

KOCKÁZAT ÉS MEGBÍZHATÓSÁG A MENEDZSMENTBEN

RISK AND RELIABILITY IN MANAGEMENT

A termékek és szolgáltatások kockázatának és megbízhatóságának modellezése dinamikusan fejlődik, mivel a kiszámíthatóság fontos szerepet tölt be az üzleti sikerben. A szerzők a szakirodalom s a vonatkozó szabványok áttekintésével bemutatják a kockázat és megbízhatóság modellezésének legfontosabb matematikai meghatározásait. A tanulmány áttekinti a valószínűségi számítás és a megbízhatóság-tervezését alapvető elgondolásait, melyek megalapozzák a megbízhatóság előrejelzését és a karbantartás tervezését. A tanulmány figyelmet fordít egy új, a meghibásodási görbe becslésére szolgáló eljárás bemutatására és a kádgörbe szerepére a megbízhatóság tervezése során. A karbantartási rendszerek (megbízhatóság alapú karbantartás, teljes körű hatékony karbantartás, kockázatalapú karbantartás) kulcsfogalmait és a különböző ciklikus karbantartási stratégiákat szintén részletesen bemutatják a cikk szerzői.

Kulcsszavak: karbantartási stratégiák, megbízhatóság, kádgörbe, kockázat

Since predictability has a significant role in business success, risk and reliability modelling of products and services is widely developing. The authors present the most highlighted definitions of the mathematical background of modelling methodologies of risk and system reliability based on the relevant literature and technical standards. The paper introduces the basic concepts of probability theory and reliability engineering, which lay the foundation of predicting reliability behavior, and maintenance planning. The paper also highlights the essentials of a new failure rate estimation methodology and the role of bathtub curve in reliability planning. The key concepts of maintenance systems (Reliability-Centered Maintenance, Total Productive Maintenance and Risk-Based Maintenance) are widely discussed in the paper as well as the key elements of different cyclic maintenance strategies.

Keywords: maintenance strategies, reliability, bathtub curve, risk

Finanszírozás/Funding:

A szerzők a tanulmány elkészítésével összefüggésben nem részesültek pályázati vagy intézményi támogatásban. The authors did not receive any grant or institutional support in relation with the preparation of the study.

Szerzők/Authors:

Dr. Árva Gábor, egyetemi tanársegéd, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, (arva@mvt.bme.hu)

Dr. Bognár Ferenc, tudományos munkatárs, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, (bognar@mvt.bme.hu)

Erdei János, mesteroktató, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, (erdei@mvt.bme.hu)

Dr. Kövesi János, professor emeritus, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, (kovesi@mvt.bme.hu)

A cikk beérkezett: 2019. 05. 29-én, javítva: 2020. 03. 09-én, elfogadva: 2020. 10. 12-én.

This article was received: 29. 05. 2019, revised: 09. 03. 2020, accepted: 12. 10. 2020.

Egy termék (vagy szolgáltatás) műszaki megbízhatóságán azt a képességét értjük, hogy a felhasználás, üzemeltetés meghatározott feltételei mellett megőrzi minőségét, így a megbízhatóság tulajdonképpen a minőség időbeli alakulásának tekinthető, vagyis a termék megbízhatóságát a termékminőség alkotóelemeként kell tekintenünk. A mai egyik megközelítés szerint a megbízhatóság négy alapvető fogalmi összetevője – a hibamentesség, a javíthatóság, a karbantarthatóság és a tartósság – együttesen határozza meg a termékek megbízhatóságát, így ezt a négy tulajdonságot együttesen és külön-külön is figye-

lembe kell venni a termékek megbízhatósági jellemzőinek meghatározását és igazolását elősegítő széles körű vizsgálatok során. E vizsgálatok célja kettős: egyfelől a termék megbízhatósági jellemzőinek meghatározása és ellenőrzése valószínűségi számítási és matematikai módszerek segítségével, másfelől pedig a termék meghibásodását előidéző legfontosabb folyamatok meghatározása, másrészt a feltárt hiba okok ismeretében a termékek konstrukciójának és gyártástechnológiájának módosítása a megbízhatóság növelése érdekében. Ez nyilván csak az adott termék tulajdonságainak ismeretében végezhető el. Utóbbiak tárgya-

lására speciális jellegűknél fogva nem térünk ki, de azt hangsúlyozzuk, hogy a meghibásodáshoz vezető folyamat megismerése a megbízhatósági vizsgálatok egyik legfontosabb része. (Erdei et al., 2011) Jelen cikk alapvető célja, hogy a megbízhatóság fogalmi rendszerének legfontosabb elemeit, valamint ezen elemek közötti összefüggéseket mélységükben is tárgyalva, bemutassa a megbízhatóság-elmélet diszciplínájának menedzsment aspektusait, különösképpen a tanszékhez kötődő releváns kutatási és oktatási eredmények szintézisében.

Karbantartási rendszerek

A karbantartás a termelési folyamatot kiszolgáló szolgáltató tevékenységek közül az egyik legfontosabb, viszonylagos súlya pedig növekszik. (Szántó, 2008) Pujadas és Chen (1996) szerint a gyártórendszerek teljesítmény mérése, a just-in-time (JIT) környezeti feltételek, a funkcióelv, a környezetvédelem és emberi biztonság, a szisztematikusan dokumentált auditálási tevékenység, valamint a költséghatékonyság az a legfontosabb tényező, ami a gyártórendszereken keresztül a karbantartási tevékenységek számára is célokat generál. A karbantartást és tevékenységeit érintő számos szempontot tárgyal Gaál (2007) munkájában, külön is értelmezve a környezetből érkező hatásokat és a szolgáltatói szektorra vonatkozó általánosan leírható hatásokat (Gaál, 2007). Az IEC 50(191):1990 szabvány szerint a karbantartás „mindazoknak a műszaki és adminisztratív tevékenységeknek a kombinációja – ideértve a felügyeleti tevékenységeket is – amelynek célja az, hogy a terméket előírt funkciójának teljesítésére alkalmas állapotban megtartsák, illetve ebbe az állapotba visszaállítsák.” Emellett a karbantartási tevékenység az „adott cél elérése érdekében végzett elemi karbantartási tevékenységek (műveletek) sorozata” (IEC 50(191):1990). E fejezet során Bognár (2019) összefoglaló munkájára támaszkodva bemutatjuk a legelterjedtebb karbantartási rendszereket, úgymint:

- megbízhatóságközpontú karbantartás (Reliability Centered Maintenance – továbbiakban RCM),
- kockázatalapú karbantartás (Risk Based Maintenance – továbbiakban RBM),
- teljes körű hatékony karbantartás (Total Productive Maintenance – továbbiakban TPM).

Az RCM karbantartási rendszer nézőpontja a karbantartásról egyedi, miszerint a karbantartás feladata biztosítani, hogy a fizikai eszközök folyamatosan el tudják látni azt, amit a használói akarnak (Moubroy, 1997). Ezen értelmezés szerint a funkciófenntartás elsődleges szempont a rendszer működtetése során (Péczy, 2003). Moubroy szerint az RCM egy olyan folyamat, amely egy működő rendszer bármely elemére vonatkozó karbantartási szükségletek azonosítására szolgál. Az RCM hét megválaszolandó általános kérdése magyar fordításban (Péczy, 2003):

- Melyek a berendezések feladatai és a kapcsolódó teljesítményparaméterek a jelenlegi környezetben? (Feladatok és teljesítményelvárások)

- Milyen módon hiúsulnak meg e feladatok? (Funkcionális hibák)
- Mi okozhatja az egyes funkcionális hibákat? (Hibamódok)
- Mi történik akkor, amikor az egyes hibák bekövetkeznek? (Hibahatások)
- Milyen következményekkel járnak az egyes hibák?
- Mit tehetünk az egyes hibák megelőzéséért?
- Mit tehetünk akkor, ha valamely hibára nem találunk megelőzési módot?

A feladatok és a teljesítményre vonatkozó elvárások definiálása során a funkcióellátás képességének szem előtt tartása prioritást élvez. E tekintetben megkülönböztetendők egymástól, majd azonosítandók az elsődleges és a másodlagos funkciók. Az elsődleges funkciók jellemzően az ellátandó feladathoz kötöttek, míg a másodlagos funkciók szólhatnak a gazdaságossági, biztonsági, védelmi stb. szempontokról.

A hibamódok azonosítása az elemzés során következő lépése, amikor megválaszolandó, hogy a korábbiakban feltárt funkciókövetelmények milyen módon nem tudnak teljesülni. A hibamódok között a „működik-nem működik” eldöntendő eseteken túlmenően a minősítő szempontok alapján képződő „nem úgy működik” hibamódok is jelentős szerepet kapnak (Moubroy, 1997).

A hibahatások elemzése során meg kell becsülni a hibamódok fennállása esetén várható következményeket. A következmények becslése során a funkcióvesztés mértékétől a gazdaságossági következményekig, vagy biztonságtechnikai szempontokig heterogének a lehetőségek. Az elemzés e fázisa mindenképpen kitér az alábbi kérdésekre:

- milyen jelekkel jár a hiba bekövetkezése,
- milyen módon érinti a biztonságot és a környezetet,
- milyen módon érinti a termelést vagy a működést,
- milyen fizikai következményei lépnek fel a hibának,
- milyen munkákat kell a javítás érdekében végezni?

A hiba következményeinek becslése a következő lépés mely során nem a technikai jellemzők kerülnek a fókuszba, hanem a tágabb értelemben vett káros következmények azonosítása és kategorizálása. Az RCM ajánlásokat is tesz a kategorizáláshoz az alábbiak szerint:

- rejtett következmények, melyek eredete rejtett hibából származik és a katasztrófális meghibásodások számáért jelentős mértékben okolhatók,
- biztonsági és környezeti következmények, ahol a biztonság elsősorban az emberre gyakorolt káros közvetlen hatások szerint értelmezett, míg a környezeti következmények az embereket körülvevő akár globális méretű környezetkárosító hatásokra értendők,
- működésre közvetlen hatással lévő következmények, melyek a konkrét folyamatra gyakorolt hatásokat vizsgálják,
- működésre közvetlen hatással nem lévő hatások alatt pedig az ajánlás szerint jellemzően csak a javítás dírektköltségei tartoznak (Moubroy, 1997).

Azon hibák esetén, ahol a következmények várhatóan jelentősek, a hibák megelőzéséért, illetve a következmények

csökkentéséért tenni szükséges. Az RCM a megelőző feladatokat a tervezett felújítási feladatok, a tervezett selejtezési feladatok, a tervezett állapotfüggő feladatok szerint osztályozza.

Abban az esetben, ha valamely hibára nem tudunk azonosítani megoldási módot egy létező hibára, vagy megakadunk a hibák azonosítása során, akkor segítségül ajánlj az RCM-rendszer a teljesen általános módszereket az előrelépésben, mint például a hibakereső módszerek, újra tervezés vagy áttervezés, illetve a hibáig üzemelés.

Az RCM induló hét kérdésének megválaszolásával a karbantartás minősége javulni fog.

Napjainkban szintén a legelterjedtebb rendszerek közé sorolja a tudomány és a gyakorló karbantartó szakma egyaránt az RBM karbantartási rendszert. Az RBM kiinduló gondolata, hogy mivel a felhasználható szervezeti erőforrások végesek és a karbantartási tevékenységek ütemezése során jellemzően oly mértékű az elvégzendő feladatok mennyisége, hogy célszerű közülük a legfontosabbakat kiválasztani és az ütemezés során előbbre venni őket. Az RBM módszertana alapján sorrendbe rendezhetők egy adott rendszer folyamatai, rendszerelemei aszerint, hogy milyen mértékű kockázatot hordoznak magukban (Sakai, 2010).

A sorrendbe rendezés elvi alapja a Pareto szabály alkalmazása, miszerint az adott rendszerlemek közül kockázatoság szempontjából vett felső húsz százalék adja a keletkező problémák 80%-át, így érdemes elsődlegesen azok karbantartásával foglalkozni (Sakai, 2010). Világosan látható, hogy az RBM lényegesen megengedőbb az RCM karbantartási rendszerhez képest, ebben rejlik valódi ereje, de hátránya is. Az RCM alapossága sok esetben nem gazdaságos alkalmazást eredményez, így jellemzően a leginkább megbízhatóság-kített iparágakban elterjedt, míg az RBM ezzel szemben az „egyszerűbb” iparági területeken tud jó hatásokkal érvényesülni.

A kockázat az RBM esetében kettő jellemző függvényként áll elő és ezen érték alapján megtehető a sorba rendezés. Azzal, hogy az előfordulási valószínűséget és a következményeket egységesen súlyozhatóvá teszi az RBM módszertana és ezek szorzataként a kockázat értelmet nyer, egészen új területre nyit a karbantartási rendszerek között. E két jellemző:

- a hiba előfordulási gyakoriságának mértéke, azaz várhatóan milyen sűrűn következik be a hiba,
- a meghibásodás bekövetkezése esetén fennálló következmények súlyossága.

A kockázat értelmezése tehát nagyon hasonló alapokról származtatható, mint az RCM karbantartási rendszer vonatkozó lépései, azzal a lényegi különbséggel, hogy a kockázat, mint két tényező szorzata megjelenik. Maga az RCM a gondolatiságában nagyon hasonlít az RCM egyik kiemelkedő fontosságú módszertanához a hibamód- és hatáselemzéshez (FMEA), azzal az egyszerűsítéssel, hogy az FMEA esetén a korábban említett két szorzótényezőt túlmenően megjelenik a detektálhatósági szempont is (Bognár & Gáspár, 2012).

A kockázat megállapítása során jellemzően remek vizualizációs segítségként lehet igénybe venni az 1. ábrán

bemutatott mátrixot. A mátrix sorai reprezentálják a hiba előfordulásának valószínűségét, míg oszlopai a következők súlyosságát. Jelen mátrix csak a szemléltetést szolgáló modellként értelmezendő, ezért konkrét mértékek helyett csak minősítő jelzőket tartalmaz.

1. ábra

Az RBM általános folyamata

		következmények súlyossága		
		alacsony	közepes	magas
hiba előfordulásának valószínűsége	alacsony			
	közepes			
	magas			

Forrás: saját szerkesztés

A mátrix cellái jelen esetben a kockázati szinteket szemléltetik és ezek alapján az egyes meghibásodásokra vonatkozó kockázat szerinti prioritizálás elvégezhető. Jelen esetben az adott cella színének sötéttedésével nő a vonatkozó kockázat mértéke. Az 1. ábra mátrixa abban az esetben is alkalmazható (jellemzően részletesebb beosztással), ha valamelyik szorzótényező esetében csak minőségi jellemzők állnak rendelkezésre, így pedig nem lehet a szorzást elvégezni. Erre adhat példát az emberre vonatkozó negatív hatások következményének egy lehetséges skálázása, miszerint „nincs kimutatható hatása”, „felületi sérülést okoz”, „nyolc napon belül gyógyuló sérülést okoz” és így tovább.

Az RCM értelmében tehát a legkockázatosabb meghibásodásokat előre célszerű venni a karbantartási folyamatban és az esetleges javító beavatkozást, vagy fejlesztő intézkedést követően újra szükséges értékelni a vonatkozó kockázatot. Innentől az iteráció addig zajlik, amíg a kalkulált kockázat mértéke alapján a meghibásodás nem kerül ki a legkockázatosabb elemek közül.

A korszerű minőségmenedzsment-rendszerek kialakításával és működtetésével gyökeresen új módszertani és szemléletbeli változtatási kényszer jelentkezett úgy a termelés, mint a karbantartás számára. A TPM egy, a TQM (Total Quality Management) bázisán nyugvó karbantartási rendszer, és ahogyan egy sikeres TQM átjárja a teljes termelési szisztémát, úgy jellemzően a TPM is akkor igazán hatékony, ha hasonlóan jár el a karbantartás területével.

A TPM Nakajima által kifejlesztett menedzsmentkoncepció, (Nakajima, 1989) amely lényegében a TQM szellemiségének és eszközrendszerének alkalmazását jelenti a termelésirányítás, a minőségbiztosítás és a karbantartás egymáshoz kapcsolódó feladatrendszerében. A TPM fogalmát az alábbi öt cél szem előtt tartásával fogalmazták meg (Kövesi et al., 2018):

- a berendezések hatékonyságának maximalizálásán keresztül a gyártórendszer hatékonyságának növelése,
- a berendezések teljes életciklusát kísérő hatékony karbantartási rendszer alkalmazása,
- a TPM implementálásának folyamatába bevonni valamennyi érintett szervezeti egységet,
- az alkalmazottak aktív bevonása a szervezeti hierarchia minden szintjén,
- a szervezet motivációs rendszere alapjaiban támogatása a TPM-alkalmazásokat: autonóm teammunka.

A TPM fogalma alatt manapság egy olyan átfogó, termelési központú menedzsmentkonceptiót értünk, amely felöleli a vállalati működés szinte minden aspektusát. Egy olyan vállalati kultúrát alakít ki, amely a csoportmunkára építve folyamatosan igyekszik kiküszöbölni a veszteségeket, s ezáltal növelni a gyártórendszerek hatékonyságát. A veszteségek (gépi állásidők, termékminőség által okozott veszteségek) csökkentésén keresztül az output maximalizálását célozza. Fő cél, hogy olyan optimális működési körülményeket alakítson ki, hogy az üzemzavarok, minőségi hiányosságok és a balesetek száma is nullára csökkenjen (Kövesi et al., 2018). A hat nagy eliminálandó veszteséggel forrás a TPM karbantartási rendszerben csoportosítva az alábbi (Suzuki, 1992):

- állásidő, üzemén kívül töltött idő (downtime): műszaki meghibásodások, üzemzavarok, valamint beállítási, összeszerelési, átállási veszteségek,
- nem megfelelő sebességből adódó veszteségek (speed losses): holtidő (üresjárat), kisebb leállások, valamint csökkentett sebesség,
- hibák (defects): minőségi hibák és selejt, valamint indítási, kitermelési veszteségek.

A gyártórendszer hatékonysága (OEE=Overall Equipment Effectiveness) a következő képlet segítségével írható le:

$$OEE=A \cdot P \cdot Q \tag{1}$$

ahol:

- A – rendelkezésre állás (availability),
- P – teljesítményfaktor (performance rate),
- Q – a minőségi faktor (quality rate)

A 2. ábra mutatja be vázlatosan az OEE-számítás menetét és ismerteti, hogy melyik OEE-tényező, mely veszteséggel forrásokat mér. A TPM rögzíti, hogy az elérendő cél az, hogy minimálisan 85% feletti OEE-értékkel rendelkezzen egy rendszer.

A megbízhatóság matematikai modellezése

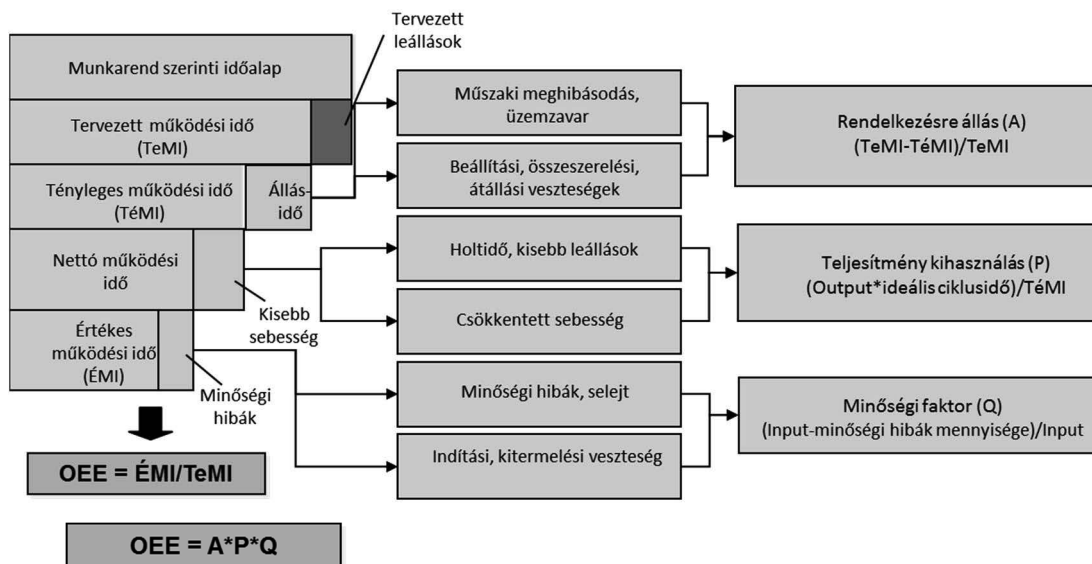
Már a megbízhatóság fogalmi is rávilágított arra, hogy a megbízhatóság matematikai modellezése valószínűség-számítási és matematikai-statisztikai alapokon történhet. A hatékony karbantartási stratégia kidolgozásához elengedhetetlen a vizsgált termelőrendszer megbízhatóságának modellezése, amely legfontosabb aspektusait a következőkben tekintjük át.

Egy nem helyreállítható elem meghibásodásáig eltelt hibamentes működési idő, vagy egy helyreállítható elemnél két egymást követő meghibásodás közötti hibamentes működési idő – amint azt üzemeltetési tapasztalatok is alátámasztják – véletlenszerűen változó érték. A termék meghibásodása olyan esemény, amelynek bekövetkezését nagyszámú tényező befolyásolja, ezért annak előfordulása teljes bizonyossággal nem jelezhető előre, köszönhetően a meghibásodások mögött meghúzódó bonyolult ok-okozati összefüggéseknek. Hasonlóképpen, a termék összes többi megbízhatósági jellemzője is (pl. az élettartam, a javítási idő) véletlenszerűen változó mennyiség.

Tekintsünk egy nem helyreállítható, vagyis az első meghibásodásig működő elemet. Jelölje τ valószínűségi

2. ábra

Az OEE három tényezőjének mérési rendszere



Forrás: Nakajima (1989) alapján saját szerkesztés

változó a hibamentes működési időt. Kezden az elem a időpontban működni és a meghibásodás a $t=\tau$ időpontban következnek be. Ekkor az

$$F(t)=P(\tau < t) \tag{2}$$

eloszlásfüggvényt a megbízhatóságelméletben meghibásodási valószínűség eloszlásfüggvénynek nevezzük, amely tehát a t időpontig bekövetkező meghibásodás valószínűségét fejezi ki.

Az $F(t)$ függvényhez hasonlóan definiálhatjuk annak a valószínűségét is, hogy az elem nem hibásodik meg a t időpontig, vagyis $\tau \geq t$, ennek a függvénynek a jele: $R(t)$. Az $R(t)$ függvényt a megbízhatóságelméletben a hibamentes működés valószínűségi függvényének, megbízhatósági függvénynek vagy túlélési valószínűségi függvénynek is nevezik.

$$R(t)=P(\tau \geq t)=1-F(t) \tag{3}$$

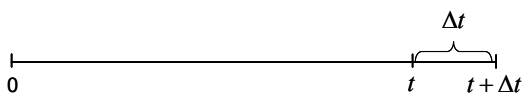
A hibamentességre jellemző mutató a hibamentes működés várható értéke (vagy helyreállítható esetben a két meghibásodás közötti hibamentes működési idő várható értéke), amit valós adatokból természetesen a számtani átlaggal becslünk, s így általánosan elterjedt a hibamentes működés átlagos időtartama megnevezés is, amely a τ valószínűségi változó várható értéke:

$$T_1 = \int_0^{\infty} R(t) dt. \tag{4}$$

További fontos megbízhatósági jellemző a $\lambda(t)$ meghibásodási ráta vagy meghibásodási tényező (3. ábra).

3. ábra

A meghibásodási ráta értelmezése



Forrás: saját szerkesztés

A $\lambda(t)\Delta t$ differenciál minden t időpontban lényegében annak a valószínűségét adja meg, hogy a t időpontig hibamentesen működő elem a következő kicsi Δt időegység alatt meghibásodik.

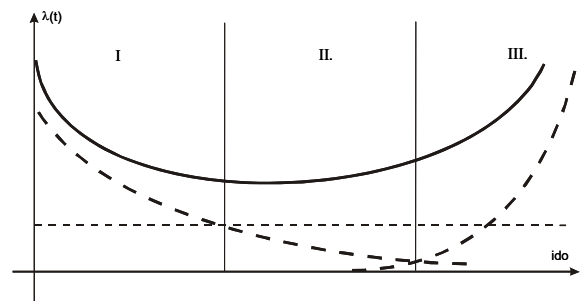
A $\lambda(t)$ meghibásodási ráta azért élvez elsőbbséget a többi hibamentességi mutatóval szemben, mert szemléletesen jellemzi az elem működését, és az idő függvényében való alakulása a termék életciklusára is utal. A meghibásodási ráta függvényalakja a megfelelő életciklus azonosítása mellett a hibák lehetséges okairól és a berendezés megbízhatóságáról is árulkodik. Egy általános termék életciklusa három jellegzetes szakaszra bontható, így a $\lambda(t)$ függvény a 4. ábrán látható módon lehet monoton csökkenő, állandó, vagy monoton növekvő, így a termék életciklusát nem helyreállítható elemek esetében a korai meghibásodások, a hasznos üzemi működés és az elhasználódási, öregedési meghibásodások jellemzik.

- I. *korai meghibásodások szakasza*, a termék működésének kezdeti periódusa, ahol a $\lambda(t)$ függvény monoton csökken,
- II. *stabil működési periódus*, más néven hasznos élet-tartam, ahol a $\lambda(t)$ függvény állandó,
- III. *öregedési periódus*, elhasználódás, ahol a $\lambda(t)$ függvény monoton nő.

A három szakasz nem általános érvénnyel lép fel minden elem esetében.

4. ábra

A kádgörbe



Forrás: saját szerkesztés

A meghibásodási ráta ismerete azért fontos, mert nemcsak a rendszerbe történő lehetséges beavatkozásokra, hanem a vizsgálati módszerekre, illetve a kapott eredmények érvényességére is hatással van. A megbízhatóság elemzéséhez mindig tudnunk kell, hogy a vizsgált berendezés a kádgörbe melyik szakaszában van. A $\lambda(t)$ függvény jellegének pontos ismerete a megbízhatóság alapú karbantartástervezésben alapvető jelentőségű, alapvetően határozza meg a berendezés megbízhatósági tulajdonságait, s ebből kifolyólag az alkalmazható karbantartási stratégia típusát is.

A megbízhatóság alapú karbantartástervezés esetén ezért lényeges lépés a berendezés meghibásodási adataiból a hibamentességi mutatók becslése, lehetőség szerint a működési idők elméleti eloszlásának igazolása. Működési idők vizsgálata során több elméleti eloszlás is szóba jöhet. A megbízhatóságelméleti szakirodalmak leggyakrabban a normális, exponenciális, lognormális, Weibull, gamma és az extreme value eloszlásokat tárgyalják (ld. például O'Connor, 2006; Gnyegyenko et al., 1970). Tapasztalataink azt mutatják, hogy az esetek nagy részében a termékek, termelőberendezések jelentős részénél elsősorban az exponenciális, normális vagy Weibull-eloszlással modellezhető a meghibásodásig eltelt működési idő. Jelen tanulmány nem teszi lehetővé, hogy ezen eloszlások tulajdonságait részletesen tárgyaljuk, ezért csak egy példa segítségével rámutatunk arra, hogy mennyire határozza meg a termék megbízhatósági jellemzőit, majd ebből adódóan a szóba jöhető karbantartási stratégiákat is az alkalmazott valószínűség-eloszlás.

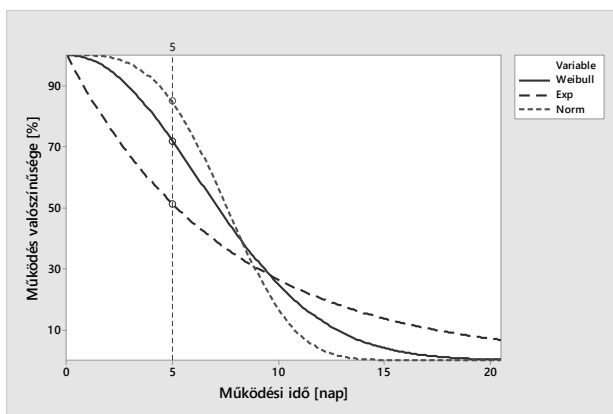
A későbbiekben bemutatunk egy elemzést, melyben egy vulkanizáló berendezés egyik alkatrészének – egy gumitömítésnek – merev ciklus szerinti optimális karbantartási periódusidejét keressük. A gumitömítés működési

adatainak vizsgálata azt mutatta, hogy az alkatrész működési ideje egy olyan Weibull-eloszlással írható le, melynek alakparamétere („b” paraméter) 2,11, a skálaparamétere („a” paraméter) pedig 0,011. Az eloszlásfüggvény ismeretében kiszámolható a működési idő várható értéke (T_1), mely ebben az esetben 7,5 nap.

Példaként feltételeztük, hogy az alkatrész működési ideje nem Weibull, hanem exponenciális, illetve normális eloszlást követ, feltételezve, mindegyik eloszlásnál az azonos várható működési időt, azaz a 7,5 napot. Az eloszlások szórásai az eloszlások tulajdonságai miatt már jelentős eltérést mutatnak. A kiindulási állapotnak tekinthető Weibull-eloszlásnál a szórás 3,75 nap, az exponenciális eloszlásnál az eloszlás egyik jellegzetes tulajdonságából – a szórás egyezik az eloszlás várható értékével – adódóan a szórás is 7,5 nap, míg a normális eloszlás szórásának meghatározásánál abból indultunk ki, hogy az eloszlás várható értéke 3 szórásnál nagyobb távolságban legyen 0-tól, így itt 2,4 napos szórással számoltunk. Felrajzolva a három eloszlás megbízhatósági – $R(t)$ – függvényét, (5. ábra) máris szembeötlő a különbség a „három termék” élettartama között.

5. ábra

Azonos várható értékű exponenciális, normális és Weibull-eloszlás megbízhatósági függvénye



Forrás: saját szerkesztés

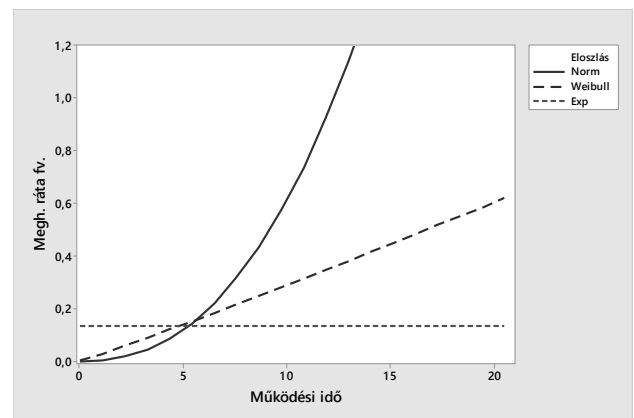
Hangsúlyozzuk, hogy mindhárom esetben a várható működési idő azonos, 7,5 nap, ennek ellenére elsősorban a kezdeti, valamint az élettartam végén levő időszakokban nagy eltérést tapasztalhatunk a működési valószínűségeken. A három függvény kb. 9 napnál mutat közel azonos túlélési valószínűséget. 14 napi működés után normális eloszlás esetén gyakorlatilag mindegyik termék meghibásodik, ugyanakkor Weibull-eloszlásnál még kb. 5%, exponenciális eloszlásnál kb. 15% a működés valószínűsége. Ugyanakkor a kezdeti fázisban még nagyobb eltérés látható, fordított helyzetet eredményezve. Ötnapos működés alatt az exponenciális eloszlásnál a termékek kb. 50%-a meghibásodik. Az ábrából leolvasható, hogy a működés valószínűsége 5 napnál exponenciális eloszlásnál kicsivel 50% felett van, Weibull-eloszlásnál ez az érték 70% feletti, míg normális eloszlásnál körülbelül 85% a működés esélye. Hacsak pusztán ennyit néznénk is, már más kar-

bantartási stratégiára kellene felkészülnie a vállalati szakembereknek.

Jól mutatja az eloszlások, pontosabban a különböző eloszlásokkal jellemezhető élettartamú termékek, eltérő viselkedését a meghibásodási ráta – $\lambda(t)$ – függvény. Mint azt korábban kifejtettük, e függvény ismerete meghatározó jelentőségű a megbízhatóságelméletben, így az erre építő RCM (Reliability Centered Maintenance) alkalmazása esetén is. A fenti három eloszlás meghibásodási ráta függvényét mutatja a 6. ábra.

6. ábra

Azonos várható értékű exponenciális, normális és Weibull-eloszlás $\lambda(t)$ függvénye



Forrás: saját szerkesztés

Mint az várható, az exponenciális eloszlásnál konstans a függvény értéke, nem függ a működési időtől. A másik két eloszlás emelkedő képet mutat, ezeknél az idő előrehaladtával egyre nő a meghibásodás valószínűsége. Ötnapos működési időnél közel azonos a három eloszlás $\lambda(t)$ függvényértéke.

Előtte az exponenciális eloszlásé a legnagyobb, s „lassan indulva” a normális eloszlásé a legkisebb. 10 napnál azonban az exponenciális eloszlásnál a meghibásodási ráta értéke marad $\lambda(t) = 0,133$, Weibullnál kb. 0,3, míg normális eloszlás esetén kb. 0,6-re nő az érték, és viszonylag gyorsan emelkedik. A meghibásodás esélye ekkor már közel kétszerese egy normális eloszlású működési idejű termékénél, mint egy Weibull-eloszlásúé. Mindez természetesen összhangban van a megbízhatósági függvények alakulásával.

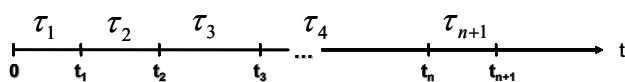
További alapvető fontosságú megbízhatósági jellemző a tetszőleges $v(t)$ időtartam alatt bekövetkező meghibásodások száma, illetve annak várható értéke. Ezt a jellemzőt az azonnal helyreállítható elemek példáján keresztül mutatjuk be.

Azonnali helyreállítás alatt azt értjük, hogy a meghibásodott elemet a meghibásodás pillanatában azonnal helyreállítják (cserélik vagy javítják), vagyis a helyreállítási idő a τ működési időkhöz képest elhanyagolhatóan kicsi. Az elem a korábbiakhoz hasonlóan a $t=0$ időpontban elkezd működni τ_1 működési idő után a $\tau_1=t_1$ időpontban meghibásodik. A meghibásodás pillanatában egy másik elemmel cserélik ki, amely t_2 időpontig lesz működőképes,

s ezt egy harmadik elem váltja fel, és így tovább. A meghibásodás folyamata a 7. ábra alapján jellemezhető.

7. ábra

Azonnal javítható elem felújítási folyamata



Forrás: saját szerkesztés

A helyreállítás időpontjai:

$$\begin{aligned}
 t_1 &= \tau_1 \\
 t_2 &= \tau_1 + \tau_2 \\
 &\dots \\
 t_n &= \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Ezek az időpontok sztochasztikus folyamatot alkotnak, amelyet felújítási folyamatnak nevezünk. Feltételezzük, hogy a $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ működési idők egymástól függetlenek és azonos eloszlású valószínűségi változók.

A 7. ábrán bemutatott felújítási folyamatra alapvetően jellemző a tetszőleges t időtartam alatt bekövetkező meghibásodások $v(t)$ száma, illetve annak várható értéke. A $v(t)$ olyan diszkrét valószínűségi változó, amelynek eloszlása és várható értéke a hibamentes működési időt leíró τ folytonos valószínűségi változó $F(t)$ eloszlásfüggvényének ismeretében egyértelműen megadható. A $v(t)$ várható értéke, azaz a t idő alatti meghibásodások számának várható értéke a $H(t)$ felújítási vagy helyreállítási függvény:

$$H(t) = M[v(t)] = g[\tau, F(t)]
 \tag{6}$$

Ennek a függvénynek meghatározó szerepe van a merev ciklus szerkezetű karbantartási stratégiák tervezésében is, melyre cikkünk a későbbiekben részletesen kitér.

A meghibásodási ráta modellezése és előrejelzése

A korábbiakban bemutattuk a meghibásodási ráta időbeli alakulását leíró úgynevezett kádgörbét, valamint néhány, a kádgörbe egyes szakaszainak leírására alkalmazható valószínűség-eloszlást. A gyakorlatban a kádgörbe egyes szakaszait leggyakrabban a Weibull-eloszlással modellezzük, hiszen az λ alakparamétere függvényében a kádgörbe mindhárom szakaszát külön-külön leírhatja (Rinne, 2008). A Weibull-eloszlás hibarátáfüggvénye ugyanakkor nem paraméterezhető úgy, hogy az a kádgörbe egészét leírja. Ezért számos szerző módosította úgy a Weibull-eloszlást, hogy azt újabb paraméterekkel kiegészítve olyan $h(t)$ hibarátafüggvényt kaphassanak, amely a paraméterek megfelelő megválasztásával kádgörbealakot ölthet, amelyekről Almalki és Nadarajah (2014) munkája ad jó áttekintést. Dombi (2019) és szerzőtársai az úgynevezett Omega-eloszlást javasolják a kádgörbealakú empirikus meghibásodási ráta idősorok modellezésére, amely fontos tulajdonsága, hogy asszimptotikusan közelíti a Weibull-eloszlást.

A javasolt Omega-eloszlás így mind a kádgörbe egy-egy szakaszának, mind egészének modellezésére jól használható, amit Okorie és Nadarajah (2019) kutatása is alátámaszt.

A gyakorlatban azonban az empirikus meghibásodási ráta idősort leíró valószínűségeloszlás pontos jellege gyakorta nem ismert. Zhang és Dwight (2013) egy, a Weibull Probability Paper-re épülő eljárást mutat be, amely segítségével eldönthető, hogy a Weibull-eloszlás mely módosított formája alkalmas leginkább a vizsgált empirikus adatsor modellezésére. A bemutatott módszer előnye, hogy segítségével a vizsgált eloszlások paramétereire is adható egy közelítő becslés. Azonban a szerzők is hangsúlyozzák, hogy az empirikus meghibásodási ráta idősorának modellezésére használt valószínűségeloszlások paramétereinek pontos becslése gyakorta egy iteratív, több lépést igénylő eljárás. Habár a legtöbb valószínűségeloszlás Maximum-Likelihood becslőfüggvénye ismert, azok gyakran komplikáltak, matematikailag nehezen kezelhető számításokat igényelnek. Almalki és Nadarajah (2014) szerint, ha több eloszlás is alkalmas a vizsgált adatsor modellezésére, akkor további számítások (például az Akaike Információs Kriteérium, vagy a Meghibásodások Fizikája módszer alkalmazása) elvégzése is szükséges az empirikus meghibásodási ráta idősort legpontosabban leíró elméleti eloszlás meghatározásához. A jelentős számítási igényen túl, a meghibásodás bekövetkezésének pontos ideje sem ismert minden esetben. Az empirikus meghibásodási ráta adatsort ugyanis gyakorta az adott termékek javításával, szervizelésével foglalkozó szervezetekhez adott időszakban visszaérkező termékek száma alapján becsülik, a következő formula szerint:

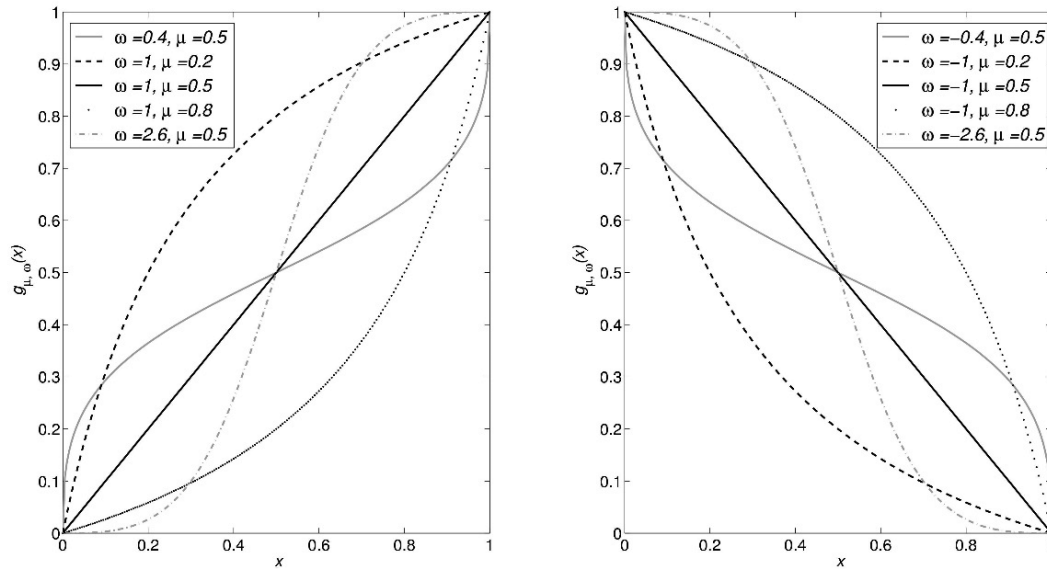
$$\hat{\lambda}(t) = \frac{N(t) - N(t+1)}{N(t)}
 \tag{7}$$

ahol $N(t)$ egy tetszőleges t -edik, $N(t+1)$ pedig az ezt követő, $t+1$ -edik időszakban még működő elemek száma (Gnyegyenko et al., 1970; Balogh et al., 1980). A sok esetben jelentős számítási igénnyel együtt járó valószínűségelméleti megközelítés mellett tehát szükséges lehet olyan, idősor közelítő eljárások kidolgozására is, amelyek az empirikus meghibásodási ráta idősorának modellezésére akkor is alkalmasak, ha annak valószínűségeloszlása nem ismert. A következőkben egy, az úgynevezett kvázi-sigmoid függvényekre épülő eljárást mutatunk be a meghibásodási ráta kádgörbealakú idősorának modellezésére.

Tegyük fel, hogy rendelkezésre áll egy termék $\lambda_{i,1}, \lambda_{i,2}, \dots, \lambda_{i,m_i}$ kádgörbealakú empirikus meghibásodási ráta idősora, ahol minden egyes $\lambda_{i,1}, \lambda_{i,2}, \dots, \lambda_{i,m_i}$ érték a szóban forgó termék (7) egyenlet szerint meghatározott empirikus meghibásodási ráta értékeit reprezentálja időszakról-időszakra. A Fuzzy-elméletben unáris operátorként használatos Dombi-féle Kappa függvény (Dombi, 2012a, 2012b) a következő formába írható.

E függvény tulajdonságait vizsgálva megállapítható, hogy a paramétere megválasztásával különböző alakokat vehet fel, amelyeket a 8. ábra szemléltet.

A Dombi-féle Kappa függvény képe különböző paraméterértékek mellett



Forrás: saját szerkesztés

$$g_{\mu, \omega}(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x = 0 \text{ és } 0 < \omega, \text{ vagy ha } x = 1 \text{ és } \omega < 0 \\ \frac{1}{1 + \left(\frac{\mu}{1-\mu} \cdot \frac{1-x}{x}\right)^\omega}, & \text{ha } 0 < x < 1 \text{ és } \omega \neq 0 \\ 1, & \text{ha } x = 0 \text{ és } \omega < 0 \text{ vagy ha } x = 1 \text{ és } 0 < \omega \end{cases} \quad (8)$$

A (8) egyenletben szereplő Dombi-féle Kappa függvényből lineáris transzformációkkal származtatható a következő, úgynevezett kvázi szigmoid függvény:

$$f(t) = \begin{cases} \lambda_l & \text{ha } t = 0 \\ l(t) & \text{ha } 0 < t < t_{e,l} \\ \lambda_c & \text{ha } t_{e,l} \leq t \leq t_{s,r} \\ r(t) & \text{ha } t_{s,r} < t \leq t_{e,r} \end{cases} \quad (9)$$

ahol

$$l(t) = \lambda_c + (\lambda_l - \lambda_c) \cdot \frac{1}{1 + \left[\frac{t_{a,l}}{t_{e,l} - t_{a,l}} \cdot \frac{t_{e,l} - t}{t}\right]^{-\omega_l}} \quad (10)$$

illetve

$$r(t) = \lambda_c + (\lambda_r - \lambda_c) \cdot \frac{1}{1 + \left[\frac{t_{a,r} - t_{s,r}}{t_{e,r} - t_{a,r}} \cdot \frac{t_{e,r} - t}{t - t_{s,r}}\right]^{\omega_r}} \quad (11)$$

Az (9) egyenletben szereplő $f(t)$ függvény három fő szakaszból áll, amelyek mindegyike a kádgörbe egy-egy szakaszát reprezentálja: az $l(t)$ a csökkenő első, λ_c a közelítőleg konstans, második, míg $r(t)$ a növekvő, harmadik szakaszt írja le. Matematikai megfontolásokból továbbá $f(0) = \lambda_l$. Tekintve, hogy a hibarata modellezésére használt $f(t)$ függvény Dombi Kappa-függvényből lineáris transzformációkkal származtatható, a javasolt $f(t)$ függvény hasonló alakokat ölthet, mint a Dombi-féle Kappa függvény, így a 8. ábra alapján megállapítható, hogy az jól használható a meghibásodási ráta idősor modellezésére a kádgörbe első és harmadik szakaszában. A kádgörbe modelle-

zésére javasolt $f(t)$ függvény paramétereire a következő feltételeknek kell teljesülnie:

$$0 < t_{a,l} < t_{e,l} < t_{s,r} < t_{a,r} < t_{e,r} \quad (12)$$

$$\lambda_c < \lambda_l, \lambda_r \quad (13)$$

$$0 < \omega_l, \omega_r \quad (14)$$

A kádgörbe első, csökkenő szakaszát leíró $l(t)$ függvény értelmezési tartománya a $]0, t_{e,l}[$ intervallum és $\lambda_l, \lambda_c, t_{a,b}, t_{e,l}$ és ω_l paramétereinek jelentése rendre a következő:

- λ_l a függvény helyettesítési értéke a $t=0$ helyen, azaz $f(0) = \lambda_l$,

- λ_c az $l(t)$ függvény legalacsonyabb értéke, amely megegyezik a második, konstans szakasz értékével is,

- $t_{a,l}$ a függvény azon pontja, ahol $l_t = \frac{(\lambda_l + \lambda_c)}{2}$,

- $t_{e,l}$ a csökkenő, első függvényszakasz értelmezési tartományának felső határa, azaz az a pont, ahol a kádgörbe az első szakaszból a második, közelítőleg konstans szakaszába fordul,

- ω_l a függvénygörbe $t_{a,l}$ helyen vett meredekségével arányos tényező.

A kádgörbe harmadik, növekvő szakaszát az $r(t)$ függvény írja le, amely $\lambda_r, \lambda_c, t_{s,r}, t_{a,r}, t_{e,r}$ és ω_r paramétereire a következő geometriai jelentéssel bírnak:

- λ_r az $r(t)$ függvény értelmezési tartományának végpontjában vett helyettesítési értéke, azaz a kádgörbe (az idősor) legutolsó értéke,

- λ_c az $r(t)$ függvény legalacsonyabb értéke, amely megegyezik a második, konstans szakasz értékével is,

- $t_{s,r}$ a kádgörbe harmadik szakaszát leíró $r(t)$ függ-

- vény értelmezési tartományának kezdőpontja, amely megegyezik a második szakaszt leíró függvény értelmezési tartományának végpontjával is,
- $t_{e,r}$ az $r(t)$ függvény értelmezési tartományának azon pontja, ahol a függvényérték $r_t = \frac{(\lambda_r + \lambda_c)}{2}$,
- $t_{e,r}$ a függvény értelmezési tartományának végpontja, azaz $t_{e,r} = n$ ahol n a vizsgált meghibásodási ráta idősor elemeinek számát jelöli,
- ω_r a függvénygörbe helyen vett meredekségével arányos tényező.

A függvény ismeretlen paramétereinek meghatározása az Interior Point algoritmussal (Bazaara et al., 2006; Byrd et al., 1999), vagy a Csenedes és szerzőtársai által kifejlesztett GLOBAL módszerrel (Csenedes, 1988; Csenedes et al., 2008) történhet, minimalizálva a

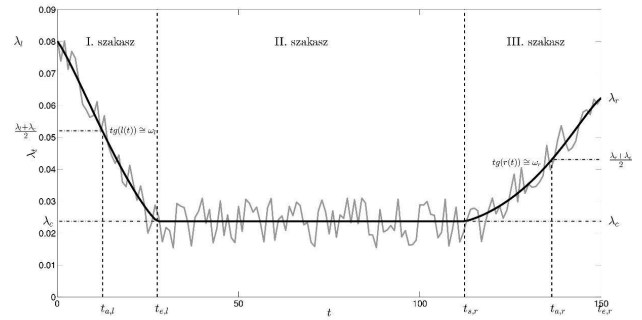
$$\sum_{j=1}^{n_i} (\lambda_{i,j} - f(t))^2 \rightarrow \min! \quad (15)$$

négyzetösszeget. Az algoritmus segítségével tehát meghatározhatók azon paraméterek, amelyek mellett az $f(t)$ függvény a legkisebb négyzetes hibával képes modellezni az empirikus meghibásodási ráta idősor adatait. A 9. ábra egy empirikus meghibásodási ráta idősort, az arra illesztett $f(t)$ függvényt, illetve a függvény paramétereinek geometriai jelentését szemlélteti.

Az $f(t)$ függvény tehát a $\lambda_{i,1}, \lambda_{i,2}, \dots, \lambda_{i,n_i}$ empirikus meghibásodási ráta idősorra illesztett, az azt leíró függvény, amely az empirikus meghibásodási ráta idősor valószínűség-eloszlásnak ismerete nélkül is alkalmas annak modellezésére. A 10. ábra azt szemlélteti, hogyan használható a javasolt függvény különböző alakú, de kádgörbejellegű idősorok modellezésére.

9. ábra

Egy kádgörbealakú empirikus meghibásodási ráta idősor, az arra illesztett $f(t)$ függvény, illetve a függvény paramétereinek geometriai jelentése

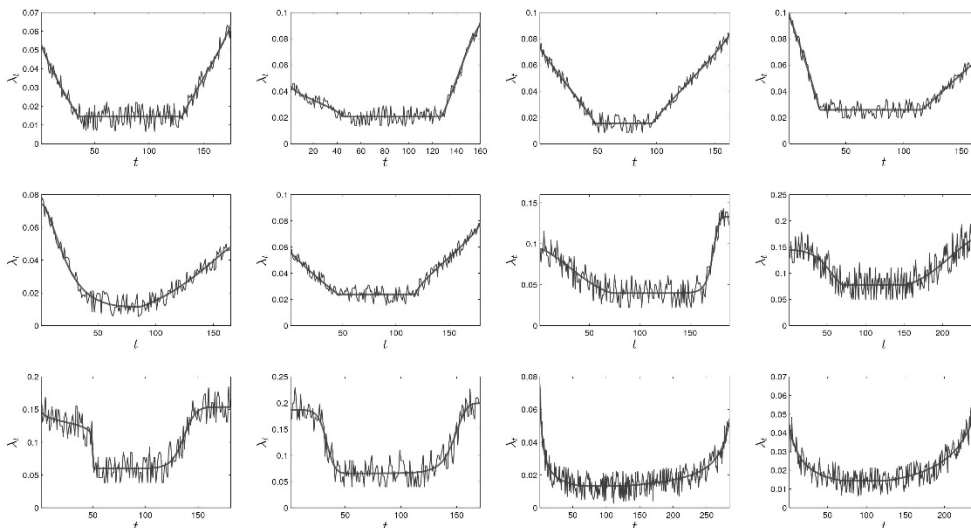


Forrás: saját szerkesztés

Az előzőekben bemutatott módszer nemcsak a meghibásodási ráta idősorának modellezésére, hanem annak előrejelzésére is alkalmas. Lee és Lee szerint (2008) a hasonló, például egy termékcsoportba tartozó termékeknek a megbízhatósági jellemzőik is hasonlóak. Ez lehetőséget biztosít arra, hogy korábbi, már forgalomban nem lévő, így teljes empirikus meghibásodási ráta adatsorral bíró termékek megbízhatósági jellemzői segítségével aktív, gyártás alatt, vagy forgalomban lévő termékek hibaráta idősorát becsüljük. Ennek érdekében a már forgalomban nem lévő termékek mindegyikének empirikus meghibásodási ráta idősorát a korábbiakban bemutatott módon, kvázi szigmoid függvények segítségével írjuk le. Ezután, a függvények paramétereinek mindegyikét standardizáljuk, így mind a függvények értelmezési tartománya, mind azok értékészlete a $[0,1]$ intervallum lesz. A standardizált hibaráta-függvények paramétereik alapján ezután klaszterezhetők. A klaszterezés eredményeképpen előáll, úgynevezett klaszterspecifikus standardizált meghibásodási ráta idő-

10. ábra

Különböző, kádgörbejellegű empirikus meghibásodási ráta idősorok modellezése a javasolt $f(t)$ függvény segítségével



Forrás: saját szerkesztés

sormodellek reprezentálják az empirikus meghibásodási ráta tipikus mintázatát a vizsgált terméksoporton belül, és e tudás alkalmazható a gyártás alatt, vagy forgalomban lévő aktív termékek hibarátájának előrejelzésére is. Aktív termékek esetén az empirikus meghibásodási ráta idősorának csak egy része ismert. E részleges empirikus meghibásodási ráta idősor-szegmenshez illesztve, majd denormalizálva az úgynevezett klaszterspecifikus standardizált meghibásodási ráta idősormodelleket meghatározható egy olyan súly, amely azt méri, hogy az egyes klaszterspecifikus standardizált meghibásodási ráta idősormodellek milyen jól képesek leírni a vizsgált idősor ismert szegmensét. Ezután minden klaszterspecifikus standardizált meghibásodási ráta idősormodellet az illeszkedés jóságát reprezentáló súllyal súlyozva előállítható, majd denormalizálható a meghibásodási ráta idősorát előrejelző függvény. Az előrejelzéshez használt módszer részletes leírása megtalálható Árvai és Jónás (2017) cikkében.

A bemutatott módszer előnye, hogy az mind a kádgörbe fordulópontjait, mind utolsó elemét nagy pontossággal képes előrejelezni, szemben a hagyományos, matematikai-statisztikai módszerekkel, amelyek csak addig képesek pontos előrejelzést adni a meghibásodási ráta idősorának jövőbeli alakulására, amíg az a kádgörbe ugyanazon szakaszában van, mint azon adatok, amelyeket felhasználva az előrejelzés elkészítésre került. A bemutatott előrejelzési módszer ezen előnye a termékek szervizelését, karbantartását végző szervezetek számára is jelentős versenyelőnyt szolgáltat. Ismervén ugyanis, hogy a hibaráták mikor fordul a kádgörbe első, csökkenő szakaszából a második, közelítőleg konstans szakaszába a felesleges erőforrások elkerülhetők. Hasonlóképpen, ha a menedzsment idejében tudja, mikor indul növekedésnek a hibaráták idősora a kádgörbe harmadik szakaszába fordulva, az egyre nagyobb számban meghibásodó termékek javításához szükséges további erőforrások idejekorán tervezhetők és rendelkezésre bocsáthatók.

Kasper és Lemnik (1989) és Chen et al. (2018) kutatása egyaránt rámutatott arra, hogy a meghibásodási ráta jövőbeli alakulására vonatkozó ismeretek kulcsfontosságúak mind a hatékony szervizszolgáltatások nyújtásához, mind az ügyfélelégedettség növeléséhez. Ezen túlmenően, a hibaráták alakulásának előrejelzése képezheti alapját a különböző karbantartási stratégiák kidolgozásához is, ahogyan azt korábban már bemutattuk, illetve tárgyaltuk. Az empirikus meghibásodási ráta idősorát a gyakorlatban gyakran a szervizszolgáltatást végző szervezetekhez adott időszakban visszaérkező termékek száma alapján becsülik a (7) egyenlet szerint, amelyből az egyenlet átrendezése után a következő összefüggés adódik:

$$N(t) - N(t+1) = \lambda(t) \cdot N(t) \quad (16)$$

A (16) egyenletben $N(t)$ egy tetszőleges, t -edik, $N(t+1)$ pedig az ezt követő, $t+1$ -edik időszakban még üzemképes termékek száma, a kettő különbsége pedig a vizsgált t -edik és az azt követő, $t+1$ -edik időszak között várhatóan meghibásodó termékek száma (a fenti elemzésben heti bontásban). Azaz, ismervén a meghibásodási ráta értékeit,

az egyes időszakokban várhatóan meghibásodó termékek száma is meghatározható, amelyeket ismervén, a menedzsment előre tervezheti az adott termékek javításához vagy karbantartásához szükséges erőforrásokat is. Az erőforrások ilyenén pontos tervezése nemcsak a vevői elégedettség növeléséhez, hanem a javításhoz, vagy a szóban forgó eszközök karbantartásához szükséges idő leszorításán keresztül a szervezeti hatékonyság javításához is nagymértékben hozzájárul.

Megbízhatóság alapú karbantartási stratégiák

A korszerű, nagy termelékenységgű gépeket a vállalatok igyekeznek a lehető legjobban kihasználni, így fontos szempont a váratlan kiesések, meghibásodások elkerülése, és a karbantartáshoz kapcsolódó állásidők minimalizálása, mivel a kieséssel járó veszteségek jelentősek lehetnek. A karbantartáshoz kapcsolódó költségek sem csekélyek, ezért a szükséges fenntartást úgy kell megoldani, hogy az állásidő és az azzal együtt járó költségek a lehető legkisebbségek legyenek.

A karbantartásnak a termelő folyamat érdekeit kell szem előtt tartania, így nagyszámú egymással összefonódó műszaki, technológiai, szervezési és gazdaságossági kérdést vet fel. A következő szempontok merülnek fel:

- a karbantartás helyes beillesztése a gyártási folyamatba,
- műszaki kérdés a munkaeszközök vizsgálati módszereinek a megválasztása, a károsodási folyamatok vizsgálata és az azokra épülő karbantartási feladatok meghatározása, illetve ide tartozik a karbantartás szempontjából kedvező munkaeszközök tervezése, előállítása,
- technológiai szempont a berendezések ápolása és gondozása, a használati tulajdonságok helyreállításának jellege és módja, a károsodás hatásainak kiküszöbölése, mindezek jelentősen befolyásolják a karbantartás költségeit,
- a szervezési kérdésekhez a használatban levő gépről való gondoskodás, az anyagellátás, a szükséges kapacitások meghatározása, a karbantartás terén való együttműködés tartozik,
- a gazdaságosság központi kérdés, külön probléma valamennyi karbantartással kapcsolatos ráfordításnak, és azok hatásainak a gazdasági szempontból helyes értékelése.

A karbantartási stratégia megválasztásának lényege, hogy szembeállítja a meghibásodások (üzemzavarok) gazdasági hatásait a karbantartási tevékenység költségeivel mért és számított adatok alapján. A karbantartási stratégia fogalmát többen is definiálták, egyszerűen úgy határozható meg, hogy a *karbantartási stratégia egy meghatározott időtartamon belüli karbantartási teendők és műveletek sorrendjének, tartalmának és a végrehajtás módjának a rögzítése*. Más megfogalmazás szerint (Szabó, 1976) „*a karbantartási stratégia a karbantartás célrendszerét, és e célrendszer hosszú távú, gazdaságos kielégítésének útját jelenti*”.

A karbantartási rendszerek, ciklusrendek optimalizálása döntően függ a karbantartási stratégia típusától, ezért célszerű az alapvető stratégiák lényeges jellemzőit tömören összefoglalni. Egy berendezés megbízhatóságának adott szinten történő fenntartása, illetve helyreállítása igen sokféle karbantartási stratégia keretei között valósulhat meg. Ezt a sokféleséget a berendezés, a részegységek, az elemek megbízhatósági tulajdonságai, a berendezés megbízhatósági struktúrája, a meghibásodási és elhasználódási folyamatok, valamint a meghibásodások következményeinek változatossága okozza. A karbantartási stratégiák csoportosítása és leírása csak igen általános szempontok alapján, a stratégia egy-egy tényezőjének függvényében lehetséges (Kövesi, 1991).

A karbantartási tevékenység időrendje szerint merev és rugalmas stratégiákat lehet megkülönböztetni. A merev, vagy merev ciklus szerinti megelőző stratégiánál a karbantartási periódus, vagy a két azonos jellegű és mértékű karbantartási beavatkozás közötti időintervallum előre rögzített. Ide sorolhatók azok az állapotfüggő karbantartási stratégiák is, amelyeknél a megelőző beavatkozások egy előre rögzített időpontban megtartott ellenőrzés függvényei.

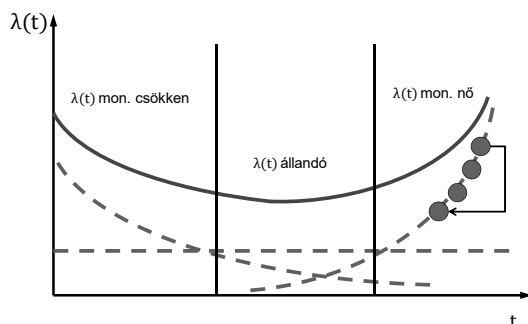
A merev stratégia szélsőesetként értelmezhető a kiesési stratégia (szükség szerinti javítások stratégiája), amikor csak a meghibásodás után történik beavatkozás (végtelen karbantartási periódus).

A rugalmas stratégiánál az időközben jelentkező váratlan meghibásodások befolyásolják a ciklusszerkezetet. A rugalmas stratégia bizonyos esetekben gazdaságosabb lehet, mint a merev stratégia, az utóbbi viszont általában jobban megfelel az üzemeltetés feltételeinek. A kiesési stratégia előnyei akkor jelentkeznek, ha a berendezés elemeinek meghibásodásai egymástól teljesen függetlenek, így valamennyi elem saját meghibásodási valószínűségeloszlásának megfelelő átlagos élettartammal üzemel. E stratégia lényegesebb hátrányai közül a folyamatos üzemeltetés széttoresztését, valamint a váratlan meghibásodások gyakoriságának és költségvonzatainak magas értékét kell kiemelni.

A megelőző jellegű karbantartás alkalmazásának első feltétele, hogy a termék meghibásodási rátája monoton növekvő legyen (lásd 11. ábra).

11. ábra

A megelőző jellegű karbantartás alkalmazásának első feltétele



Forrás: saját szerkesztés

A karbantartás rendszerességét befolyásoló tényezők egymásnak részben ellentmondanak, így a karbantartási stratégia kiválasztása soktényezős döntési feladat, amely minden esetben visszavezethető a kiesési stratégia és a megelőző jellegű stratégiák gazdaságosságának elemző összehasonlítására. Ezek a számítások a vizsgált berendezés megbízhatósági és költségjellemzőinek ismeretét is igénylik. Valamennyi, az időponttól, a végrehajtás fajtájától és módjától függő karbantartási ráfordítást szembe kell állítani a kiesések miatti, vagy a karbantartáshoz szükséges állásidők okozta veszteségekkel. Miután ezek a karbantartási módszerektől függenek, előtérbe kerül a minimális költségű optimális karbantartási módszer.

Egy adott alkatrész, részegység, szerelési egység karbantartásának hatékonyságvizsgálata végső soron elvezet az optimális karbantartási ciklusrend kialakításához. Ez a feladat a különböző karbantartási műveletek periódusidejének (t_{per}) a meghatározását igényli.

A karbantartás intenzitásának fokozása csökkenti a különféle kopások, elhasználódások sebességét, lassítja a minőségi paraméterek dinamikus romlását, csökkenti a meghibásodásokkal együtt járó állásidőkből származó veszteségeket, növeli a hibamentességi mutatók értékét, így a tartósságot is. Ugyanakkor a fajlagos üzemfenntartási költségek alakulása nagymértékben függ a karbantartás költségeitől is.

Egy kiválasztott alkatrész optimális karbantartási periódusideje a TMK és a váratlan meghibásodások várható költségeit egyaránt figyelembe vevő fajlagos üzemfenntartási költség minimalizálásával határozható meg (Kövesi et al., 2011).

$$k_{ü}(t_{per}) = k_1(t_{per}) + k_2(t_{per}) \rightarrow \min! \quad (17)$$

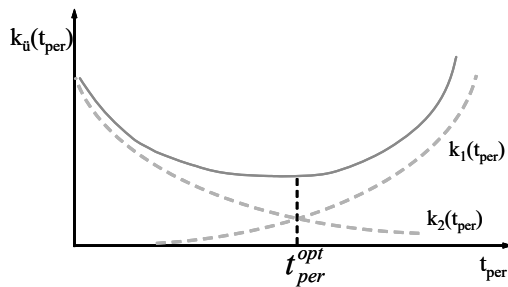
ahol $k_{ü}(t_{per})$ a karbantartási periódusidőre vonatkoztatott fajlagos üzemfenntartási költség, $k_1(t_{per})$ a váratlan meghibásodás esetén jelentkező fajlagos költség, amely a hiba elhárításának költségein (anyagköltség, bérköltség) kívül a termelési kiesésből származó elmaradó hasznot is tartalmazza, $k_2(t_{per})$ az adott hiba megelőzését célzó tervszerű karbantartási művelet fajlagos költsége (anyagköltség és bérköltség összege).

A periódusidő növekedésével a váratlan meghibásodások elhárításának fajlagos költségei növekednek, ugyanakkor a karbantartás fajlagos költségei csökkennek. Az optimális periódusidőt a fajlagos kumulált üzemeltetési költségek minimuma szolgáltatja. Mivel ennek értékét kizárólag az üzemeltetési adatokra épülő kísérletezéssel nem lehet meghatározni, a célfüggvényt matematikai úton kell megoldani.

Visszakanyarodva a váratlan meghibásodással és a megelőző jellegű karbantartással együtt járó költségek alakulásához, eljutunk a megelőző jellegű karbantartás második feltételéhez: a váratlan meghibásodással együtt járó költségek legyenek jóval nagyobbak a megelőző jellegű karbantartás költségeinél ($K_1 \gg K_2$) (12. ábra).

12. ábra

Az optimális karbantartási periódusidő meghatározásának alapmodellje



Forrás: saját szerkesztés

Ebben az alapmodellben a költség úgy értelmezhető, mint egy váratlan meghibásodás elhárításának (helyreállításának) átlagos költsége. Ez általában három alapvető összetevőből áll:

$$K_1 = \text{anyagköltség}_1 + \text{bérköltség}_1 + \text{elmaradó haszon} \quad (18)$$

Az előzőknek megfelelően a költség a váratlan meghibásodás megelőzésére szolgáló karbantartás átlagos költsége. Felfogásunk szerint ez a költség két alapvető elemből tevődik össze:

$$K_2 = \text{anyagköltség}_2 + \text{bérköltség}_2 \quad (19)$$

A megelőző jellegű (és általában tervszerű) karbantartás esetén nem számolunk az elmaradó haszonnal. Kétségtelen tény, hogy mindig a termelés, vagy a szolgáltatás az alapfolyamat és a karbantartás „csak” feltéti folyamat, de nyilvánvalóan feltételezik egymást. Így a karbantartást – hasonlóan más feltéti folyamatokhoz, pl.: minőségbiztosítás, készletgazdálkodás stb. – nem veszteségként kell megélni.

Az előzőekből következik, hogy az esetek döntő többségében miért teljesül a $K_1 \gg K_2$ feltétel, amely egyúttal a megelőző jellegű karbantartási stratégiák alkalmazásának második kritériuma.

Alapvetően tehát arra kell törekedni, hogy a költségeket válasszuk kritériumnak, ez azonban feltételezi azt, hogy a használati értékek, és különösen a karbantartáshoz szükséges állásidők következtében fellépő veszteségek költségszerűen kimutathatók legyenek. A sztochasztikus tényezőktől függő gyártási folyamatoknál igen nehéz a műszaki berendezés használati értékének költségszerű meghatározása.

Az egyik lehetőséget, tehát hogy a kiesések következményeit és a karbantartáshoz szükséges állásidőket a gyártási folyamatoknál értékeljük, a készenlét kínálja. A maximális rendelkezésre állás lesz majd a másik optimalizálási kritériumunk. Bizonyos iparágakban a biztonsági követelmények élveznek prioritást, így a maximális megbízhatóság, mint harmadik optimalizálási kritérium vehető igénybe (Kövesi et al., 2018).

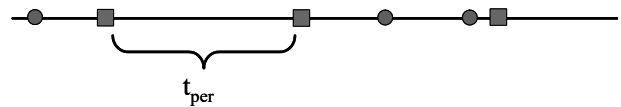
Merev ciklus szerkezetű stratégiák

A különböző típusú merev ciklus szerkezetű karbantartási stratégiák közös jellegzetessége, hogy két azonos

karbantartási beavatkozás közötti időintervallum (t_{per}) előre rögzített, tehát az előírt karbantartási intézkedéseket meghatározott üzemidő-periódusonként, vagyis egy előre rögzített tervszerű határidőn belül kötelezően kell elvégezni függetlenül a külső ható tényezőktől és a károsodási állapottól. A merev ciklus szerkezetű stratégia logikáját tükrözi a 13. ábra, ahol a négyzetek a karbantartási tevékenységeket, a körök pedig a váratlan meghibásodási eseményeket szimbolizálják.

13. ábra

A merev ciklus szerkezetű stratégia



Forrás: saját szerkesztés

Ennek az időintervallumnak, vagyis a karbantartási periódusidőnek az optimális értéke az adott berendezés, alkatrész meghibásodási törvényszerűségeitől és az optimalizálás műszaki-gazdasági kritériumaitól függően többféle módszer szerint határozható meg.

A merev ciklus szerinti karbantartásnak háromféle stratégiája ismeretes (Kövesi et al., 2018):

- minimális költségű stratégia: a megelőző kicserélést olyan határidőhöz kötik, amelyet a karbantartási költségekből és a gyártáskiesés költségeiből használati időtartamegységként a célfüggvény meghatároz,
- előre megadott túlélési valószínűségű stratégia: jobban tervezhető, mint a kiesési módszer, az állandó túlélési valószínűség a megkívánt mértékben biztosítható, és a károsodási magatartást csak nagyvonalakban szükséges ismerni,
- optimális készenlét stratégiája: ez olyan formája a merev ciklus szerkezetű stratégiának, amely a karbantartáshoz szükséges állásidőket minimumra csökkenti, és a készenlétet maximálissá teszi.

A meghibásodások típusainak osztályozásakor a meghibásodás bekövetkezésének időtartama, illetve a megbízhatóságot jellemző paraméter változásának jellege alapján váratlan és tendenciózus meghibásodásokat különböztethetünk meg. A váratlan jellegű meghibásodások esetén az optimális karbantartási periódusidő meghatározása, a karbantartási ciklusrend kialakítása alapvetően megbízhatóságelméleti módszerekkel lehetséges. Ha a karbantartási stratégia célja egy gazdaságossági vagy biztonsági előírásoknak megfelelően előírt megbízhatóság biztosítása, akkor az optimális karbantartási periódusidő kizárólag a meghibásodási valószínűségeloszlástól függ:

$$t_{per,opt} = g[F(t_{per})] \quad (20)$$

A váratlan jelleggel meghibásodó elemek optimális karbantartási periódusidejének kizárólag megbízhatósági kritériumok alapján történő meghatározása csak olyan berendezések esetén lehet indokolt, ahol a gazdaságosság

fogalmának „nincs értelme” (pl. biztonsági rendszerek), ellenkező esetben a megbízhatósági és gazdaságossági szempontok együttes figyelembevétele szükséges. Az erre szolgáló műszaki-gazdasági célfüggvények közös vonása, hogy a tervszerű beavatkozás időpontja kizárólag a megbízhatósági függvénytől, valamint a költségparamétereiktől függ, de független a még működésben lévő elem életkorától.

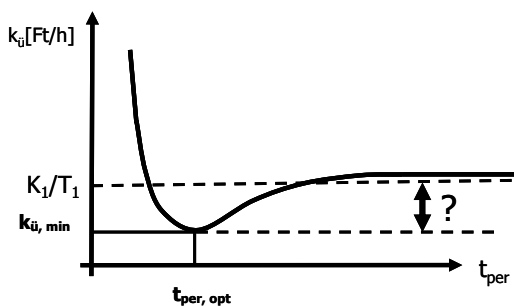
Ezek alapján a következő célfüggvény minimalizálása útján határozzák meg az optimális karbantartási ciklusrendet:

$$k_{ü}(t_{per}) = \frac{(K_1 \cdot H(t_{per}) + K_2)}{t_{per}} \rightarrow \min! \quad (21)$$

ahol K_1 a váratlan meghibásodás költsége, K_2 a tervszerű beavatkozás átlagos költsége, $H(t_{per})$ pedig a felújítási függvény értéke.

14. ábra

A megelőző jellegű karbantartás alkalmazásának harmadik feltétele



Forrás: saját szerkesztés

A merev ciklus szerkezetű stratégia kapcsán teszünk említést a megelőző jellegű karbantartás alkalmazásának harmadik feltételéről: a minimális üzemeltetési költség ($k_{ü, min}$) legyen kisebb, mint a kiesési stratégiához kapcsolódó K_1/T_1 érték (14. ábra). A merev stratégia alkalmazására álljon itt példaként az alábbi eset!

Egy aroncsvulkanizáló berendezés üzemeltetési megbízhatóságának vizsgálatakor a kritikus hibaforrások között egy tömitési probléma is szerepelt. A tapasztalati adatok elemzése arra az eredményre vezetett, hogy a tömités két meghibásodása közötti hibamentes működési idő öregedő jelleggel ($b > 1$) a következő Weibull-eloszlást követi: $F(t) = 1 - e^{-0,011t^{2,11}}$, $T_1 = 7,5$ nap, és $T_2 = 108$ perc.

Mivel a merev ciklus szerkezetű karbantartási stratégiát modellező célfüggvény szélsőértékei közül a $t_{per, opt}$ optimális karbantartási periódusidő értéke kizárólag a K_1 és K_2 költségek arányától függ, ezért az optimalizálás eredményeit e költségarányok függvényében az 1. táblázatban mutatjuk be.

Látható, hogy a váratlan meghibásodás elhárításának és következményeinek költsége, valamint a TMK költsége közötti eltérés csökkenése egyre nagyobb optimális karbantartási periódusidőt eredményez, sőt arány esetén, az adott eloszlás-paraméterek mellett nincs értelme

TMK-stratégiát alkalmazni, a kiesési stratégia gazdaságosabb.

1. táblázat

Az optimalizálás eredményei merev ciklus esetén a K_1 és K_2 költségek arányában

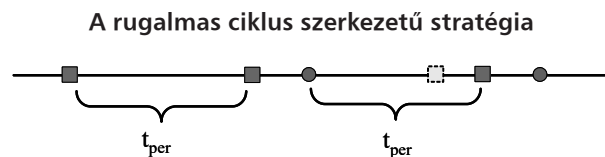
K_1/K_2	$t_{per, opt}$ (nap)
20	1,64
10	2,23
5	3,07
3	4,06
2,5	$t_{per, opt} \geq T_1$

Forrás: saját szerkesztés

Rugalmas ciklus szerkezetű stratégiák

A rugalmas ciklus szerkezetű stratégiáknál az időközben jelentkező váratlan meghibásodások befolyásolják a ciklusszerkezetet (15. ábra). A rugalmas stratégia elvben gazdaságosabb lehet, mint a merev stratégia, az utóbbi azonban általában jobban megfelel az üzemeltetés feltételeinek.

15. ábra



Forrás: saját szerkesztés

A rugalmas stratégia esetén egy tervszerű karbantartási beavatkozásra csak akkor kerül sor, ha a vizsgált alrendszer, elem az előírt életkort már elérte, így az optimalizáló célfüggvény, mint a időszak alatt felmerülő üzemfenntartási költségek várható értéke és ezen időszakra vonatkoztatott átlagos hibamentes működési idő ($T_{1, TMK}$) hányadosaként értelmezhető:

$$k_{ü}(t_{per}) = \frac{K_1 F(t_{per}) + K_2 R(t_{per})}{T_{1, TMK}} \rightarrow \min! \quad (22)$$

ahol

$$T_{1, TMK} = \int_0^{t_{per}} R(x) dx \quad (23)$$

A rugalmas karbantartási stratégia megbízhatósági és költségviszonyainak alakulását egy olyan elem esetére mutatjuk be, amelynek $F(t)$ meghibásodási valószínűségeloszlás-függvénye $T_1 = 4000$ óra és $\sigma = 1000$ óra paraméterű normális eloszlással írható le. Az optimalizálás eredményét különböző K_1 és K_2 költségek mellett a 2. táblázat mutatja be.

Összegzés

Tapasztalataink szerint a vállalati gyakorlatban alkalmazott vezetési, szervezési módszerek túlnyomó többsége a

2. táblázat

Az optimalizálás eredményei rugalmas ciklus esetén különböző K_1 és K_2 költségek mellett

t_{per}	$R(t_{per})$	k_{ii}	$t_{per} \left(\frac{Ft}{óra} \right)$	
			$K_1=2000Ft$ $K_2=1000Ft$	$K_1=3500Ft$ $K_2=1000Ft$
400	0,99	2,52	2,53	1,26
1000	0,99	1,01	1,06	0,51
1800	0,99	0,57	0,58	0,32
2000	0,98	0,52	0,54	0,30
2200	0,96	0,48	0,50	0,31
2400	0,95	0,45	0,48	0,32
2600	0,92	0,42	0,47	0,34
2800	0,88	0,41	0,47	0,37
3000	0,84	0,40	0,48	0,42
3200	0,79	0,40	0,50	0,47
3400	0,73	0,40	0,52	0,54
3600	0,66	0,40	0,55	0,61
3800	0,58	0,41	0,59	0,69
4000	0,50	0,42	0,63	0,75

Forrás: saját szerkesztés

determinisztikus jellegű eljárásokra épít. Ritka a termelőrendszerek tervezésével, szervezésével, irányításával összefüggő feladatok valóságos, sztochasztikus jellegének a felismerése, a vezetői döntés-előkészítések és döntések ennek megfelelő közelítése, valamint az ezzel együtt járó kockázat számszerűsítésére való törekvés. Jelen tanulmány a megbízhatóságelmélet és a karbantartás-menedzsment során felmerülő problémák sztochasztikus megközelítéseit is tárgyalja, jellemzően a meghibásodási ráta modellezésén, illetve a karbantartási stratégiákon keresztül.

Megállapítható, hogy a meghibásodási ráta alakulásának ismerete a karbantartás-menedzsment számára is fontos információkat ad, hiszen annak időbeli alakulása is meghatározza az alkalmazható karbantartási stratégiák körét is. A gyakorlatban ezért szükséges lehet egy olyan függvény definiálása, amely az empirikus meghibásodási ráta idősor elméleti eloszlásának ismerete nélkül is alkalmas lehet annak modellezésére. A tanulmány bemutatja, hogy a kvázi szigmoid függvény rugalmasságának köszönhetően az empirikus meghibásodási ráták széles köre esetén alkalmas annak modellezésére, illetve előrejelzésére is.

A mai, korszerű minőségfelfogás a karbantartás-menedzsmentnek egyre nagyobb jelentőséget tulajdonít, hiszen az jelentősen befolyásolja a termelési, szolgáltatási folyamatok hatékonyságát is. Ez a célkitűzés a különböző, modern karbantartási rendszerek, mint az RBM és az RCM, illetve a TPM felfogásában is megjelenik.

Véleményünk szerint a mai vezetési, termelésirányítási gyakorlat az előzőekben bemutatott sztochasztikus jellegű módszerek alkalmazása nélkül már nem lehet ha-

tékony. Ebben látjuk a megbízhatóság alapú karbantartás-szervezés elméleti és gyakorlati jelentőségét.

A megbízhatósággal összefüggő oktató és kutató munkánk

A *Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Menedzsment és Vállalkozásgazdaságtan Tanszékén* a megbízhatósággal foglalkozó kutatómunka a 80-as évek elején kezdődött el. Ennek középpontjába elsősorban a minőség és megbízhatóság közötti kapcsolatrendszer vizsgálata, valamint az üzemeltetési megbízhatóság gazdaságossági kérdései kerültek. Kiemelt szerepet kapott a megbízhatóság alapú karbantartási stratégiák tervezése és gyakorlati alkalmazási lehetőségeinek a vizsgálata, valamint a termelési rendszerek megbízhatóság alapú kapacitás- és költségtervezési módszereinek a kidolgozása is. A 90-es évek elején a *State University of New York at Buffalo School of Management* és a Tanszékünk között amerikai kormánytámogatással folyó kutatómunka keretében a *Total Quality Management (TQM)* vezetési filozófia mellett elsőként hívtuk fel a figyelmet a *Total Productive Maintenance (TPM)* hazai alkalmazási lehetőségeire.

Az elmúlt másfél évtizedben a megbízhatóságmenedzsment oktatása a mérnöki, a műszaki menedzser és a közgazdasági szakokon egyaránt önálló tantárgyak keretében valósult meg. A bolognai rendszerben ezeket az ismereteket a Műszaki menedzser, a Vezetés és szervezés, az MBA-mesterképzési szakokon, valamint a Gazdálkodás- és Szervezéstudományi Doktori Iskolánk keretében oktatjuk.

Felhasznált irodalom

Almalki, S. J., & Nadarajah, S. (2014). Modifications of the Weibull distribution: A review. *Reliability Engineering & System Safety*, 124, 32–55.
<https://doi.org/10.1016/j.ress.2013.11.010>

Árva, G., & Tamás J. (2017). A Soft Computational Approach to Long Term Forecasting of Failure Rate Curves. In Rojas, I., Pomares, H., & Valenzuela, O. (eds.), *Advances in Time Series Analysis and Forecasting, ITISE 2016 Contributions to Statistics* (pp. 329-342). Cham: Springer.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-55789-2_23

Balogh, A., Dukáti, L., & Sallay, L. (1980). *Minőség-ellenőrzés és megbízhatóság*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.

Bazaara, M. S., Sherall, H. D., & Shetty, C. M. (2006). *Non-linear Programming: Theory and Algorithmus*. New Jersey: Wiley.

Bognár, F. (2019). Karbantartási stratégiák és rendszerek. In Bognár F. (ed.), *Karbantartás-menedzsment* (pp.) Veszprém: Veszprémi Egyetemi Kiadó.

Bognár, F., & Gáspár, M. (2012). A döntésorientált hibamód és hatáselemzés (DOFMEA) kifejlesztése és alkalmazása. In Balogh, Á. (eds.), *Karbantartás a hatékonyság és a fenntarthatóság szolgálatában* (pp. 189-216). Veszprém: Veszprémi Egyetemi Kiadó.

Byrd, R. H., Hribar, M. E., & Nocedal, J. (1999). An interior point algorithm for large-scale nonlinear programming. *SIAM Journal on Optimization*, 9(4), 877-900.
<https://doi.org/10.1137/S1052623497325107>

Chen, T. Y., Lin, W. T., & Sheu, C. (2018). A dynamic failure rate forecasting model for service parts inventory. *Sustainability*, 10(7), 2408.
<https://doi.org/10.3390/su10072408>

Csendes, T. (1988). Nonlinear Parameter Estimation by GLOBAL optimization – Efficiency and Reliability. *Acta Cybernet*, 8(4), 361-372.

Csendes, T., Pál, L., Sendin, J. O. H., & Banga, J. R. (2008). The GLOBAL optimization method revisited. *Optimization Letters*, 2(4), 445-454.
<https://doi.org/10.1007/s11590-007-0072-3>

Dombi, J. (2012a). Modalities. *Advances in Intelligent and Soft Computing*, 107(1), 53-65.
https://doi.org/10.1007/978-3-642-24001-0_7

Dombi, J. (2012b). On a certain type of unary operators. In *Proceedings of 2012 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Brisbane QLD* (pp. 1-7). 10-15. June, 2012.
<https://doi.org/10.1109/FUZZ-IEEE.2012.6251349>

Dombi, J., Jónás, T., Tóth, Zs. E., & Árva, G. (2019). The omega probability distribution and its applications in reliability theory. *Quality and Reliability Engineering International*, 35(2), 600-626.
<https://doi.org/10.1002/qre.2425>

Erdei, J., Kövesi, J., Topár, J., & Tóth, Zs. E. (2006). *Minőség és Megbízhatóság*. In Kövesi, J., & Topár, J. (eds.), *A minőségmenedzsment alapjai* (pp.). Budapest: Typotex Kiadó.

Erdei, J., Jónás, T., Kövesi, J., & Tóth, Zs. E. (2011). Megbízhatóság és karbantartás. In Kövesi, J. (eds.), *Minőség és megbízhatóság a menedzsmentben* (pp.). Budapest: Typotex Kiadó.

Gaál, Z. (2007). *Karbantartás-menedzsment*. Veszprém: Panon Egyetemi Kiadó.

Gaál, Z., & Kovács, Z. (1994). *Megbízhatóság, karbantartás*. Veszprém: Veszprémi Egyetem Kiadói Iroda.

Gnyegyenko, B. V., Beljajev, J. K., & Szolovjev, A. D. (1970). *A megbízhatóságelmélet matematikai módszerei*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.

Kasper, H., & Lemmink, J. (1989). After Sales Service Quality: Views between industrial customers and service Managers. *Industrial Marketing Management*, 18(3), 199-208.
[https://doi.org/10.1016/0019-8501\(89\)90036-9](https://doi.org/10.1016/0019-8501(89)90036-9)

Kövesi, J. (ed.) (1991). *Termelőberendezések megbízhatóságalapú karbantartása*. Budapest: BME Mérnöktovtöbbképző Intézet.

Kövesi, J., Erdei, J., & Bognár, F. (2018). *Kockázat és megbízhatóság* (Egyetemi jegyzet). Budapest: Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem.

Lee, S. W., & Lee, H. K. (2008). Reliability prediction system based on the failure rate models of electronics components. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 22(5), 957-964.
<https://doi.org/10.1007/s12206-008-0212-4>

Moubray, J. (1997). *Reliability-Centered Maintenance*. Oxford: Butterworth-Heinemann.

MSZ IEC 50 (191) (1992). *Nemzetközi elektronikai szótár. Megbízhatóság és a szolgáltatás minősége*.

Nakajima, S. (1989). *TPM Development Program*. Cambridge, Mass.: Productivity Press.

O'Connor P. D. T. (2006). *Practical Reliability Engineering*. Chichester: JohnWiley & Sons Ltd.

Okorie, I. E., & Nadarajah, S. (2019). On the Omega Probability Distribution. *Quality and Reliability Engineering International*, 2019, 1-6.
<https://doi.org/10.1002/qre.2462>

Papp, L. (ed.) (1998). *A minőségmenedzsment alapjai*. Budapest: Műegyetemi Kiadó.

Péczely, Gy. (2003). RCM – Reliability-Centered Maintenance – Megbízhatóság Központú Karbantartás. In Gaál, Z. (ed.), *Tudásbázisú karbantartás* (pp. 63-97). Veszprém: Veszprémi Egyetemi Kiadó.

Pujadas, W., & Chen, F. F. (1996). A Reliability Centered Maintenance Strategy for a Discrete Part Manufacturing Facility. *Computers & Industrial Engineering*, 31(1-2), 241-244.
[https://doi.org/10.1016/0360-8352\(96\)00121-0](https://doi.org/10.1016/0360-8352(96)00121-0)

Rinne, H. (2008). *The Weibull Distribution: A Handbook*. Boca Raton: CRC Press.

Sakai, S. (2010). Risk-based Maintenance. *East Technical Review*, 17, 1-4.

Suzuki, T. (1992). *New Directions for TPM*. Cambridge, Mass.: Productivity Press.

Szabó, B. (1976). *Karbantartási kézikönyv*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó.

Szántó, J. (2008). Karbantartási stratégiák. In Dömötör, F. (ed.), *Rezgésdiagnosztika, I. kötet* (pp. 1-23), Dunaújváros: Dunaújvárosi Főiskola Kiadói Hivatal.

Zhang, T., & Dwight, R. (2013). Choosing an Optimal Model for Failure Data Analysis by Graphical Approach. *Reliability Engineering and System Safety*, 115, 111-123.
<https://dx.doi.org/10.1016/j.ress.2013.02.004>