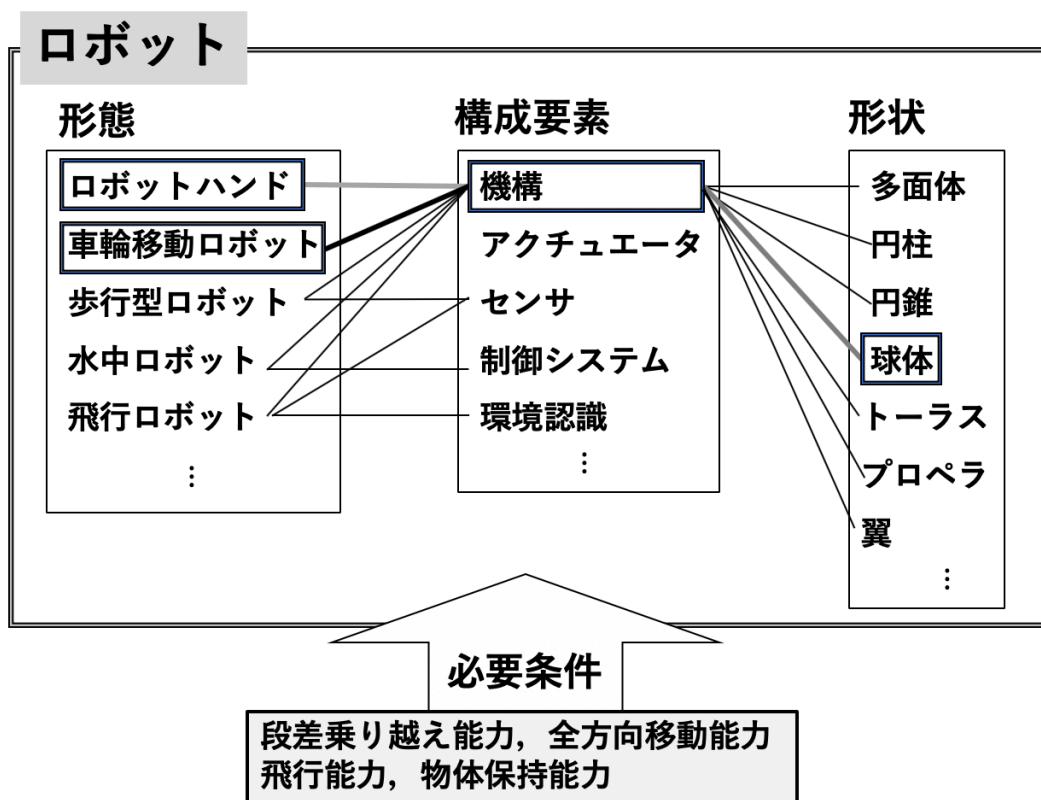


Fig.1- 1 Analysis of robots in terms of tasks, components and structures

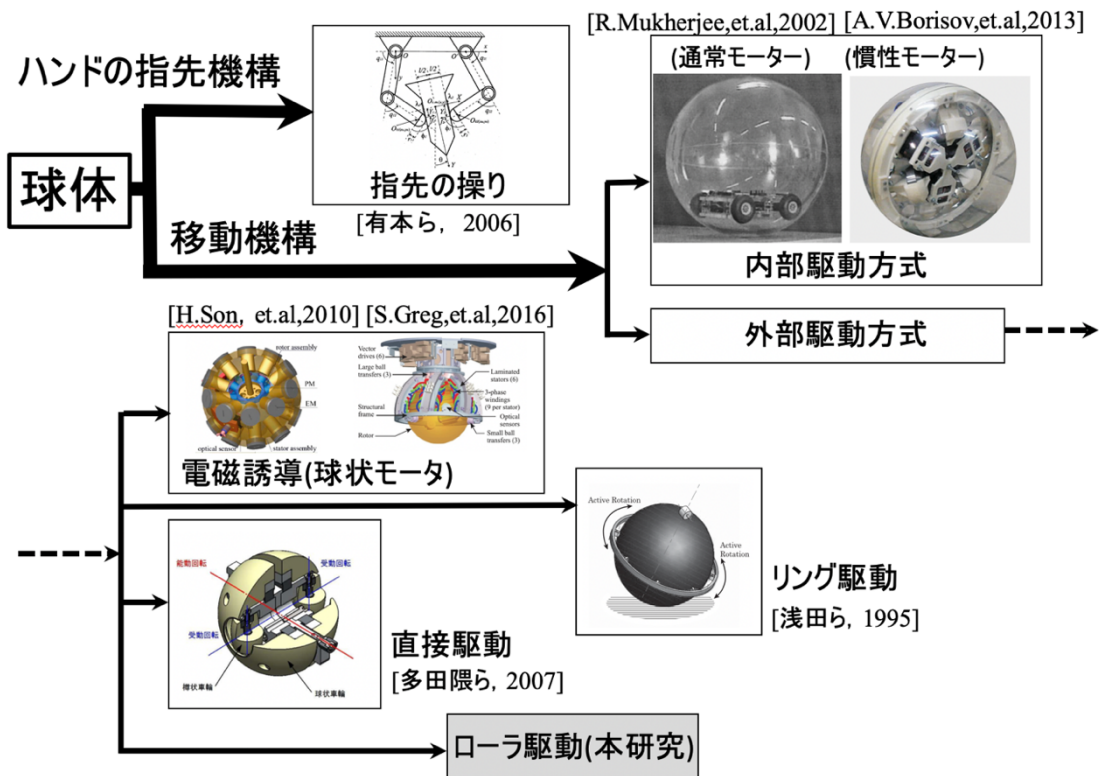
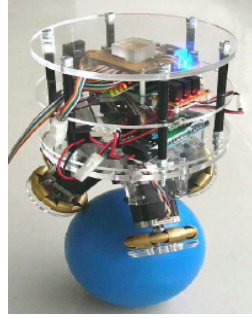


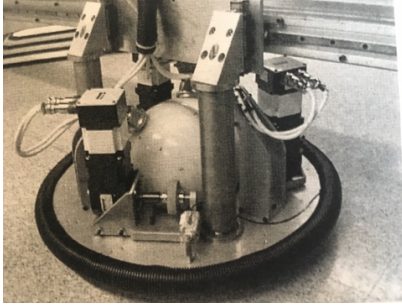
Fig.1- 2 Research trend using sphere structures



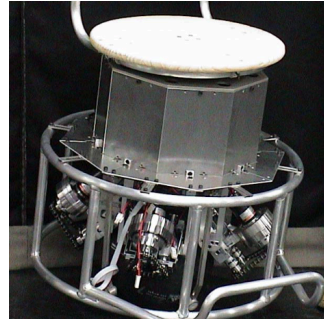
(a) ACROBAT [32]



(b) Ball-balanced robot [33]

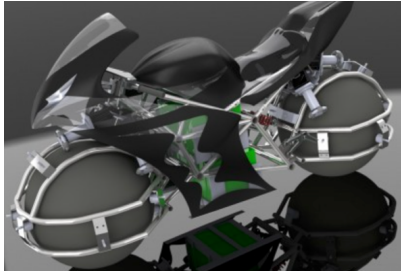


(c) OWMPs [35]



(d) CPU-Ball Bot [36]

**Fig.1- 3** Single-sphere-driven robots



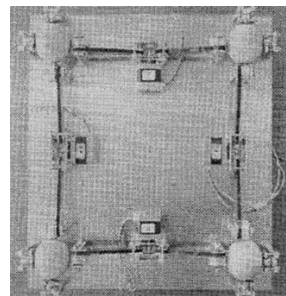
(a) Two-Ball-Wheel Motorcycle [37]



(b) BWR-2 [39]



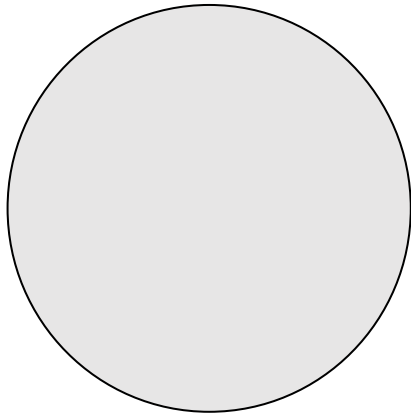
(c) 全方向車椅子 [40]



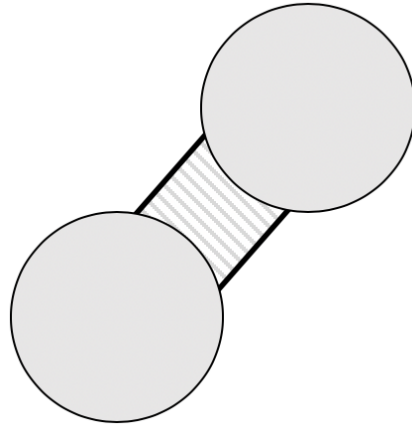
(d) Omnidirectional vehicle [41]

**Fig.1- 4** Multiple-sphere-driven robots

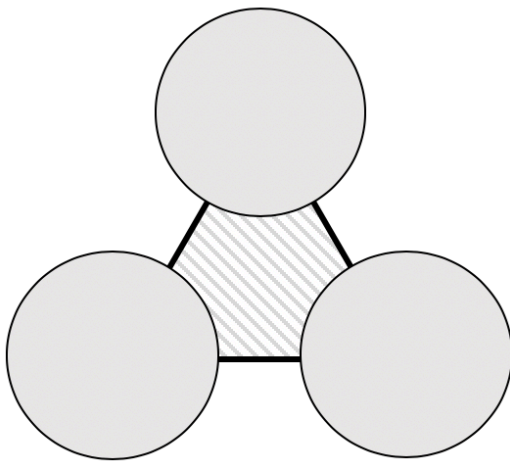




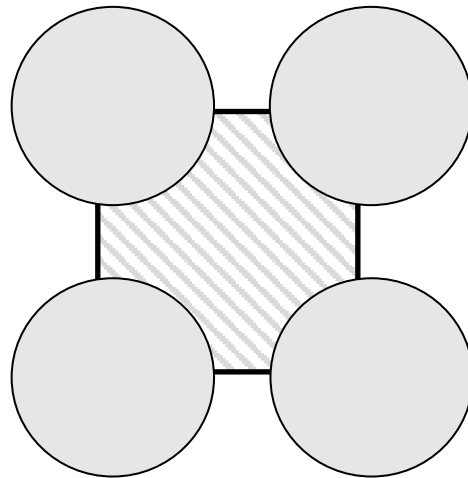
(a)  $N_s=1$



(b)  $N_s=2$  (Line)

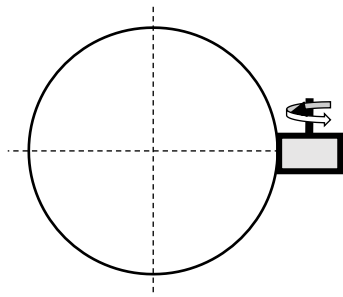


(c)  $N_s=3$  (Triangle)

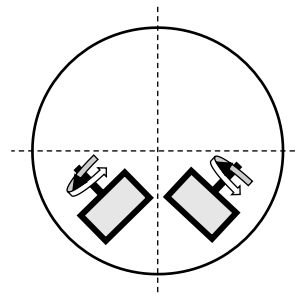


(d)  $N_s=4$  (Quadrangle)

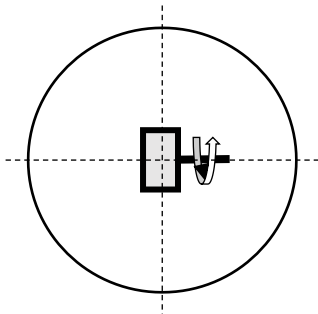
**Fig.1- 5** Classification by number  $N_s$  of sphere wheels



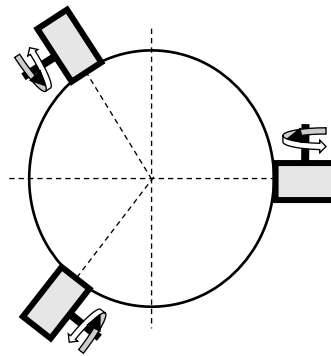
(a)  $N_w=1$  (Contact on Equator)



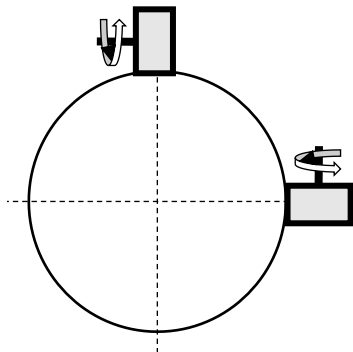
(e)  $N_w=2$  (Contact on Upper Hemisphere)



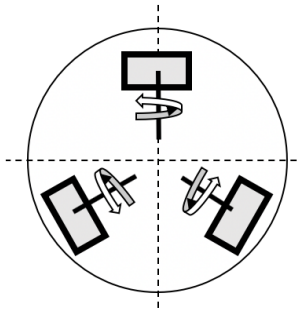
(b)  $N_w=1$  (Contact on Equator)



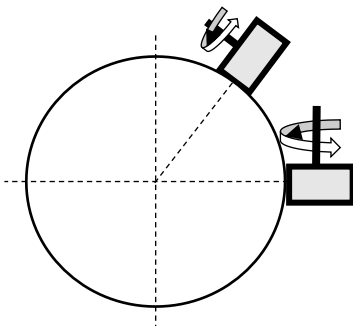
(f)  $N_w=3$  (Contact on Equator)



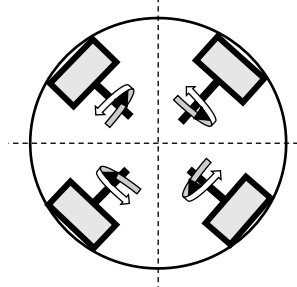
(c)  $N_w=2$  (Contact on Equator)



(g)  $N_w=3$  (Contact on Upper Hemisphere)



(d)  $N_w=2$  (Contact on Equator)



(h)  $N_w=4$  (Contact on Upper Hemisphere)

**Fig.1- 6** Classification by roller  $N_w$  to a wheel

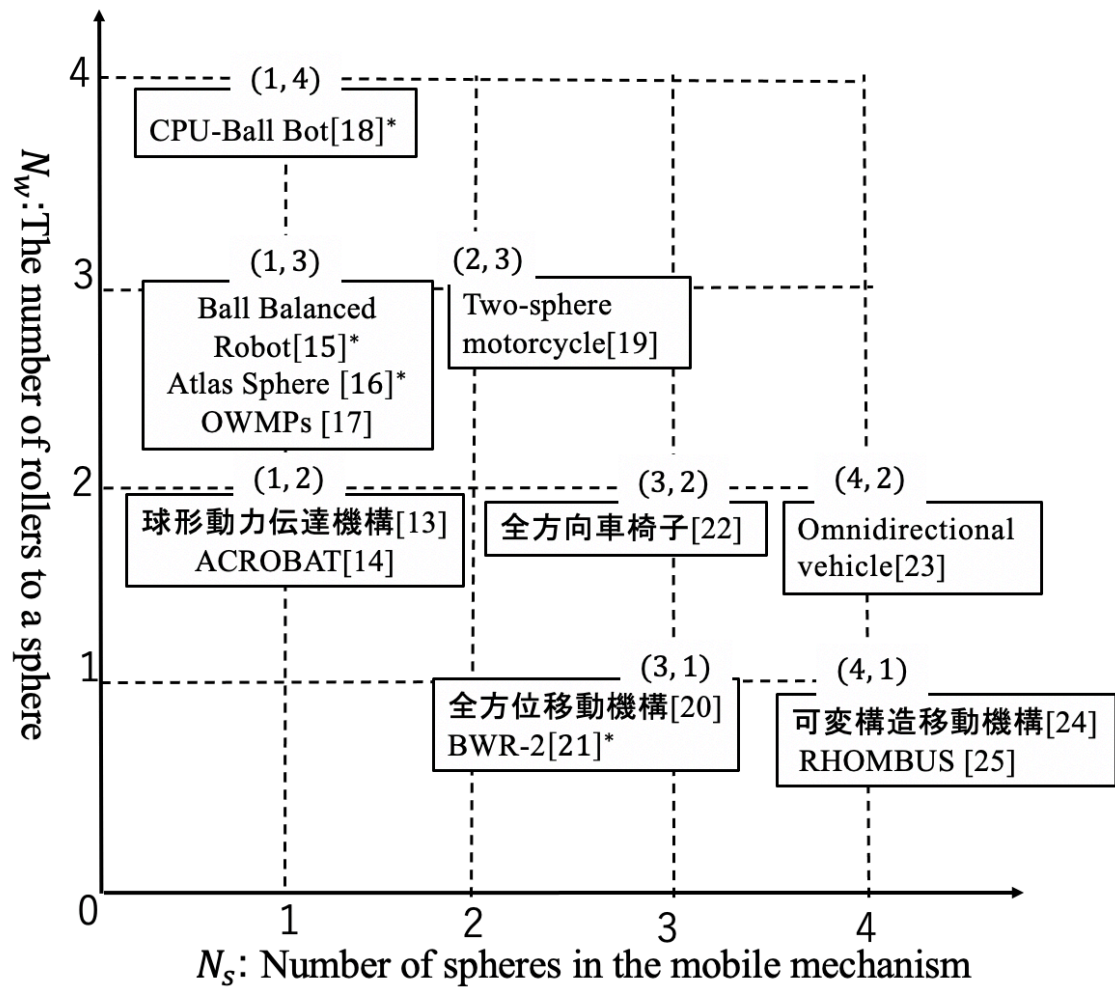


Fig.1- 7 Classification map of sphere-wheel-robots using parameters  $N_s$  and  $N_w$

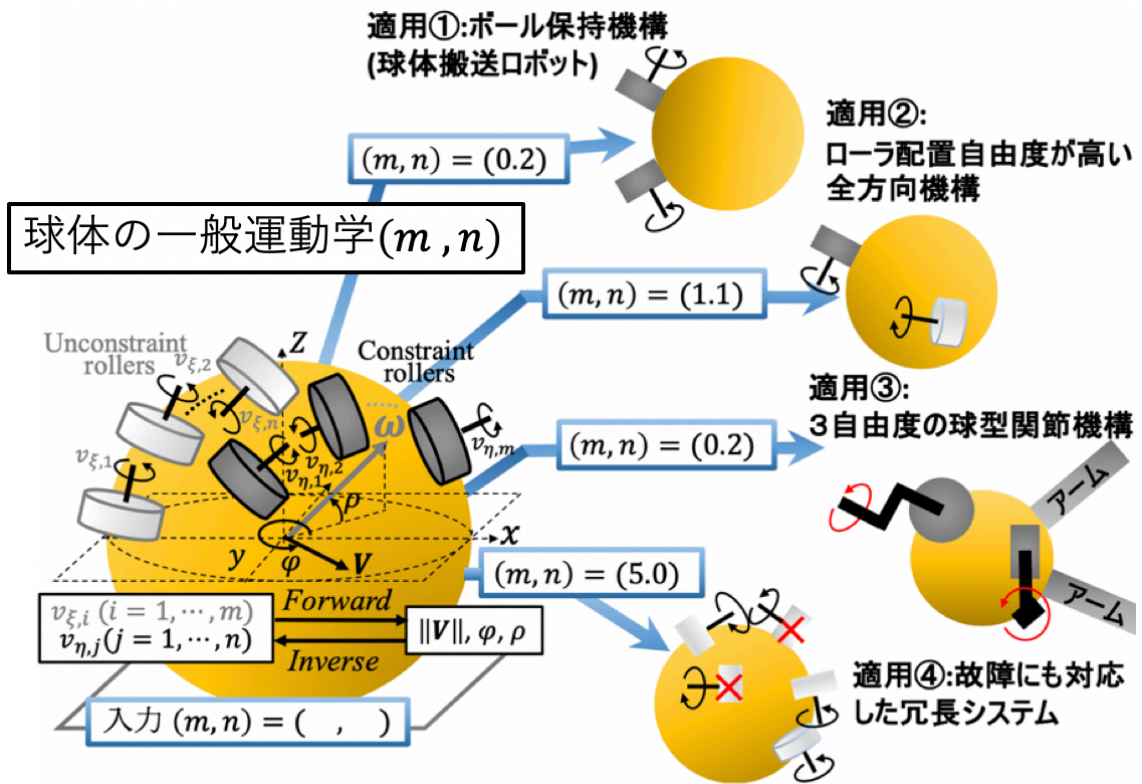


Fig.1- 8 Purpose of this study

# 第2章

## ローラ駆動される 球体の運動学

## 第2章 ローラ駆動される球体の運動学

この章では、ローラ駆動された球体の角速度ベクトルの存在空間について議論し、球体の一般運動学を導出する。さらに、この球体の一般運動学を1.2節で分類した関連研究 [13]-[25] に適用し、これらの運動学との包括を確認する。また、球体の運動学の特別な場合として  $(m, n) = (0, 2)$  における球体の運動学に対して非斉次方程式の解の有無に注目し、滑りを考慮した球体の運動学を導出し、ローラ入力速度とローラ配置角度を、球体進行角と球体回転軸角度のそれぞれをパラメータとしたシミュレーションを行う。

### 2.1 ローラ駆動された球体の角速度ベクトルの存在空間

本節では、ローラ駆動される球体の運動解析を行うために、球体の角速度ベクトルの存在空間について議論する。

**Fig. 2-1 (a)**, **Fig. 2-2 (a)** で示すように、半径  $r$  の球体の中心を原点  $\mathbf{O}$  とし、球体に固定された座標系  $\Sigma$  において、ローラは球体と接触点  $\mathbf{P}_{\xi,i}$  或は  $\mathbf{P}_{\eta,j}$  で接触しているものとする。  $\mathbf{P}_{\xi,i}$  ( $\mathbf{P}_{\eta,j}$ ),  $\mathbf{O}$  及びローラ中心  $\mathbf{P}_c$  の3点が一直線となるような配置を仮定し、ローラの姿勢は一意に決まるものとする。本論文では、オムニローラのように能動回転方向に直交する方向において受動回転するもの(ローラ回転方向に直交する回転成分は零でない)を非拘束ローラ、一般のローラのように能動回転方向に直交する方向においては回転しないという拘束があるもの(ローラ回転方向に直交する回転成分は零)を拘束ローラと記述する。

本節では、球体の一般運動を導出するために、球体の角速度ベクトルを導入し、ローラの回転可能性を考察する。

#### 2.1.1 単数のローラに駆動された球体の角速度ベクトル

##### (A) 単数の非拘束ローラによる球体の角速度ベクトル

**Fig. 2-1 (a)** に示すように、原点  $\mathbf{O}$  を始点とした球体の角速度ベクトルを  $\boldsymbol{\omega}$ 、 $i$  番目の非拘束ローラの回転軸の単位ベクトル  $\boldsymbol{\xi}_i$  とする。  $i$  番目の非拘束ローラにより、周速度  $v_{\xi,i}$  の駆動を球体に与えた時の球体の角速度ベクトルの終点の存在空間  $\pi_i(v_{\xi,i})$  について考える。この時、 $\pi_i(v_{\xi,i})$  は、次式で表される。

$$\pi_i(v_{\xi,i}) = \left\{ (x, y, z) \mid \langle \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\xi}_i \rangle = -\frac{v_{\xi,i}}{r} \right\} \quad (2-1)$$

(2-1) の導出は、以下の手順で表される。

まず、 $i$  番目の非拘束ローラと球体の接触点  $\mathbf{P}_{\xi,i}$  における球体の速度ベクトル  $\mathbf{v}_{\xi,i}^s$  は、次式で表される。

$$\mathbf{v}_{\xi,i}^S = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_{\xi,i} \quad (2-2)$$

ここで、 $\mathbf{e}_i$  を、 $\mathbf{P}_{\xi,i} \times \boldsymbol{\xi}_i$  方向の単位ベクトル(非拘束ローラの回転方向の接ベクトル)とすると、 $\mathbf{v}_{\xi,i}^S$  の  $\mathbf{e}_i$  への正射影ベクトルは、非拘束ローラ速度ベクトル  $\mathbf{v}_{\xi,i}^R$  と一致する( $\mathbf{v}_{\xi,i}^R$  と  $\mathbf{v}_{\xi,i}^S$  は一致するとは限らない). よって、(2-2) の左辺において、 $\langle \mathbf{e}_i, \mathbf{v}_{\xi,i}^S \rangle = \langle \mathbf{e}_i, \mathbf{v}_{\xi,i}^R \rangle = v_{\xi,i}$  が成立する. また、(2-2) の右辺において、 $\langle \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_{\xi,i}, \mathbf{e}_i \rangle = -\langle \mathbf{e}_i \times \mathbf{P}_{\xi,i}, \boldsymbol{\omega} \rangle$  が成立し、次式で表される.

$$v_{\xi,i} = -\langle \mathbf{e}_i \times \mathbf{P}_{\xi,i}, \boldsymbol{\omega} \rangle \quad (2-3)$$

さらに、 $\mathbf{e}_i$  は、 $\mathbf{P}_{\xi,i} \times \boldsymbol{\xi}_i$  と直交し、 $\|\mathbf{P}_{\xi,i}\| = r$  より

$$\mathbf{e}_i \times \mathbf{P}_{\xi,i} = r \boldsymbol{\xi}_i \quad (2-4)$$

が成立する. ここで、(2-4) を (2-3) に代入することで、 $\boldsymbol{\omega}$  と  $v_{\xi,i}$  の関係式は、次式で得られる.

$$\langle \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\xi}_i \rangle = -\frac{v_{\xi,i}}{r} \quad (2-5)$$

従って、**Fig. 2-1 (b)** に示すように球体の角速度ベクトル終点の存在空間  $\pi_i(v_{\xi,i})$  は (2-1) で表されていることが証明された.

この場合、(2-1) で示されているように  $\boldsymbol{\omega}$  は3自由度を有するため、入力としての拘束  $v_{\xi,i}$  を与えただけでは決定することができない. **Fig. 2-1 (b)** では  $\boldsymbol{\omega}$  の  $\boldsymbol{\xi}_i$  に対する正射影ベクトルが  $-(v_{\xi,i}/r)\boldsymbol{\xi}_i$  となり、入力としての拘束  $v_{\xi,i}$  に対する拘束空間 ( $\boldsymbol{\omega}$  の終点の候補となる存在空間)  $\pi_i(v_{\xi,i})$  は、ベクトル  $-(v_{\xi,i}/r)\boldsymbol{\xi}_i$  の終点を通り、 $\boldsymbol{\xi}_i$  に垂直な2次元平面で表されることを示している(一般に、 $\mathbf{v}_{\xi,i}$  は  $\boldsymbol{\eta}_j \times \mathbf{P}_{\eta,j}$  に平行とは限らない).

### (B) 単数の拘束ローラによる球体の駆動

**Fig. 2-2(a)** で示すように、 $j$  番目の拘束ローラの回転軸の単位ベクトルを  $\boldsymbol{\eta}_j$  とし、 $j$  番目の拘束ローラにより、拘束ローラ周速度  $v_{\eta,j}$  の駆動を球体に与えた時の球体の角速度ベクトルの終点の存在空間  $l_i(v_{\eta,j})$  について考える. この時、 $l_i(v_{\eta,j})$  は次式で表される.

$$l_i(v_{\eta,j}) = \pi_j(v_{\eta,j}) \cap \text{span} \{ \boldsymbol{\eta}_j, \mathbf{P}_{\eta,j} \} \quad (2-6)$$

(2-6) の導出は、以下の手順で表される.

まず、接触点  $\mathbf{P}_{\eta,j}$  における球体の速度ベクトル  $\mathbf{v}_{\eta,j}^S$  は拘束ローラ速度ベクトル  $\mathbf{v}_{\eta,j}^R$  と一致し、 $\boldsymbol{\omega}$  と直交する. ここで、 $\mathbf{v}_{\eta,j}^S$  は  $\mathbf{P}_{\eta,j} \times \boldsymbol{\eta}_j$  に平行であるので、次式を満たす.

$$\langle \boldsymbol{\eta}_j \times \mathbf{P}_{\eta_j}, \boldsymbol{\omega} \rangle = 0 \quad (2-7)$$

よって、 $\boldsymbol{\omega}$  の終ベクトルは  $j$  番目の拘束ローラによる拘束平面  $\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_j, \mathbf{P}_{\eta_j}\}$  上に存在する。

$$\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_j, \mathbf{P}_{\eta_j}\} = \{(x, y, z) \mid \langle \boldsymbol{\eta}_j \times \mathbf{P}_{\eta_j}, \boldsymbol{\omega} \rangle = 0\} \quad (2-8)$$

また非拘束ローラと同様に、入力  $v_{\eta_j}$  に対して  $\boldsymbol{\omega}$  は、次式を満たす。

$$\langle \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\eta}_j \rangle = -\frac{v_{\eta_j}}{r} \quad (2-9)$$

また、(2-1) と同様に、入力としての拘束  $v_{\eta_j}$  に対する拘束空間  $\boldsymbol{\omega}$  の終点の候補となる存在空間  $\pi_j(v_{\eta_j})$  はベクトル  $-(v_{\eta_j}/r)\boldsymbol{\eta}_j$  の終点を通り、 $\boldsymbol{\eta}_j$  に垂直な2次元平面で表される。

$$\pi_i(v_{\xi_i}) = \{(x, y, z) \mid \langle \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\xi}_i \rangle = -\frac{v_{\eta_j}}{r}\} \quad (2-10)$$

従って、**Fig. 2-2(b)** で示すように、球体の角速度ベクトルの終点の存在空間  $l_i(v_{\eta_j})$  は、(2-8)(2-10) を同時に満たす直線集合で表される。

### 2.1.2 複数のローラに駆動された球体の角速度ベクトル

本節では、2.1.1 節で述べてきた2種類のローラの存在空間を用いて、球体を  $m$  個の非拘束ローラ、 $n$  個の拘束ローラの駆動により決定される球体の角速度ベクトルの存在空間について考察する。複数のローラ駆動により決定される球体の角速度ベクトルは、 $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$  として (2-5)(2-9) のそれぞれに適用すると、 $(m+n)$  元非斉次方程式の解で表される。

$$-\frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ \vdots \\ v_{\xi,m} \\ v_{\eta,1} \\ \vdots \\ v_{\eta,n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_1^T \\ \vdots \\ \boldsymbol{\xi}_m^T \\ \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \vdots \\ \boldsymbol{\eta}_n^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2-11)$$

次に、 $j = 1, 2, \dots, n$  として、参照に適用すると、複数の拘束ローラ  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) による拘束空間  $\mathbf{W}$  は、

$$\mathbf{W} = \bigcap_{j=1}^n \text{span}\{\boldsymbol{\eta}_j, \mathbf{P}_{\eta_j}\} \quad (2-12)$$

で表され、代数的に  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \in \mathbf{W}$  は、 $n$  元斉次方程式の解空間で表される。



$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_{\eta,2})^T \\ \vdots \\ (\boldsymbol{\eta}_n \times \mathbf{P}_{\eta,n})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2-13)$$

(2-11) (2-13) を合わせると,  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  は  $(m+2n)$  元非斉次方程式の解として表される.

$$-\frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ \vdots \\ v_{\xi,m} \\ v_{\eta,1} \\ \vdots \\ v_{\eta,n} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \vdots \\ \xi_m^T \\ \eta_1^T \\ \vdots \\ \eta_n^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1})^T \\ \vdots \\ (\boldsymbol{\eta}_n \times \mathbf{P}_{\eta,n})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2-14)$$

ここで,  $\boldsymbol{\omega}$  の一意的な存在条件は次式で表されるように  $(3, m+2n)$  行列がフルランクになるとき, すなわち以下が成立する場合である.

$$\text{rank} [\xi_1, \dots, \xi_m, \eta_1, \dots, \eta_n, \eta_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}, \dots, \eta_n \times \mathbf{P}_{\eta,n}] = 3 \quad (2-15)$$

この時,  $\mathbf{W}$  は一意的に定まる  $\boldsymbol{\omega}$  の存在空間となり, 次元は次式で表される.

$$\dim \mathbf{W} = 3 - \text{rank}\{\eta_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}, \dots, \eta_n \times \mathbf{P}_{\eta,n}\} \quad (2-16)$$

## 2.2 複数のローラに駆動された球体の運動学

本節では, 2.1.2 節で決定した複数のローラに駆動される球体の角速度ベクトルの存在空間を用いて,  $m$  個の非拘束ローラ,  $n$  個の拘束ローラの駆動により球体が水平面上を移動する場合の運動学を導出する.

### 2.2.1 逆運動学

$x$  軸からの球体の進行角を  $\varphi (0 \leq \varphi \leq 2\pi)$  とすると,  $xy$  平面上に存在する球体の移動速度ベクトル (球体の中心  $\mathbf{O}$  の移動速度ベクトル) は以下で表される.

$$\mathbf{V} = [V_x \ V_y \ 0]^T = \|\mathbf{V}\| [\cos \varphi \ \sin \varphi \ 0]^T \quad (2-17)$$

ここで,  $\boldsymbol{\omega}$  と  $xy$  平面とのなす角 (球体回転軸の角度) を  $\rho (-\pi/2 < \rho < \pi/2)$  とすると,

$\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  は次式で表される.

$$[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T = \frac{\|\mathbf{V}\|}{r} [-\sin \varphi \quad \cos \varphi \quad \tan \rho]^T \quad (2-18)$$

一般に,  $\mathbf{V}$  ( $\|\mathbf{V}\|$  と  $\varphi$  に依存) に対して  $\boldsymbol{\omega} \in \mathbf{W}$  の存在するためには (2-18) を (2-13) に代入することで得られる  $\rho$  に関する  $n$  元非線形連立方程式 (2-19) において, 解が存在するときである.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = -\|\mathbf{V}\| \begin{bmatrix} (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_{\eta,2})^T \\ \vdots \\ (\boldsymbol{\eta}_n \times \mathbf{P}_{\eta,n})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ \tan \rho \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

この時, 解  $\rho$  における  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  が決定され, (2-11) により,  $v_{\xi,i}, v_{\eta,j}$  が決定される.

### 2.2.2 順運動学

$m + 2n \geq 3$  の条件のもとで, 斉次方程式 (2-14) の  $(3, m + 2n)$  行列  $A$  に対し, ムーンペンローズ一般化逆行列  $A^+$  を用いると, (2-14) の解  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  は以下のように表される.

$$[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T = -\frac{1}{r} A^+ \mathbf{b} \quad (2-20)$$

ただし,

$$\begin{aligned} A^+ &= A^T (AA^T)^{-1} \\ A &= [\boldsymbol{\xi}_1, \dots, \boldsymbol{\xi}_m, \boldsymbol{\eta}_1, \dots, \boldsymbol{\eta}_n, \boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}, \dots, \boldsymbol{\eta}_n \times \mathbf{P}_{\eta,n}]^T \\ \mathbf{b} &= [v_{\xi,1}, \dots, v_{\xi,m}, v_{\eta,1}, \dots, v_{\eta,n}, 0, \dots, 0]^T \end{aligned} \quad (2-21)$$

特に,  $A$  が  $(3, 3)$  行列であるとき,  $A^+ = A^{-1}$  が成立し,  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  は 3 次元ベクトル  $\mathbf{b}$  を用いて以下のように表される.

$$[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T = -\frac{1}{r} A^{-1} \mathbf{b} \quad (2-22)$$

順運動学は, (2-16) の条件における (2-14) の解  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  を, 次式 (2-23)(2-24)(2-25) に代入することで得られる.

$$\|\mathbf{V}\| = r \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \quad (2-23)$$

$$\varphi = \begin{cases} \cos^{-1} \left[ \omega_y / \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \right] & (\omega_x < 0) \\ 360^\circ - \cos^{-1} \left[ \omega_y / \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \right] & (\omega_x \geq 0) \end{cases} \quad (2-24)$$

$$\rho = \tan^{-1} \left[ \omega_z / \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \right] \quad (2-25)$$

特に,  $\omega_x, \omega_y = 0$  の場合, 球体は水平面上で自転し移動はできない.

## 2.3 球体の一般運動学の適用

この節では, 2.2 節で求めた球体の一般運動学を関連研究 [13]-[25] の運動学に適用し, 運動学の包括を確認する. また, 非拘束ローラの個数  $m$ , 非拘束ローラの個数  $n$  の組  $(m, n)$  (ただし  $m + n = N_w$  を満たす) に対して,  $N_w \leq 4$  における全ての組  $(m, n)$  に対する球体における角速度ベクトルの存在空間と全方向移動について考察する.

**Fig. 2-3** では, 各  $(m, n)$  に対する球体上の配置について示している. また, **Table 2-1** において, 第 1 列目は  $(m, n)$ , 第 2 列目は  $k = \text{rank}\{\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}, \dots, \boldsymbol{\eta}_n \times \mathbf{P}_{\eta,n}\}$ , 第 3 列目は一意的に定まる角速度ベクトルの存在空間  $\mathbf{W}$ , 第 4 列目は  $\boldsymbol{\omega}$  の満たす非斉次方程式 (2-26)-(2-39), 第 5 列目は非斉次方程式の解  $\boldsymbol{\omega}$  (2-40)-(2-53) を表す. ここで, 非斉次方程式 (2-29) (2-30) (2-32) は, (3, 3) の正則行列となるため, (2-43) (2-44) (2-46) と解くことができる (解の計算の詳細については **Appendix A** 参照). それ以外の場合は, 正方行列ではないため, (2-26)-(2-28), (2-31), (2-33)-(2-39) の解は (2-20) に適用することで  $A^+$  を用いて, (2-40)-(2-42), (2-45), (2-47)-(2-53) で表せる. さらに, 第 6 列目は (2-54)-(2-59) は関連研究 [20][21][23][15][17][18] の運動学を表している ([24][25] は [20] と同様, [13][14][22][23] は [23] と同様, [15][16][19] は [15] と同様).

関連研究の運動学では, 入力値を  $[V_x, V_y, r\omega_z]^T$  を用いて表しているものも多く見られるが, ここで,  $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  と  $[V_x, V_y, r\omega_z]^T$  の関係式を以下のように表す.

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ r\omega_z \end{bmatrix} \quad (2-60)$$

ここで, (2-14) に (2-60) を代入し計算することで, (2-61) が得られる.

$$\begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ \vdots \\ v_{\xi,m} \\ v_{\eta,1} \\ \vdots \\ v_{\eta,n} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \vdots \\ \xi_m^T \\ \eta_1^T \\ \vdots \\ \eta_n^T \\ (\eta_1 \times P_{\eta,1})^T \\ \vdots \\ (\eta_n \times P_{\eta,n})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ r\omega_z \end{bmatrix} \quad (2-61)$$

ここで,  $\xi_i^T = [\xi_i^1 \ \xi_i^2 \ \xi_i^3]^T$ ,  $\eta_j^T = [\eta_j^1 \ \eta_j^2 \ \eta_j^3]^T$  とし, 計算すると,

$$\begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ \vdots \\ v_{\xi,m} \\ v_{\eta,1} \\ \vdots \\ v_{\eta,n} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \xi_1^2 & -\xi_1^1 & \xi_1^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \xi_m^2 & -\xi_m^1 & \xi_m^3 \\ \eta_1^2 & -\eta_1^1 & \eta_1^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \eta_n^2 & -\eta_n^1 & \eta_n^3 \\ * & * & * \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ * & * & * \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ r\omega_z \end{bmatrix} \quad (2-62)$$

ここで (2-62) において, 特に  $\xi_1, \dots, \xi_m, \eta_1, \dots, \eta_n \in \mathbb{R}^2$  の時  $\xi_i^3, \eta_j^3 = 0$  となり,  $\eta_1 \times P_{\eta,1}, \dots, \eta_n \times P_{\eta,n} = \mathbf{0}$  が成立し, 次式で表される,

$$\begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ \vdots \\ v_{\xi,m} \\ v_{\eta,1} \\ \vdots \\ v_{\eta,n} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \xi_1^2 & -\xi_1^1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \xi_m^2 & -\xi_m^1 & 0 \\ \eta_1^2 & -\eta_1^1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \eta_n^2 & -\eta_n^1 & 0 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ r\omega_z \end{bmatrix} \quad (2-63)$$

$W = \mathbb{R}^2$ ,  $\omega \in \mathbb{R}^2$  より,  $\omega_z = 0$  が成立し,  $P_{\xi,1}, P_{\eta,1}$  は, それぞれ  $\xi_1^T, \eta_1^T$  と直交するので, 次式が得られる.

$$\begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ \vdots \\ v_{\xi,m} \\ v_{\eta,1} \\ \vdots \\ v_{\eta,n} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\xi,1} \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{\xi,m} \\ \mathbf{P}_{\eta,1} \\ \vdots \\ \mathbf{P}_{\eta,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-64)$$

また, (2-61) において  $(m, n) = (0, n)$  として適用すると, 次式が得られる.

$$\begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ \vdots \\ v_{\xi,m} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \xi_1^2 & -\xi_1^1 & \xi_1^3 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \xi_m^2 & -\xi_m^1 & \xi_m^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ r\omega_z \end{bmatrix} \quad (2-65)$$

$(m, n) = (1, 0)$  の場合, **Fig. 2-3(a)** で示されるように, 角速度ベクトルの存在空間は  $v_{\xi,1}$  に対して平面集合  $\pi_1(v_{\xi,1})$  となり,  $\boldsymbol{\omega}$  は一意的に存在しない. ここで, BWR-2 [20] の運動学は,  $(m, n) = (1, 0)$  として (2-65) に適用したものと一致する. 可変構造移動機構 [24], RHOMBUS [25] の運動学も同様である.

$(m, n) = (0, 1)$  の場合, **Fig. 2-3(b)** で示されるように, 角速度ベクトルの存在空間は  $v_{\eta,1}$  に対して, 直線集合  $W = l_1(v_{\eta,1})$  となるため  $\boldsymbol{\omega}$  は一意的に存在しない. ここで, 全方向移動機構 [21] の運動学は,  $(m, n) = (0, 1)$  として (2-64) に適用したものと一致する.

$(m, n) = (2, 0)$  の場合, **Fig. 2-3(c)** で示されているように, 角速度ベクトルの存在空間は, 各  $v_{\xi,1}, v_{\xi,2}$  に対して平面集合  $\pi_1(v_{\xi,1}), \pi_2(v_{\xi,2})$  となり, 直線  $\pi_1(v_{\xi,1}) \cap \pi_2(v_{\xi,2})$  となるため  $\boldsymbol{\omega}$  は一意的に存在しない. ローラ配置において,  $\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2$  が水平面に平行であれば,  $\omega_x$  と  $\omega_y$  は  $t$  に依存しないが, 全方向移動が可能である. 一方,  $\boldsymbol{\xi}_1 \times \boldsymbol{\xi}_2$  が水平面に対して垂直 ( $\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2$  が水平面に平行) でないならば,  $\omega_x$  と  $\omega_y$  はパラメータ  $t$  に依存するため,  $\mathbf{V}$  は不確定であり, 全方向移動可能でない.

$(m, n) = (1, 1)$  の場合, すなわち拘束ローラと非拘束ローラの混合型であるが, **Fig. 2-3(d)** で示されるように, 角速度ベクトルの存在空間は  $W = \text{span}\{\boldsymbol{\eta}_1, \mathbf{P}_{\eta,1}\}$  となり,  $\{\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\eta}_1\}$  が一次独立であれば, 全方向移動が可能である.

$(m, n) = (0, 2), k = 1$  の場合, **Fig. 2-3(e)** で示されるように, 角速度ベクトルの存在空間は  $W = \text{span}\{\mathbf{P}_{\eta,1}, \mathbf{P}_{\eta,2}\}$  が成立する.  $\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}$  と  $\boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_{\eta,2}$  が平行であるので,  $\text{span}\{\mathbf{P}_{\eta,1}, \boldsymbol{\eta}_1\} = \text{span}\{\mathbf{P}_{\eta,2}, \boldsymbol{\eta}_2\}$  が成立する. 従って,  $\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2 \in \text{span}\{\mathbf{P}_{\eta,1}, \mathbf{P}_{\eta,2}\}$  であれば, 全方向移動が可能である. ここで, Omnidirectional vehicle [23] の運動学において,  $\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2$  は水平面に平行なベクトルとなっているので,  $(m, n) = (0, 2), k = 1$  として (2-64) に適用したものと一致する. 球形動力伝導機構 [13], ACROBAT [14], 全方向車椅子 [22] の

運動学も同様である。

$(m, n) = (0, 2)$ ,  $k = 2$  の場合, **Fig. 2-3(f)** で示されるように, 角速度ベクトルの存在空間は  $\eta_1 \times P_{\eta_1}$  と  $\eta_2 \times P_{\eta_2}$  は平行でないので,  $\omega \in \text{span}\{P_{\eta_1}, \eta_1\}$  かつ  $\omega \in \text{span}\{P_{\eta_2}, \eta_2\}$  であるため,  $W = \text{span}\{P_{\eta_1}, \eta_1\} \cap \text{span}\{P_{\eta_2}, \eta_2\}$  である. また, ローラ配置条件は  $P_{\eta_1} \# P_{\eta_2}$  である. この理由は,  $P_{\eta_1} \parallel P_{\eta_2}$  を仮定すると 2 点は, 球体直径の両端にあり,  $\eta_1, \eta_2, \eta_1 \times P_{\eta_1}, \eta_2 \times P_{\eta_2}$  は同一平面上に存在するので,  $\text{rank}A = 3$  に反するからである. また,  $\omega$  は直線上にのみ存在するため, 球体は水平面上で一方にしか移動できない. よって, 全方向移動は不可能である.

$(m, n) = (3, 0)$  の場合, **Fig. 2-3 (g)** で示されるように, 角速度ベクトルの存在空間は  $A = \{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$  より非拘束ローラのみを使用しているため,  $W = \mathbb{R}^3$  となる. ここで,  $\{\xi_1, \xi_2, \xi_3\}$  が一次独立であれば, 全方向移動が可能である. ここで, Ball-Balanced Robot [15] の運動学は,  $(m, n) = (3, 0)$  として (2-65) に適用したものと一致する. Atlas Shere[16], Two-sphere Motorcycle[19] の運動学も同様である.

$(m, n) = (2, 1)$ ,  $k = 1$  の場合, **Fig. 2-3(h)** で示されるように, 角速度ベクトルの存在空間は  $W = \text{span}\{\eta_1, P_{\eta_1}\}$  が成立する. 拘束ローラと非拘束ローラの混合の場合であり,  $\omega \in \text{span}\{P_{\eta_1}, \eta_1\}$  が成立し,  $\xi_1, \eta_1, \eta_1 \times P_{\eta_1}$  が一次独立( $\xi_1 \notin \text{span}\{\eta_1 \times P_{\eta_1}, \eta_1\}$ )であれば, 全方向移動が可能である.

$(m, n) = (1, 2)$ ,  $k = 1$  の場合, **Fig. 2-3(i)** で示されるように, 角速度ベクトルの存在空間は  $W = \text{span}\{P_{\eta_1}, P_{\eta_2}\}$  が成立する.  $\eta_{11} \times P_{\eta_1}$  と  $\eta_2 \times P_{\eta_2}$  は平行であるので,  $\text{span}\{P_{\eta_1}, \eta_1\} = \text{span}\{P_{\eta_2}, \eta_2\}$  が成立し,  $\eta_1, \eta_2 \in \text{span}\{P_{\eta_1}, P_{\eta_2}\}$  であれば, 全方向移動が可能である.

$(m, n) = (1, 2)$ ,  $k = 2$  の場合, **Fig. 2-3(j)** で示されるように, 角速度ベクトルの存在空間は  $\eta_1 \times P_{\eta_1}$  と  $\eta_2 \times P_{\eta_2}$  が平行でないので,  $\omega \in \text{span}\{P_{\eta_1}, \eta_1\}$  かつ  $\omega \in \text{span}\{P_{\eta_2}, \eta_2\}$  であるため,  $W = \text{span}\{P_{\eta_1}, \eta_1\} \cap \text{span}\{P_{\eta_2}, \eta_2\}$  である. また, ローラ配置条件は  $P_{\eta_1} \# P_{\eta_2}$  である. この理由は,  $P_{\eta_1} \parallel P_{\eta_2}$  を仮定すると 2 点は, 球体直径の両端にあり,  $\eta_1, \eta_2, \eta_1 \times P_{\eta_1}, \eta_2 \times P_{\eta_2}$  は, 同一平面上に存在し  $\text{rank}A = 3$  に反するからである. また,  $\omega$  は直線上にのみ存在するため, 球体は水平面上で, 一方にしか移動できない. よって, 全方向移動は不可能である.

$(m, n) = (0, 3)$ ,  $k = 1$  の場合, **Fig. 2-3 (k)** で示されるように, 角速度ベクトルの存在空間は  $\text{span}\{P_{\eta_1}, \eta_1\} = \text{span}\{P_{\eta_2}, \eta_2\} = \text{span}\{P_{\eta_3}, \eta_3\}$  が成立するので,  $W = \text{span}\{P_{\eta_1}, P_{\eta_2}\}$  となり全方向移動可能なローラ配置条件は,  $\text{span}\{P_{\eta_1}, P_{\eta_2}\}$  と水平面が垂直でないかつ  $\eta_1, \eta_2, \eta_3 \in \text{span}\{P_{\eta_1}, P_{\eta_2}\}$  である. ここで, OWMPs[17] の運動学において,  $\eta_1, \eta_2, \eta_3$  は, 水平面に平行なベクトルであるので,  $(m, n) = (3, 0)$  として (2-64) に適用したものと一致する.

$(m, n) = (0, 3)$ ,  $k = 2$  の場合, **Fig. 2-3 (l)** で示しているように,  $\eta_1 \times P_1, \eta_2 \times P_2, \eta_3 \times P_3$  中で, 2本のベクトル  $\eta_1 \times P_1, \eta_3 \times P_3$  が平行な場合を **Type1**, **Fig. 2-2(m)** で示

しているように、平行な組がない場合を **Type2** とする. いずれの場合も、角速度ベクトルの存在空間は  $\mathbf{W} = \text{span}\{\mathbf{P}_{\eta,1}, \boldsymbol{\eta}_1\} \cap \text{span}\{\mathbf{P}_{\eta,2}, \boldsymbol{\eta}_2\} \cap \text{span}\{\mathbf{P}_{\eta,2}, \boldsymbol{\eta}_2\}$  として、原点を通る直線となり、球体は一方のみにしか移動できない. よって、全方向移動は不可能である.

$(m, n) = (0, 3)$ ,  $k = 3$  の場合, **Fig .2-3(n)** で示されるように  $\mathbf{W} = \mathbf{0}$  である. これは, (2-51) から方程式の解が,  $\boldsymbol{\omega} = [0, 0, 0]^T$  であることから分かる. よって、全方向移動は不可能である.

$(m, n) = (4, 0)$  の場合, **Fig .2-3(o)** で示されるように、角速度ベクトルの存在空間は  $A = [\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2, \boldsymbol{\xi}_3, \boldsymbol{\xi}_4]$  より非拘束ローラのみを使用しているため,  $\mathbf{W} = \mathbb{R}^3$  となる. この時の全方向移動可能なローラ配置条件は,  $\{\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2, \boldsymbol{\xi}_3, \boldsymbol{\xi}_4\}$  のランクが3であれば、全方向移動が可能である. ここで、CPU-Ball Bot [18] の運動学は,  $(m, n) = (4, 0)$  として (2-65) に適用したものと一致する. 以上より、関連研究 [13]-[25] の運動学すべては、一般運動学に包括されている(**Table 2.2** 参照).

## 2.4 滑りを考慮した球体の運動学

この節では、2.3 節で示した球体の一般運動学の特別な場合として、 $(m, n) = (0, 2)$  における球体の運動学を、非斉次方程式の解の有無とローラと球体の滑りの有無との関係性を調べ、球体の滑りを考慮した運動学を導出する. また、ローラ入力速度とローラ配置角度を、球体進行角と球体回転軸角度のそれぞれをパラメータとしたシミュレーションを行う. 以後、単略化し  $\mathbf{P}_{\eta_j} = \mathbf{P}_i$ ,  $v_{\eta_j} = v_i$  ( $i = 1, 2$ ) で表す.

まず、ローラ配置角  $\alpha_i$  ( $-90^\circ \leq \alpha_i \leq 90^\circ$ ) を  $\boldsymbol{\eta}_i$  と  $\text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$  のなす角とする.  $\mathbf{e}$  は、 $\text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$  に対する単位法ベクトルとする.  $\boldsymbol{\eta}_i$  を以下のように定義する.

$$\boldsymbol{\eta}_i = \begin{cases} \frac{\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i \times \mathbf{P}_i}{\|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i \times \mathbf{P}_i\|} (\langle \mathbf{e}, \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i \rangle \geq 0) \\ -\frac{\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i \times \mathbf{P}_i}{\|\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i \times \mathbf{P}_i\|} (\langle \mathbf{e}, \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i \rangle < 0) \end{cases} \quad (2-66)$$

この時、ローラ配置角  $\alpha_i$  ( $-90^\circ \leq \alpha_i \leq 90^\circ$ ) は以下で表される.

$$\alpha_i = 90^\circ - \cos^{-1} \langle \mathbf{e}, \boldsymbol{\eta}_i \rangle \quad (2-67)$$

次に、 $m = 0$ ,  $n = 2$  として (2-14) に適用すると、 $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  は、3元非斉次方程式の解で表される.

$$-\frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1)^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_2)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (2-68)$$

ここで、ローラに対する球体の滑りの有無を考察する。各拘束ローラ  $i$  の入力  $v_i$  ( $i = 1, 2$ ) に対して、(2-6) は各拘束ローラに対する球体の角速度ベクトルの存在空間であり、球体は滑らない回転を行うことが前提である。(2-6) を2つの拘束ローラに適用すると、各角速度ベクトルの存在空間は、直線集合  $l_i(v_i)$  ( $i = 1, 2$ ) で表される。ここで、 $l_1(v_1)$  と  $l_2(v_2)$  の配置は、以下のように (A) 滑りがない場合、(B) 滑りがある場合のいずれかとなる。

(A) 滑りがない場合

この場合は、 $l_1(v_1)$  と  $l_2(v_2)$  が共有点を持ち、線形方程式 (2-68) は解を持つ (**Fig. 2-4(a)** 参照)

(B) 滑りがある場合

この場合は、 $l_1(v_1)$  と  $l_2(v_2)$  が共有点を持たず、線形方程式 (2-68) は解を持たない (**Fig. 2-4(b)** 参照)

以下、(A) 滑りがない場合を 2.4.1 節で考察する。また (B) 滑りがある場合を 2.4.2 節で滑りを考慮した運動学の導出を行い、球体の進行角や球体の回転軸の角度をパラメータとしたシミュレーションを行う。

### 2.4.1 線形方程式の解がある場合

(A) 滑りがある場合は、**Fig. 2-4(a)** で示されているように、 $l_1(v_1)$  と  $l_2(v_2)$  が共有点を持つような、 $v_1, v_2$  が存在する。このとき、 $\boldsymbol{\omega}$  の終点は  $l_1(v_1)$  と  $l_2(v_2)$  の共有点として一意的に決定され、球体はローラに対して滑らずに回転する。

(a) 逆運動学

$\|\mathbf{V}\|$ ,  $\varphi$ ,  $\rho$  に対して (2-66), (2-67) より、 $\alpha_1, \alpha_2$  が得られる。また (2-68) より、 $v_1, v_2$  が計算される。

(b) 順運動学

まず、 $\alpha_i$  に対して、ローラ回転軸  $\boldsymbol{\eta}_i$  を次式のように決定する。

$$\boldsymbol{\eta}_i = r^{-1} \mathbf{X}_i \cos \alpha_i + \mathbf{e} \sin \alpha_i \quad (2-69)$$



ここで,  $\mathbf{X}_i$  は  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$  を通る左周りの大円の単位接ベクトル

$$\mathbf{X}_i = \frac{\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2 \times \mathbf{P}_i}{\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2 \times \mathbf{P}_i} \quad (2-70)$$

次に,  $v_1, v_2$  に対し (2-68) の解  $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  を (2-23)-(2-25) に代入することで,  $\|\mathbf{V}\|$ ,  $\varphi, \rho$  が計算される.

### (c) 全方向移動可能性

任意の  $\boldsymbol{\omega} \in \mathbb{R}^3$  (任意の  $\|\mathbf{V}\|, \varphi, \rho$ ) に対して  $\alpha_1, \alpha_2, v_1, v_2$  が存在する. よって, 全方向移動が可能となる.

### (d) 2つの回転軸が同一平面上にある場合

特に,  $\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2$  が一次独立で, 原点  $\mathbf{O}$  を含む同一平面上に存在する場合,  $\boldsymbol{\omega} \in \text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$  に対して,  $(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i) \parallel \mathbf{e}$  より,  $\langle \mathbf{e}, \boldsymbol{\eta}_i \rangle = 0$  が成立する. ここで (2-67) に代入すると,  $\alpha_i = 0$  として一定値を取る. この時,  $\varphi$  と  $\rho$  は以下を満たす従属関係となり, 全方向移動が可能である.

$$\rho = \tan^{-1} \left[ \frac{(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_x \sin \varphi - (\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_y \cos \varphi}{(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_z} \right] \quad (2-71)$$

(2-71) の導出と全方向移動性については, **Appendix A** 参照.

### (e) 数値シミュレーションの結果と考察

$\|\mathbf{V}\| = 1$  [m/s]  $r = 1$  [m]  $\theta_{1,1} = 215^\circ, \theta_{1,2} = 325^\circ, \theta_{1,2}, \theta_{2,2} = 60^\circ$  を条件とし,  $\varphi$  ( $0^\circ \leq \alpha_i \leq 90^\circ$ ) をパラメータとしたローラ配置角  $\alpha_1, \alpha_2$  とローラ速度  $v_1, v_2$  のシミュレーションを行った. **Fig. 2-5-7** で示されるように左側のローラを黒線, 右側のローラ速度を灰色線で示している. 以下の (i)-(iii) の場合のシミュレーション結果を示す.

#### (i) $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ かつ $\rho = 0^\circ$ の場合

これは, 球体が純回転 ( $\rho = 0^\circ$ ) する場合である. **Fig. 2-5(a)** では,  $\varphi$  ( $0^\circ \leq \alpha_i \leq 90^\circ$ ) をパラメータとした時の  $\alpha_1, \alpha_2$  を示している. これらの絶対値関数  $|\alpha_1|, |\alpha_2|$  は減少関数となり,  $\varphi = 90^\circ$  の場合,  $\alpha_1, \alpha_2 = 0$  である.

**Fig. 2-5(b)** では,  $\varphi$  ( $0^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ$ ) をパラメータとした時の  $v_1, v_2$  を示している.  $|\alpha_1|$  は,  $\varphi = 28^\circ$  の時, 最大値 1 を取る. また  $|\alpha_2|$  は,  $\varphi = 52^\circ$  の時, 最小値 0.92 を取る. また,  $\varphi = 0^\circ$  の時,  $\alpha_1 = -\alpha_2$ ,  $\varphi = 90^\circ$  の時,  $\alpha_1 = \alpha_2$  が成立する.

#### (ii) $0^\circ \leq \rho < 90^\circ$ かつ $\varphi = 90^\circ$ の場合

これは, 球体が直進する場合であるが, **Fig. 2-6(a)** では,  $\rho$  ( $0^\circ \leq \rho \leq 90^\circ$ ) をパラメータ

とした時の  $\alpha_1, \alpha_2$  を示している。これらの絶対値関数  $|\alpha_1|, |\alpha_2|$  は増加関数となり、不等式  $\alpha_1 < \alpha_2$  が成立する。  $\rho = 0^\circ$  の時、  $\alpha_1 = \alpha_2$  が成立し、  $\rho = 90^\circ$  の時、  $\alpha_1 = \alpha_2$  が成立する。

**Fig. 2-6(b)** では、  $\rho (0^\circ \leq \rho \leq 90^\circ)$  をパラメータとした時の  $v_1, v_2$  を示している。  $v_1$  は増加関数  $v_2$  は  $\rho = 62^\circ$  の時、最小値をとり、不等式  $v_2 < v_1$  が成立する。また、  $\rho = 0^\circ$  の時、  $v_1 = v_2$ 、  $\rho = 90^\circ$  の時、無限大に発散する。

(iii)  $0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ, \omega \in \text{span}\{P_1, P_2\}$  場合

この場合、理論的に、  $\omega \in \text{span}\{P_1, P_2\}$  に対し、  $\omega \times P_i \parallel e$  より、  $\langle e, \eta_i \rangle = 0$  が成立し  $\alpha_1, \alpha_2 = 0$  として一定値を取る。

**Fig. 2-7(a)** で示されているように、すべての  $0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$  に対して、等式  $\alpha_1, \alpha_2 = 0^\circ$  が成立している。

**Fig. 2-7(b)** で示されているように、  $\varphi = 0^\circ, 180^\circ$  (左右移動) の時、等式  $v_1 = -v_2$  が成立し  $\varphi = 90^\circ, 270^\circ$  (前後移動) の時、等式  $v_1 = v_2$  が成立する。

## 2.4.2 線形方程式の解がない場合

(B) 滑りありの場合、 **Fig. 2-4(b)** で示されているように、  $l_1(v_1)$  と  $l_2(v_2)$  が共有点をつよような  $v_1, v_2$  が存在しないため、ローラと球体の間に滑りが起きる。ここで、回転軸を定めるために、「 $Q \in \mathbb{R}^3$  と  $l_i(v_i)$  の2乗距離の和の最小値となる最適点  $Q_o \in \mathbb{R}^3$  を  $\omega$  の終点」と定義する。この最適点  $Q_o$  は  $l_1(v_1)$  と  $l_2(v_2)$  の中点と一致する(証明は **Appendix B** 参照)

### (a) 順運動学

以下で、  $Q_o$  を計算し  $\omega$  を求める。ローラ配置角  $\alpha_i (-90^\circ \leq \alpha_i \leq 90^\circ)$  を  $\eta_i$  と  $\text{span}\{P_1, P_2\}$  のなす角とする。 **Fig. 2-8, Fig. 2-9** で示されているように、  $P_i$  における球体接平面上の正規直交基底  $\{X_i, e\}$  を用いると、  $\eta_i$  は次式で表される。

$$\eta_i = X_i \cos \alpha_i + e \sin \alpha_i \quad (2-72)$$

ここで、

$$X_i = r^{-1} e \times P_i, \quad e = \frac{P_1 \times P_2}{\|P_1 \times P_2\|} \quad (2-73)$$

従って、  $X_i, P_i$  を用いると、  $\text{span}\{P_1, P_2\}$  に対する  $l_i(v_i)$  の正射影直線は次式で表される。

$$\hat{l}_i(v_i) = \left\{ \omega \left| \left( -\frac{v_i \cos \alpha_i}{r} \right) X_i + k P_i, k \in \mathbb{R} \right. \right\} \quad (2-74)$$

$\boldsymbol{\omega}$  の  $\text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$  に対する正射影ベクトル  $\boldsymbol{\omega}_t$  は  $l_1(v_1)$  と  $l_2(v_2)$  の共有点で表される (証明は Appendix B 参照) .

$$\boldsymbol{\omega}_t = \frac{1}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} [(v_2 \cos \alpha_2) \mathbf{P}_1 - (v_1 \cos \alpha_1) \mathbf{P}_2] \quad (2-75)$$

また,  $\text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$  に対する  $l_i(v_i)$  ( $i = 1, 2$ ) の位置は以下で表される.

$$\frac{-v_1 \sin \alpha_1}{r}, \frac{-v_2 \sin \alpha_2}{r} \quad (2-76)$$

(2-76) を用いて,  $\boldsymbol{\omega}$  の  $\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2$  に対する正射影ベクトル  $\boldsymbol{\omega}_s$  は次式で表される.

$$\boldsymbol{\omega}_s = -\frac{v_1 \sin \alpha_1 + v_2 \sin \alpha_2}{2r} \frac{\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \quad (2-77)$$

従って,  $v_1, v_2, \alpha_1, \alpha_2$  を用いて,  $\boldsymbol{\omega}$  は (2-75) と (2-77) の和として, 次式で表される.

$$\begin{aligned} [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T &= \boldsymbol{\omega}_t + \boldsymbol{\omega}_s \\ &= \frac{1}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} [(v_2 \cos \alpha_2) \mathbf{P}_1 - (v_1 \cos \alpha_1) \mathbf{P}_2] \\ &\quad - \frac{v_1 \sin \alpha_1 + v_2 \sin \alpha_2}{2r} \frac{\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \end{aligned} \quad (2-78)$$

ここで,

$$\mathbf{P}_i = r [\cos \theta_{1,i} \cos \theta_{2,i}, \sin \theta_{1,i} \cos \theta_{2,i}, \sin \theta_{2,i}]^T \quad (i = 1, 2) \quad (2-79)$$

である. 従って, (2-78) を (2-23)-(2-25) に代入することで, 順運動学が得られる.

## (b) 逆運動学

まず, (2-78) を変形し,  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  を  $\mathbf{X}$  と  $\mathbf{Y}$  の線型結合で表す.

$$\boldsymbol{\omega} = v_2 \mathbf{X} + v_1 \mathbf{Y} \quad (2-80)$$

ここで,

$$\mathbf{X} = \frac{\cos \alpha_2}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \mathbf{P}_1 - \frac{\sin \alpha_2}{2r} \frac{\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \quad (2-81)$$

$$Y = -\frac{\cos \alpha_1}{\|P_1 \times P_2\|} P_2 - \frac{\sin \alpha_1}{2r} \frac{P_1 \times P_2}{\|P_1 \times P_2\|} \quad (2-82)$$

である. 従って任意の  $v_1, v_2$  に対する  $\omega$  の存在空間(2自由度)は  $X \times Y$  を法ベクトルとする平面  $\pi = \text{span}\{X, Y\}$  と一致する. 特に,  $\omega \in \text{span}\{P_1, \eta_1\} \cap \text{span}\{P_2, \eta_2\} \subset \pi$  を満たす  $\omega$  に対する球体の駆動は, ローラに対して滑りは起こらない. ここで,  $\omega \in \pi$  より,  $\langle \omega, X \times Y \rangle = 0$  が成立し,

$$\tan \rho = \frac{(X \times Y)_x \sin \varphi - (X \times Y)_y \cos \varphi}{(X \times Y)_z} \quad (2-83)$$

が得られ,  $\omega = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  は以下で表される.

$$[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T = \frac{\|V\|}{r} \left[ -\sin \varphi, \cos \varphi, \frac{(X \times Y)_x \sin \varphi - (X \times Y)_y \cos \varphi}{(X \times Y)_z} \right]^T \quad (2-84)$$

また, (2-74) より  $\omega$  の  $\text{span}\{P_1, P_2\}$  に対する正射影ベクトルの終点は,  $l_i(v_i)$  上に存在するため,  $\omega$  は以下を満たす.

$$\langle \omega, X_i \rangle = -\frac{v_i \cos \alpha_i}{r} \quad (2-85)$$

ここで, (2-85) の左辺を以下のように計算する.

$$\langle \omega, X_i \rangle = r^{-1} \langle \omega, e \times P_i \rangle = -r^{-1} \langle e, \omega \times P_i \rangle \quad (2-86)$$

よって  $v_i$  は, 以下で表される.

$$v_i = \frac{\langle e, \omega \times P_i \rangle}{\cos \alpha_i} \quad (2-87)$$

### (c) 全方向移動

ここでは, 球体の全方向移動性 ( $[v_1, v_2]^T \in \mathbb{R}^2$  に対して,  $[V_x, V_y]^T \in \mathbb{R}^2$  の存在性) について考察する. (2-80) の左辺に,  $\omega_x = -r^{-1}V_y$ ,  $\omega_y = r^{-1}V_x$  を代入し変形することで次式を得る.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -V_y \\ V_x \end{bmatrix} &= v_2 \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + v_1 \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -X_2 & X_1 \\ -Y_2 & Y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-88)$$

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -X_2 & X_1 \\ -Y_2 & Y_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

よって,  $[V_x, V_y]^T$  は次式で表される.

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} -X_2 & X_1 \\ -Y_2 & Y_1 \end{bmatrix} \quad (2-89)$$

ただし,

$$\mathbf{P}_i = [P_{x,i} \ P_{y,i} \ P_{z,i}]^T, \quad \det \begin{bmatrix} -Y_1 & Y_1 \\ X_2 & -X_1 \end{bmatrix} = \det \begin{bmatrix} Y_1 & Y_1 \\ X_2 & X_1 \end{bmatrix} \quad (2-90)$$

ここで,  $\det A \neq 0$  ならば, 1 次変換によって  $[v_1, v_2]^T \in \mathbb{R}^2$  は,  $[V_x, V_y]^T \in \mathbb{R}^2$  へ写る. 従って, 球体は全方向移動が可能である.

一方,  $\det A = 0$  ならば,  $[X_1, Y_1]^T \parallel [X_2, Y_2]^T$  が成立し,  $X_2 = kX_1$ ,  $Y_2 = kY_1$  となる  $k \in \mathbb{R}$  が存在する. これらの式を (2-89) に代入し, 次式を得る.

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \frac{v_2 - kv_1}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} Y_1 \\ -X_1 \end{bmatrix} \quad (2-91)$$

従って,  $[Y_1, -X_1]^T$  方向のみしか, 球体を移動させることができない.

#### (d) 球体の滑りベクトル

**Fig. 2-9(a)** で示されているように, 球体上の接触点  $\mathbf{P}_i$  における接平面  $\text{span}\{\mathbf{X}_i, \mathbf{e}_i\}$  ( $i = 1, 2$ ) の詳細は, それぞれ, **Fig. 2-9(b)**, **Fig. 2-9(c)** で示されている. この時, ローラの速度ベクトル  $\mathbf{v}_i^R$  と球体の速度ベクトル  $\mathbf{v}_i^S$  が存在するが,  $\mathbf{v}_i^R$  と  $\mathbf{v}_i^S$  が異なるとき, ローラと球体の間で滑りが起こる. よって, ローラに対する球体の滑りベクトル  $\boldsymbol{\zeta}_i$  は,  $\mathbf{v}_i^R$  と  $\mathbf{v}_i^S$  の差で表す.  $\mathbf{e}_i$  をローラ回転方向の単位ベクトルとする.

$$\boldsymbol{\zeta}_i = \mathbf{v}_i^S - \mathbf{v}_i^R = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i - v_i \mathbf{e}_i \quad (2-92)$$

ここで

$$\mathbf{v}_i^R = v_i \mathbf{e}_i, \quad \mathbf{v}_i^S = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i \quad (2-93)$$

また,  $\boldsymbol{\zeta}_i$  は具体的に, 以下で表される.

$$\boldsymbol{\zeta}_i = S_i \mathbf{X}_i + T_i \mathbf{e} \quad (2-94)$$

ここで,

$$S_i = \langle \mathbf{X}_i, \boldsymbol{\zeta}_i \rangle \quad (2-95)$$

$$T_i = \langle \mathbf{e}, \boldsymbol{\zeta}_i \rangle \quad (2-96)$$

である.

ここで,  $\boldsymbol{\zeta}_i$  について考察を加える. (2-92) を (2-96) に代入した時の第1項目から,  $\langle \mathbf{e}, \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i \rangle = v_i \cos \alpha_i$  が得られ, また第2項目から,  $\mathbf{e}$  と  $\mathbf{e}_i$  のなす角は  $\alpha_i$  であるので,  $\langle \mathbf{e}, \mathbf{e}_i \rangle = \cos \alpha_i$  が得られる. 以上より (2-97) が得られる.

$$T_i = \langle \mathbf{e}, \boldsymbol{\zeta}_i \rangle = \langle \mathbf{e}, \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{P}_i \rangle - v_i \langle \mathbf{e}, \mathbf{e}_i \rangle = v_i \cos \alpha_i - v_i \cos \alpha_i = 0 \quad (2-97)$$

従って,  $\boldsymbol{\zeta}_i$  は  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$  を通る大円  $C_G$  に接し, 以下で表される.

$$\boldsymbol{\zeta}_i = S_i \mathbf{X}_i \quad (2-98)$$

### (e) 数値シミュレーションの結果と考察

球体の移動速度  $\|\mathbf{V}\| = 1$  [m/s] を与えたときの角速度ベクトルの終点軌跡, ローラ周速度, 球体の滑り速度のシミュレーション結果を示す.

$r = 1$  [m],  $\theta_{1,1} = 215^\circ, \theta_{1,2} = 325^\circ, \theta_{1,2}, \theta_{2,2} = 60^\circ, \alpha_1 = \alpha, \alpha_2 = -\alpha$  を条件としシミュレーションを行った.  $\boldsymbol{\omega}_k, \rho_k, v_{i,k}, S_{i,k}$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ ) はそれぞれ (2-84)(2-83)(2-87)(2-95) より計算され, 4つの異なる角度,  $\alpha = 0^\circ$  [ $k = 0$ ; 赤],  $\alpha = 10^\circ$  [ $k = 1$ ; 緑],  $\alpha = 20^\circ$  [ $k = 2$ ; 青],  $\alpha = 30^\circ$  [ $k = 3$ ; 紫] で実施した.

#### (A) 角速度ベクトルの終点

**Fig. 2-10(a)** で示されているように, 平面  $\pi_k$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ ) に含まれる楕円軌道  $\boldsymbol{\omega}_k$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ ) は, 急斜面になっており,  $\pi_k$  は  $x$  軸に平行な共通直線  $L$  を持つ.

#### (B) 球体回転軸の角度

**Fig. 2-10(b)** で示されているように,  $\rho_k$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ ) は任意の  $\varphi$  に対して, 不等式  $|\rho_0| < |\rho_1| < |\rho_2| < |\rho_3|$  を満たす. 特に,  $\varphi = 90^\circ, 270^\circ$  (前方向, 後方向) の時,  $\rho_k = 0^\circ$  となり, 球体は純回転する.

#### (C) ローラ速度

**Fig. 2-10(c)** で示されているように,  $v_{i,k}$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ ) は, 任意の  $\varphi$  に対して, 不等式  $|v_{i,0}| < |v_{i,1}| < |v_{i,2}| < |v_{i,3}|$  を満たす. 特に,  $\varphi = 0^\circ, 180^\circ$  (右方向, 左方向) の時, 等式  $v_{1,k} = -v_{2,k}$  が成立し,  $\varphi = 90^\circ, 270^\circ$  (前方向, 後方向) の時, 等式  $v_{1,k} = v_{2,k}$  が成

立する. この時,  $|v_{i,0}| = 0.91$ ,  $|v_{i,1}| = 0.92$ ,  $|v_{i,2}| = 0.96$ ,  $|v_{i,3}| = 1.03$  [m/s] である.

#### (D) 滑り速度

**Fig. 2-10(d)** で示されているように,  $T_{i,k}$  ( $k = 0, 1, 2, 3$ ) は任意の  $\varphi$  に対して, 不等式  $|S_{i,0}| < |S_{i,1}| < |S_{i,2}| < |S_{i,3}|$  を満たす. (2-95), (2-98) より,  $0^\circ < \varphi < 180^\circ$  の時,  $\zeta_{1,k}$  と  $\zeta_{2,k}$  は, 互いに向かい合う. 一方,  $180^\circ < \varphi < 360^\circ$  の時,  $\zeta_{1,k}$  と  $\zeta_{2,k}$  は, 背中合わせである. 特に  $\varphi = 0^\circ, 180^\circ$  の時,  $|S_{1,k}|, |S_{2,k}| = 0$  [m/s]. 特に,  $\varphi = 90^\circ, 270^\circ$  の時  $|S_{1,k}|$  と  $|S_{2,k}|$  は最大になる. この時,  $|S_{1,0}|, |S_{2,0}| = 0$ ,  $|S_{1,1}|, |S_{2,1}| = 0.16$ ,  $|S_{1,2}|, |S_{2,2}| = 0.33$ ,  $|S_{1,3}|, |S_{2,3}| = 0.52$  [m/s] である. 特に,  $\alpha_1 = 0^\circ$  の時, 任意の  $\varphi$  に対して,  $|S_{1,0}|, |S_{2,0}| = 0$  が成立し, 球体は全方向に対して, 滑りのない運動を行う.

### 2.4.3 2つのローラ駆動における運動学の包括関係

2.4.1節では, 滑りがない場合の球体の運動学を考察し, 2.4.2節では, 滑りがある場合の球体の運動学を導出した. この節では, これら2つの運動モデルの包括関係について考察する.

#### (a) 順運動学の包括関係

特に,  $l_1(v_1)$  と  $l_2(v_2)$  が共有点を持つ場合, (2-76) の両者は等しくなるので,  $v_1, v_2$  は以下の関係式を満たす.

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \quad (2-99)$$

この時, (2-99) を (2-78) に代入すると, (6-68) の解と一致するため, (A)滑りがない場合は (B)滑りがある場合に包括されていることがわかる.

#### (b) 逆運動学の包括関係

特に,  $l_1(v_1)$  と  $l_2(v_2)$  が共有点を持つ場合, 以下が成立する.

$$\omega \in \text{span}\{P_i, \eta_i\} \Leftrightarrow \langle \omega, X_i \rangle = \langle \omega, \eta_i \rangle \cos \alpha_i \quad (2-100)$$

また, (2-86) を用いると(2-87) は,

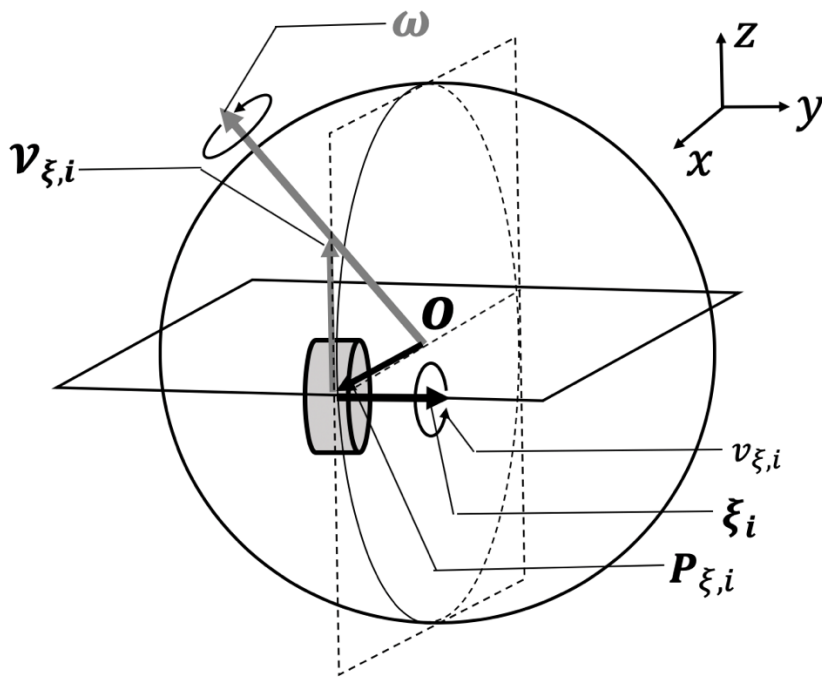
$$v_i = \frac{-r \langle \omega, X_i \rangle}{\cos \alpha_i} \quad (2-101)$$

と変形されるが, (2-100) に (2-101) を代入することで (2-9) と一致する. 従って, (A)滑りがない場合は, (B)滑りがある場合に包括されている.

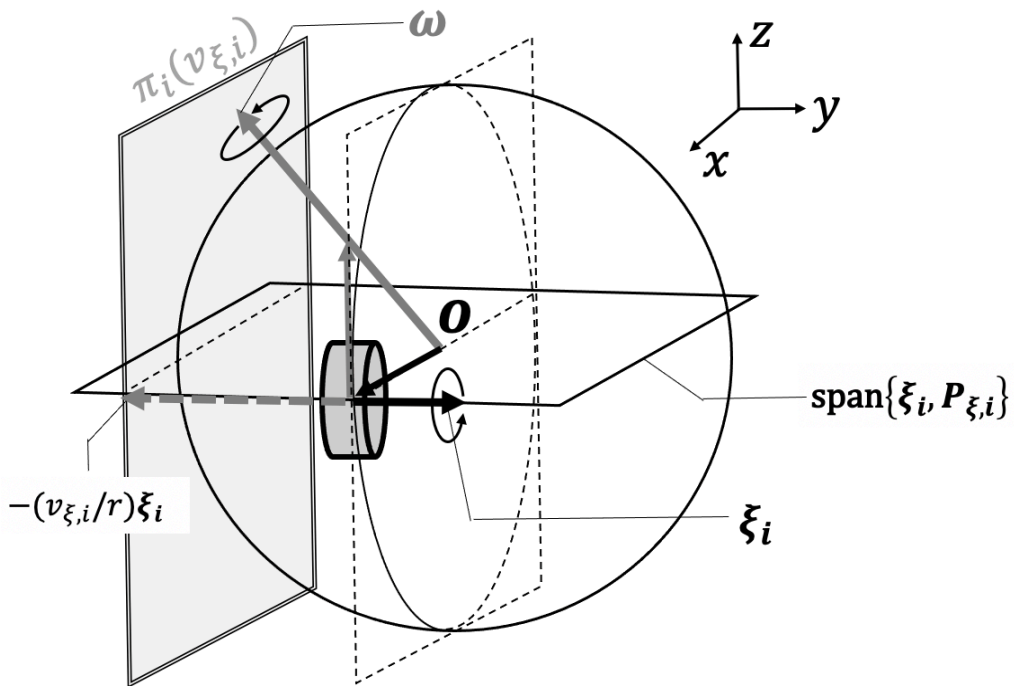
## 2.6 まとめ

本章では、各種の単数のローラ（拘束・非拘束）における球体の角速度ベクトルの存在空間について厳密な議論を行い、複数のローラ（拘束・非拘束）を球体上の任意場所に接触させた場合の球体の角速度ベクトルの存在空間や次元を考察し、球体の一般運動学を導出した。また、関連研究の運動学に適用することで、これらが、導出した一般運動学に包括されていることを確認した。特に、2つの拘束ローラを用いた場合において、ローラ駆動により球体が回転運動を起こす際に、球体のローラに対する滑りを、線形方程式の解の有無として関連付けた。また、球体がローラに対して滑る場合の運動学を導出した。



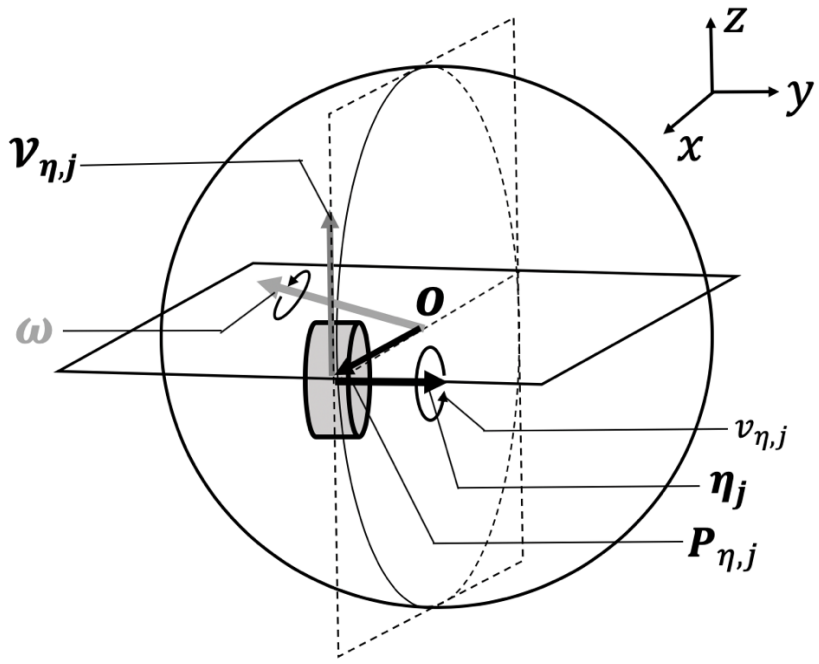


(a)

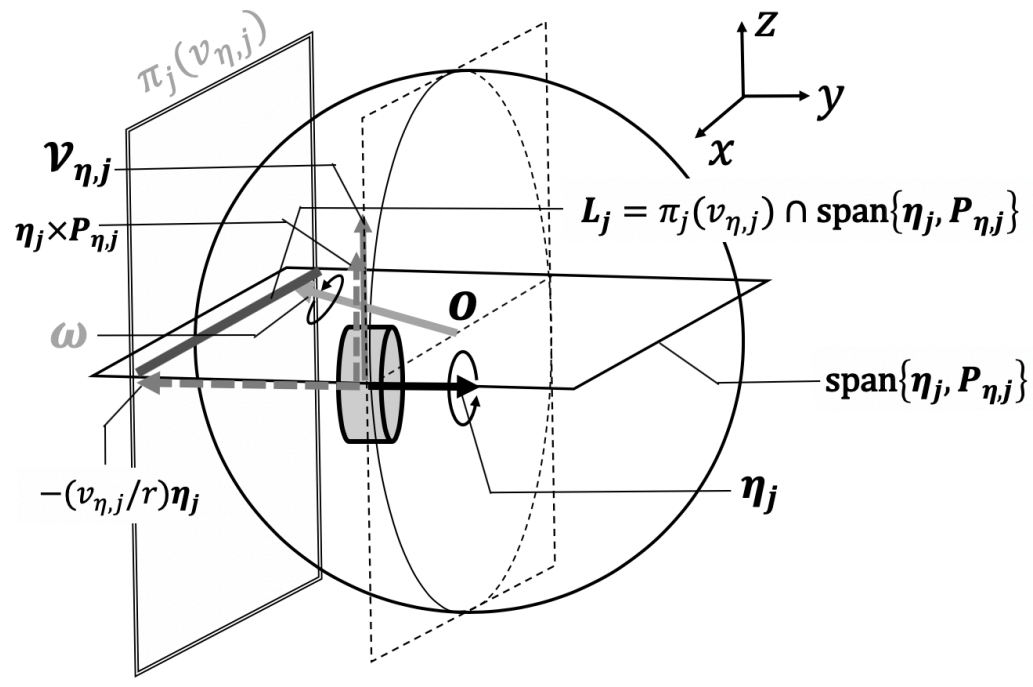


(b)

**Fig.2- 1** It is given condition (a), existence space of sphere angler velocity vect or is plane indicated in (b).

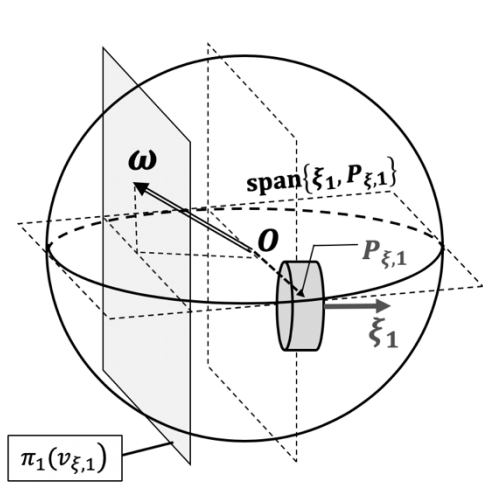


(a)

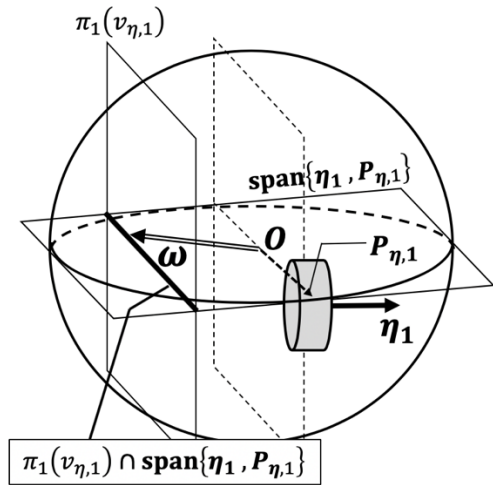


(b)

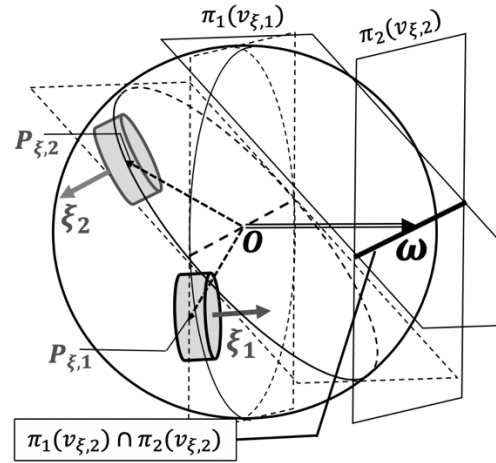
Fig.2- 2 It is given condition (a), existence space of sphere angler velocity vect or is line indicated in (b).



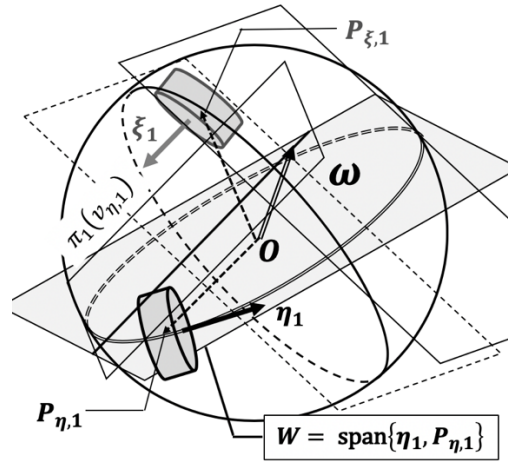
(a) Case of  $(m, n) = (1, 0)$



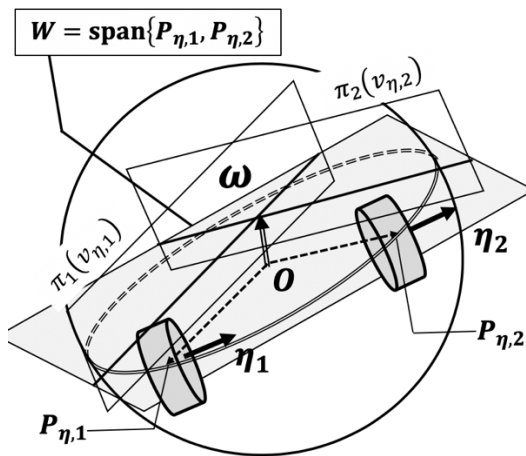
(b) Case of  $(m, n) = (1, 0), k = 1$



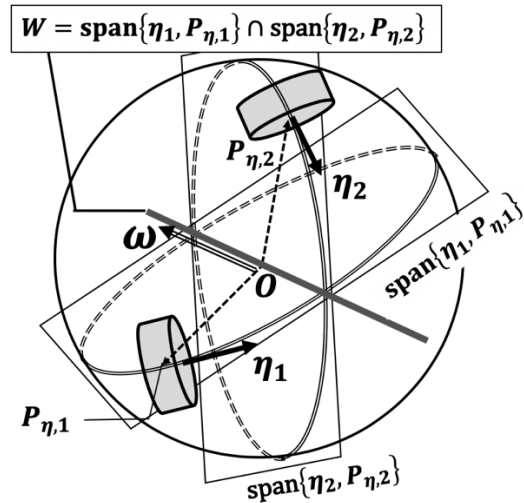
(c) Case of  $(m, n) = (2, 0)$



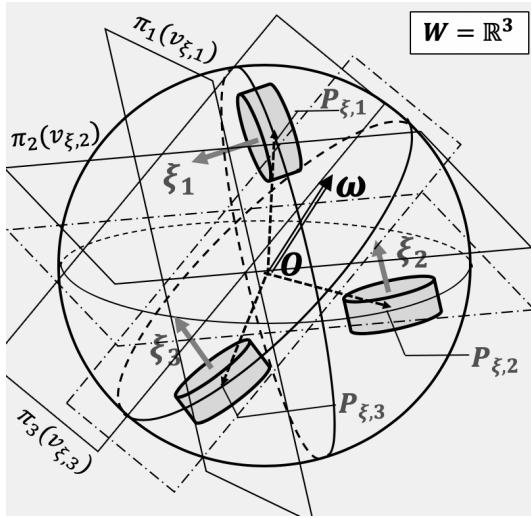
(d) Case of  $(m, n) = (1, 1)$



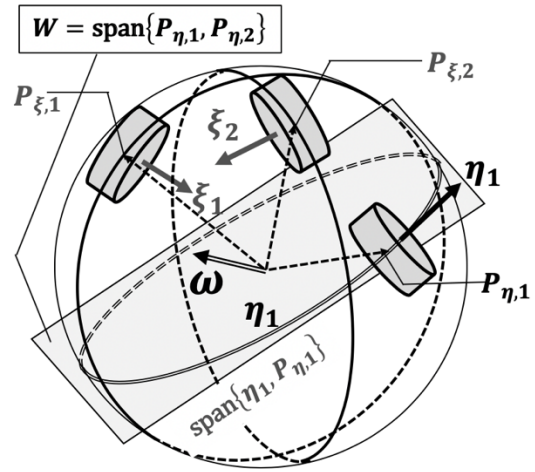
(e) Case of  $(m, n) = (0, 2), k = 1$



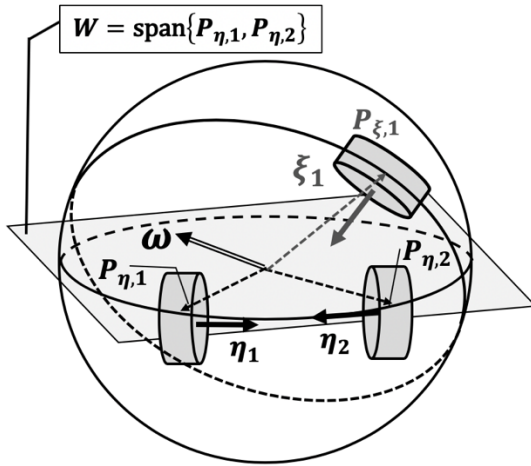
(f) Case of  $(m, n) = (0, 2), k = 2$



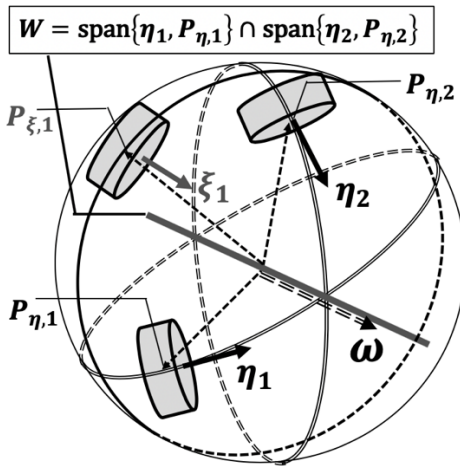
(g) Case of  $(m, n) = (3, 0)$ ,  $k = 0$



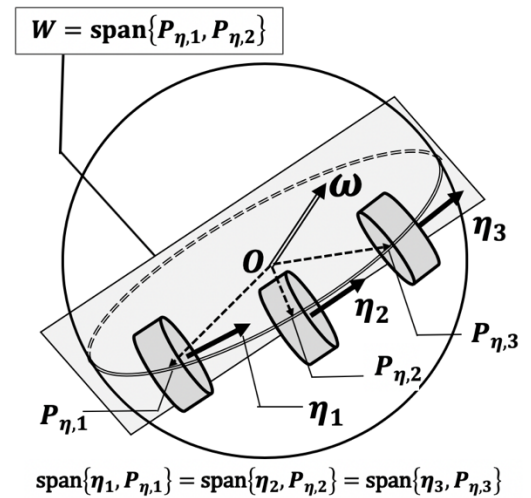
(h) Case of  $(m, n) = (2, 1)$ ,  $k = 1$



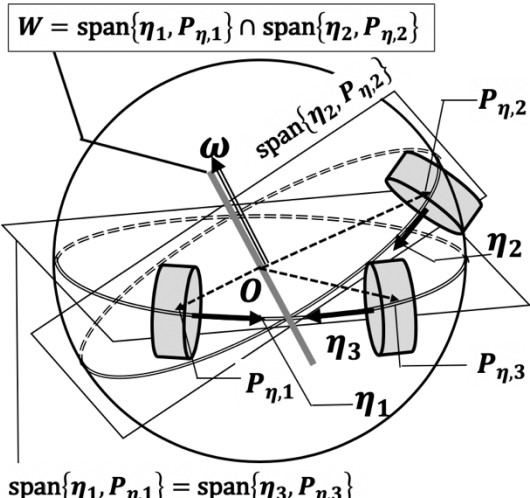
(i) Case of  $(m, n) = (1, 2)$ ,  $k = 1$



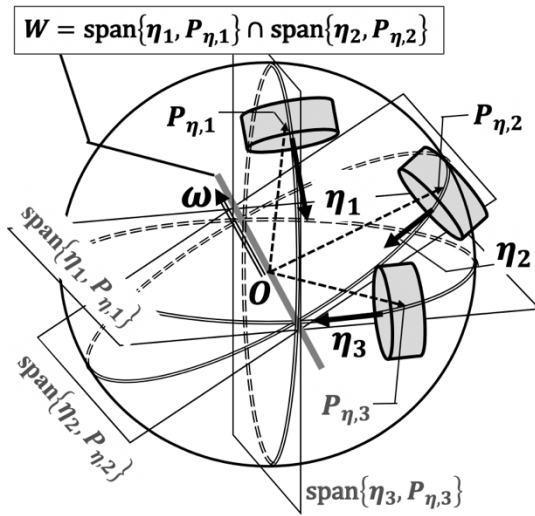
(j) Case of  $(m, n) = (1, 2)$ ,  $k = 2$



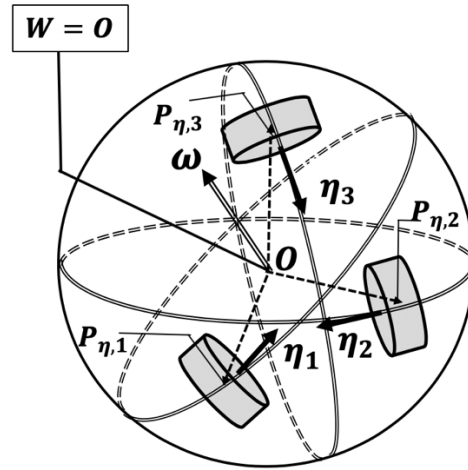
(k) Case of  $(m, n) = (0, 3)$ ,  $k = 1$



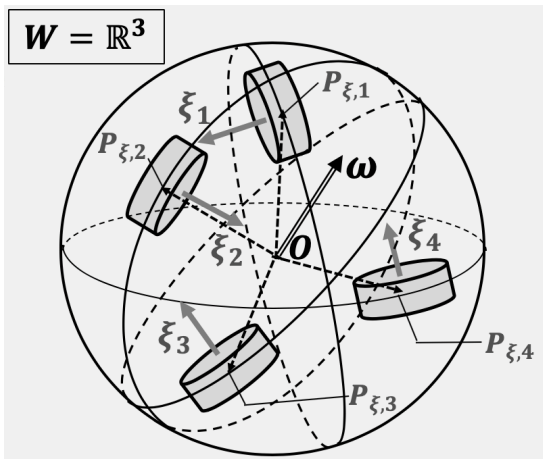
(l) Case of  $(m, n) = (0, 3)$ ,  $k = 2$ , Type1



(m) Case of  $(m, n) = (0, 3)$ ,  $k = 2$ , Type2

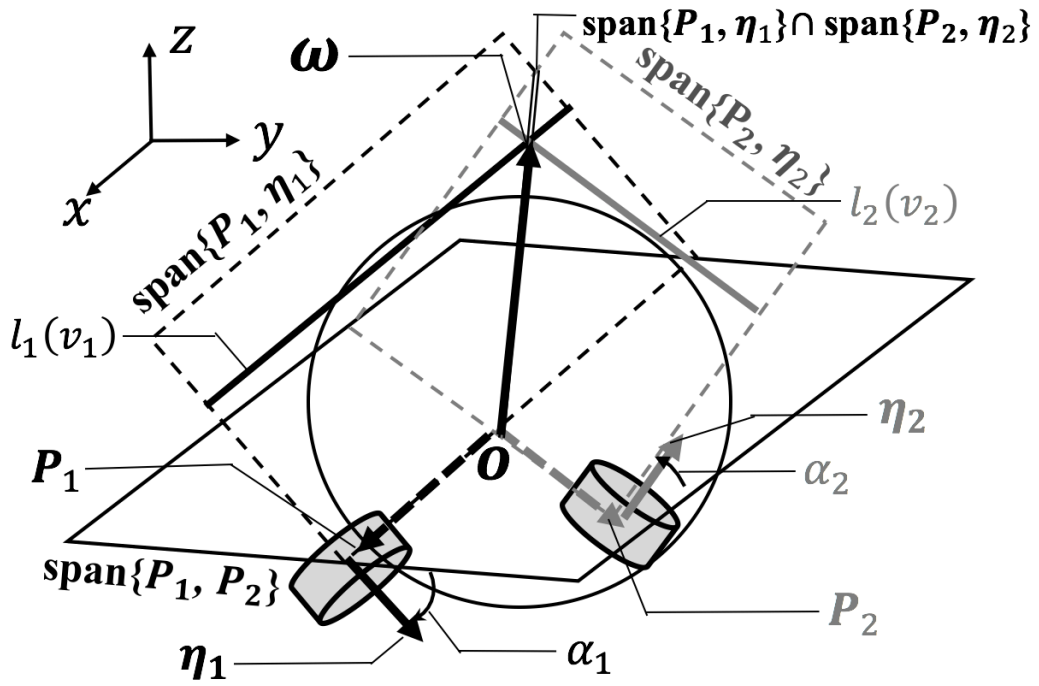


(n) Case of  $(m, n) = (0, 3)$ ,  $k = 3$

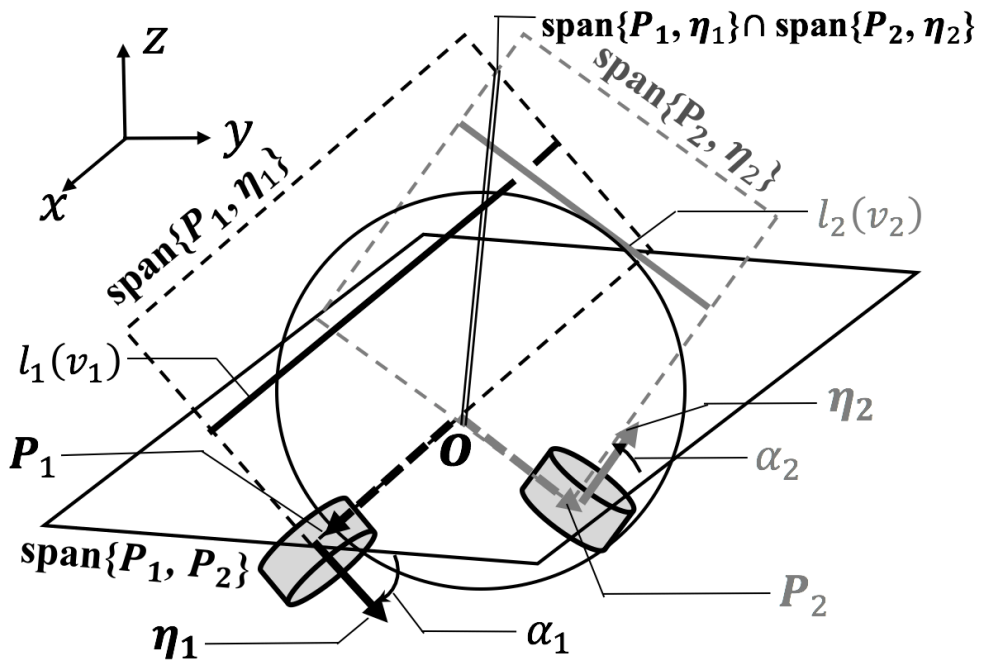


(o) Case of  $(m, n) = (4, 0)$ ,  $k = 0$

**Fig.2- 3** The classification of roller arrangement in multiple rollers

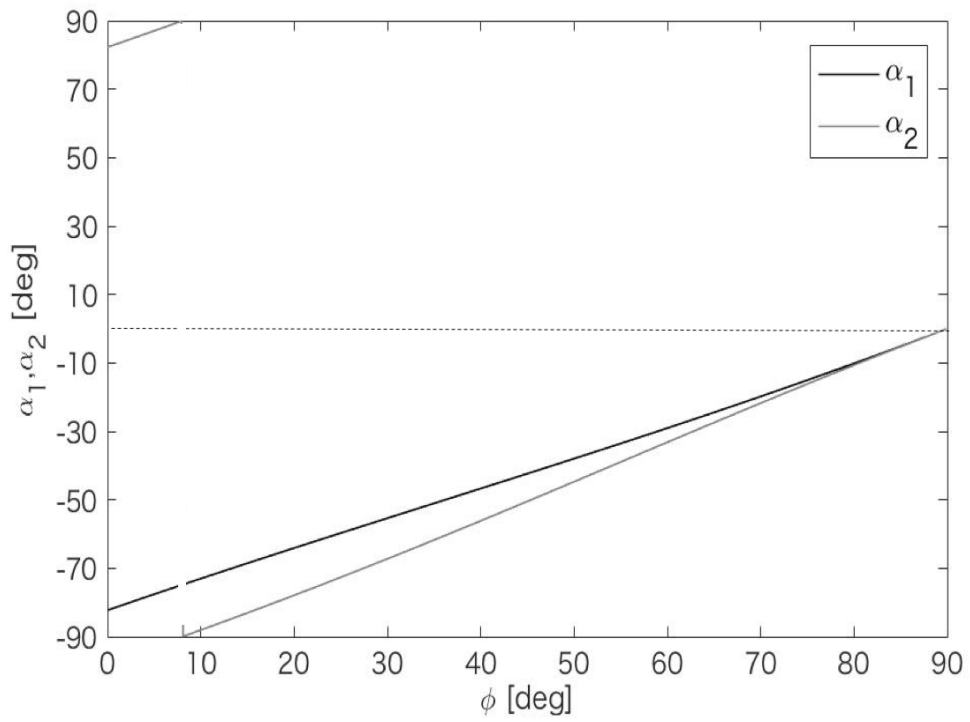


(a) A pair of  $v_1, v_2$  exists such that  $l_1(v_1)$  and  $l_2(v_2)$  have points in common.

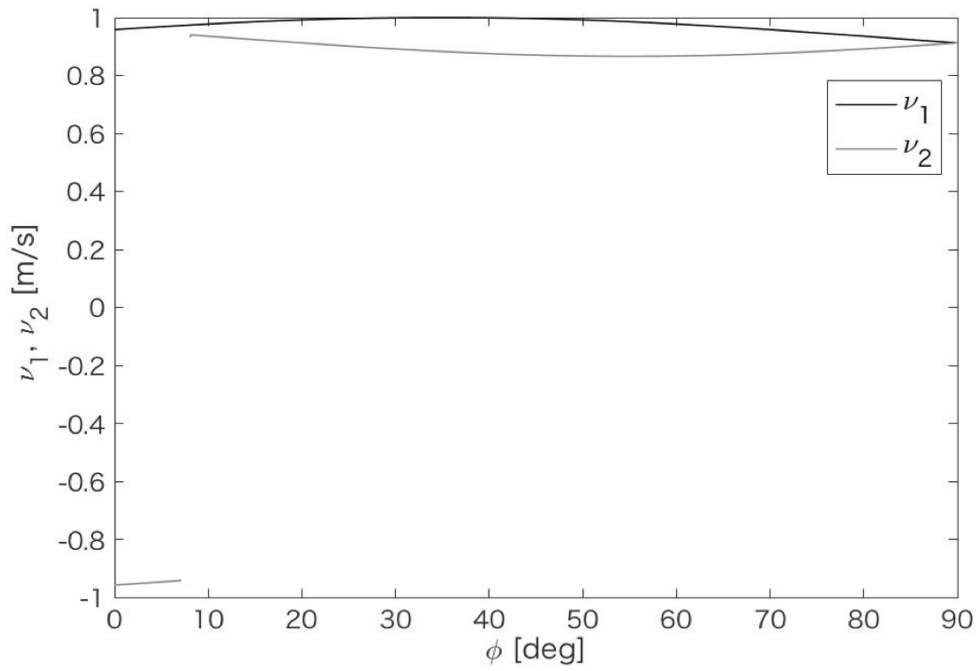


(b) A pair of  $v_1, v_2$  exists such that  $l_1(v_1)$  and  $l_2(v_2)$  have no points in common.

Fig.2- 4 The location of two-existence space

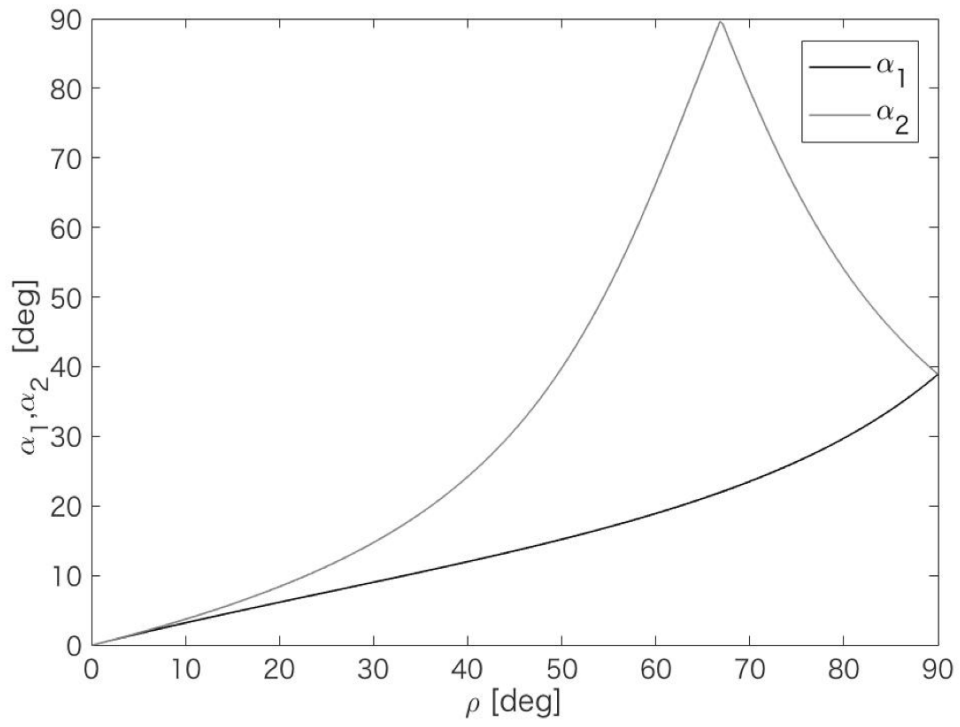


(a) Angle

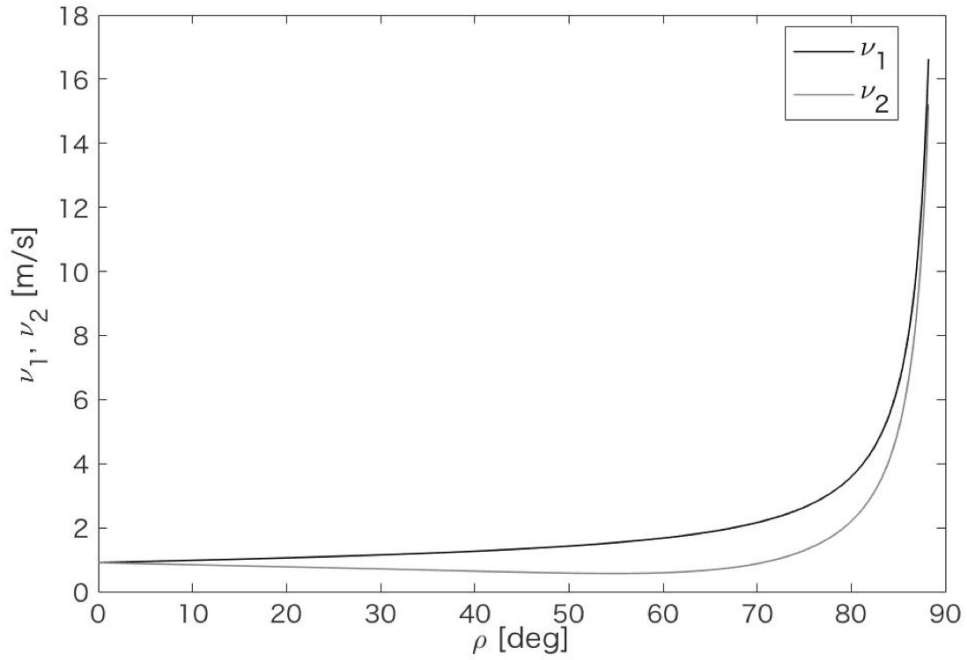


(b) Roller speed

**Fig.2- 5** Case of fixed  $\rho = 0^\circ$



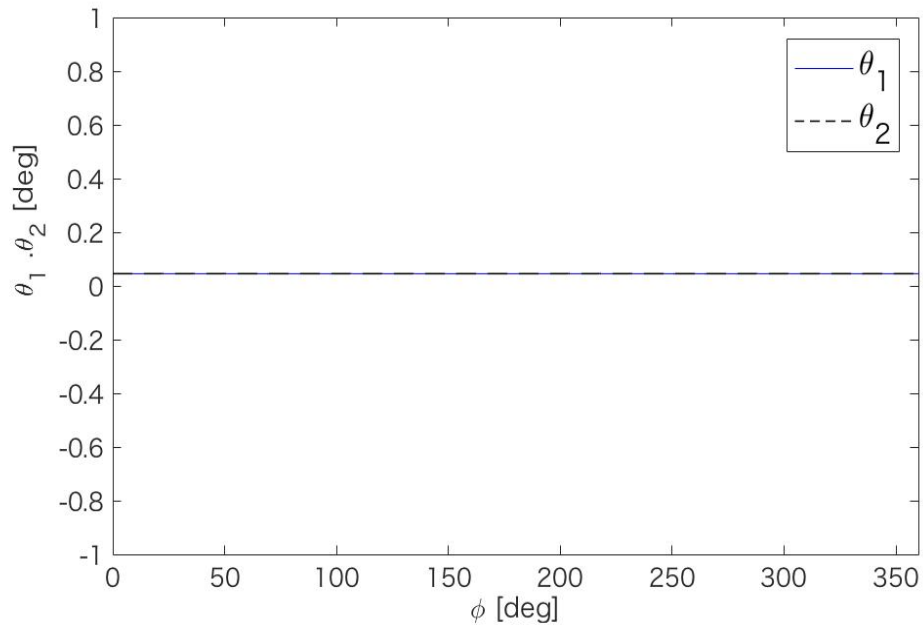
(a) Roller angle



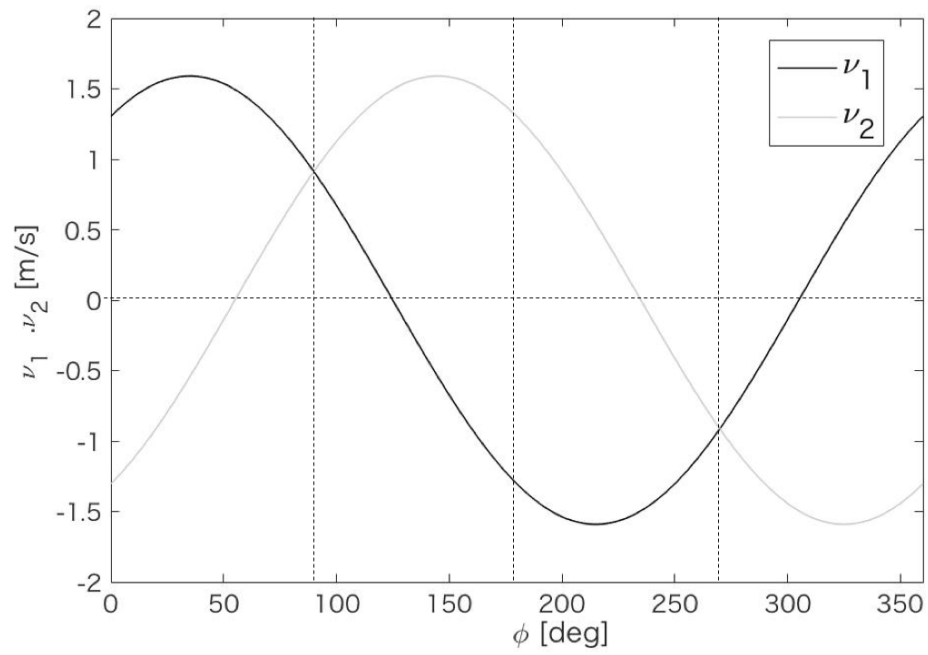
(b) Roller speed

**Fig.2- 6** Case of fixed  $\phi = 0^\circ$





(a) Roller angle



(b) Roller speed

Fig.2- 7 The sphere by two constraint rollers case that two rollers axes

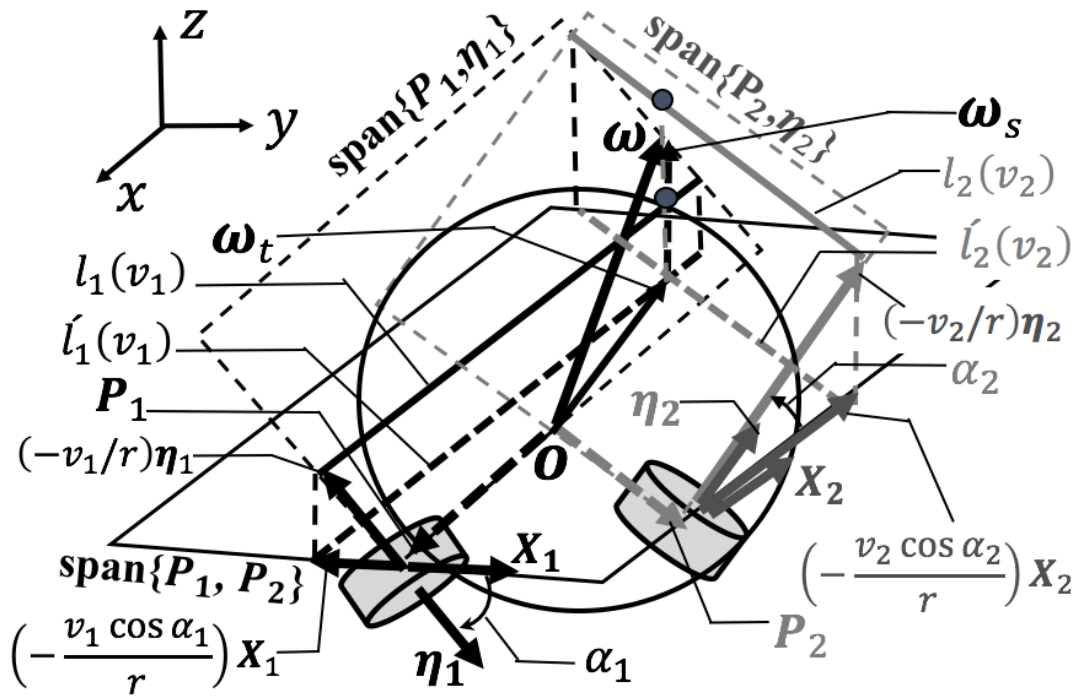


Fig.2- 8 A pair of rollers speed exists such that a pair of lines have no points in common.

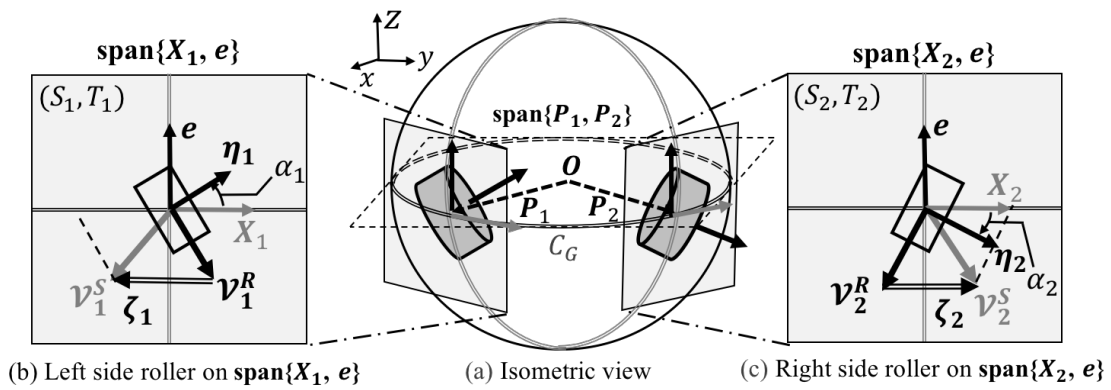
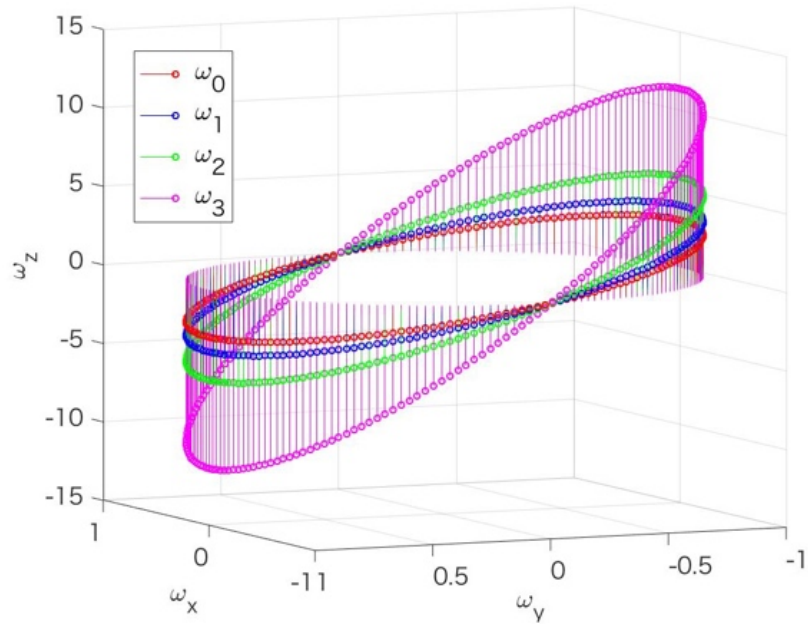
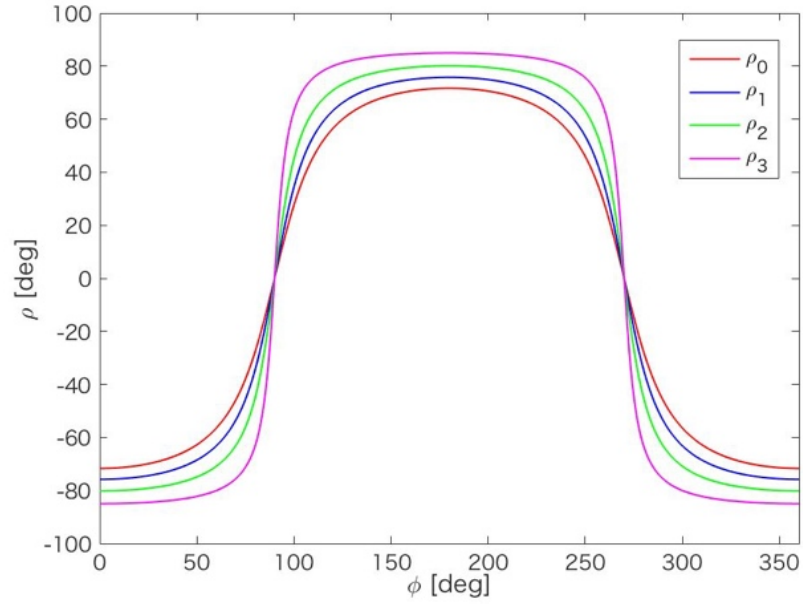


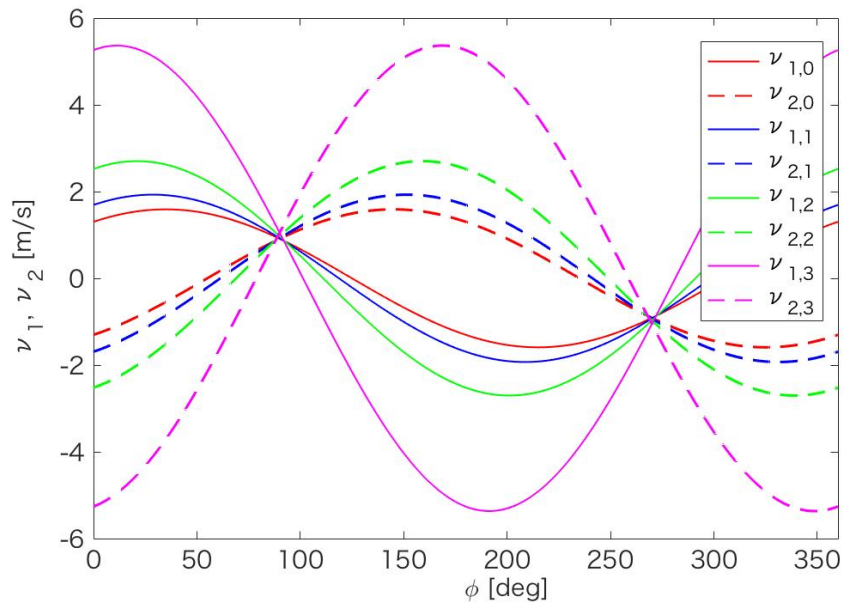
Fig.2- 9 The existence of sphere slip velocity vector



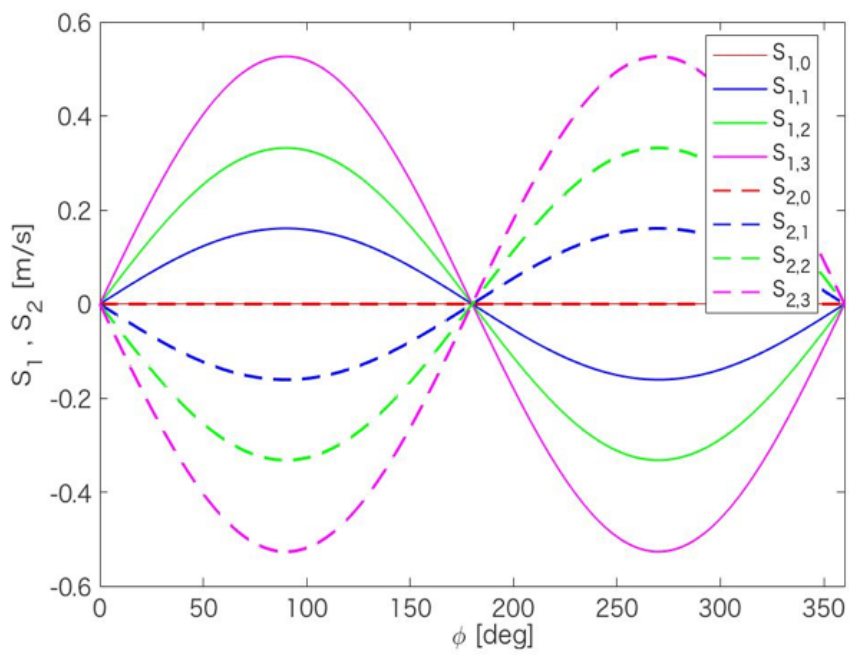
(a) Trajectory of end point of angular velocity vector of the sphere



(b) Angle of the sphere rotational axis



(c) Rollers peripheral speed



(d) Slip speed of the sphere with respect to rollers

**Fig-2- 10** Comparison case of  $\alpha = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  in simulation

**Table 2-1** Classification of existence space of sphere angler velocity vector

$(m,n)$	$k$	$W$	Inhomogeneous equation	Solution	Kinematics of relevant study
(1,0)	0	—	$v_{\xi,1} = -r < \xi_1^T \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} >$ $(2-26)$	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\left(\frac{v_{\xi,1}}{r}\right) \xi_1 + s P_{\xi,1} + t(\xi_1 \times P_{\xi,1}) \quad (s, t \in \mathbb{R})$ $(2-40)$	$v_{\xi,1} = -\frac{1}{r} < P_{\xi,1} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix} >$ $(2-54)$
(0,1)	1	—	$\begin{bmatrix} v_{\eta,1} \\ 0 \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \eta_1^T \\ (\eta_1 \times P_{\eta,1})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$ $(2-27)$	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -(v_{\eta,1}/r) \eta_1 + s P_{\eta,1} \quad (s \in \mathbb{R})$ $(2-41)$	$v_{\eta,1} = -\frac{1}{r} < P_{\eta,1} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ 0 \end{bmatrix} >$ $(2-55)$
(2,0)	0	—	$\begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\xi,2} \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \xi_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$ $(2-28)$	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r(1 - (\xi_1, \xi_2)^2)} \left( (-v_{\xi,1} + (\xi_1, \xi_2)v_{\xi,2}) \xi_1 + ((\xi_1, \xi_2)v_{\xi,1} - v_{\xi,2}) \xi_2 \right) + t(\xi_1 \times \xi_2) \quad (t \in \mathbb{R})$ $(2-42)$	—

**Table 2-1** Classification of existence space of sphere angler velocity vector

(1,1)	1	$\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_1, \mathbf{P}_{\eta_1}\}$	$\begin{bmatrix} v_{\xi_1} \\ v_{\eta_1} \\ 0 \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_1^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	(2-29)	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \frac{1}{-r\langle \xi_1, \mathbf{P}_{\eta_1} \rangle} (v_{\xi_1} \mathbf{P}_{\eta_1} - v_{\eta_1} \boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1} \times \xi_1)$	(2-43)	—
(0,2)	1	$\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_1, \mathbf{P}_{\eta_1}\}$ $(\text{span}\{\mathbf{P}_{\eta_1}, \mathbf{P}_{\eta_2}\})$	$\begin{bmatrix} v_{\eta_1} \\ v_{\eta_2} \\ 0 \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	(2-30)	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \frac{1}{r\langle \boldsymbol{\eta}_2, \mathbf{P}_{\eta_1} \rangle} (v_{\eta_2} \mathbf{P}_{\eta_1} - v_{\eta_1} \mathbf{P}_{\eta_2})$	(2-44)	$\begin{bmatrix} v_{\eta_1} \\ v_{\eta_2} \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\eta_1} \\ \mathbf{P}_{\eta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix}$
	2	$\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_1, \mathbf{P}_{\eta_1}\}$ $\cap$ $\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_2, \mathbf{P}_{\eta_2}\}$	$\begin{bmatrix} v_{\eta_1} \\ v_{\eta_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_{\eta_2})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	(2-31)	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_{\eta_2})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\eta_1} \\ v_{\eta_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	(2-45)	—

**Table 2-1** Classification of existence space of sphere angler velocity vector

(3,0)	0	$\mathbb{R}^3$	$\begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\xi,2} \\ v_{\xi,3} \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	(2-32)	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \{ v_{\xi,1}(\xi_2 \times \xi_3) + v_{\xi,2}(\xi_3 \times \xi_1) + v_{\xi,3}(\xi_1 \times \xi_2) \}$	(2-46)	$\begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\xi,2} \\ v_{\xi,3} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} 0 & -\cos \phi & -r \sin \phi \\ \frac{\sqrt{3} \cos \phi}{2} & \frac{\cos \phi}{2} & -r \sin \phi \\ -\frac{\sqrt{3} \cos \phi}{2} & \frac{\cos \phi}{2} & -r \sin \phi \end{bmatrix}$	(2-57)
(2,1)	1	$\text{span}\{\eta_1, P_{\eta_1}\}$	$\begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\xi,2} \\ v_{\eta,1} \\ 0 \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \xi_2^T \\ \eta_1^T \\ (\eta_1 \times P_{\eta_1})^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	(2-33)	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \xi_2^T \\ \eta_1^T \\ (\eta_1 \times P_{\eta_1})^T \end{bmatrix}^+ \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\xi,2} \\ v_{\eta,1} \\ 0 \end{bmatrix}$	(2-47)	—	

**Table 2-1** Classification of existence space of sphere angler velocity vector

(1,2)	1	$\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_1, \mathbf{P}_{\eta_1}\}$ $(\text{span}\{\mathbf{P}_{\eta_1}, \mathbf{P}_{\eta_2}\})$	$\begin{bmatrix} v_{\eta_1,1} \\ v_{\eta_1,1} \\ v_{\eta_1,2} \\ 0 \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1})^T \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	(2-34)	$\begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1})^T \end{bmatrix}^+$ $\begin{bmatrix} v_{\xi_1,1} \\ v_{\eta_1,1} \\ v_{\eta_1,2} \\ 0 \end{bmatrix}$	(2-48)	—
	2	$\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_1, \mathbf{P}_{\eta_1}\}$ $\cap$ $\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_2, \mathbf{P}_{\eta_2}\}$	$\begin{bmatrix} v_{\xi_1,1} \\ v_{\eta_1,1} \\ v_{\eta_1,2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_{\eta_2})^T \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	(2-35)	$\begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_{\eta_2})^T \end{bmatrix}^+$ $\begin{bmatrix} v_{\xi_1,1} \\ v_{\eta_1,1} \\ v_{\eta_1,2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	(2-49)	—
(0,3)	1	$\text{span}\{\boldsymbol{\eta}_1, \mathbf{P}_{\eta_1}\}$ $(\text{span}\{\mathbf{P}_{\eta_1}, \mathbf{P}_{\eta_2}\})$	$\begin{bmatrix} v_{\eta_1,1} \\ v_{\eta_1,2} \\ v_{\eta_1,3} \\ 0 \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ \boldsymbol{\eta}_3^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1})^T \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	(2-36)	$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ \boldsymbol{\eta}_3^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta_1})^T \end{bmatrix}^+$ $\begin{bmatrix} v_{\eta_1,1} \\ v_{\eta_1,2} \\ v_{\eta_1,3} \\ 0 \end{bmatrix}$	(2-50)	$\begin{bmatrix} v_{\eta_1,1} \\ v_{\eta_1,2} \\ v_{\eta_1,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\eta_1} \\ \mathbf{P}_{\eta_2} \\ \mathbf{P}_{\eta_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ 0 \end{bmatrix}$ (2-58)



**Table 2-1** Classification of existence space of sphere angler velocity vector

(2,1)	2	$\begin{aligned} & \text{span}\{\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{P}_{\eta_1}\} \\ & \cap \\ & \text{span}\{\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{P}_{\eta_1}\} \end{aligned}$	$\begin{bmatrix} v_{\eta_1,1} \\ v_{\eta_1,2} \\ v_{\eta_1,3} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ \boldsymbol{\eta}_3^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \boldsymbol{P}_{\eta_1})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_j \times \boldsymbol{P}_{\eta_2})^T \end{bmatrix}$	(2-37)	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ \boldsymbol{\eta}_3^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \boldsymbol{P}_{\eta_1})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_2 \times \boldsymbol{P}_{\eta_2})^T \end{bmatrix}^+$	(2-51)	—	
(1,2)	3	$\{\mathbf{0}\}$	$\begin{bmatrix} v_{\eta_1,1} \\ v_{\eta_1,2} \\ v_{\eta_1,3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ \boldsymbol{\eta}_3^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \boldsymbol{P}_{\eta_1})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_2 \times \boldsymbol{P}_{\eta_2})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_3 \times \boldsymbol{P}_{\eta_3})^T \end{bmatrix}$	(2-38)	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ \boldsymbol{\eta}_3^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \boldsymbol{P}_{\eta_1})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_2 \times \boldsymbol{P}_{\eta_2})^T \\ (\boldsymbol{\eta}_3 \times \boldsymbol{P}_{\eta_3})^T \end{bmatrix}^+$	(2-52)	—	
(4,0)	0	$\mathbb{R}^3$	$\begin{bmatrix} v_{\xi_1,1} \\ v_{\xi_1,2} \\ v_{\xi_1,3} \\ v_{\xi_1,4} \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{bmatrix}$	(2-39)	$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{bmatrix}^+$	(2-53)	$\begin{bmatrix} v_{\xi_1,1} \\ v_{\xi_1,2} \\ v_{\xi_1,3} \\ v_{\xi_1,4} \end{bmatrix} = -r \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \\ \xi_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$	(2-59)

$\text{span}\{\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}\}$  : ベクトル  $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$  で張られた線形空間

$A^T$ : 行列  $A$  の転置行列

$A^+ = A^T(AA^T)^{-1}$ : 行列  $A$  のムーペンローズ一般化逆行列

**Table 2- 2** Kinematics of preceding mechanism

$(m, n)$	$k$	Preceding study
(1, 0)	0	BWR-2 [20] 可變構造移動機構[24] RHOMBUS[25]
(0, 1)	1	全方位移動機構[21]
(0, 2)	1	球形動力傳導機構[13] ACROBAT[14] 全方位車椅子[22] Omnidirectional vehicle [23]
(3, 0)	0	Ball-Balanced Robot [15] Atlas Shere[16] Two-sphere Motorcycle[19]
(0, 3)	1	OWMPs[17]
(4, 0)	1	CPU-Ball Bot [18]

# 第3章

## 球体運動学の検証

## 第3章 球体運動学の検証

本章では、運動学の検証するための球体運動測定機について説明し、 $(m, n) = (0, 2)$  の場合において、ローラ速度に対する球体の移動速度、移動方向、球体回転軸の角度の検証を行う。

### 3.1 球体運動測定機

#### 3.1.1 構造

**Fig. 3-1 (a)(b)** に示すように、球体運動測定機は、測定対象である球体 ①を回転させるために、エンコーダが搭載された能動回転する2つのローラ ②、球体の速度、移動角を測定するための計4つの車輪の中で、3つに搭載されたエンコーダ ③、球体の回転軸の角度を計測するための単数のエンコーダ ④ が取り付けられており、2つのローラが能動回転することによって、球体が回転し球体運動測定機が移動する。また、測定機に使用した球体は、形状が変化しないアクリル球を使用し、受動回転するボールキャスター ⑤ を配置し、ローラと球体の相対位置が一定となる構造を採用し、駆動ローラとの接触点も固定される。球体運動測定機は、**Table 3-1** に示すように直径 525 mm の円形状になっており、中心に直径 200 mm の球体が配置されている。

#### 3.1.2 ローラ配置

**Fig. 3-1 (c)(d)** に示すように、ローラは球体の上半球で任意配置が可能である。ローラ半径や接触点の位置、球体半径が変わっても検証が可能となるように、球体運動測定機には調整用のレールと角度設定用の目盛が1度刻みで記されている。アーチにより  $\theta_{1,1}$ ,  $\theta_{2,1}$  (**Fig. 3-1 (c)** の ⑥) と  $\theta_{1,2}$ ,  $\theta_{2,2}$  (**Fig. 3-1 (d)** の ⑦ 参照) を設定できる。また、ローラの向き(配置角度)を、回転盤により  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  を設定できる (**Fig. 3-1 (d)** の ⑧ 参照) できる。安定した球体駆動を実現させるために、地面との接点、2つのローラ接触点が、広範囲に分布するように  $\theta_{1,1}$ ,  $\theta_{2,1}$ ,  $\theta_{1,2}$ ,  $\theta_{2,2}$  を設定する (**Fig. 3-2, Table 3-2** 参照)。

#### 3.1.3 システム

**Fig. 3-3** に示すように、この球体運動測定機は外部において、モータへの指令値を送り、各エンコーダの測定値を記録するための外部 PC と球体測定機に電源供給するための安定化電源、球体運動測定機内部には、モータへの PWM 信号を送り、DA コンバータからアナログ信号を受信するための内部 PC によって構成されている。各デバイスの役割として、外部 PC では、球体速度を入力として、提案する逆運動学計算によってモータ回転数を導出し、PWM 信号に変換して、シリアル通信で内部 PC に送信する。また、外部 PC では、内部 PC

からフィードバックされたモータエンコーダのアナログ値を回転数に変換し、PID 制御によって、モータの回転数を制御する。DA コンバータは、各エンコーダから受信したデジタル信号をアナログ信号に変換し内部 PC を経由して、外部 PC に送信する。

## 3.2 実験方法

**Fig. 3-4** に、球体運動測定機の動作を 0.5[s] 毎に撮影した 8 枚の写真を示す。各  $\varphi$  に対して各 5 回の実験を行い、以下のように運動学の検証を検証した。**Fig. 3-5** で示されているように、逆運動学の検証として、実験値  $v_1^e, v_2^e$  は、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  に対して、駆動ローラに搭載されたエンコーダ  $d_1, d_2$  から計算された値とし、理論値  $v_1^m, v_2^m$  と実験値  $v_1^e, v_2^e$  を比較する。順運動学の検証として、理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  を、制御後のローラ速度  $v_1^m, v_2^m$  に対して計算された値とする。実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  を、エンコーダ  $D_1, D_2, D_3, D_4$  から計算された値とし(計測方法は **Appendix C** 参照)、理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  と実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  を比較する。

運動学の有用性のみを検証するため、本実験では、ローラ速度に対する球体速度を比較する。球体運動測定機の速度、姿勢制御は行わずに、ローラの角速度制御のみを行った。尚、実験結果の表示については、**Fig. 3-6-60** に実験値を実線、理論値を破線で示し、実験結果をサンプル間隔 0.05[s] とし、加速開始からを示す。**Table 3-4-17** に、 $\varphi, \rho$  については、誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|, |\rho_m - \rho_e|$  とし、 $\|V\|, v_1, v_2$  については、誤差率  $|1 - \|V\|_m / \|V\|_e|, |1 - v_1^m / v_1^e|, |1 - v_2^m / v_2^e|$  の絶対値平均を示す。エンコーダの接触不良やデータ不足により、データが取れない箇所を - で記している。

## 3.3 検証結果と考察

以下のように分けて検証結果を示す。

運動学の検証 I (球体に対しローラは滑らない前提の場合)として、実験は、区間[0,9]で行う。 $\|V\| = 1[\text{m/s}]$  と、各  $(\varphi, \rho)$  の値、 $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ), (20^\circ, 0^\circ), (90^\circ, 20^\circ), (90^\circ, 50^\circ)$  を与える。理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  は制御後のローラ速度  $v_1^m, v_2^m$  に対して (2-23)-(2-25), (2-44) を用いて計算する。 $v_1^e, v_2^e$  は、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  に対し (2-9), (2-18) より計算する。理想値  $\|V\|, \varphi, \rho$  に対する  $\alpha_1, \alpha_2, v_1, v_2$  の値は **Table 3-3** で示している。検証結果は 3.3.1 節で示す。

運動学の検証 II (球体に対しローラは滑らない前提であり、2つのローラ回転軸が球体の中心を含む同一平面上にある場合)として、実験は、区間[0,5]で行う。 $\|V\| = 1[\text{m/s}]$  と、各  $(\varphi, \rho)$  に対し、 $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ), (30^\circ, 69^\circ), (55^\circ, 60^\circ), (90^\circ, 0^\circ)$  を与える。理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  は、制御後のローラ速度  $v_1^m, v_2^m$  に対して (2-23)-(2-25), (2-45) を用いて計算する。 $v_1^e, v_2^e$  は、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e$  に対し (2-9), (2-18), (2-71) より計算する。理想値  $\|V\|, \varphi, \rho$  に対する、 $\alpha_1, \alpha_2, v_1, v_2$  の値は **Table 3-8** で示している。検証結果は 3.3.2 節で

示す。

運動学の検証Ⅲ(球体に対しローラは滑る前提の場合)として、実験は、区間[0,8]で行う。全ての場合  $v_1, v_2 = -0.91$  とし、各  $\alpha = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  ( $\alpha_1 = \alpha, \alpha_2 = -\alpha$  として短略する)において実験を行う。理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  は、制御後のローラ速度  $v_1^m, v_2^m$  に対して (2-23)-(2-25), (2-78) を用いて計算する。  $v_1^e, v_2^e$  は、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  に対し (2-78) (2-87) より計算する。理想値  $\|V\|, \varphi, \rho$  に対する、 $\alpha_1, \alpha_2, v_1, v_2$  の値は、Table3-13 で示している。検証結果は、3.3.3節で示す。

### 3.3.1 検証 I

#### (a) 順運動学

##### (i) $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$ の場合

Table 3-4 でも示されるように、誤差率  $|1 - \|V\|_m / \|V\|_e|$  は 0.04 以内、誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|, |\rho_m - \rho_e|$  は、それぞれ 2.2[deg], 4.1[deg]以内である。また、Fig. 3- 6-10(a)(b) で示されるように、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  は、理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  に近い。他の実験においても、同じ傾向が見られた。

##### (ii) $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$ の場合

Table 3-5 でも示されるように、誤差率  $|1 - \|V\|_m / \|V\|_e|$  は 0.05 以内、誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|, |\rho_m - \rho_e|$  は、それぞれ 8.3[deg], 5.7[deg] 以内である。

Fig. 3- 11-15(a)(b) で示されるように、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  は、理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  に近い。他の実験においても、同じ傾向が見られた。

##### (iii) $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$ の場合

Table 3-6 でも示されるように、誤差率  $|1 - \|V\|_m / \|V\|_e|$  は 0.04 以内、誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|, |\rho_m - \rho_e|$  はそれぞれ 2.2[deg], 7.4[deg] 以内である。

Fig. 3- 16-20(a)(b) で示されるように、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  は、理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  に近い。他の実験においても、同じ傾向が見られた。

##### (iv) $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$ の場合

Table 3-7 でも示されるように、誤差率  $|1 - \|V\|_m / \|V\|_e|$  は 0.05 以内、誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|, |\rho_m - \rho_e|$  はそれぞれ 1.7[deg], 10.9[deg] 以内である。

Fig. 2- 21-25(a)(b) で示されるように、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  は、理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  に近い。他の実験においても、同じ傾向が見られた。

以上より、進行速度、進行角、球体回転軸の角度において、実験値は、理論値に近く提案した順運動学の理論式の正確性が示されたと考えられる。

## (b) 逆運動学

### (i) $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$ の場合

**Table 3-4** でも示されるように、誤差率  $|1 - v_1^m/v_1^e|$  は 0.04 以内、 $|1 - v_2^m/v_2^e|$  は、0.05 以内である。また、**Fig. 3-6-10(c)** で示されるように、実験値  $v_1^e, v_2^e$  は理論値  $v_1^m, v_2^m$  に近い。他の実験においても、同じ傾向が見られた。

### (ii) $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$ の場合

**Table 3-5** で示されているように、誤差率  $|1 - v_1^m/v_1^e|$  は 0.08 以内、 $|1 - v_2^m/v_2^e|$  は、0.14 以内である。

**Fig. 3-11-15(c)** で示されるように、実験値  $v_1^e, v_2^e$  は理論値  $v_1^m, v_2^m$  に近い。誤差については、

### (iii) $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$ の場合

**Table 3-6** で示されているように、誤差率  $|1 - v_1^m/v_1^e|$  は 0.07 以内、 $|1 - v_2^m/v_2^e|$  は、0.06 以内である。

**Fig. 3-16-20(c)** で示されるように、実験値  $v_1^e, v_2^e$  は理論値  $v_1^m, v_2^m$  に近い。

### (iv) $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$ の場合

**Table 3-7** で示されているように、誤差率  $|1 - v_1^m/v_1^e|$  は 0.14 以内、 $|1 - v_2^m/v_2^e|$  は、0.18 以内である。この理由として、順運動学の検証における  $\rho$  の誤差  $|\rho_m - \rho_e|$  は、0.09 [deg] 以内であるが、 $\tan \rho$  の誤差  $|\tan \rho_m - \tan \rho_e|$  は 1.45 以内である。

**Fig. 3-21-25(c)** で示されるように、実験値  $v_1^e, v_2^e$  は理論値  $v_1^m, v_2^m$  から離れている。誤差については、

以上より、ローラ速度において、実験値は、理論値に近く提案した逆運動学の理論式の正確性が示されたと考えられる。

## 3.3.2 検証 II

### (a) 順運動学

#### (i) $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$ の場合

**Table 2-10** でも示されるように、誤差率  $|1 - \|V\|_m/\|V\|_e|$  は 0.03 以内、誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|$ ,  $|\rho_m - \rho_e|$  は、それぞれ 4.6[deg], 5.0[deg]以内である。また、**Fig. 3-26-30(a)(b)** で示されるように、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  は、理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  に近い。他の実験においても、同じ傾向が見られた

(ii)  $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$  の場合

**Table 3-10** でも示されるように、誤差率  $|1 - \|V\|_m / \|V\|_e|$  は 0.03 以内、誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|$  は 4 [deg] 以内、 $|\rho_m - \rho_e|$  は 8 [deg] 以内である。第 3 回目、第 4 回目は全ての時間において、エンコーダと球体の接触不良が起きている。第 5 回目の実験は、 $\varphi = 0$  [deg] の場合と同様に、接触不良が見られ、誤差率  $|1 - \|V\|_m / \|V\|_e|$  は 0.09 [m/s]、誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|$  は 13.9 [deg]、 $|\rho_m - \rho_e|$  は 7.7 [deg] である。

**Fig. 3-31-35(a)(b)** で示されるように、第 1, 2 回目の実験において、 $\varphi = 0$  [deg] の場合と同様に、接触不良が見られた。また実験値  $\|V\|_e, \varphi_e$  は、理論値  $\|V\|_m, \varphi_m$  に近い。

(iii)  $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$  の場合

**Table 3-11** でも示されるように、誤差率  $|1 - \|V\|_m / \|V\|_e|$  は 0.05 以内、誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|$  は 6.4 [deg] 以内である。誤差  $|\rho_m - \rho_e|$  は 12.9 [deg] 以内で比較的大きい。この理由として、球体が右側の静止ローラ ( $v_2 = 0$ ) から受ける動摩擦の影響だと考えられる。

**Fig. 3-36-40(a)(b)** で示されるように、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e$  は理論値  $\|V\|_m, \varphi_m$  に近い。

(iv)  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$  の場合

**Table 3-12** でも示されるように、誤差率  $|1 - \|V\|_m / \|V\|_e|$  は 0.06 以内、誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|, |\rho_m - \rho_e|$  は、それぞれ 1.9 [deg], 2.0 [deg] 以内である。

**Fig. 3-41-45(a)(b)** で示されるように、実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  は、理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  に近い。この実験において、同じ傾向が見られた。

以上より、進行速度、進行角、球体回転軸の角度において、実験値は、理論値に近く提案した順運動学の理論式の正確性が示されたと考えられる。

## (b) 逆運動学

(i)  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$  の場合

**Table 3-9** でも示されるように、誤差率  $|1 - v_1^m / v_1^e|$  は 0.29 以内、 $|1 - v_2^m / v_2^e|$  は、0.25 以内である。この理由として、順運動学の検証における  $\rho$  の誤差  $|\rho_m - \rho_e|$  は 5 [deg] 以内であるが、 $\tan \rho$  (球体角速度ベクトルの z 成分に依存する値) の誤差  $|\tan \rho_m - \tan \rho_e|$  は 0.82 以内であることが原因である。また、**Fig. 3-26-30(c)** で示されるように、実験値  $v_1^e, v_2^e$  は理論値  $v_1^m, v_2^m$  に近い。他の実験においても、同じ傾向が見られた。

(ii)  $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$  の場合

**Fig. 3-31-35(c)** で示されるように、第 1, 2, 5 回目の実験において、2.5-5 [s] では、実験値  $v_1^e, v_2^e$  は、理論値  $v_1^m, v_2^m$  から離れている。**Table 3-10** で示されているように、誤差率  $|1 - v_1^m / v_1^e|$  は 0.28 以内、 $|1 - v_2^m / v_2^e|$  は、0.5 以内である。この理由として、順運動学の検証における  $\rho$  の誤差  $|\rho_m - \rho_e|$  は 5 [deg] 以内であるが、 $\tan \rho$  の誤差  $|\tan \rho_m -$



$\tan \rho_e$  は 1.72 以内であることが原因である.

(iii)  $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$  の場合

**Fig. 3-36-40(c)** で示されるように, 実験値  $v_1^e, v_2^e$  は, 理論値  $v_1^m, v_2^m$  から離れている. **Table 3-11** で示されているように, 誤差率  $|1 - v_1^m/v_1^e|$  は 0.25 以内,  $|1 - v_2^m/v_2^e|$  は 0.98 以内である. この理由として, 順運動学の検証における  $\rho$  の誤差  $|\rho_m - \rho_e|$  は, 5 [deg] 以内であるが,  $\tan \rho$  の誤差  $|\tan \rho_m - \tan \rho_e|$  は 1.45 以内であることが原因である. 特に  $|1 - v_2^m/v_2^e|$  の値がかなり大きい, 左側ローラに目標入力  $v_2^e$  は 0 に近い値であるのが原因であるため, 1 に近い結果となっている.

(iv)  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$

**Fig. 3-41-45(c)** で示されるように, 実験値  $v_1^e, v_2^e$  は, 理論値  $v_1^m, v_2^m$  に近い. この実験において, 同じ傾向が見られた. **Table 3-12** で示されているように, 誤差率  $|1 - v_1^m/v_1^e|$ ,  $|1 - v_2^m/v_2^e|$  は, それぞれ 0.06 以内である.

以上より, ローラ速度において, 実験値は, 理論値に近く提案した逆運動学の理論式の正確性が示されたと考えられる.

### 3.3.3 検証Ⅲ

#### (a) 順運動学

(i)  $\alpha = 0^\circ$  の場合

**Table 3-14** でも示されるように, 誤差率  $|1 - \|V\|_m/\|V\|_e|$  は 0.06 以内, 誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|$ ,  $|\rho_m - \rho_e|$  は, それぞれ 3.9[deg], 6.3[deg] 以内である. また, **Fig. 3-46-50(a)(b)** で示されるように, 実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  は, 理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  に近い. 他の実験においても, 同じ傾向が見られた.

(ii)  $\alpha = 10^\circ$  の場合

**Fig. 3-51-55(a)(b)** で示されるように, 実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  は, 理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  に近い. この実験において, 同じ傾向が見られた. 誤差率については,  $|1 - \|V\|_m/\|V\|_e|$  は 0.04 以内, 誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|$ ,  $|\rho_m - \rho_e|$  は, それぞれ 3.1[deg], 3.9[deg] 以内である (**Table 3-15** 参照).

(iii)  $\alpha = 20^\circ$  の場合

**Fig. 3-56-60(a)(b)** で示されるように, 実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  は, 理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  に近い. この実験において, 同じ傾向が見られた. 誤差率については,  $|1 - \|V\|_m/\|V\|_e|$  は 0.09 以内, 誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|$ ,  $|\rho_m - \rho_e|$  は, それぞれ 2.7[deg], 2.1[deg] 以内である (**Table 3-16** 参

照).

(iv)  $\alpha = 30^\circ$  の場合

**Fig. 3-61(a)(b)** で示されるように,  $|\alpha_i| = 30^\circ$  の場合において, モータドライバーの性能限界と, 球体とローラ表面の間で起こった激しい動的摩擦の影響により, 高熱が発生したため, 2回目以降の実験は中止した. しかしながら, データは激しい振る舞いをするが, 実験値  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e$  は, 理論値  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m$  に部分的に近い. 誤差率については,  $|1 - \|V\|_m/\|V\|_e|$  は 0.04 以内, 誤差  $|\varphi_m - \varphi_e|, |\rho_m - \rho_e|$  は, それぞれ 9.7[deg], 5.1[deg]以内である (**Table 3-17** 参照).

以上より, 進行速度, 進行角, 球体回転軸の角度において, 実験値は, 理論値に近く提案した順運動学の理論式の正確性が示されたと考えられる.

## (b) 逆運動学

(i)  $\alpha = 0^\circ$  の場合

**Table 3-14** でも示されるように, 誤差率  $|1 - v_1^m/v_1^e|$  は 0.01 以内,  $|1 - v_2^m/v_2^e|$  は, 0.03 以内である. また, **Fig. 3-46-50(c)** で示されるように, 実験値  $v_1^e, v_2^e$  は理論値  $v_1^m, v_2^m$  に近い. 他の実験においても, 同じ傾向が見られた.

(ii)  $\alpha = 10^\circ$  の場合

**Fig.3-51(c) - Fig. 3-55(c)** で示されるように, 実験値  $v_1^e, v_2^e$  は, 理論値  $v_1^m, v_2^m$  に近い. 誤差率  $|1 - v_1^m/v_1^e|$  は 0.8 以内,  $|1 - v_2^m/v_2^e|$  は 0.04 以内である (**Table 3-15** 参照).

(iii)  $\alpha = 20^\circ$  の場合

**Fig.3-56(c) - Fig. 3-60(c)** で示されるように, 実験値  $v_1^e, v_2^e$  は, 理論値  $v_1^m, v_2^m$  に近い. 誤差率  $|1 - v_1^m/v_1^e|$  は 0.11 以内,  $|1 - v_2^m/v_2^e|$  は 0.08 以内である (**Table 3-16** 参照).

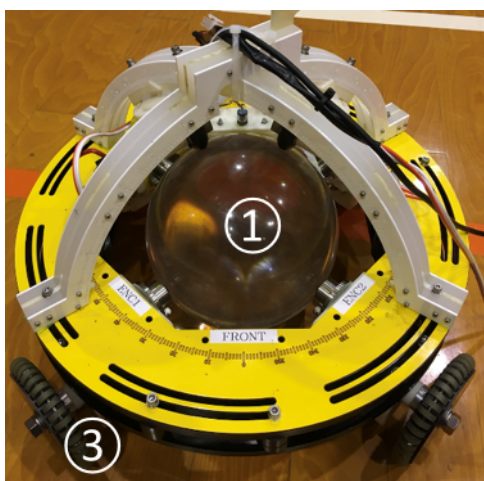
(iv)  $\alpha = 30^\circ$  の場合

**Fig.3-61(c)** で示されるように, データは幅の大きな振る舞いをするが実験値  $v_1^e, v_2^e$  は, 理論値  $v_1^m, v_2^m$  に近い. 誤差率  $|1 - v_1^m/v_1^e|$  は 0.14,  $|1 - v_2^m/v_2^e|$  は 0.07 である (**Table 3-17** 参照).

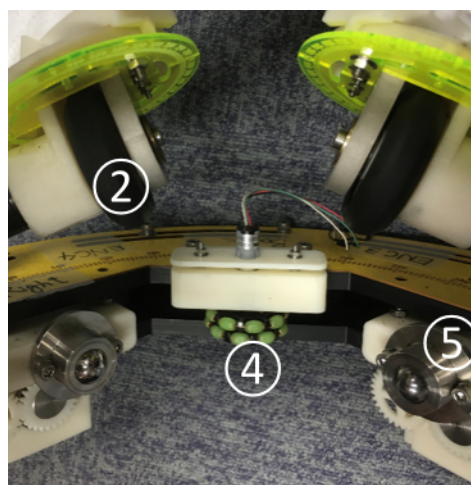
以上より, ローラ速度において, 実験値は, 理論値に近く提案した逆運動学の理論式の正確性が示されたと考えられる.

### 3.4 まとめ

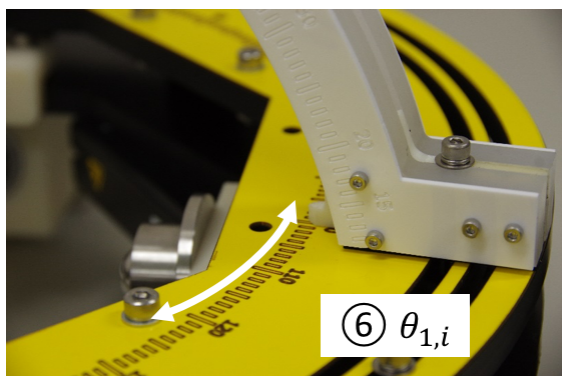
本章では、球体運動学の検証するための球体運動測定機の機構について説明し、一般運動学において、特に2つのローラ駆動される場合において、ローラ速度に対する球体の移動速度、移動方向、球体回転軸の角度を、球体運動測定機を用い検証を行い、運動学の正確性を示した。



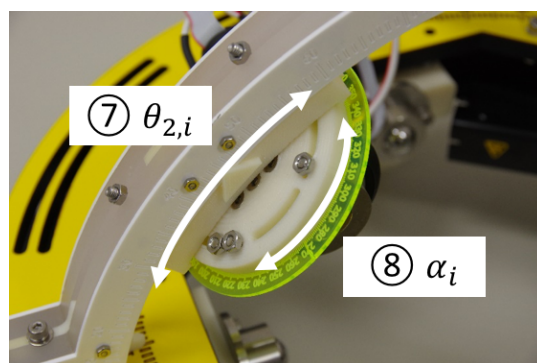
(a) Isometric view



(b) Top view



(c) Angle scale ⑥



(d) Angle scale ⑦ and ⑧

**Fig.3- 1** Set up for device robot

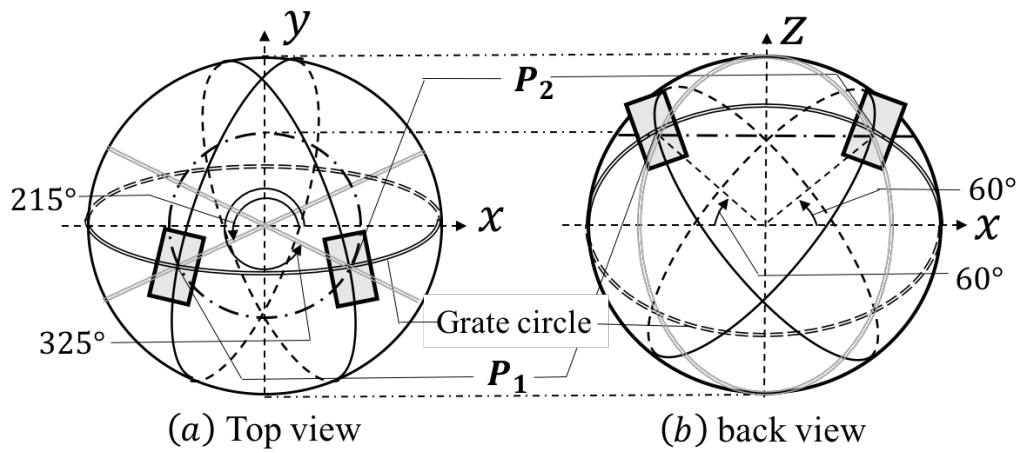


Fig.3- 2 Rollers' arrangement on sphere for experiment

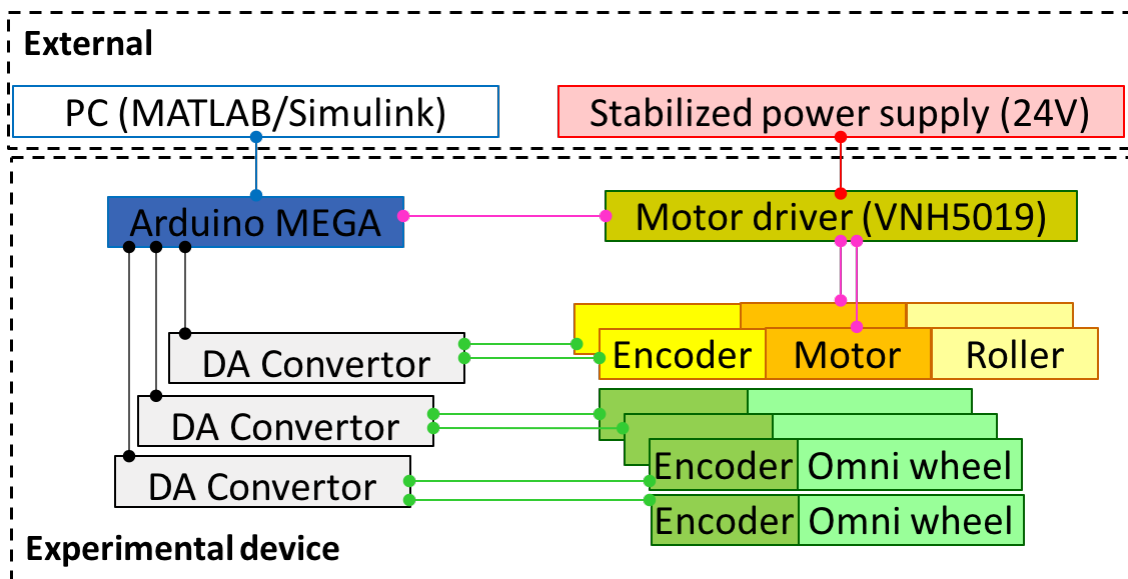
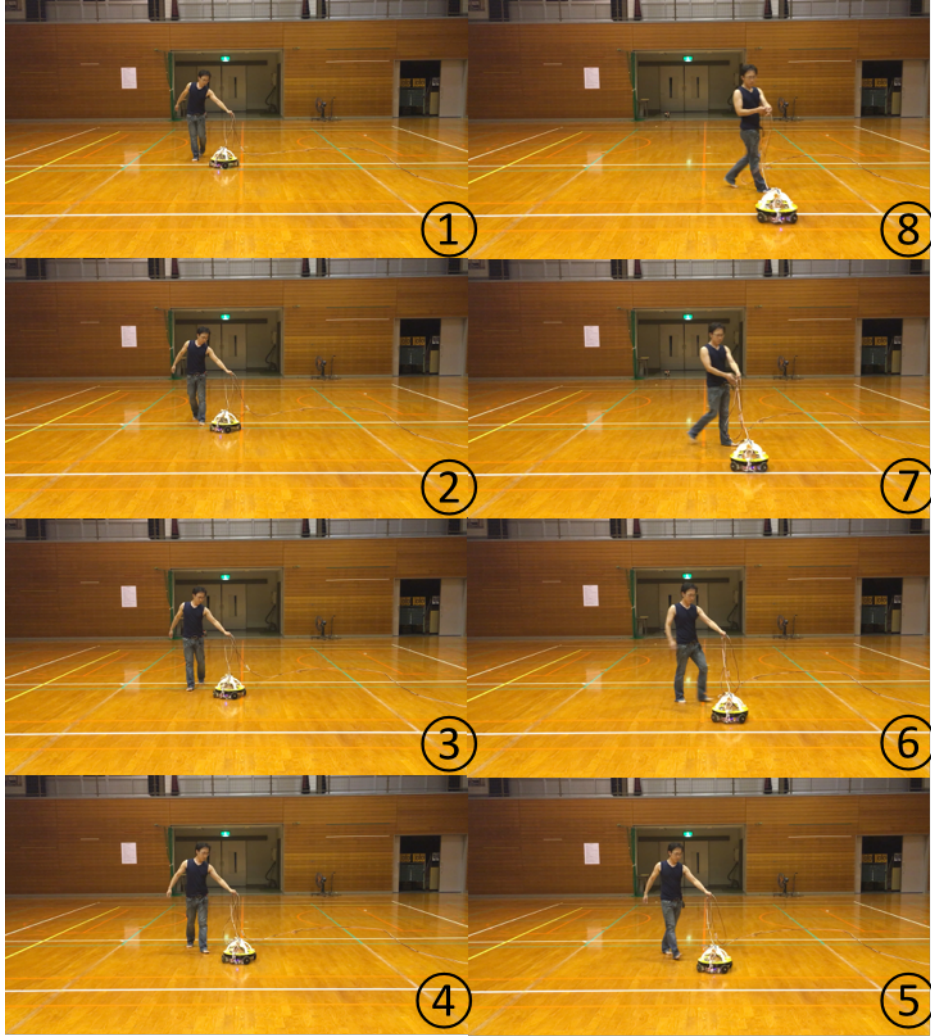


Fig.3- 3 System of device robot



**Fig.3- 4** Traversing Motion

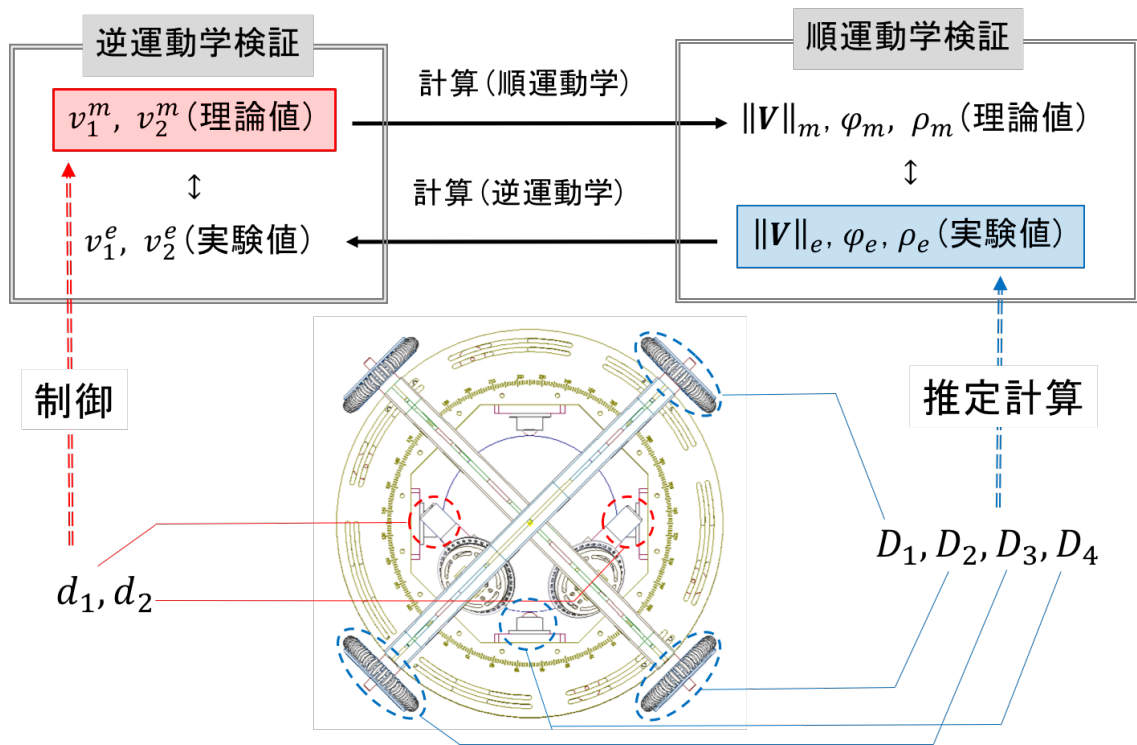
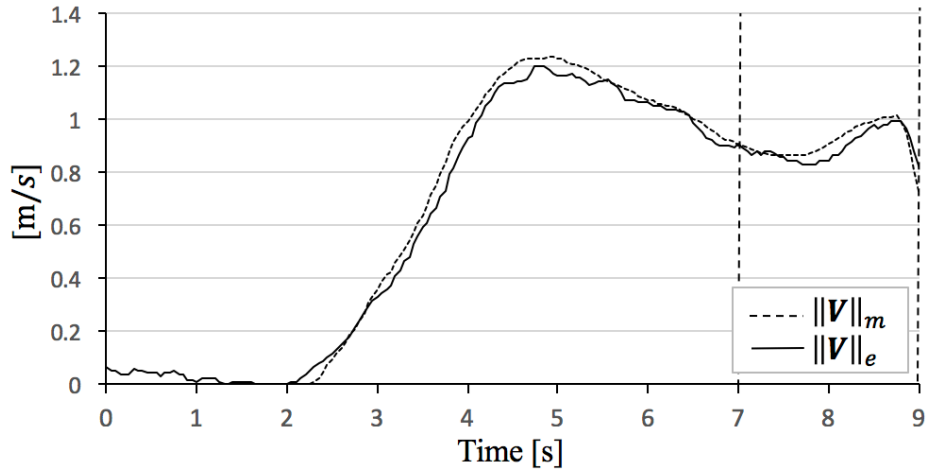
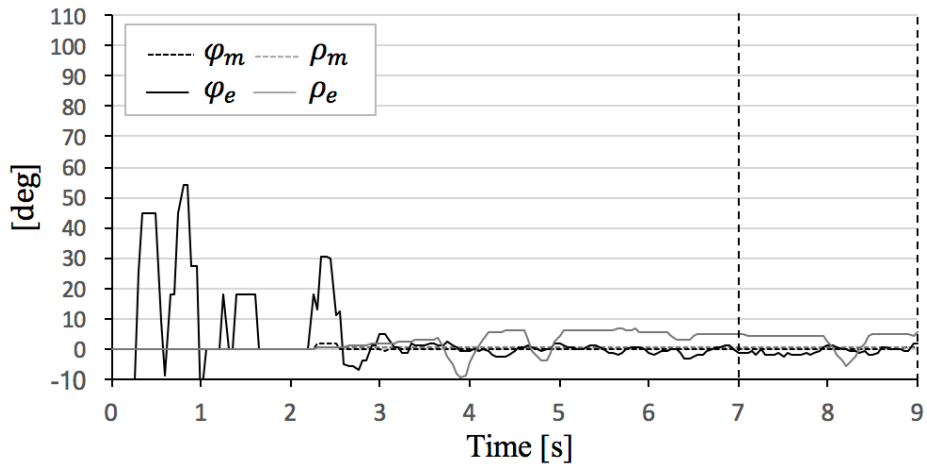


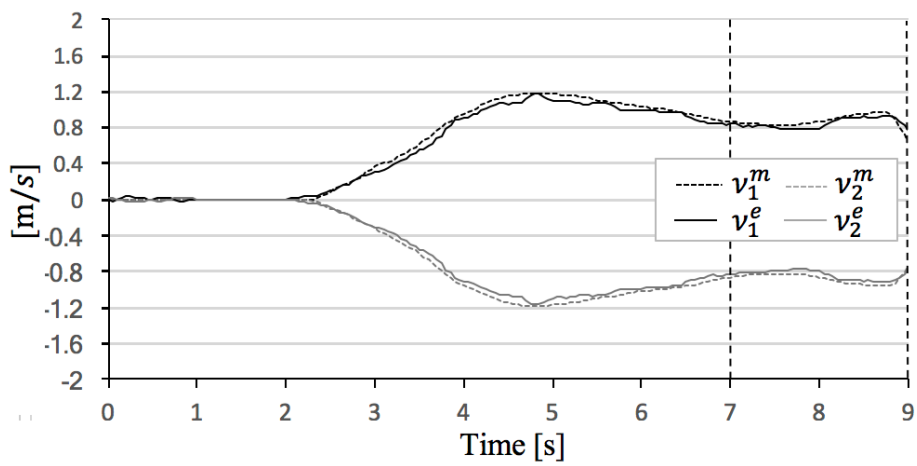
Fig.3- 5 Experimental method



(a) Sphere mobile speed

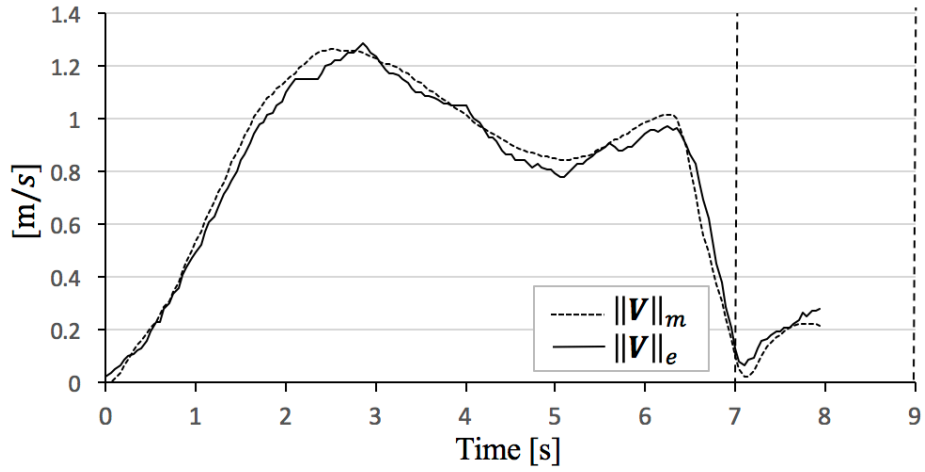


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

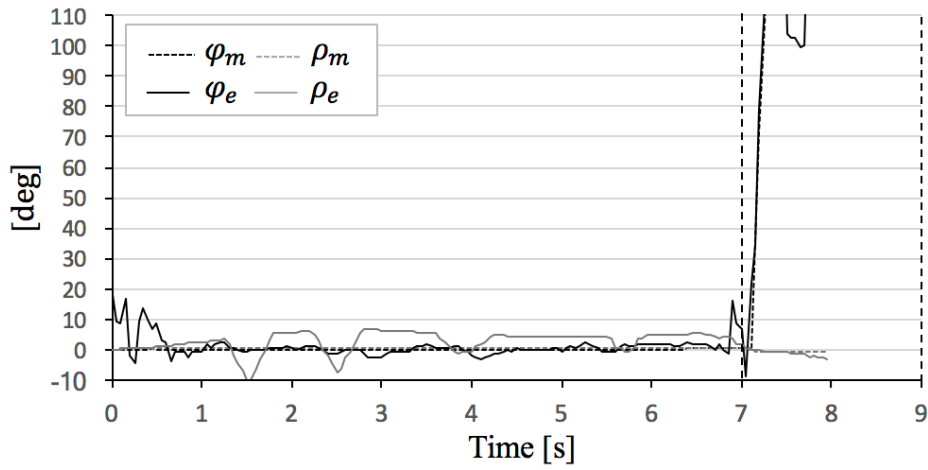


(c) Roller speed

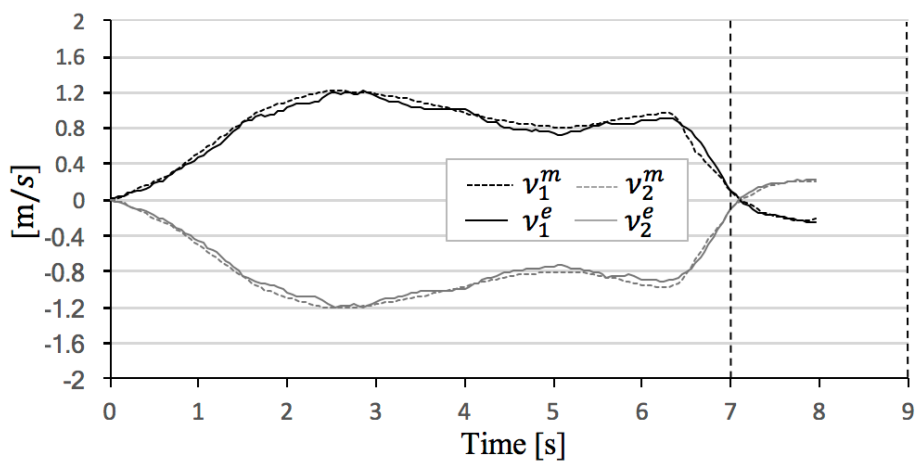
**Fig.3- 6** The 1-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed



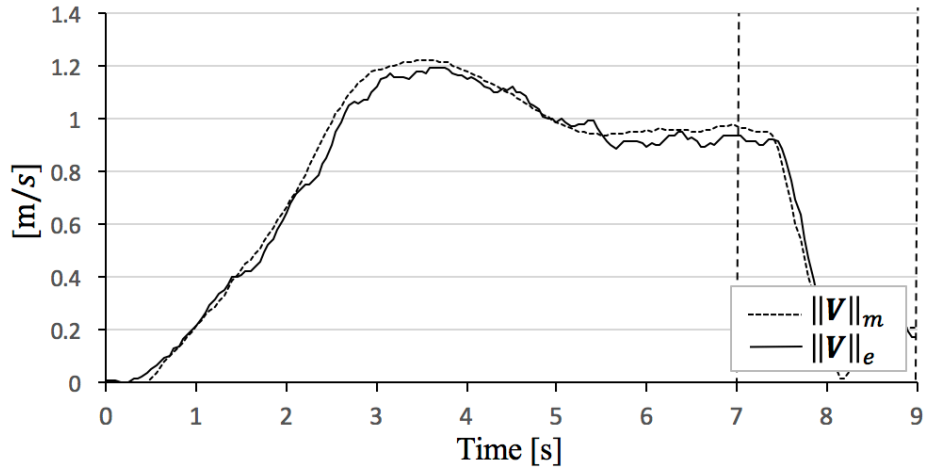
(b) Sphere direction and angle of rotational axis



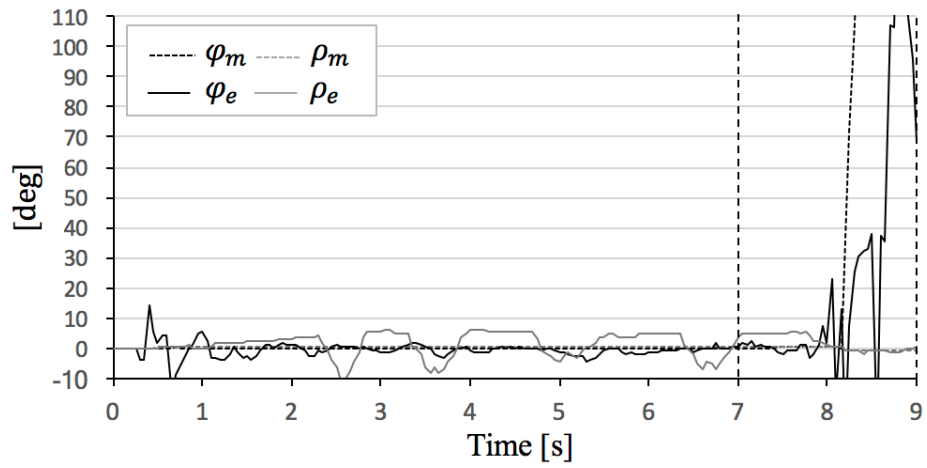
(c) Roller speed

**Fig.3- 7** The 2-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$

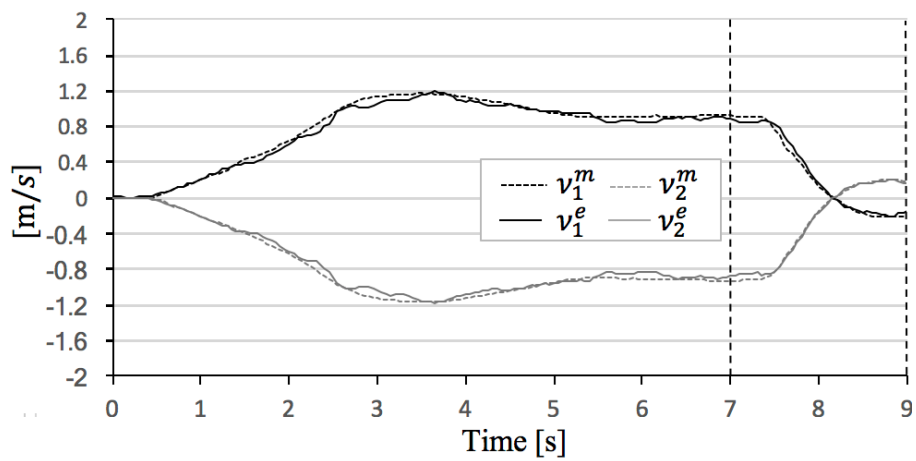




(a) Sphere mobile speed

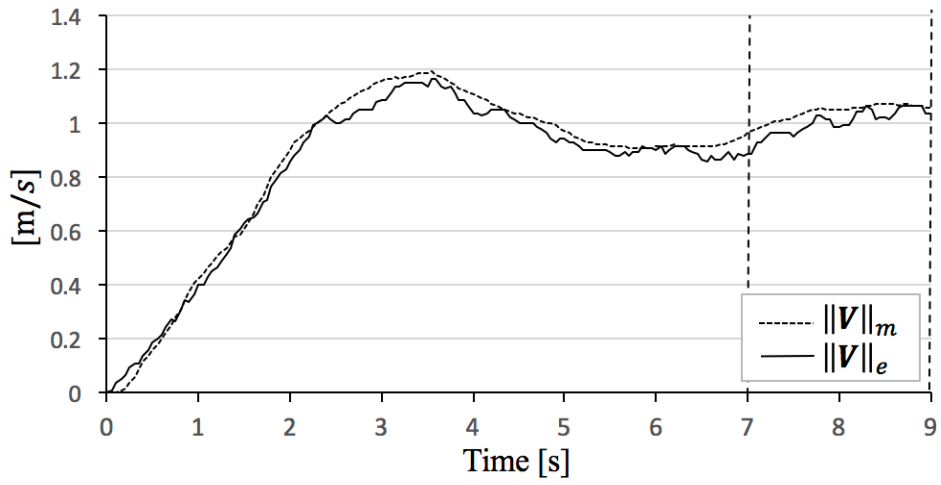


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

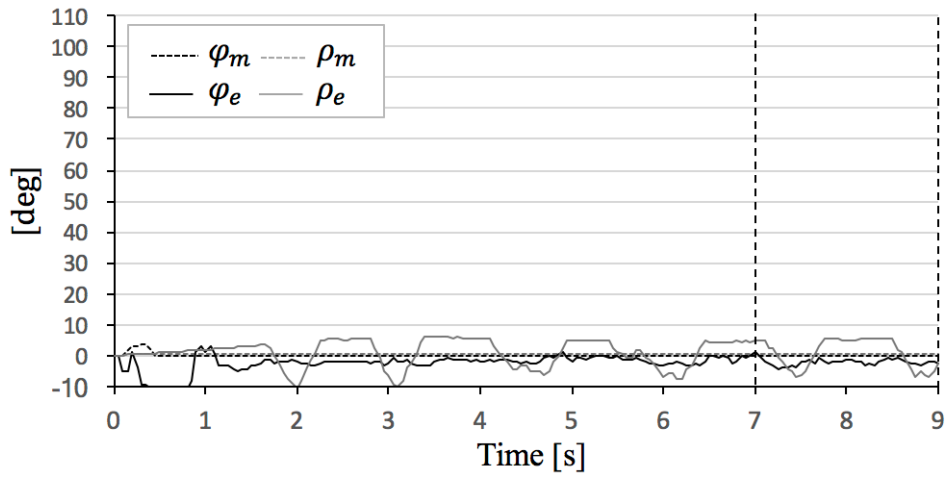


(c) Roller speed

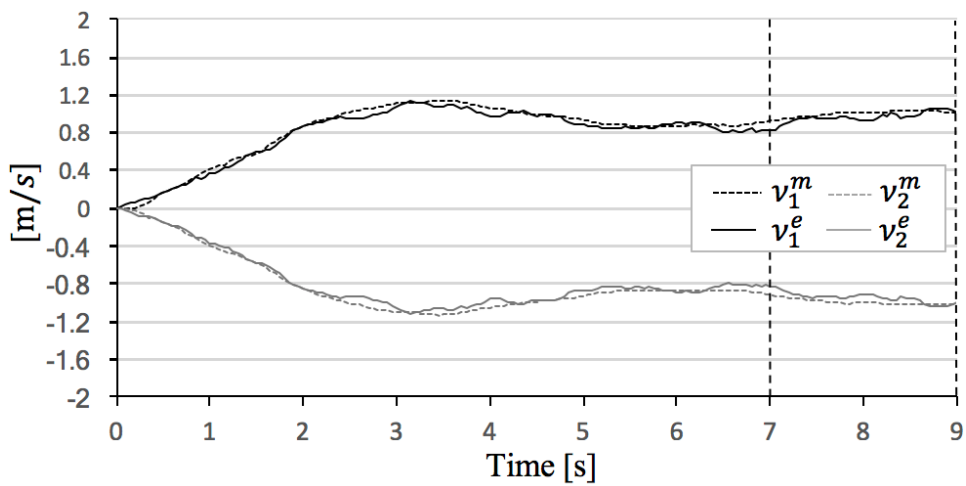
**Fig.3- 8** The 3-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

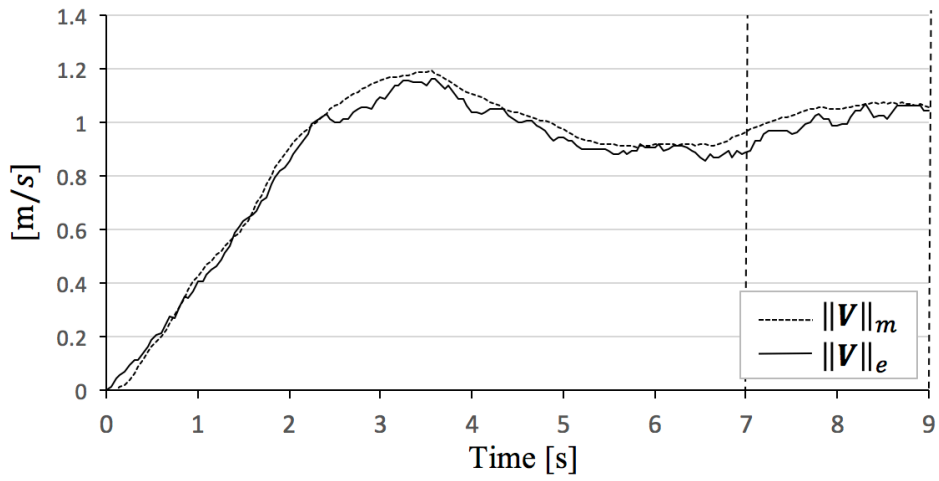


(a) Sphere direction and angle of rotational axis

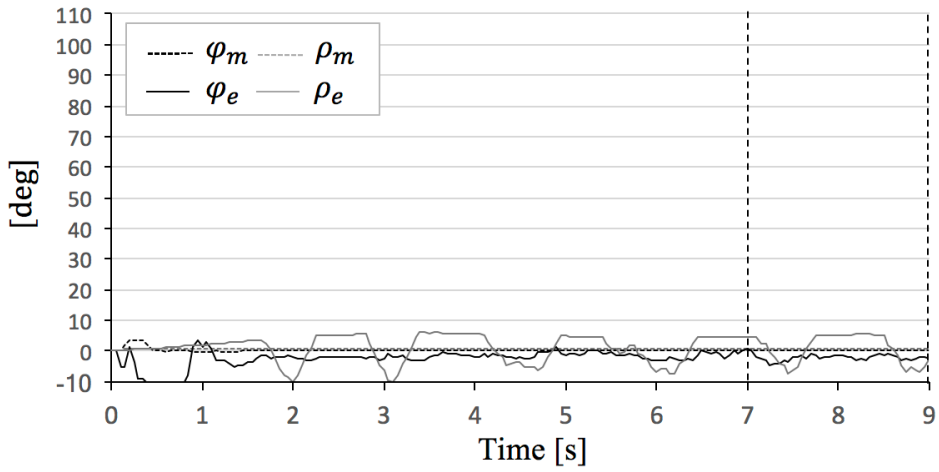


(c) Roller speed

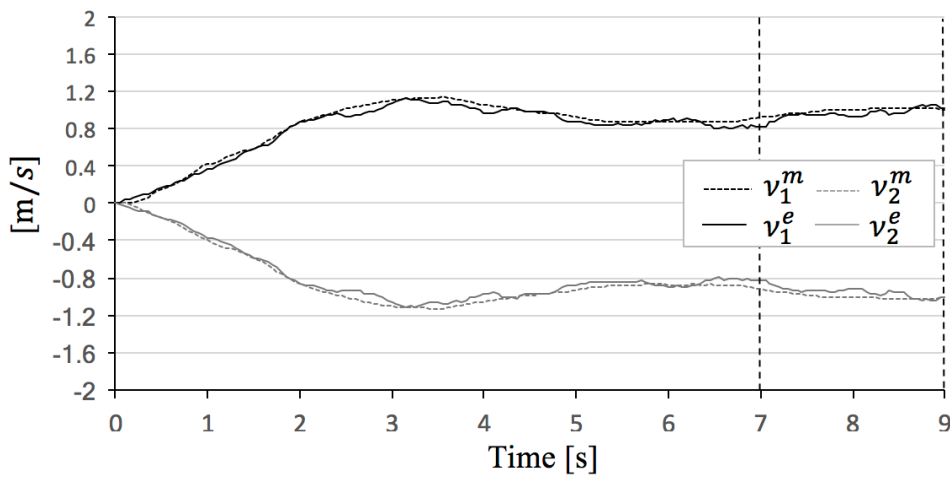
**Fig.3- 9** The 4-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

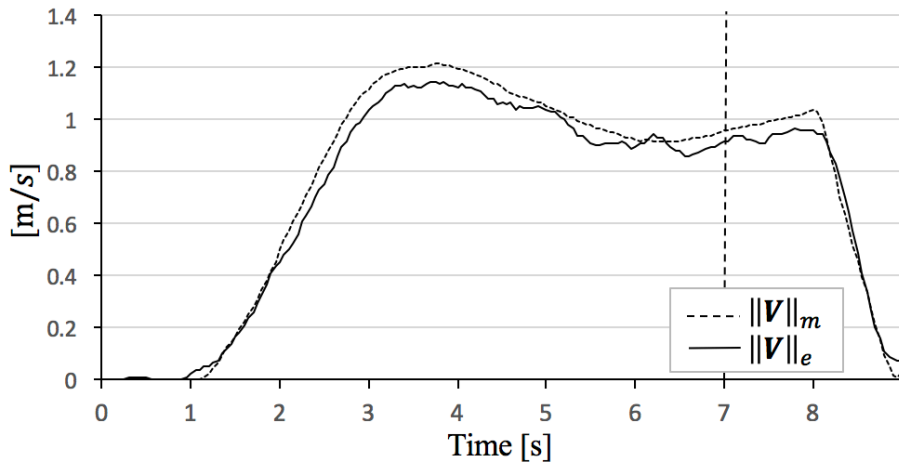


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

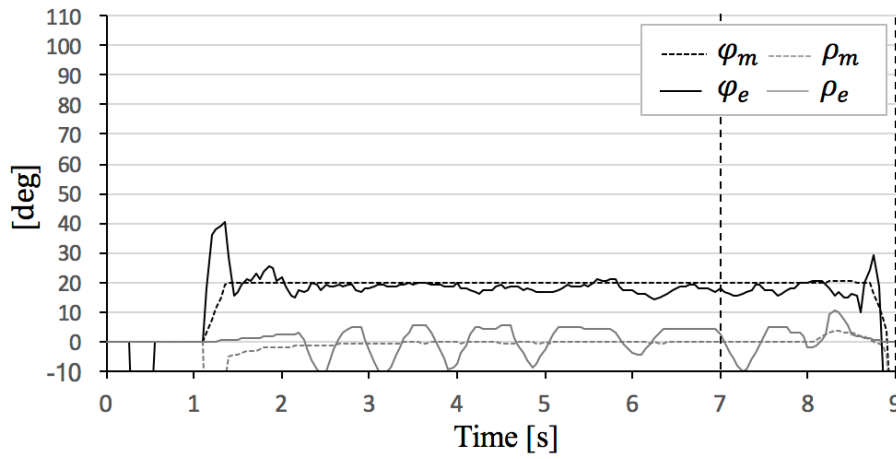


(c) Roller speed

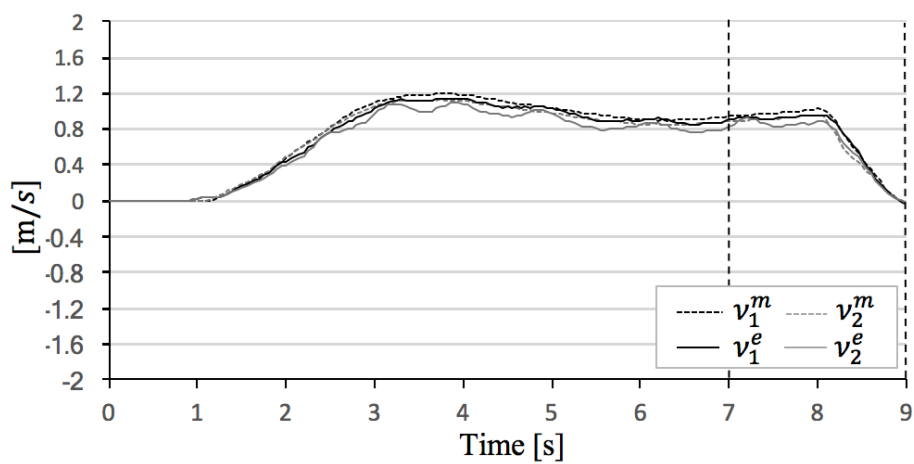
**Fig.3- 10** The 5-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

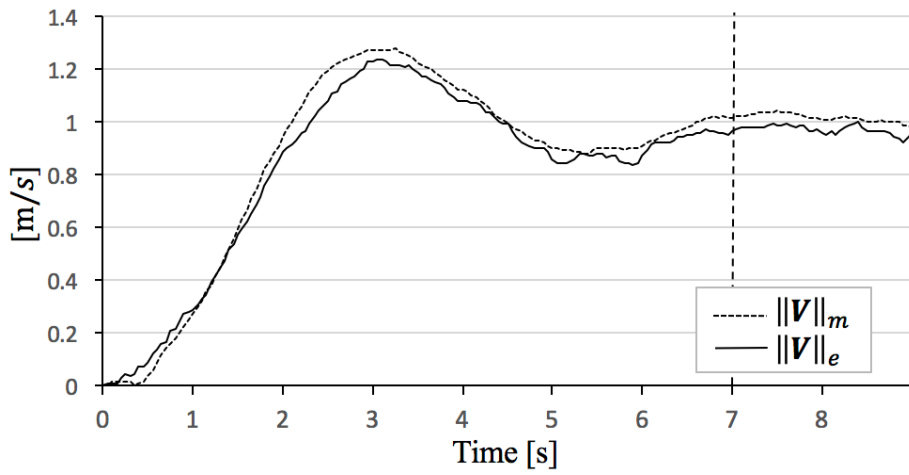


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

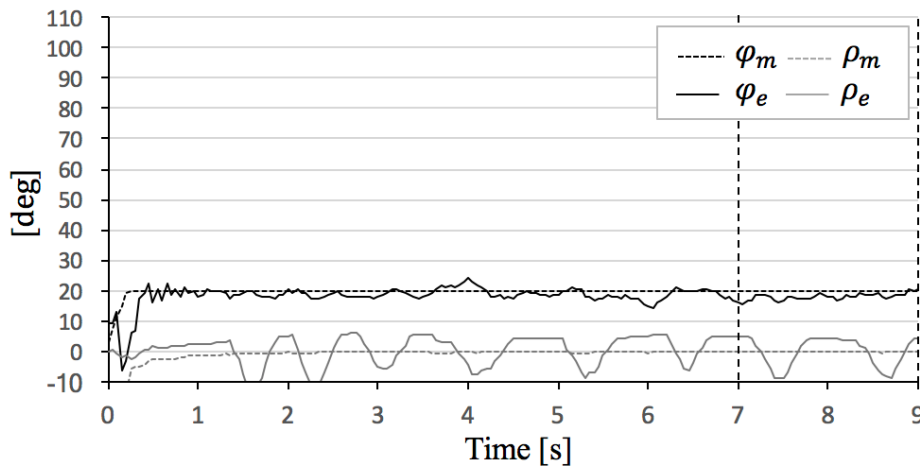


(c) Roller speed

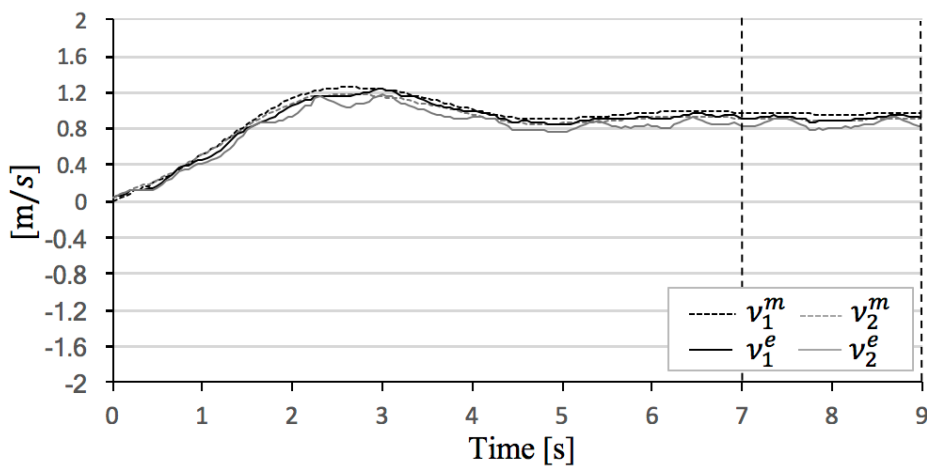
**Fig.3- 11** The 1-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

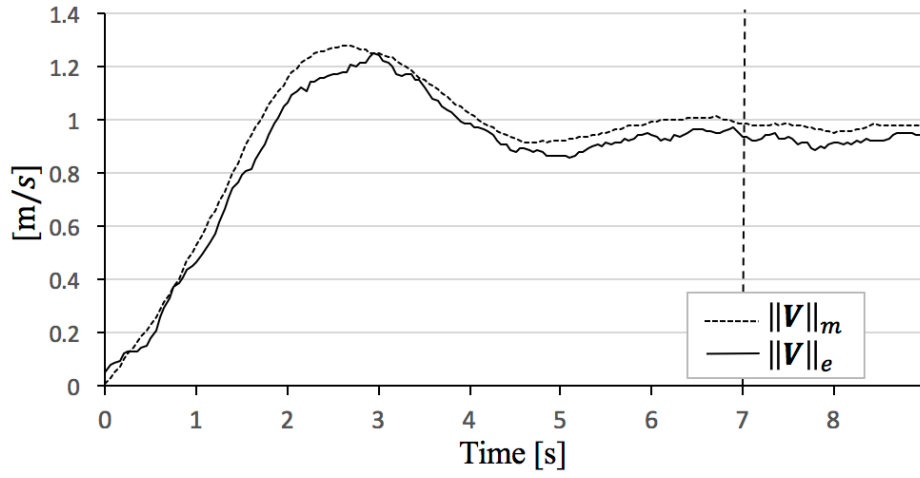


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

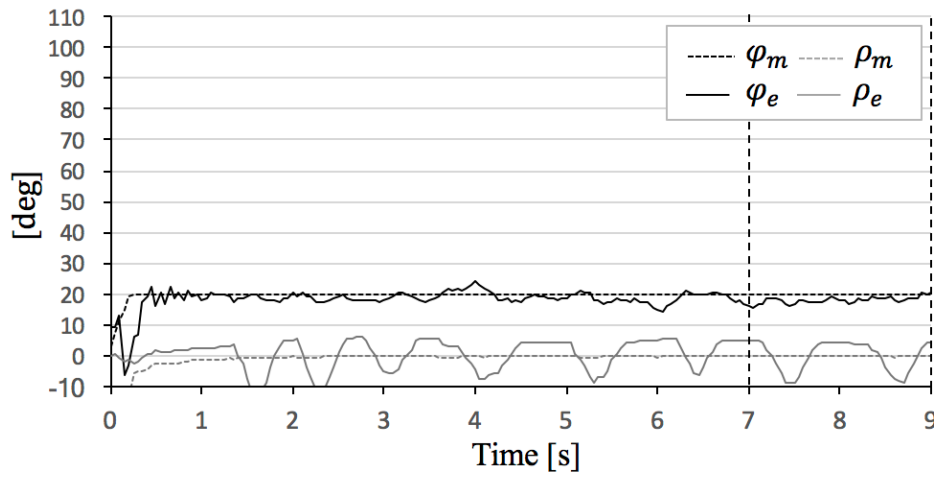


(c) Roller speed

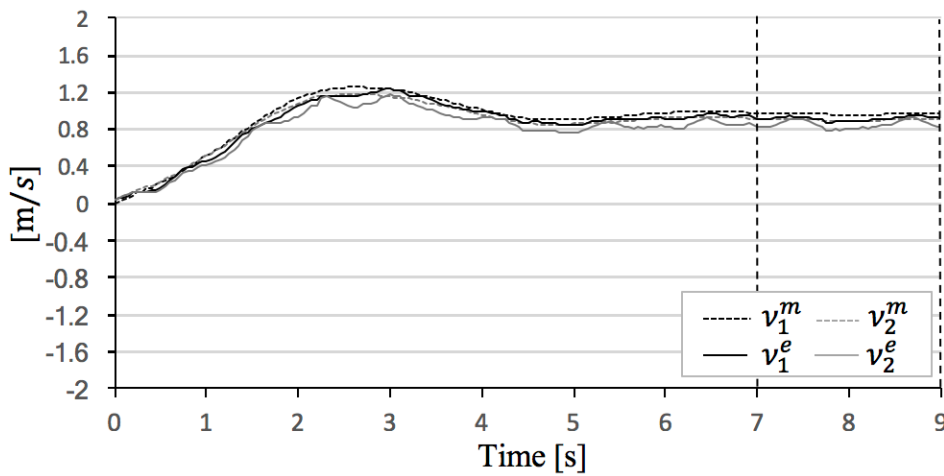
**Fig.3- 12** The 2-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

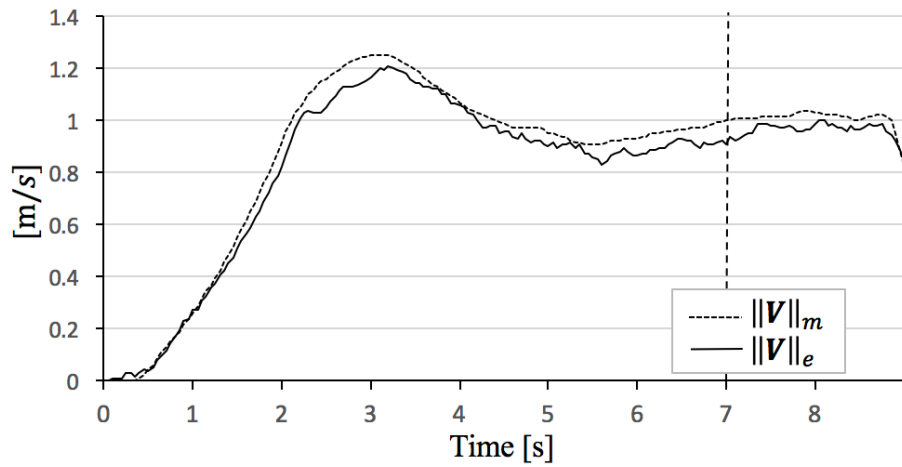


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

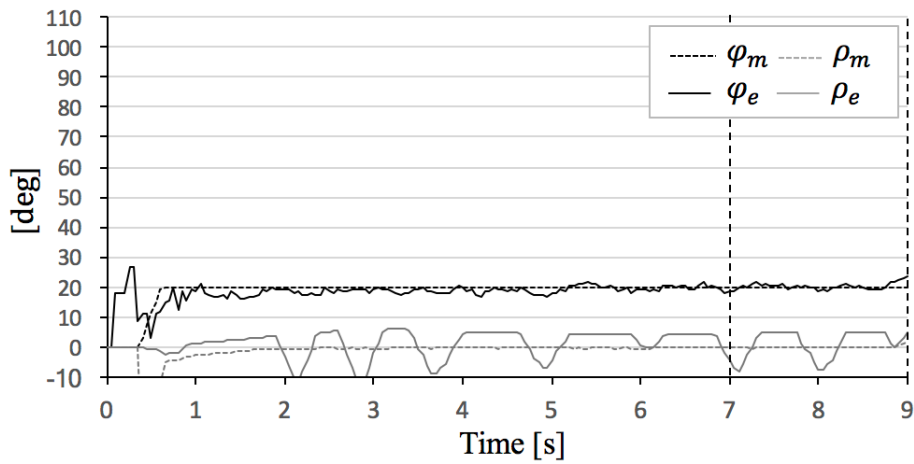


(c) Roller speed

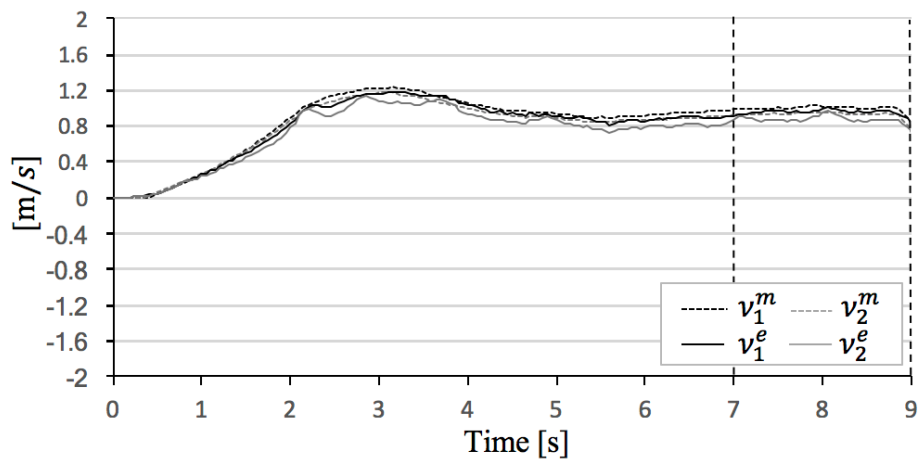
**Fig.3- 13** The 3-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

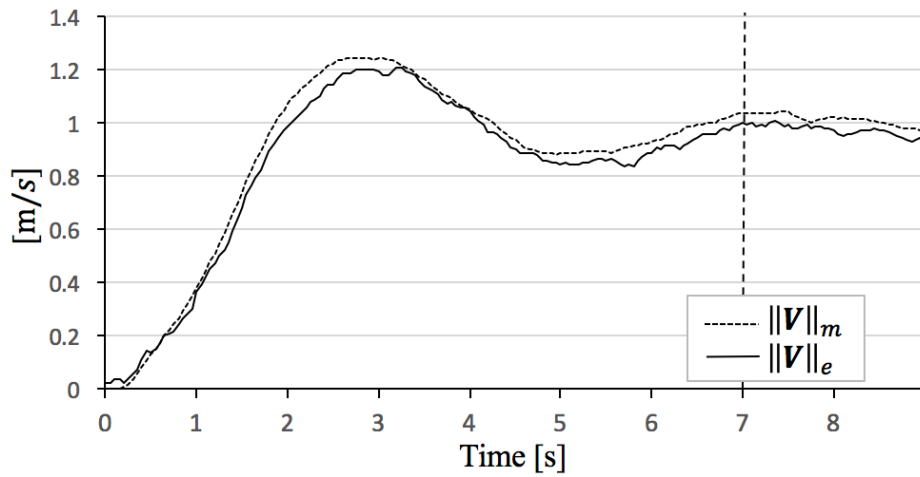


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

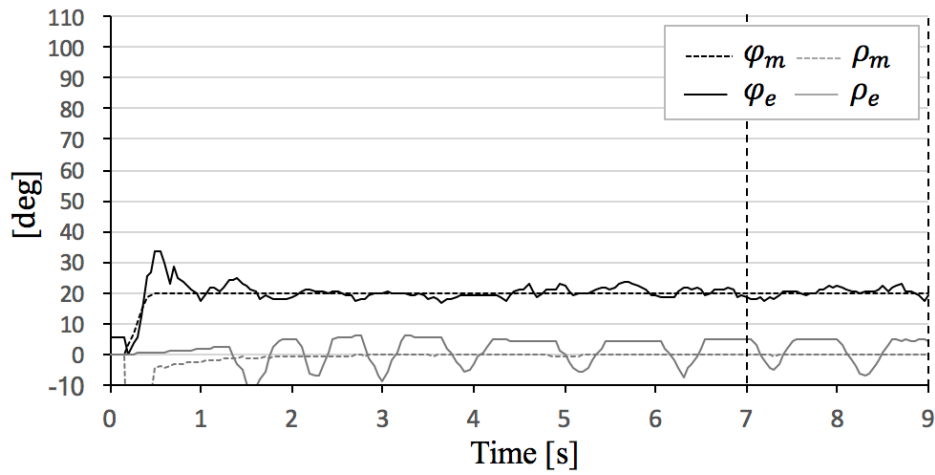


(c) Roller speed

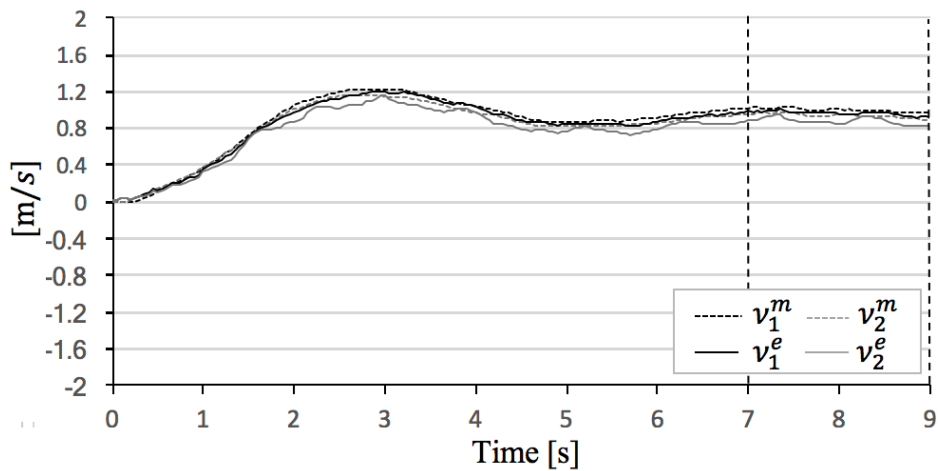
**Fig.3- 14** The 4-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed



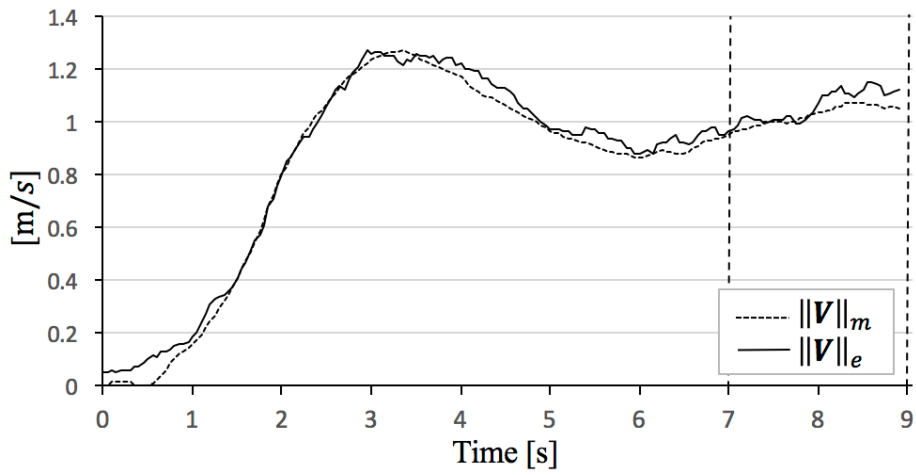
(b) Sphere direction and angle of rotational axis



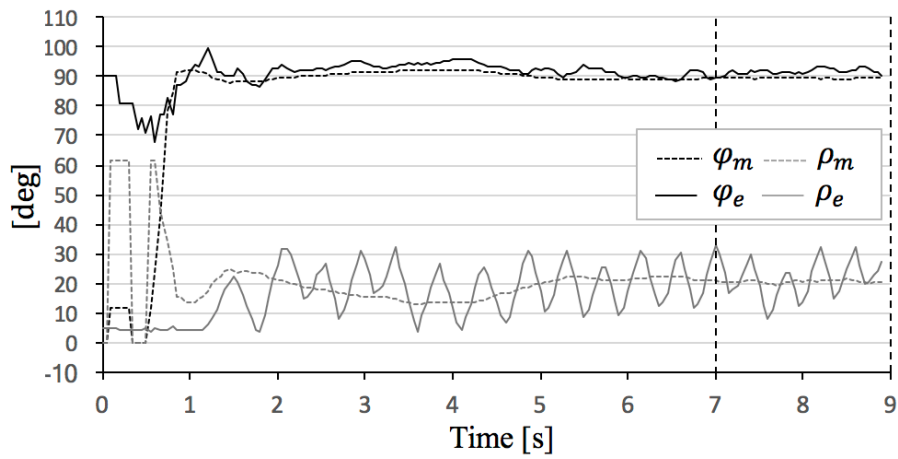
(c) Roller speed

**Fig.3- 15** The 5-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$

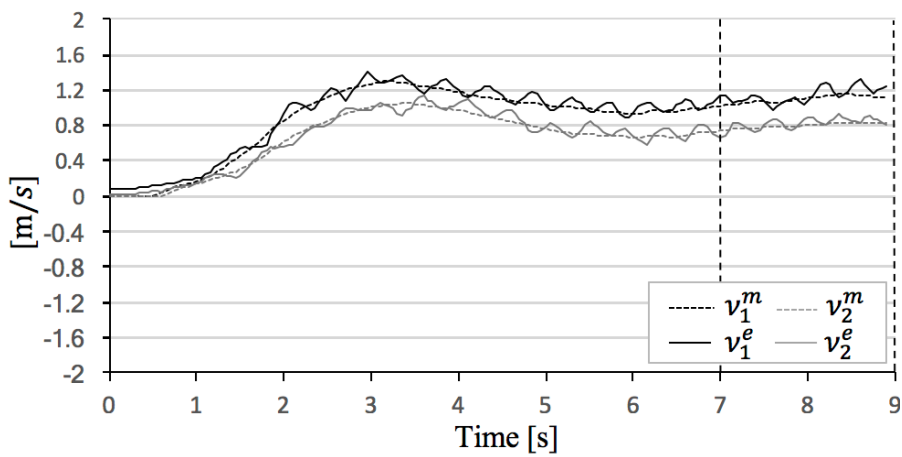




(a) Sphere mobile speed

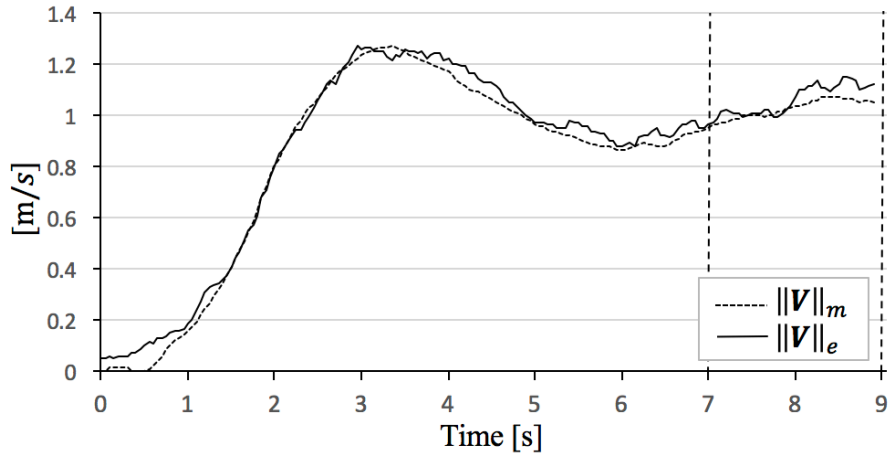


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

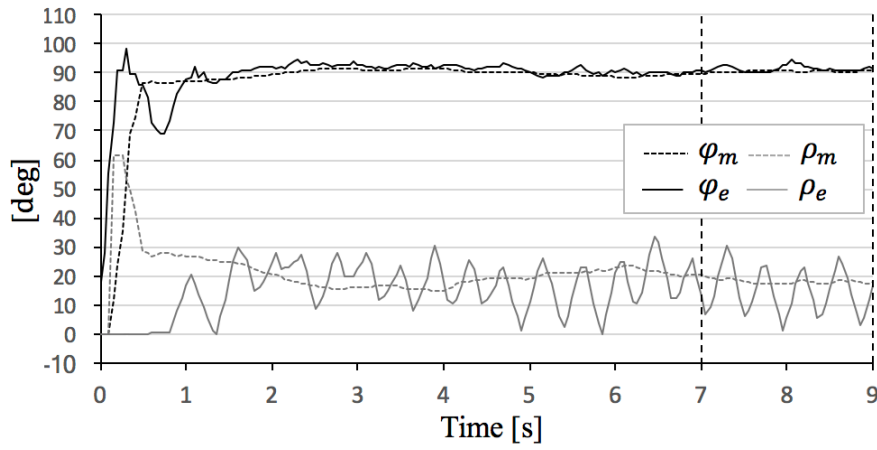


(c) Roller speed

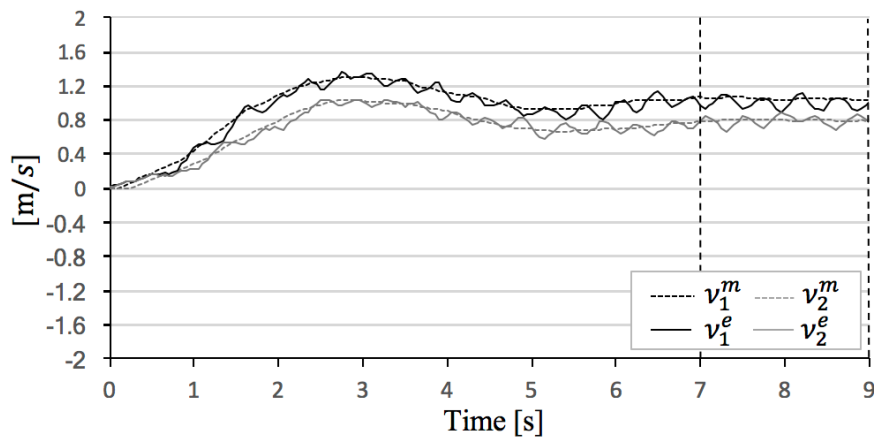
Fig.3- 16 The 1-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

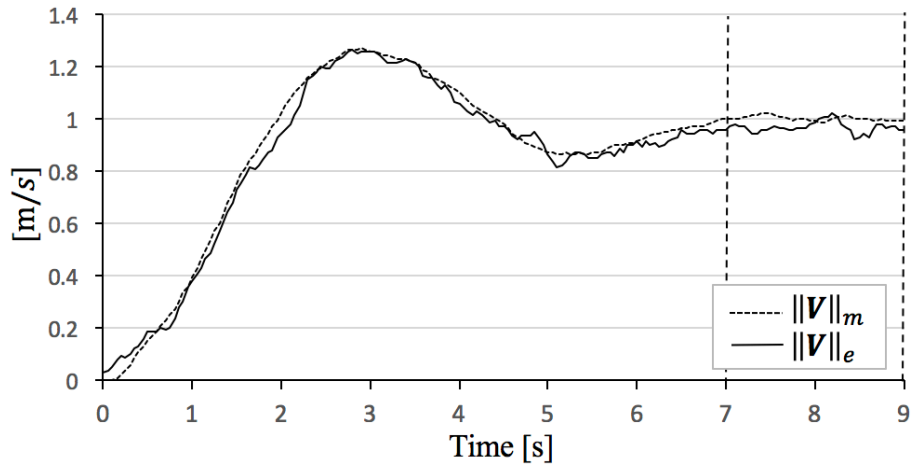


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

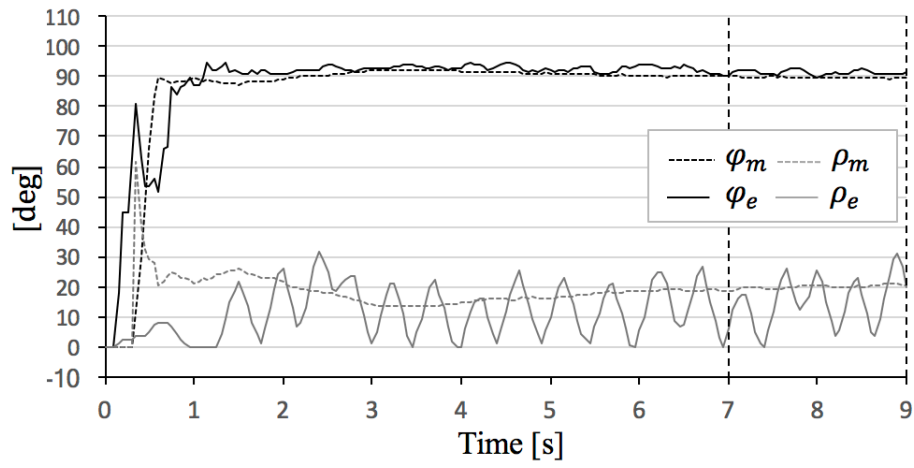


(c) Roller speed

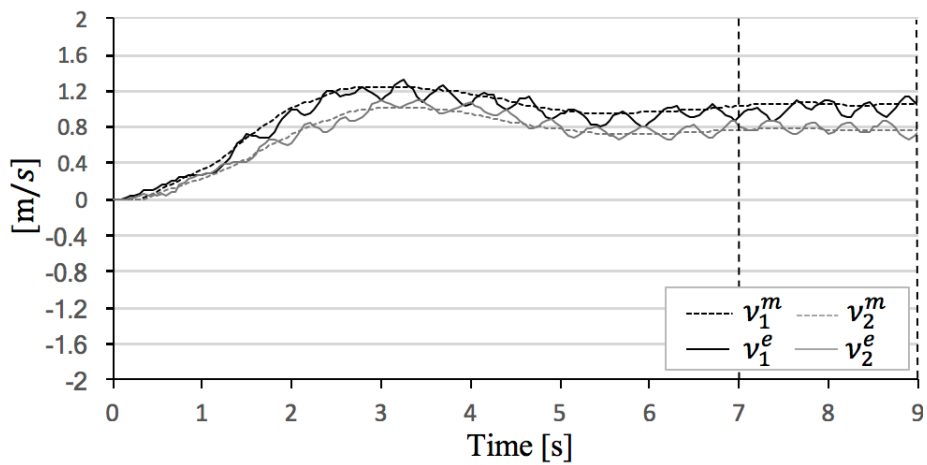
**Fig.3- 17** The 2-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

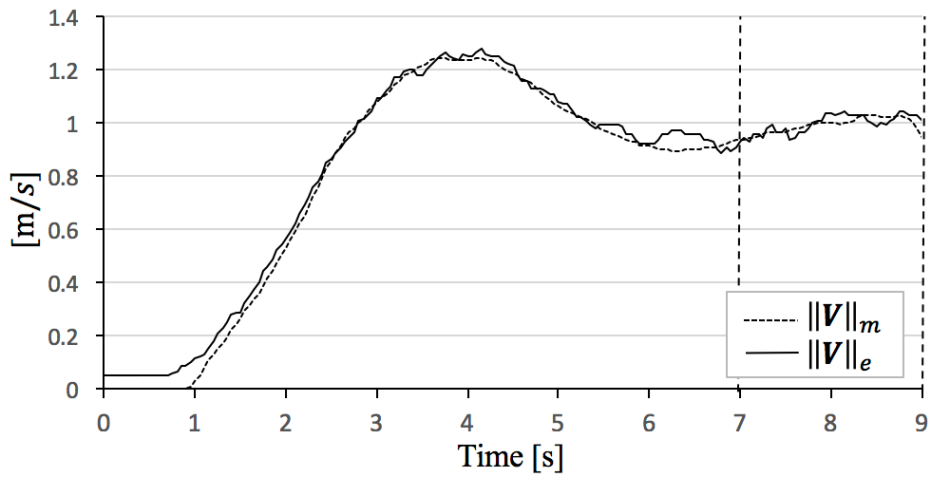


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

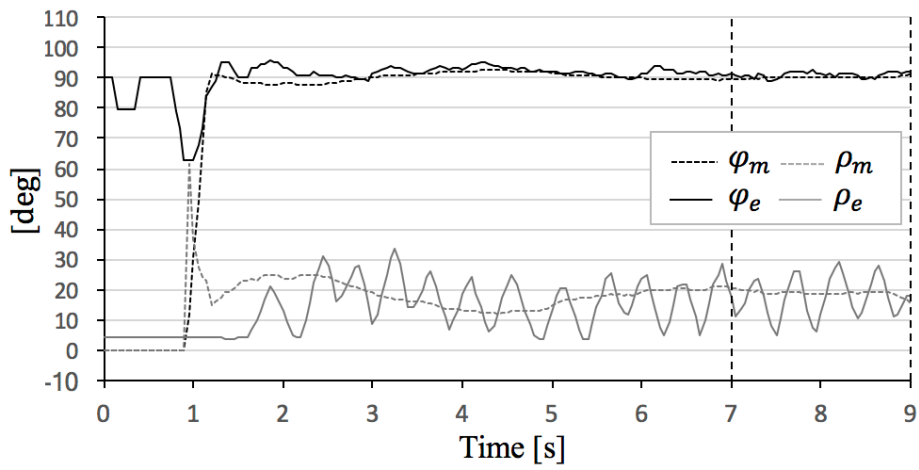


(c) Roller speed

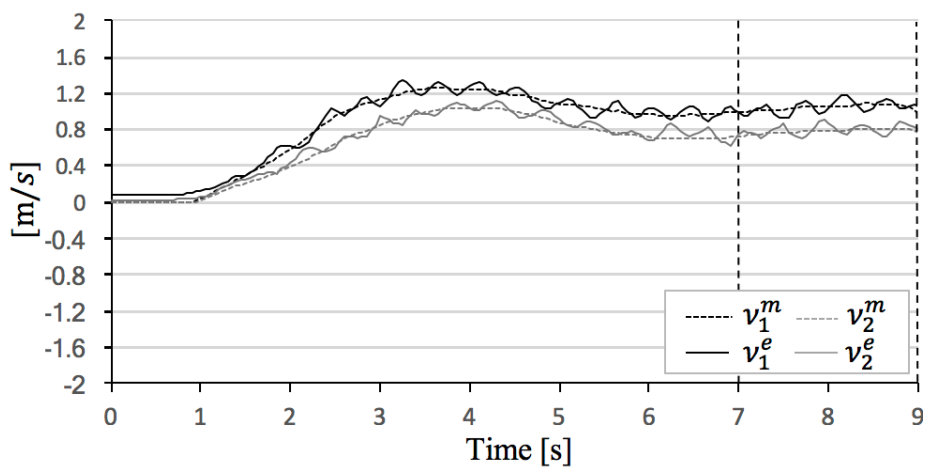
**Fig.3- 18** The 3-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

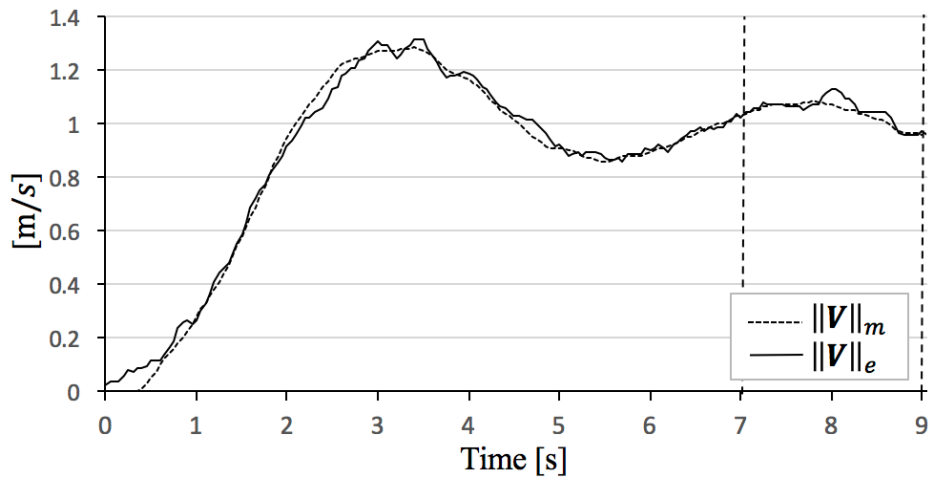


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

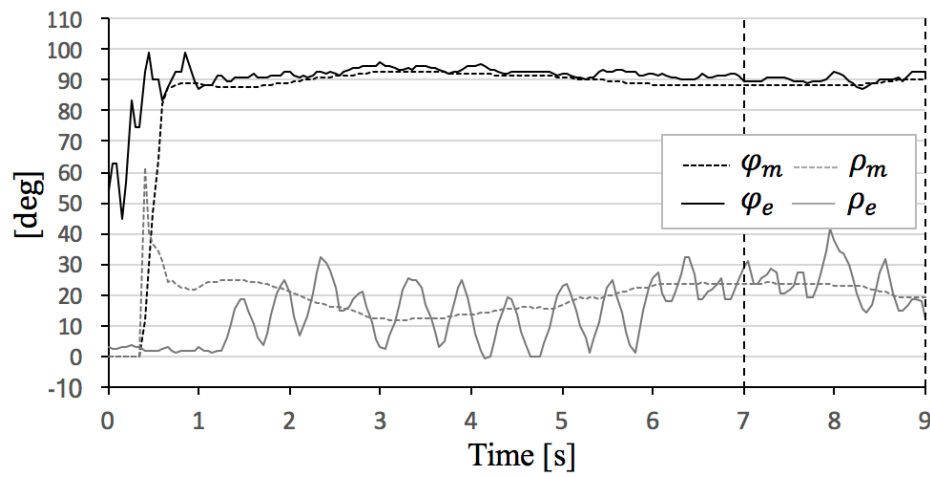


(c) Roller speed

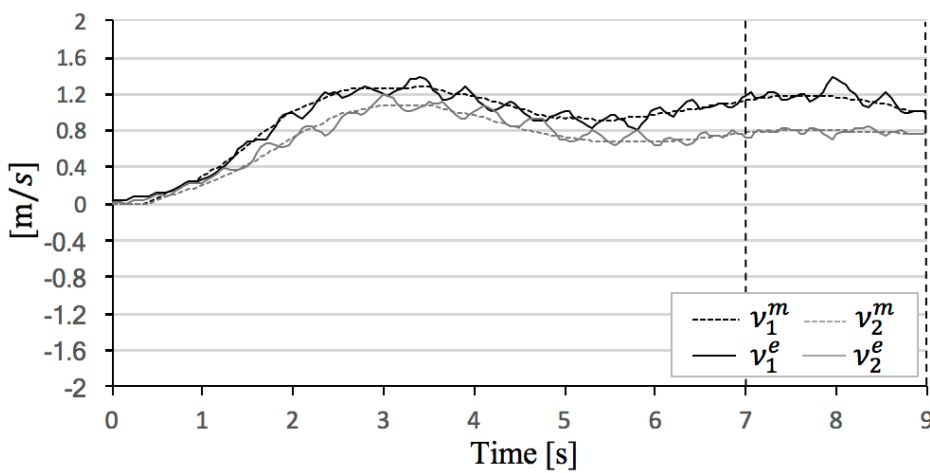
**Fig.3- 19** The 4-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

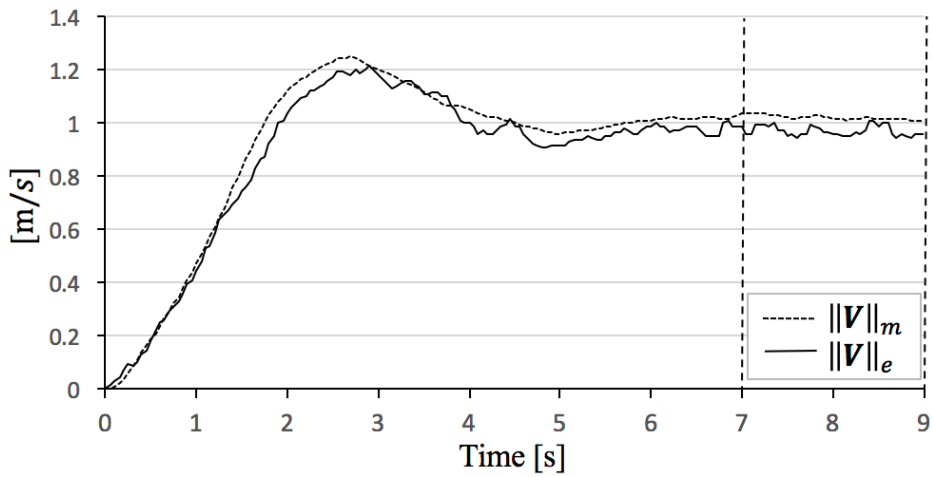


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

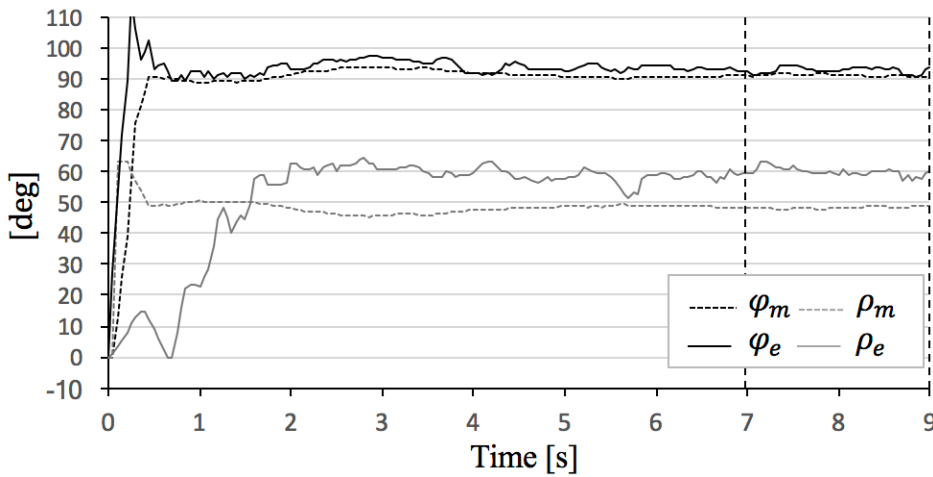


(c) Roller speed

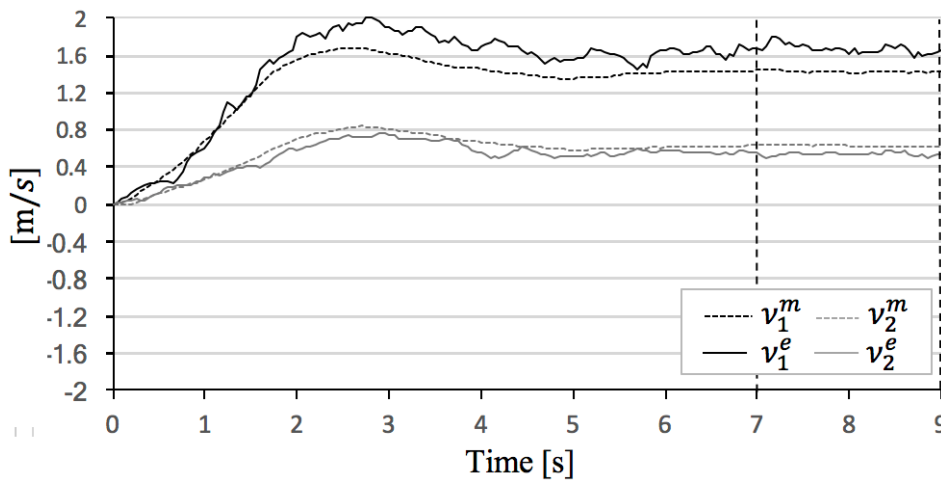
**Fig.3- 20** The 5-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

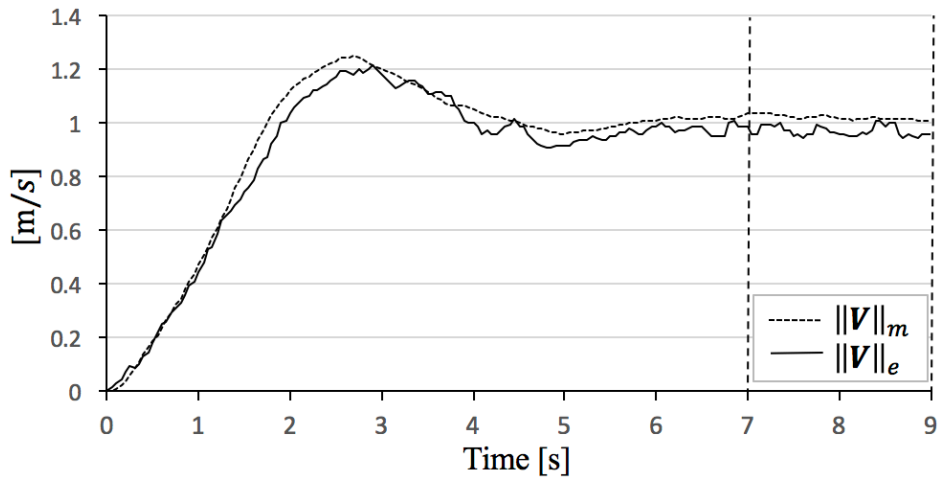


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

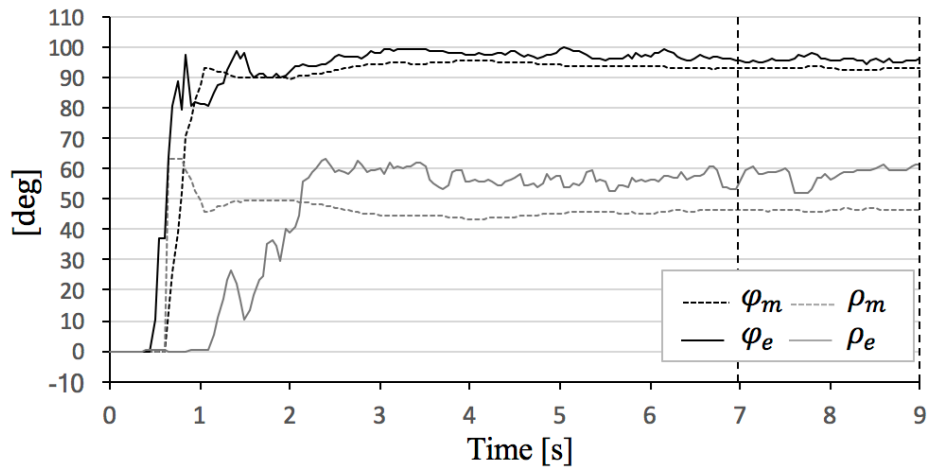


(c) Roller speed

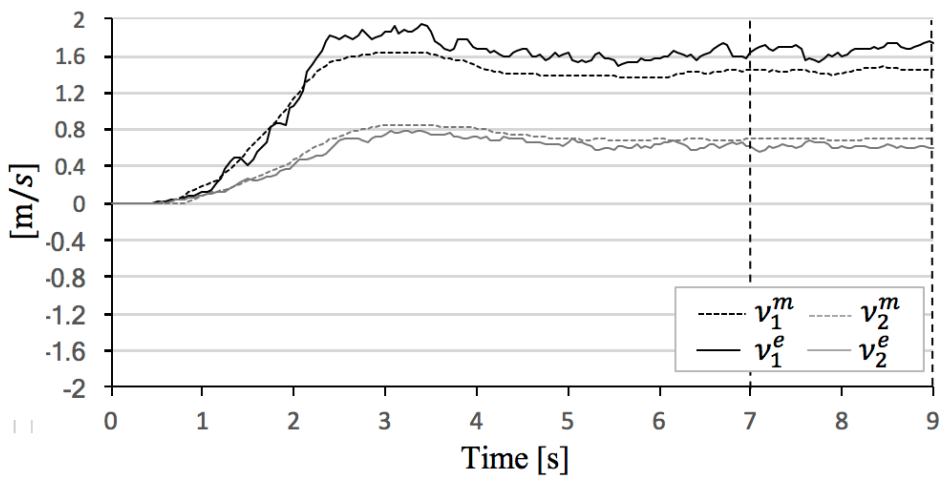
**Fig.3- 21** The 1-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

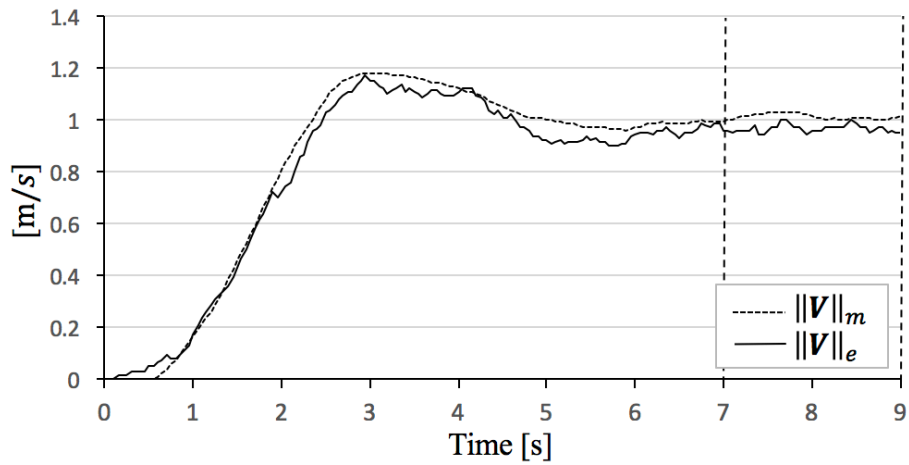


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

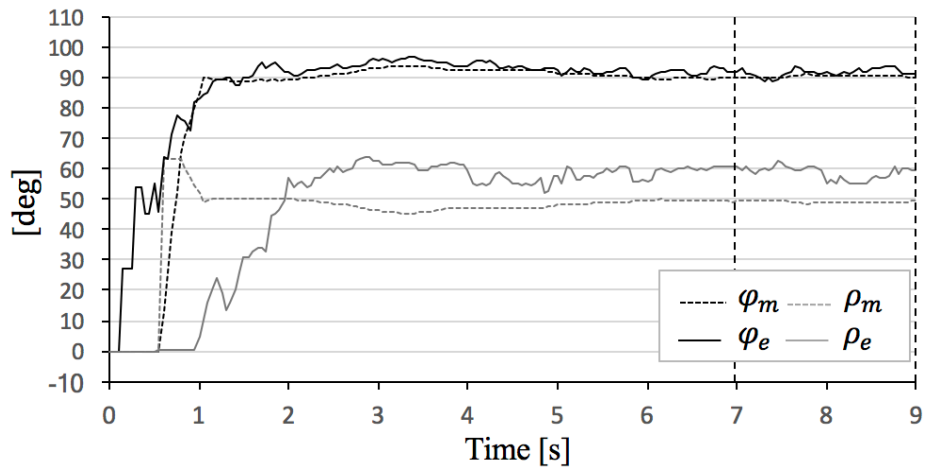


(c) Roller speed

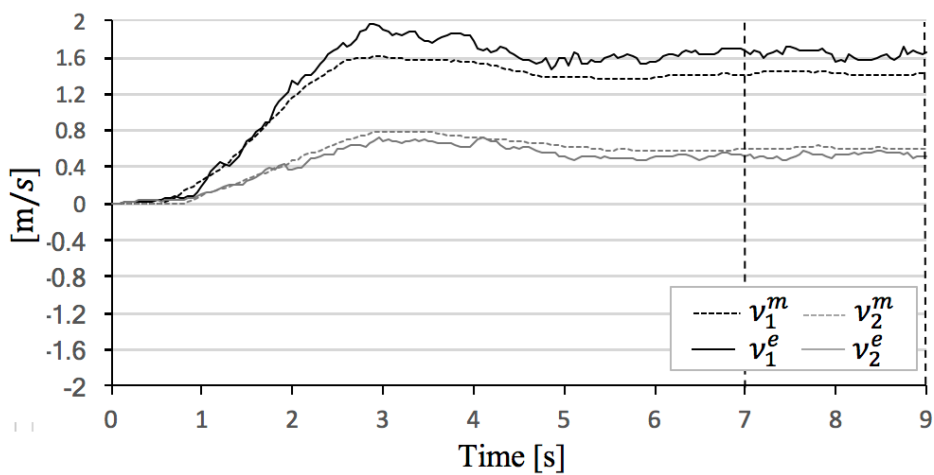
**Fig.3- 22** The 2-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$



(a) Sphere mobile speed



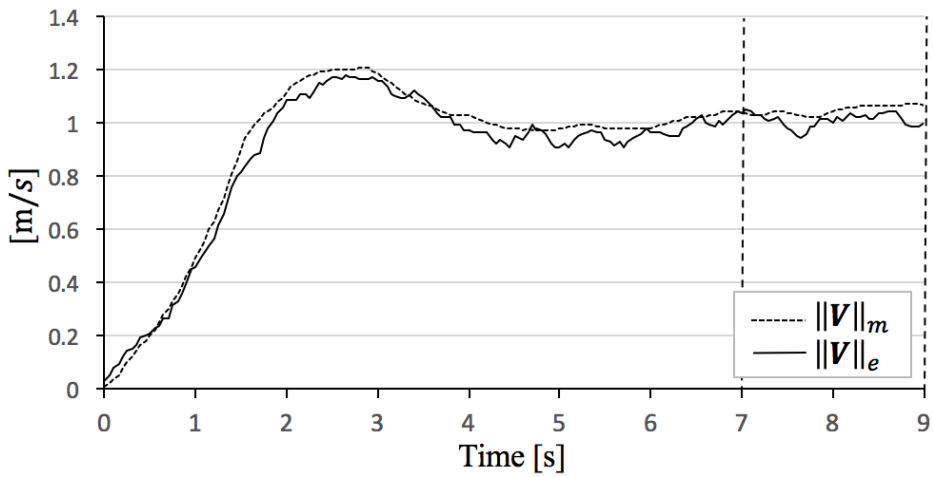
(b) Sphere direction and angle of rotational axis



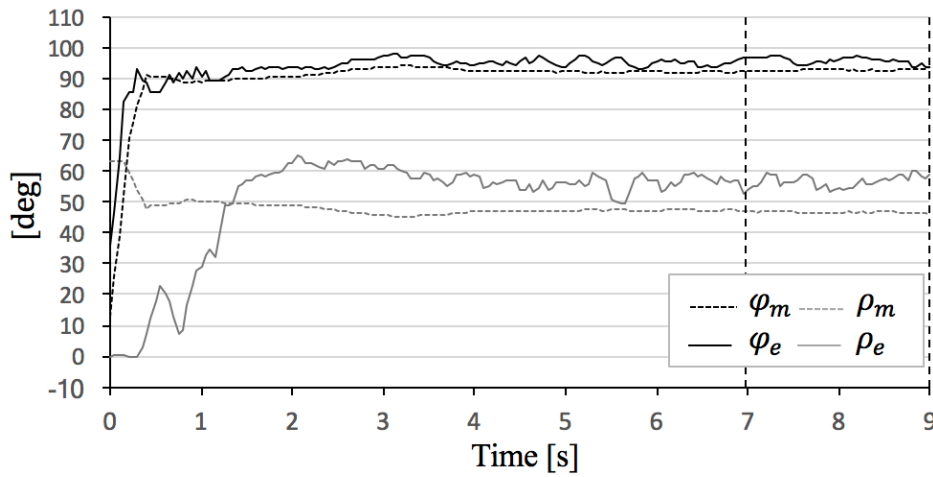
(c) Roller speed

**Fig.3- 23** The 3-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$

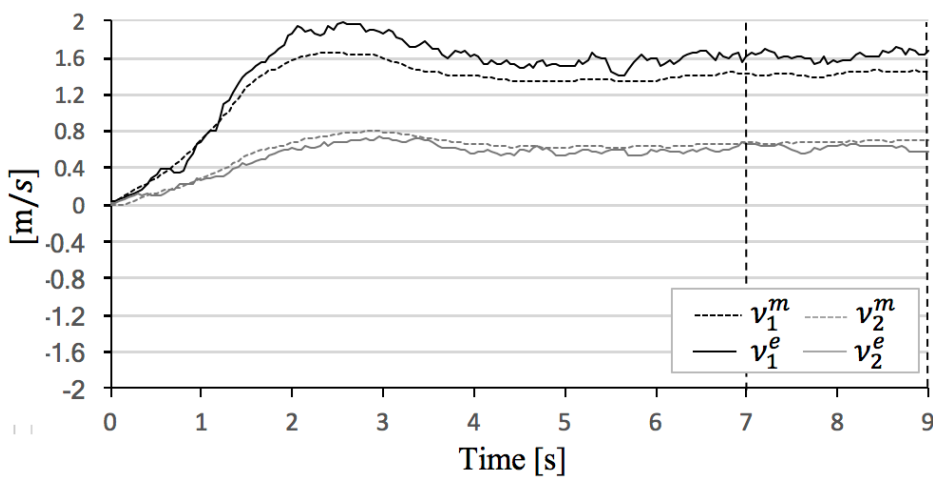




(a) Sphere mobile speed

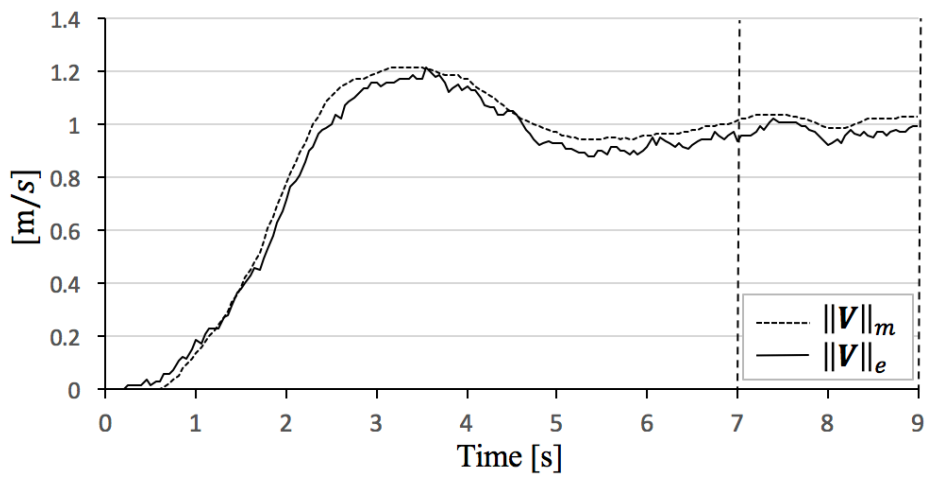


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

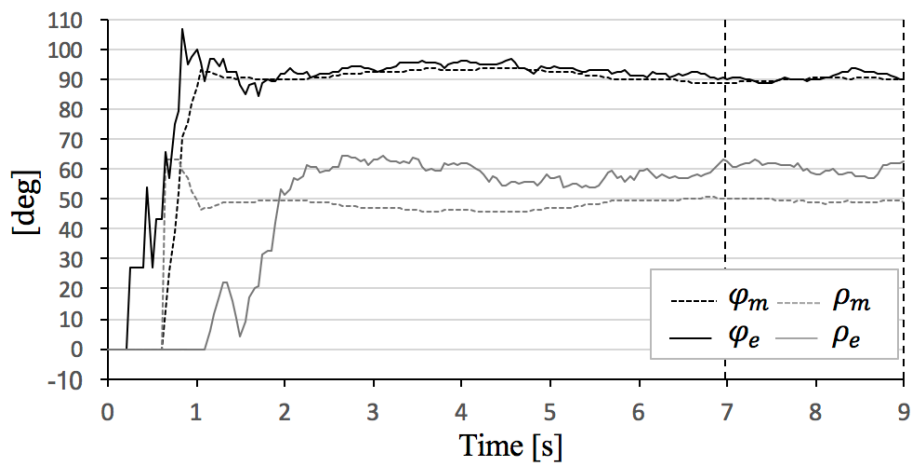


(c) Roller speed

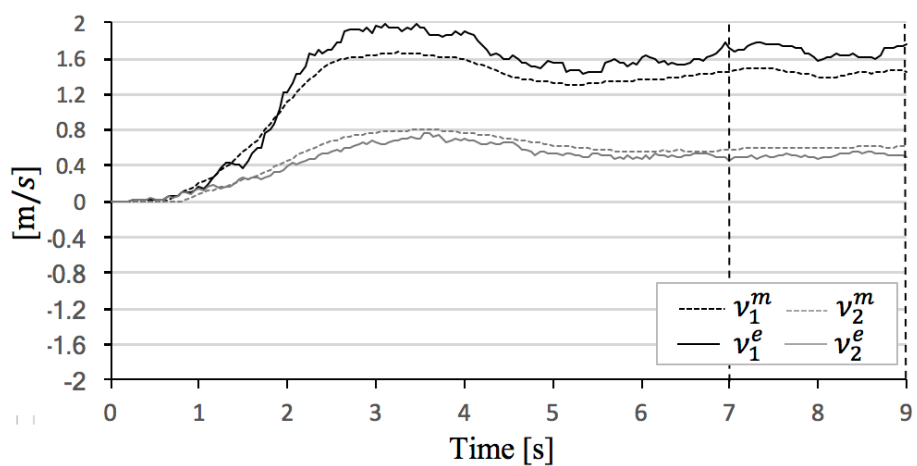
**Fig.3- 24** The 4-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

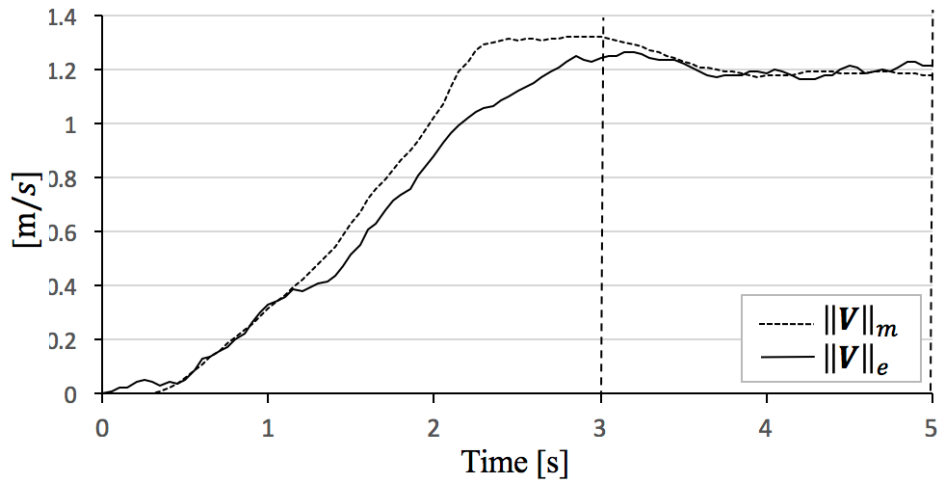


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

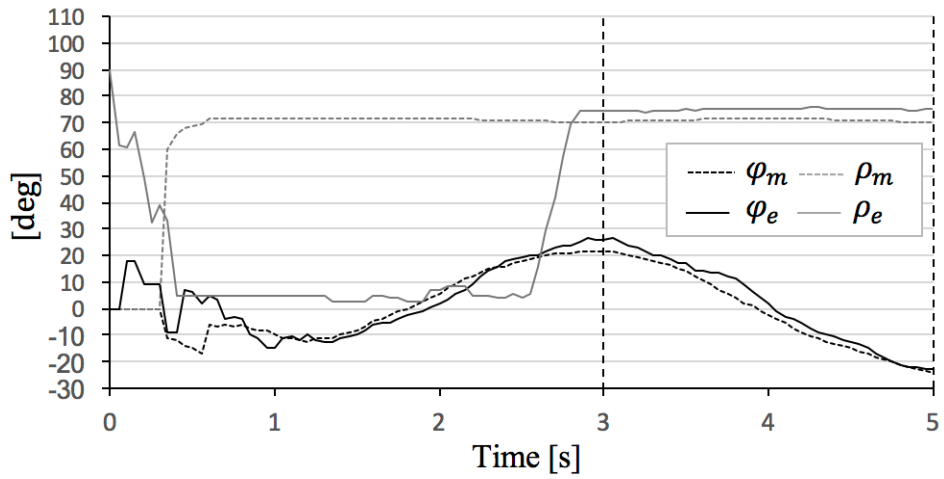


(c) Roller speed

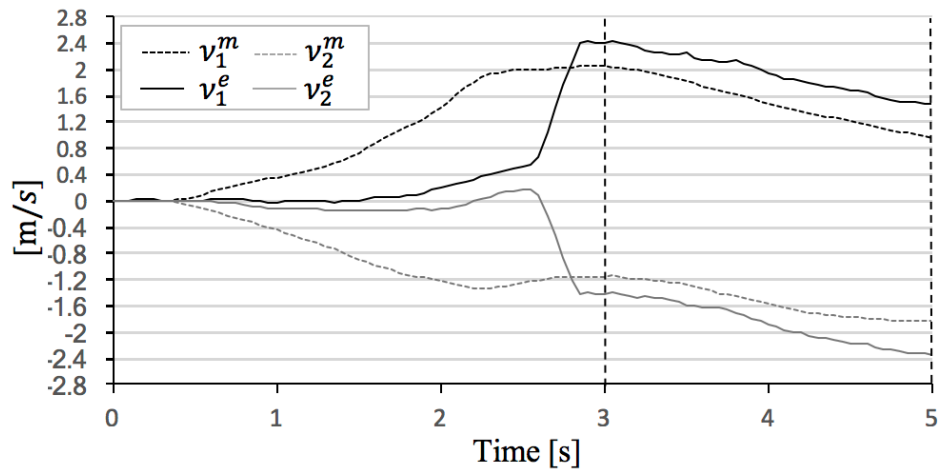
Fig.3- 25 The 5-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

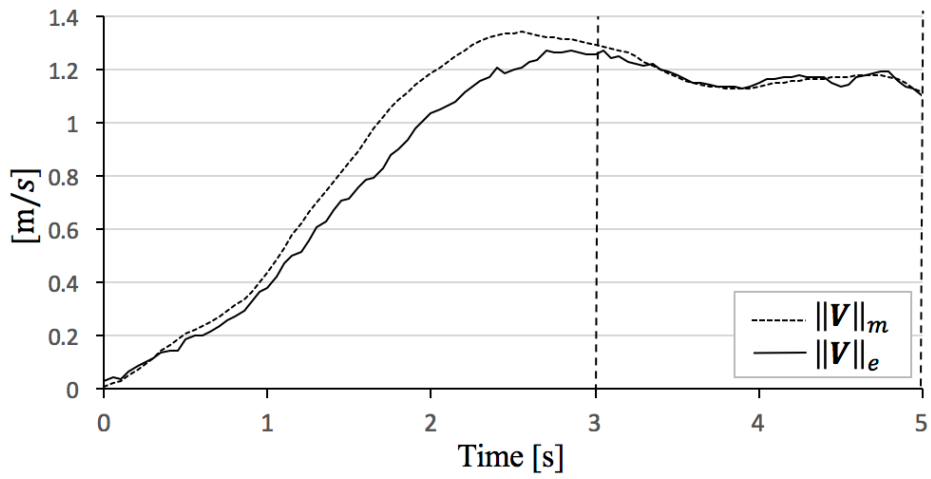


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

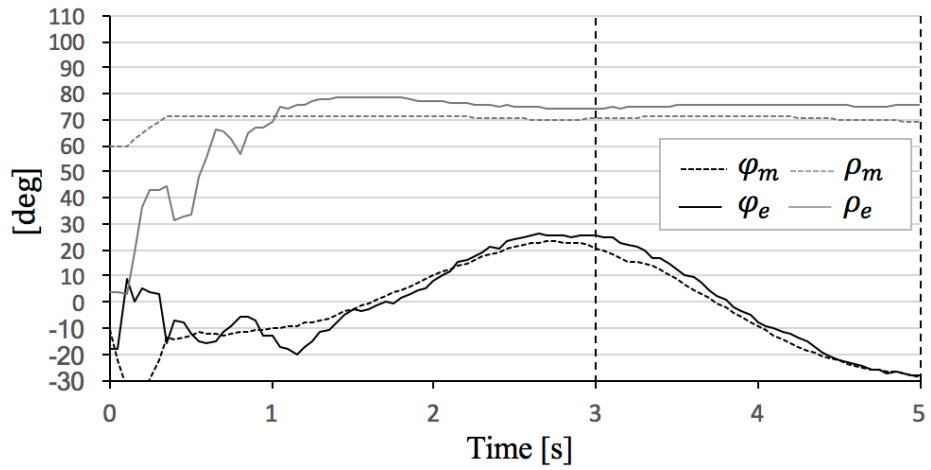


(c) Roller speed

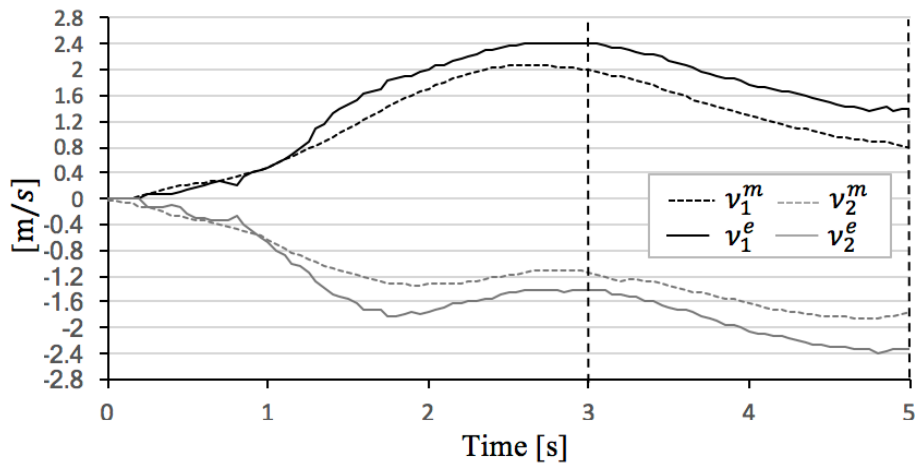
**Fig.3- 26** The 1-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

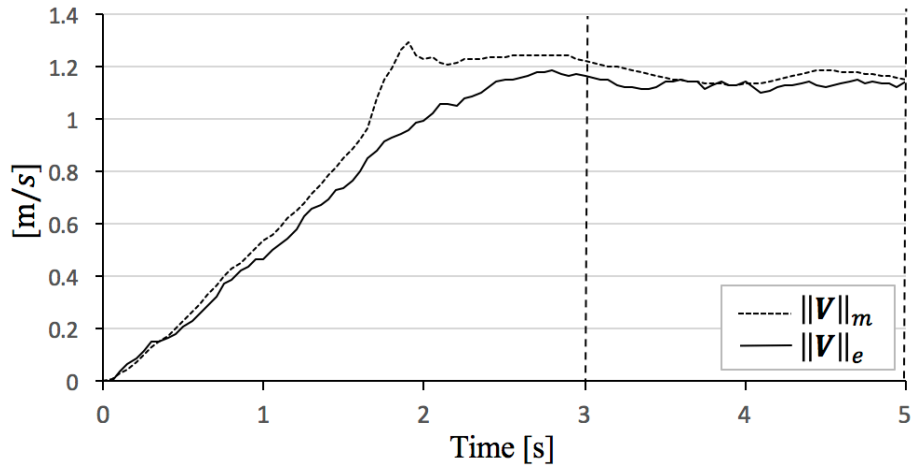


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

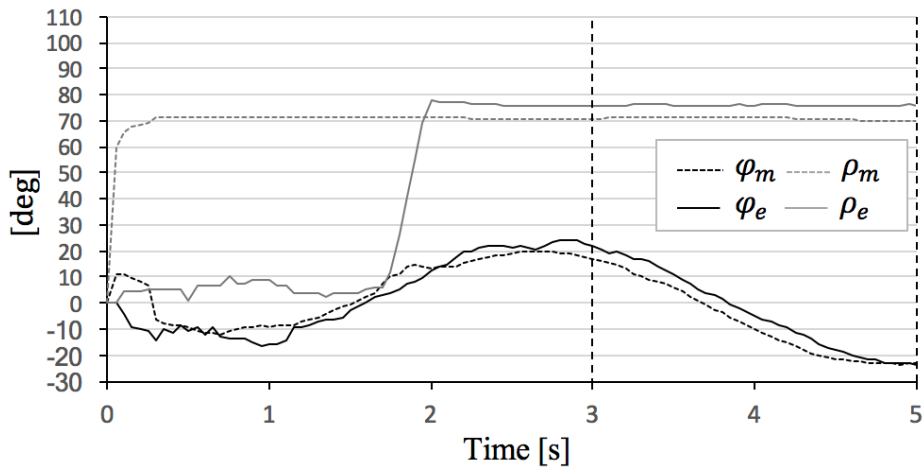


(c) Roller speed

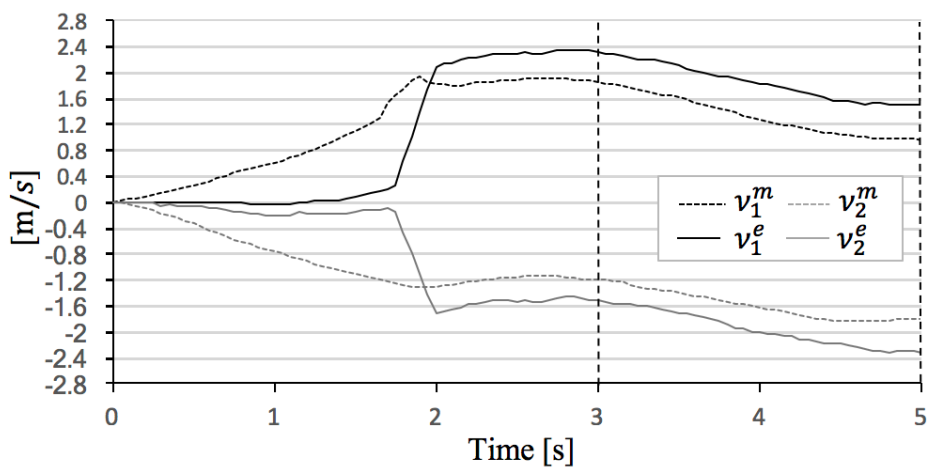
**Fig.3- 27** The 2-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

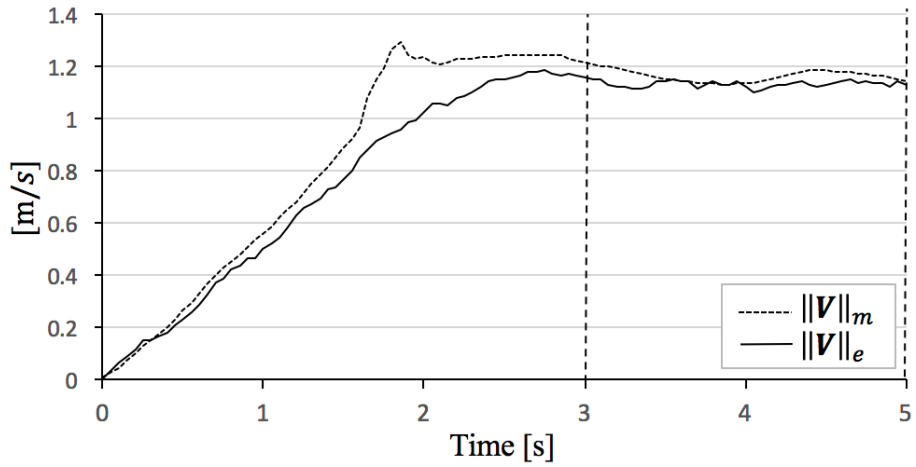


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

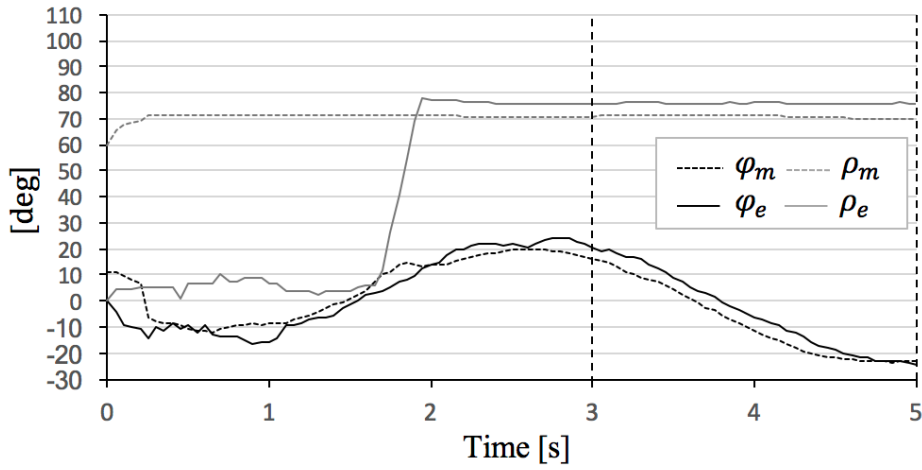


(c) Roller speed

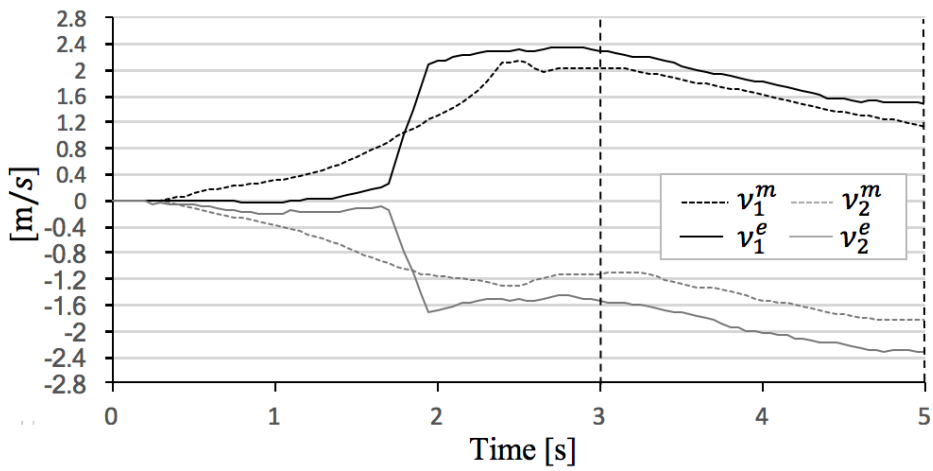
Fig.3- 28 The 3-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

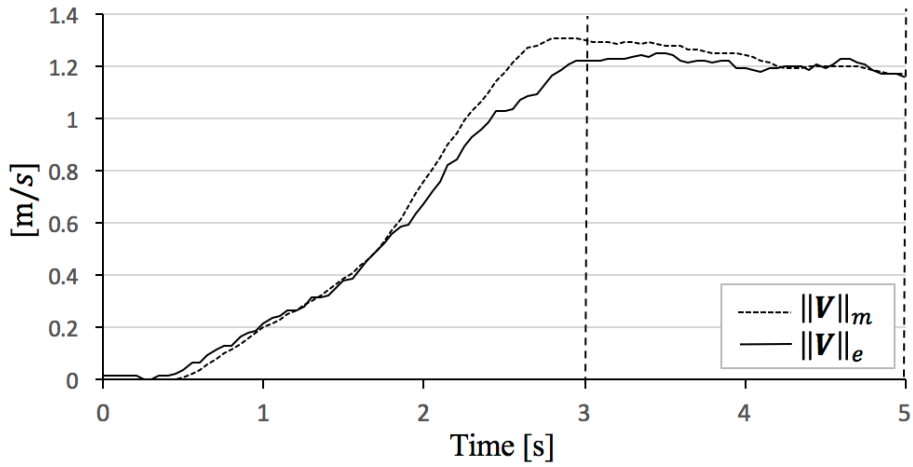


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

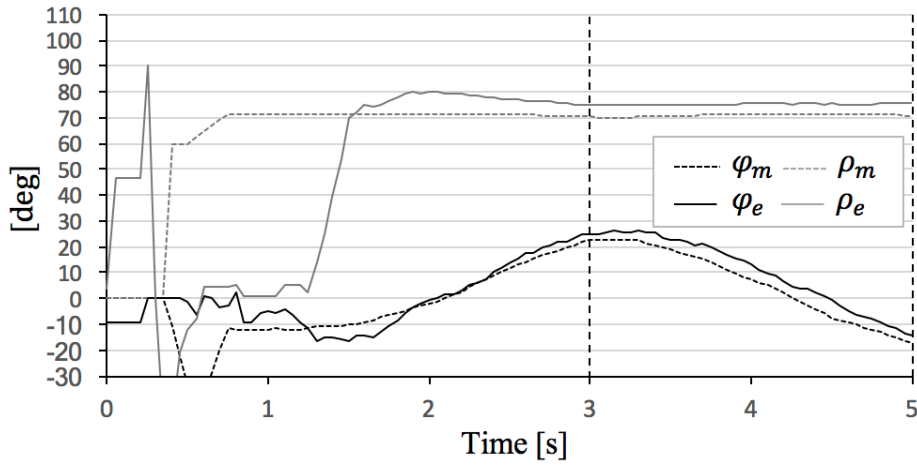


(c) Roller speed

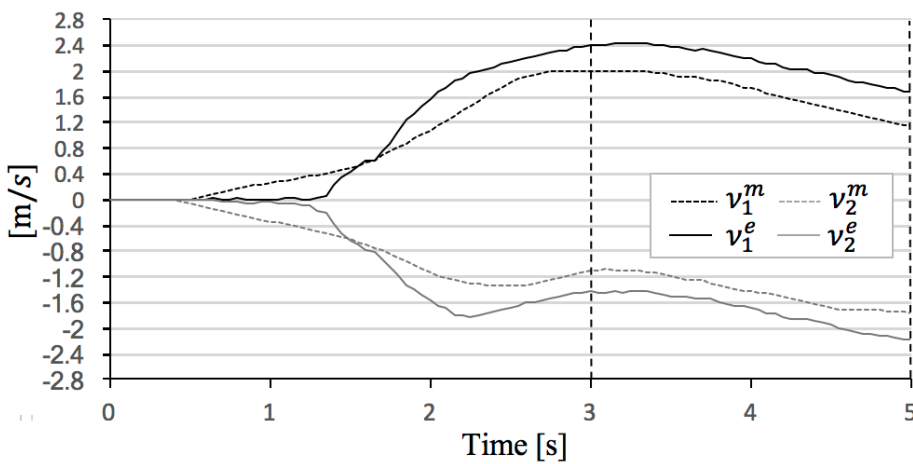
Fig.3- 29 The 4-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

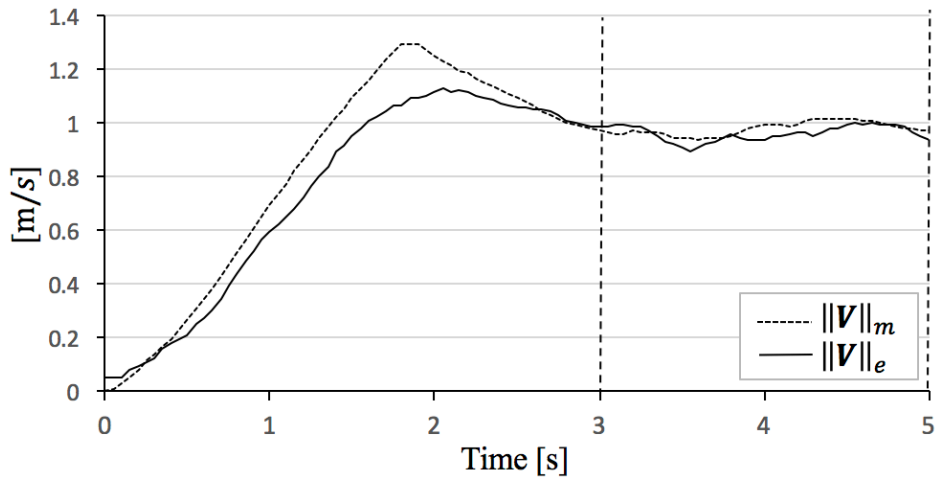


(c) Sphere direction and angle of rotational axis

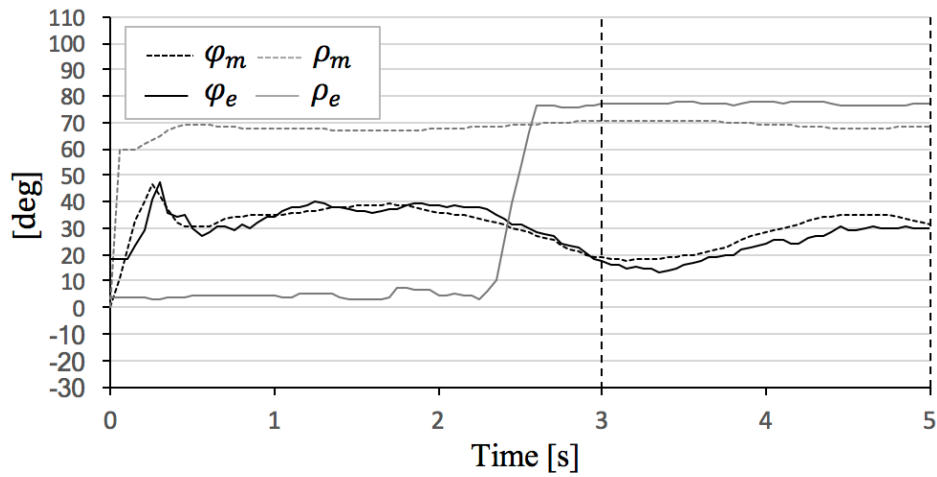


(c) Roller speed

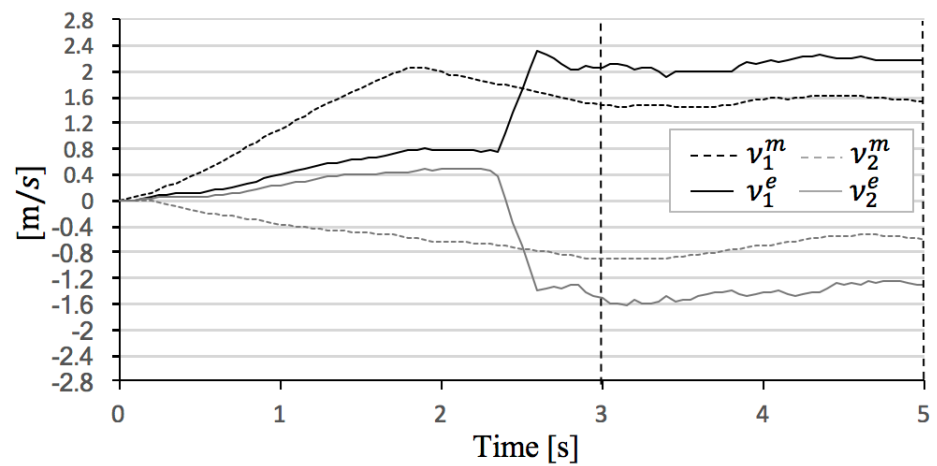
Fig.3- 30 The 5-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$



(a) Sphere mobile speed



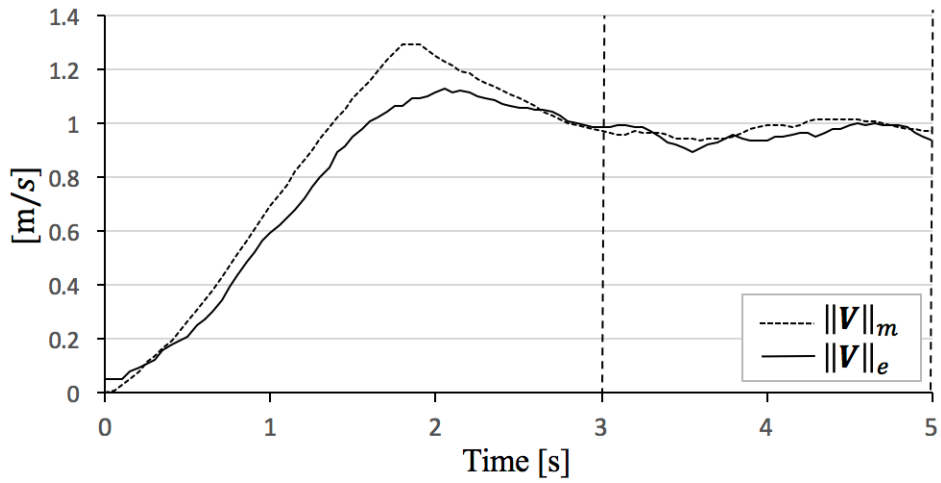
(d) Sphere direction and angle of rotational axis



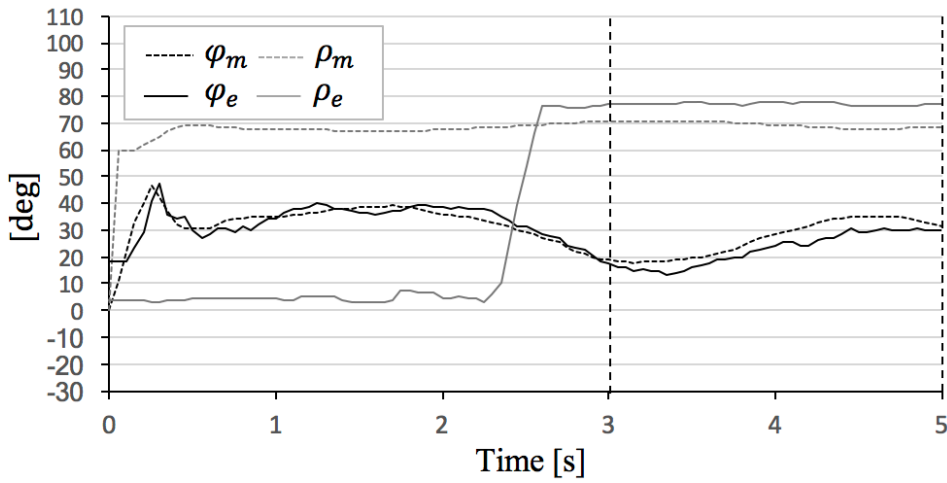
(c) Roller speed

Fig.3- 31 The 1-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$

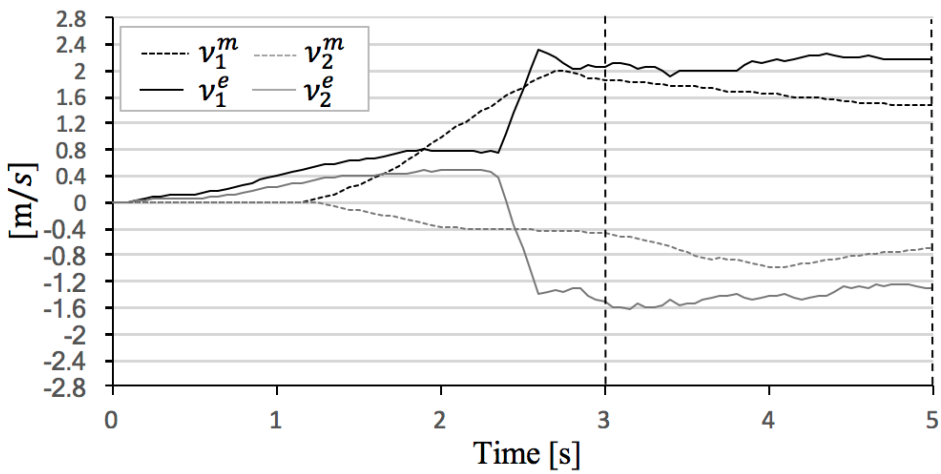




(a) Sphere mobile speed

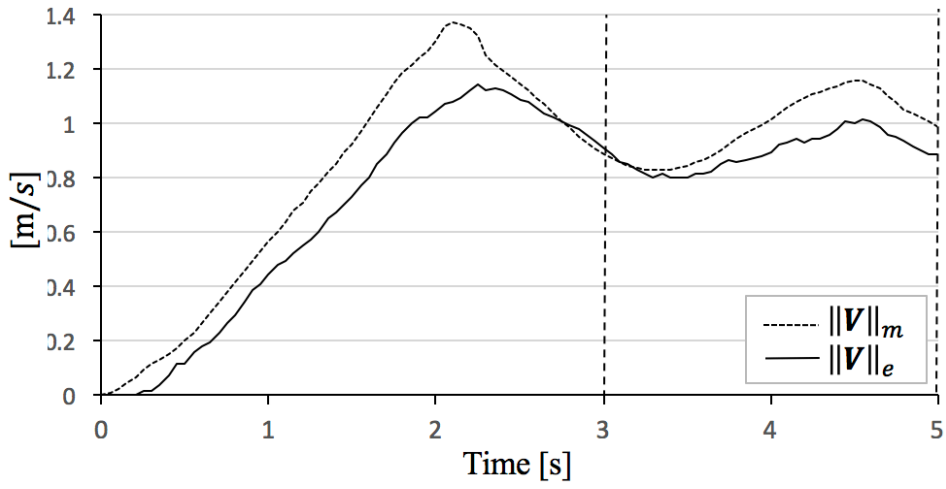


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

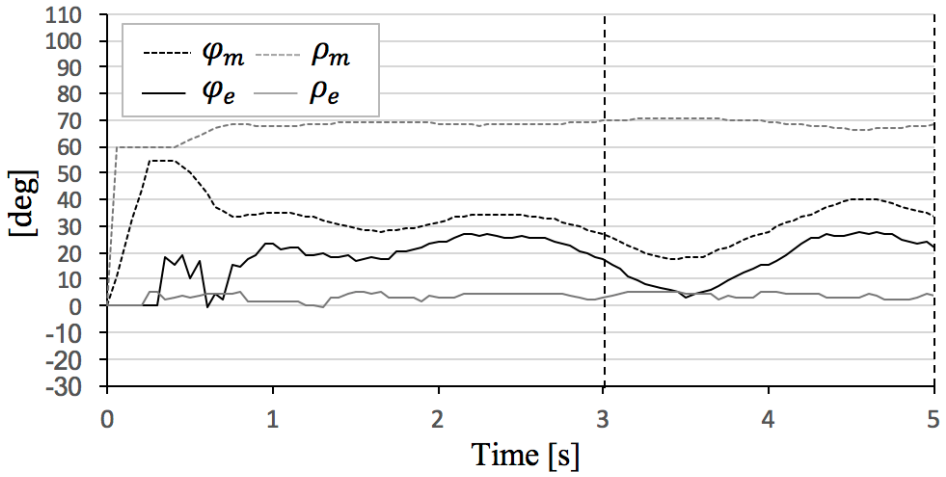


(c) Roller speed

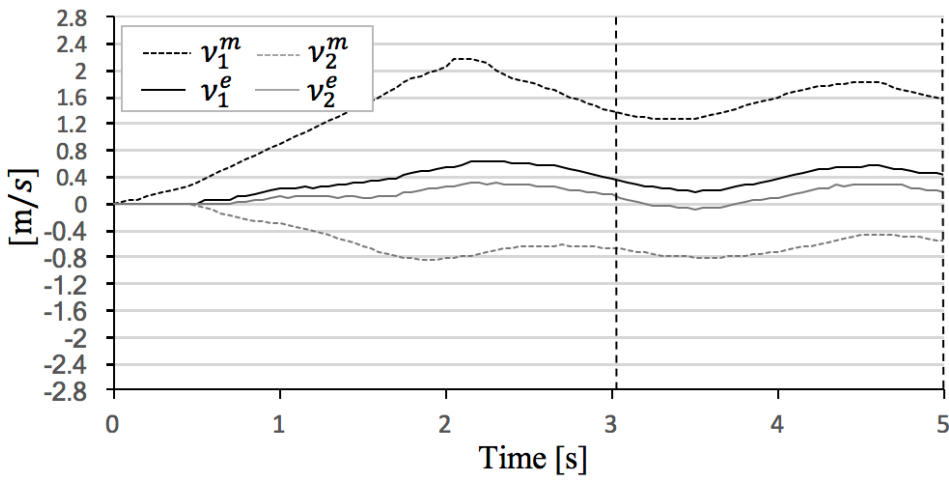
Fig.3- 32 The 2-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

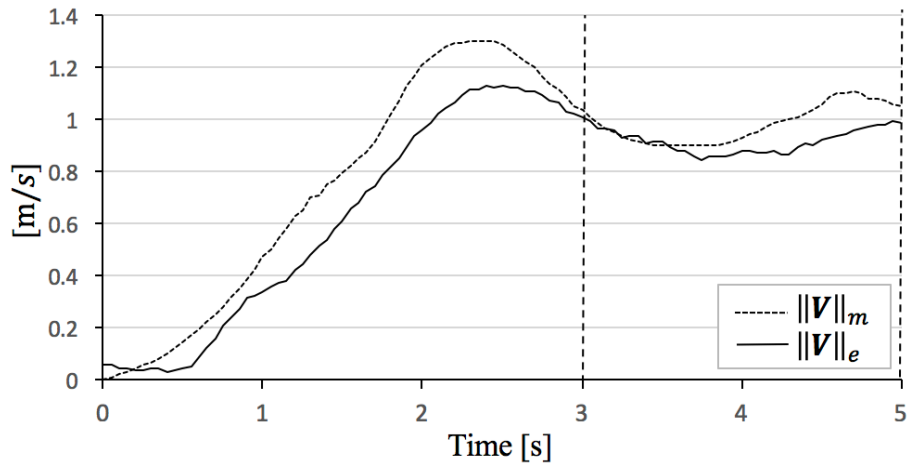


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

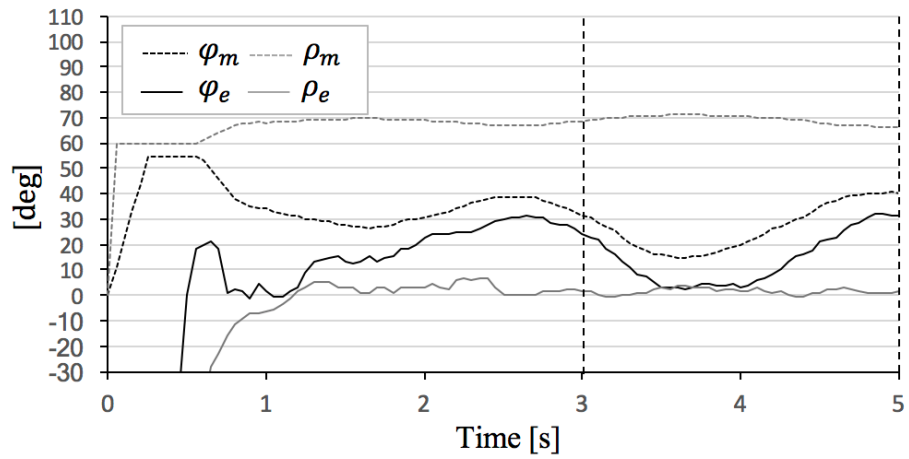


(c) Roller speed

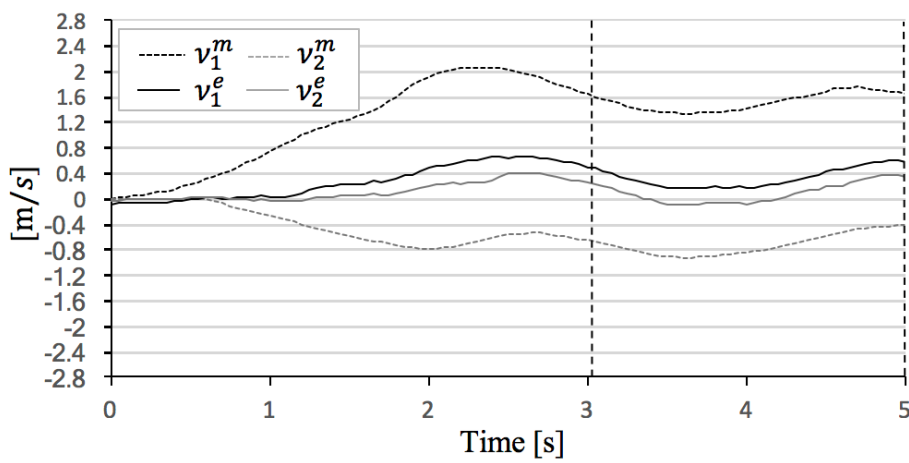
Fig.3- 33 The 3-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

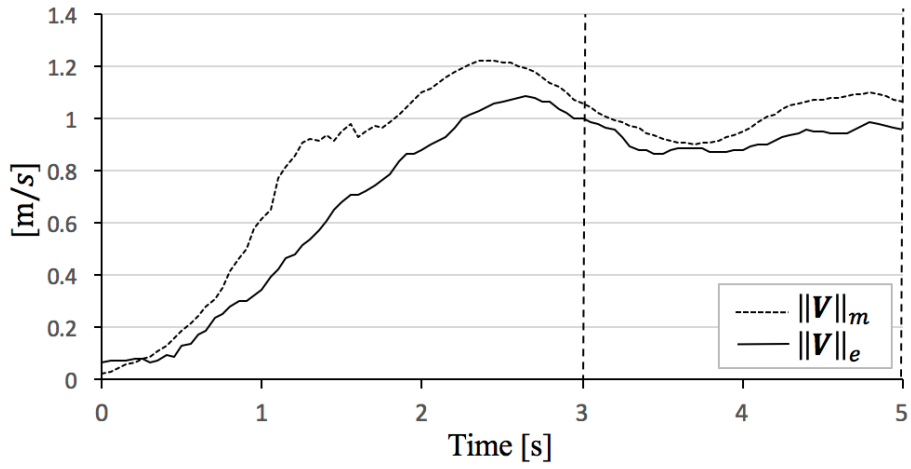


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

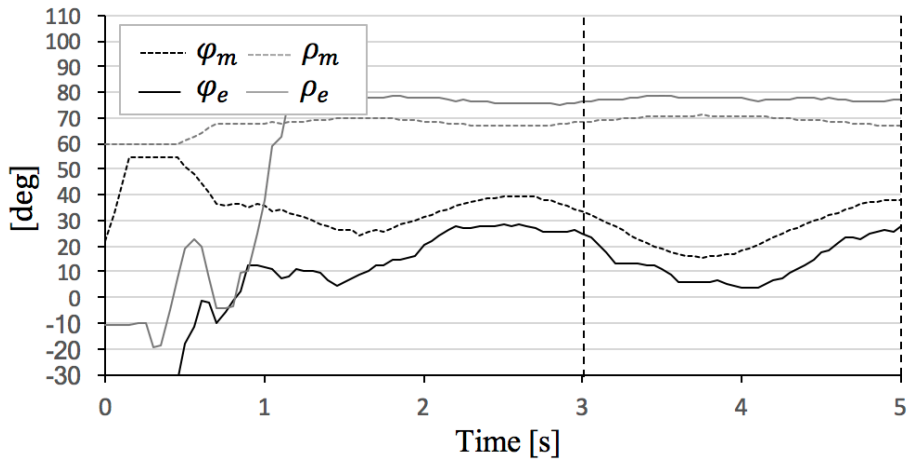


(c) Roller speed

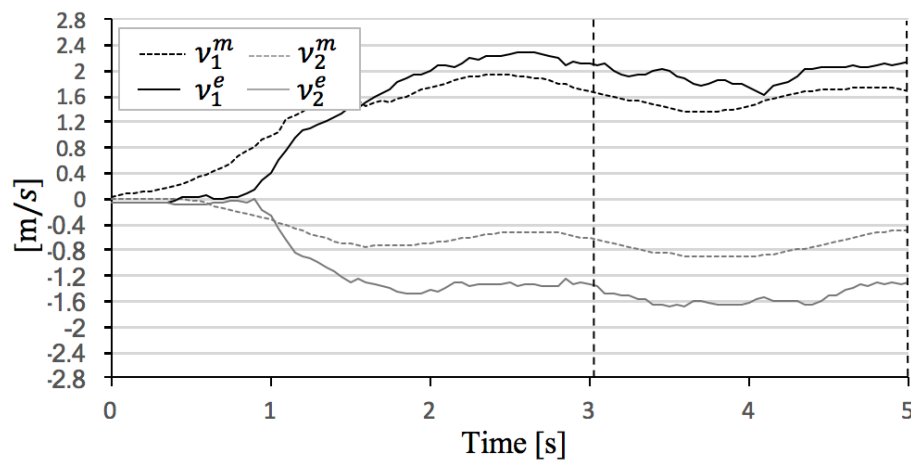
Fig.3- 34 The 4-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

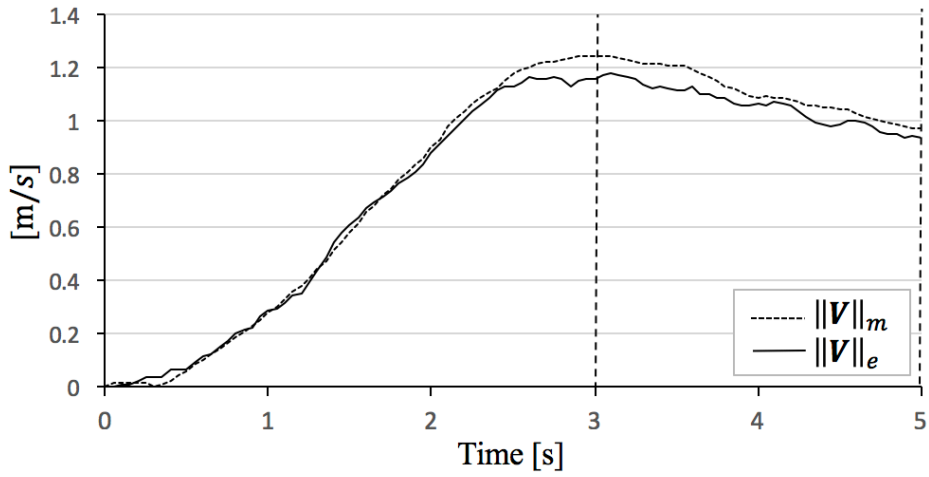


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

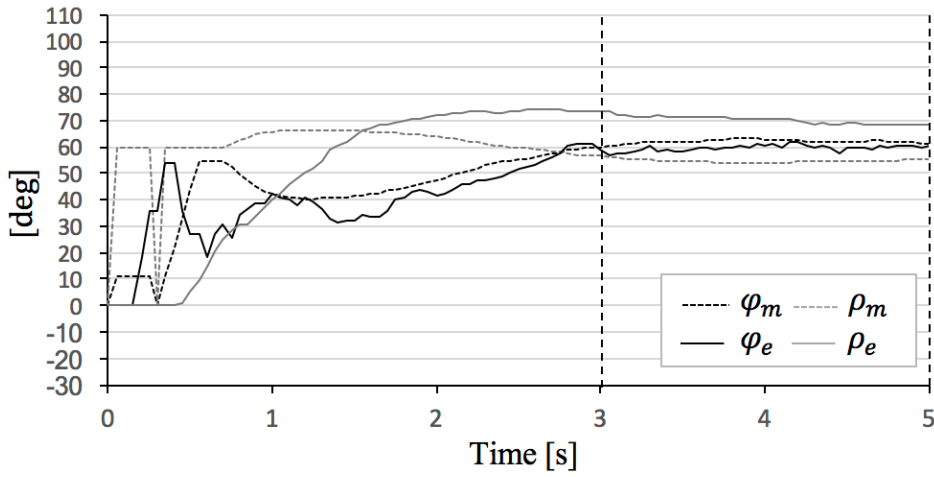


(c) Roller speed

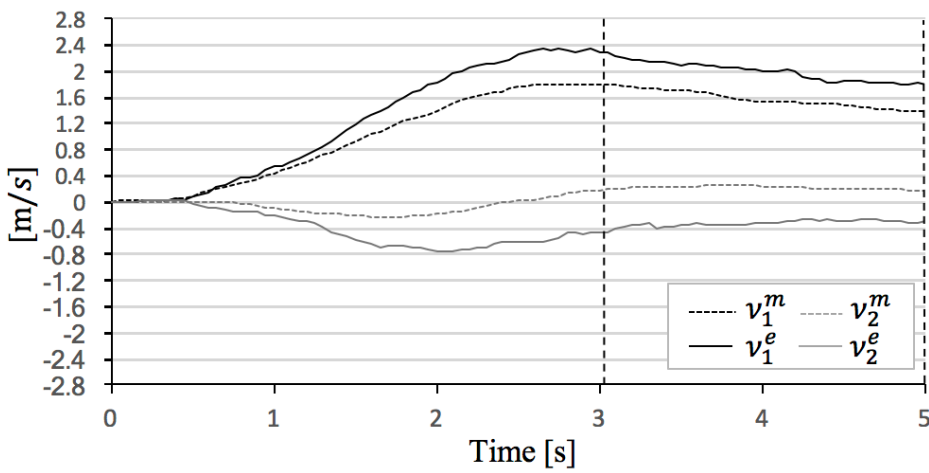
Fig.3- 35 The 5-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

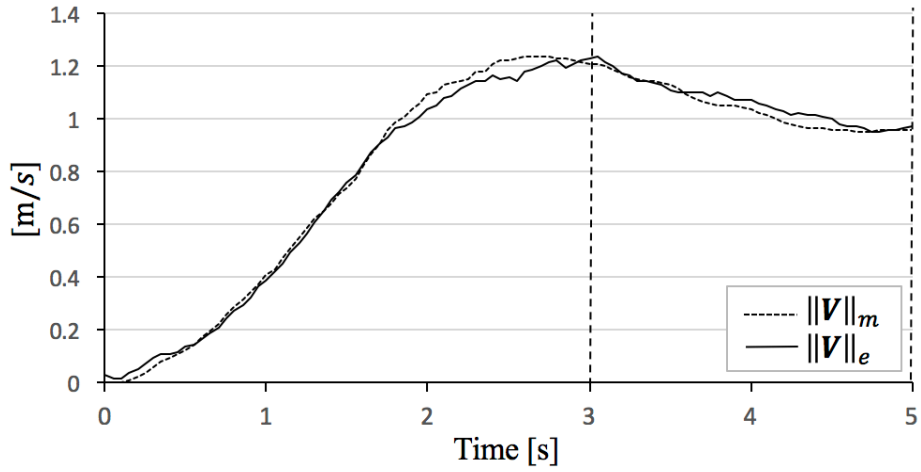


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

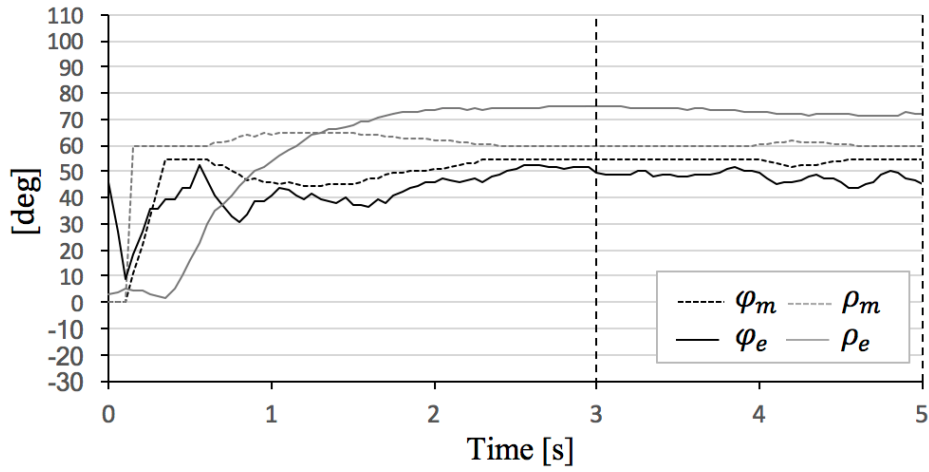


(c) Roller speed

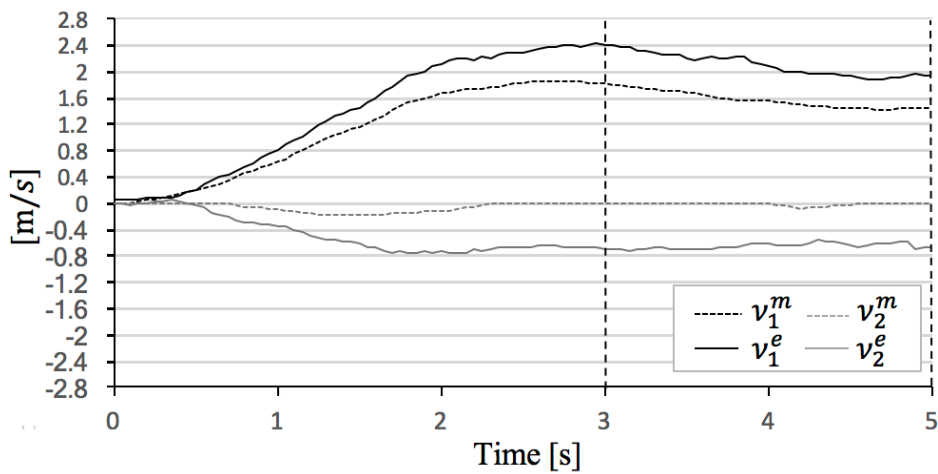
Fig.3- 36 The 1-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

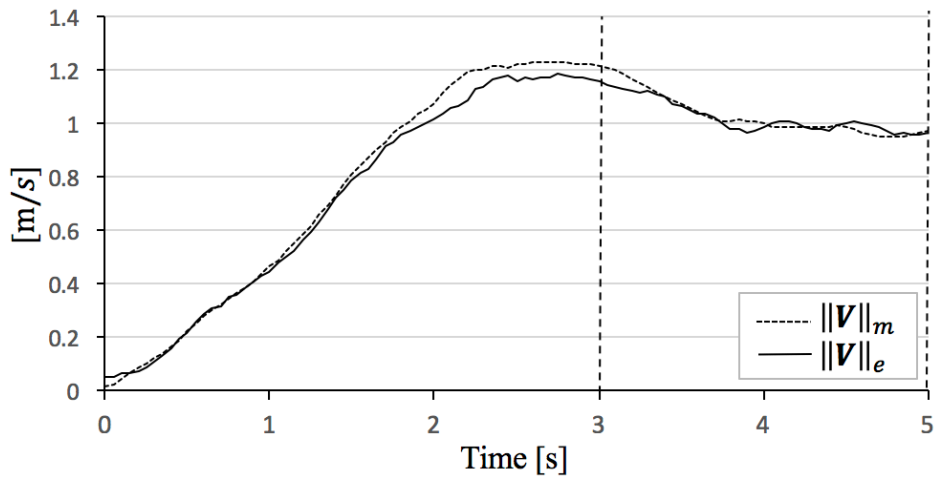


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

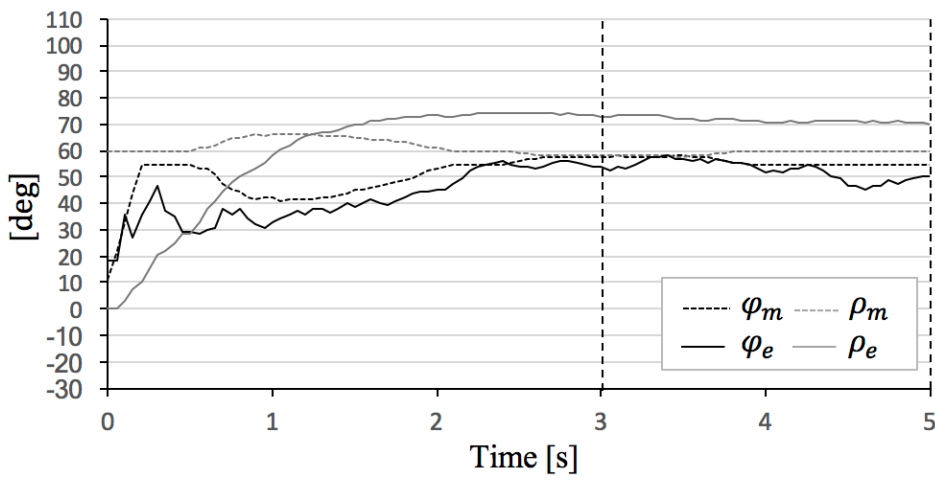


(c) Roller speed

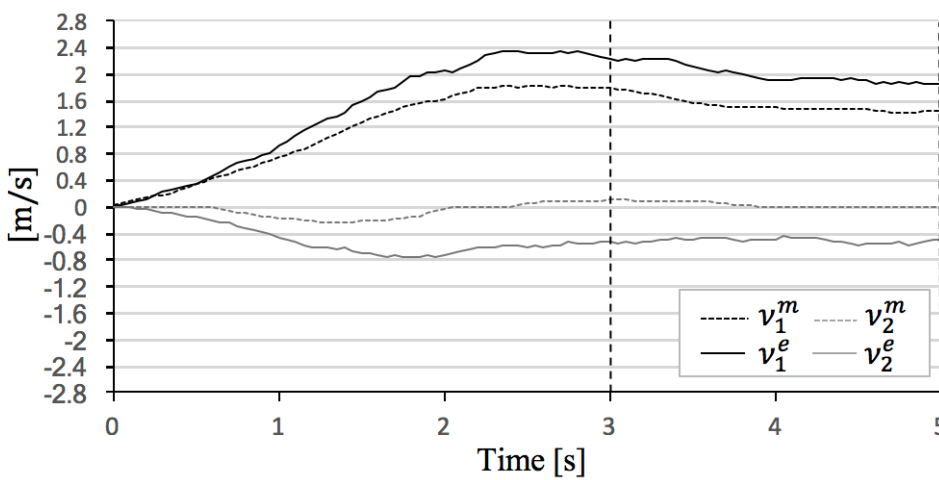
**Fig.3- 37** The 2-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

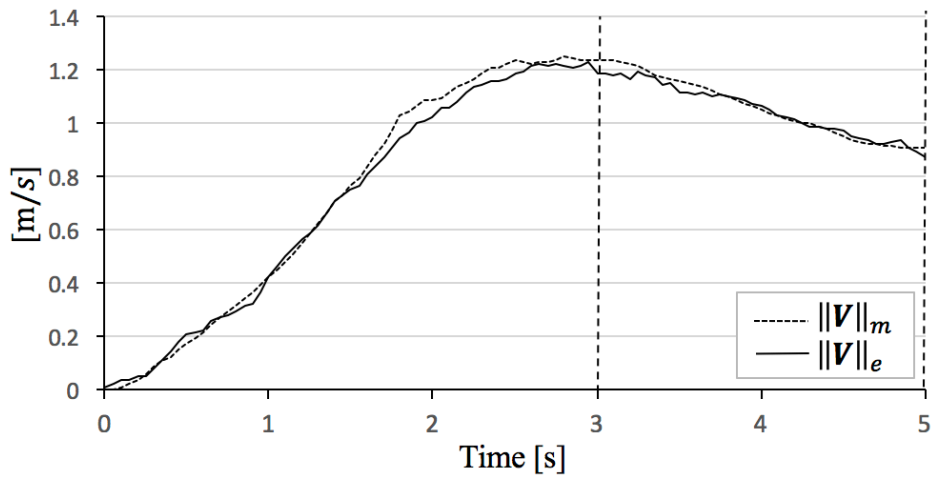


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

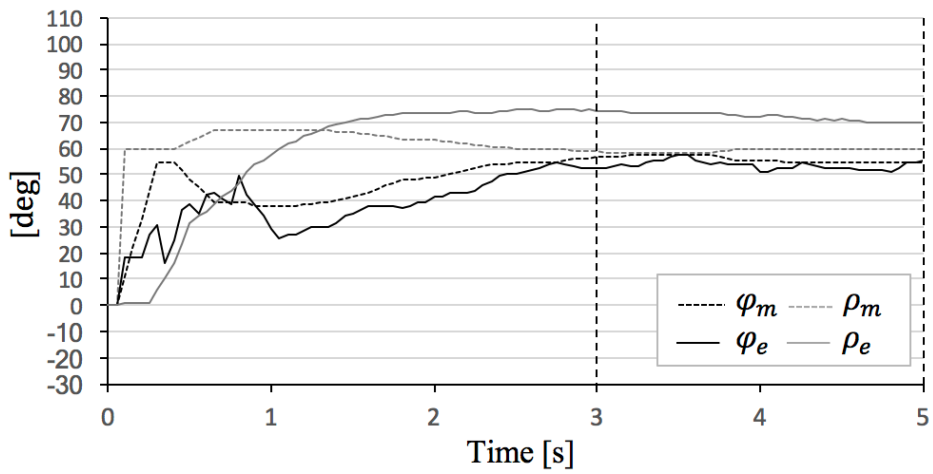


(c) Roller speed

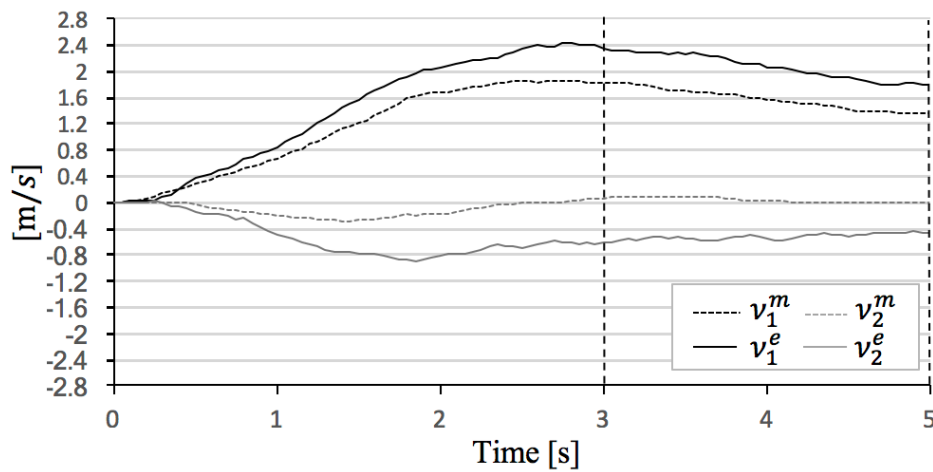
**Fig.3- 38** The 3-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$



(a) Sphere mobile speed



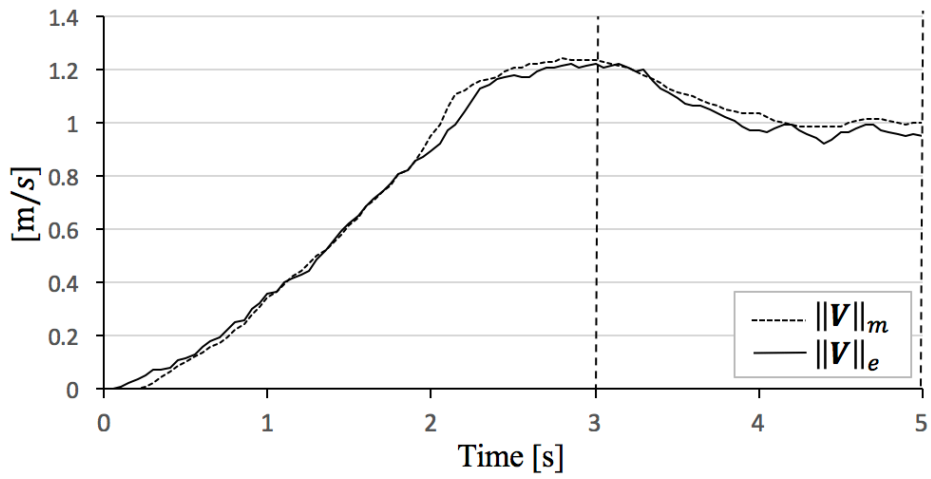
(b) Sphere direction and angle of rotational axis



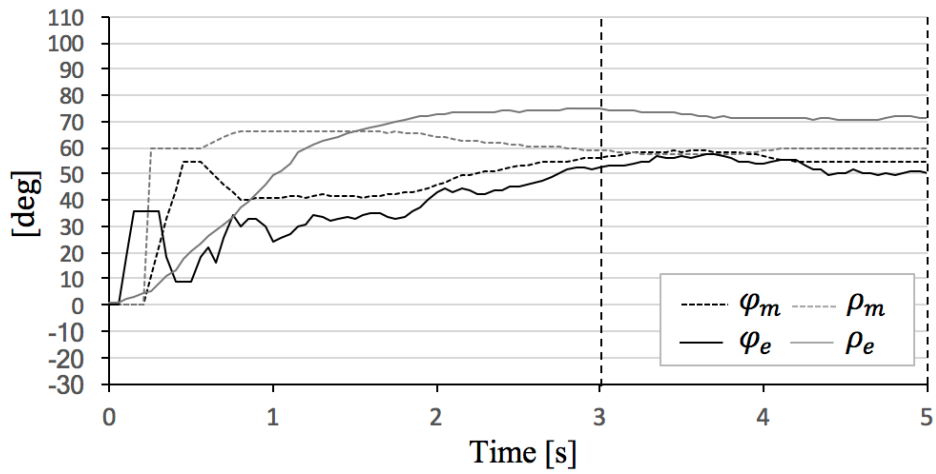
(c) Roller speed

**Fig.3- 39** The 4-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$

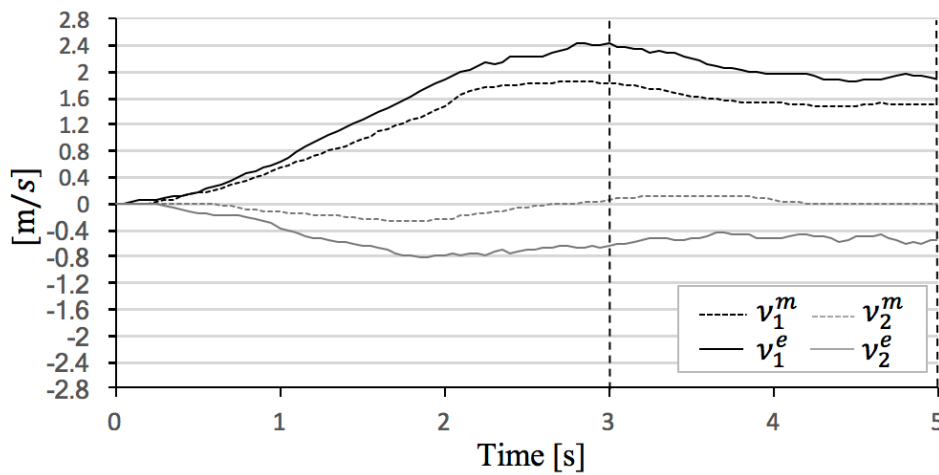




(a) Sphere mobile speed

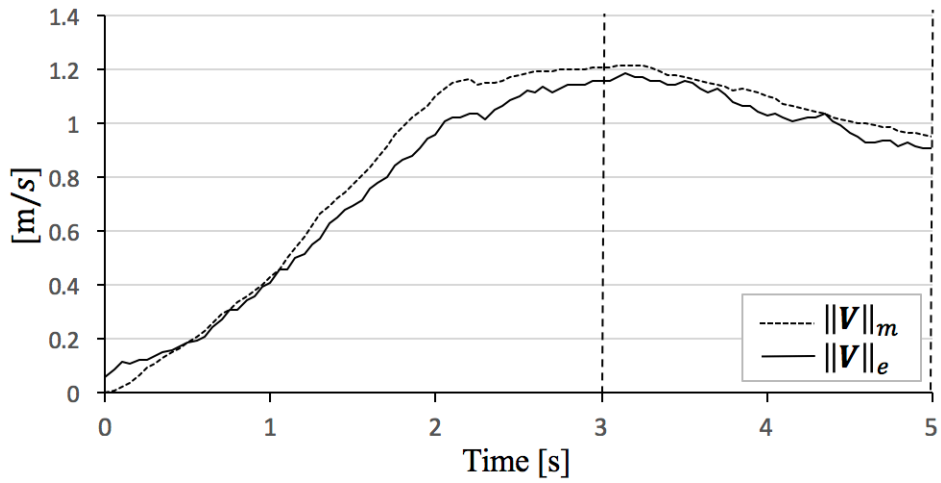


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

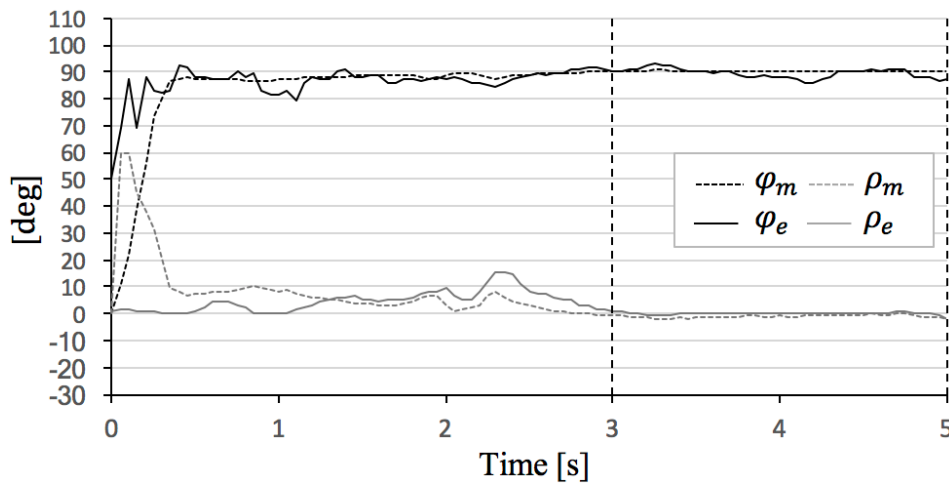


(c) Roller speed

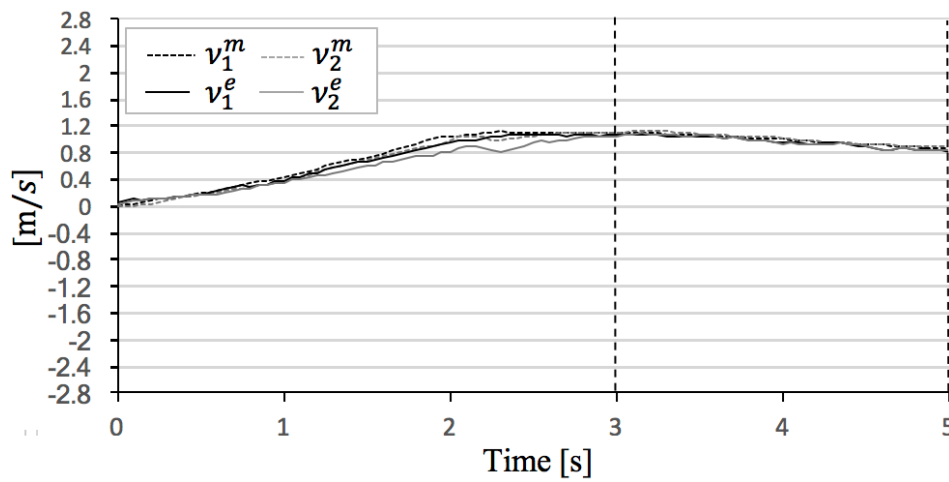
**Fig.3- 40** The 5-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

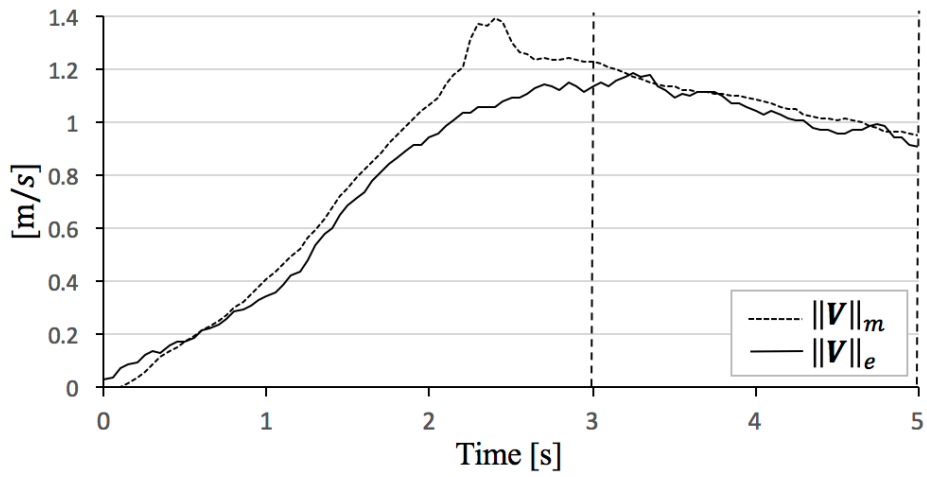


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

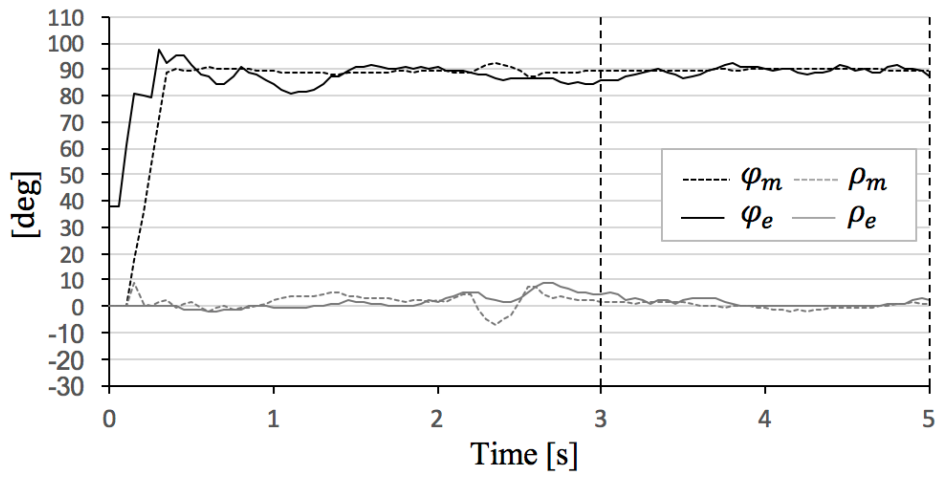


(c) Roller speed

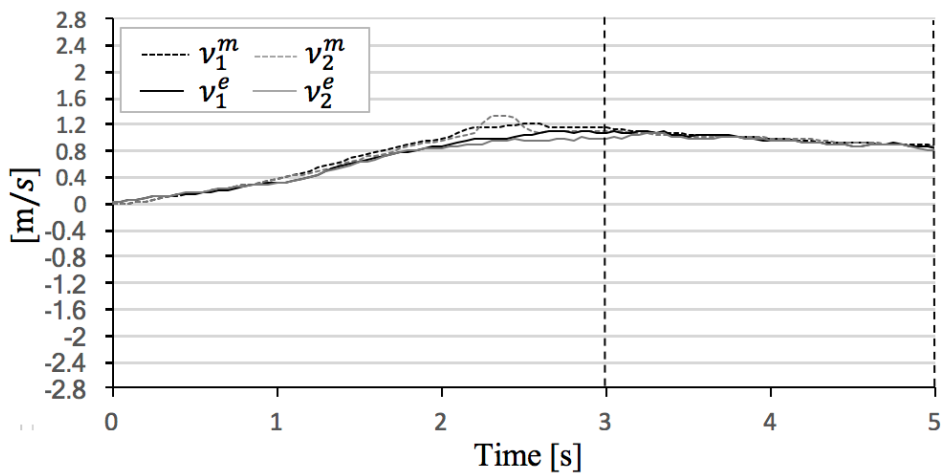
Fig.3- 41 The 1-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

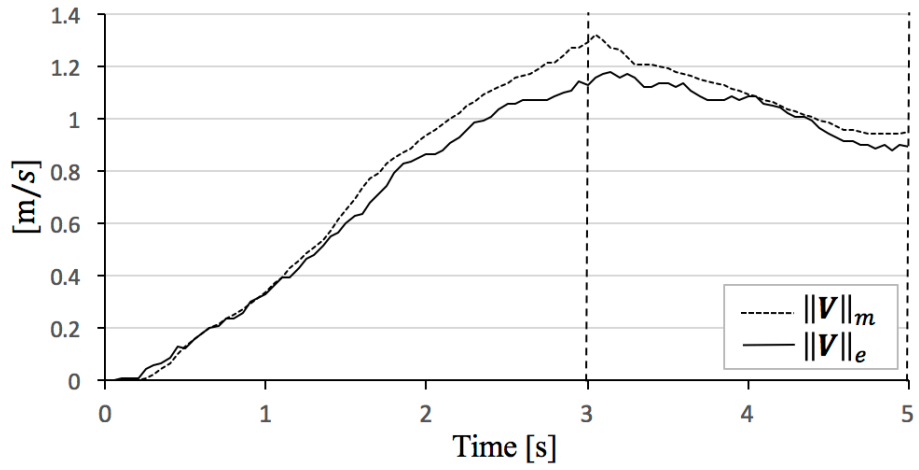


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

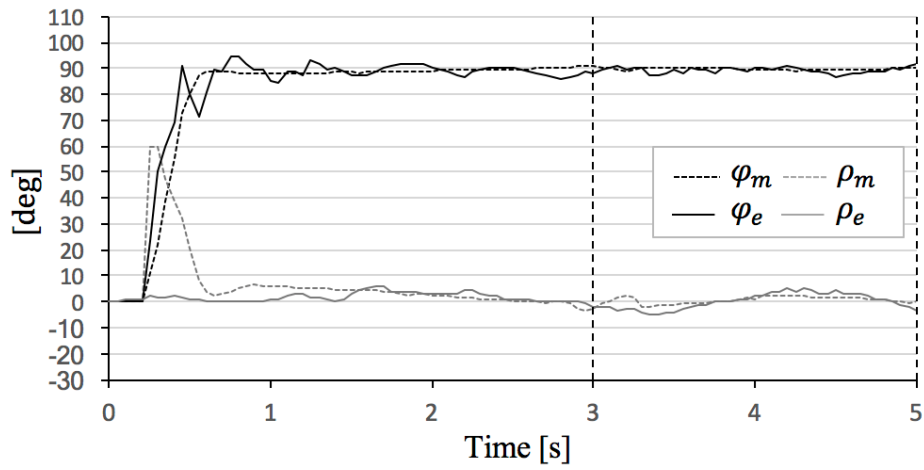


(c) Roller speed

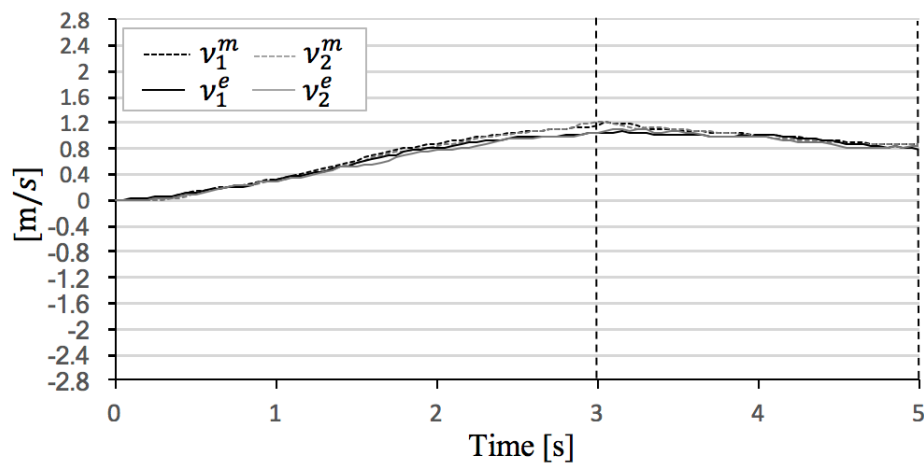
Fig.3- 42 The 2-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

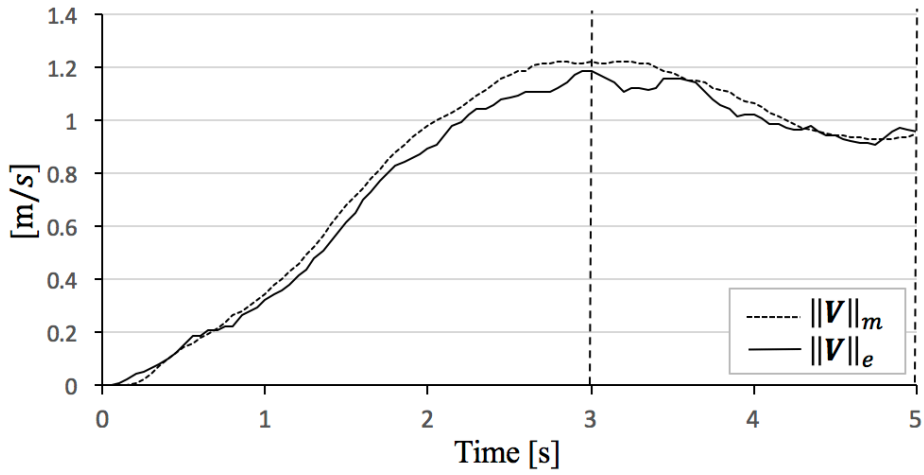


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

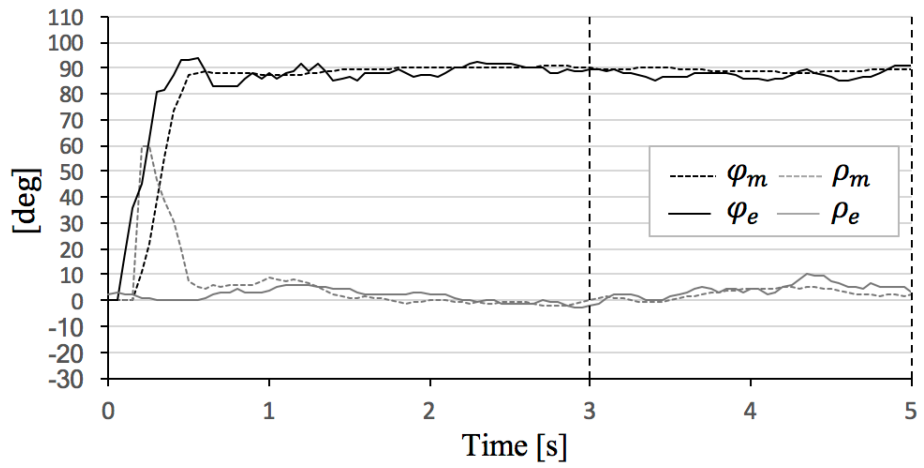


(c) Roller speed

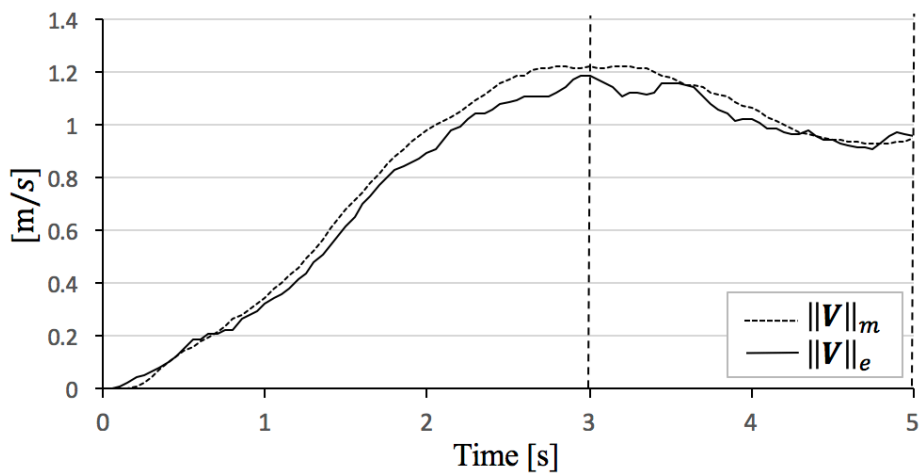
Fig.3- 43 The 3-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

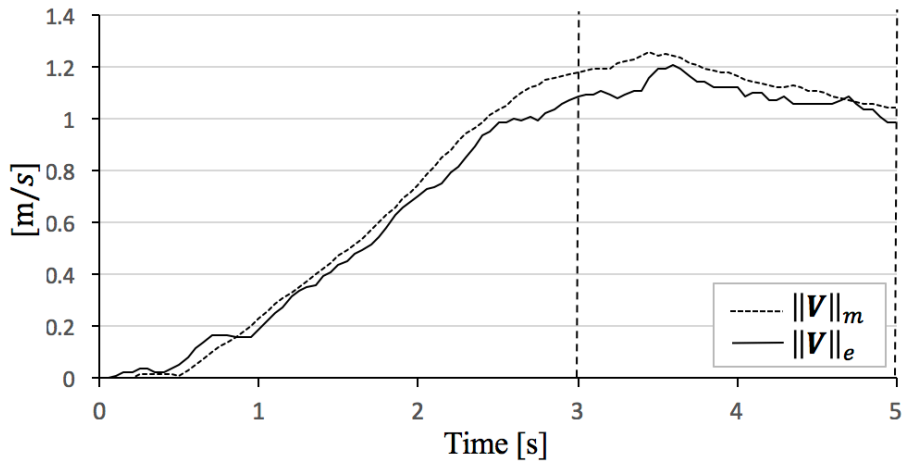


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

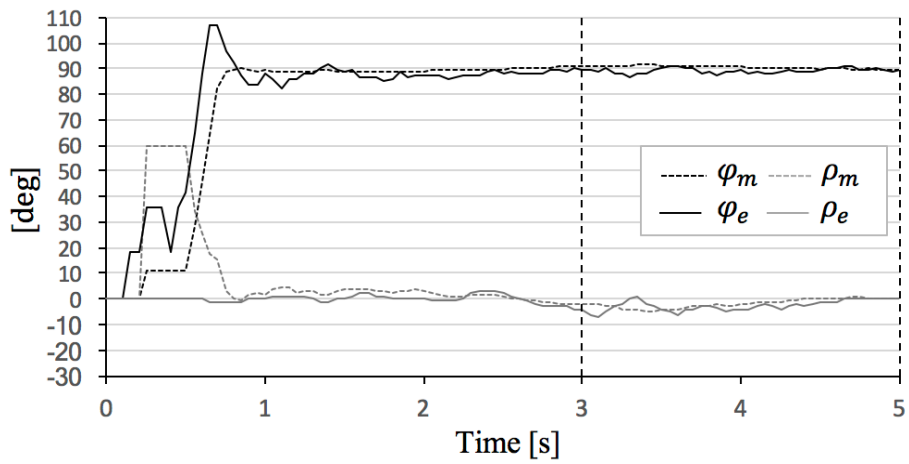


(c) Roller speed

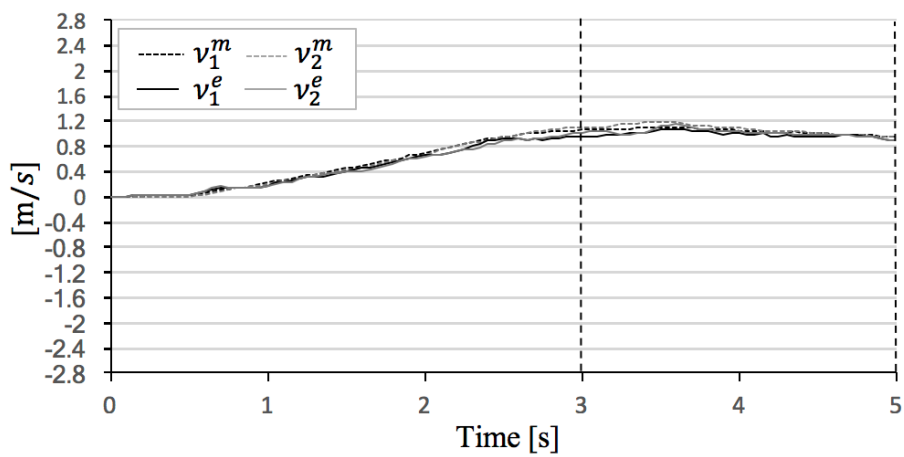
**Fig.3- 44** The 4-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

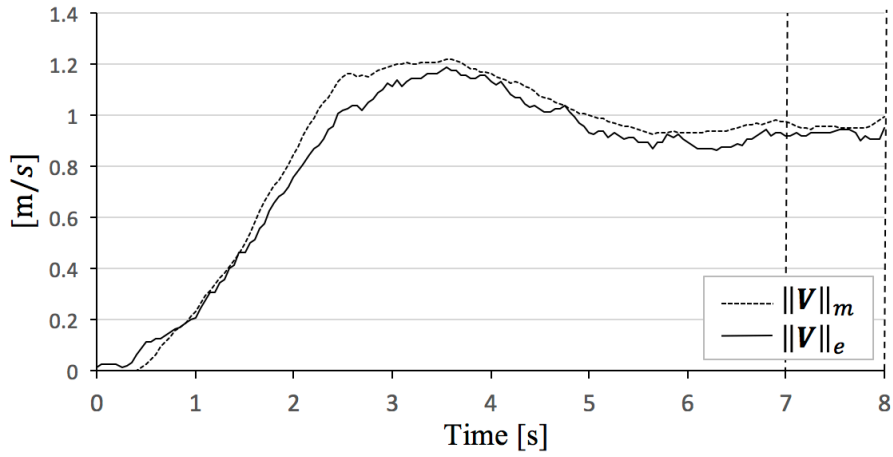


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

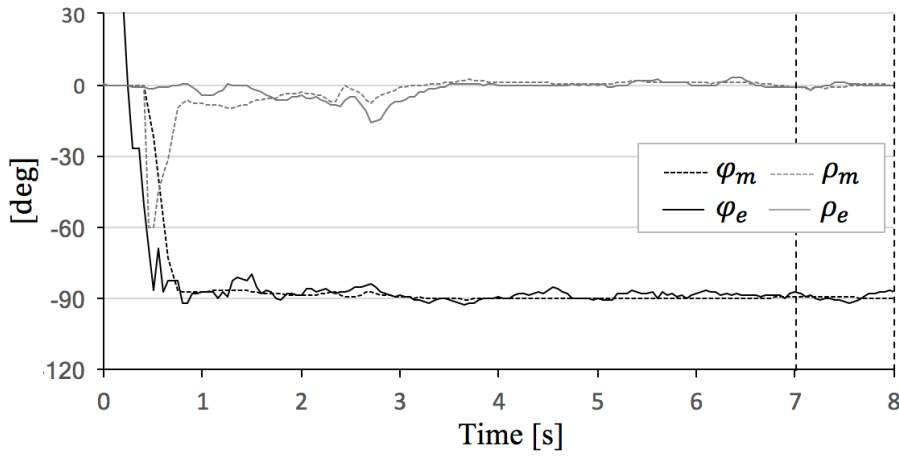


(c) Roller speed

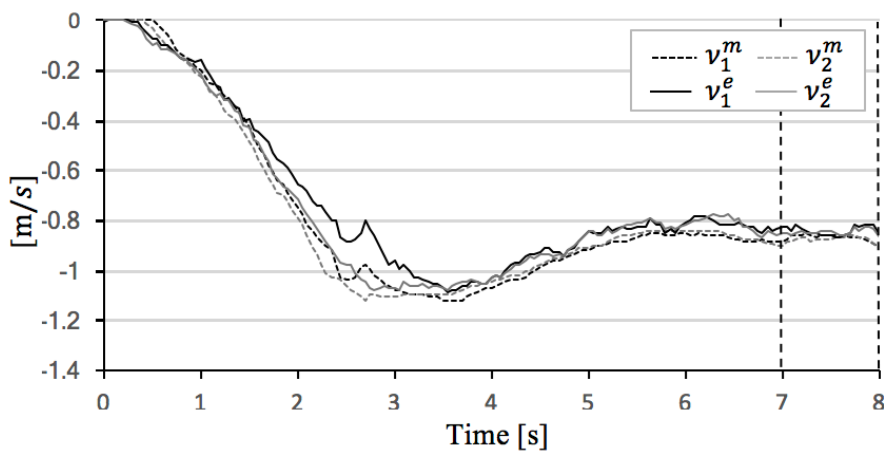
Fig.3- 45 The 5-th experimental result case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$



(a) Sphere mobile speed

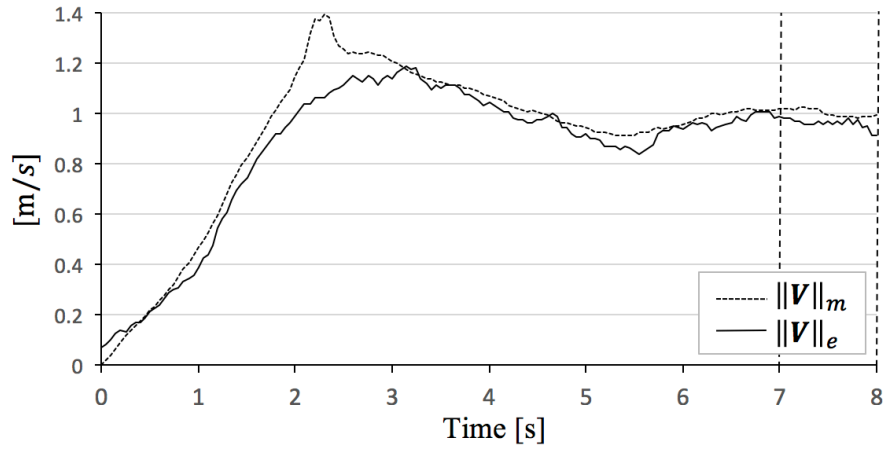


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

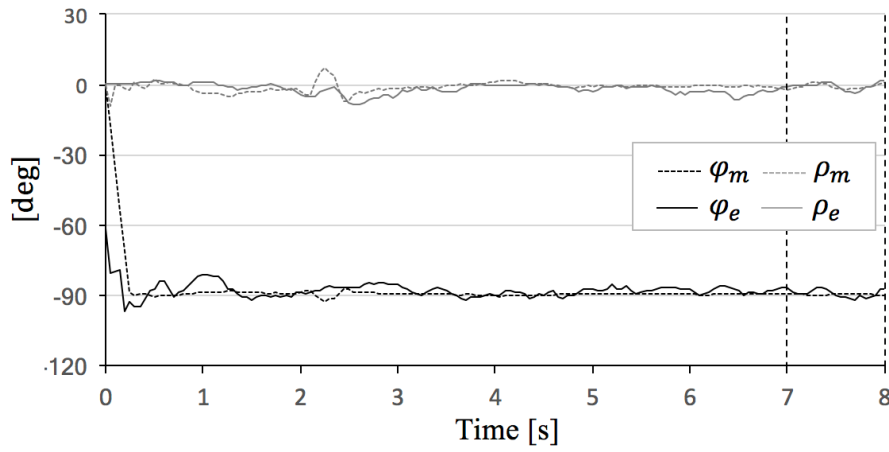


(c) Roller speed

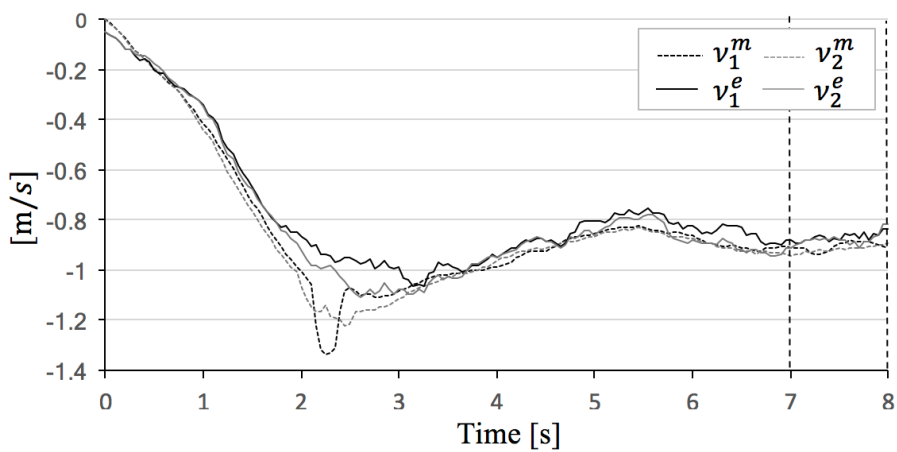
**Fig.3- 46** The 1-th experimental result case of  $\alpha = 0^\circ$



(a) Sphere mobile speed



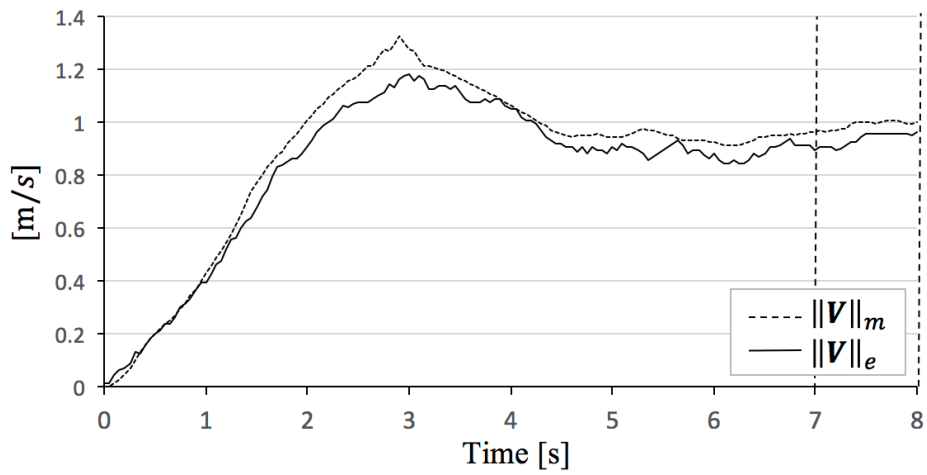
(b) Sphere direction and angle of rotational axis



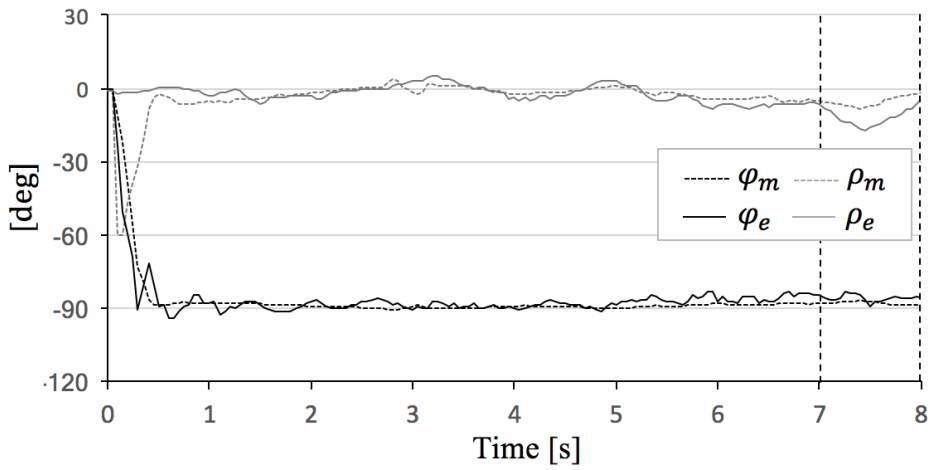
(c) Roller speed

**Fig.3- 47** The 2-th experimental result case of  $\alpha = 0^\circ$

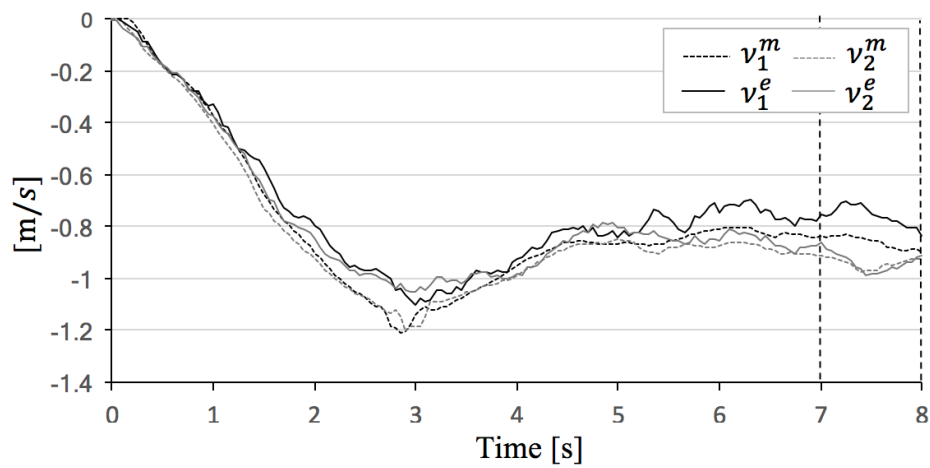




(a) Sphere mobile speed

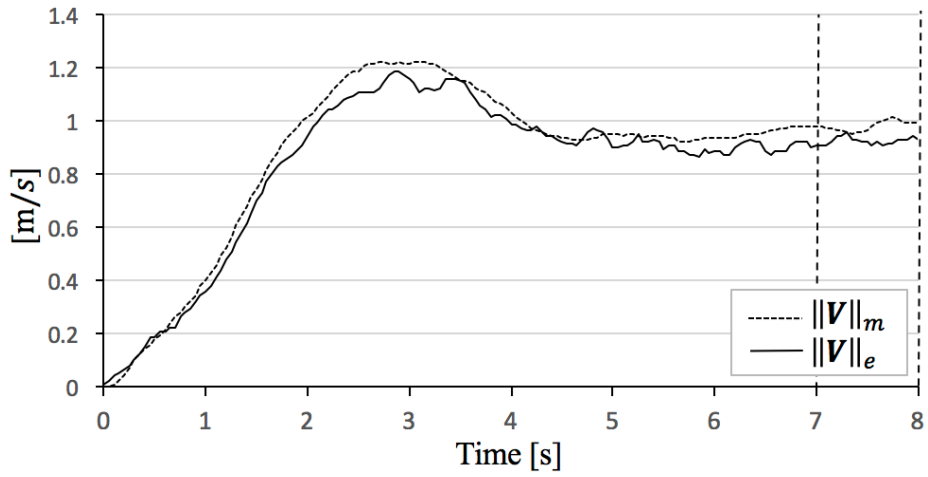


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

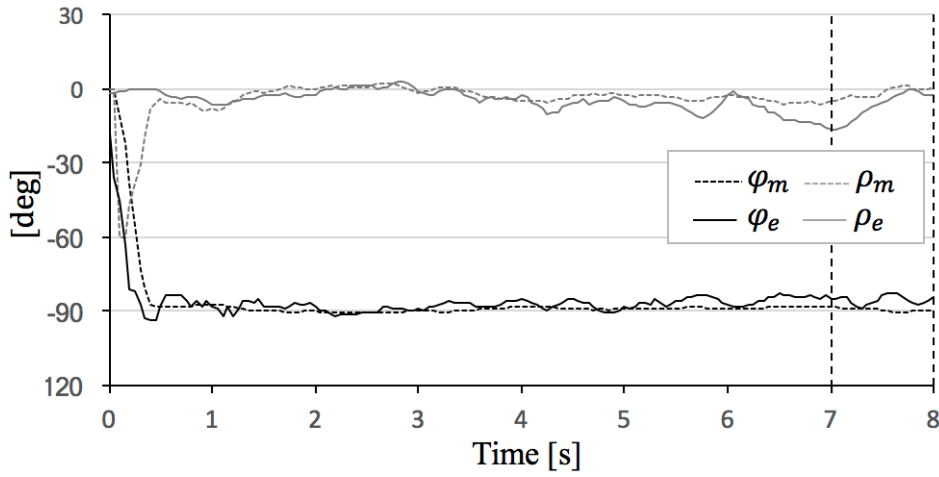


(c) Roller speed

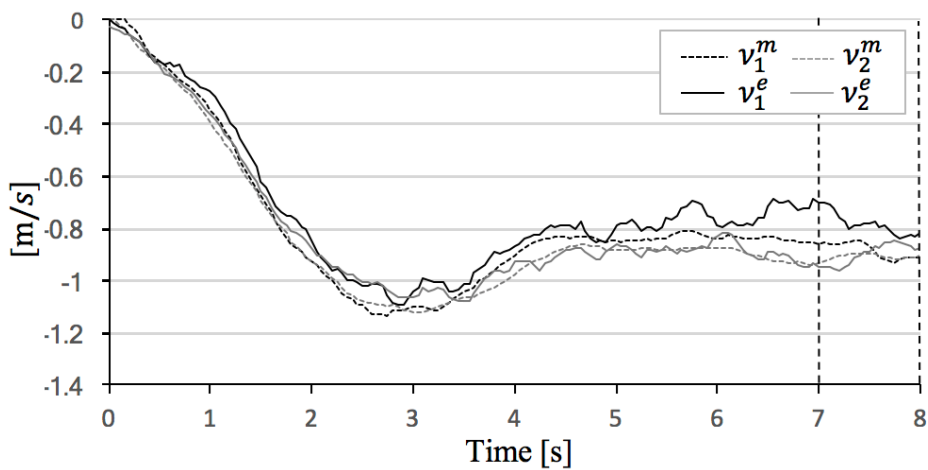
Fig.3- 48 The 3-th experimental result case of  $\alpha = 0^\circ$



(a) Sphere mobile speed

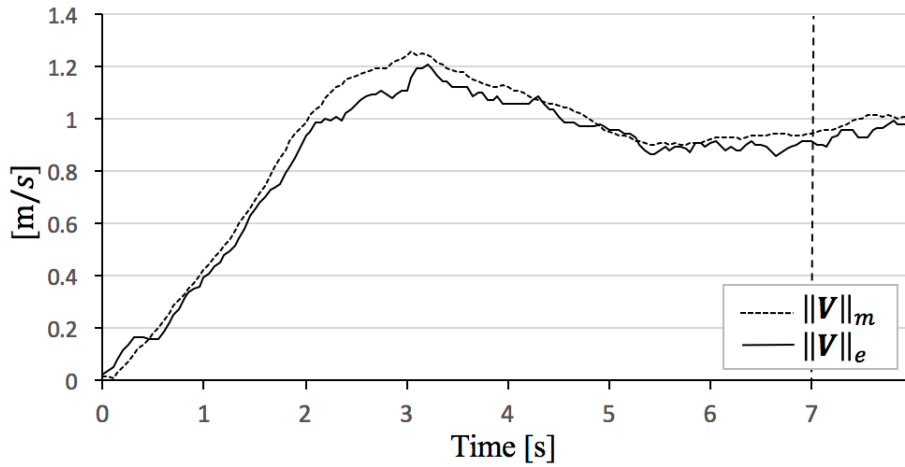


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

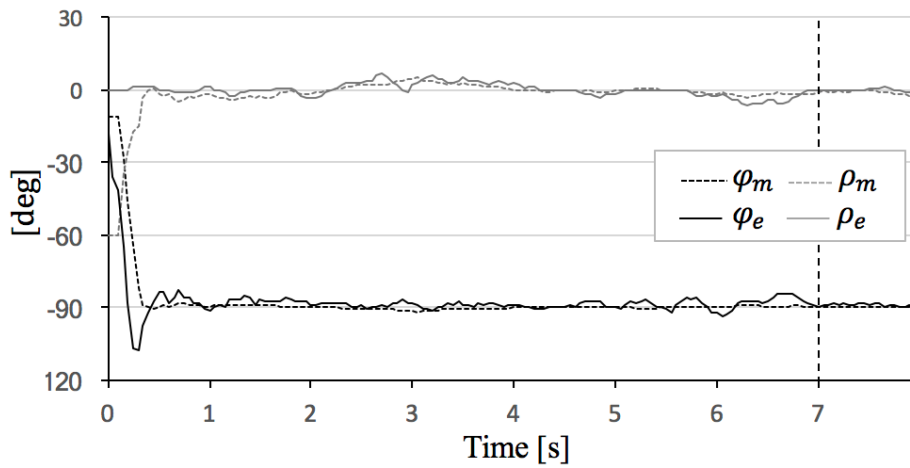


(c) Roller speed

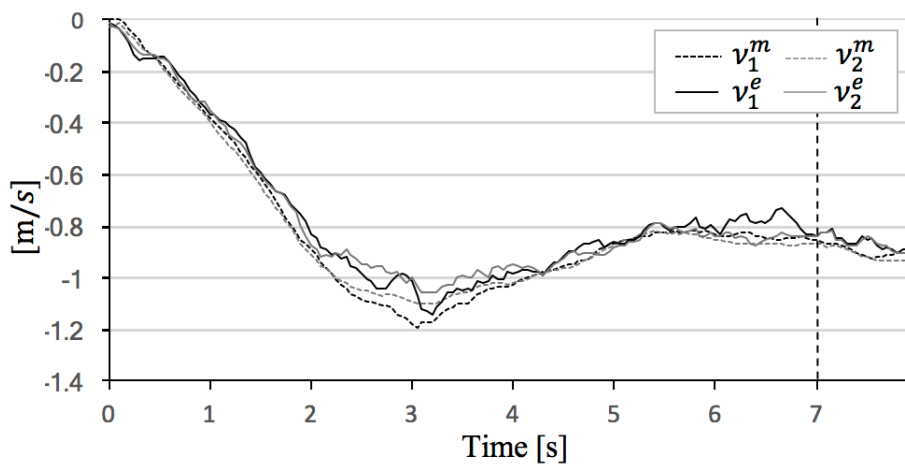
Fig.3- 49 The 4-th experimental result case of  $\alpha = 0^\circ$



(a) Sphere mobile speed

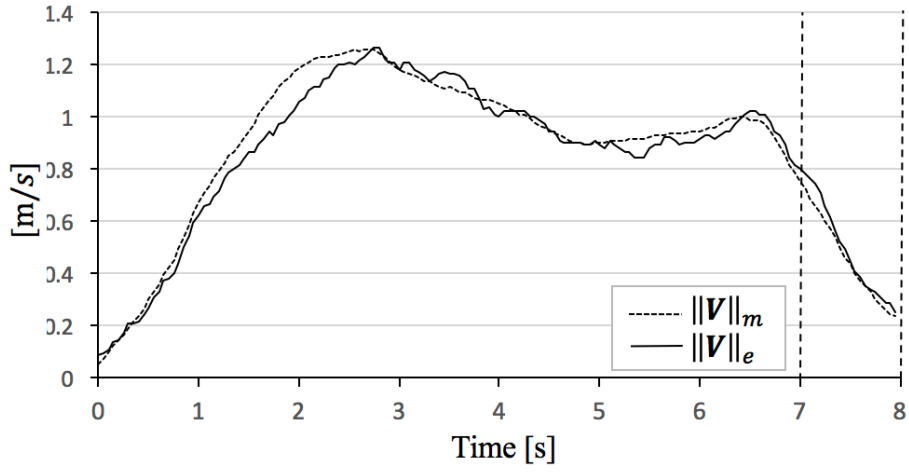


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

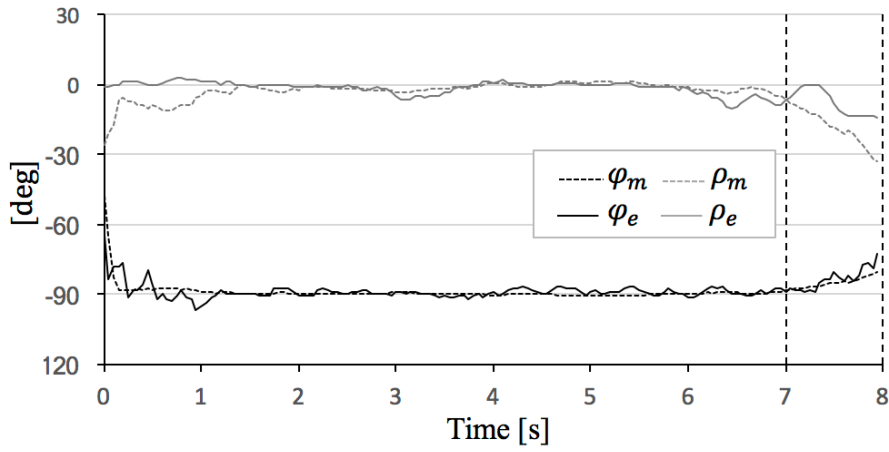


(c) Roller speed

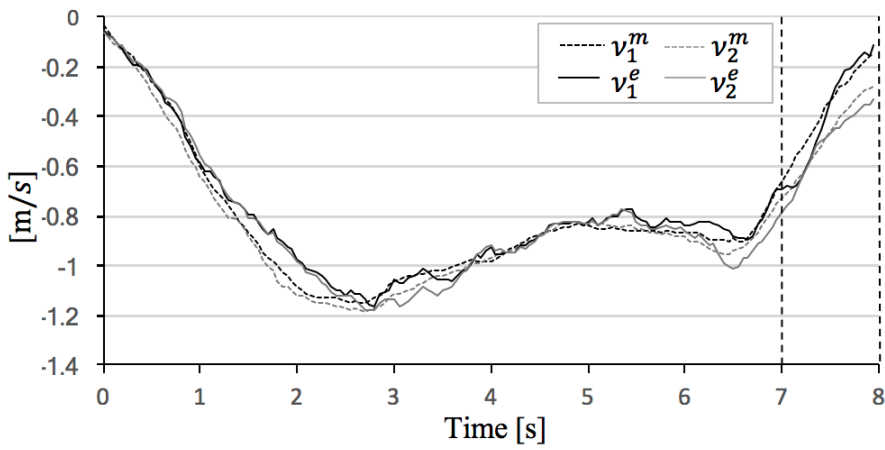
**Fig.3- 50** The 5-th experimental result case of  $\alpha = 0^\circ$



(a) Sphere mobile speed

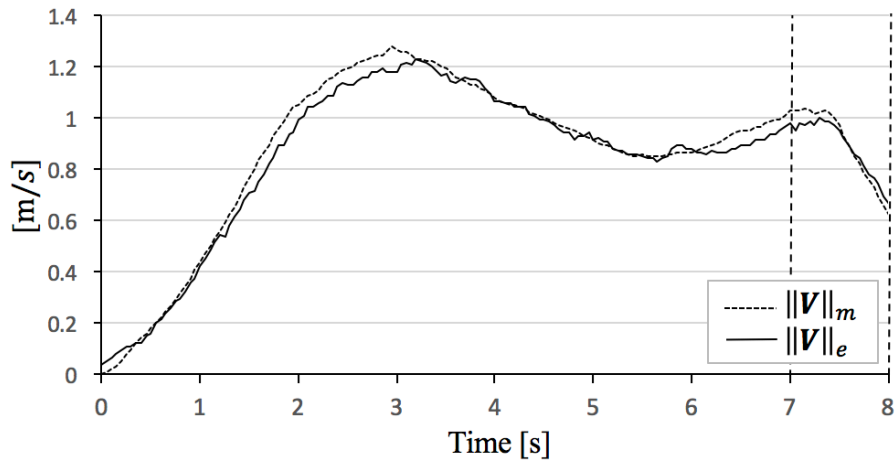


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

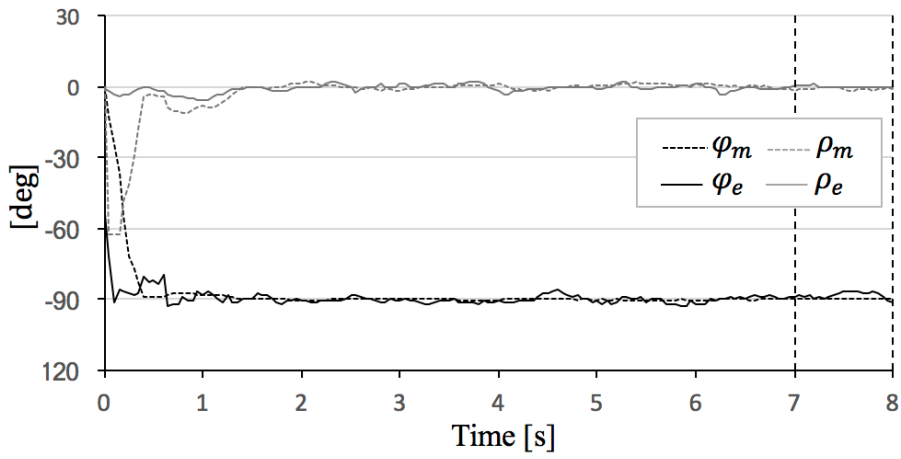


(c) Roller speed

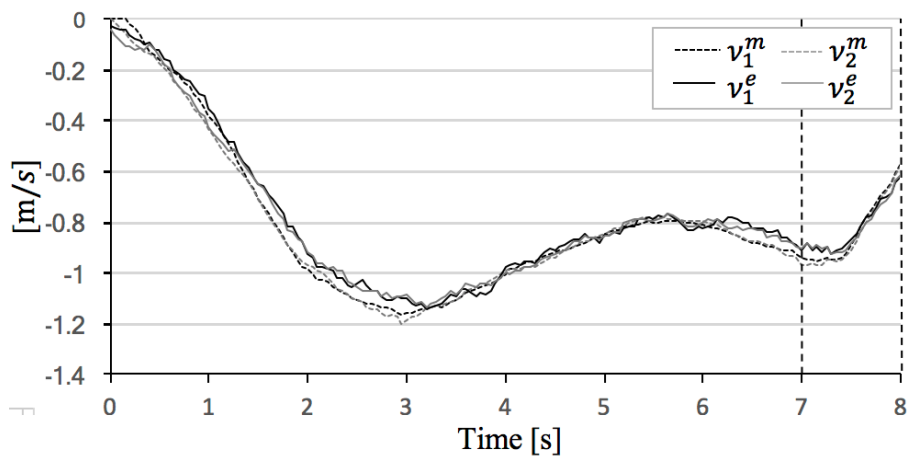
**Fig.3- 51** The 1-th experimental result case of  $\alpha = 10^\circ$



(a) Sphere mobile speed

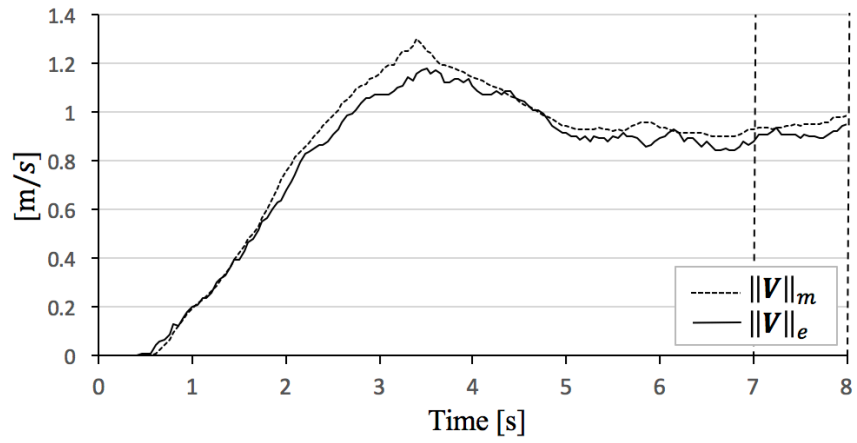


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

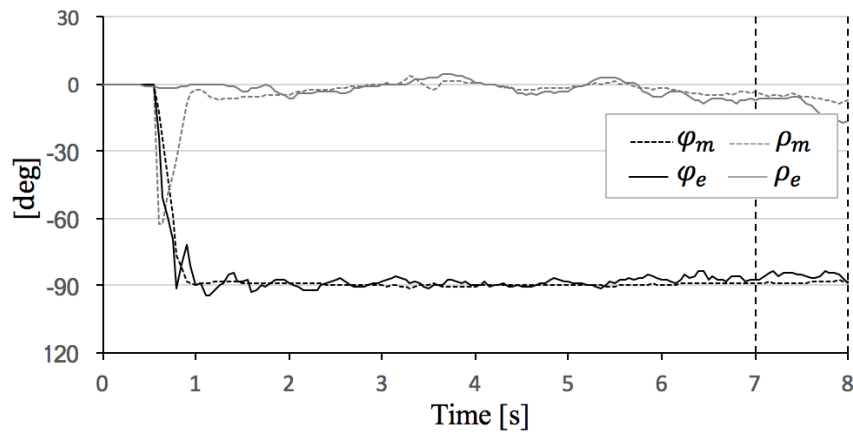


(c) Roller speed

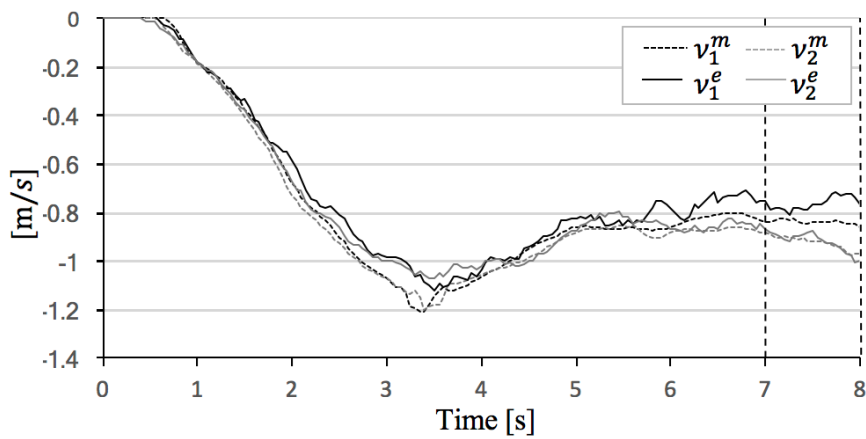
**Fig.3- 52** The 2-th experimental result case of  $\alpha = 10^\circ$



(a) Sphere mobile speed

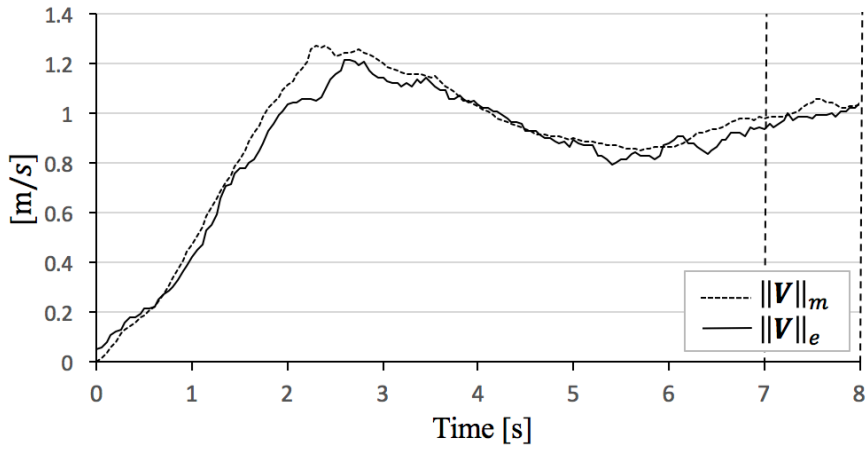


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

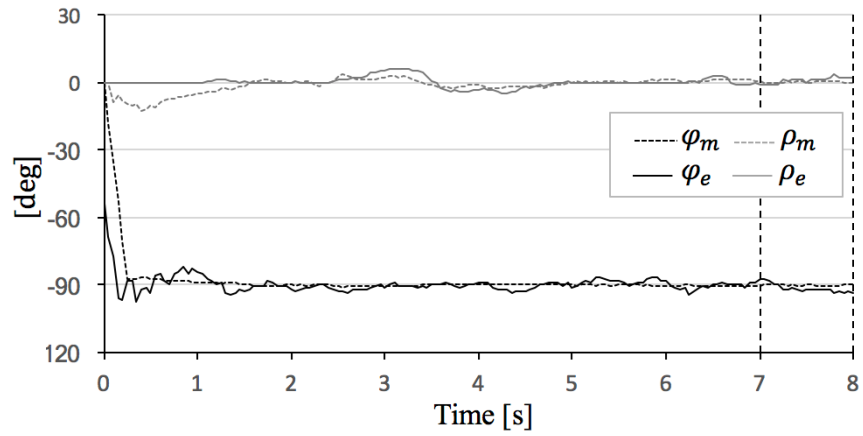


(c) Roller speed

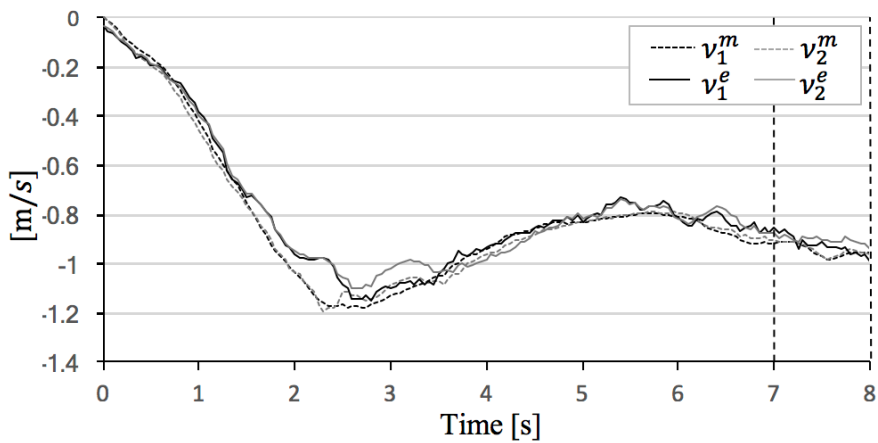
**Fig.3- 53** The 3-th experimental result case of  $\alpha = 10^\circ$



(a) Sphere mobile speed

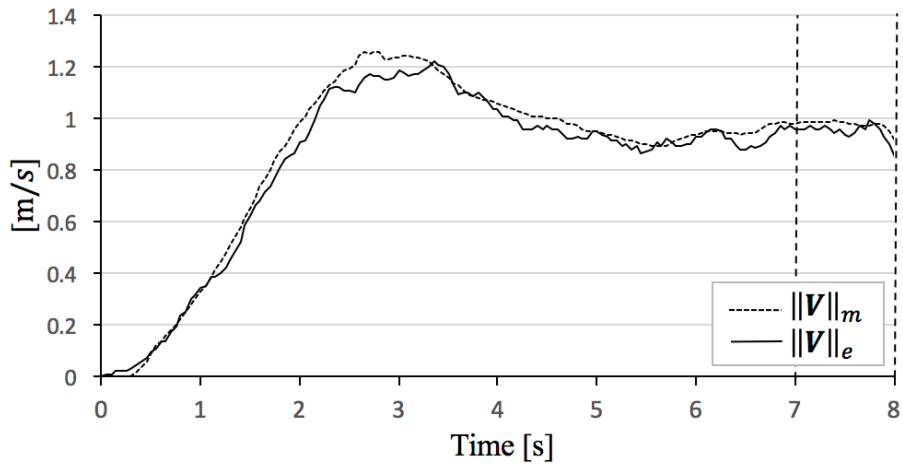


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

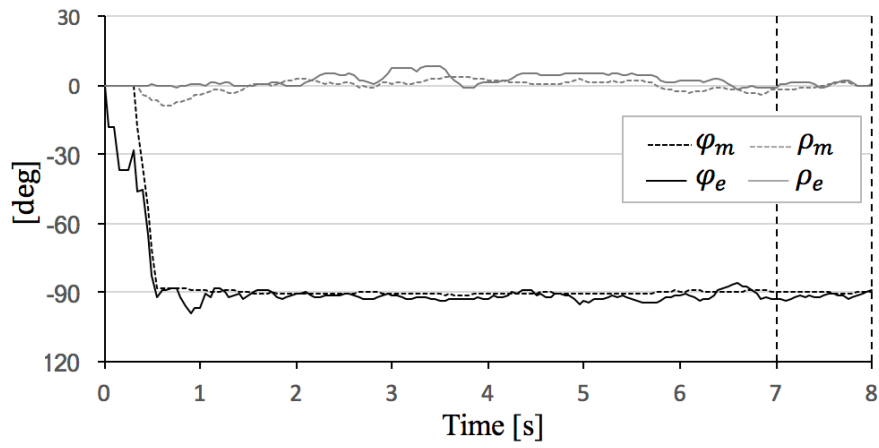


(c) Roller speed

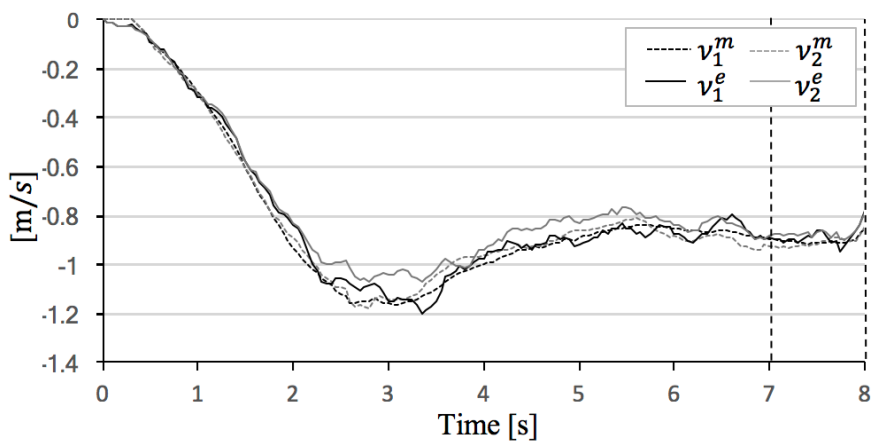
**Fig.3- 54** The 4-th experimental result case of  $\alpha = 10^\circ$



(a) Sphere mobile speed



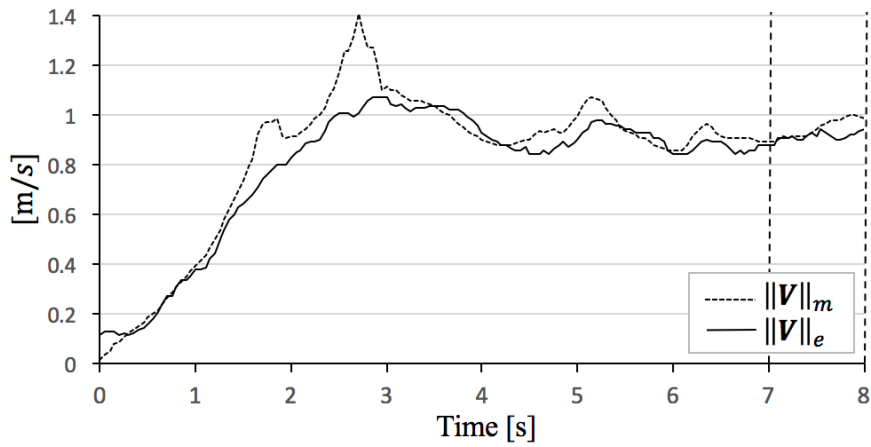
(b) Sphere direction and angle of rotational axis



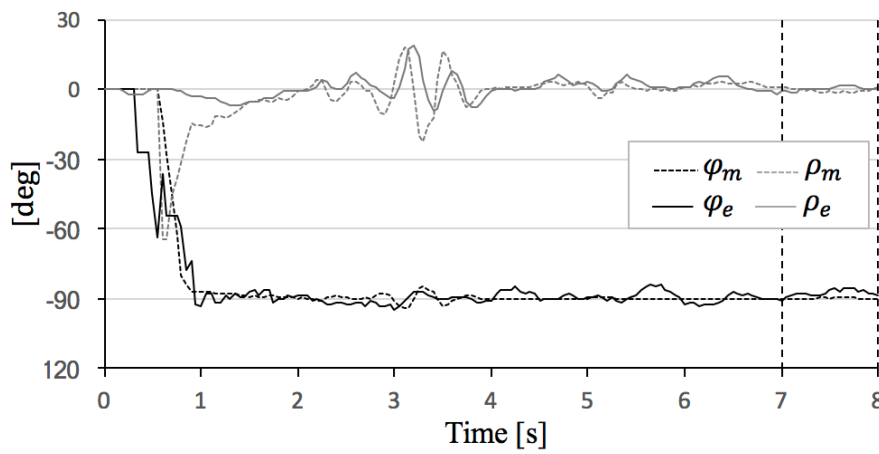
(c) Roller speed

**Fig.3- 55** The 5-th experimental result case of  $\alpha = 10^\circ$

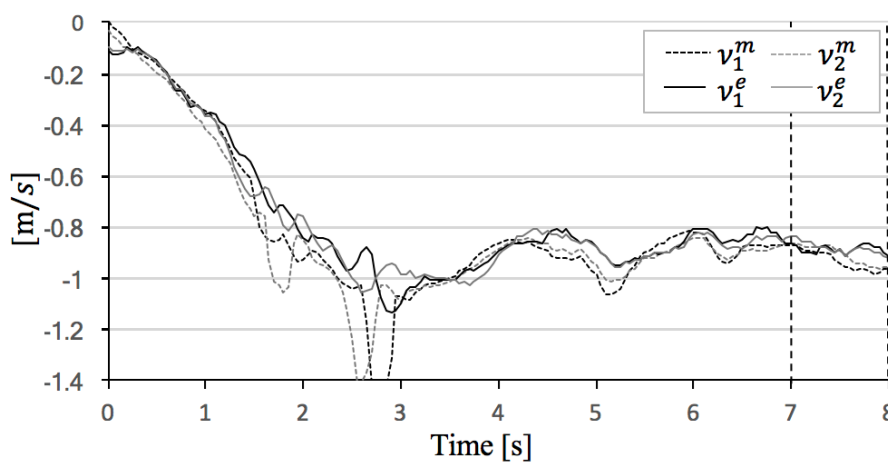




(a) Sphere mobile speed

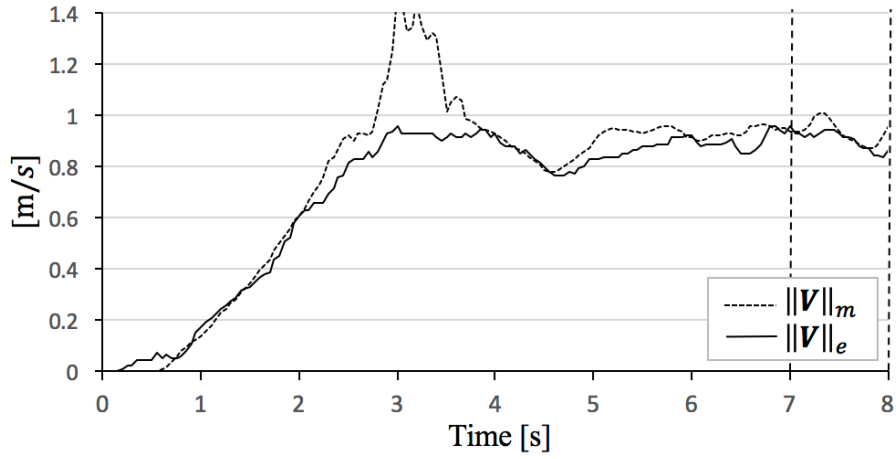


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

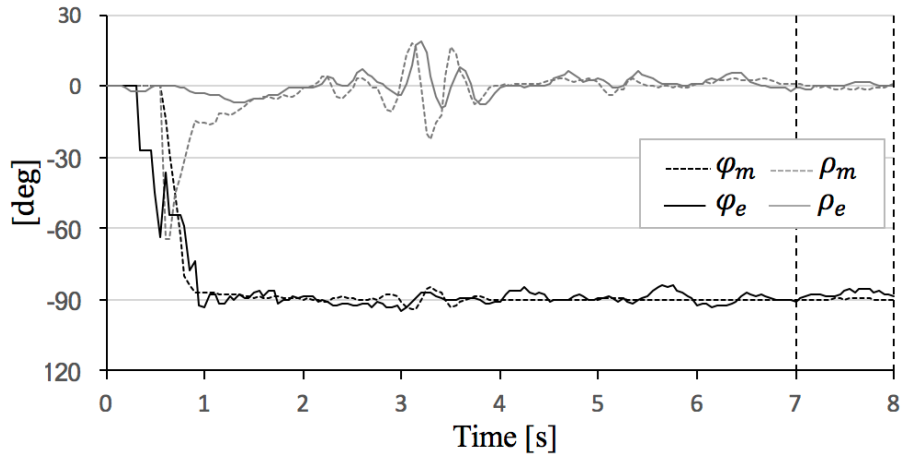


(c) Roller speed

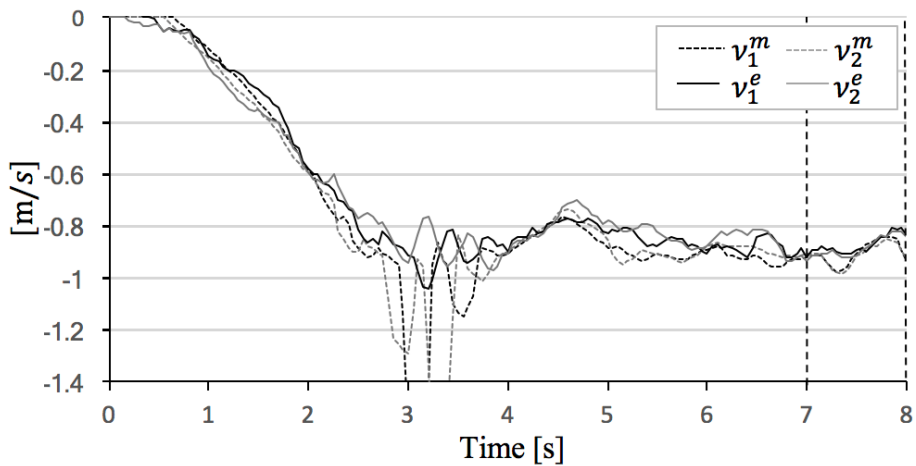
**Fig.3- 56** The 1-th experimental result case of  $\alpha = 20^\circ$



(a) Sphere mobile speed

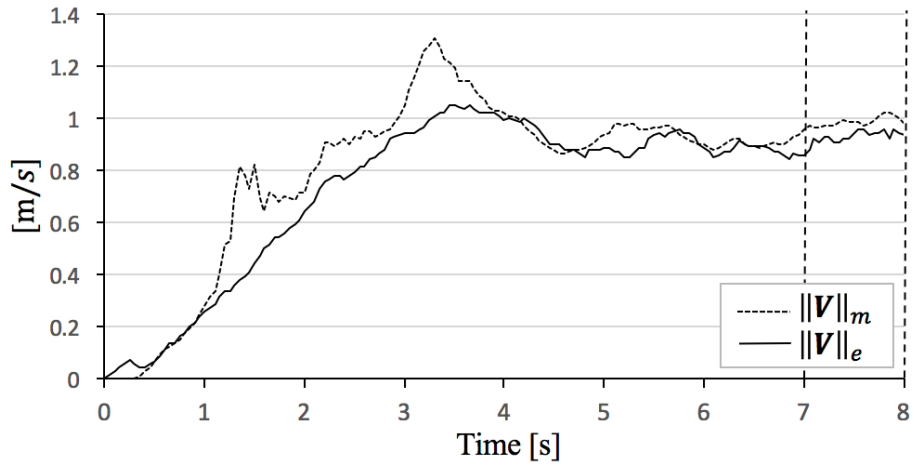


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

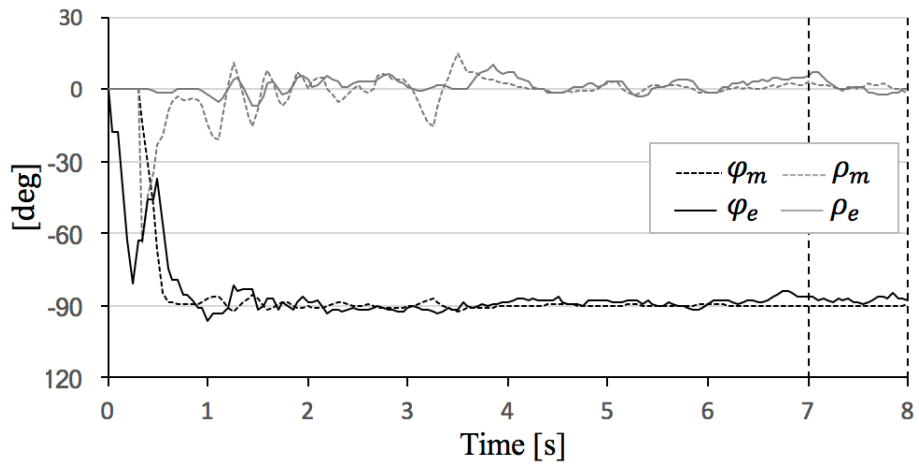


(c) Roller speed

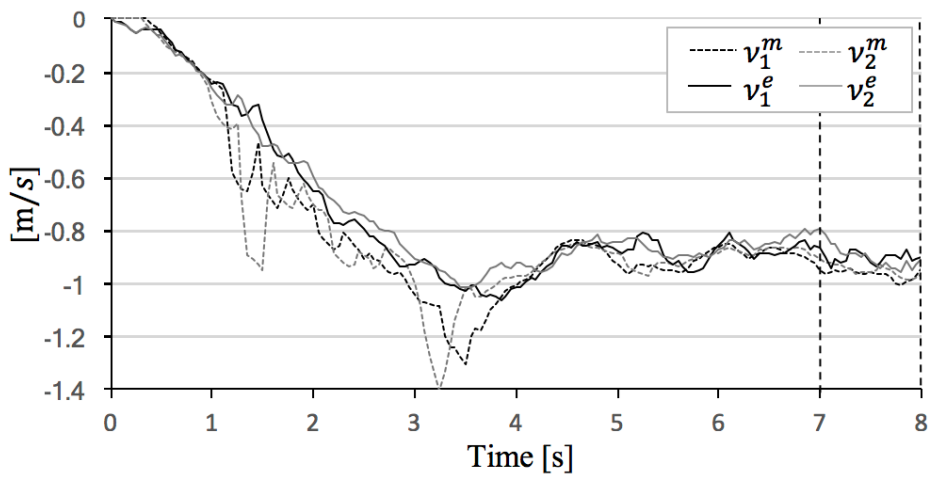
**Fig.3- 57** The 2-th experimental result case of  $\alpha = 20^\circ$



(a) Sphere mobile speed

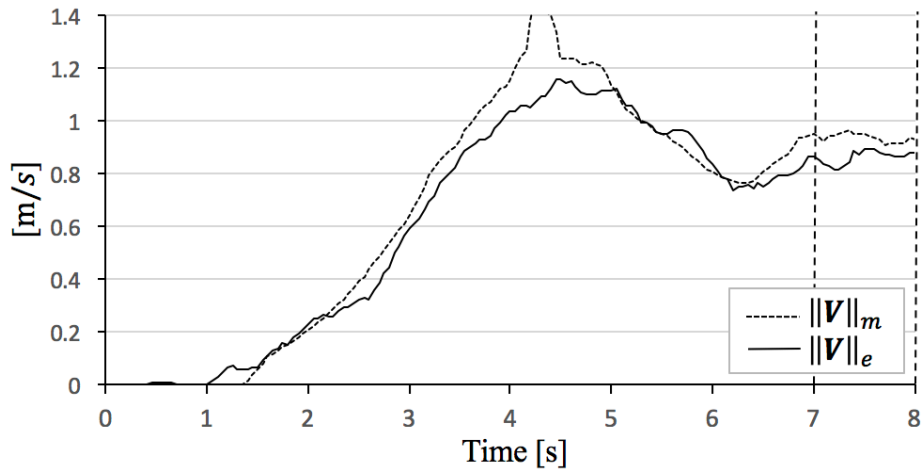


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

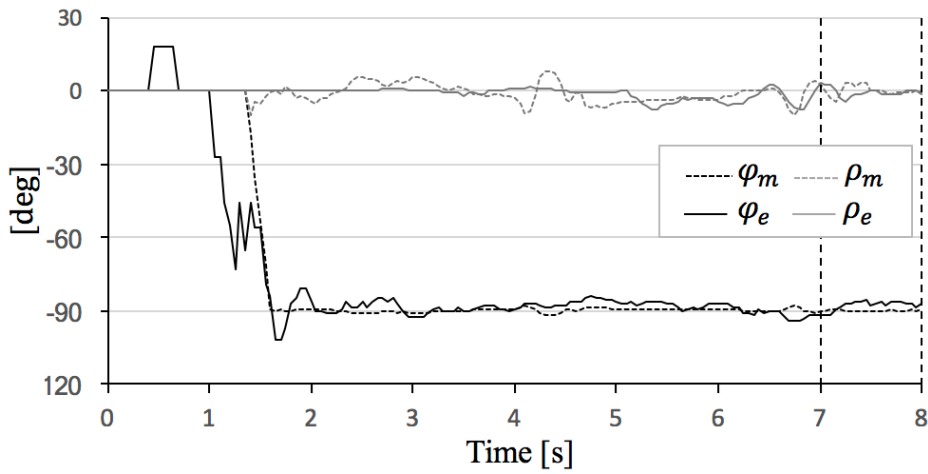


(c) Roller speed

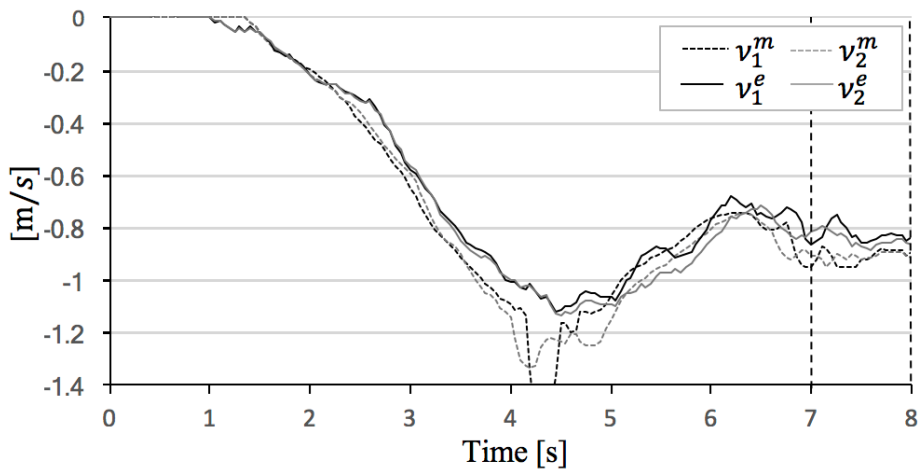
**Fig.3- 58** The 3-th experimental result case of  $\alpha = 20^\circ$



(a) Sphere mobile speed

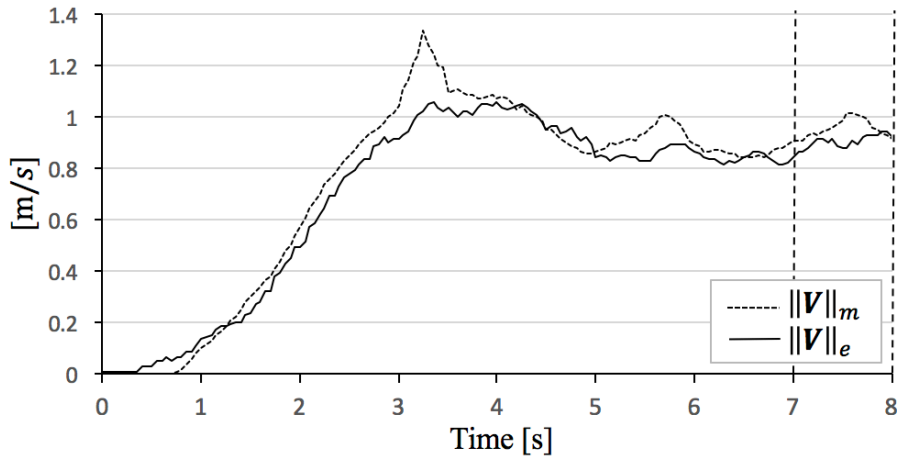


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

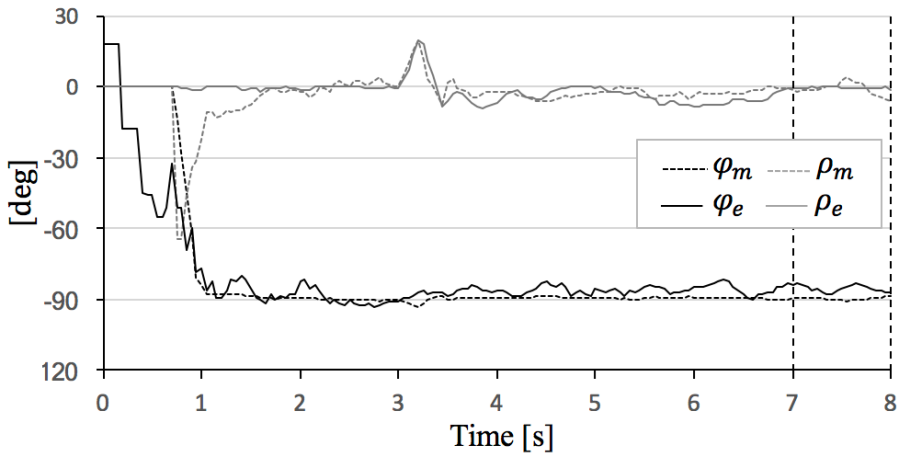


(c) Roller speed

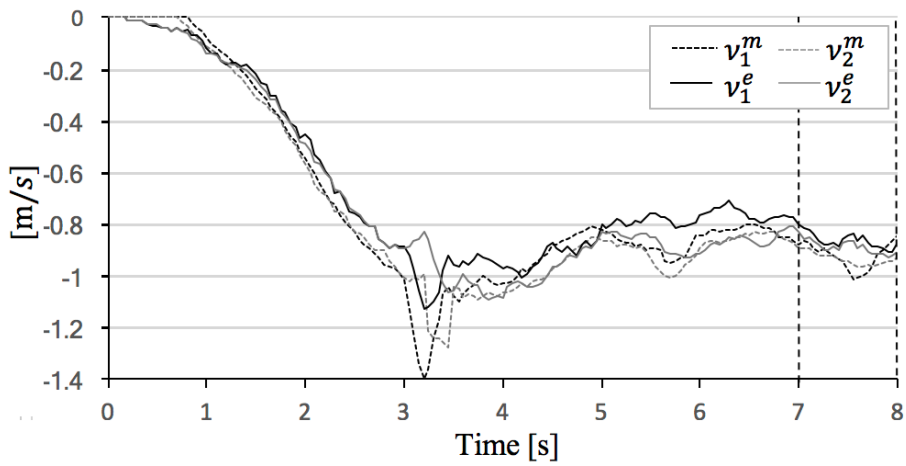
**Fig.3- 59** The 4-th experimental result case of  $\alpha = 20^\circ$



(a) Sphere mobile speed

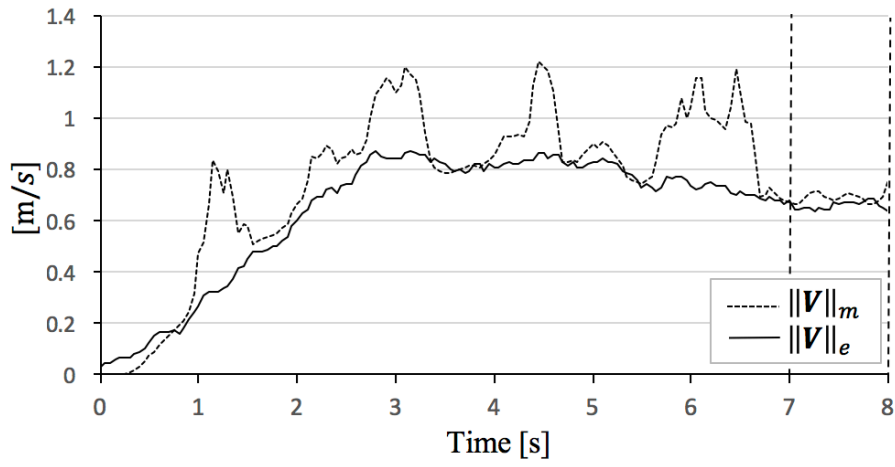


(b) Sphere direction and angle of rotational axis

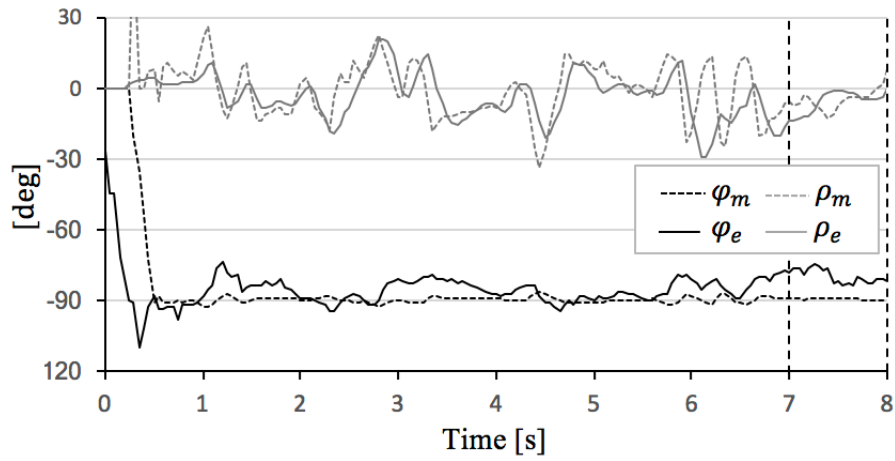


(c) Roller speed

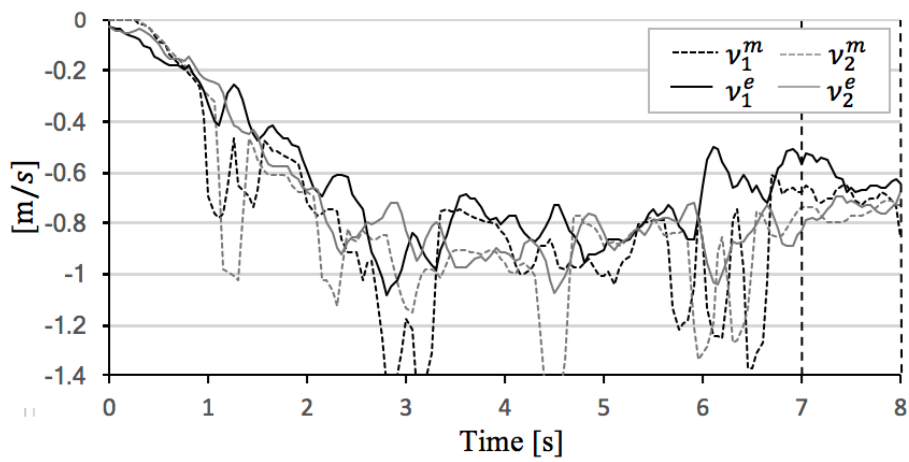
**Fig.3- 60** The 5-th experimental result case of  $\alpha = 20^\circ$



(a) Sphere mobile speed



(a) Sphere direction and angle of rotational axis



(c) Roller speed

Fig.3- 61 The 1-th experimental result case of  $\alpha = 30^\circ$

**Table 3- 1** Specification of device robot

Structure	D : 525 mm, H : 316 mm, Weight: 20 kg
Sphere	D : 200 mm
Actuators	20 Watt×2 Motors
Power supply	Stabilized power supply (24V20A)

**Table 3- 2** Variables given in the experiment

$\theta_{1,1}$	Right side- contact point of sphere	215 [deg]
$\theta_{1,2}$	Left side- contact point of sphere	60 [deg]
$\theta_{2,1}$	Right side- contact point of sphere	325 [deg]
$\theta_{2,2}$	Left side- contact point of sphere	60 [deg]
$r$	Radius of sphere	0.1 [m]

**Table 3- 3** Ideal target value in Type I

$\alpha_1$ [deg]	-82	-65	6	15
$\alpha_2$ [deg]	82	-80	8	39
$\ V\ $ [deg]	1	1	1	1
$\varphi$ [deg]	0	20	90	90
$\rho$ [deg]	0	0	20	50
$v_1$ [m/s]	0.96	0.99	1.06	1.42
$v_2$ [m/s]	-0.96	0.91	0.78	0.58

**Table 3- 4** Absolute mean error (7-9[s]) case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 0^\circ)$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e $ [m/s]	0.04	0.03	0.15	0.04	0.04
$ \varphi_m - \varphi_e $ [deg]	1.2	1.2	2.0	2.2	1.1
$ \rho_m - \rho_e $ [deg]	3.8	3.8	2.0	4.3	4.1
$ 1 - v_1^m/v_1^e $ [m/s]	0.05	0.04	0.23	0.05	0.04
$ 1 - v_2^m/v_2^e $ [m/s]	0.05	0.03	0.44	0.05	0.04

**Table 3- 5** Absolute mean error (7-9[s]) case of  $(\varphi, \rho) = (20^\circ, 0^\circ)$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e $ [m/s]	0.12	0.05	0.05	0.05	0.04
$ \varphi_m - \varphi_e $ [deg]	8.3	1.5	1.8	0.8	1.1
$ \rho_m - \rho_e $ [deg]	4.4	5.7	4.3	4.0	4.0
$ 1 - v_1^m/v_1^e $ [m/s]	0.08	0.05	0.05	0.04	0.04
$ 1 - v_2^m/v_2^e $ [m/s]	0.14	0.10	0.07	0.07	0.07

**Table 3- 6** Absolute mean error (7-9[s]) case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 20^\circ)$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e $ [m/s]	0.03	0.04	0.02	0.02	0.02
$ \varphi_m - \varphi_e $ [deg]	2.2	1.2	1.6	1.1	1.6
$ \rho_m - \rho_e $ [deg]	5.1	6.7	7.4	5.5	5.0
$ 1 - v_1^m/v_1^e $ [m/s]	0.05	0.07	0.07	0.05	0.05
$ 1 - v_2^m/v_2^e $ [m/s]	0.05	0.06	0.06	0.05	0.03



**Table 3- 7** Absolute mean error (7-9[s]) case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 50^\circ)$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e  [m/s]$	0.05	0.05	0.05	0.04	0.05
$ \varphi_m - \varphi_e  [deg]$	1.7	2.7	1.4	3.1	1.1
$ \rho_m - \rho_e  [deg]$	11.6	12.0	9.5	10.1	10.9
$ 1 - v_1^m/v_1^e  [m/s]$	0.15	0.13	0.13	0.12	0.14
$ 1 - v_2^m/v_2^e  [m/s]$	0.17	0.14	0.15	0.10	0.18

**Table 3- 8** Ideal target value in Type II

$\alpha_1[deg]$	0	0	0	0
$\alpha_2[deg]$	0	0	0	0
$\ V\ [deg]$	1	1	1	1
$\varphi [deg]$	0	30	55	90
$\rho [deg]$	71	69	60	0
$v_1[m/s]$	1.30	1.58	1.49	0.91
$v_2[m/s]$	-1.30	-0.67	0	0.91

**Table 3- 9** Absolute mean error (3-5[s]) case of  $(\varphi, \rho) = (0^\circ, 71^\circ)$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e  [m/s]$	0.02	0.01	0.03	0.03	0.02
$ \varphi_m - \varphi_e  [deg]$	3.1	2.7	4.1	4.0	4.6
$ \rho_m - \rho_e  [deg]$	4.0	4.6	5.0	5.0	4.2
$ 1 - v_1^m/v_1^e  [m/s]$	0.23	0.28	0.29	0.13	0.23
$ 1 - v_2^m/v_2^e  [m/s]$	0.18	0.20	0.19	0.25	0.18

**Table 3- 10** Absolute mean error (3-5[s]) case of  $(\varphi, \rho) = (30^\circ, 69^\circ)$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e  [m/s]$	0.03	0.03	0.09	0.08	0.09
$ \varphi_m - \varphi_e  [deg]$	4.1	4.1	11.9	12.3	12.1
$ \rho_m - \rho_e  [deg]$	7.8	7.8	-	-	7.9
$ 1 - v_1^m/v_1^e  [m/s]$	0.28	0.22	-	-	0.19
$ 1 - v_2^m/v_2^e  [m/s]$	0.50	0.44	-	-	0.50

**Table 3- 11** Absolute mean error (3-5[s]) case of  $(\varphi, \rho) = (55^\circ, 60^\circ)$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e  [m/s]$	0.02	0.02	0.02	0.03	0.01
$ \varphi_m - \varphi_e  [deg]$	6.4	2.3	2.5	3.2	2.5
$ \rho_m - \rho_e  [deg]$	12.8	13.5	12.9	13.2	12.6
$ 1 - v_1^m/v_1^e  [m/s]$	0.25	0.23	0.24	0.23	0.24
$ 1 - v_2^m/v_2^e  [m/s]$	0.98	0.94	0.94	0.90	0.88

**Table 3- 12** Absolute mean error (3-5[s]) case of  $(\varphi, \rho) = (90^\circ, 0^\circ)$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e  [m/s]$	0.04	0.03	0.05	0.03	0.05
$ \varphi_m - \varphi_e  [deg]$	1.5	1.4	1.1	1.9	1.6
$ \rho_m - \rho_e  [deg]$	1.0	1.2	1.8	2.0	1.7
$ 1 - v_1^m/v_1^e  [m/s]$	0.03	0.02	0.05	0.04	0.06
$ 1 - v_2^m/v_2^e  [m/s]$	0.05	0.04	0.05	0.05	0.06

**Table 3- 13** Ideal target value in TypeIII

$\alpha$ [deg]	0	10	20	30
$v_1$ [m/s]	-0.91	-0.91	-0.91	-0.91
$v_2$ [m/s]	-0.91	-0.91	-0.91	-0.91
$\ V\ $ [deg]	1	0.98	0.92	0.78
$\varphi$ [deg]	-90	-90	-90	-90
$\rho$ [deg]	0	0	0	0

**Table 3- 14** Absolute mean error (7-8[s]) in case of  $\alpha = 0^\circ$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e $ [m/s]	0.03	0.02	0.05	0.04	0.06
$ \varphi_m - \varphi_e $ [deg]	0.05	0.04	0.05	0.05	0.06
$ \rho_m - \rho_e $ [deg]	0.03	0.02	0.05	0.04	0.06
$ 1 - v_1^m/v_1^e $ [m/s]	0.03	0.04	0.10	0.10	0.03
$ 1 - v_2^m/v_2^e $ [m/s]	0.03	0.04	0.02	0.04	0.04

**Table 3- 15** Absolute mean error (7-8[s]) in case of  $\alpha = 10^\circ$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e $ [m/s]	0.03	0.04	0.04	0.03	0.03
$ \varphi_m - \varphi_e $ [deg]	1.2	1.8	3.1	2.2	2.0
$ \rho_m - \rho_e $ [deg]	2.1	1.0	3.9	1.2	1.2
$ 1 - v_1^m/v_1^e $ [m/s]	0.04	0.04	0.10	0.03	0.03
$ 1 - v_2^m/v_2^e $ [m/s]	0.03	0.04	0.02	0.04	0.05

**Table 3- 16** Absolute mean error (7-8[s]) in case of  $\alpha = 20^\circ$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e  [m/s]$	0.04	0.04	0.06	0.09	0.06
$ \varphi_m - \varphi_e  [\text{deg}]$	1.5	2.3	2.7	2.7	4.3
$ \rho_m - \rho_e  [\text{deg}]$	1.9	1.4	2.1	2.1	2.1
$ 1 - v_1^m/v_1^e  [m/s]$	0.05	0.04	0.07	0.11	0.08
$ 1 - v_2^m/v_2^e  [m/s]$	0.03	0.04	0.06	0.08	0.05

**Table 3- 17** Absolute mean error (7-8[s]) in case of  $\alpha = 30^\circ$ 

	1
$ 1 - \ V\ _m/\ V\ _e  [m/s]$	0.05
$ \varphi_m - \varphi_e  [\text{deg}]$	9.7
$ \rho_m - \rho_e  [\text{deg}]$	5.1
$ 1 - v_1^m/v_1^e  [m/s]$	0.14
$ 1 - v_2^m/v_2^e  [m/s]$	0.07

# 第4章

## ロボカップへの適用

## 第4章 ロボカップへの適用

本章では、2.4.2節で導出した滑りを考慮した球体の運動学をロボカップへの適用し、中型サッカーロボットのボール保持機構のローラ配置について考察する。2017MSLで行ったローラ配置角の調査結果や、球体の滑り速度と進行速度の関係を調べ、球体の速度効率(ローラ速度効率)が最適となるローラ配置角を決定する。

### 4.1 中型サッカーロボットのボール保持機構

#### 4.1.1 関連研究

ロボカップ中型サッカーリーグは、AI推進プロジェクトであり、様々な自律型ロボットの開発がなされてきた[52]。これらのロボットは、3つのオムニホイールを用いた全方向移動機構 [53] または、4つのオムニホイールを用いた[54] と類似した構造が一般的であり、近年ではボールの回転を制御するためのボール保持機構が搭載されている。

ボール保持機構は、以前までは、アーム型 [55][56]、ダンパー型 [57][58]、単数のローラ型 [59] などが主流であった。近年では、2つの駆動ローラを用いるのが主流である。ローラは、ボールの上半球に配置されており、後退時にボールを引き込む仕組みになっている。レバー支持するバネによって発生したボールとローラとの間の摩擦は、ボールをロボットに向け、ロボットがボールをドリブルしているとき、ボール内で回転するローラはロボットとほぼ同じ速度で同じ方向に動くことができる。

ローラ配置については、競技規定により、球体はロボット側から1/3以内の領域にしかローラ配置ができず、ボールの保持力を保ち、速度効率の良い配置が望まれる。ここで球体の赤道上での配置が最も速度効率が最適だと考えられるが、この場合、ローラは球体に対して圧力をかけることができずにボールを保持できない。

#### 4.1.2 2017MSLにおけるローラ配置調査

著者らは、2017年 RoboCup 世界大会名古屋(2017MSL)において、世界のチームのボール保持機構のローラ配置の調査実施した。Table 4-1 ではチーム名とシンボル、ローラの種類、ローラの配置角度を示している。また、Fig. 4-1 ではロボットの写真、Fig. 4-2 は、引き戻し動作における2つのローラ回転軸、ボールの周速度、及び、ローラ速度を示している。

Table 4-1 で示されているように、RV-Infinity [48] (Fig. 4-1(a)) はローラ配置角が  $0^\circ$  とし、滑りが発生しないようなローラ配置を採用しており、ローラ速度とボール速度は等しく球体移動の速度効率は最も高いと考えられる(Fig. 4-2(a))。この場合のローラ配置条件は、2つの回転軸が球の原点を含む平面上にある[60]。

一方、The Turtles [47](Fig. 4-1(b))、Falcons(Fig. 4-1(c))、Musashi 150 [49] (Fig. 4-1(d))、NuBot

[50] (Fig. 4-1(e)), Water (Fig. 4-1(f)) は、ローラ速度とボール速度は異なるような滑りが発生するローラ方式を採用している (Fig. 4-2(b)). しかし、CAMBADA [51] (Fig. 4-1(g)) では、拘束なしのローラ (オムニローラ) を使用しているためスリップは発生しない. ローラ配置角は、 $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  のような増加に応じて、摩擦力の増加が考えられる. ローラ配置において、ローラと球体間における幾何学的な研究 [61], また、実験によるローラ配置の考察 [62][63] があるが、運動学に関する研究は存在しない. そこで本研究では、速度効率に注目し研究を行う. 次節では、2.4.2(d) で定義したローラに対する球体の滑り速度と球体移動速度を用いて、ローラ配置評価を行う.

## 4.2 滑りベクトル式の検証の結果と考察

まずこの節では、3.3.3 節で得られた球体速度  $\|V\|$  の理論値と実験値を用いて、2.4.2(d) で提案した滑りベクトル式の検証を行う.  $\alpha$  に対する、理想値  $S_1, S_2$  を Table 4-2 で示している.  $S_1^m, S_2^m$  を  $\|V\|_m, \varphi_m, \rho_m, v_1^m, v_2^m$  から、(2-95) により計算された理論値とし、 $S_1^e, S_2^e$  を  $\|V\|_e, \varphi_e, \rho_e, v_1^e, v_2^e$  から、(2-95) により計算された実験値とする. この時、 $S_1^m, S_2^m$  と  $S_1^e, S_2^e$  の比較を行う. 実験結果をサンプル間隔 0.05[s] とし、加速開始から 160 サンプル (8[s]) を示す. Fig. 4-3 - Fig. 4-18 において、実験値を実線、理論値を破線で示し、Table 4-3 - Table 4-6 に 7-8[s] における理論値と実験値の誤差率の平均を示す.

(i)  $\alpha = 0^\circ$  の場合

Fig. 4-3 - Fig. 4-7 で示されるように、誤差率  $|1 - S_1^m/S_1^e|$  は、0.04 以内、誤差率  $|1 - S_2^m/S_2^e|$  は、0.04 以内である (Table 4-3 参照).

(ii)  $\alpha = 10^\circ$  の場合

Fig. 4-8 - Fig. 4-12 で示されるように、第 1 回目について、誤差率  $|1 - S_1^m/S_1^e|$ ,  $|1 - S_2^m/S_2^e|$  は、ともに 0.02 以内であるが、第 2 回目以降について、誤差率は  $|1 - S_1^m/S_1^e|$  は 0.29 以内、 $|1 - S_2^m/S_2^e|$  は 0.29 以内である (Table 4-4 参照).

(iii)  $\alpha = 20^\circ$  の場合

Fig. 4-13 - Fig. 4-17 で示されるように、第 4 回目までについて、誤差率  $|1 - S_1^m/S_1^e|$  は、0.22 以内、誤差率  $|1 - S_1^m/S_1^e|$  は 0.09 以内であるが、第 5 回目について、誤差率  $|1 - S_1^m/S_1^e|$  は 0.40、 $|1 - S_2^m/S_2^e|$  は 0.14 である (Table 4-5 参照).

(iv)  $\alpha = 30^\circ$  の場合

Fig. 4-18 で示されるように、誤差率  $|1 - S_1^m/S_1^e|$  は 0.57、誤差率  $|1 - S_2^m/S_2^e|$  は 0.18 である (Table 4-6 参照).

以上より,  $S_1, S_2$  において, 実験値は, 理論値に近く提案した理論式の正確性が示されたと考えられる.

### 4.3 ローラ配置評価

この節では 4.2 節で得られた, 滑りベクトルの実験データと 3.2.3 節で得られた球体速度の実験データを用いて, 滑りベクトルと球体速度の関係性を考察しローラ配置評価を行う.

Fig. 4-19(a)(b) は, 左右のローラに対する球体の滑りベクトル  $\zeta_i$  の  $X_i$  方向の成分  $S_i^e$  と球体移動速度  $\|V\|_e$  の組  $[S_1^e, \|V\|_e]$ ,  $[S_2^e, \|V\|_e]$  ( $S_i^e, \|V\|_e$  は, 区間 7-8[s] における実験値の平均) を座標で示している.  $\|V\|, S_i$  は,  $\alpha$  に依存しており, 4つの異なる記号 [■●▲◆] (左側のローラ), [■●▲◆] (右側のローラ) は, 各  $\alpha = 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  の場合を表している.

#### (i) 縦軸 (速度効率)

[■■]において,  $\|V\|_e$  は, ほぼ 0.95~0.97 [m/s] の範囲に分布している. [●●]において, ほぼ 0.94~0.96 [m/s] の範囲に分布している. また, [▲▲]において, 球体の移動速度  $\|V\|_e$  は, ほぼ 0.89~0.90 [m/s] の範囲に分布している. また, [◆◆]において, 球体の移動速度  $\|V\|_e$  は, ほぼ 0.7 [m/s] に分布している. 従って, [■■] が最も速度効率が良い.

#### (ii) 縦軸 (滑り速度)

[■■]において, 球体の滑り速度  $|S_1^e|, |S_2^e|$  は, それぞれ 0~0.05 [m/s] の範囲にほぼ分布している. [●●], [▲▲], [◆◆] では, ほぼ 0.12~0.15 [m/s], 0.28~0.35 [m/s], 0.39~0.45 [m/s] の範囲で分布している. 従って, [■■] が最も滑り速度が小さい.

以上より,  $|S_1^e|$  の増加に伴い,  $\|V\|_e$  は減少する, すなわち速度効率が低くなる.

[■■] の場合, すなわち,  $\alpha = 0^\circ$  の場合が, 球体の速度効率(ローラ)の速度効率が最適である. 速度効率の観点で, ローラ配置を評価した場合, RV-Infinity [48] が最適な配置をしていることが示された.

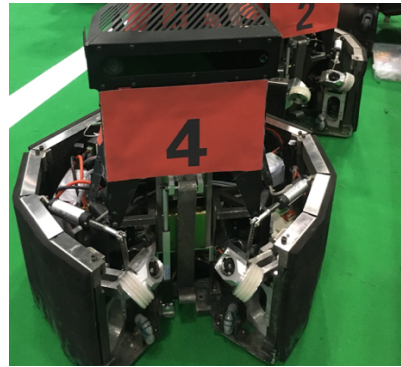
### 4.4 まとめ

本章では, ロボカップサッカーロボットのボール保持機構への応用とし, ロボカップ中型サッカーリーグ 2017 世界大会 (名古屋) で世界チームのローラ配置角の調査結果や, 運動学検証の実験データを用い, 球体の滑り速度と進行速度が互いに相反する関係を明らかにし, 球体の速度効率(ローラ)の速度効率が最適となるローラ配置角は  $\alpha = 0^\circ$  であることを示した.

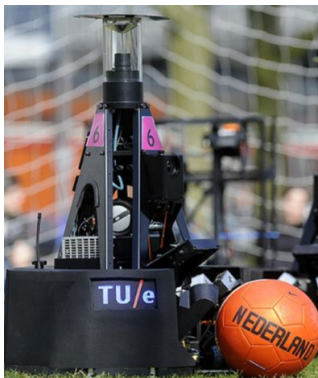




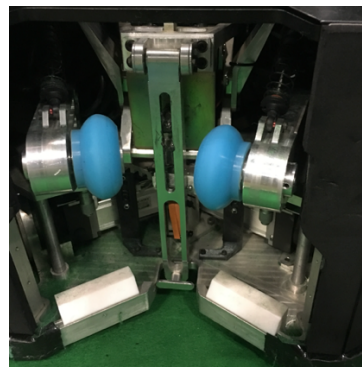
(a) RV-infinity [48]



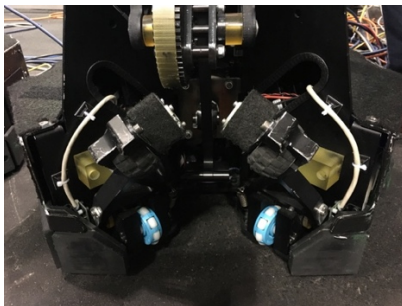
(e) NuBot [50]



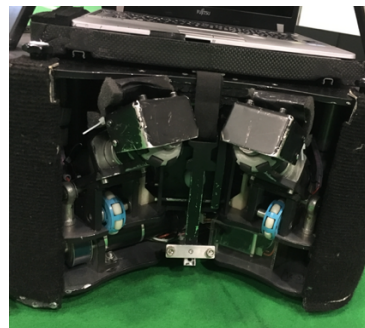
(b) The Turtles [47]



(f) Water



(c) Falcons

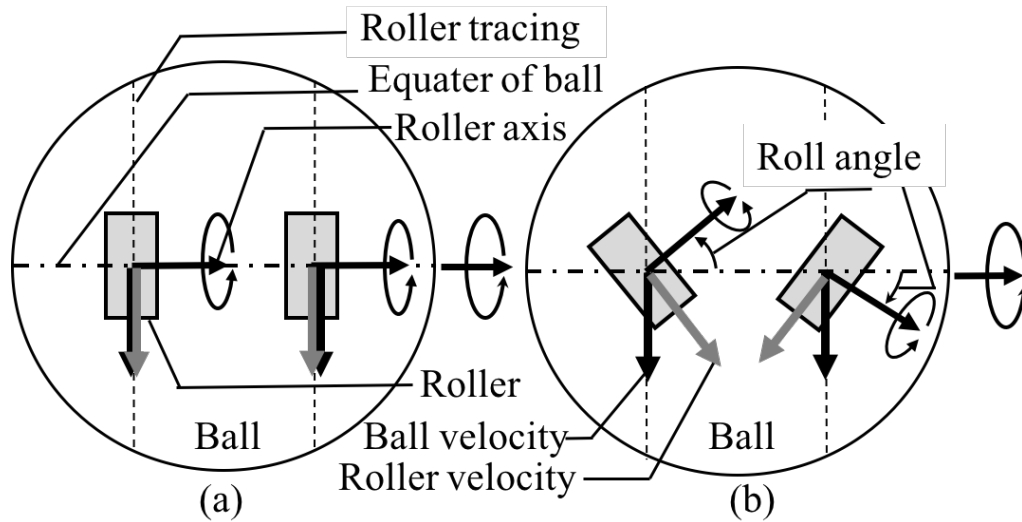


(g) CAMBADA [51]



(d) Musashi150 [49]

**Fig.4- 1** Ball dribbling mechanism in RoboCup2017MSL



**Fig.4- 2** The ball reverse motion by two-rollers arrangement in ball dribbling mechanism. Case of (a) is zero-roller angle and case of (b) is non-zero-roller angle

**Table 4- 1** Survey result of roller type and angle in RoboCup2017MSL

Team name	Symbol	Roller type	Angle
RV-infinity [48]	□ R	constraint	0°
The Turtles [47]	○ T	constraint	10°
Falcons	○ F	constraint	10°
Musashi150 [49]	△ H	constraint	20°
NuBot [50]	△ N	constraint	20°
Water	◇ W	constraint	30°
CAMBADA[51]	—	unconstraint	50°

**Table 4- 2** Ideal target value in slip velocity

$\alpha$	0°	10°	20°	30°
$S_1$ [m/s]	0	-0.16	-0.31	-0.45
$S_2$ [m/s]	0	0.16	0.31	0.45

**Table 4- 3** Absolute mean error (7-8[s]) of slip velocity in case of  $\alpha = 0^\circ$ 

	1	2	3	4	5
$ 1 - S_1^m/S_1^e $	0.02	0.03	0.02	0.04	0.01
$ 1 - S_2^m/S_2^e $	0.02	0.03	0.02	0.04	0.01

**Table 4- 4** Absolute mean error (7-8[s]) of slip velocity in case of  $\alpha = 10^\circ$ 

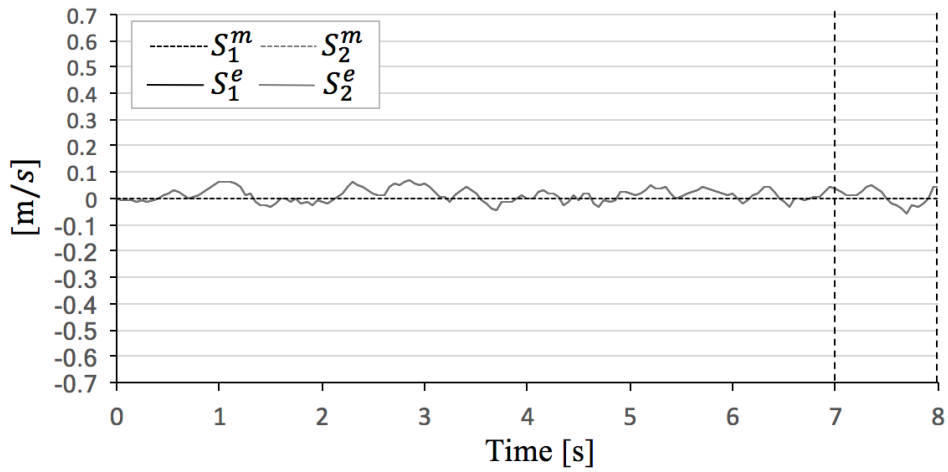
	1	2	3	4	5
$ 1 - S_1^m/S_1^e $	0.02	0.29	0.37	0.16	0.14
$ 1 - S_2^m/S_2^e $	0.02	0.14	0.18	0.29	0.29

**Table 4- 5** Absolute mean error (7-8[s]) of slip velocity in case of  $\alpha = 20^\circ$ 

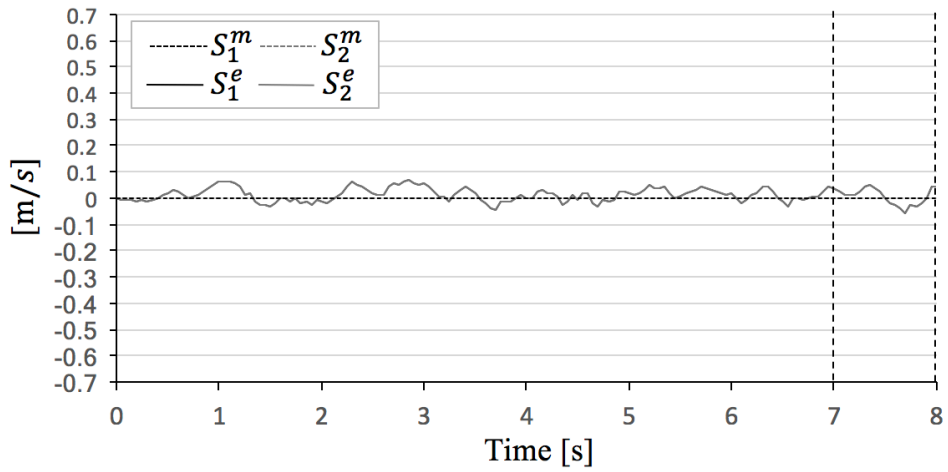
	1	2	3	4	5
$ 1 - S_1^m/S_1^e $	0.13	0.19	0.24	0.22	0.40
$ 1 - S_2^m/S_2^e $	0.05	0.08	0.06	0.09	0.14

**Table 4- 6** Absolute mean error (7-8[s]) of slip velocity in case of  $\alpha = 30^\circ$ 

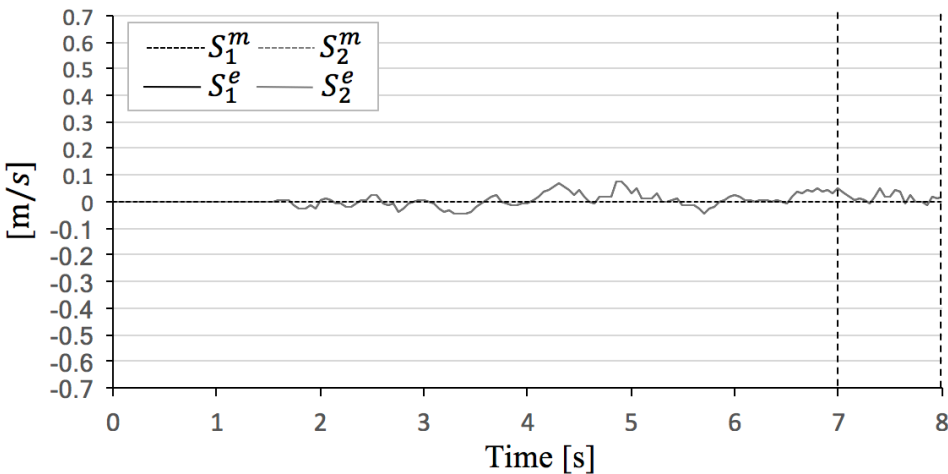
	1
$ 1 - S_1^m/S_1^e $	0.57
$ 1 - S_2^m/S_2^e $	0.18



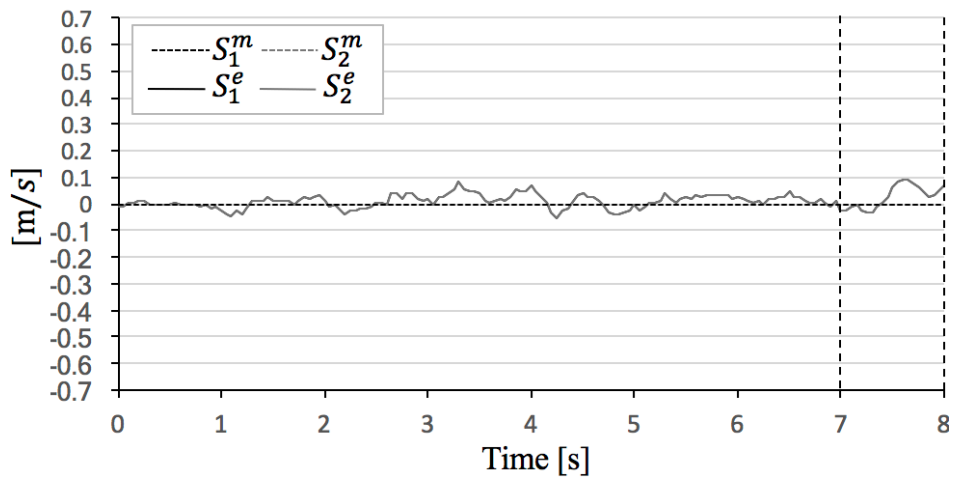
**Fig.4- 3** The 1-th experimental result case of  $\alpha = 0^\circ$



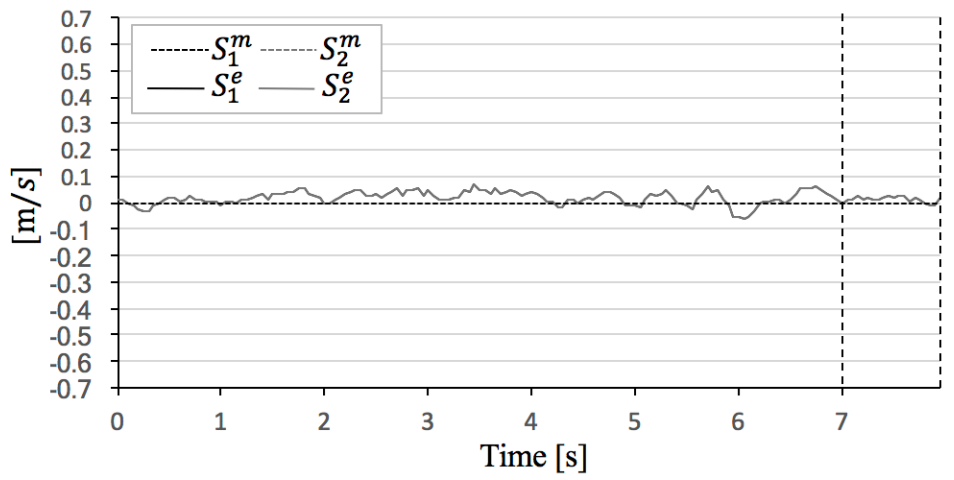
**Fig.4- 4** The 2-th experimental result case of  $\alpha = 0^\circ$



**Fig.4- 5** The 3-th experimental result case of  $\alpha = 0^\circ$



**Fig.4- 6** The 4-th experimental result case of  $\alpha = 0^\circ$



**Fig.4- 7** The 5-th experimental result case of  $\alpha = 0^\circ$

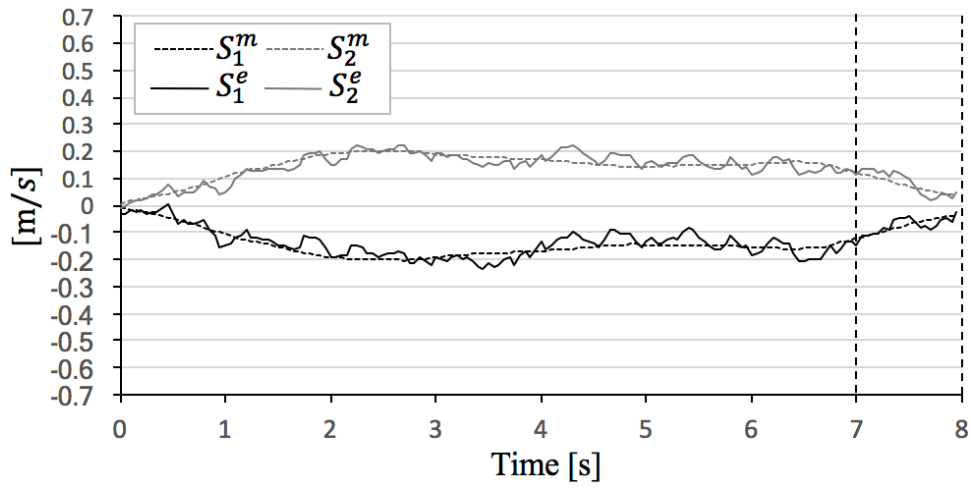


Fig.4- 8 The 1-th experimental result case of  $\alpha = 10^\circ$

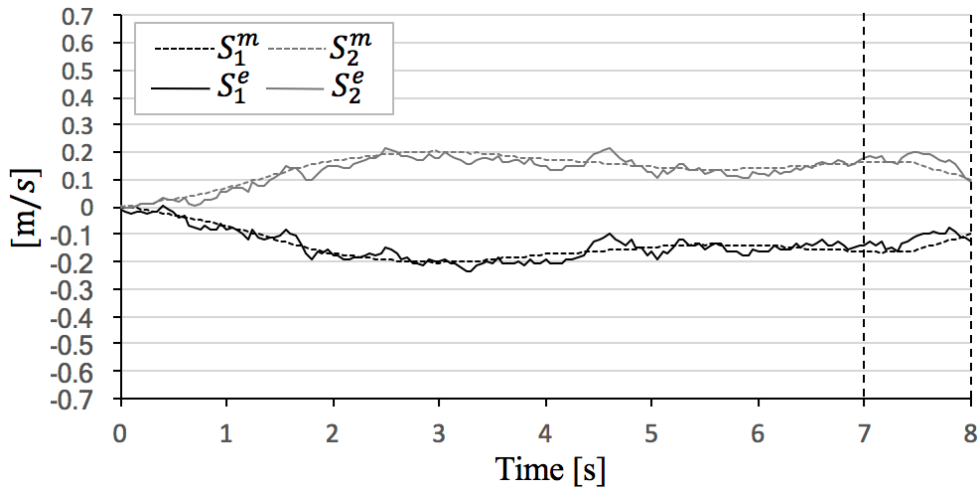


Fig.4- 9 The 2-th experimental result case of  $\alpha = 10^\circ$

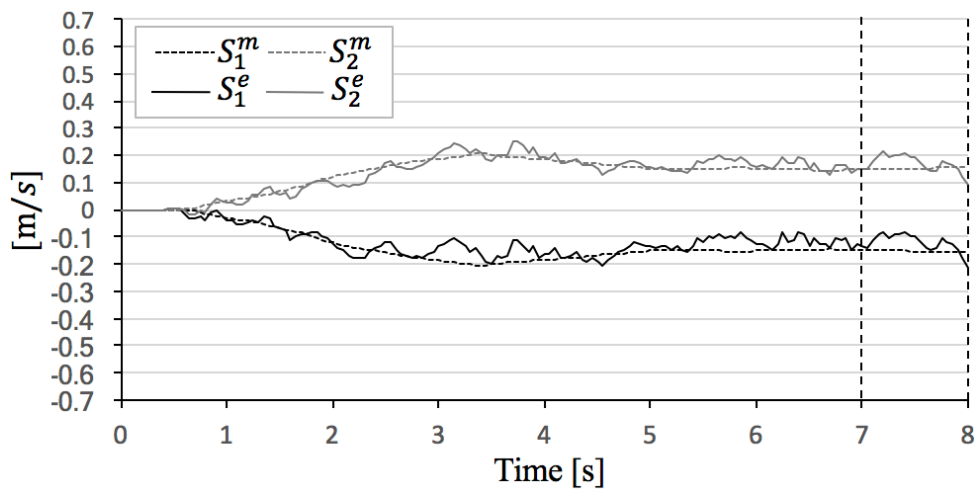
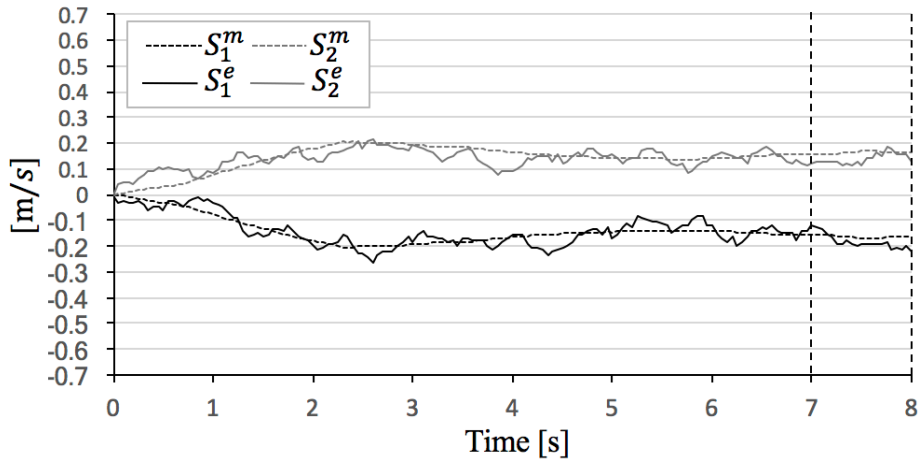
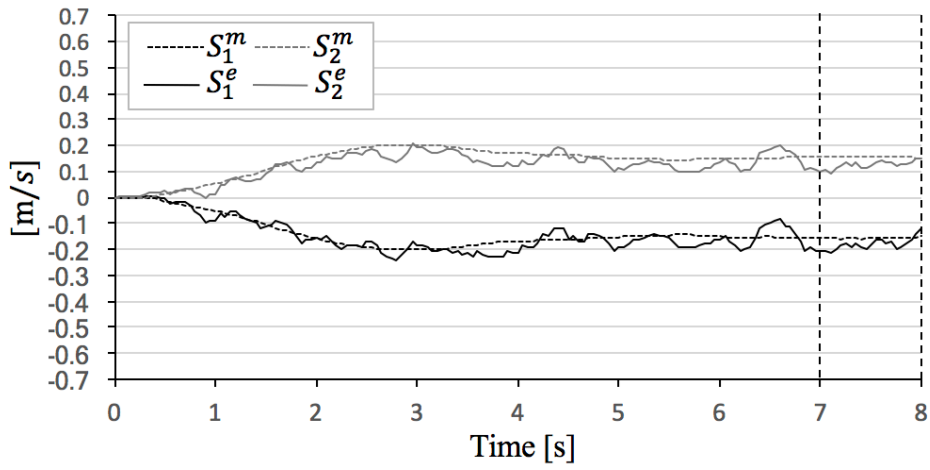


Fig.4- 10 The 3-th experimental result case of  $\alpha = 10^\circ$



**Fig.4- 11** The 4-th experimental result case of  $\alpha = 10^\circ$



**Fig.4- 12** The 5-th experimental result case of  $\alpha = 10^\circ$

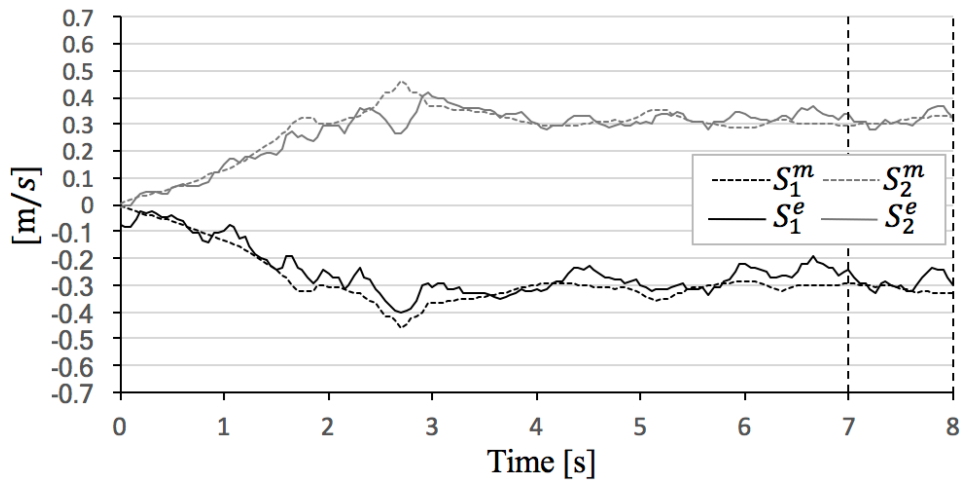


Fig.4- 13 The 1-th experimental result case of  $\alpha = 20^\circ$

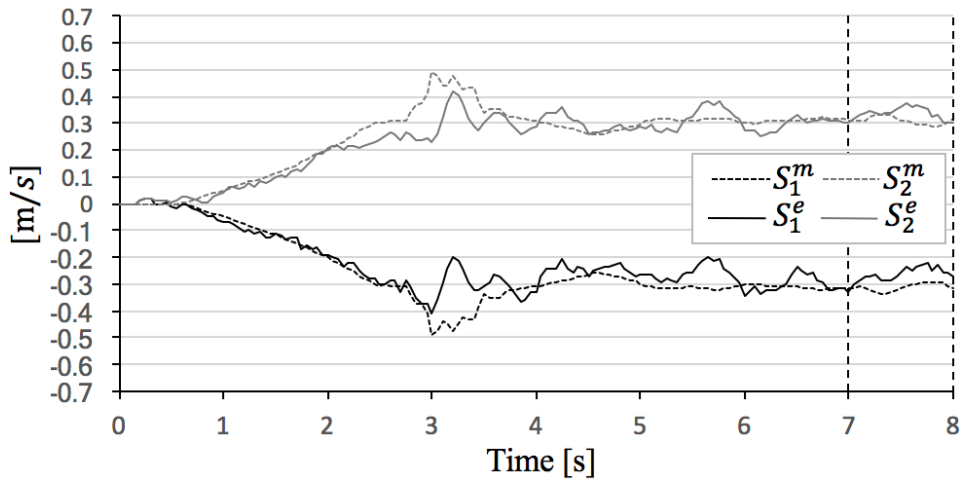


Fig.4- 14 The 2-th experimental result case of  $\alpha = 20^\circ$

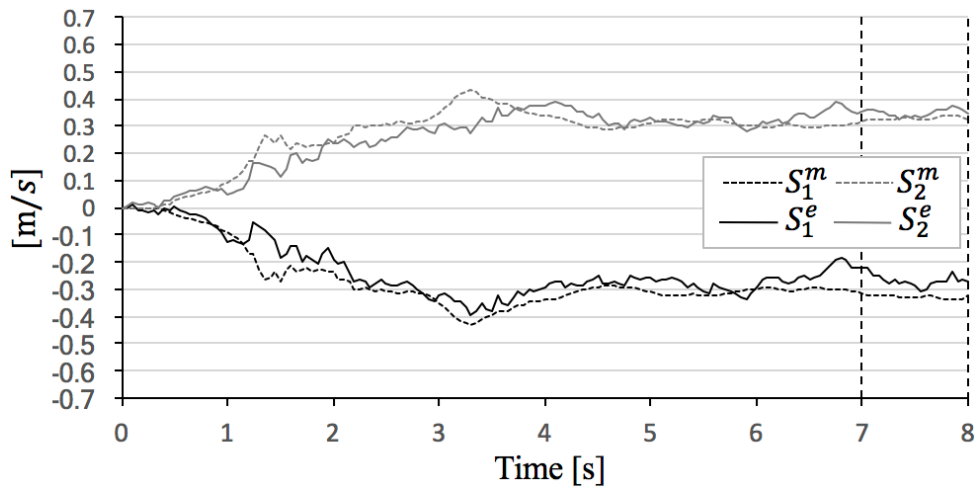
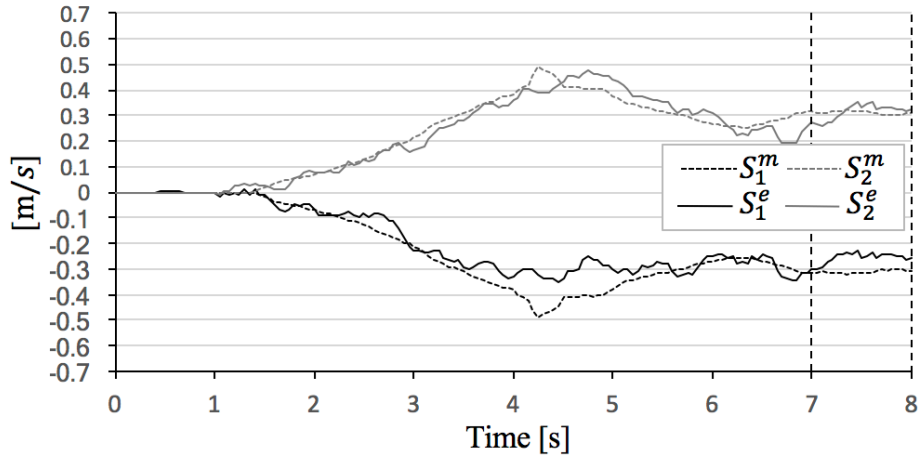
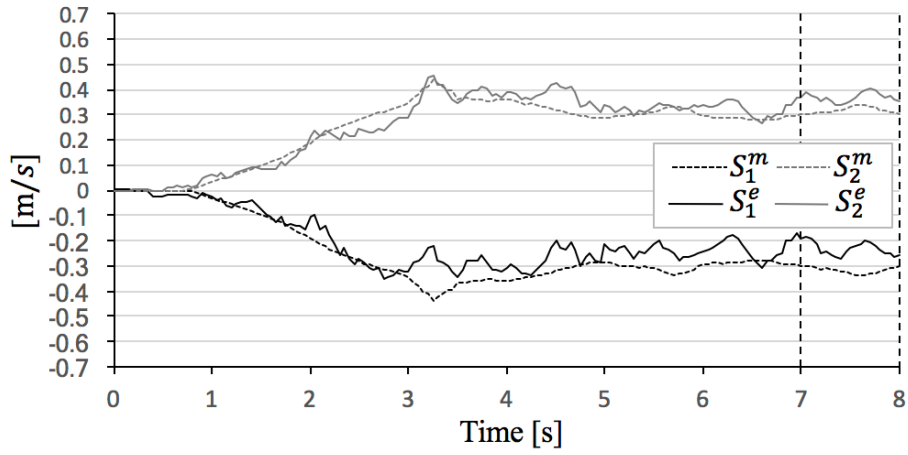


Fig.4- 15 The 3-th experimental result case of  $\alpha = 20^\circ$

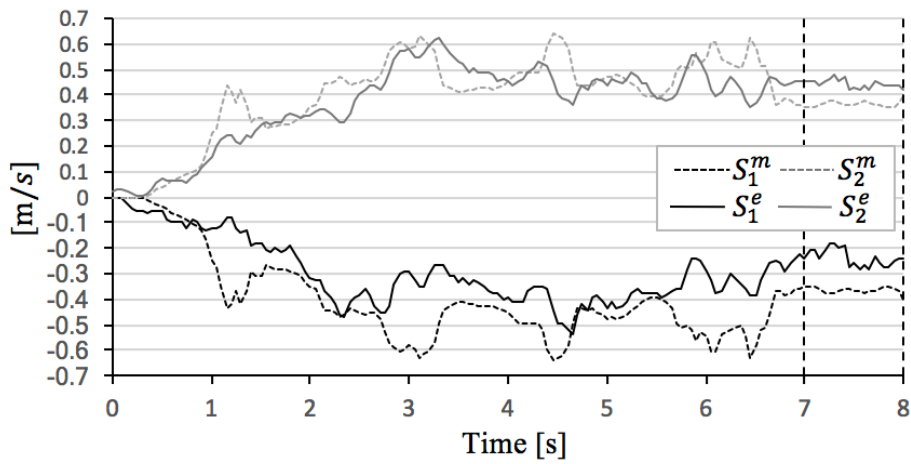




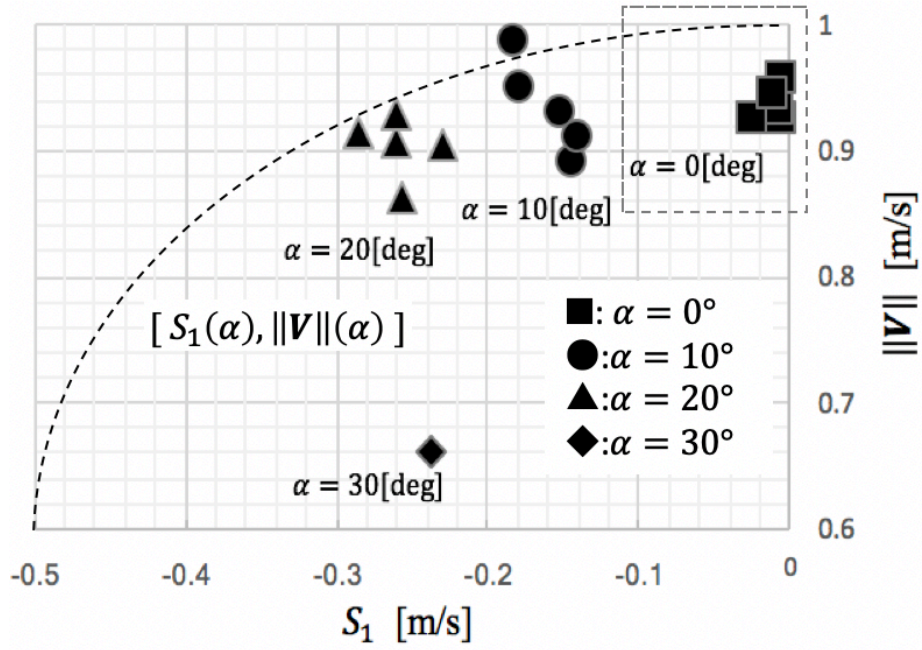
**Fig.4- 16** The 4-th experimental result case of  $\alpha = 20^\circ$



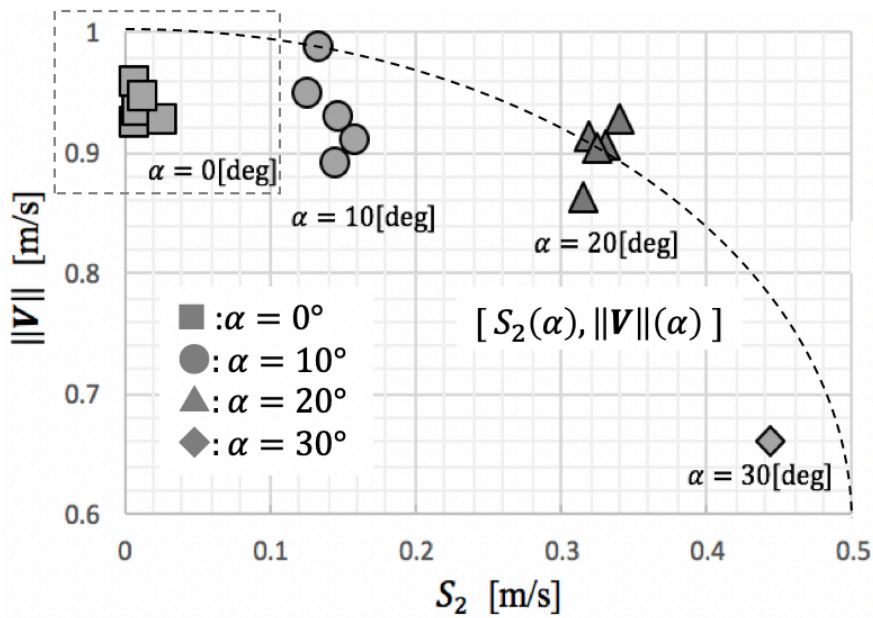
**Fig.4- 17** The 5-th experimental result case of  $\alpha = 20^\circ$



**Fig.4- 18** The 1-th experimental result case of  $\alpha = 30^\circ$



(a) End points of  $\zeta_1$  on  $\text{span}\{X_1, e\}$



(b) End points of  $\zeta_2$  on  $\text{span}\{X_2, e\}$

Fig.4- 19 The distribution of end points of sphere slip velocity

# 第5章

## 結論及び展望

## 第5章 結論及び展望

### 5.1 結論

本研究では、球体移動に注目して、球体を駆動するローラの個数、拘束の有無、球体に対するローラの接触位置、ローラの接触方向(ローラ回転軸の向き)を変数とした球体の一般運動学の導出し、ローラ駆動される球体の移動機構の関連研究の分類を行った。単数のローラ駆動による球体角速度ベクトルの存在空間を考察し、複数のローラ駆動に拡張し議論を行なった。特に、2つの拘束ローラを用いた場合において、ローラと球体の滑りの有無と、線形方程式の解の存在性を関連付け、滑りを考慮した運動学を導出し、球体移動測定機を使い、運動学の有用性を検証した。

第1章では、研究背景を述べ、球体を用いた移動機構に関する関連研究を、移動機構の構造を2つの変数、駆動する球体の個数、球体あたりのアクチュエータの個数について、幾何学的に分類し、球体の一般運動学の導出目的を明確にした。

第2章では、ローラ駆動される球体の移動機構の関連研究の分類を行い、単数のローラ駆動による球体角速度ベクトルの存在空間を考察し、非拘束ローラの場合は平面集合、拘束ローラの場合は直線集合となることを明らかにした。また、これらを複数のローラに適用し、角速度ベクトルの存在空間を決定し、球体の一般運動学を導出した。さらに、関連研究の各運動学に適用することで、導出した一般運動学が関連研究のすべての運動学を包括していることを確認した。また、2つの拘束ローラを用いた場合の球体の角速度ベクトルが満たすべき線形方程式において、線形方程式の解の有無とローラに対する球体の滑りと関連つけた(解がある場合は滑りなし、解がない場合は滑りあり)。また、シミュレーションを行った。

第3章では、球体運動学を検証する球体運動測定機の機構について述べ、一般運動学の中でも2つの拘束ローラの場合における球体がローラに対して滑りがない場合、滑りがある場合の球体の移動速度、移動方向、球体回転軸の角度の検証を行い、球体運動学の正確性を示した。

第4章では、球体運動学のロボカップサッカーロボットのボール保持機構への応用とし、ロボカップ中型サッカーリーグ2017世界大会(名古屋)で世界チームのローラ配置角の調査結果や、運動学検証の実験データを用い解析を行なった。球体の進行速度を固定した場合、ローラ配置角の増加に伴い、ローラの滑り速度が減少するため、ローラの実効速度(球体の速度効率も同様)が向上することを明らかにした。球体の速度効率(ローラの実効速度)が最適となるローラ配置角は  $\alpha = 0^\circ$  であることを示した。

## 5.2 展望

Fig. 5-1 で示されるように、本研究で導出した球体の一般運動学は、用途に応じた運動学取り出しシステムとも見ることができる。今後の展望として以下の機構開発を挙げる。

1. 3つのオムニローラを半球状の鍋の下側に設置し、ローラ駆動による球体の運動を利用し、具材を炒める中華料理ロボット
2. 可展面（平面に展開可能な曲面：平面，円柱，錐面）や線識面（直線成分をもつ曲面：螺旋曲面）などにも拡張し，(2.1)平面ボード上に無数のローラを設置し，荷物を並進または回転運動が可能な2次元運搬装置や，(2.2)螺旋曲面上に，無数のローラを配置し，荷物を鉛直方向に移動可能なローラベアリングによる物体搬送装置
3. 保持力を高めるための非拘束ローラ2つを追加した合計4つのローラを搭載した新型のボール保持機構

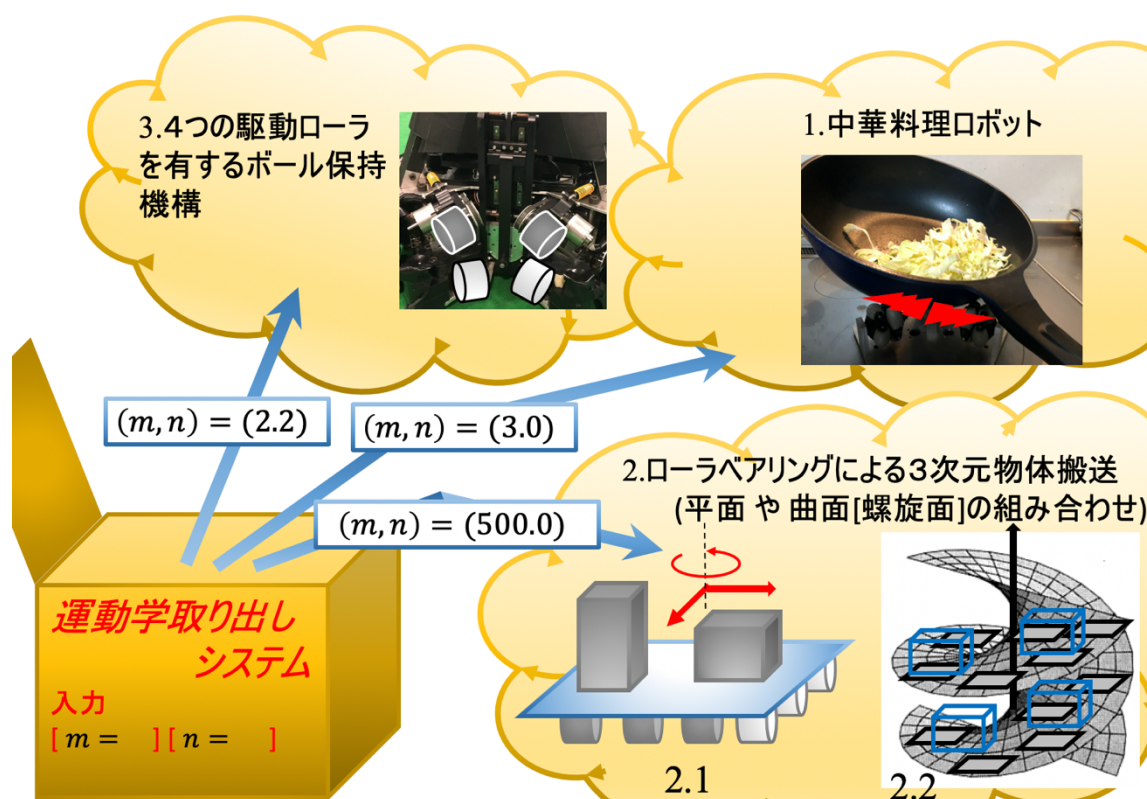


Fig.5- 1 Future prospects

## Appendix A 運動学と全方向移動性

3次正方行列  $[\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}]$  の逆行列は，外積と内積を用いて表すことができる．

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}^T \\ \mathbf{b}^T \\ \mathbf{c}^T \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\langle \mathbf{a} \times \mathbf{b}, \mathbf{c} \rangle} [\mathbf{b} \times \mathbf{c} \quad \mathbf{c} \times \mathbf{a} \quad \mathbf{a} \times \mathbf{b}] \quad (\text{A-1})$$

以下では，(A-1) を用いて，逆行列を計算する．

### A. 1 $(m, n) = (2, 0)$ の場合

#### A. 1. 1 逆運動学

$(m, n) = (2, 0)$  として (2-14) に適用することで得られる．

#### A. 1. 2 順運動学

$P_{\xi, i}$  を通り， $\xi_i$  を単位方ベクトルに持つ平面  $\pi_1, \pi_2$  (原点  $\mathbf{O}$  を含む) に対して，これらの交線  $l$  は，球体の中心  $\mathbf{O}$  を通る． $v_{\xi, i}$  に対して， $\pi_i(v_{\xi, i})$ ， $\pi_i$  に平行であり， $\omega$  の候補となる終点集合は， $\pi_1(v_{\xi, 1}) \cap \pi_2(v_{\xi, 2})$  と直線集合  $l_\omega$  で表される．ここで， $l_\omega$  と  $\mathbf{O}$  を通り  $l_\omega$  に垂直な平面  $M$  に対して， $\omega_M \in l_\omega$  は  $\xi_1$  と  $\xi_2$  の線型結合で表される．

$$\omega_M = -\frac{1}{(1 - \langle \xi_1, \xi_2 \rangle^2)} \{(-v_{\xi, 1} + \langle \xi_1, \xi_2 \rangle v_{\xi, 2})\xi_1 + (\langle \xi_1, \xi_2 \rangle v_{\xi, 1} - v_{\xi, 2})\xi_2\} \quad (\text{A-2})$$

[Proof]

$\omega_M = (A\xi_1 + B\xi_2)$  とおき，(2-4) を用いて両辺に  $\xi_i$  との内積を計算する．

$$\begin{aligned} -v_{\xi, 1}/r &= A + \langle \xi_1, \xi_2 \rangle B \\ -v_{\xi, 2}/r &= \langle \xi_1, \xi_2 \rangle A + B \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

従って， $A, B$  は，以下のように計算される．

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & \langle \xi_1, \xi_2 \rangle \\ \langle \xi_1, \xi_2 \rangle & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -v_{\xi, 1}/r \\ -v_{\xi, 2}/r \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\|\xi_1 \times \xi_2\|^2} \begin{bmatrix} 1 & -\langle \xi_1, \xi_2 \rangle \\ -\langle \xi_1, \xi_2 \rangle & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -v_{\xi, 1}/r \\ -v_{\xi, 2}/r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

$$= \frac{1}{r \|\xi_1 \times \xi_2\|^2} \begin{bmatrix} -v_{\xi,1} + \langle \xi_1, \xi_2 \rangle v_{\xi,2} \\ \langle \xi_1, \xi_2 \rangle v_{\xi,1} - v_{\xi,2} \end{bmatrix}$$

よって  $\omega_M = (A\xi_1 + B\xi_2)$  に代入することで (A-2) 得られる. **[End]**

よって,  $\omega$  は  $l_\omega$  に平行なベクトル  $\xi_1 \times \xi_2$  を用いると, 以下のように表される.

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = \omega_M + t(\xi_1 \times \xi_2) \quad (t \in \mathbb{R}) \quad (\text{A-5})$$

$$= -\frac{1}{r \|\xi_1 \times \xi_2\|^2} \{(-v_{\xi,1} + \langle \xi_1, \xi_2 \rangle v_{\xi,2})\xi_1 + (\langle \xi_1, \xi_2 \rangle v_{\xi,1} - v_{\xi,2})\xi_2\} + t(\xi_1 \times \xi_2)$$

### A. 1. 3 全方向移動性

$\xi_1 \times \xi_2$  が水平面に対して垂直であるとき,  $\xi_1, \xi_2$  は水平面に平行になる. ここで

$$\xi_1 \times \xi_2 = [0, 0, (\xi_1 \times \xi_2)_z]^T \quad \xi_k = [\xi_{k,1}, \xi_{k,2}, 0]^T \quad (\text{A-6})$$

を (A-5) に代入すると,  $\omega_x$  と  $\omega_y$  は  $t$  に依存せず, 以下の式で, 決定される.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \end{bmatrix} &= -\frac{1}{\|\xi_1 \times \xi_2\|^2} \left\{ (-v_{\xi,1} + \langle \xi_1, \xi_2 \rangle v_{\xi,2}) \begin{bmatrix} \xi_{1,1} \\ \xi_{1,2} \end{bmatrix} + (\langle \xi_1, \xi_2 \rangle v_{\xi,1} - v_{\xi,2}) \begin{bmatrix} \xi_{2,1} \\ \xi_{2,2} \end{bmatrix} \right\} \\ &= \frac{1}{\|\xi_1 \times \xi_2\|^2} \begin{bmatrix} \xi_{1,1} & \xi_{2,1} \\ \xi_{1,2} & \xi_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -v_{\xi,1} + \langle \xi_1, \xi_2 \rangle v_{\xi,2} \\ \langle \xi_1, \xi_2 \rangle v_{\xi,1} - v_{\xi,2} \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{\|\xi_1 \times \xi_2\|^2} \begin{bmatrix} \xi_{1,1} & \xi_{2,1} \\ \xi_{1,2} & \xi_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & \langle \xi_1, \xi_2 \rangle \\ \langle \xi_1, \xi_2 \rangle & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\xi,2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-7})$$

さらに,  $\omega_x = -r^{-1}V_y$ ,  $\omega_y = r^{-1}V_x$  を (A-7) に代入し, 変形すると次式を得る.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} &= \frac{1}{\|\xi_1 \times \xi_2\|^2} \begin{bmatrix} \xi_{1,1} & \xi_{2,1} \\ \xi_{1,2} & \xi_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & \langle \xi_1, \xi_2 \rangle \\ \langle \xi_1, \xi_2 \rangle & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\xi,2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} &= \frac{1}{\|\xi_1 \times \xi_2\|^2} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_{1,1} & \xi_{2,1} \\ \xi_{1,2} & \xi_{2,2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & \langle \xi_1, \xi_2 \rangle \\ \langle \xi_1, \xi_2 \rangle & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\xi,2} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-8})$$

ここで,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \xi_{1,1} & \xi_{2,1} \\ \xi_{1,2} & \xi_{2,2} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & \langle \xi_1, \xi_2 \rangle \\ \langle \xi_1, \xi_2 \rangle & -1 \end{bmatrix} \quad (\text{A-9})$$

と置く。この時、 $A$  は正則行列である。

ここで、 $B$  が正則行列ならば、 $\xi_1 = [\xi_{1,1}, \xi_{1,2}, 0]^T$ 、 $\xi_2 = [\xi_{2,1}, \xi_{2,2}, 0]^T$  は一次独立となり、 $\langle \xi_1, \xi_2 \rangle \neq \pm 1$  が成立し、 $C$  は正則行列になる。よって、 $ABC$  は正則行列になり、一次変換により、 $[v_{\xi,1}, v_{\xi,2}]^T \in \mathbb{R}^2$  は、 $[V_x, V_y]^T \in \mathbb{R}^2$  へ写る。よって、球体は全方向移動可能である。

一方、 $B$  が正則行列ではないならば、 $\xi_1 = [\xi_{1,1}, \xi_{1,2}, 0]^T$ 、 $\xi_2 = [\xi_{2,1}, \xi_{2,2}, 0]^T$  は一次独立となり、 $\langle \xi_1, \xi_2 \rangle = \pm 1$  が成立し、 $C$  は正則行列はない。従って、 $ABC$  は正則行列ではない。ここで、 $[\xi_{1,1}, \xi_{1,2}, 0]^T \parallel [\xi_{2,1}, \xi_{2,2}, 0]^T$  が成立し、 $\xi_{2,1} = \xi_{1,1}k$ 、 $\xi_{2,2} = \xi_{1,2}k$  となる  $k \in \mathbb{R}$  が存在する。これらの式を (A-8) に代入し、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \frac{v_{\xi,1} + kv_{\xi,2}}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} -\xi_{1,1} \\ \xi_{1,2} \end{bmatrix} \quad (\text{A-10})$$

従って、 $[-\xi_{1,1}, \xi_{1,2}]^T$  方向のみにしか、球体を移動させることができない。

また、(A-5) の第3式は  $t$  に依存するので  $\rho$  は一意的に定まらない。この時、ローラ配置は、 $\xi_1, \xi_2$  は水平面に平行であれば良い。

一方、 $\xi_1 \times \xi_2$  が水平面に対して垂直 ( $\xi_1, \xi_2$  が水平面に平行) でないならば、 $\omega_x$  と  $\omega_y$  は  $t$  に依存せず、 $\mathbf{V}$  は一意的に定まらず全方向移動可能でない。

## A.2 $(m, n) = (1, 1)$ の場合

### A.2.1 逆運動学

$\mathbf{V}$  に対して、 $\rho$  は  $n=1$  として (2-13) に適用することで得られる。

$$0 = -\|\mathbf{V}\| [\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1]^T \begin{bmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ \tan \rho \end{bmatrix} \quad (\text{A-11})$$

これは非線形連立方程式の解となり、 $(\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_z \neq 0$  であれば任意の  $\varphi \in [0, 2\pi]$  に、対して、 $\rho$  が存在し次式で表される。

$$\rho = \tan^{-1} \left[ \frac{(\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_x \sin \varphi - (\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_y \cos \varphi}{(\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_z} \right] \quad (\text{A-12})$$

ここで、 $(\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_x$ 、 $(\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_y$ 、 $(\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_z$  は、 $\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1$  の成分である。また (A-12)



を (2-18) に代入することで,  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  は次式で表される.

$$[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T = \frac{\|\mathbf{V}\|}{r} \left[ -\sin \varphi, \cos \varphi, \frac{(\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_x \sin \varphi - (\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_y \cos \varphi}{(\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_z} \right]^T \quad (\text{A-13})$$

ここで,

$$\mathbf{P}_{\eta,i} = r [\cos \theta_{1,i} \cos \theta_{2,i}, \sin \theta_{1,i} \cos \theta_{2,i}, \sin \theta_{2,i}]^T \quad (\text{A-14})$$

(A-13) を (2-14) に代入 ( $(m, n) = (1, 1)$  として適用) すると, 逆運動学は表される.

### A. 2. 2 順運動学

(2-14) を ( $(m, n) = (1, 1)$ ) として適用すると,

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_1^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1})^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\eta,1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-15})$$

以下で,  $\mathbf{a} = \boldsymbol{\eta}_1$ ,  $\mathbf{b} = \boldsymbol{\eta}_2$ ,  $\mathbf{c} = \boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}$  として計算すると,

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{\xi}_1 \times \boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle &= \langle \boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\eta}_1 \rangle \langle \boldsymbol{\eta}_1, \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle - \langle \boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_1 \rangle \langle \boldsymbol{\xi}_1, \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle \\ &= -\langle \boldsymbol{\xi}_1, \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle \end{aligned} \quad (\text{A-16})$$

ここで,  $\boldsymbol{\eta}_1 \times (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}) = \mathbf{P}_{\eta,1}$  が成立する. これらの式と (A-16) を用いると, 逆行列は次式のように計算される.

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_1^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1})^T \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \frac{-1}{\langle \boldsymbol{\xi}_1, \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle} [\boldsymbol{\eta}_1 \times (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}), \boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_1 \times \boldsymbol{\eta}_1] \\ &= \frac{-1}{\langle \boldsymbol{\xi}_1, \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle} [\mathbf{P}_{\eta,1}, \boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_1 \times \boldsymbol{\eta}_1] \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$

よって, (A-17) を (A-15) に代入することで得られる.

### A. 2. 3 全方向移動性

球体の全方向移動性について考察する。(A-13) より,  $(\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_z \neq 0$  であれば, 任意の  $\varphi \in [0, 2\pi]$  に対して,  $\rho$  が存在する. 球体の全方向移動性 ( $[\mathbf{v}_{\xi,1}, \mathbf{v}_{\eta,1}]^T \in \mathbb{R}^2$  に対して,  $[V_x, V_y]^T \in \mathbb{R}^2$  の存在性) について考察する. (A-15) の第 1, 2 成分に,  $\omega_x = -r^{-1}V_y$ ,  $\omega_y = r^{-1}V_x$  を代入し変形すると次式を得る.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -V_y \\ V_x \end{bmatrix} &= \frac{1}{r\langle \boldsymbol{\xi}_1, \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle} \left[ -v_{\xi,1} \begin{bmatrix} P_{x,1} \\ P_{y,1} \end{bmatrix} + v_{\eta,1} \begin{bmatrix} X_x \\ X_y \end{bmatrix} \right] \\ \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} &= \frac{1}{r\langle \boldsymbol{\xi}_1, \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle} \begin{bmatrix} P_{x,1} & X_x \\ P_{y,1} & X_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\eta,1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} &= \frac{r}{r\langle \boldsymbol{\xi}_1, \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -P_{x,1} & X_x \\ -P_{y,1} & X_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\eta,1} \end{bmatrix} \\ &= \frac{r}{r\langle \boldsymbol{\xi}_1, \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -P_{x,1} & X_x \\ -P_{y,1} & X_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\eta,1} \end{bmatrix} \\ &= \frac{r}{r\langle \boldsymbol{\xi}_1, \mathbf{P}_{\eta,1} \rangle} \begin{bmatrix} -P_{y,1} & X_y \\ P_{x,1} & -X_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\xi,1} \\ v_{\eta,1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A-18})$$

ただし,

$$\mathbf{P}_{\eta,1} = [P_{x,1} \ P_{y,1} \ P_{z,1}]^T, \quad \boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\xi}_1 = [X_x \ X_y \ X_z]^T \quad (\text{A-19})$$

ここで,  $(\mathbf{P}_{\eta,1} \times \boldsymbol{\eta}_1)_z \neq 0$  ならば, 1 次変換によって  $[\mathbf{v}_{\xi,1}, \mathbf{v}_{\eta,1}]^T \in \mathbb{R}^2$  は,  $[V_x, V_y]^T \in \mathbb{R}^2$  へ写る. 従って, 球体は全方向移動が可能である.

## A. 3 $(m, n) = (0, 2), k = 1$ の場合

### A. 3. 1 逆運動学

$n = 2$  として, (2-13) に適用することで  $\rho$  は以下の非線形方程式を満たす.

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -\|\mathbf{V}\| \begin{bmatrix} (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1)^T \\ (\boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_2)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \\ \tan \rho \end{bmatrix} \quad (\text{A-20})$$

ここで,  $\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1, \boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_2 = \mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2$  より (A-20) は,  $(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_z \neq 0$  であれば任意の  $\varphi \in$

$[0, 2\pi]$  に対して  $\rho$  が存在し、次式で表される.

$$\rho = \tan^{-1} \left[ \frac{(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_x \sin \varphi - (\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_y \cos \varphi}{(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_z} \right] \quad (\text{A-21})$$

ここで,  $( )_x$  は  $( )$  の  $x$  成分を表す.  $\boldsymbol{\omega}$  は (A-21) を (2-18) に代入することで得られる.

$$\begin{aligned} & [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \\ &= \frac{\|\mathbf{V}\|}{r} \left[ -\sin \varphi, \cos \varphi, \frac{(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_x \sin \varphi - (\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_y \cos \varphi}{(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_z} \right]^T \end{aligned} \quad (\text{A-22})$$

また,  $\boldsymbol{\eta}_i$  は  $\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2, \mathbf{P}_i$  に直交し、次式で表される.

$$\boldsymbol{\eta}_i = \frac{\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2 \times \mathbf{P}_i}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2 \times \mathbf{P}_i\|} \quad (i = 1, 2) \quad (\text{A-23})$$

(A-22) を (A-14) に代入 ( $(m, n) = (0, 2)$  として適用) すると,  $\|\mathbf{V}\|, \varphi$  を与えた時,  $v_1, v_2$  が計算される.

$$v_i = -\frac{r \langle \boldsymbol{\omega}, \mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2 \times \mathbf{P}_i \rangle}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2 \times \mathbf{P}_i\|} \quad (i = 1, 2) \quad (\text{A-24})$$

ここで,  $\mathbf{P}_i$  は次式で表されるような極座標  $(\theta_{1,i}, \theta_{2,i})$  を用いた位置ベクトルである.

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i &= r [\cos \theta_{1,i} \cos \theta_{2,i}, \sin \theta_{1,i} \cos \theta_{2,i}, \sin \theta_{2,i}]^T \\ &(\theta_{1,i} \in [0, 2\pi], \theta_{2,i} \in [-\pi/2, \pi/2]) \end{aligned} \quad (\text{A-25})$$

### A. 3. 2 順運動学

$\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1$  と  $\boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_2$  は平行より,  $\text{rank}\{\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1, \boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_2\} = 1$  が成立する. また,  $n = 2$  として (2-16) を適用すると  $\dim W (W = \text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\})$  は, 次式で表される.

$$\dim W = 3 - \text{rank}\{\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_{\eta,1}, \boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_{\eta,2}\} = 2 \quad (\text{A-26})$$

$(m, n) = (0, 2)$  として (2-14) に適用すると,  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  は, 3元非斉次方程式の解で表される.

$$-\frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1)^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_2)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (\text{A-27})$$

ここで、 $\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1$  と  $\boldsymbol{\eta}_2 \times \mathbf{P}_2$  は平行であるので、(A-27) は、以下の (A-28) と同値になる。

$$-\frac{1}{r} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1)^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \quad (\text{A-28})$$

ここで、 $\{\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1\}$  は一次独立であるので、逆行列が存在し  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  は次式で表される。

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1)^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-29})$$

ここで、 $\mathbf{a} = \boldsymbol{\eta}_1$ ,  $\mathbf{b} = \boldsymbol{\eta}_2$ ,  $\mathbf{c} = \boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1$  として (A-1) を用いると、行列式は、次式のように計算される。

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{\eta}_1 \times \boldsymbol{\eta}_2, \boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1 \rangle &= \langle \boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_1 \rangle \langle \boldsymbol{\eta}_2, \mathbf{P}_1 \rangle - \langle \boldsymbol{\eta}_1, \mathbf{P}_1 \rangle \langle \boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2 \rangle \\ &= \langle \boldsymbol{\eta}_2, \mathbf{P}_1 \rangle \end{aligned} \quad (\text{A-30})$$

ここで、 $\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \mathbf{P}_1 \in \text{span}\{\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2\}$  より、 $\boldsymbol{\eta}_2 \times (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1) = -\mathbf{P}_2$ ,  $-\boldsymbol{\eta}_1 \times (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1) = \mathbf{P}_1$  が成立する。これらの式と (A-2) を用いると、逆行列は次式のように計算される。

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1^T \\ \boldsymbol{\eta}_2^T \\ (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1)^T \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\langle \boldsymbol{\eta}_2, \mathbf{P}_1 \rangle} [\boldsymbol{\eta}_2 \times (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1), -\boldsymbol{\eta}_1 \times (\boldsymbol{\eta}_1 \times \mathbf{P}_1), \boldsymbol{\eta}_1 \times \boldsymbol{\eta}_2] \quad (\text{A-31})$$

$$= \frac{1}{\langle \boldsymbol{\eta}_2, \mathbf{P}_1 \rangle} [-\mathbf{P}_2 \quad \mathbf{P}_1 \quad \boldsymbol{\eta}_1 \times \boldsymbol{\eta}_2] \quad (\text{A-32})$$

次に、 $\langle \boldsymbol{\eta}_2, \mathbf{P}_1 \rangle$  を  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$  を用いて表す。まず  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2$  のなす角  $\angle \mathbf{P}_1 \mathbf{O} \mathbf{P}_2$  について、次式が成立する。

$$\sin \angle \mathbf{P}_1 \mathbf{O} \mathbf{P}_2 = r^{-2} \|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\| \quad (\text{A-33})$$

$$\begin{aligned}
\langle \boldsymbol{\eta}_2, \mathbf{P}_1 \rangle &= -\langle \mathbf{n}_1, \mathbf{P}_2 \rangle \\
&= -\|\mathbf{n}_1\| \|\mathbf{P}_2\| \cos(90^\circ - \angle \mathbf{P}_1 \mathbf{O} \mathbf{P}_2) \\
&= -r \sin(\angle \mathbf{P}_1 \mathbf{O} \mathbf{P}_2) \\
&= -r^{-1} \|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|
\end{aligned} \tag{A-34}$$

を (A-32) に代入し, (A-29) を用いると,

$$\boldsymbol{\omega} = [\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T = \frac{1}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} (v_2 \mathbf{P}_1 - v_1 \mathbf{P}_2) \tag{A-35}$$

よって, (A-35) を (2-23) (2-24) (2-25) に代入することで,  $\|\mathbf{V}\|$ ,  $\varphi$ ,  $\rho$  が計算される

### A. 3. 3 全方向移動性

球体の全方向移動性 ( $[v_1, v_2]^T \in \mathbb{R}^2$  に対して,  $[V_x, V_y]^T \in \mathbb{R}^2$  の存在性) について考察する. (2-15) の第 1, 2 成分に,  $\omega_x = -r^{-1}V_y$ ,  $\omega_y = r^{-1}V_x$  を代入し変形すると次式を得る.

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} -V_y \\ V_x \end{bmatrix} &= \frac{r}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} v_2 \begin{bmatrix} P_{x,1} \\ P_{y,1} \end{bmatrix} - v_1 \begin{bmatrix} P_{x,2} \\ P_{y,2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} &= \frac{r}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} -P_{x,2} & P_{x,1} \\ -P_{y,2} & P_{y,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} &= \frac{r}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -P_{x,2} & P_{x,1} \\ -P_{y,2} & P_{y,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{A-36}$$

よって,  $[V_x, V_y]^T$  は次式で表される.

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \frac{r}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} -P_{y,2} & P_{y,1} \\ P_{x,2} & -P_{x,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \tag{A-37}$$

ただし,

$$\mathbf{P}_i = [P_{x,i} \ P_{y,i} \ P_{z,i}]^T, \det \begin{bmatrix} -P_{y,2} & P_{y,1} \\ P_{x,2} & -P_{x,1} \end{bmatrix} = (\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_z \tag{A-38}$$

ここで,  $(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_z \neq 0$  ならば, 1 次変換によって  $[v_1, v_2]^T \in \mathbb{R}^2$  は,  $[V_x, V_y]^T \in \mathbb{R}^2$  へ写る. 従って, 球体は全方向移動が可能である.

一方,  $(\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2)_z = 0$  ならば,  $[P_{x,1}, P_{y,1}]^T \parallel [P_{x,2}, P_{y,2}]^T$  が成立し,  $P_{x,2} = kP_{x,1}, P_{y,2} = kP_{y,1}$  となる  $k \in \mathbb{R}$  が存在する. これらの式を (A-37) に代入し, 次式を得る.

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \frac{v_2 - kv_1}{\|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\|} \begin{bmatrix} P_{y,1} \\ -P_{x,1} \end{bmatrix} \quad (\text{A-39})$$

従って,  $[P_{y,1}, -P_{x,1}]^T$  方向のみにしか, 球体を移動させることができない.

## A. 4 $(m, n) = (3, 0)$ の場合

### A. 4. 1 逆運動学

$(m, n) = (0, 2)$  として (2-14) に適用することで得られる.

### A. 4. 2 順運動学

$$\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} = -\frac{1}{r} \begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \xi_2^T \\ \xi_3^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A-40})$$

において, 以下で,  $a = \xi_1, b = \xi_2, c = \xi_3$  として (A-1) を用いると, 逆行列は次式のように計算される.

$$\begin{bmatrix} \xi_1^T \\ \xi_2^T \\ \xi_3^T \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\langle \xi_1 \times \xi_2, \xi_3 \rangle} [\xi_2 \times \xi_3, \xi_3 \times \xi_1, \xi_1 \times \xi_2] \quad (\text{A-41})$$

よって, (A-41) を (A-40) に代入することで得られる.

### A. 4. 3 全方向移動可能性

(A-41) 式において,  $\langle \xi_1 \times \xi_2, \xi_3 \rangle \neq 0$  ならば, 1 次変換によって  $[v_1, v_2, v_3]^T \in \mathbb{R}^3$  は,  $[\omega_x, \omega_y, \omega_z]^T \in \mathbb{R}^3$  へ写る. 従って, 球体は全方向移動が可能である.

## Appendix B 最適点に関する計算

### B.1 正射影ベクトルの交点計算

Fig. B-1(a)(b) で示されるように、以下の式が成立する.

$$\angle X_1 O P_2 = \angle P_1 O P_2 - 90^\circ \quad (\text{B-1})$$

$$\angle X_2 O P_1 = 180^\circ - \angle X_1 O P_2 \quad (\text{B-2})$$

また

$$\sin \angle P_1 O P_2 = r^{-2} \|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\| \quad (\text{B-3})$$

(B-1)(B-3) と  $\langle \mathbf{P}_2, \mathbf{X}_1 \rangle$  を使うと,

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{P}_2, \mathbf{X}_1 \rangle &= \|\mathbf{P}_2\| \|\mathbf{X}_1\| \cos(\angle P_1 O P_2 - 90^\circ) \\ &= r \sin(\angle P_1 O P_2) = r^{-1} \|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\| \end{aligned} \quad (\text{B-4})$$

(B-2)(B-4) と  $\langle \mathbf{P}_1, \mathbf{X}_2 \rangle$  を使うと,

$$\langle \mathbf{P}_1, \mathbf{X}_2 \rangle = -\langle \mathbf{P}_2, \mathbf{X}_1 \rangle = -r^{-1} \|\mathbf{P}_1 \times \mathbf{P}_2\| \quad (\text{B-5})$$

ここで,  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \boldsymbol{\omega}_t$  を使うと,

$$\boldsymbol{\omega}_t = (C_1 \mathbf{P}_1 + C_2 \mathbf{P}_2), C_1, C_2 \in \mathbb{R} \quad (\text{B-6})$$

(B-6) の両辺に,  $\mathbf{X}_i$  との内積を取ると,

$$\langle \boldsymbol{\omega}_t, \mathbf{X}_i \rangle = C_1 \langle \mathbf{P}_1, \mathbf{X}_i \rangle + C_2 \langle \mathbf{P}_2, \mathbf{X}_i \rangle \quad (\text{B-7})$$

(2-4) を使い, (B-7) の左辺は以下で表される.

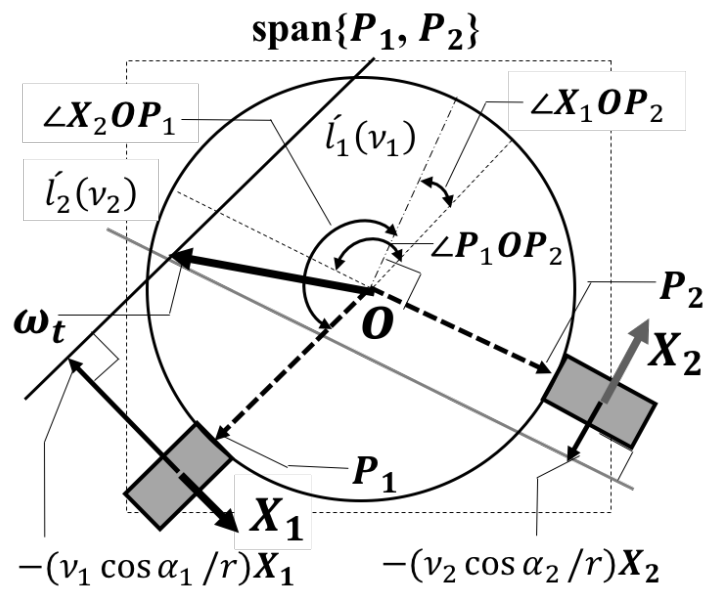
$$\langle \boldsymbol{\omega}_t, \mathbf{X}_i \rangle = -\frac{v_i \cos \alpha_i}{r} \quad (\text{B-8})$$

$\langle \mathbf{P}_i, \mathbf{X}_i \rangle = 0$  と (B-8) を用いることで, (B-7) の右辺は以下で表される.

$$C_1 \langle \mathbf{P}_1, \mathbf{X}_2 \rangle = -\frac{v_2 \cos \alpha_2}{r}, \quad C_2 \langle \mathbf{P}_2, \mathbf{X}_1 \rangle = -\frac{v_1 \cos \alpha_1}{r} \quad (\text{B-9})$$

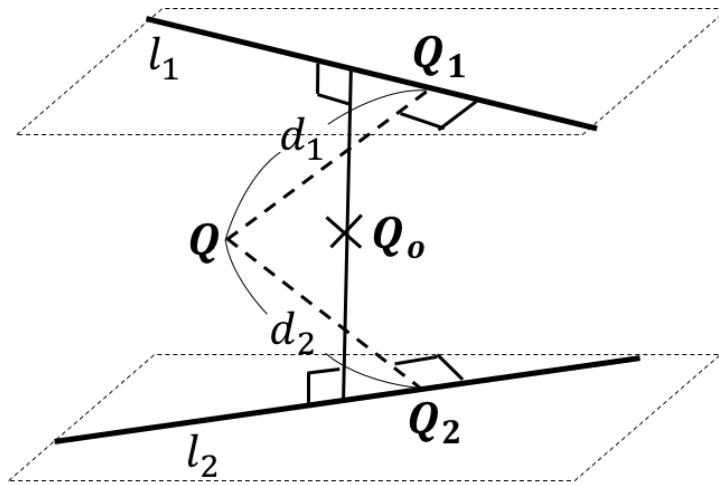
さらに, (B-4)(B-5) を用いる事で,  $C_1, C_2$  は以下のように表される.

$$C_1 = \frac{v_2 \cos \alpha_2}{\|P_1 \times P_2\|}, \quad C_2 = \frac{-v_1 \cos \alpha_1}{\|P_1 \times P_2\|} \quad (\text{B-10})$$

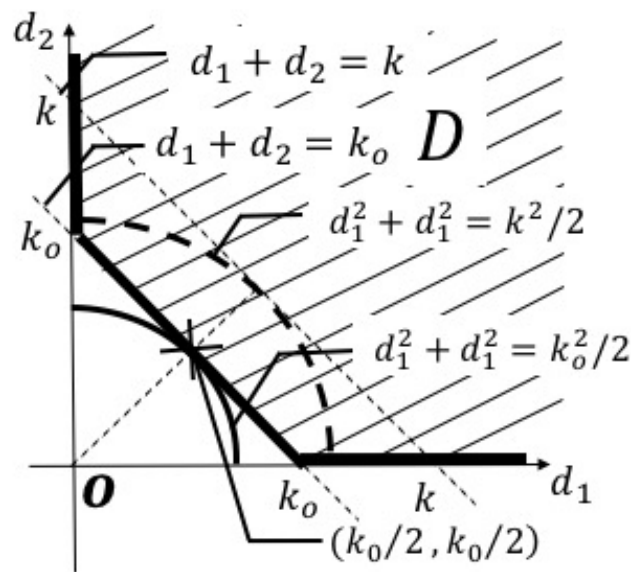


**Fig.B- 1** The end point of angular velocity vector





(a) Problem(A): Minimum  $d_1^2 + d_2^2$  such that  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$



(a) Problem(B): Minimum  $d_1^2 + d_2^2$  such that  $(d_1, d_2) \in D$

**Fig.B- 2** Minimum problem of sum of squares distance

## B.2 最適点の計算

**Fig. B-2(a)(b)** で示されるように,  $d_1, d_2$  を  $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^3$  と  $l_1, l_2$  の距離,  $\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2$  を  $l_1, l_2$  への垂線の足とする. ここで, 以下の補題を用いる.

### Lemma

$k_0$  を  $d_1 + d_2$  の最小値,  $M_k = \{\mathbf{X} \mid d_1 + d_2 = k, k_0 \leq k, k \in \mathbb{R}, \mathbf{X} \in \mathbb{R}^3\}$  とすると, 以下が成立する.

- (i)  $k \neq \acute{k} \Leftrightarrow M_k \cap M_{\acute{k}} = \phi$
- (ii)  $\bigcup_{k_0 \leq k} M_k = \mathbb{R}^3$

また, 以下の問題 (A) (B) は同値になることを用いる.

問題(A):  $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$  における  $d_1^2 + d_2^2$  の最小値

問題(B):  $(d_1, d_2) \in D = \{(d_1, d_2) \mid k_0 \leq d_1 + d_2, 0 \leq d_1, d_2\}$  における  $d_1^2 + d_2^2$  の最小値

従って,  $(d_1, d_2) = (k_0/2, k_0/2)$  の時,  $d_1^2 + d_2^2$  は最小値をとる. 従って,  $\mathbf{Q}_0 \in \mathbb{R}^3$  は  $l_1$  と  $l_2$  の中点である.

## Appendix C 実験値の測定方法

2つの駆動されたローラにより，中央部に球体を設置した実験機は3自由度の運動(並進運動・回転運動)を行う．従って，この測定を行うための車輪に搭載するのに必要なエンコーダは3つで十分である．しかし，球体の中心速度(実験機の並進速度)に加えて，水平面上を転がる球体の回転軸の角度( $\boldsymbol{\omega}$  のヨー成分  $\omega_z$  に依存)の測定値が必要である．さらに，球体に単数のエンコーダを搭載させ，合計4つのエンコーダを使用した．以下で方法を示す．

### C.1 球体の進行方向・速度

Fig. C-1(a) で示されるように，球体に固定された座標系  $\Sigma - xyz$  内の， $xy$ 平面上において，機構中心  $\mathbf{O}$  から距離  $L$  ( $L = 0.2395[\text{m}]$ ) の場所に正四角形状に等間隔に，非拘束車輪が設置されている．その中の3車輪に装着されたエンコーダ  $D_1, D_2, D_3$  の計測値を  $d_1, d_2, d_3$  [m/s] とする．また，各エンコーダ回転軸の単位ベクトル  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2, \mathbf{n}_3$  は，機構の中心  $\mathbf{O}$  に向いており，右ネジ周りの回転を正と仮定する．ベクトル  $\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \mathbf{X}_3$  を，各車輪中心を始点とした実験機外周の反時計回りの単位ベクトルとして，以下のように定義する．

$$\mathbf{X}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}[-1, 1]^T, \quad \mathbf{X}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}[-1, -1]^T, \quad \mathbf{X}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}}[1, 1]^T \quad (\text{C-1})$$

ここで，球体の並進速度を， $\mathbf{V} = [V_x, V_y]^T$  において，各車輪で発生する並進速度ベクトルは， $\mathbf{V}$  の  $\mathbf{X}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) に対する射影ベクトルであり， $\langle \mathbf{V}, \mathbf{X}_i \rangle \mathbf{X}_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) で表される．

次に，機構の中心  $\mathbf{O}$  の反時計周りの回転角度を  $\phi$  [rad] (反時計周りを正とする)と表したとき，回転角速度は， $\dot{\phi}$  [rad/s] で表される．従って，回転周速度は  $L\dot{\phi}$  で与えられ，並進の速度  $\langle \mathbf{V}, \mathbf{X}_i \rangle$  との和をとることにより， $d_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) は，次式で表される．

$$d_i = \langle \mathbf{V}, \mathbf{X}_i \rangle + L\dot{\phi} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (\text{C-2})$$

(C-1) を (C-2) に代入することにより， $[d_1, d_2, d_3]^T$  は3次正則行列で表される．

$$\begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} = 1/\sqrt{2} \begin{bmatrix} -1 & 1 & \sqrt{2}L \\ 1 & -1 & \sqrt{2}L \\ 1 & 1 & \sqrt{2}L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \quad (\text{C-3})$$

(C-3) を逆に解くことにより，次式を得る．

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = 1/2 \begin{bmatrix} -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ 1/L & 1/L & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix} \quad (\text{C-4})$$

よって, (C-4) の  $V_x, V_y$  成分を用いることで, 実験値  $\|\mathbf{V}\|_e$   $\varphi_e$  は, 次式で表される.

$$\|\mathbf{V}\|_e = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_3^2 - 2d_1d_3 - 2d_2d_3} \quad (\text{C-5})$$

$$\varphi_e = \tan^{-1}[V_y/V_x] = \tan^{-1}[(d_3 - d_2)/(d_3 - d_1)]$$

## C.2 球体回転軸の角度

**Fig. C-1(a)(b)** で示されるように, エンコーダ  $D_4$  は球体上の, 球体の中心  $\mathbf{O}$  からの高さが  $h$  となる座標  $\mathbf{Q} = [0, -\sqrt{r^2 - h^2}, h]^T$  に設置されており, その計測値を  $d_4$  [m/s] とする. 設計上の都合により, エンコーダ  $D_4$  は球体の赤道 ( $h = 0$ ) の設置ができなかったが,  $h = 0.005$ [m] として値を設定した. この時, エンコーダ  $D_4$  の回転方向の単位ベクトル  $\mathbf{X}_4$  (球体の外周の反時計回り) は, 次式で与えられる.

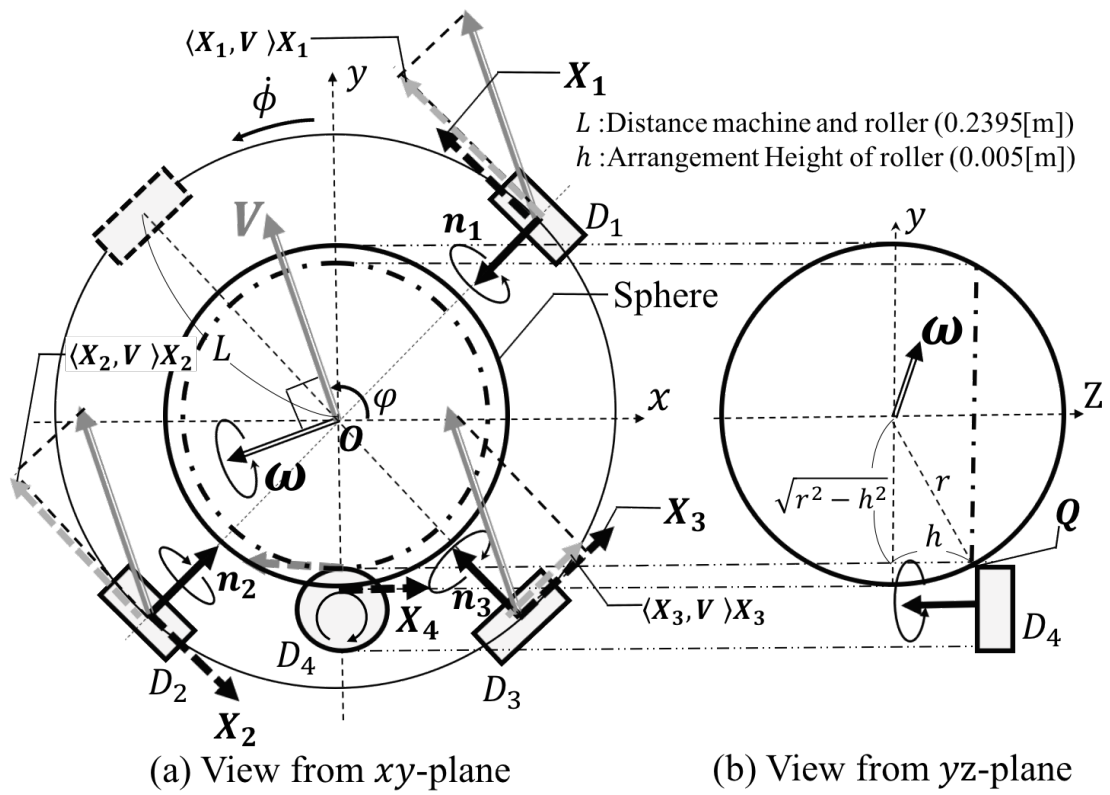
$$d_4 = \langle \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{Q}, \mathbf{X}_4 \rangle \quad (\text{C-6})$$

$\omega_z$  について解くと, 次式が得られる.

$$\omega_z = \frac{rd_4 - hV_x}{r\sqrt{r^2 - h^2}} \quad (\text{C-7})$$

ここで, (C-8) において, 第1等式は (2-25), 第2等式は (2-23), 第3等式は (C-7), 第4等式は (C-4) の  $V_x$  成分と (C-5) 用いることで, 実験値  $\rho_e$  は, 次式のように得られる.

$$\begin{aligned} \rho_e &= \tan^{-1} \left[ \omega_z / \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2} \right] = \tan^{-1} [r\omega_z / \|\mathbf{V}\|_e] \\ &= \tan^{-1} \left[ \frac{rd_4 - hV_x}{\|\mathbf{V}\|_e \sqrt{r^2 - h^2}} \right] \\ &= \tan^{-1} \left[ \frac{hd_1 - hd_3 + \sqrt{2}rd_4}{\sqrt{r^2 - h^2} \sqrt{d_1^2 + d_2^2 + 2d_3^2 - 2d_1d_3 - 2d_2d_3}} \right] \end{aligned} \quad (\text{C-8})$$



**Fig.C- 1** The four Encoder arrangement.(a) three Encoder are adapted for measure sphere mobile velocity and (b) Single Encoder is adapted for measure angle of sphere rotational axis.

## 参考文献

- [1] R. Mukherjee, M. A. Minor, J. T. Pukrushpan, Motion Planning for a Spherical Mobile Robot: Revisiting the Classical Ball-Plate Problem, Transactions of the ASME, vol.124, no.3, pp.502-511, 2002.
- [2] Alexey V. Borisov, Alexander A. Kilin, and Ivan S. Mamaev, How to Control the Chaplygin Ball Using Rotors. II, ISSN 1560-3547, Regular and Chaotic Dynamics, 2013, Vol.18, Nos.1-2, pp. 144-158, 2013.
- [3] C. Camicia, F. Conticelli and A. Bicchi, Nonholonomic kinematics and dynamics of the Sphericle, IROS2000, Vol.1, pp. 805-810, 2000.
- [4] Ranjan Mukherjee, Mark A. Minor, Jay T. Pukrushpan, Motion Planning for a Spherical Mobile Robot: Revisiting the Classical Ball-Plate Problem, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control DECEMBER 2002, Vol.124, no.4, 502-511, 2002.
- [5] Kok-Meng Lee and Hungsun Son, Torque Model for Design and Control of a Spherical Wheel Motor, Proceedings of the 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Monterey, California, USA, pp. 24-28, 2005.
- [6] Hungsun Son, Kok.Meng .Lee, Open-Loop Controller Design and Dynamic Characteristics of a Spherical Wheel Moter, IEEE Transactins on Intdustrial Electronics, Vol.57, No.10, pp.3475-3482, 2010.
- [7] B. Dehez, G. Galary, Development of a Spherical Induction Motor with Two Degrees of Freedom, IEEE Transactins on Magnetics, Vol.42, No.8, pp.2077-2089, 2006.
- [8] Lauwers, T. B. et al, A dynamically stable single-wheeled mobile robot with inverse mouse-ball drive, IEEE International Conference on Robotics and Automation 2006. Orlando, 2006-05-15/19, IEEE Robotics and Automation Society, pp. 2884-2889, 2006.
- [9] Seyfarth, Greg. et al, Initial results for a ballbot driven with a spherical induction motor, 2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation . Stockholm, IEEE Robotics and Automation Society, pp. 3771 - 3776, 2016.
- [10] U. Nagarajan, M. Anish Mampetta, G. Kantor and R. Hollis, State transition, balancing, station keeping, and yaw control for a dynamically stable single spherical wheel mobile robot, IEEE Internatonal Conference on Robotics and Automation (ICRA`09), pp998-1003, 2009.
- [11] M. West, H. Asada, Design and control of Ball Wheel Omnidirectional Vehicles, 1995 IEEE Int. Conf. on. Robotics and Automation, pp.1931-1938, 1995.
- [12] K. Tadakuma, R Tadakuma, and J. Berengeres, Development of holonomic omnidirectional vehicle with "omni-ball": spherical wheels, In Proceedings of the 2007 IEEE/RAS-EMBS

- International Conference Robots and systems, pp.33-39, 2007.
- [13] 和田正義, 井上雄介, 平間貴大, 球による動力伝達機構を用いたアクティブチャスタの運動解析と機構設計, 日本ロボット学会誌, vol. 31, No. 6, pp. 591-598, 2013.
- [14] 加藤航甫, 和田正義, 単球による ACROBAT 全方向移動機構の運動解析と試作, 機械学会論文集(C編), Vol.84, No.864, pp.1-12, 2018.
- [15] M. Kumagai, T. Ochiai, Development of a robot balanced on a ball – Application of passive motion to transport, Proc. ICRA IEEE(2009), pp. 4106-4111, 2009.
- [16] A. Weiss, R.G. Langlois, M.J.D. Hayes, The Effects of Dual-Row Omnidirectional Wheels on the kinematics of the Atlas Spherical Motion Platform, accepted for publication in Mechanism and Machine Theory, Vol.44, No.2, pp.349-358, 2009.
- [17] Lee, Y.C., Danny, Lee, D.V., Chung, J., and Velinky, S.A., Control of a redundant, reconfigurable ball wheel drive mechanism for an omnidirectional platform, Robotica(2007), 2006 Cambridge University Press, Vol.25(2007), pp.385-395, 2007.
- [18] Endo, Tatsuuro. et al, An omnidirectional vehicle on a basketball, 12th International Conference on Advanced Robotics. Seattle, 2005-07-18/20, IEEE Robotics and Automation Society, pp. 573-578, 2005.
- [19] GIZMODO. [https://www.gizmodo.jp/2012/09/post\\_10874.html/](https://www.gizmodo.jp/2012/09/post_10874.html/) (accessed March 7, 2020)
- [20] 松本直樹, 竹田滋, 飯田慎二, 伊東正篤, 3つの球を使った全方向移動機構の運動と制御, 日本機械学会講演論文集(C編), Vol.60 No.576, pp.2756-2763, 1994.
- [21] H. Ghariblu, A. Moharrami and B. Ghalamchi, Design and prototyping of Autonomous Ball Wheel Mobile Robots, Mobile Robots-Current Trends ISBN:978-953-307-716-1, 2011.
- [22] 石田秀一, 宮本弘之, 球体駆動式全方向移動機構の開発, 日本機械学会学会講演論文集(C編), Vol.78, No.790, pp.2162-2170, 2012.
- [23] 山田健介, 宮本共生, 白井清一, 4個の球を用いた全方向移動機構に関する研究, 日本機械学会学会講演論文集(C編), Vol.71, No.708, pp.2557-2562, 2005.
- [24] 和田正義, 車輪幅可変機構を有する全方向移動車の設計とその車椅子への応用, 日本ロボット学会誌, vol. 16 No. 6, pp. 816-823, 1998.
- [25] S. Masacaro, J. Spano and H. Asada, A Reconfigurable Holonomic Omnidirectional Mobile Bed with Unified seating (RHOMBUS) for Bedridden Patients, 1997 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.1277-1282, 1997.
- [26] D. J. Montana, The kinematics of contact and grasp, International Journal of Robotics Research, vol.7, no.3, pp.17-32, 1988.
- [27] A. Bicchi and A. Marigo, Dexterous Grippers: Putting the nonholonomy to Work for Fine

- Manipulation, *Int. J. Robot. Res.*, Vol. 21, No. 5–6, pp. 427–442, 2002.
- [28] A. Cole, J. Hauser and S. Sastry, Kinematics and control of multifingered hands with rolling contacts, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol.34, no 4, pp.398-404, 1989.
- [29] A. Nakashima, K. Nagase and Y. Hayakawa, Control of Contact Points by Multifingered Robot Hand with Manipulating an Object, *Proceeding of ICASE/SICE Joint Workshop, Muju Resort, Korea*, pp.120-125, 2002.
- [30] A. Nakashima, K. Nagase and Y. Hayakawa, Control of a Sphere Rolling on a Plane with Constrained Rolling Motion, *Proceeding of 44th IEEE Conference on Decision and Control (CDC) and European Control Conference (ECC)*, Seville, Spain, pp.1445-1452, 2005.
- [31] 中島明, 長瀬賢二, 早川義一, 単一種類の閉軌道の繰り返しを用いた平面を転がる球の接触点の制御, *計測自動制御学会論文集*, Vol. 40 No. 4, pp.434-441, 2004.
- [32] 水野伸太郎, 三平満司, 古賀雅伸, 石川将人, 転がりを用いた球体の姿勢制御, *日本ロボット学会誌*, Vol. 16 No.1, pp.118-123, 1998.
- [33] 三平満司, 水野伸太郎, 石川将人, 古賀雅伸, 2板間に挟まれて運動する剛球の位置制御, *日本ロボット学会誌*, Vol.14, No.8, pp.1237-1242, 1996.
- [34] 関本昌紘, 有本卓, 仮想バネ・ダンパー仮説に基づいた冗長関節ロボットアーム制御法の実験的検証, *日本ロボット学会誌*, Vol.25, No.25, pp.785-791, 2007.
- [35] S. Arimoto, M. Yoshida, Modeling and Control of 2-D Grasping of Object with Arbitrary Shape under Rolling Contact, *SICE Journal, Measurement, and System Integration*, Vol.2, No.6, pp.379-386, 2009.
- [36] S. Arimoto, M. Sekimoto, A Challenge to Bernstein's Degrees-of-Freedom Problem in Both Cases of Human and Robotic Multi-Joint Movements, *IEICE TRANS. FUNDAMENTALS*, Vol. E88-A, no.10, 2484-2495, 2005.
- [37] 広瀬茂男, 大荷重高効率全方向車輪の開発, *日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 1993 講演会論文集*, pp.350-355, 1993.
- [38] 磯田隆司, オフロード走行用ローラ・クローラ型全方向移動ロボット, *日本機械学会論文集(C編)*, vol.65, no.635, pp.3282-3289, 1999.
- [39] 西川晃, マークウエスト, 浅田春比古, ホロノミック特性を有する全方向移動ロボットの高精度誘導方式の開発, *日本ロボット学会誌*, Vol.13.No2, pp.97-103, 1992.
- [40] I.E. Paromtchik, H. Asama, T. Fujii and I. Endo, "A control system for an omnidirectional mobile robot, *Proc. of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Vol.2, pp.1123-1128, 1999.
- [41] A. Yamashita, H. Asama, H. Kaetsu, I. Endo and T. Arai, Development of Omni Directional and Step-Climbing Mobile Robot, *Proc. of the 3<sup>rd</sup> International Conference on Field and Service*



- Robotics(FSR2001), pp.327-332, 2001.
- [42] D.S.Kim,H.C.Lee and W.H.Kwon,Geometric Kinematics Modeling of Omni-directional Autonomous Mobile Robot and Its Applications,Proceedings Automation,pp.2033-2038, 2000.
- [43] Wada, Masayoshi. et al, Design and control of a variable footprint mechanism for holonomic omnidirectional vehicles and its application to wheelchairs, IEEE Transactions on Robotics and Automation,Vol. 15, Issue 6, pp. 978-989,1999.
- [44] R.Osserman,The isoperimetric inequality,Bull.amer.Math.Soc.84,1182-1238,1978.
- [44] A.D.Alexsandorov,Uniqueness theorem for surfaces in the large,American Mathematical Society Translations Series2 Volume21, pp341-347,1956.
- [46] Barbosa,J,L,do Carmo,M."Stability of hypersurfaces with constant mean curvature".Math.Z.185,pp.339-353,1984.
- [47] R.J.G.Alaerds,Mechanical design of the next generation Tech United Turtle,Technische Universiteit Eindhoven, 2010.
- [48] Y. Yasohara,K.Shimizu et al., Development of Ball Handling Mechanism for RoboCup MSL, *30<sup>th</sup> Fussy System Symposium*, pp. 616-617, 2014.
- [49] S. Chikushi, M. Kuwada, et al., Development of Next-Generation Soccer Robot"Musashi150"for RoboCup MSL,*30<sup>th</sup> Fussy System Symposium*, pp. 624-627, 2014.
- [50] R. Junkai, X. Chenggang, X. Junhao et al., A Control System for Active Ball Handling in the RoboCup Middle Size League, *2016 Chinese Control and Decision Conference (CCDC)*, (IEEE, Yinchuan, 2016), pp. 4396- 4402, 2016.
- [51] R. Dias : "CAMBADA'2014: Team Description Paper" Transverse Activity on Intelligent Robotics IEETA/DETI - University of Aveiro, Portugal.
- [52] Y. Takemura, Y. Ogawa, A System Design Concept Based on Omnirirectional Mobility,Safety and Modularity for an Autonomous Mobile Soccer Robot,*Journal of Bionic Engineering,ELSEVIER,Vol.5Suppl*, pp.121-129, 2008.
- [53] 湯軍, 渡辺桂吾, 栗林勝利, 白石大和, 直交車輪機構を用いた全方向移動ロボット車の自律制御, 日本ロボット学会誌, Vol.17 ,No.1, pp. 51-60, 1990.
- [54] 藤沢正一郎, 大久保慶治, 師玉康成, 山浦弘夫, 四輪独立駆動型全方向移動ロボットの運動学と走行特性, 日本機械学会論文集(C 編), Vol. 62, No. 604, pp. 4573-4579, 1996.
- [55] K.Fujimoto, K. Ishii, Y. Kitazumi, Development of a ball handling mechanism for a RoboCup Soccer Robot, *Robotics and Mechatronics Conference*, 2A2-F08(1) - 2A2-F08(4), 2011.
- [56] J. de Best, R. van de Molengraft, M. Steinbuch, A Novel Ball Handling Mechanism for the RoboCup Middle Size League, *Mechatronics*, vol. 21, pp. 469-478, 2011.

- [57] R. D'Andrea, T. Kalmar-Nagy and P. Ganguly, M. Babish, The Cornell RoboCup Team, in RoboCup 2000: Robot SoccerWorld Cup IV, pp. 41-51, 2002.
- [58] Daniël Gideon Hugo Smit, Robocup Small Size League Active ball handling system, Stellenbosch University, Master in Engineering (Mechatronic).
- [59] Nuno. Lau, Luis Seabra. Lops,CAMBADA Information Sharing and Team Coordination,Proc.Robotica,978-972-96895-3-6, pp.27-32, 2008.
- [60] K. Kimura, K. Ishii, Y. Takemura, M. Yamamoto, Mathematical Modeling and motion analysis of the wheel based ball retaining mechanism, *SCIS & ISIS*, pp. 4106-4111, 2016.
- [61] R. Hoogendijk, Design of a Ball Handling Mechanism for Robocup, Bachelor End Project, 2007.
- [62] J. de Best, R. van de Molengraft, and M. Steinbuch, A Novel Ball Handling Mechanism for the RoboCup Middle Size League, *IFAC Mechatronics*, Vol. 21, Issue 2, pp. 469-478, 2011.
- [63] W. Houtman, Design of a Ball Clamping System for RoboCup Middle Size League Robots, Bachelor Final Project Eindhoven University, 2014.

## 業績リスト

### 原著論文

- [1] K. Kimura, K. Ogata, K. Ishii, Novel Mathematical Modeling and Motion Analysis of a Sphere Considering Slipping, *Journal of Robotics, Networking and Artificial Life*, Vol.6, issue 1, pp. 27-32, 2019.
- [2] K. Kimura, S. Chikushi, K. Ishii, Evaluation of the Roller Arrangements for the Ball-Dribbling Mechanisms adopted by RoboCup Teams, *Journal of Robotics, Networking and Artificial Life*, Vol.6, issue 3, pp. 183-190, 2019.
- [3] 木村憲二, 筑紫影太, 石井和男, 山本元司, ローラ駆動される球体の運動解析, *日本ロボット学会誌*, Vol.38, No5, 2020.

### 査読付き国際会議

- [1] K. Kimura, K. Ishii, Y. Takemura, M. Yamamoto, Mathematical Modeling and motion analysis of the wheel based ball retaining mechanism, *SCIS & ISIS*, pp.518-523, 2016.
- [2] K. Kimura, S. Chikushi, K. Ishii, Slip Model of Ball Driven by Two Rollers, *The 2018 international Conference on Artificial Alife and Robotics*, Oita. pp.753-756, 2018.
- [3] K. Kimura, S. Chikushi, K. Ishii, Evaluation for Ball Dribbling Mechanism of RoboCup Middle Size League Soccer Robot in The World Teams, *The 2019 international Conference on Artificial Alife and Robotics*, Oita. pp.548-552, 2019.

### 査読付き国内会議

- [1] 木村憲二, 石井和男, 山本元司球体の運動制御とホイール配置の一般論, 第21回ロボティクスシンポジウム(長崎), pp.80-85, 2016.

### 査読なし国内会議

- [1] 木村憲二, 石井和男, 球体の運動制御に関する研究, 第33回日本ロボット学会学術講演会(東京), RSJ2015AC1K1-03, 2015.
- [2] 木村憲二, 石井和男, ホイールによる球体駆動の一般論とその応用, 第16回計測自動制御学会システムインテグレーション部門講演会, 名古屋, pp427-432, 2015.
- [3] 木村憲二, 石井和男, 2個のホイール駆動による球体の運動制御, ロボティクス・メカトロニクス講演会(横浜), 2A2-07a4(1)-2A2-07a4(4), 2016.
- [4] 木村憲二, 石井和男, 2接点駆動される球体の運動学とその解析, ロボティクス・メカトロニクス講演会(福島), 1P1-F11(1)-1P1-F11(2), 2017.
- [5] 木村憲二, 石井和男, 2接点駆動される球体の運動学と解析, ロボティクス・メカトロニクス講演会(福岡), 2A1-H06(1)-2A1-H06(4), 2018.
- [6] 木村憲二, 上田拓実, 石井和男, 球体を駆動するローラの運動エネルギーに関する考察, ロボティクス・メカトロニクス講演会(広島), 2P1-A08(1), 2019.

## 謝辞

本論文の作成にあたり、実に多くの方々からのご支援、ご指導を頂きました。略儀ではありますが、本論文の書中にて心からの感謝の意を記します。

博士後期課程の修了に至るまで、懇切丁寧なご指導を賜りました九州工業大学大学院生命体工学研究科 生命体工学専攻 教授 石井 和男先生に深く感謝致します。

生命体工学研究科 人間知能システム工学専攻 教授 ジェーン ドゥーソップ ジェームズ先生、情報工学研究院 機械情報工学研究系 教授 林 英治先生、生命体工学研究科 人間知能システム工学専攻 准教授 宮本 弘之先生には論文審査委員として、多くのご助言を頂きました。感謝申し上げます。

また九州大学工学研究院機械工学部門教授、山本 元司先生には、インターシップを始めとし、論文指導においてもご多用の中、お時間を頂き貴重なご意見やアドバイスを賜りました。有難うございました。

純粋数学出身の私にとって、「工学」の世界は未知なる領域であり、石井研究室で過ごした6年間で、多くの事を学び視野を広げることができました。それは、多くの先輩方から刺激を受け、大変充実した研究生活を送ることが出来たからです。九州工業大学生命体工学研究科 准教授 西田 祐也先生、安川 真輔先生、研究員 望月隆吾先生、西日本工業大学 准教授 園田 隆先生、武村 泰範先生、眞田 篤先生、北九州高等専門学校 准教授 松尾 貴之先生、長崎総合科学大学 准教授 佐藤 雅紀先生 には、工学概論全般の知識を学び、研究に関する相談に乗って頂き感謝申し上げます。

東京大学 助教 筑紫影太先生、佐賀大学(福岡第一高等学校卒)緒方航暉君には、共同研究者として大変お世話になり、九州工業大学社会人大学院生 平井さんからは、機械設計、機械工作、プログラミングまでのロボット製作の一連を学ばせて頂きました感謝申し上げます。

また、高校の数学教師である私に対し、このからの教育者にとって重要な視野拡大のために、大学院社会人入学のきっかけを与えて下さった一杉先生、小松先生には大変感謝をしております。

最後に、私の大学院進学を、新たな門出として祝って頂きました前赴任校である有明高等学校副校長の宮原和巳先生(農学博士)、熊本信愛女学院高等学校の先生方、また研究活動等で業務代行を務めて頂きました現赴任校である福岡第一高等学校の先生方には大変感謝をしております。有難うございました。

令和2年3月

木村 憲二