



GRADO EN INGENIERÍA DE LA SALUD MENCIÓN INGENIERÍA BIOMÉDICA

PROCESAMIENTO DEL COMPLEJO QRS CARACTERÍSTICO DEL ELECTROCARDIOGRAMA (ECG)

ELECTROCARDIOGRAM (ECG/EKG) QRS COMPLEX PROCESSING

Realizado por NISSRIN AMRANI EL YAAKOUBI

Tutorizado por FRANCISCO JAVIER MATA CONTRERAS

Departamento INGENIERÍA DE COMUNICACIONES UNIVERSIDAD DE MÁLAGA

MÁLAGA, (junio y 2020)





ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

GRADUADA EN INGENIERÍA DE LA SALUD

PROCESAMIENTO DEL COMPLEJO QRS CARACTERÍSTICO DEL ELECTROCARDIOGRAMA (ECG)

ELECTROCARDIOGRAM (ECG/EKG) QRS COMPLEX PROCESSING

Realizado por:

Nissrin Amrani El Yaakoubi

Tutorizado por:

Francisco Javier Mata Contreras

Departamento:

Ingeniería de comunicaciones

UNIVERSIDAD DE MÁLAGA MÁLAGA, JUNIO 2020

Fecha defensa: Julio de 2020

Resumen

La investigación de las primeras estrategias empleadas en el análisis de las señales procedentes del electrocardiograma es fundamental para iniciarse en el campo de procesamiento de señales ECG. Entre los algoritmos más comunes y más antiguos empleados actualmente en la detección de los complejos QRS, destaca el algoritmo de Pan-Tompkins. El presente trabajo comprende una explicación completa y detallada de cada una de las fases que compone el algoritmo de Pan-Tompkins, así como una metodología para evaluar e identificar mejoras en el código que simula su comportamiento. El proceso llevado a cabo en esta memoria ha sido: una primera lectura de diversas fuentes que describen el funcionamiento del algoritmo de Pan-Tompkins, a continuación se descompuso el algoritmo en diferentes partes facilitando así su comprensión y su construcción en MATLAB. Una vez completado el código MATLAB se realizó una evaluación de su funcionamiento utilizando señales ECG almacenadas y analizadas por PhysioNet. Los resultados reflejaron que el buen funcionamiento del algoritmo se limitaba a las señales con un ritmo sinusal regular, y es por ello que se realizó una segunda lectura de diversos artículos científicos que proporcionasen ideas para la modificación del algoritmo de Pan Tompkins. Tras seleccionar y poner en funcionamiento los cambios en este algoritmo se evaluó en señales ECG con arritmia. Los resultados obtenidos revelaron un incremento en la independencia de la eficacia de detección de complejos QRS frente a las características de la señal ECG comparando el funcionamiento del código MATLAB del algoritmo de Pan-Tompkins y el modificado.

Palabras clave: electrocardiograma (ECG), algoritmo Pan-Tompkins, complejo QRS, MATLAB, PhysioNet.

Abstract

The research of the first strategies used in the analysis of the signals coming from the electrocardiogram is fundamental to start in the field of ECG signal processing. Among the most common and oldest algorithms currently used in the detection of QRS complexes, the Pan-Tompkins algorithm is the backbone. The present work includes a complete and detailed explanation of each of the phases that compose the Pan-Tompkins algorithm, as well as a methodology to evaluate and identify improvements in the code that simulates its behavior. The process carried out in this report has been: a first reading of several sources describing the operation of the Pan-Tompkins algorithm, then the algorithm was broken down into different parts facilitating its understanding and construction in MATLAB. Once the MATLAB code was completed, an evaluation of its operation was performed using ECG signals stored and analyzed by PhysioNet. The results showed that the algorithm was limited to signals with a regular sinus rhythm, so a second reading of several scientific papers was done to provide ideas for modifying the Pan Tompkins algorithm. After selecting and implementing the changes in this algorithm, it was evaluated on ECG signals with arrhythmia. The results revealed an increase in the independence of QRS complex detection efficiency from ECG signal characteristics by comparing the performance of the MATLAB code of the Pan-Tompkins algorithm and the modified one.

Keywords: electrocardiogram (ECG/EKG), Pan-Tompkins algorithm, QRS complex, MATLAB, PhysioNet.

Índice general

Resumen

Abstract

Índice general

Lista de figuras										
1. Introducción	1									
1.1. Motivación										
1.2. Objetivos										
1.3. Estructura de la memoria										
2. Desarrollo del algoritmo Pan-Tompkins	5									
2.1. Filtrado	6									
2.1.1. Relación frecuencial entre señal de entrada y filtro	7									
2.1.2. Diseño y aplicación de filtros	10									
Filtro paso bajo	10									
Filtro paso alto	14									
Filtro derivativo	16									
2.2. Enfatizado	19									
2.2.1. Función cuadrática	19									
2.2.2. Ventana deslizante	19									
2.3. Decisión	22									
2.3.1. Estrategia I	22									
2.3.2. Estrategia II	25									
2.3.3. Estrategia III	29									
3. Evaluación del algoritmo Pan-Tompkins	35									
3.1. Aplicación del algoritmo de Pan-Tompkins	38									
4. Mejora del algoritmo Pan-Tompkins	41									
4.1. Cambio I: Filtrado	42									

5.	Con	nclusiones									47
	4.3.	Cambio III: Procesar	niento	 	•••	 •••	 	 	 	 	45
	4.2.	Cambio II: Realzado		 		 •••	 	 	 	 	44

Índice de figuras

1.1.	Morfología de las ondas PQRST. ¹ $\dots \dots \dots$	1
1.2.	Morfología para el diseño de algoritmos.	2
2.1.	Visión general del algoritmo Pan–Tompkins.	5
2.2.	Diagrama de polos y ceros en el plano z	6
2.3.	Ejemplificación de la importancia de la frecuencia de muestreo de las señales entrada	9
2.4.	Comparativa del diagrama de polos y ceros	11
2.5.	Características filtro paso bajo original.	11
2.6.	Características filtro paso bajo adaptado.	12
2.7.	Tres señales ECG junto con su respuesta de aplicar el filtro paso bajo en el dominio del	
	tiempo. Y el espectro de frecuencias de la respuesta	13
2.8.	Respuestas en magnitud junto con el desfase del filtro paso alto original y adaptado. $\ . \ .$	14
2.9.	Tres señales ECG filtradas por filtro paso bajo seguido filtro paso alto en el dominio	
	temporal y frecuencial	15
2.10.	Características filtro derivativo original.	16
2.11.	Características filtro derivativo adaptado.	17
2.12.	Tres señales ECG tras aplicarle los tres filtros (filtro paso bajo, filtro paso alto, filtro	
	derivativo) en el dominio temporal y frecuencial.	18
2.13.	Cálculo integral de las señales ECG previamente filtradas con diferentes ventanas deslizantes.	21
2.14.	Esbozo gráfico del proceso realizado por Estrategia I	23
2.15.	Ejemplificación del comportamiento de la Estrategia I en la detección de complejos QRS.	24
2.16.	Esbozo gráfico del proceso realizado por Estrategia II	26
2.17.	La diferencia temporal entre el tiempo real cuando se ha generado complejo QRS y el	
	tiempo de detección del complejo en la señal integrada. QS: ancho del complejo QRS, W:	
	ancho de la señal de integración. ²	26
2.18.	Ejemplificación del comportamiento de la Estrategia II en la detección de complejos QRS.	28
2.19.	Esbozo gráfico del proceso realizado por Estrategia III	31
2.20.	Ejemplificación del comportamiento de la Estrategia III en la detección de complejos QRS.	33
3.1.	Posibles localizaciones de los sensores para generar las señales $ECG.^3$	36
3.2.	Representación temporal de la evolución de la frecuencia cardíaca del archivo 16265	39

3.3.	Representación temporal de la evolución de la frecuencia cardíaca.	39
4.1.	Filtros constituyentes de la fase de filtrado del algoritmo de Pan-Tompkins modificado	42
4.2.	Cambios de amplitud en la señal 108 m objeto de estudio. \ldots . \ldots . \ldots \ldots .	43
4.3.	Respuesta en magnitud del filtro paso bajo empleado en la fase de realzado. \ldots \ldots \ldots	44
4.4.	Localización de los picos a analizar	44
4.5.	Señal temporal de un fragmento del archivo 108m.	45

Capítulo 1

Introducción

1.1. Motivación

Hoy en día el electrocardiograma (ECG) junto con los algoritmos de análisis, constituyen una herramienta indispensable del facultativo para el diagnóstico de enfermedades cardiacas. Debido a que por una parte, "el ECG continúa proporcionando una información básica y fundamental que no es posible obtener a través de otra explotación" y "su realización es rápida, sencilla, segura, no dolorosa y relativamente económico"[1]. Y por otra parte, los algoritmos procesan de forma simultánea un gran espectro de variables en las señales ECG. Y es que los algoritmos más complejos detectan cambios mínimos en la amplitud, polaridad y forma de los complejos QRS aportando información sobre aspectos funcionales o anatómicos del corazón con implicaciones importantes, desde detectar enfermedades cardiacas en sus primeros estados hasta diabetes, en los pacientes.

El electrocardiograma se basa en la representación gráfica del funcionamiento eléctrico de las células cardiacas respecto del tiempo, y caracterizada por el complejo QRS. Su forma habitual es similar al de la Figura 1.1, repetido cada cierto tiempo, en la cual se distinguen seis ondas: P, Q, R, S y T, cada una de ellas representa una polaridad distinta de las células cardiacas durante un latido.



Figura 1.1. Morfología de las ondas PQRST.¹

¹Fuente: https: //www.girodmedical.es/media/wpuploads/2017/01/PQRST - 1.jpg

Con fin de detectar los cambios anómalos que se producen a lo largo de la señal ECG son necesarias líneas de código ejecutándose en computadoras (algoritmos). Uno de los algoritmos más empleados en el procesamiento y que atraviesa el presente escrito fue desarrollado por Pan y Tompkins en 1985. Aquí se analiza y se reproduce los pasos seguidos por estos dos científicos con el fin de asentar la base del entorno: detectar los complejos QRS y definir una metodología para analizar la eficacia de los algoritmos y posibles mejoras.

La detección de los complejos QRS de forma inequívoca ya es una realidad; no obstante, sigue habiendo un largo camino por recorrer en el mundo del análisis de las señales ECG para ayudar al sistema sanitario con los diagnósticos tempranos.

1.2. Objetivos

Iniciarse en el ámbito de diseño de algoritmos para analizar ECG es abrumador por la cantidad de información, artículos y algoritmos que se pueden encontrar hoy en día en Internet. Con el desarrollo de este documento, por un lado se pretende que tanto el escritor como los lectores tengan la oportunidad de formar la base sobre la que se han ido construyendo los algoritmos de análisis de ECG más complejos y fiables: algoritmo Pan-Tompkins, explicando el objetivo de cada una de las fases que componen dicho algoritmo. Y por otro lado, se aspira a construir una posible forma de evaluar los algoritmos. La evaluación del algoritmo comprende dos finalidades: verificar el correcto funcionamiento del algoritmo construido y analizar los resultados de la evaluación en busca de fragmentos de código mejorables. Este procedimiento se esquematiza en la Figura 1.2.



Figura 1.2. Morfología para el diseño de algoritmos.

De esta forma, cuando se haya alcanzado las páginas finales de este trabajo se habrá comprendido los eslabones constituyentes del algoritmo de Pan - Tompkins, así como haber aprendido una metodología para la detección de errores y de mejoras en el código del algoritmo.

1.3. Estructura de la memoria

En el Capítulo 2 se disgrega el algoritmo de Pan - Tompkins en varios subcapítulos. Dentro del subcapítulo 2.1 se describe la finalidad del proceso de filtrado junto a sus conceptos claves a tener en cuenta a la hora de diseñar filtros e identificar sus características. Con el objetivo de estudiar los tres filtros empleados en el algoritmo. En el subcapítulo 2.2 se presenta los procesos de realzado: función cuadrática y ventana deslizante.

Y por último, el subcapítulo 2.3 da pie al desarrollo de condiciones que permiten identificar los instantes de tiempo donde se localiza los complejos QRS. El lector llegado a este punto tendrá una visión general de las fases y sus respectivos objetivos que constituyen el algoritmo de Pan - Tompkins.

En el Capítulo 3 se presenta una metodología para evaluar la eficiencia del algoritmo que se ha explicado hasta el momento. También se introduce un ejemplo de como a partir de la detección de complejos QRS es posible obtener parámetros fisiológicos aplicando una fase de análisis de datos.

En el Capítulo 4, se realiza una serie de cambios en el código construido en el Capítulo 2 tras observar que su aplicación en señales no regulares es deficiente. Este último código resultante es sujeto a una evaluación similar a la descrita en el Capítulo 3 evidenciando así que los cambios realizados sobre el código han sido de utilidad.

Y por último, en el Capítulo 5 se enumeran las conclusiones que se han obtenido durante el estudio del algoritmo de Pan-Tompkins.

Capítulo 2

Desarrollo del algoritmo Pan-Tompkins

Los sensores empleados en la generación de las señales ECG, son sensibles a los cambios de tensión originados en el corazón y a otros fenómenos como pueden ser movimientos del paciente, acoplamientos electromagnéticos, acoplamientos inductivos, entre otros. Los cambios de tensión son la fuente de la cual se obtiene información fisiológica y el resto de las alteraciones son un obstáculo, y lo por tanto, es necesario una fase de filtrado en la cual se elimina lo que se conoce como ruido. Otra cuestión importante es recordar que los cambios de tensión sin un procesamiento no permiten evaluar parámetros descriptivos del funcionamiento del corazón como es por ejemplo el ritmo cardiaco. Por estas razones la mayoría de las señales ECG deben pasar por un proceso similar al mostrado en la Figura 2.1.



Figura 2.1. Visión general del algoritmo Pan-Tompkins.

Tras realizar un estudio general de las características temporal y frecuencial de la señal ECG, se eliminan y se atenúan aquellas frecuencias que solo aportan ruido. A continuación, se aplican una serie de funciones para resaltar ciertas partes de la señal filtrada con la intención de facilitar su procesamiento. Esta última fase, el procesamiento, conlleva la identificación de los puntos clave que ayudan a la estimación de los diferentes parámetros fisiológicos.

En este apartado del documento se introduce el algoritmo de Pan-Tompkins integrado por una fase de filtrado (bloques azulados), una fase de realzado (bloques grisáceos) seguido del último bloque de decisión donde se determina la posición temporal de dichos complejos (véase Figura 2.1). Cada una de estas partes se expondrá a un estudio teórico apoyado por ejemplos prácticos.

2.1. Filtrado

Los filtros son la herramienta por excelencia para modificar las amplitudes de las componentes frecuenciales en la señal ECG. Matemáticamente, los filtros son ecuaciones diferenciales cuyo comportamiento depende de sus coeficientes y términos derivativos, no obstante, emplear esta definición para predecir los cambios que se van a producir sobre la señal entrante es muy complicado.

Esta dificultad reside en que el filtro se encuentra en el dominio temporal,así pues, una solución simple y eficaz es el empleo de la transformada Z donde se pasa del dominio temporal al frecuencial convirtiéndose así la ecuación diferencial en una función de transferencia. Al igual que el comportamiento de las ecuaciones diferenciales depende de sus coeficientes y términos derivativos, la actitud de una función de transferencia (Ecuación 2.1) depende del conjunto de polos y ceros.



$$H(z) = \frac{1 - \alpha z^{-a} - \delta z^{-d} - \dots - \beta z^{-b}}{1 - \alpha' z^{-a'} - \delta' z^{-d'} - \dots - \beta' z^{-b'}}$$
(2.1)

Figura 2.2. Diagrama de polos y ceros en el plano z.

Estos dos últimos términos son las raíces del denominador y numerador de la función de transferencia, respectivamente. Suelen mostrarse en un diagrama de polos y ceros; círculo de radio unidad, con un eje horizontal que representa las partes reales de las raíces, con un eje vertical sus partes imaginarias y un perímetro que define la frecuencia.

La predicción del efecto del filtro sobre la señal de entrada en frecuencia resulta sencillo contrastando su diagrama de polos y ceros: las amplitudes localizadas en las frecuencias cercanas a los ceros se atenúan mientras que las cercanas a los polos se amplifican. Por ejemplo, en la Figura 2.2, se distingue un polo de la forma a + bi que amplifica las amplitudes de las frecuencias cercanas a $\frac{\pi}{4}$ radianes mientras que el cero -a + bi atenúa las amplitudes de las frecuencias cercanas a $\frac{3\pi}{4}$ radianes.

Los filtros se describen por una serie de parámetros importantes a tener en cuenta durante su diseño:

- Estabilidad, un filtro es estable si todos sus polos se encuentran en el interior del círculo unitario.
 El comportamiento que describe es una respuesta que se hace constante tras un periodo de tiempo.
 La estabilidad es una característica que debe cumplir todos los filtros.
- Retardo. Está sujeto al número de ceros, a mayor número de ceros mayor es el desplazamiento de la
 respuesta en el tiempo; luego, se deberá de tener cuidado de minimizar el retardo cuando los filtros
 se apliquen a tiempo real. Pero como en este caso los filtros tratan con señales grabadas, el retardo
 pasa a un segundo plano.
- Ganancia, describe la relación entre salida y entrada en amplitud del filtro respecto de la frecuencia ,y se suele representar en la gráfica de respuesta en magnitud. Aquellas frecuencias donde se localiza las mayores ganancias se conocen como zona de banda de paso, las ganancias más pequeñas definen la zona de banda de rechazo y el resto de las frecuencias componen las zonas de transición.
- Desfase, magnitud que describe la relación entre salida y entrada en tiempo del filtro respecto de la frecuencia. El desfase puede ser cero, lineal o no lineal. Entre estos tipos de desfase se deberá de rehuir el desfase no lineal porque distorsiona gravemente la forma de las señales.

2.1.1. Relación frecuencial entre señal de entrada y filtro

Las señales ECG utilizadas son discretas provenientes del muestreo de las señales reales, por consiguiente, la componente frecuencial máxima que se puede encontrar en ella es equivalente a su frecuencia de muestreo. Esta frecuencia límite se corresponde con un recorrido completo sobre la circunferencia, es decir, 2π radianes equivale a la frecuencia de muestreo de la señal en hercios (desde $-\pi a \pi$). Por tanto, las frecuencias asociadas a los polos y ceros vienen definidas por la frecuencia de muestreo, pero esto no quiere decir que las frecuencias que puede afectar el filtro estén limitadas, sino que su respuesta en frecuencia es periódica con un periodo equivalente a la frecuencia de muestreo.

Para aclarar este concepto de vital importancia se construye un filtro paso bajo con una frecuencia de corte de 10Hz para una señal muestreada a 50Hz. La señal de prueba s[n] está formada por dos frecuencias: 10Hz y 20Hz como se puede deducir del espectro de frecuencias de la Figura 2.3 (b), respecto al filtro paso bajo (Figura 2.3(c)) se aprecia su respuesta en magnitud, con una frecuencia normalizada, de la cual se deduce que la frecuencia de corte es 0.4 radianes.

Cuando estr filtro paso bajo se aplica a la señal muestreada a 50Hz su frecuencia de corte es 10Hz. Sin embargo, si este mismo filtro se aplica a esa misma señal, pero muestreada a 100Hz su frecuencia de corte pasa a ser 20Hz. Y por consiguiente, la respuesta en magnitud de esta misma entrada con diferentes frecuencias de muestreo, tras aplicar el mismo filtro, dan lugar a distintas repuestas en magnitud como se denota al comparar las Figuras 2.3 (d) y (e). Esto último se debe a que al existir un mayor rango de frecuencias que se distribuyen entre 0 y π la forma de la respuesta en magnitud del filtro acapara un mayor rango de frecuencias, y como consecuencia las frecuencias se desplazan hacia la izquierda. Como ejemplo, fíjese en la Figura 2.3(c) que para una frecuencia de 20Hz su ganancia es -25.04289 dB (punto (0.799, -25.043)) cuando la señal esta muestreada a 50Hz y -2.97929 4dB (punto (0.3988, -2.9792)) cuando esta misma señal se muestrea a 100Hz. En definitiva, la forma del filtro (Figura 2.3(c)) no varía con la frecuencia de muestreo pero sí la distribución de las frecuencias del eje X. Por ello, es muy importante tener en cuenta la frecuencia de muestreo de la señal durante el proceso de filtrado.



(d) Respuesta en frecuencia de la señal ejemplo con una frecuencia de muestreo de 50 Hz tras aplicar el filtro paso bajo.

(e) Respuesta en frecuencia de la señal ejemplo con una frecuencia de muestreo de 100 Hz tras aplicar el filtro paso bajo.

Figura 2.3. Ejemplificación de la importancia de la frecuencia de muestreo de las señales entrada.

2.1.2. Diseño y aplicación de filtros

Este apartado se centrará en el estudio e implementación de los filtros diseñados por Pan-Tompkins [2] para la eliminación y atenuación de todas las componentes frecuenciales existentes en señales ECG que no esten entre 5Hz - 15Hz.

Como los filtros fueron diseñados para señales muestreadas a 200Hz, se deberá realizar las adaptaciones pertinentes (interpolación) para que el efecto sobre señales muestreadas a 500Hz sea similar al producido en las señales de 200Hz.

Este proceso de interpolación consiste en la aplicación de una simple regla de tres donde se relaciona la frecuencia de muestreo con los coeficientes de la función de transferencia del filtro original. Pero, para asegurar la comprensión y validación de dicho proceso se desarrolla para cada filtro: el razonamiento realizado para su conversión y la contrastación de las características del filtro original y su adaptación, respectivamente.

Filtro paso bajo

El filtro paso bajo original de Pan y Tompkins (Ecuación 2.2) que permite el paso de frecuencias menores de 11 Hz a quedado tal que así para las señales de 500 Hz (Ecuación 2.3).

$$H_o(z) = \frac{z^{12} - 2z^6 + 1}{z^2 - 2z + 1} \tag{2.2}$$

En la adaptación de este filtro y los siguientes es necesario analizar la localización de sus ceros y polos teniendo en cuenta la frecuencia de muestreo de la señal para la que fue diseñado. De esta manera, se puede identificar aquellas frecuencias objeto de eliminación y atenuación.

$$H(z) = \frac{z^{30} - 2z^{15} + 1}{z^2 - 2z + 1}$$
(2.3)

En vista de la Figura 2.4 (a) se puede sacar en claro:

- Los polos se localizan en el centro del diagrama de polos y ceros, posición correspondiente a 0Hz.
- Los ceros importantes a tener en cuenta están a 0Hz y 37.5Hz aproximadamente.

Ahora bien, teniendo en cuenta que la frecuencia de muestreo actual es de 500 Hz y los puntos previos, se llega a las siguientes conclusiones que deberá de cumplir el diagrama de polos y ceros del filtro adaptado:

- Los polos se pueden mantener en el mismo lugar ya que su efecto es indiferente a la frecuencia de muestreo de la señal.
- Se debe de localizar el primer cero en el punto (1,0) y un segundo cero cuya ubicación coincide con una frecuencia aproximada de 33,3Hz. Un cuarto del diagrama corresponde a 125 Hz, por tanto, uno de los ceros se debe encontrar aproximadamente en la primera tercera parte. Esto conlleva a introducir dos ceros más, equidistantes entre sí, por cada cero del filtro paso bajo original.

Con estas deducciones se llega a la conclusión de que la relación entre número de ceros y polos es proporcional a la frecuencia de muestreo. Así pues, se eleva la Ecuación 2.2 a 2.5 (500Hz es 2.5 veces 200Hz) obteniendo la Ecuación 2.3 cuyo diagrama de polos y ceros está en Figura 2.4 (b) en concordancia con lo dicho con anterioridad.



(b) Filtro paso bajo adaptado.

Figura 2.4. Comparativa del diagrama de polos y ceros.

Para justificar que este filtro está adaptado correctamente se debe verificar dos aspectos importantes del diagrama de Bode: la forma de la curva y las frecuencias con mayores y menores ganancias.

Las características del filtro paso bajo adaptado (Ecuación 2.3) están dibujadas en la Figura 2.6: de la respuesta escalón se deduce refleja la estabilidad del filtro, además, de que el retardo que sufrirá la respuesta del filtro es de 56 ms. En cuanto a la respuesta en magnitud se asegura la linealidad del desfase y la distribución adecuada de las ganancias, es decir, las ganancias mayores se localizan en las menores frecuencias.

Asimismo, si se compara estas características con las de la Figura 2.5 se deduce fácilmente que la forma de las respuestas en ganancia son similares en consideración del eje de frecuencias. De igual modo, la respuesta escalón es semejante, y por ende, la adaptación se ha realizado correctamente.



Figura 2.5. Características filtro paso bajo original.

Recuérdese que los filtros serán normalizados, por tanto, la magnitud exacta de ganancia para cada frecuencia es superflua. La relevancia reside en la relación de ganancias entre las frecuencias, donde las ganancias máximas corresponden a la frecuencias mínimas y las ganancias mínimas se asocian a las frecuencias máximas.



Figura 2.6. Características filtro paso bajo adaptado.

El resultado de aplicar el filtro paso bajo sobre las primeras señales ECG de prueba (Figura 2.7) a sido suavizar la señal en el dominio del tiempo tras eliminar las componentes frecuenciales altas, como se deduce de las respuestas frecuenciales de la señales filtradas resultantes. Este efecto se debe a la particularidad de los filtros paso bajo, el promedio de las variaciones rápidas entre muestra y muestra y el mantenimiento de las variaciones lentas.



(a)



(b)



(c)

Figura 2.7. Tres señales ECG junto con su respuesta de aplicar el filtro paso bajo en el dominio del tiempo. Y el espectro de frecuencias de la respuesta

Filtro paso alto

El filtro paso alto actúa manteniendo las amplitudes de las componentes frecuenciales altas de la señal y disminuyendo las de frecuencias bajas.

Siguiendo el razonamiento anterior el filtro paso alto original (Ecuación 2.4) es adaptado a la Ecuación 2.5.

$$H_o(z) = \frac{-1 + 32z^{-16} + z^{-32}}{1 + z^{-1}}$$
(2.4)

$$H(z) = z^{-40} - \frac{1 - z^{-80}}{1 + z^{-1}}$$
(2.5)

Una simple verificación de la adecuación del filtro se refleja en la Figura 2.8, vista la semejanza existente entre las respuestas en magnitud del filtro paso alto original y su adaptación.



Figura 2.8. Respuestas en magnitud junto con el desfase del filtro paso alto original y adaptado.

La forma de ambas curvas azules son prácticamente idénticas teniendo en consideración el rango de frecuencias que presenta cada una de las gráficas. Ahora bien, se ha normalizado, en unidades de decibelios, la respuesta en magnitud con el fin de facilitar la identificación de semejanzas entre ambas gráficas. Este filtro, también cumple con la condición de presentar un desfase lineal.

Al aplicar el filtro paso alto sobre las señales resultantes de la Figura 2.7 se han generado las señales de la Figura 2.9. En esta se ha representado la respuesta temporal de aplicar el filtro paso bajo seguido del filtro paso alto y su respectiva respuesta en frecuencia, a la cual se ha añadido un recuadro rojo resaltando así las amplitudes frecuenciales entre 5Hz-15Hz, zona donde se debe localizar las ganancias máximas. Esta condición responde a que las señales ECG estan formadas por amplitudes espectrales en el rango de frecuencias mencionado. No obstante, la única señal que por el momento cumple con dicho requisito es la Figura 2.9 (c).











(c)

Figura 2.9. Tres señales ECG filtradas por filtro paso bajo seguido filtro paso alto en el dominio temporal y frecuencial.

Filtro derivativo

El filtro derivativo se emplea para realzar las transiciones rápidas de la señal con el fin de identificar las ondas R que aparecen en los complejos QRS caracterizadas por presentar una mayor pendiente respecto del resto de ondas. Tener en cuenta que identificar la onda R implica la identificación del complejo.

Se presenta el filtro derivativo original (Ecuación 2.6) junto con el filtro derivativo adaptado (Ecuación 2.7):

$$H_o(z) = \frac{-z^{-2} - 2z^{-1} + 2z + z^2}{22}$$
(2.6)

$$H(z) = \frac{5 + 4z^{-1} + 3z^{-2} + 2z^{-3} + z^{-4} - z^{-6} - 2z^{-7} - 3z^{-8} - 4z^{-9} - 5z^{-10}}{110}$$
(2.7)

Si se compara las Figuras 2.10 y 2.11, al igual que se ha realizado en los apartados anteriores se observa que dicha adaptación ha sido ciertamente bien elaborada.



Figura 2.10. Características filtro derivativo original.

Para este filtro derivativo el desfase no es lineal en todo el dominio frecuencial. No obstante, como las componentes frecuenciales restantes tras aplicar el filtro paso alto están entre 0Hz y 30Hz se puede decir que el desfase es lineal en el rango de su aplicación, es decir, las componentes frecuenciales de las señales filtradas hasta el momento no superan los 30Hz por lo que como máximo el desfase que se generará se correspondería con la frecuencia de 30Hz. Como en los primeros 30 Hz el desfase es lineal se concluye que el desfase del filtro derivativo es lineal. Además, el retardo es de 8 ms. Todo esto deducido de la Figura 2.11.



Figura 2.11. Características filtro derivativo adaptado.

Las respuestas en tiempo y en frecuencia de aplicar el filtro derivativo sobre las señales de la Figura 2.9 se muestran en la Figura 2.12. Nótese la distinción clara percibida en la identificación de las ondas R en el tiempo en comparación con las señales generadas del filtro paso bajo o el filtro paso alto. Y también, cómo las ganancias máximas se corresponden a las frecuencias sobre las que oscila las señales ECG.











(c)

Figura 2.12. Tres señales ECG tras aplicarle los tres filtros (filtro paso bajo, filtro paso alto, filtro derivativo) en el dominio temporal y frecuencial.

2.2. Enfatizado

Matemáticamente, esta fase es una integración de la señal cuya finalidad es calcular el área bajo la curva de la señal cuadrática con un intervalo de 0.15ms. De esta manera, los picos máximos se corresponderán de forma inequívoca con las ondas R. La duración de un complejo QRS en un ritmo cardiaco regular es de 0.15 ms de ahí la necesidad de realizar integraciones de la señal en periodos de 75 muestras.

2.2.1. Función cuadrática

El enunciado expresa explícitamente el cálculo que se va a realizar sobre la señal filtrada.

$$y[n] = [x[nT]]^2 \tag{2.8}$$

Con esta fase toda la señal pasa a ser positiva. De esta manera al realizar la integración no existirá términos restantes que puedan disminuir el área bajo la curva del complejo QRS.

2.2.2. Ventana deslizante

La ventana deslizante consiste en un pulso que se mantiene en activo durante un determinado tiempo t. Actúa como un escáner digitalizando el área bajo la curva de la señal cuadrática. En la Figura 2.13 se presentan los resultados de aplicar sobre una misma señal ventanas deslizantes de diferentes anchos, y de las cuales se saca las siguientes anotaciones:

- A medida que se aumenta el ancho del pulso, mayor es el tiempo en que se mantiene constante el valor máximo de la integración.
- La relación entre altura de los montículos y el ancho de la ventana deslizante es inversamente proporcional.
- Los tiempos en los que se generan los montículos son independientes del ancho de la ventana deslizante.

Teniendo en cuenta que la ventana deslizante no es más que una integral, obtener una constante durante un periodo de tiempo implica que en ese rango la señal no ha cambiado. De donde se deduce que el ancho del complejo QRS es menor al ancho del pulso y que las ondas P y T están muy alejadas o cercanas del complejo QRS. Aumentar el tiempo en activo de la ventana resulta perjudicial ya que puede llevar al solapamiento de los complejos QRS con las ondas T y P o incluso el solapamiento de varios complejos QRS. Del mismo modo, si el ancho de la ventana deslizante es menor que el tiempo del complejo QRS, se obtendrán varios picos de emplear la integración causando la detección múltiple de un único complejo QRS. El fenómeno de la altura de los montículos se debe a la definición de la integral. Cuanto mayor es el área que ocupe la ventana deslizante más área bajo la curva se calculará, como este acontecimiento no tiene nada que ver con la naturaleza del complejo QRS se obviará a la hora de tomar decisiones sobre el tamaño de la ventana deslizante.

Por todo esto, la única condición a tener en cuenta al aplicar dicha fase es asegurar que el ancho de la ventana deslizante sea aproximado a la duración de los complejos QRS y debido a lo cual el cálculo de ventana deslizante se realiza de forma empírica.



(a)



(b)



(c)

Figura 2.13. Cálculo integral de las señales ECG previamente filtradas con diferentes ventanas deslizantes.

2.3. Decisión

Una vez eliminado el ruido de las señales ECG y resaltado aquellas partes que permitirán una fácil identificación de los complejos QRS, se inicia su procesamiento. Esta fase se basa en la detección de los tiempos donde se originan las ondas R a partir del análisis de dos parámetros de la señal: pendiente y amplitud. El algoritmo de decisión de Pan y Tompkins es el desarrollado en la estrategia III. No obstante, se han introducido dos estrategias previas simplificadas para facilitar la compresión del algoritmo.

2.3.1. Estrategia I

El primer enfoque se basa en calcular y actualizar un umbral de amplitud empleado para etiquetar los picos presentes en la señal integrada como ruido o complejo.

Los parámetros involucrados en esta estrategia son:

SPKI: almacena la amplitud del pico último clasificado como complejo QRS en la señal integrada.
 Su inicialización se calcula como la tercera parte del pico máximo en amplitud presente en el primer segundo de la señal integrada.

$$SPKI = 0,125 \cdot PEAKI + 0,875 \cdot SPKI \tag{2.9}$$

 NPKI: almacena la amplitud del pico último clasificado como ruido en la señal integrada. Su inicialización se calcula como la mitad de la media de las amplitudes de los picos localizados en el primer segundo de la señal integrada.

$$NPKI = 0.125 \cdot PEAKI + 0.875 \cdot NPKI \tag{2.10}$$

• THRESHOLD I1: límite mínimo que define si el pico es un complejo en función de su amplitud.

$$THRESHOLDI1 = NPKI + 0.25 \cdot (SPKI - NPKI)$$

$$(2.11)$$

 PEAKI amplitud del pico objeto de análisis. Con la función Matlab "findpeaks" se obtiene un array con los tiempos y amplitudes de los picos que se han encontrado en la señal integrada. Cada uno de estos picos serán sometido a una evaluación bajo el nombre de PEAKI.

El funcionamiento del algoritmo (Figura 2.14) parte de la inicialización de los parámetros anteriores como viene indicado. A continuación, se selecciona la amplitud del primer pico encontrado después del primer segundo en la señal integrada y se define como PEAKI. Este pico se marca como complejo o ruido en función de su valor comparado con THRESHOLD I1.Si la amplitud de PEAKI es mayor que THRESHOLD I1 entonces en el tiempo de PEAKI se localiza un complejo QRS, en caso contrario es ruido. Cuando se detecta un complejo QRS se debe actualizar el valor de SPKI mientras que si es ruido, el parámetro a actualizar es NPKI. Llegado a este punto, se actualiza THRESHOLD I1 y se iguala PEAKI al siguiente pico no analizado de la señal integrada. Este proceso se repite hasta que todos los picos definidos por "findpeaks" sean analizados. Los tiempos de los complejos QRS se almacenan en el array *picos_qrs* para su uso en la siguiente estrategia.



Figura 2.14. Esbozo gráfico del proceso realizado por Estrategia I.

Este algoritmo identifica correctamente los complejos QRS para el caso de ritmos cardiacos regulares. No obstante, los complejos QRS con caídas repentinas en amplitud no serán detectados debido a que el umbral no tiene la capacidad de moldearse rápidamente a dicha situación. Otra desventaja reside en detectar complejos QRS en donde no existen debido a posibles ruidos con una amplitud y frecuencia similar al de los complejos que han permanecido tras la fase de filtrado.

A partir de la Figura 2.15 se puede establecer el comportamiento de la Estrategia I y la variabilidad de los parámetros involucrados. Los valores SPKI y NPKI cambian proporcionalmente a la amplitud del complejo QRS y del ruido, respectivamente. Los valores de NPKI varían lentamente debido a que las amplitudes de los ruidos son minimalistas mientras que SPKI aumenta en valor de forma rápida debido a la gran amplitud de los complejos QRS. Sin embargo, el THRESHOLD I1 varía lentamente lo que evidencia una de las primeras desventajas de la estrategia. La simbología empleada es: * (complejo QRS), \bigtriangledown (SPKI), \triangle (NPKI) y x (THRESHOLD I1).



(c)

Figura 2.15. Ejemplificación del comportamiento de la Estrategia I en la detección de complejos QRS.

2.3.2. Estrategia II

Este segundo procedimiento consiste en emplear la primera estrategia en la señal integrada y en la señal derivada. De esta manera, la probabilidad de etiquetar a un complejo QRS como ruido o viceversa se reduce.

Las variables que se emplean en este apartado son análogas a las anteriores.

 SPKF: almacena la amplitud del pico último clasificado como complejo QRS en la señal filtrada. Su inicialización se calcula como la tercera parte del pico máximo en amplitud presente en el primer segundo de la señal filtrada.

$$SPKF = 0.125 \cdot PEAKI + 0.875 \cdot SPKF \tag{2.12}$$

 NPKF: almacena la amplitud del pico último clasificado como ruido en la señal filtrada. Su inicialización se calcula como la mitad de la media de las amplitudes de los picos localizados en el primer segundo de la señal filtrada.

$$NPKF = 0.125 \cdot PEAKI + 0.875 \cdot NPKF \tag{2.13}$$

• THRESHOLD F1: límite mínimo que debe presentar la amplitud del pico para definirse como complejo.

$$THRESHOLDF1 = NPKF + 0.25 \cdot (SPKF - NPKF)$$

$$(2.14)$$

- PEAKI amplitud del pico objeto de análisis. Con la función Matlab "findpeaks" se obtiene un array con los tiempos y amplitudes de los picos que se han encontrado en la señal filtrada. Cada uno de estos picos serán sometido a una evaluación bajo el nombre de PEAKI.
- picos_qrs almacena los tiempos en los que se ha detectado complejos QRS según la estrategia primera.

En un primer momento es preciso inicializar las variables SPKF, NPKF, THRESHOLD F1 como en el caso anterior y a continuación, se crea una ventana temporal en la señal filtrada. Esta ventana es un fragmento de la señal filtrada sobre la cual se aplicará una serie de comprobaciones. Dicho fragmento estará situado temporalmente entre el primer tiempo de picos_qrs menos 0.15 ms hasta el tiempo del primer elemento de $picos_qrs$. Tras analizar dicha ventana se crea la siguiente ventana con el siguiente elemento de $picos_qrs$ y así sucesivamente hasta alcanzar el final de dicho array.

Las comprobaciones que se deben realizar a cada una de las ventanas son: la localización del pico más alto y su comparación con THRESHOLD F1; si la amplitud del pico supera el umbral, entonces se marca dicho pico como complejo QRS en caso contrario, pasa a formar parte del ruido. En el primer caso se actualizaría SPKI y en el segundo caso NPKI, seguido del THRESHOLD F1. Llegado a este punto se crearía la siguiente ventana temporal y se le aplicaría las mismas comprobaciones. Véase la Figura 2.16.



Figura 2.16. Esbozo gráfico del proceso realizado por Estrategia II.

Mientras en la Estrategia I se define un complejo QRS en base sólo a la amplitud de los picos encontrados en la señal integrada, ésta construye su decisión teniendo en cuenta las amplitudes de los picos encontrados en la señal integrada definidos como complejos QRS por la Estrategia I y las amplitudes que alcanzan dichos picos en la señal filtrada. Es decir, si un determinado pico de la señal filtrada llámese P no supera el umbral THRESHOLD I1, la Estrategia II no analiza P porque para que P sea complejo a partir de la Estrategia II es necesario primeramente que supere THESHOLD I1.

La finalidad de esta estrategia es constatar que efectivamente los picos considerados como complejos QRS por parte de la Estrategia I son tal analizando sus amplitudes en la señal filtrada.

Los ejemplos de aplicar esta estrategia II se pueden observar en la Figura 2.17. Fíjese que los tiempos en los que se han detectado los complejos QRS en la señal integrada están ligeramente desplazados debido al efecto de la ventana deslizante como se ilustra en la Figura 2.17.



Figura 2.17. La diferencia temporal entre el tiempo real cuando se ha generado complejo QRS y el tiempo de detección del complejo en la señal integrada. QS: ancho del complejo QRS, W: ancho de la señal de integración.¹

¹Fuente: Tompkins, J.Willis. (2000). Biomedical Digital Signal Processing. New Jersey, EE.UU: PRENTICE HALL. Página 257.

Una desventaja de este algoritmo que se remediará con la versión final de la fase de procesamiento se deduce de la Figura 2.18 (b). En el sexto segundo aproximadamente se encuentra un complejo QRS que no ha podido ser detectado debido a la falta de adaptación rápida del umbral QRS a cambios repentinos en la amplitud de los complejos QRS.



Figura 2.18. Ejemplificación del comportamiento de la Estrategia II en la detección de complejos QRS.

2.3.3. Estrategia III

Esta última estrategia lleva a cabo el mismo procedimiento del apartado anterior con la incorporación de una fase de revisión, permitiendo así un posible retroceso en el tiempo para reducir la magnitud de los umbrales cuando se detecte que "se ha perdido" un complejo QRS. El término "se ha perdido" dependerá de la media del tiempo que existe entre complejos QRS hallados.

Los parámetros² implicados son:

SPKI: almacena la amplitud del pico último clasificado como complejo QRS en la señal integrada.
 Su inicialización se calcula como la tercera parte del pico máximo en amplitud presente en el primer segundo de la señal integrada.

$$SPKI = 0.125 \cdot PEAKI + 0.875 \cdot SPKI \tag{2.15}$$

SPKF: almacena la amplitud del pico último clasificado como complejo QRS en la señal integrada.
 Su inicialización se calcula como la tercera parte del pico máximo en amplitud presente en el primer segundo de la señal filtrada.

$$SPKF = 0,125 \cdot PEAKI + 0,875 \cdot SPKF \tag{2.16}$$

 NPKI: almacena la amplitud del pico último clasificado como ruido en la señal integrada. Su inicialización se calcula como la mitad de la media de las amplitudes de los picos localizados en el primer segundo de la señal integrada.

$$NPKI = 0.125 \cdot PEAKI + 0.875 \cdot NPKI \tag{2.17}$$

 NPKF: almacena la amplitud del pico último clasificado como ruido en la señal integrada. Su inicialización se calcula como la mitad de la media de las amplitudes de los picos localizados en el primer segundo de la señal filtrada.

$$NPKF = 0.125 \cdot PEAKI + 0.875 \cdot NPKF \tag{2.18}$$

• THRESHOLD I1: límite que determina que un pico de la señal integrada es un complejo si la amplitud del pico en análisis es mayor que este.

$$THRESHOLDI1 = NPKI + 0.25 \cdot (SPKI - NPKI)$$

$$(2.19)$$

 $^{^{2}}$ Las variables que finalizan en "I" hacen referencia a la señal integrada y "F" hacen referencia a la señal filtrada.

 THRESHOLD I2: límite que determina que un pico de la señal integrada es un complejo si su amplitud es mayor que este. Se empleará en las fases de reanálisis.

$$THRESHOLDI2 = 0.5 \cdot THRESHOLDI1 \tag{2.20}$$

• THRESHOLD F2: límite que determina que un pico de la señal filtrada es un complejo si su amplitud es mayor que este. Se empleará en las fases de reanálisis.

$$THRESHOLDF2 = 0.5 \cdot THRESHOLDF1 \tag{2.21}$$

- PEAKI amplitud del pico objeto de análisis. Con la función Matlab "findpeaks" se obtiene un array con los tiempos y amplitudes de los picos que se han encontrado en la señal integrada. Cada uno de estos picos serán sometido a una evaluación bajo el nombre de PEAKI.
- RR AVERAGE1 (RR1): la media de los 8 intervalos de tiempo últimos entre un complejo y otro.

$$RR_{-}AVERAGE1 = 0.125 \cdot (RR_{n-7} + RR_{n-6} + RR_{n-5} + \dots + RR_n)$$
(2.22)

 RR AVERAGE2 (RR2): a media de los 8 intervalos últimos de tiempo máximos entre un complejo y el siguiente.

$$RR_{-}AVERAGE2 = 0.125 \cdot (RR'_{n-7} + RR'_{n-6} + RR'_{n-5} + \dots + RR'_{n})$$
(2.23)

• RR LOW LIMIT (RRll): es el límite de tiempo mínimo que existe entre los complejos detectados.

$$RR_LOW_LIMIT = 92\% \cdot RR_AVERAGE2$$
(2.24)

• RR HIGH LIMIT (RRhl): es el límite temporal máximo que hay entre los complejos detectados.

$$RR_HIGH_LIMIT = 116\% \cdot RR_AVERAGE2$$
(2.25)

 RR MISSED LIMIT (RRml): si durante este tiempo no aparece un complejo se deberá de volver "hacia atrás" para disminuir el umbral.

$$RR_HIGH_LIMIT = 166\% \cdot RR_AVERAGE2$$
(2.26)

La Estrategia III se compone de dos fases: la primera fase se completa mediante la detección de los primeros 8 complejos QRS empleando la metodología seguida en la Estrategia II, mientras la segunda fase comprende los códigos de las estrategias anteriores pero con líneas adicionales para "search back". Tras detectar los complejos QRS de la fase primera se inicializa los parámetros restantes no involucrados en la Estrategia I y la Estrategia II como RR AVERAGE1, RR AVERAGE2... Se inicializa PEAKI como el primer pico de la señal integrada tras el primer segundo. Si la amplitud de PEAKI no supera THRESHOLD I1 se etiqueta como ruido y se reinicializa PEAKI, en caso contrario se crea una ventana temporal en la señal filtrada de duración 0.15ms donde su extremo derecho coincide con el tiempo de PEAKI.



Figura 2.19. Esbozo gráfico del proceso realizado por Estrategia III.

En esta ventana se buscan los picos que superen THRESHOLD F1 en la señal integrada. Si existen estos picos, se localiza el pico máximo de la ventana y se marca como complejo QRS. En el caso opuesto se debe realizar una comprobación del tiempo transcurrido desde el último complejo QRS y PEAKI. Si el tiempo entre estos puntos es menor que RR MISSED LIMIT entonces el pico se marca como ruido y se actualiza todos los parámetros, volviendo a la casilla de inicio de la fase 2. En contraposición, se inicia el proceso de reanálisis.

El reanálisis procede de forma análogo a la Estrategia II: se compara PEAKI con THRESHOLD I2 y si PEAKI supera THRESHOLD I2 entonces se crea una ventana temporal en la señal filtrada, situada entre el tiempo de PEAKI y PEAKI menos 0.15 ms. En esta ventana se localiza el punto máximo, si supera THRESHOLD F2 dicho pico será complejo QRS. En caso contrario se vuelve a la fase inicial de fase 2 tras actualizar todos los parámetros.

Como es lógico, la fase segunda se repetirá para todos los picos encontrados en la señal integrada y cuando se actualice PEAKI se deberá revaluar todo el resto de parámetros. Un esquema general del funcionamiento de la Estrategia III que conforma el algoritmo de Pan Tompkins se puede consultar en la Figura 2.19.

Respecto de los resultados obtenidos de aplicar el algoritmo de Pan-Tompkins (Figura 2.20) parece que no se han producido grandes cambios debido a que las señales están analizadas en su gran parte por la Fase I, ya que la duración de la señal ECG es corta. De lo que se deduce que este algoritmo no sería eficiente para grabaciones cortas de ECG, pues necesita un tiempo de estabilización que dependerá del ritmo cardíaco del paciente. La simbología que se ha empleado en las estrategias anteriores se ha mantenido a excepción de los complejos QRS detectados con la segunda fase (o).

Un aspecto a resaltar es que los tiempos de los complejos QRS se detectan con cierto retraso debido a la ventana deslizante como se ha mencionado en su momento, por tanto, se deberá restar al tiempo real de detección 0.15 ms (tamaño de la ventana) para contrarestar dicho efecto.



Figura 2.20. Ejemplificación del comportamiento de la Estrategia III en la detección de complejos QRS.

Capítulo 3

Evaluación del algoritmo Pan-Tompkins

Una de las cuestiones que se afronta tras diseñar el algoritmo Pan-Tompkins es si tras ser construido y considerado como finalizado, ciertamente funciona como se asume. Una de las metodologías que se repite en varios artículos y la cual se emplea en este capítulo para evaluar el algoritmo, es PhysioNet. En esta plataforma web se distinguen tres elementos: "PhysioNet" foro online donde se realizan seminarios, se intercambia grabaciones de señales biológicas, se proporciona tutoriales y materiales académicos, entre otros. "PhysioBank ATM" es el espacio web donde se almacena grabaciones digitales de diferentes señales fisiológicas, mientras "PhysioToolkit" proporciona herramientas software potentes para el análisis de señales fisiológicas [3]. No obstante, en lo que respecta a este trabajo solo se dará uso a PhysioBank ATM. Esta base de datos resulta de gran atracción por la capacidad de seleccionar entre diferentes señales, tipos de anotaciones, tamaño del archivo, presentación de la señal, descargar grabaciones con extensión. .mat entre otras muchas posibilidades.

Las señales ECG se pueden medir desde diferentes posiciones del organismo (Figura 3.1) implicando una alta variabilidad de ruidos que pueden encontrarse en una señal, es por ello, que al descargar los archivos ".mat" de la base de datos se encuentran en la mayoría de los casos al menos dos señales ECG medidas desde diferentes posicionamientos. Como el principal objetivo de este trabajo es verificar el buen funcionamiento del algoritmo y no el efecto de los ruidos en dicho algoritmo, se seleccionará la señal con menos ruido acoplado y donde la onda R está más pronunciada facilitando así la comprobación del correcto funcionamiento del código MATLAB.



Figura 3.1. Posibles localizaciones de los sensores para generar las señales ECG.¹

El algoritmo construido hasta el momento es de utilidad para las señales cuyos complejos QRS mantienen una forma regular y en la que la onda R presenta una amplitud considerablemente mayor que el resto de ondas. Estas características se dan cuando el ritmo cardiaco está libre de arritmias y por tanto para evaluar el correcto funcionamiento del algoritmo se empleará la base de datos: MIT - BIH NORMAL SINUS RHYTHM DATABASE, como su propio nombre indica, almacena grabaciones digitales ECG de individuos con un ritmo sinusal regular.

Una vez seleccionada la base se datos se ha ejecutado el siguiente procedimiento:

- I. Descargar: archivo ".mat" que almacena la grabación ECG, archivo ".info" que contiene las características de dicha señal: frecuencia de muestreo, offset, ganancia, duración de la grabación, tamaño del archivo ".mat" y archivo ".txt" el cual entraña la localización temporal de los complejos QRS.
- II. Emplear la función "PrepararArchivo.m" para eliminar offset y ganancia de las señales.
- III. Identificar entre las dos señales de ECG (ECG1, ECG2) presentes en el archivo ".mat" cual de ellas es la que contiene menos ruido.
- IV. Hacer pasar la señal resultante por el algoritmo de Pan-Tompkins ("Pan_tompkins.m"). Como la frecuencia de muestreo de las señales a analizar es distinta a la de 500Hz ha sido necesario realizar las adaptaciones pertinentes en los filtros con la misma metodología explicada con anterioridad. Para ver el funcionamiento del algoritmo Pan-Tompkins introduzca en el compilador de MATLAB las siguientes líneas ²:

[data] = PrepararArchivo('16265m', 0, 200);ECG1 = data(1,:); Physionet_Pan_Tompkins(ECG1, 128, 0.15);

V. Tras ejecutar el algoritmo de Pan- Tompkins en Matlab se guarda los tiempos donde se han localizado complejos QRS en una hoja Excel.

¹Fuente: https://www.urgenciasyemergen.com/las-derivaciones-del-electrocardiograma/

²Fragmento de código extraido del Script "Guia_Aplicacion.mlx'

VI. Realizar una comparación entre los tiempo donde se han detectado complejos por el algoritmo y los tiempos de los complejos anotados por PhysioNet.

Llegado a este punto solo queda, por un lado cuantificar los falsos positivos (FP), tiempos en los que el algoritmo ha detectado un complejo que no es complejo, los falsos negativos (FN), tiempo en los que el algoritmo no ha detectado un complejo cuando lo era y los verdaderos positivos (TP), tiempos en los que el algoritmo ha acertado en la detección del complejo QRS. Y por otro lado, realizar las sustituciones pertinentes en las siguientes ecuaciones [4]:

$$Sensibilidad = \frac{TP}{TP + FN} \tag{3.1}$$

$$Prediccion\ positiva = \frac{TP}{TP + FP} \tag{3.2}$$

$$Tiempo \ error \ medio = \frac{\sum |Tiempo \ QRS \ detectado - Tiempo \ real \ QRS|}{TP}$$
(3.3)

La sensibilidad indicará la capacidad de detectar complejos QRS lo que implica que cuanto mayor sea su valor menor es la probabilidad de perder un complejo QRS. En cambio, la predicción positiva proporcionará el grado de fiabilidad de una correcta detección de complejos QRS, cuanto mayor es este parámetro menor es la probabilidad de detectar complejos QRS negativos. Otra característica relevante a la hora de evaluar un algoritmo es el tiempo de retardo que se produce en el algoritmo cuando se detecta correctamente el complejo QRS. Permitiendo así, identificar la sensibilidad temporal con la que se detectan estos complejos QRS.

En la hoja de cálculo "Libro_Evaluacion_PanTompkins_NormalSinusRhythm.xlsm" se han copiado los tiempos donde se ha almacena tanto los tiempos QRS detectados por este algoritmo, así como los tiempos QRS detectados por PhysioNet, se han calculado el número de FP,FN,TP y se han obtenido los parámetros que reflejan el buen o mal funcionamiento del código (ver parte inferior del archivo) generando así la Tabla 3.1 evidenciando el buen diseño del algoritmo de Pan-Tompkins tanto a nivel de sensibilidad como de fiabilidad.

Archivo	TP	FP	FN	${\bf Sensibilidad}(\%)$	Predicción (%)	Error medio (s)
16265m ECG1	5279	3	25	99,529	99,943	0,0325
16272m ECG1*	3648	12	124	96,713	99,672	0,0394
16273m ECG1	4778	0	21	99,562	100,00	0,0299
16420m ECG1	4820	7	15	99,690	99,855	0,0725
16483 m ECG2*	5650	24	63	98,897	99,577	0,0408
16539m ECG1	4754	4	36	99,248	99,916	0,0714
16786m ECG1	4407	0	4	99,909	100,00	0,0384
16795m ECG1	4155	3	204	95,320	99,928	0,0699
17453m ECG2	4963	21	8	99,839	99,579	0,0501
17052m ECG1	4463	5	20	99,554	99,888	0,0825

Tabla 3.1. Evaluación del algoritmo Pan-Tompkins

(*) Se ha localizado un pico sobrante que no se ha podido identificar su procedencia.

3.1. Aplicación del algoritmo de Pan-Tompkins

Se ha verificado el alto rendimiento del código construido hasta el momento tras el estudio del algoritmo de Pan-Tompkins en la detección de los complejos QRS, no obstante, este algoritmo sigue sin tener utilidad. La localización de los complejos QRS sin un fase de manipulación o sintesis de datos, como viene recopilado en las primeras líneas del Capítulo 1, no proporcionará información fisiológica del paciente.

Un ejemplo simplista de cómo enfocar los datos que se han alcanzado para obtener información notoria del sistema cardíaco es realizar una diferencia de tiempos. Con la Ecuación 3.4 es posible calcular dos características fisiológicas del paciente: su frecuencia cardiaca instantánea y su frecuencia cardiaca media realizando un promediado de las frecuencias instantáneas.

$$Frecuencia_Instantanea = \frac{60}{tiempo_QRS_actual - tiempo_QRS_anterior}$$
(3.4)

La representación temporal de la frecuencia cardiaca instantánea del paciente (Véase Figura 3.2) es muy útil tanto para el ingeniero que esta desarrollando el algoritmo como para evaluar el funcionamiento del corazón del paciente por parte del profesional sanitario.

Desde el punto de vista del desarrollador, antes de iniciar el proceso laborioso de ordenación de los tiempos de los complejos QRS y la cuantificación de TP, TF y FP, una forma rápida y sencilla de evaluar de forma superflua el funcionamiento del código es la representación de las frecuencias cardiacas instantáneas, pues una dispersión alta de las frecuencias evidencia que la funcionalidad de dicho algoritmo no es la adecuada. Respecto al médico, la visualización en el tiempo del ritmo cardiaco instantáneo del paciente puede proporcionarle mayor información sobre su funcionamiento cardiaco frente a su frecuencia cardiaca media.



Figura 3.2. Representación temporal de la evolución de la frecuencia cardíaca del archivo 16265.

Un fenómeno importante a tener en cuenta es la exclusión de los primeros valores de frecuencia instantánea, ya que la detección de los primeros complejos QRS podrán resultar erróneos debido al tiempo que necesita el algoritmo de Pan Tompkins para poder iniciar el proceso de "search back". Un ejemplo de dicho efecto se observa en la Figura 3.3 (a) la cual ha considerado la primera frecuencia cardiaca del paciente mientras que la Figura (b) la ha excluido.



Figura 3.3. Representación temporal de la evolución de la frecuencia cardíaca.

Capítulo 4

Mejora del algoritmo Pan-Tompkins

Los algoritmos iniciales, como el construido hasta el momento, no abarcan todas las alteraciones que pueden aparecer en la señal de electrocardiograma. En el Capítulo anterior se ha concluido que el funcionamiento del algoritmo es favorable para las señales con un ritmo sinusal regular. Sin embargo, al aplicar el mismo algoritmo sobre una señal con arritmia los resultados de evaluación se desploman, debido a que los parámetros sobre los que se apoya no son los suficientemente discriminatorios.

Durante el proceso de estudio de las posibles modificaciones a realizar sobre el algoritmo Pan-Tompkins se han localizado una amplia gama de cambios que involucran diferentes aspectos del algoritmo. Existen infinidad de posibilidades desde cambiar los filtros adaptándolos al tipo de ruidos acoplados a la señal, cambiar la expresión matemática para el cálculo de los umbrales hasta cambiar los coeficientes que relacionan el umbral secundario del reanálisis con el umbral ordinario [5]. Amrita Rana y Kyung Ki Kim defienden la estrategia de sustituir el filtro paso bajo y el filtro paso alto por un filtro paso banda [6].

Otro de los cambios que se han ido repitiendo en los algoritmos modificados más complejos es sustituir el filtro derivativo tradicional por la Transformada de Hamilton, donde se demuestra como este último disminuye el error de tiempo en la detección de los latidos y como su aplicación ante complejos QRS con pendientes suaves es más eficiente [7]. Entre todos estos estudios el de mayor interés y que proporcionaría mayor información sobre el funcionamiento del corazón es la detección de cada una de las ondas que compone los complejos QRS [8]. Sin mebargo, debido al límite de la extensión del trabajo los cambios que se van a realizar son: implementar los filtros diseñados por Hamilton y Tompkins, añadir una fase de filtrado sobre la señal integrada y complementar la fase de decisión con la detección de las ondas T.

El problema principal de la ineficiencia en la detección de complejos QRS a partir del algoritmo de Pan-Tompkins se debe a la mala discriminación entre onda T y onda R, por tanto, aplicando el cambio propuesto para la fase de decisión, la detección de los complejos QRS mejoraría considerablemente. Ahora bien, se han añadido otros dos cambios donde cada uno abarca una fase distinta del algoritmo inicial con el fin de ejemplificar y observar sus efectos en la detección de los complejos QRS.

4.1. Cambio I: Filtrado

Los filtros del algoritmo de Pan-Tompkins son sustituidos por el paso bajo (Ecuación 4.1), el paso alto (Ecuación 4.2) y el filtro derivativo (Ecuación 4.3) indicados en la lectura del artículo escrito por Hamilton y Tompkins [5].

La forma de cada uno de los filtros implementados en el algoritmo de Pan-Tompkins se han mantenido en estos nuevos filtros como se deduce claramente de la Figura 4.1, la diferencia principal entre ellos reside en las frecuencias de corte de cada uno de ellos suscitando así ligeros cambios en el rango de frecuencias de aplicación y sus respectivas ganancias.

$$H(z) = \frac{1 - 2z^{-6} + z^{-12}}{1 - 2z^{-1} + z^{-2}}$$
(4.1)

$$H(z) = \frac{-1 - 32z^{-16} - 32z^{-17} + z^{-32}}{32 - 32z^{-1}}$$
(4.2)

$$H(z) = \frac{2 + z^{-1} - z^{-3} - 2z^{-4}}{8}$$
(4.3)

El filtro paso bajo tiene una frecuencia de corte ligeramente desplazada a la derecha (15Hz), la del filtro paso alto se desplaza ligeramente hacia la izquierda, mientras que el filtro derivativo abarca un mayor intervalo de frecuencias cuyas respectivas ganancias son máximas.



(a) Respuesta en magnitud del filtro paso bajo.

(b) Respuesta en magnitud del filtro derivativo.



(c) Respuesta en magnitud del filtro paso alto.

Figura 4.1. Filtros constituyentes de la fase de filtrado del algoritmo de Pan-Tompkins modificado.

Un ejemplo de los cambios que se producen en las ganacias de las amplitudes frecuenciales de las señales tras el proceso de filtrado se muestra en la Figura 4.2. Las frecuencias que permanecen en las señales tras la fase de filtrado oscilan entre [0,50]Hz, y aunque resulte en un principio contraproducente tener frecuencias inferiores a 5Hz se asegura que esta particularidad no afecte a la detección de complejos QRS garantizando que las ganancias máximas oscilen entre 5Hz y 15Hz y estableciendo las condiciones necesarias en los siguientes apartados para evitar falsos positivos.



(a) Espectro frecuencial de la señal original tras eliminación offset.

(b) Espectro frecuencial de la señal tras el proceso de filtrado.

Figura 4.2. Cambios de amplitud en la señal 108m objeto de estudio.

La justificación principal de aplicar estos filtros frente al diseño propio de tres filtros o mantener los anteriores se apoya en que estos están caracterizados para los ruidos que se presentan en las señales ECG que se van a emplear para la evaluación de dicho algoritmo. Un filtro diseñado para eliminar o atenuar un rango de frecuencias A es de gran utilidad si la señal sobre la que se va a aplicar presenta ruidos dentro del rango de frecuencias A, pero si se emplea este filtro en una señal con ruidos en un intervalo de frecuencias B no se eliminarán y por tanto sería inepto su empleo. En consecuencia, cuanto más personalizado este el filtro mejor es su actuación, de ahí el empleo de los filtros de la Figura 4.1.

Aún así, la caracterización de los filtros no se debe de llevar al límite ya que no es oportuno enfocar todos los esfuerzos en el diseño de filtros muy personalizados, y es que como bien a señalado Oppenheim y Willsky en *Señales y Sistemas*: "la selección adecuada de un filtro para un aplicación específica con frecuencia llega a ser en gran parte un arte" [8].

4.2. Cambio II: Realzado

La fase de realzado del algoritmo de Pan-Tompkins se mantiene añadiendo un filtro paso bajo para ser aplicado sobre la señal integrada. De esta manera, se disminuye el número de picos que existen durante un complejo QRS, y redudiendo así la carga de procesamiento del algoritmo al mismo tiempo que la probabilidad de detectar un mismo complejo repetidas veces. La presencia de varios picos en un mismo complejo QRS implica una ligera contaminación del umbral de ruido ya que el máximo pico se correspondería con el complejo QRS mientras el resto se concebirían como ruidos.

De las líneas anaranjadas del filtro paso bajo ilustradas en la Figura 4.3 se conoce que la frecuencia de paso es 5Hz y se rechaza las frecuencias mayores de 15 Hz. Para más información consulte el archivo "Refiltrado.m".



Figura 4.3. Respuesta en magnitud del filtro paso bajo empleado en la fase de realzado.

En la Figura 4.4 se demuestra la eficacia de dicho filtro para eliminar una parte importante de los picos ruidos y picos múltiples encontrados en un mismo complejo QRS.



Figura 4.4. Localización de los picos a analizar.

4.3. Cambio III: Procesamiento

Esta fase ha consistido en añadir unas líneas de código para identificar las ondas T. La decisión de detectar la onda T frente a las otras se debe a que al analizar una de las señales ECG con arritmia se observó que las ondas T presentaban una amplitud próxima a la de los complejos QRS (Véase Figura 4.5), lo que concluía con un alto procentaje de falsos positivos en la detección de las ondas R.

Los picos que se van a analizar por si se corresponden a ondas T son solo aquellos cuyo tiempo respecto del último complejo QRS detectado sea mayor que 200ms y menor de 360ms, de los cuales se etiquetarán como ondas T aquellos cuya pendiente en el tiempo del pico sea menor que la mitad de la pendiente en el tiempo del último complejo QRS detectado a sabiendas que dichas pendientes hacen referencia a la señal original aplicando sobre ésta el filtro derivativo (Ecuación 4.3).

En esta fase también ocurre un fenómeno parecido al del apartado anterior donde la detección de ondas T permite que sus amplitudes no alteren el umbral sobre el que oscila las amplitudes de los ruidos.



Figura 4.5. Señal temporal de un fragmento del archivo 108m.

Tras decidir los cambios descritos con anterioridad, contruir el código pertinente en MATLAB y verificar su correcto funcionamiento (no aparezcan errores), se ejecuta dicho algoritmo obteniendo la gráfica de las frecuencias instantáneas cardiacas. En base al razonamiento descrito en el apartado de aplicación del Capítulo 3 si los datos están dispersos suscitaría a un error en el código , y por tanto sería necesario su revisión. En caso contrario, se iniciaría la recopilación de los tiempos QRS detectados para comenzar con la evaluación del algoritmo Pan-Tompkins modificado empleando la base de datos MIT BIH ARRTHYMIA DATABASE.

Archivo	TP	FP	FN	${\bf Sensibilidad}(\%)$	Predicción (%)	Error medio (s)
100m V5	2271	1	2	99,912	99,956	0,02125
$101 \mathrm{m} \mathrm{MLII}$	1865	1	9	99,520	99,946	0,015148
$102 \mathrm{m}~\mathrm{V2}$	2184	0	8	$99,\!635$	100	0,073544
103m MLII	2082	0	9	99,570	100	0,011916
$104 \mathrm{m}~\mathrm{V5}$	2093	21	218	$90,\!567$	99,007	0,017088
105m MLII	2494	24	197	92,679	99,047	0,007852
106m MLII	1823	0	275	86,892	100	0,010926
107m MLII	2129	0	11	99,486	100	0,016851
108m MLII	1691	62	133	92,708	96,463	0,013604
109m MLII	2532	0	3	99,882	100	0,001321

Tabla 4.1. Evaluación del algoritmo Pan-Tompkins modificado

Una vez completado todos los pasos expuestos, desarrollados en su total extensión en el Capítulo 3, se cuantifica los atributos que describen la calidad del algoritmo de Pan-Tompkins modificado obteniendo la Tabla 4.1.

A partir de los datos de esta tabla , se evidencia el buen funcionamiento del algoritmo Pan-Tompkins modificado en las señal de electrocardiograma con arritmia. No obstante, esto no implica que su aplicación en una señal cualesquiera con arritmia asegure la detección de más del 99% de los complejos QRS en ella. Pues "pequeños cambios en la actuación del algoritmo en una base de datos puede no reflejar mejoras en su actuación en el mundo real "¹[5].

 $^{^{1}}$ Fragmento de texto traducido por el autor del presente trabajo. Fragmento de texto original: «Small improvements in detector performance on a given database may not reflect significant improvement in real-world performance.»

Capítulo 5

Conclusiones

El propósito del presente estudio fue el diseño y la evaluación del algoritmo Pan-Tompkins, así como la modificación del mismo de acuerdo a los comportamientos resultantes de su aplicación en señales ECG.

A partir de las experiencias y los conocimientos obtenidos durante la elaboración de este trabajo he llegado a las siguientes conclusiones:

- I. Las fases de filtrado, enfatizado y procesamiento dependen de los parámetros biológicos que se quieren obtener. Por ejemplo, para calcular el ritmo cardiaco es imprescindible la localización temporal de los complejos QRS. Ergo, si el cardiólogo requiriera de la amplitud de las ondas T entonces ninguna de las fases anteriores sería de gran utilidad.
- II. Existen infinitos filtros que se pueden implementar para mantener solo aquellas componentes frecuenciales, particulares de una señal biológica. No obstante, la eficiencia del filtro tiene una relación directa con el tipo de ruido predominante en dicha señal, de ahí la responsabilidad de estudiar los ruidos que están acoplados a estas señales biológicas.
- III. Cuando los ruidos dominantes se encuentran en el rango de frecuencias de la señal biológica, no se podrá eliminar dicho ruido por lo que se deberá de enfocar los esfuerzos hacia las fases de enfatizado y procesamiento.
- IV. En cuanto a la fase de enfatizado se puede decir que su implementación pende directamente de los parámetros objetivo de análisis. Para ello es preciso primeramente identificar aquellas partes más diferenciadas del resto de las señales y posteriormente determinar sus respectivas características. Y es que para un realzado satisfactorio es necesario establecer las zonas claves de identificación y sus parámetros más particulares.
- V. Para construir algoritmos potentes se debe profundizar en el conocimiento de las señales biológicas ya que esto nos ayudará a establecer los parámetros de interés.

- VI. Haciendo alusión a las fases de procesamiento de los dos algoritmos evaluados, este estudio encontró que cuanto más parametrizados estén los procesos mayor es la estabilidad funcional en diferentes tipos de señales ECG. El nivel de parametrización de un algoritmo es directamente proporcional al número de veces sobre el que se aplica el proceso de evaluación y análisis exhibido al inicio del trabajo.
- VII. El proceso de evaluación con o sin su análisis no proporciona ninguna información relevante para el mundo real. Es aconsejable emplear el proceso de evaluación para verificar que el código final realiza la actividad para la que ha sido construido, pero no para asegurar de forma absoluta que los valores de rendimiento se mantendrán en cualquier tipo de señal ECG. De esta forma el proceso de evaluación está limitado por el tipo de señal empleado en el proceso.
- VIII. Los cambios que se pueden realizar sobre un algoritmo son infinitos, y es que para una selección adecuada de las alteraciones se tendrá como objetivo la disminución del mayor número de aspectos externos que podrán afectar al performance del algoritmo.
 - IX. Comencé este trabajo con cierta incertidumbre sobre la razón de la popularidad del uso del algoritmo de Pan-Tompkins. Tras el estudio pude concluir que su amplia aplicación se debe a la gran capacidad de fragmentación de los problemas que uno debe afrontar a la hora de analizar las señales ECG en varias fases sin dejar de estar interrelacionadas.

Desde mi punto de vista las aplicaciones futuras de este trabajo puede enfocarse desde dos perspectivas distintas:

Seguir estudiando las modificaciones que han planteado y plantean los científicos con el objetivo de modificar este mismo algoritmo para aumentar el número de variables que se puedan sacar de la fase de procesamiento. De esta manera, el personal sanitario tendrá mayores parámetros fisiológicos en los que apoyarse para el diagnóstico de enfermedades.

O construir un algoritmo modificado de Pan-Tompkins empleando Deep Learning (DL), se establecería las fases que debe tener el algoritmo así como sus características generales. Sin embargo, su particularización se llevaría a cabo por DL en función del tipo de señal con la que esté trabajando en cada momento teniendo en consideración los puntos expuestos en este Capítulo. Así la dependencia entre eficiencia del funcionamiento del algoritmo y las particularidades de las señales ECG se verían eliminadas.

En cualquiera de los dos casos hay que tener consciencia de la gran importancia que ha tenido y tiene el algoritmo de Pan-Tompkins en la detección de los complejos QRS siendo uno de los primeros algoritmos capaces de detectar los complejos QRS con una fiabilidad mayor al 90 % y un ejemplo sobre el que se apoyan muchos científicos a día de hoy para el diseño de nuevos algoritmos más efectivos y eficientes.

Referencias

- Azcona, L. (2009). El electrocardiograma. En López Farré, A. y Macaya Miguel, C. (Ed.), Libro de la salud cardiovascular del Hospital Clínico San Carlos y de la Fundación BBVA (pp. 49-56). Bilbao, España: Editorial Nerea, S.A.
- [2] Pan, J. y Tompkins W. J. (1985). A Real-Time QRS Detection Algorithm. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 32(3), pp. 230-236.
- [3] Moody, George B., Mark, Roger G. y Goldberger, Ary L. (2001). Physionet: A Web/Based Resource for the Study of Physiologic Signals. IEEE Engineering In medicine and biology, pp. 70-75.
- [4] Arzeno, Natalia M., Deng, Zhi-De y Poon, Chi-Sang. (2008). Analysis of First-Derivative Based QRS Detection Algorithms. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 55(2), pp 478-484.
- [5] Hamilton, P. S. y Tompkins, W. J. (1986). Quantitative Investigation of QRS Detection Rules Using the MIT/BIH Arrhythmia Database. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 33(12), , pp. 1157-1165.
- [6] Rana, Amrita y Kim, Ki Kyung. (2019). Cardiac Disease Detection Using Modified Pan-Tompkins Algorithm. Journal of Sensor Science and Technology, 28(1), pp 13-16.
- [7] Xiaomeng, Cui. (2001). A NEW Real-time ECG R-wave Detection Algorithm. Proceedings of 2011 6th International Forum on Strategic Technology, pp 1252-1255, doi: 10.1109/IFOST.2011.6021247.
- [8] Yun-Chi Yeh, Wen-June Wang. (2008). QRS complexes detection for ECG signal: The Difference Operation Method. Computer Methods and Programs In Biomedicione 9(1), pp 245-254.
- [9] V. Oppenheim, A. y S.Willsky, A. (1983). Señales y sistemas. México, D. F.: Prentice Hall Hispanoamericano.

Bibliografía

- Goldberger AL, Amaral LAN, Glass L, Hausdorff JM, Ivanov PCh, Mark RG, Mietus JE, Moody GB, Peng CK, Stanley HE. PhysioBank, PhysioToolkit, and PhysioNet: Components of a New Research Resource for Complex Physiologic Signals. Circulation 101(23):e215-e220 [Circulation Electronic Pages; http://circ.ahajournals.org/content/101/23/e215.full]; 2000 (June 13). PMID: 10851218; doi: 10.1161/01.CIR.101.23.e215
- Lyons, Richard G. (2011). Understanding Digital Signal Processing. Boston, América del Norte: Pearson Education International.

Tompkins, J.Willis. (2000). Biomedical Digital Signal Processing. Nueva Jersey, EE. UU.: Prentice Hall.



E.T.S. DE INGENIERÍA INFORMÁTICA

E.T.S de Ingeniería Informática Bulevar Louis Pasteur, 35 Campus de Teatinos 29071 Málaga