



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO
FACULTAD DE ECONOMÍA

LAS EXPORTACIONES PETROLERAS EN MÉXICO, 1994-2020: UNA MODELACIÓN A
PARTIR DE LA DISTRIBUCIÓN GENERALIZADA DE VALORES EXTREMOS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN ACTUARIA

PRESENTA

ANDREA SANCHEZ GONZALEZ

DIRECTOR DE TESIS

Dr. MIGUEL ÁNGEL DÍAZ CARREÑO

TOLUCA, MÉXICO 2020

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	4
CAPÍTULO 1. REVISIÓN DE LA LITERATURA: ANTECEDENTES Y MODELACIÓN ESTADÍSTICA DE LAS EXPORTACIONES PETROLERAS.....	9
1.1 Impacto de la Pandemia SARS-CoV2 en las exportaciones petroleras mexicanas.	9
1.2 Discusión histórica del petróleo en México	12
1.3 El carácter volátil de los precios, producción y exportaciones de petróleo en México	17
1.4 Revisión de la literatura sobre distribuciones de probabilidad que modelan Fenómenos Extremos	22
CAPÍTULO 2. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VALORES EXTREMOS.....	30
2.1 Teoría Estadística del Valor Extremo	30
2.2 Distribución Generalizada de Valores Extremos	30
2.2.1 Características de la Distribución de Valores Extremos Generalizada.....	33
2.3 Distribución de Probabilidad de Gumbel.....	35
2.4 Distribución de Probabilidad de Fréchet.....	36
2.5 Distribución de Probabilidad de Pareto Generalizada	37
CAPÍTULO 3. PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE CHI-CUADRADA, KOLMOGOROV-SMIRNOV Y ANDERSON-DARLING	40
3.1 Prueba Chi-Cuadrada	41
3.2 Prueba Kolmogorov - Smirnov	42
3.3 Prueba estadística Anderson-Darling.....	44
3.4 Ventajas y Desventajas en el uso de Pruebas Estadísticas de Bondad de Ajuste No Paramétricas ..	47
CAPÍTULO 4. EXPORTACIONES PETROLERAS EN MÉXICO 1994-2020	51
4.1 Estadísticas Básicas del comportamiento de las Exportaciones Petroleras Mexicanas	51
CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE LAS EXPORTACIONES PETROLERAS MEXICANAS A PARTIR DE LA DISTRIBUCIÓN DE VALOR EXTREMO GENERALIZADA.....	57
5.1 Aplicación de las Pruebas de Bondad de Ajuste sobre las variaciones porcentuales de las exportaciones petroleras mexicanas.....	58
5.2 Análisis de los parámetros de la Distribución de Valor Extremo Generalizada y sus percentiles a partir de la Distribución Acumulativa de Probabilidad.....	63

5.3 Análisis de la Función de Distribución Acumulativa de Probabilidad de las variaciones porcentuales de las exportaciones petroleras mexicanas.....	65
CONCLUSIONES	68
BIBLIOGRAFÍA	72

INTRODUCCIÓN

Si bien entre enero y marzo de 2020 comenzaron a caer los precios del petróleo a nivel global, debido a las bajas expectativas de crecimiento por la propagación de la *Pandemia COVID-19*, la decisión del país árabe de incrementar su producción petrolera -ante la negativa de Moscú y de la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP) a bajar la suya-, generó un desplome más notable en las cotizaciones del hidrocarburo, el pasado 9 de marzo del 2020. Luego de tres años de mantener una alianza con Rusia, Arabia apostó por ‘inundar’ el mercado con una producción adicional de 2.6 millones de barriles diarios, lo que precipitó la caída de los precios del crudo hasta en, aproximadamente, 30%, en una sola jornada, el mayor desplome desde la Guerra del Golfo, en 1991. Esta situación propició que el petróleo se cotizara en niveles promedio de 25 dólares por barril en marzo de 2020 (precio del Brent, del mar del Norte), lo que representa una caída de más de 65%, con respecto a los 71.45 dólares en los que se llegó a cotizar a principio del 2020. La caída de los precios del crudo a nivel mundial ha afectado a la industria petrolera en México en gran medida, en primer lugar, el precio de la mezcla mexicana también se ha reducido drásticamente, al pasar de 56.7 dólares por barril (2 de enero de 2020) a 10.37 dólares por barril (30 de marzo 2020), lo que significa una baja del 82%. El impacto en la economía mexicana, producto del contexto sanitario y energético, da señales que la recuperación económica y del sector de hidrocarburos no llegará pronto; sin embargo, tanto Pemex –que sigue siendo el actor preponderante dentro de la industria petrolera nacional–, como las empresas privadas, realicen una revisión integral de sus planes de negocio, con el fin de mitigar los impactos negativos de la desaceleración económica y la ‘guerra’ de precios del petróleo (García, 2020).

Por otro lado, la *teoría de valores extremos* es una rama de la estadística que se ha desarrollado considerablemente en las últimas décadas. Se encarga principalmente de analizar eventos asociados a los valores más altos o bajos de una variable aleatoria. La teoría tiene aplicaciones en muchas áreas, principalmente en las asociadas al medio ambiente. Por ejemplo, un fenómeno ambiental es la precipitación atmosférica que se presenta principalmente en forma de lluvia, nieve, granizo o llovizna. De éstas, una de las más importantes y usuales es la lluvia la cual si se presenta de forma extrema puede provocar inundaciones que impactan directamente y con gran fuerza a la sociedad. Por esta razón, es de interés saber el comportamiento de los niveles más altos o bajos de la variable en estudio (Molina, 2010).

Ahora, las exportaciones petroleras continúan siendo un factor estratégico para nuestro crecimiento económico y sobre todo en la relación comercial, financiera y de seguridad nacional; en particular, con Estados Unidos de Norteamérica (EE. UU.). En las últimas dos décadas México ha logrado captar ingresos extraordinarios mediante las exportaciones petroleras, aún con altibajos en los precios internacionales de petróleo, en los últimos años esto se ha traducido en un factor clave para el desempeño económico de nuestro país, así como fomento de inversión extranjera. En el año de 1980, cuando el precio del petróleo llegó a un máximo de 37 dólares, la euforia había invadido las decisiones gubernamentales de política económica, descartándose medidas de prevención para cambios súbitos en los precios del petróleo.

Precisamente, en 1982 inicia la fase decreciente del ciclo que había iniciado en 1973 con una larga y drástica declinación que se extiende, con altibajos, durante 16 años, llegando a ubicarse el crudo mexicano en 10 dólares en 1998, casi una tercera parte del nivel más alto al que había llegado en 1981. La siguiente fase de alzas dio inicio en 1999 y, con excepción de 2001, se ha mantenido hasta julio de 2008, ubicándose el precio promedio del barril del crudo mexicano por arriba de los 120 dólares, es decir, 12 veces más alto que el precio nominal de una década anterior, lo que implica un precio real superior de 50% al de 1980. Como se mencionó anteriormente, en 1998 se registró una drástica caída del precio promedio del crudo mexicano de exportación al ubicarse en 10.18 dólares, lo cual situó a las ventas externas en 28% de los ingresos de las ventas totales, es decir, la tercera parte de lo que llegaron a representar 16 años atrás. La impresionante caída que registraban los precios internacionales del petróleo en 1998 colocó al precio real apenas 8% por encima de los precios de 1973 y, prácticamente, al mismo nivel de 1948, es decir, de medio siglo atrás. El incremento constante de los precios de los petrolíferos en el mercado interno desde principios del 2000 y la recuperación sostenida de los precios en el mercado internacional a partir de 2002, incidieron en una recuperación muy importante de los ingresos petroleros y, por tanto, de los impuestos correspondientes. El precio del petróleo mexicano aumentó de 18.61 dólares en 2001 a 53.04 dólares en 2006, lo que lo ubicó el precio real cercano al nivel de 1982. El costo promedio de producción del crudo mexicano ascendía a 2.97 dólares en 2000 y a 4.13 dólares en 2006, no obstante, la renta petrolera externa que era 6.3 veces superior respecto a los costos de producción aumentó 12.8 veces, es decir, prácticamente se había duplicado en 6 años. En ninguna otra etapa de la historia de México se había conocido que un solo producto como lo es el petróleo hubiese

generado alrededor de 500 mil millones de dólares en sólo 30 años, entre 1977 y 2006. Y de los cuales el 48% se captó durante el gobierno de Vicente Fox. Sin duda, no se puede soslayar la impresionante transformación económica que ha registrado México en el último cuarto de siglo. Por ejemplo, entre 1994 y 2006 el valor del comercio exterior aumentó de 140 mil millones de dólares, entre sus exportaciones e importaciones, a 506 mil millones de dólares. Durante ese período la industria maquiladora, el petróleo y las remesas contribuyeron con más del 80% de los ingresos y salidas de divisas, lo que llevó a ubicar a la economía de México entre las más grandes del mundo (Colmenares, 2008).

Vale la pena destacar que el comportamiento de las exportaciones petroleras mexicanas es y ha sido fundamental en la determinación de una serie de variables macroeconómicas, tales como inversión extranjera, la actividad productiva, la inflación, así como también en la ampliación de la brecha social y económica con los países vecinos del norte. A su vez, las variaciones de las exportaciones petroleras de México son afectadas por una gran cantidad de factores, tales como el deterioro de la actividad económica del país, los precios internacionales del petróleo y, de factores económicos, políticos y sociales de carácter nacional como internacional.

Es por ello, que la estabilidad de las exportaciones petroleras sobre todo en países en desarrollo como lo es México, fácilmente se puede deteriorar y por consiguiente presentar fluctuaciones significativas en periodos cortos de tiempo. En este contexto, un conocimiento razonable del comportamiento de las exportaciones petroleras mexicanas es fundamental para la toma de decisiones en torno a la política económica del país.

Esta investigación tiene como objetivo principal analizar el comportamiento de las exportaciones petroleras de México durante el periodo de 1994 a 2020 a partir de la aplicación de una distribución de probabilidad de valores extremos ¹. En primera instancia, se buscará probar si las variaciones de las exportaciones petroleras mexicanas pueden ser modeladas estadísticamente de manera adecuada a partir de una distribución de valores extremos, para posteriormente utilizar el modelo validado en la descripción de las principales características del comportamiento de dicha variable.

¹ Dentro de las distribuciones de valores extremos se encuentran la distribución de Gumbel, Fréchet y Weibull, esto en base a los diferentes valores que puede tomar el parámetro de forma k de una distribución de VEG.

La modelación de las variaciones de las exportaciones petroleras de México a partir de una distribución de valores extremos radica en que para la economía mexicana han sido recurrentes los episodios de fuertes caídas en cuanto a exportaciones de petróleo, sobre todo en periodos cercanos a crisis económicas y/o financieras; tal es el caso de las crisis económicas que enfrentó México en los años 1995, 2008 y ahora en 2020, que han puesto en duda la sostenibilidad de la estabilidad económica y la efectividad misma del proceso de ajuste de la economía. En este contexto, las exportaciones petroleras mexicanas se han caracterizado al menos en las últimas décadas, por una elevada volatilidad representada por fuertes fluctuaciones en periodos cortos de tiempo; lo anterior parece sugerir la utilización de distribuciones probabilísticas de valores extremos, para poder encontrar un modelo adecuado que se ajuste al comportamiento de dicha variable en estudio.

La presente investigación estudia el comportamiento de las exportaciones petroleras de México de 1994 a 2020, a partir de metodologías estadísticas paramétricas, las cuales emplean la información correspondiente de la serie de datos en estudio durante el periodo a analizar. Se debe mencionar que se trata de un estudio principalmente estadístico, por lo que no se realiza propiamente una revisión de modelos macroeconómicos para la variable en estudio.

La investigación se integra por cinco capítulos. En el primero se realiza un breve resumen del impacto económico que ha tenido la pandemia *COVID-19* sobre las exportaciones petroleras mexicanas y en el mundo, además se describe brevemente la historia reciente de la explotación petrolera de México, así como los inicios de su exportación y con ello sus grandes frutos. Por otra parte, se destacan diversos estudios que analizan diferentes variables, con la particularidad que dichas variables se modelan mediante alguna distribución de valores extremos.

El capítulo dos, mediante la teoría de valores extremos se resalta la importancia de modelar desastres naturales, económicos y financieros, con el fin de analizar eventos extremos y así poder anticipar crisis económicas y/o financieras. De manera detallada se analizan la Distribución Generalizada de Valores Extremos, dando énfasis en las características de la distribución, así como también se analizan de manera puntual la distribución de Gumbel, Fréchet y Pareto Generalizada.

El capítulo tres describe brevemente algunas de las principales pruebas de bondad de ajuste, con el objetivo principal de validar el supuesto distribucional de valor extremo a partir de los datos de las variaciones mensuales de las exportaciones petroleras de México. Las pruebas de bondad de

ajuste que se describen en el capítulo son tres: Kolmogórov-Smirnov, Anderson-Darling y Chi-Cuadrada.

El capítulo cuatro analiza las estadísticas básicas de las variaciones de las exportaciones petroleras en México de 1994 a 2020. Se destacan aquellos periodos donde las exportaciones petroleras presentan elevada volatilidad, de manera precisa, dichos periodos están caracterizados por crisis económicas-financieras a nivel global. A demás, se hace un comparativo entre los diferentes sexenios que integran cada periodo, así como un breve análisis del entorno económico que los acompañó. En este capítulo se verifica, a partir de la prueba de Jarque-Bera, que el análisis de las estadísticas básicas de la serie en estudio no sigue una distribución normal.

En el capítulo cinco se aplica la metodología de las pruebas de bondad de ajuste descritas en el capítulo tres sobre los datos de las variaciones de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994 a 2020. El objetivo de este capítulo consiste en mostrar si se cumple la hipótesis de que la serie de datos de las variaciones porcentuales de las exportaciones petroleras de México sigue una distribución de valor extremo. Como se menciona a lo largo de este trabajo, la distribución más adecuada para el análisis de la variable en estudio se probó entre las distribuciones alternativas de Valor Extremo Generalizado, Gumbel, Fréchet y Pareto Generalizada. En este capítulo se comprueba que la serie de datos analizada sigue una Distribución Generalizada de Valor Extremo (VEG).

Finalmente, se presentan las conclusiones del estudio, donde se recuperan los principales resultados de la investigación acerca de la modelación estadística de las exportaciones petroleras de México de 1994 a 2020 a partir de la distribución de VEG.

CAPÍTULO 1. REVISIÓN DE LITERATURA: ANTECEDENTES Y MODELACIÓN ESTADÍSTICA DE LAS EXPORTACIONES PETROLERAS.

La revisión de la literatura tiene como finalidad presentar un marco contextual acerca del tema de estudio. Para lo cual, se abordan en principio, algunas de las principales implicaciones económicas que ha traído consigo la actual pandemia *COVID-19* sobre las exportaciones petroleras mexicanas y también del mundo. Además, se considera un análisis sobre la discusión histórica del petróleo en México desde sus inicios a la actualidad, tomándola como antecedente base, para después centrarnos en la modelación estadística de las exportaciones petroleras mexicanas y con ello poder argumentar de su relevancia para la economía nacional; la relación que se mantiene con la OPEP, así como la determinación de los precios internacionales del petróleo. Al final del capítulo se hace referencia a algunas aplicaciones de diferentes distribuciones probabilísticas para modelar fenómenos extremos, tales como el caso de las exportaciones petroleras mexicanas.

1.1 Impacto de la Pandemia SARS-CoV2 en las exportaciones petroleras mexicanas.

De acuerdo con el artículo de Velázquez (2020), el impacto de la *Pandemia SARS-CoV2*, en términos macroeconómicos se puede explicar a partir de la consideración de dos “choques” consecutivos. El primero un impacto negativo sobre la oferta agregada, y otro más sobre la demanda agregada, también negativo. Ambos efectos, inmersos en una batalla geopolítica por el mercado petrolero, han exacerbado su impacto en los mercados financieros y, claramente, en la parte real de la economía con un mayor desempleo y una menor actividad económica. Inicialmente se reduce la oferta agregada, derivado el retiro voluntario y forzado de recursos productivos. Debido a la suspensión de actividades económicas (cines, entretenimiento, deportes, bares y restaurantes, escuelas, centros comerciales, actividades manufactureras no esenciales, entre otras), el empleo también se ha suspendido o eliminado, lo que ha implicado menores ingresos tanto para empresas como para familias e individuos. La menor actividad productiva y la menor movilidad involucrada, ha provocado una reducción importante en el uso de energéticos fósiles, principalmente el petróleo. La dimensión de la crisis petrolera en el mundo se ha traducido incluso en precios negativos ante la insuficiente capacidad de almacenamiento. En el caso de México (como en la mayoría de los países), el precio internacional del petróleo se encuentra muy por debajo de su costo de producción, que se estima en alrededor de US\$25 por barril (Cruz, 2020).

Como resultado de estos bajos precios, algunas estimaciones preliminares hechas por bancos, la Secretaría de Hacienda y Crédito Público y Banco de México, anticipan una caída del Producto Interno Bruto de México entre el 2 y el 9% al final de 2020 (EL CEO, 2020).

De acuerdo al Informe Semestral de la Región América Latina y el Caribe elaborado por el Banco Mundial (2020), la relativa estabilidad de los precios de los productos primarios -los cuales desempeñan un papel extremadamente importante en América Latina y el Caribe (ALyC), dada la dependencia de la región de los recursos naturales-, esta relativa estabilidad desapareció a principios de marzo 2020, cuando los miembros de la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP) y Rusia no lograron llegar a un acuerdo sobre la reducción del suministro de petróleo. Durante los últimos años, los avances en la recuperación de petróleo esquisto (*shale oil*) han dado como resultado una producción vertiginosa, especialmente por parte de los EE. UU., que se convirtió en el líder mundial de producción petrolera en 2015. Mientras tanto, la desaceleración gradual del crecimiento económico en China y la congelación de la actividad económica por el brote de *Covid-19*, condujo a una dramática disminución de la demanda. Es así como mantener altos precios del petróleo sería difícil en tales circunstancias, pero la falta de acuerdo entre la OPEP y Rusia condujo a una caída precipitada. En el nivel de precios actual, la extracción de petróleo sigue siendo rentable en Arabia Saudita, Irak, y es marginalmente rentable en Rusia, Indonesia, EE. UU. y Noruega; se vuelve económicamente inviable en casi todos los demás países, incluso en la mayor parte de América Latina y el Caribe. Todavía es pronto para determinar la magnitud de los costos de salud para los países de América Latina y el Caribe. Pero hay pocas dudas de que el impacto económico será considerable. Buera, Neumeier, Fattal y Shin (2020) sostienen que los países en desarrollo se verán afectados a través de tres canales principales. Primero, el efecto directo de las medidas de contención sobre la producción de muchas industrias, como la del turismo y entretenimiento, y las restricciones impuestas al contacto social obligan a algunas personas a trabajar desde casa o a dejar de trabajar. El segundo es un efecto de los términos de intercambio, ya que muchos productores de productos primarios experimentarán una fuerte caída en el precio de sus exportaciones. Y tercero, habrá un *shock* de liquidez global cuando las carteras conviertan sus activos de mayor riesgo en activos líquidos más seguros. Para los países en desarrollo, esto implica salidas de capital, aumento en sus costos de financiamiento y una caída en el valor de sus monedas. Estos efectos directos e indirectos de la epidemia *Covid-19* podrán desencadenar recesiones graves. La caída de los precios de los productos primarios podría afectar

a las finanzas públicas, ya que las exportaciones de recursos naturales tienden a ser una fuente importante de ingresos para el gobierno. El desempeño del crecimiento en ALyC se había vuelto deslucido después del final de la *Década Dorada*, y el año 2019 no era una excepción en este sentido. Pero después de meses de agitación social en muchos países y un nuevo *shock petrolero*, la epidemia Covid-19 y su impacto en la economía mundial plantea una perspectiva sumamente desfavorable para el año 2020.

México está experimentando una recesión económica fuera de lo común². Se trata de un fuerte desplazamiento de la demanda agregada (caída en la inversión pública y privada³, las exportaciones petroleras⁴ y el consumo del gobierno⁵), un choque de oferta agregada (rompiendo las cadenas de valor y de suministro de los sectores económicos, por ejemplo, la industria automotriz), un descenso tanto en el valor de industrias internacionales, como en las exportaciones petroleras y no petroleras y una caída abrupta en los precios del petróleo (Rivero, 2020).

De acuerdo con los Pre-Criterios para México de Política Económica 2021, publicados por el Senado de la República, se menciona que la demanda externa de bienes no petroleros en dólares nominales aumentó 3.6% en 2019. Por su parte, las exportaciones petroleras en dólares nominales se redujeron 15.1% en 2019, debido a que el precio de la mezcla mexicana de petróleo crudo cayó 9.4% durante el año y a que la plataforma de exportación disminuyó 12.7%. Más adelante, en enero – febrero de 2020, estas exportaciones registraron una disminución anual de 11.7%. En cuanto a la exportación de petróleo, los Pre-Criterios 2021 proyectan que la plataforma de producción de petróleo promedie 1.850 millones de barriles diarios (mbd) en 2020, y 2.027 mbd en 2021, cifras consistentes con las estimaciones de producción aprobadas por el Consejo de Administración de Pemex. Entre los riesgos que, de acuerdo con los Pre-Criterios 2021, podrían afectar estas estimaciones se encuentran el entorno internacional: una mayor afectación a la anticipada en la economía mundial derivada del brote *COVID-19*, una persistente desaceleración de la economía mundial, particularmente de la producción industrial de EE.UU.; mayores reducciones al precio internacional del petróleo y mayor volatilidad en los mercados financieros

² <https://bit.ly/2VPonEM>

³ La inversión pública y privada cayeron del tercer trimestre de 2017 al cuarto trimestre de 2019, del 3.1% al 2.8% y del 19.1% al 17.4% del PIB, respectivamente; Ver <https://bit.ly/2KtSUBx>.

⁴ <https://bit.ly/2Vy80MN>

⁵ <https://bit.ly/2VX937Z>

internacionales. En el entorno nacional los riesgos principales son: una mayor desaceleración de la actividad económica por un mayor debilitamiento de la inversión privada y un mayor deterioro de la calificación crediticia de Pemex (Domínguez, Clavellina y Morales, 2020).

1.2 Discusión histórica del petróleo en México

1.2.1. La Expropiación Petrolera

El general Cárdenas desde el inicio de su gobierno, en su Plan Sexenal, propuso la efectiva nacionalización del subsuelo. Así el 15 de agosto de 1935, se constituyó el Sindicato de Trabajadores Petroleros de la República Mexicana (STPRM), una de las primeras medidas del sindicato fue exigir a las compañías extranjeras un contrato colectivo de trabajo, para que los trabajadores petroleros recibieran los mismos salarios de parte de todas las compañías y que además otorgaran prestaciones sociales como vacaciones, indemnizaciones por accidentes de trabajo, servicio médico, hospitales, etc.

Debido a que no se contaban con los medios internos necesarios para explotar la industria petrolera, la expropiación pudo haber implicado un grave riesgo para el país, además por las presiones de los Estados Unidos y de las compañías petroleras. Ante estos riesgos el gobierno de Cárdenas decidió crear en 1938 la empresa Petróleos Mexicanos (PEMEX), la cual tendría a su cargo la producción, y la Distribuidora de Petróleos Mexicanos, que se dedicaría a la comercialización.

Después de la expropiación se da una disminución en la producción de crudo nacional, pero existe un aumento en el consumo interno. Por ello, México no se ahogó en su propio petróleo, como habían predicho muchas empresas expropiadas. No obstante, México sufrió un boicot generado por la Estándar Oil Company y la Royal Dutch-Shell, las cuales impedían que el petróleo mexicano se comercializara en Europa y otros países.

Surge la Segunda Guerra mundial y debido al bloqueo marítimo militar en contra de Alemania e Italia y a la participación de México con los aliados, se deja de vender petróleo en Europa; pero las necesidades bélicas de los Estados Unidos propiciaron las condiciones necesarias para que nuestro petróleo pudiese ser vendido en ese país.

Con la nacionalización del petróleo el país sentó las bases para la conformación del modelo económico de sustitución de importaciones.⁶ La industria petrolera significó, por un lapso, la palanca del desarrollo nacional. El presupuesto nacional comenzó a girar en torno al petróleo; convirtiendo a dicho recurso natural en la principal fuente de divisas para el país, y Pemex, además de ser la principal empresa de la nación, ha sido la instancia que paga más impuestos al estado (Instituto de Investigaciones Jurídicas de la UNAM, s.f.).

1.2.2 Del gobierno de Ávila Camacho al inicio del Neoliberalismo

Después de la expropiación, se fue conformando una industria petrolera nacional, cuyo objetivo principal era saldar el pago de las indemnizaciones a las empresas expropiadas.

La etapa final de este periodo, gobernada por López Portillo, se caracterizó también por la sobreexplotación del crudo, propiciada en gran parte por las presiones de la economía estadounidense, además fue la base de la pretendida industrialización del país, la cual no se logró debido a la corrupción y a los excesos de ese gobierno, que derrochó y dilapidó las riquezas del subsuelo, endeudando al país, y generando una crisis económica que abrió nuevamente las puertas del petróleo al capital privado nacional y extranjero.

Esto se dio en un contexto de cambio de modelo económico mundial: comienza el neoliberalismo y la globalización en el país, trayendo consecuencias negativas para mantener como recurso nacional el petróleo y los hidrocarburos.

El gobierno de Ávila Camacho permitió que particulares extranjeros mediante contratos participaran en la exploración de los hidrocarburos; esto se dio a partir de la aprobación de la Ley Reglamentaria del Artículo 27 Constitucional de 1941 que dio lugar a dichos contratos llamados “contratos riesgo”.

En el periodo de 1949 a 1951, el gobierno mexicano dirigido por Miguel Alemán firmó los primeros contratos riesgo. Estos eran contratos entre PEMEX y empresas estadounidenses, las cuales se comprometían a explorar y perforar pozos en zonas acordadas previamente, y, si estas eran productivas, la paraestatal concedía de 10 a 15 años para exploración y perforación, pactaba

⁶ Ángeles Cornejo, Sararí. *Intervención del Estado en la industria petrolera*. cit. pp.66.

el reembolso de las cantidades invertidas y otorgaba a la empresa un beneficio del 15% o 18% del valor del combustible, en efectivo o en especie, durante 25 años.

En enero de 1960, con el gobierno de López Mateos se promovió una segunda reforma al artículo 27 constitucional, a efecto de disponer que, en materia de petróleo, no se otorguen contratos ni subsistirán los que se hayan otorgado. El propósito de dicha reforma era prohibir los contratos riesgo y volver al principio jurídico por el cual a la nación le corresponde la explotación de los hidrocarburos en sus distintas fases de la industria petrolera.

En materia energética, el mundo atravesó por la llamada “Crisis del Petróleo” en 1973, en donde la economía capitalista mundial estuvo en riesgo por el alza en los precios del petróleo y por el embargo petrolero que los países miembros de la OPEP (Organización de Países Exportadores de Petróleo) habían impuesto a los Estados Unidos. En México, la crisis mundial provocó que el país recurriera, después de 7 años de no hacerlo, a importaciones de petróleo y sus derivados con elevados costos entre 1971 y 1974. Las grandes importaciones petroleras ocurren cuando los precios del crudo y sus derivados se encontraban sobrevalorados debido al conflicto entre la OPEP y los Estados Unidos.

En 1974, México pasó a formar parte de la Agencia Internacional de Energía liderada por Estados Unidos y algunos países europeos; para la cual México ofreció incrementar la producción y exportación de crudo a cambio de importantes empréstitos.⁷

Los últimos años del gobierno de Luis Echeverría se caracterizan por la gran inversión petrolera pero también por el derroche y la sobreexplotación de crudo. De esta manera, México pasó a ser un país exportador de crudo a otros países, pero principalmente a los Estados Unidos. A consecuencia de los empréstitos –una deuda externa de más de 19 000 millones de dólares- y de la crisis económica y financiera mundial México entro en una profunda crisis económica. Echeverría devaluó el peso mexicano y como consecuencia se recurrió al Fondo Monetario Internacional para solucionar problemas de finanzas públicas. López Portillo terminó su sexenio con una deuda externa de casi 90 000 millones de dólares, debido a que la extrema producción de petróleo abarató –a menos de 10 dólares el barril- los precios del crudo en el mercado internacional, además que México pasó a ser el cuarto exportador mundial de petróleo para beneplácito de los

⁷ Morales, I et al. *La formación de la política petrolera en México 1970-1986*. México. El Colegio de México. 1988.

Estados Unidos. Cuando descendieron los precios del petróleo y de otras materias primas, el gobierno fue incapaz de sostener la estabilidad económica del país, el peso se devaluó y muchos capitales abandonaron el país. Entonces López Portillo declaró la moratoria en el pago de la deuda externa a los acreedores internacionales. En su sexenio, se construyó la última refinería del país en 1979 (la de Salina Cruz Oaxaca); se ampliaron los campos y la producción en los yacimientos de Chiapas y Tabasco (Instituto de Investigaciones Jurídicas de la UNAM, s.f.).

1.2.3. La disputa por el petróleo y la entrada del Neoliberalismo

Comienza 1982 con la crisis definitiva del modelo económico basado en la sustitución de importaciones y es reemplazado por el modelo neoliberal que consiste en fortalecer la economía de mercado para reducir el papel del Estado.

Se consideró por los diversos gobiernos, que Pemex tenía tres objetivos: exportar crudo para la obtención de divisas, garantizar el abasto del mercado interno de combustibles y ser la principal fuente para el presupuesto de egresos – el 40% del presupuesto nacional proviene de recursos petroleros; así nuestra industria petrolera se fue desmonopolizando mediante la desregulación de determinadas funciones, la liberalización, la privatización y el contratismo de actividades⁸. El proceso de reducción y privatización de Pemex es parte de lo que se conoce ahora como reformas estructurales: laboral, educativa, fiscal y energética. Estas reformas se realizan con la finalidad de disminuir la inversión pública, el gasto social, la protección de derechos sociales, y, por otro lado, aumentar los precios y tarifas del sector público, abrir la economía al sector externo y privatizar a las empresas públicas.

Paradójicamente al inicio del gobierno de Miguel de la Madrid se realiza una reforma constitucional importante –de 1983- la cual determinó que el petróleo, los hidrocarburos y la petroquímica básica, constituyen un área estratégica de la economía y que además el sector público las tendrá a su cargo en exclusiva. Dicha reforma fue socavada rápidamente al incrementarse aún más la producción y exportación de crudo; en 1983 la producción de barriles alcanzó una cifra récord, de 974 millones de barriles al año.

⁸ Decelis Contreras, Rafael. “Efectos de 23 años de política económica liberal 1982-2005”. En Saxe-Fernández, John (coord). *La energía en México. Situación y alternativas*. México. UNAM. 2009. pp. 15-31.

La estrategia privatizadora se perfeccionó en gobiernos posteriores al de Salinas, sin embargo, en este sexenio se constituyó el nuevo modelo empresarial de Pemex. Se aprueba la nueva ley, denominada Ley Orgánica de Petróleos Mexicanos y Organismos Subsidiarios, la cual establece cuatro subsidiarias: Pemex-exploración y producción, Pemex refinación, Pemex gas y petroquímica básica, y Pemex petroquímica. Durante estos seis años, se estanca la inversión pública y se abren las puertas a los esquemas de coinversión, haciendo evidente el incremento del *contratismo* de empresas privadas extranjeras.

La política petrolera de Ernesto Zedillo está marcada por la crisis financiera de 1995, donde la devaluación de la moneda y la crisis obligan a Ernesto Zedillo a solicitar un crédito al Fondo Monetario Internacional por 50,000 millones de dólares, de los cuales 20,000 millones fueron aportación de los EE. UU. Con esto México se vio obligado a limitar su soberanía, garantizó el pago de la deuda por medio del petróleo e hidrocarburos, y se obligó al gobierno mexicano a entregar a los EE. UU. información estratégica de Pemex. Con Zedillo la inversión pública en Pemex se anuló, y fue sustituida por un mecanismo de financiamiento privado que aumenta el endeudamiento y el costo de capital en las industrias públicas; es decir, su finalidad fue que las empresas públicas dejaran de operar los procesos, las instalaciones y los equipos, con lo que la pérdida de solvencia hace a los organismos públicos inviables.

Vicente Fox es electo presidente y con ello la continuación del proceso privatizador, alentando la inversión privada extranjera en la industria petrolera a costa de violar los principios que marca la Constitución. Pemex puso en marcha los contratos de servicios múltiples, que permiten a una empresa extranjera explorar, extraer, procesar gas natural, elaborar gas metano y otros petroquímicos básicos.

El gobierno de Felipe Calderón hizo que Pemex y la industria petrolera sean un negocio puro para las empresas extranjeras petroleras y de servicios. Después de este gobierno y de la reforma petrolera de 2008, será muy difícil para la nación revertir los errores hechos a la industria petrolera nacional.

Las presiones derivadas de los EE. UU. y de los inversionistas internacionales, contribuyeron al propósito de Felipe Calderón, el cual consiste en que todas las actividades de la industria petrolera nacional serán entregadas a grandes empresas extranjeras que se encargarán de todas las funciones

básicas de la industria: la exploración, la extracción, la refinación, el almacenamiento, el transporte, la distribución y las ventas de primera mano.⁹

En dicho sexenio es cuando se realiza la entrega de la industria petrolera al extranjero, debido a que fue el gobierno que más ha recibido en la historia por concepto de excedentes por los altos precios del petróleo. En 2007, el gobierno mexicano recibió más de 12 000 millones de dólares y, en 2008 se recibieron aproximadamente 20 000 millones de dólares.

Pemex se ha transformado en una industria que comercializa carburantes, combustibles y petroquímicos que son importados de EE. UU. y Canadá, hay una idea clave detrás de todo esto: que nuestro país siga a la tecnología pero que no la genere.

La reforma que necesitaba Pemex y la industria petrolera nacional era otra muy diferente a la aprobada¹⁰. Requeríamos una reforma que mantuviera el petróleo mexicano como palanca para el desarrollo nacional, que fuese un instrumento geoestratégico de defensa de la soberanía y la independencia nacional frente a los EE. UU., que se rescatara la ciencia y la tecnología del petróleo y los hidrocarburos, y con ello, apuntalar el desarrollo de otros sectores de la industria mexicana (Instituto de Investigaciones Jurídicas de la UNAM, s.f.).

1.3 El carácter volátil de los precios, producción y exportaciones de petróleo en México

Con la llegada del boom petrolero en la década de los sesenta y setenta del siglo anterior, la dinámica de la economía no sufrió ningún cambio; simplemente se pasó de la dependencia de los productos agrícolas a la dependencia de la extracción petrolera (Kozikowski, 2010).

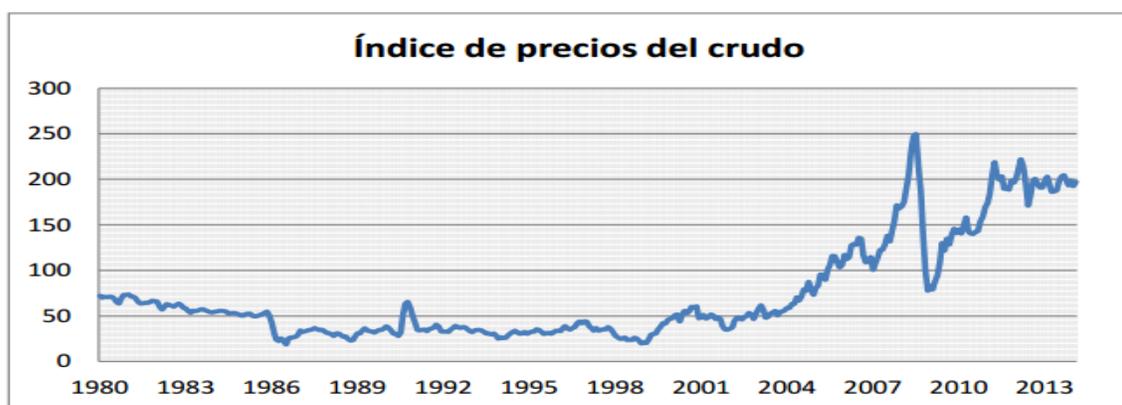
Una bonanza económica puede originarse por la entrada masiva de capitales en un país por un determinado periodo de tiempo (Ocampo, 2007), este fenómeno es denominado enfermedad Holandesa, en el cual, las bonanzas generadas por la explotación de recursos naturales abundantes, implican la entrada masiva de divisas, lo que a su vez genera una revaluación en la moneda local, desestimulando las exportaciones –como efecto del encarecimiento de la moneda nacional frente a las demás monedas-, ya que en este caso el exportador incurre en pérdidas; por el contrario la

⁹ Bonilla Sánchez, Arturo et al. *Cambios en las industrias petrolera y de la energía*. México. UNAM-Casa Juan Pablos. 2008.

¹⁰ Para la reforma que requeríamos véase Pérez Rocha, Manuel (coord.). *El petróleo mexicano*. México. Fundación Heriberto Castillo Martínez-UACM. 2008. 2 ts; Frente Amplio Progresista. Simposio Petrolero y Seguridad Energética. México. Consejo Consultivo. Comisión de Energía y Desarrollo. 5 y 7 de mayo de 2008.

devaluación incentiva las importaciones, lo que a su vez se considera tiene un efecto de desindustrialización de los sectores agrícolas e industriales –al generarse un reemplazo del consumo de los bienes nacionales por bienes externos-. El impacto de la bonanza se establece a través de la tasa de cambio real (medida de poder adquisitivo entre la moneda local y un conjunto de monedas de sus socios comerciales); bajo el supuesto, de que este indicador representa el efecto de la bonanza, específicamente en términos de intercambio generados por las transacciones del petróleo crudo (causante de la expansión), incidiendo en el comportamiento de las ventas reales del sector agrícola e industrial (Sánchez, 2018).

El precio el petróleo, es una magnitud que ha estado fluctuando a lo largo de los años, sometido a una fuerte volatilidad. En el gráfico que se muestra a continuación, se observa la evolución del precio desde 1980 hasta 2013.



Fuente: Fondo Monetario Internacional (FMI, 2014).

En este gráfico se encuentra representado el Índice de Precios del Crudo elaborado por el Fondo Monetario Internacional (FMI), donde se aprecia cómo el precio ha estado sujeto a fuertes fluctuaciones. Los últimos datos al mes de febrero de 2013 sitúan el precio en 197.2 dólares. El máximo histórico se alcanzó en el año 2008 en 249.66 y el mínimo se situó en 18.45 en el año 1986. Estas variaciones en el precio se pueden deber a distintos motivos, que van a afectar en mayor o menor medida a los niveles de precios. Los niveles de inventarios existentes en el mundo, la actuación de la oferta y la demanda, así como la existencia de un mercado de futuros para el crudo son los principales factores que afectan al precio del petróleo (Díez, 2014).

El aumento de los precios internacionales de petróleo impacta a México como país exportador, ya que, así como una baja hace caer los ingresos del sector público, un alza significa la disponibilidad de recursos adicionales, es decir, México exportará menos petróleo. Cuando el presupuesto y los contratos de cobertura prevén un precio menor, la diferencia significa una bonanza para Petróleos Mexicanos que se refleja en las arcas públicas y en una mayor transferencia de divisas de la paraestatal al Banco de México, lo cual hace aumentar las reservas internacionales del país, ayudando a la economía. Por otro lado, el mayor precio del petróleo se refleja en mayores precios del diesel y la gasolina, productos que México importa en alrededor de 70%, y esto a su vez hace subir los costos de la distribución de los productos de consumo, una consecuencia negativa para la población. En ambos casos, el consumidor es el afectado, pues enfrenta alzas en los precios de transporte, público o privado, así como en los precios que paga por cualquier mercancía. De esta manera, la perspectiva de mayores aumentos de precios en los combustibles no es buena noticia para los consumidores, pero el hecho de que el gobierno cuente con mayores ingresos en divisas puede mitigar la presión sobre las tasas de interés de referencia y del tipo de cambio del peso mexicano (Banco Base, 2018).

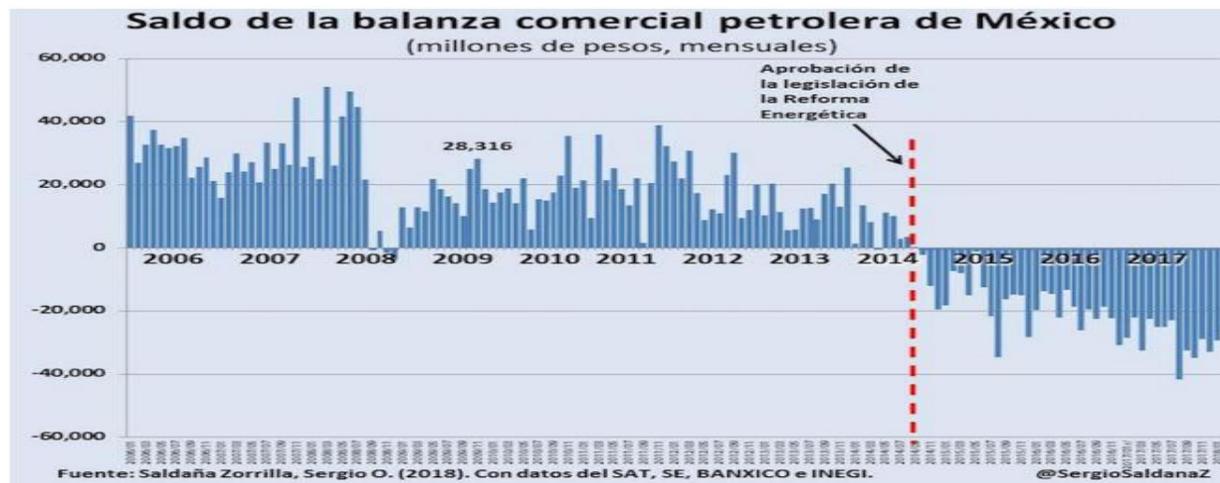
Otro estudio elaborado por Pérez, Aguilar, Domínguez y Ramírez (2016), considera que el precio de la mezcla mexicana se encuentra en su nivel más bajo del último lustro. Entre junio de 2014 y enero de 2015, el precio, en términos reales, de la mezcla mexicana de exportación pasó de 99 dpb a 39 dpb, lo que representa una caída real del 60% en el precio. En 2004, México alcanzó su mayor producción histórica de petróleo con un promedio de 3.38 millones de barriles diarios (mbd). A partir de entonces inició la caída gradual de la producción, como resultado del agotamiento del complejo petrolero Cantarell, que en marzo de 2004 a noviembre de 2005 pasó de producir 2.07 mbd a 0.26 mbd. En este contexto, la reforma energética tiene por objeto dinamizar el sector petrolero nacional y revertir la caída de la producción de petróleo observada desde 2004, al permitir la participación de la inversión privada, la reforma representa un cambio estructural en la industria petrolera. En 2014, se anunció la primera ronda de licitaciones de áreas petrolíferas (Ronda I) en la que se permitió la participación de la iniciativa privada; sin embargo, la caída de los precios obligó a disminuir su alcance y se limitó a licitar 14 áreas petrolíferas. En tanto, la caída en el precio y en la producción tendrá un impacto moderado en las exportaciones nacionales. Esto se debe a que, en los últimos treinta años, las exportaciones han pasado por un proceso de diversificación, lo que ha permitido reducir su vulnerabilidad ante fluctuaciones en el mercado

petrolero. De acuerdo con cifras del INEGI, de 1982 a 2014 los productos petroleros pasaron de representar el 78% del total de exportaciones a 11% del total. Esta caída se debió al aumento de las exportaciones manufactureras, que en el mismo periodo pasaron de representar 14% del total de exportaciones a 85% del total. Por otra parte, en México las finanzas públicas tienen una alta dependencia de los ingresos petroleros; durante los últimos ocho años, se han realizado diversas reformas fiscales que han buscado incrementar la recaudación tributaria y en consecuencia reducir la dependencia que tienen los ingresos públicos de los ingresos petroleros. En el periodo 2002-2006 la participación de los ingresos petroleros en el total de los ingresos presupuestarios mostró una tendencia creciente, llegando en 2006 a representar el 38% de los ingresos presupuestarios, producto de una alta producción petrolera. Sin embargo, a partir de 2007, dicha participación presentó una tendencia a la baja, para colocarse en 2014 en 31% de los ingresos presupuestarios. Esta menor dependencia de los ingresos petroleros se debe a incrementos en la recaudación tributaria derivados de las reformas fiscales de 2007, 2009 y 2013, a una producción petrolera decreciente y a las caídas del precio del petróleo de 2008 y 2014.

Con base en información de PEMEX (2018) los principales países destino de las exportaciones petroleras mexicanas son la India, Francia, EE. UU., Jamaica, Nicaragua, Perú, Bélgica, Holanda, España, Italia, Portugal, República Dominicana, Corea del Sur, Japón, China y Suiza. Cabe destacar, que el valor de las exportaciones hacia EE. UU. pasó del 81.6% del total de las ventas de crudo al exterior en 2008, a sólo el 48.5% en 2016 (Sígler, 2017).

De acuerdo con la publicación de Saldaña (2018), cada día aumenta el déficit comercial petrolero de México. Después de décadas de superávit, desde 2014 somos importadores netos del sector. Desde que se implementó la reforma energética (agosto de 2014), ha habido una fuerte caída en la producción de petróleo, gas, petroquímica y derivados. La capacidad instalada de PEMEX está siendo subutilizada y se ha frenado la reinversión en ampliación de capacidad. Las principales consecuencias negativas de lo anterior son: a) debilitamiento de las finanzas públicas del país, pues derivado de la reducción productiva de PEMEX, los ingresos petroleros se han desplomado y contribuido al actual déficit fiscal público; b) fuerte caída en los niveles de inversión pública debido a la menor disponibilidad de recursos públicos; c) creciente presión sobre el peso mexicano (derivada del aumento del déficit comercial), lo cual contribuye a explicar parte de la devaluación de más del 60% del peso frente al dólar desde 2014; d) aumento de la deuda pública (para

compensar el déficit comercial), deuda que actualmente alcanza niveles cercanos al 50% del PIB; e) altas tasas de interés debido a las crecientes necesidades de endeudamiento público. En suma, esta caída de los ingresos petroleros producida por menores niveles de exportaciones ha desencadenado desequilibrios macroeconómicos que eran evitables. Los ingresos petroleros en 2012 representaban el 38% de los ingresos públicos, para 2018 se prevé contribuyan con sólo el 8%. Es decir, los ingresos públicos petroleros que se han dejado de percibir en 2018 en comparación con 2012 equivalen a 4.27 veces el valor esperado del déficit público para 2018. Esto es, de haber continuado constantes los precios y la producción petrolera, en 2018 obtendríamos un superávit fiscal superior al 6% del PIB. En 2017, el déficit comercial petrolero fue equivalente al 99% del déficit comercial de toda la económica mexicana (350 y 354 mil millones de pesos, respectivamente). Como se observa en la siguiente gráfica, hasta agosto de 2014, mes en el que se consuma la aprobación del paquete de leyes de la reforma energética, teníamos un mercado superávit en nuestra balanza comercial petrolera (que es el resultado de las exportaciones menos las importaciones de petróleo, gas, petroquímica y derivados). Sin embargo, a partir de que entra en vigor la reforma energética, nuestro superávit se ha convertido en déficit hasta ahora.



Finalmente, como consecuencia del entorno económico internacional considerado inestable sobre todo después de la Gran Recesión Mundial de 2008-2009, donde las exportaciones petroleras de las economías emergentes, como lo es la economía mexicana, han experimentado importantes depreciaciones en un ambiente de alta volatilidad en los mercados petroleros. La tarea de modelar y predecir la volatilidad de los cambios en las exportaciones petroleras ha sido uno de los retos de mayor interés para la mayoría de las economías. De esta manera el presente estudio tiene la

finalidad de disponer de mejores herramientas para la toma de decisiones, en torno a la política económica del país, el desarrollo de medidas de riesgo eficientes en la estimación de pérdidas potenciales, así como prever y minimizar los efectos negativos de los choques en los precios del petróleo.

1.4 Revisión de la literatura sobre distribuciones de probabilidad que modelan Fenómenos Extremos

Para la modelación y estimación del Riesgo Financiero surgió la hipótesis clásica de normalidad de las distribuciones de las rentabilidades, la cual implica el supuesto de que los precios de los activos están formados por agregación de “shocks” aleatorios representativos de los factores que impulsan a los operadores a realizar estimaciones sobre el comportamiento de dichos precios y que estas estimaciones individuales constituyen variables aleatorias con varianza finita, independientes entre sí. Pero, diversos estudios realizados sobre los retornos de los activos financieros en mercados tradicionales y/o emergentes nos indican que los mismos suelen tener “colas” de distribución pesadas, o lo que es lo mismo, suelen presentar mayores probabilidades de ocurrencia de eventos riesgosos. Así, han surgido desde la teoría moderna de portafolios, distintos intentos de solución para esta problemática. En este sentido, se ha señalado que una alternativa para representar el comportamiento de las rentabilidades, a partir de las distribuciones de valores extremos que consideran exclusivamente la distribución de las rentabilidades altas y de pérdidas excepcionales. Este enfoque motiva el estudio de la caracterización de las “colas” de distribución pesadas en el contexto de la Teoría de los valores extremos, donde se infieren medidas de riesgo adecuadas para caracterizar los retornos de activos en los mercados tradicionales y más precisamente en mercados de las economías emergentes o en vías de desarrollo, caracterizados principalmente por una distribución de sus retornos más leptocúrtica que la distribución de retornos de los mercados más desarrollados. Específicamente se ha dado especial atención a la distribución generalizada de Pareto (DGP), donde el “riesgo” puede interpretarse como la pérdida potencial que puede sufrir el valor de un activo, mientras que la medida del riesgo está vinculada a la probabilidad de sufrir esa pérdida. En la serie de retornos del Índice Merval, se observan periodos de alta volatilidad seguidos por periodos de baja volatilidad, esto es lo que motivó la introducción del componente GARCH, para modelar el proceso de varianza condicional de los retornos, siguiendo la metodología desarrollada por McNeil, Frey y Embrechts (2005), el desempeño del

VaR estático y el VaR condicional o dinámico, estimando los modelos autorregresivos de volatilidad estocástica del tipo AR-GARCH y aplicando EVT (Teoría de Valores Extremos) para obtener una mejor estimación de probabilidad de ocurrencia de las pérdidas extremas; se estima un modelo AR(1) - GARCH(1,1) y como los residuos estandarizados deberían asemejarse a las innovaciones, para estimar la cola de $Fz(z)$ (que es lo que interesa para conocer el VaR dinámico) se aplica la técnica de EVT, desarrollada en la parte estática a la cola de la distribución empírica de residuos. Finalmente, al contar con una estimación paramétrica de la cola $Fz(z)$ y con las estimaciones de la media y volatilidad condicional, se puede estimar la distribución condicional de pérdidas. En conclusión, usar el VaR mediante EVT, permite reducir el sesgo que se origina en asumir una distribución normal y por ende estar más próximo del verdadero valor al riesgo ante la presencia de eventos extremos; así la aplicación de la Teoría de los Eventos Extremos ha resultado ser de gran utilidad para mejorar la administración del riesgo financiero, en cualquier proyecto de inversión (Herrera, 2013).

En este sentido existen estudios donde se ha aplicado la teoría del valor extremo (EVT), en campos tales como la hidrología y los seguros. Es una herramienta utilizada para considerar las probabilidades asociadas a eventos extremos y por lo tanto poco comunes. La teoría del valor extremo es útil para modelar el impacto de los accidentes o situaciones de estrés extremo en las carteras de los inversionistas, contrario a los enfoques tradicionales del valor en riesgo. Sin embargo, la implementación de la teoría del valor extremo enfrenta muchos retos, incluyendo la escasez de datos extremos, para determinar si la serie es de cola gruesa, elección del umbral o el tipo de cola y la elección de los métodos de estimación de parámetros (Bensalah, 2000).

Más tarde, Soares, dos Santos, Neris y Campanharo (2014) analizaron que, en las últimas décadas, ha crecido el número de fondos que procuran explotar ineficiencias de mercado por medio de arbitraje. La explotación de tales ineficiencias puede darse por medio de estrategias como la estrategia *long-short*, en la cual son asumidas tanto posiciones compradas (long) como vendidas (short) en acciones o índices de acciones, sea en el mercado al contado o de derivados. Durante muchos años, no obstante, gran parte de los *pair tradings* utilizados en esas estrategias fueron contruidos con base en análisis que no consideran los desvíos extremos existentes en el proceso de interdependencia entre los activos involucrados y los indicadores de calidad operacional de las firmas. El objetivo del trabajo es verificar si por medio del análisis fundamentalista propuesto por

Piotroski (2000) y de la Teoría de Valores Extremos es posible que se establezca un nuevo abordaje cuantitativo para la estrategia *long-short*, de forma que sean considerados, además de empresas con señalizaciones positivas de posibilidad de lucro, estructura de capital y eficiencia operacional, distribuciones capaces de capturar co-movimientos extremos asociados a los *pair tradings* seleccionados. Se percibe, no obstante, que el modelaje probabilístico de la serie de los co-movimientos de los precios de los *pair tradings* requiere distribuciones con colas pesadas, una vez que gran parte de las oportunidades de arbitraje se genera a partir de esos movimientos extremos. Con el propósito de verificar la posibilidad de la utilización de la teoría de valores extremos en la detección de *timings* más oportunos para arbitraje, fueron seleccionados en el mercado brasileño empresas *Winners* con mayor liquidez y valor de mercado. Pares de acciones de empresas importantes en el escenario brasileño fueron utilizadas para la aplicación del nuevo abordaje cuantitativo a ser propuesto, el cual fue denominado estrategia *GEV Long-Short*. Los resultados obtenidos fueron comparados a los resultados que son obtenidos cuando los ajustes son efectuados a partir de la distribución normal; la implementación de la estrategia *GEV Long-Short* fue efectuada por el abordaje *Block Máxima*, los parámetros fueron estimados por máxima verosimilitud, la estimación de los parámetros y demás análisis fueron efectuados por el programa estadístico *R-Project* a partir del paquete *fExtremes*, específico para el análisis de valores extremos. Los resultados obtenidos sugieren que la elección de *pairs trading*, por medio del análisis fundamentalista, y el modelaje de las series de los cocientes de los precios, por intermedio de la distribución de valores extremos, tienen la capacidad de proporcionar un mejor ajuste de los cuantiles de probabilidades extremos, de forma a detectarse una mayor precisión de *timings* más oportunos para las reversiones de las tendencias de caída y de aumento de la razón de fijación de precios entre pares de activos. Este artículo contribuye a la literatura de finanzas al proponer la utilización del modelaje de datos extremos como herramienta que puede proporcionar informaciones para que sea efectuado un monitoreo *ex-ante* de la difusión de información privada y de los ajustes relativos de los precios de pares de acciones.

A continuación, se comentan de forma breve casos específicos bajo el modelo de probabilidad de Gumbel. El modelo de probabilidad de Gumbel ha sido utilizado en la valoración del riesgo de lluvias fuertes, aunque ahora muy comúnmente se utiliza esta distribución para el *trading* en divisas y otros instrumentos de especulación (Gumbel, 1958).

La teoría del valor extremo es ampliamente utilizada por muchos investigadores en ciencias aplicadas cuando se enfrentan con el modelado de valores extremos de ciertos fenómenos. Los primeros resultados se han desarrollado teniendo en cuenta las observaciones independientes, pero más recientemente, se han elaborado modelos de valores extremos en el supuesto más realista de dependencia temporal. La importancia de la distribución Gumbel en la práctica se debe a su comportamiento de valor extremo. Se ha aplicado como una distribución para describir la velocidad del viento extrema, la altura de las olas del mar, las inundaciones, precipitaciones, la temperatura mínima, la precipitación durante las sequías, la fuerza eléctrica de materiales, los problemas de contaminación del aire, problemas geológicos, ingeniería naval, entre otros fenómenos (Shodhganga, s.f.).

Así mismo, Canessa (2011) presenta en su artículo, la distribución de Gumbel o distribución generalizada exponencial gamma la cual se utiliza habitualmente en el cálculo de los flujos de inundación para el dimensionamiento y diseño de los canales de desagüe de gran prensa hidráulica. Es una herramienta importante en el cálculo de probabilidades de validez demostrado en el estudio de la máxima de un conjunto de datos. el objetivo de esta distribución es obtener la probabilidad de que en un determinado conjunto de datos nuevos máximos ocurran frente a un conjunto de condiciones iniciales. Por lo tanto, en la aplicación de la distribución de Gumbel para series de tiempo de cualquier activo financiero, se puede construir un indicador, cuya principal ventaja es la medición de la inestabilidad en las superficies máximas.

Para el estudio de la aplicabilidad hidrológica de cuatro modelos probabilísticos, correspondientes a las funciones de Gumbel, Log-Normal, Goodrich y Pearson Tipo III, para series anuales de caudales máximos. El estudio se centró en todas las estaciones de tipo fluvial de la región de Maule, abarcando todos los ríos y las principales cuencas presentes en la región, como son la cuenca del río Mataquito y del río Maule, ambas originadas en la Cordillera de los Andes. Por medio del coeficiente de determinación (R^2) y el test de bondad de ajuste de Kolmogorov-Smirnov (K-S), fue posible determinar las funciones de distribución de probabilidad que mejor representan a las series de caudales máximos, para la región de Maule. La función de distribución de probabilidad con la cual los caudales máximos se ven mayormente reflejados es la función de Gumbel, considerando su uso como altamente confiable, con un coeficiente de determinación

promedio para todas las estaciones del 96.4% y una aprobación altamente significativa de la prueba de bondad de ajuste de Kolmogorov - Smirnov (Aguilera, 2007).

La estimación de la probabilidad de ocurrencia de eventos extremos en climatología e hidrología (eventos de precipitación extrema y crecidas) es un tema de primer interés, tanto teórico como práctico. Por un lado, la obtención de estadísticos sobre el carácter más o menos extremo de las precipitaciones ayuda a caracterizar el clima o el régimen hídrico de un lugar. Por otro lado, los sucesos extremos en climatología e hidrología constituyen un importante factor de riesgo para la actividad humana, y en ocasiones llegan a convertirse en verdaderas catástrofes con saldo en vidas humanas. Es por ello que el cálculo de la probabilidad de ocurrencia de eventos extremos es parte importante en el diseño y planificación de cualquier obra civil o infraestructura. Aunque la bibliografía es abundante en trabajos sobre el tema, en la práctica el método clásico de series de máximos anuales ajustados a una distribución Gumbel sigue siendo predominante (Cuadrat, Vicente y Saz, 2002).

De acuerdo con la investigación “Estabilización Temporal: un enfoque de distribución de valor extremo de Fréchet-Weibull”, se desarrolla en el entorno de una pequeña economía abierta, es decir, un modelo estocástico de estabilización basada en el tipo de cambio que reconoce el papel de los movimientos extremos en la dinámica de las expectativas de devaluación. Se supone que las expectativas de devaluación siguen un proceso mixto de salto de difusión en el que un movimiento browniano impulsa la tasa de devaluación y una distribución de Poisson determina el número de posibles devaluaciones. También se supone que el tamaño esperado de una posible devaluación tiene una distribución de valor extremo del tipo Fréchet-Weibull, es importante señalar que la incorporación de una distribución de valores extremos del tipo Fréchet-Weibull para la dinámica estocástica del tipo de cambio extiende el trabajo de Venegas-Martínez (2000) y (2006). En el marco de equilibrio parcial, el modelo propuesto asumirá que los mercados de reclamos contingentes para cobertura contra la devaluación no están disponibles, en este contexto y asumiendo la utilidad logarítmica, que proporciona agentes aversos al riesgo, examinaremos la dinámica de equilibrio del consumo y la riqueza real cuando se implemente un programa de estabilización y se espere que el tamaño de la devaluación siga una distribución de Fréchet de valor extremo. Finalmente, es importante mencionar que el modelo propuesto deriva soluciones trazables de formas cerradas que facilitan mucho la comprensión de los temas clave en el análisis

de la estabilización temporal cuando se supone que el tamaño esperado de una posible devaluación tiene una distribución de valor extremo (Venegas, Ortiz y Ortiz, 2012).

Es importante resaltar que la distribución de Pareto Generalizada no forma parte de la familia de distribuciones de VEG, no obstante, es utilizada para estudiar eventos extremos, a continuación, se comentan de forma breve algunos casos específicos. Teniendo en cuenta que los eventos extremos pueden poner en peligro la estabilidad de una entidad aseguradora, se plantea que el comportamiento inusual de una variable aleatoria puede tener más interés que su 'normalidad' ampliamente tratada por la teoría clásica del riesgo. La Teoría del Valor Extremo y más concretamente la distribución de Pareto Generalizada permite modelar los siniestros que exceden un determinado umbral, dando un paso más en el análisis de riesgos y en gestión financiera – actuarial, tanto operativa como estratégica. Cualquier entidad aseguradora necesitará conocer el comportamiento de sus extremos para decidir sobre su asunción con capacidad propia o bien sobre cesión al Reaseguro en cuyo caso la teoría del valor extremo y más concretamente el modelo de Pareto Generalizado, apoyará la estimación óptima del pleno de retención ya que atendiendo al Proyecto de Solvencia II, su capital económico debe responder a sus riesgos retenidos (García, 2016).

En México el principal indicador que calcula la Bolsa Mexicana de Valores es el Índice de Precios y Cotizaciones (IPC). El IPC expresa el rendimiento del mercado accionario en función de las variaciones de precios de una muestra de 35 acciones que cotizan en la BMV y operan en diferentes sectores de la economía. Esta muestra de emisiones es una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto total de acciones cotizadas en la Bolsa. En este artículo se modelan las pérdidas grandes del IPC. Se utilizó un enfoque de extremos, se ajustaron los retornos negativos extremos a las distribuciones Pareto y Pareto Generalizada. Se empleó máxima verosimilitud para datos con censura tipo I por la izquierda, lo cual es equivalente al enfoque de excedentes sobre umbrales de la metodología de valores extremos. Utilizamos la medida de bondad de ajuste Valor Promedio Absoluto Escalado como criterio para elegir una distribución. Aunque ambas distribuciones dan una descripción adecuada de los retornos negativos, la distribución de Pareto proporciona un mejor ajuste (Lorenzo, Juárez y Cadena, 2016).

Otro interesante trabajo pionero que se puede citar en la literatura es el De Jesús, Ortiz, García y Morales (2016), en donde la industria del petróleo desempeña un factor estratégico clave en el

buen funcionamiento de la economía global. Desafortunadamente, lo que puede ser una bondad para la estabilidad y crecimiento de los países exportadores e importadores del hidrocarburo, en un entorno globalizado puede convertirse en un auténtico inconveniente para la estabilidad de los ingresos. Esto debido a que la estructura dinámica de los precios del petróleo es más volátil y riesgosa en comparación con otras materias primas e incluso que los títulos de capital y algunas divisas duras. Desde la liberalización del sector energético en la segunda mitad de los años ochenta, los productores y consumidores han experimentado un ambiente de incertidumbre y elevada volatilidad por la presencia de movimientos extremos en los precios del petróleo. Estos cambios inesperados en los precios del petróleo se han originado principalmente por los desequilibrios entre la oferta y demanda en los mercados internacionales de energía fósil y se han intensificado debido a diversos eventos exógenos que corresponden a aspectos de tensiones geopolíticas, conflictos militares, ciclos económicos, crisis financieras, desastres naturales inclusive de carácter especulativo. Estadísticamente, la naturaleza de los movimientos extremos reduce el potencial de la distribución normal para describir el comportamiento asintótico de los rendimientos del petróleo, dado que su distribución empírica suele ser sesgada y con colas más anchas por la incidencia más frecuente de valores atípicos. Asimismo, la modelación inapropiada de los valores extremos localizados en las colas de la distribución de rendimientos tiene serias implicaciones financieras. Estudios recientes señalan que las medidas de riesgo bajo el supuesto de normalidad subestiman las pérdidas de las posiciones largas de los productores y cortas de los consumidores de petróleo. En este sentido, el análisis del riesgo se ha convertido en un desafío y prioridad para los participantes en el mercado internacional del petróleo en las últimas décadas (Sadorsky, 2005; Fan, Zhang, Tsai y Wei, 2008; Hung, Lee y Liu, 2008). La literatura previa se enfoca fundamentalmente en el modelado de la cola inferior de la distribución de rendimientos e ignoran las pérdidas asimétricas generadas por los choques extremos positivos y negativos y que algunas veces resultan catastróficas para los participantes en el mercado del petróleo. Esta limitación reduce la capacidad de los modelos paramétricos para medir el verdadero nivel del riesgo. En este sentido, los modelos no paramétricos son más eficientes para estimar el VaR de las posiciones cortas y largas. Sin embargo, la naturaleza discreta de los rendimientos aunado a la falta de información muestral en las colas de la distribución empírica dificulta la estimación de los cuantiles extremos, lo que conlleva a resultados de varianza alta (Plitsker, 2006; Zhao, Scarrott, Oxley y Reale, 2010; De Jesús y Ortiz, 2011). En respuesta a las inconsistencias que presentan los

modelos VaR convencionales para capturar la magnitud y probabilidad de los rendimientos extremos. La TVE (Teoría de Valores Extremos) proporciona un conjunto de herramientas sólidas para modelar el comportamiento de los rendimientos extremos y catastróficos localizados en las colas de las distribuciones empíricas. El grueso de la literatura sobre la medición del riesgo, basada en la TVE, se ha enfocado principalmente en los mercados accionarios y cambiarios. Por lo que la investigación aún es limitada en el mercado del petróleo. Krehbiel y Adkins (2005) fueron los pioneros que aplicaron la TVE a los productos energéticos de la Bolsa de Nueva York; sus hallazgos revelaron que el desempeño de la medida VaR-TVE es superior al de los modelos AR(1)-GARCH(1,1) y RiskMetrics. Usando los precios del WTI y Brent, Marimoutou, Raggad, y Trabelsi (2009), resaltan la importancia del procedimiento de filtrado en los datos para la estimación del VaR a través de las medidas TVE condicional y Simulación Histórica. Debido al riesgo que representan los movimientos extremos inesperados en los precios del petróleo para los productores como México y consumidores industriales. El trabajo ajusta la distribución de Pareto Generalizada (DPG) para analizar el comportamiento asintótico de las colas de los rendimientos de la mezcla de petróleo mexicana y estimar el riesgo en las posiciones larga y corta para el periodo del 2 de enero de 1989 al 31 de diciembre de 2013. El análisis se basa en la metodología de McNeil y Frey (2000), quienes ajustaron un modelo GARCH(1,1) para estimar la volatilidad condicional y utilizan para medir el VaR de los residuales estandarizados basado en la TVE. Este procedimiento captura la heteroscedasticidad condicional y reduce la fuerte dependencia observada en los datos de frecuencia alta.

CAPÍTULO 2. DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD DE VALORES EXTREMOS

La Teoría de Valores Extremos es una disciplina estadística cuyos avances fundamentales son relativamente recientes. Está enfocada al análisis del comportamiento estocástico de valores extremos de un proceso, con amplias aplicaciones en hidrología, investigación medioambiental y meteorología, seguros, aplicaciones financieras, geología, entre otras. Tiene como objetivo cuantificar el comportamiento de una serie de valores de un proceso, siendo estos los valores más extremos que los que usualmente se observan en el (Medialdea, 2016). En este capítulo, se describen los modelos de probabilidad que con mayor frecuencia se emplean para explicar variables con elevados grados de volatilidad, principalmente se exponen los casos de la Distribución de Valor Extremo Generalizada, Gumbel, Fréchet y Pareto Generalizada.

2.1 Teoría Estadística del Valor Extremo

La Teoría de Valor Extremo consiste en un conjunto de técnicas estadísticas para la identificación y modelización de los máximos o mínimos de una variable aleatoria. Los desarrollos de los modelos fundamentales de la Teoría del Valor Extremo se deben a los trabajos pioneros de Von Mises, Gnedenko o Fisher y Tipper (1928) cuyo teorema llevó al desarrollo de la distribución asintótica para modelizar máximos (o mínimos), denominada Distribución Generalizada del Valor Extremo (Generalized Extreme Value Distribution – G.E.V.D). Más adelante Gumbel, avanzaría en la estadística no paramétrica para estimar frecuencias en base a la ordenación de los siniestros. El teorema de Pickands- Balkema- de Haan daría lugar al modelo que concierne a la distribución de los excesos por encima del umbral, donde cobra interés el comportamiento del valor extremo una vez alcanzado un elevado nivel. Esta distribución truncada por la izquierda se conoce como Distribución Generalizada de Pareto (Generalized Pareto Distribution – G.P.D) (García, 2004).

2.2 Distribución Generalizada de Valores Extremos

La distribución generalizada de valores extremos (GEV por sus siglas en inglés) es un modelo flexible de tres parámetros que combina las distribuciones de Gumbel, Fréchet y Weibull de valores extremos y su función de densidad está definida de la siguiente manera:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sigma} e^{\left(-\left(1+kz\right)^{-\frac{1}{k}}\right)} \left(1+kz\right)^{-1-\frac{1}{k}}; k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} e^{\left(-z-e^{-z}\right)}; k = 0 \end{array} \right\}$$

Donde: $z = \frac{x-\mu}{\sigma}$; k, σ y μ son los parámetros de forma, escala y localización, respectivamente.

El parámetro de escala será siempre positivo $\sigma > 0$, mientras que los parámetros de forma y localización podrán tomar valores en el conjunto de los números reales.

El rango de la distribución dependerá del valor k , de esta forma podemos representarlo de la siguiente manera:

$$1 + k \frac{(x - \mu)}{\sigma} > 0 \text{ para } k \neq 0$$

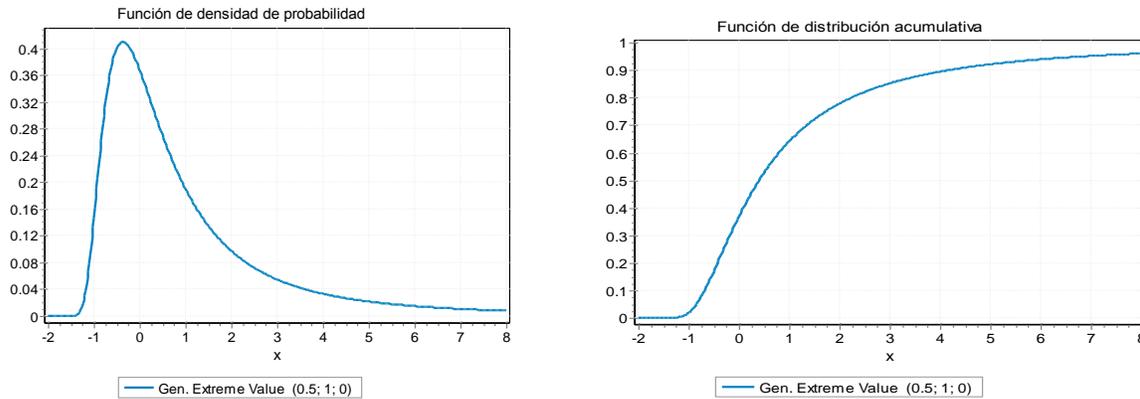
$$-\infty < x < \infty \text{ para } k = 0$$

Los diferentes valores que puede tomar el parámetro de forma k nos conduce a diferentes tipos de distribuciones probabilísticas, específicamente existen tres casos; cuando $k = 0$, $k > 0$ y $k < 0$, los cuales corresponden a la distribución de Gumbel, Fréchet y Weibull, respectivamente (Kotz y Nadarajah, 2000).

A continuación, se pueden observar algunos casos de la función de distribución de probabilidad de valor extremo generalizada, considerando diferentes valores para los tres parámetros¹¹. La finalidad consiste en observar la gran variedad de modelos probabilísticos que es posible tener una vez que se ha validado el supuesto distribucional del valor extremo generalizado en torno al conjunto de observaciones.

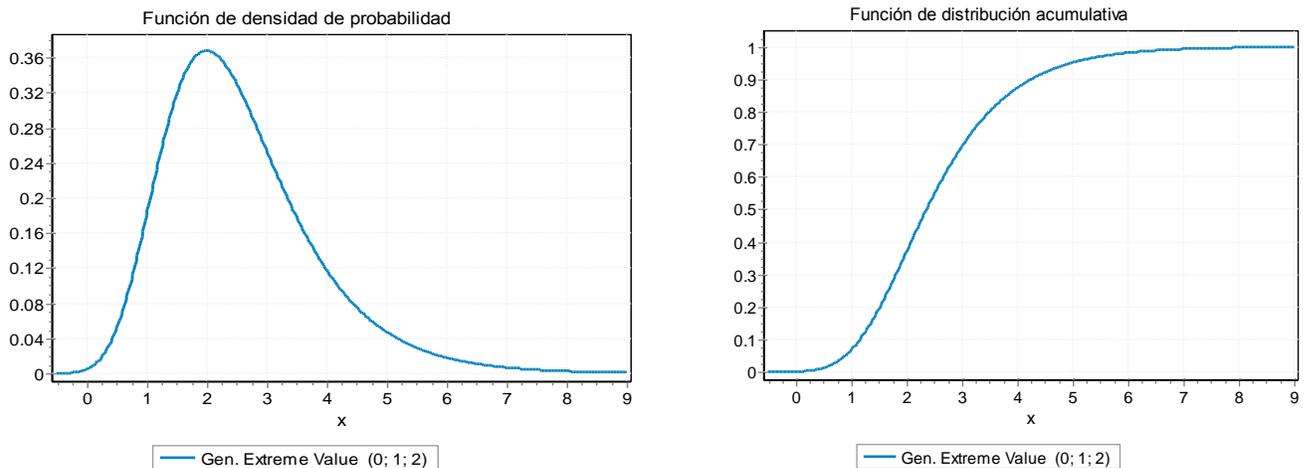
Gráfico 2.1 Función de Densidad de Probabilidad y Función de Distribución Acumulativa de
GEV (0.5, 1, 0)

¹¹ Dichos gráficos han sido generados mediante el Software Estadístico *EasyFit*, el cual se utilizó en esta investigación debido a que facilita el ajuste de una gran diversidad de distribuciones de probabilidad.



El gráfico 2.1 nos muestra tanto la función de densidad de probabilidad como la función de distribución acumulativa de la GEV (0.5, 1, 0) de la Balanza Comercial Petrolera mexicana de enero de 1993 a diciembre de 2018. En dicho gráfico se puede observar que la distribución no es simétrica, sino que está sesgada hacia la izquierda o hacia los valores negativos de la variable aleatoria, lo cual tiene que ver con los parámetros definidos y a partir de los cuales fue construida la función de densidad de probabilidad.

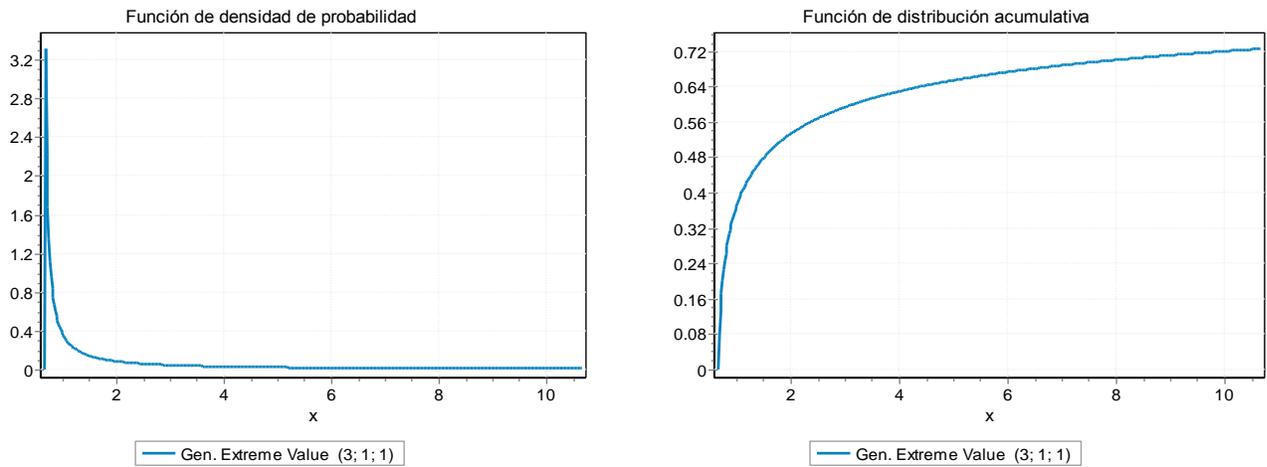
Gráfico 2.2 Función de Densidad de Probabilidad y Función de Distribución Acumulativa de GEV (0, 1, 2)



Por otra parte, en el gráfico 2.2 se puede observar la densidad de probabilidad de la variable aleatoria $GEV(0, 1, 2)$ de la BCP mexicana de enero de 1993 a diciembre de 2018; esto es, que los parámetros de dicha distribución corresponden con la distribución de probabilidad de Gumbel. En este caso se puede notar que la mayor parte de la probabilidad se concentra en valores positivos de

la distribución. También se puede observar que la densidad está centrada en el parámetro de localización, el cual tiene el valor de 2. Por su parte, la gráfica que representa a la función acumulativa de probabilidad (función monótona a la derecha), es creciente y converge al valor de 1 a medida que la variable aleatoria converge al valor correspondiente con su límite superior.

Gráfico 2.3 Función de Densidad de Probabilidad y Función de Distribución Acumulativa de GEV (3, 1, 1)



El gráfico 2.3 corresponde a una variable aleatoria de valor extremo generalizado GEV (3, 1, 1), en la cual podemos notar una diferencia considerable con relación a las densidades anteriores. Podemos observar que la función de distribución acumulativa crece de forma exponencial invertida. También podemos destacar la forma de la función de densidad, la cual se concentra en la parte izquierda de la distribución; lo cual se explica por el cambio del parámetro de forma, que pasó de tomar un valor de -3 a un valor positivo de 3.

2.2.1 Características de la Distribución de Valores Extremos Generalizada

La familia de distribuciones de valores extremos generalizada, como se vio anteriormente, tiene la siguiente función de distribución acumulativa de probabilidad:

$$G(z) = \exp \left\{ - \left[1 + k \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{k}} \right\}$$

Definida en $\left\{z: 1 + k \left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right) > 0\right\}$, con $-\infty < \mu < \infty$, $\sigma > 0$ y $-\infty < k < \infty$

El modelo tiene tres parámetros: μ es el parámetro de localización, σ es el parámetro de escala y k es el parámetro de forma.

Entre las características más relevantes de la distribución de valores extremos generalizada tales como la media, varianza, mediana, moda, entre otras; las podemos encontrar en el siguiente cuadro.

Cuadro 2.1 Características de la distribución de probabilidad de Valor Extremo Generalizada

<p>Esperanza Matemática</p>	$\mu + \sigma \frac{\Gamma(1+k)-1}{k} \quad \text{si } k \neq 0 \text{ y } k < 0$ $\mu + \sigma \gamma \quad \text{si } k = 0$ $\text{No existe} \quad \text{si } k \geq 1$ <p><i>r(.) es la función Gamma y γ es la constante de euler</i></p>
<p>Varianza</p>	$\sigma^2 \frac{(g_2 - g_1^2)}{k^2} \quad \text{si } k \neq 0 \text{ y } k < \frac{1}{2}$ $\sigma^2 \frac{\pi^2}{6} \quad \text{si } k = 0$ $\text{No existe} \quad \text{si } k \geq \frac{1}{2}$ <p><i>Donde $g_k = r(1 - kK)$</i></p>
<p>Cuartil de orden p</p>	$\mu + \sigma \frac{\ln(p)^{-k}-1}{k} \quad \text{si } k \neq 0$ $\mu + \sigma \ln(-\ln(p)) \quad \text{si } k = 0$
<p>Mediana</p>	$\mu + \sigma \frac{\ln(2)^{-k}-1}{k} \quad \text{si } k \neq 0$ $\mu + \sigma \ln(-\ln(2)) \quad \text{si } k = 0$
<p>Moda</p>	$\mu + \sigma \frac{(1+k)^{-k}-1}{k} \quad \text{si } k \neq 0$ $\mu \quad \text{si } k = 0$

Coefficiente de Asimetría	$\frac{g_3 - 3g_1g_2 + 2g_1^3}{(g_2 - g_1^2)^{\frac{3}{2}}}$ <i>si k ≠ 0</i>
	$\frac{12\sqrt{6}\tau(3)}{\pi^3}$ <i>si k ≠ 0</i> Donde τ es la función Zeta de Riemann
Coefficiente de Curtosis	$\frac{g_4 - 4g_1g_3 - 6g_2g_1^2 - 3g_1^4}{(g_2 - g_1^2)^2} - 3$ <i>si k ≠ 0</i>
	$\frac{12}{5}$ <i>si k ≠ 0</i>

(Ibáñez, 2011).

2.3 Distribución de Probabilidad de Gumbel

La distribución de Gumbel o extrema tipo I, se usa generalmente en aplicaciones de las ciencias hidrológicas para determinar la probabilidad del comportamiento de crecientes, sequías y caudales en sus valores extremos o máximos considerando diferentes momentos en el tiempo. Esta distribución es mayormente usada en estudios de ingeniería marítima y en todas aquellas ciencias cuyas aplicaciones puedan estar sometidas a condiciones climatológicas extremas. Con ella se busca evaluar la probabilidad de que una determinada serie de valores arroje nuevos máximos considerando las condiciones iniciales, que son la base de aplicación metodológica de este tipo de distribuciones probabilísticas (Ramos y Julio, 2012).

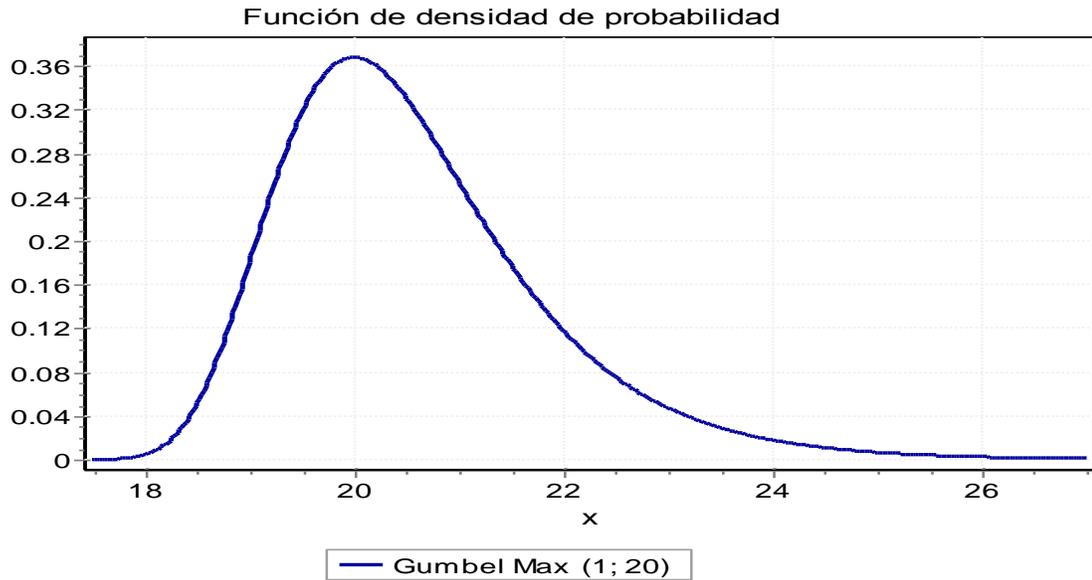
Esta distribución de probabilidad fue desarrollada por el matemático Alemán Emil Julius Gumbel en 1891, la cual tiene dominio en todos los reales y su función de distribución de probabilidad se encuentra representada por la siguiente fórmula:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \exp(-z - \exp(-z)); \text{ donde } z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

μ es el parámetro de localización y σ el parámetro de escala (Rivera, 2018).

La función de densidad gráficamente se comporta de la siguiente manera:

Gráfico 2.4 Distribución de Probabilidad de Gumbel Máximo (1, 20)



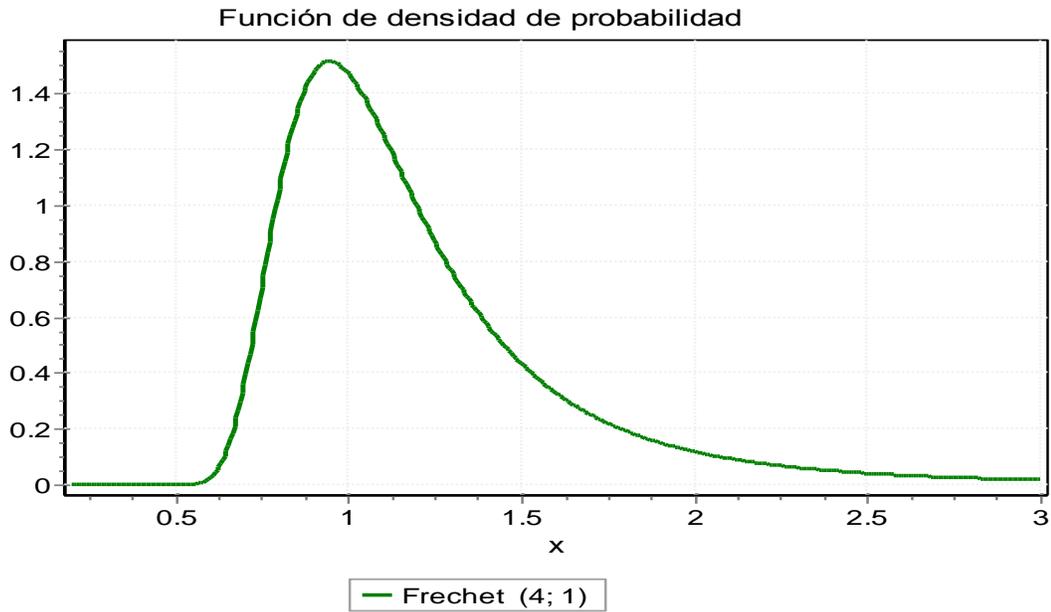
2.4 Distribución de Probabilidad de Fréchet

El nombre de la distribución viene del matemático francés Maurice Fréchet (1878-1973) y su principal uso es en el campo de la hidrología (Ibáñez, 2011). Es un caso especial de la distribución de valores extremos generalizada, la densidad de probabilidad de la distribución de Fréchet (llamada también Distribución de Valores Extremos Tipo II), fue definida de la siguiente manera:

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha+1} \exp\left(-\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha}\right)$$

Donde α es el parámetro de forma y β es el parámetro de escala para todo valor positivo $x > 0$ (Rivera, 2018).

Gráfico 2.5 Distribución de Probabilidad de Fréchet (4, 1)



2.5 Distribución de Probabilidad de Pareto Generalizada

La distribución de Pareto generalizada surge a partir del método conocido como P.O.T. (Peaks over threshold method), que consiste en la modelización de los extremos que exceden un determinado umbral o prioridad, bien sea de las cuantías totales (X_i) o bien de los excesos ($Y_i = X_i - u$) sobre el umbral u .

De la aplicación de este método surgen tres cuestiones a resolver:

La primera es determinar el nivel del umbral u , cuya elección está sujeta al problema de la varianza y el sesgo, ya que cuanto menor sea el umbral mayor es el número de observaciones lo que puede disminuir la varianza del ajuste, pero puede incrementar el sesgo si se intenta modelizar observaciones que no pertenecen a la cola. Por otro lado, si se reduce el número de observaciones (con un umbral más elevado), se reduce el sesgo, pero hace que la estimación del índice sea más volátil al realizarse con un menor número de observaciones.

La segunda es determinar qué función de distribución ajusta dichos excesos. Se trata de una distribución condicionada a que el extremo haya superado u y según el teorema de probabilidad condicionada se llega al cociente entre la probabilidad conjunta y la probabilidad del suceso

condicionante, definiendo x positivo e inferior al punto derecho final de la distribución, ya sea éste finito o infinito.

$$F^u(x) = F^u(y + u) = P(X - u \leq X < u) = \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \text{ para } 0 \leq x \leq x_0, 0 \leq y \leq x_0 - u$$

La tercera cuestión, consecuencia de la segunda, es la función de supervivencia, complementaria de la función de distribución.

$$\begin{aligned} 1 - F^u(x) &= 1 - F^u(y + u) = P(X > y + u / X > u) = P(X - u > y / X > u) = \frac{1 - F(x)}{1 - F(u)} \\ &= \frac{1 - F(y + u)}{1 - F(u)} \text{ para } 0 \leq x \leq x_0 \end{aligned}$$

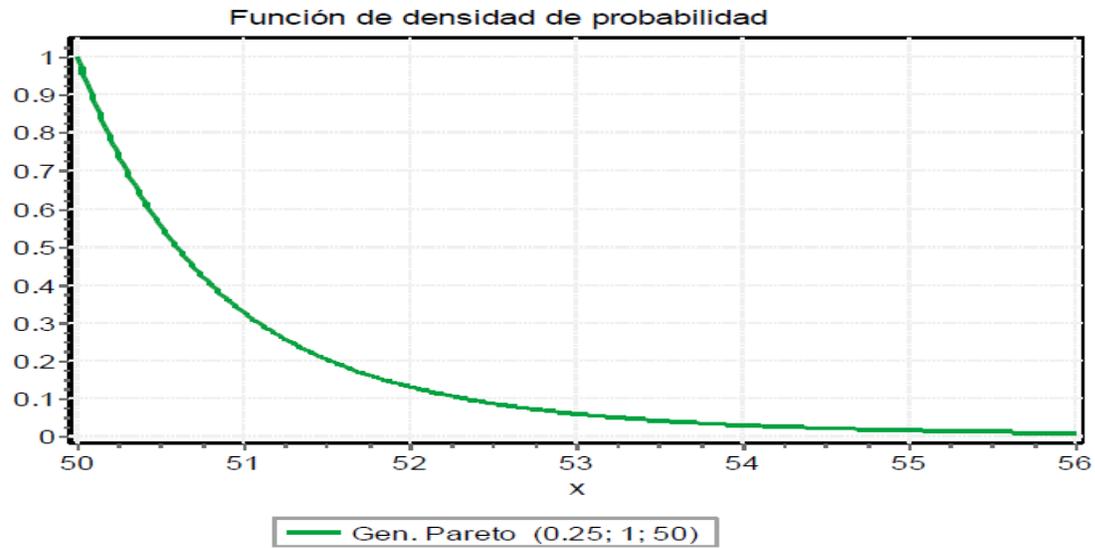
El teorema de Pickands- Balkema- de Haan muestra que, bajo condiciones de máximos dominios de atracción, la distribución generalizada de Pareto es la distribución límite para los excesos sobre una prioridad u cuando ésta es elevada (García, 2004).

De la expresión de la función de distribución condicional surge la distribución Generalizada de Pareto:

$$f(x) = \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sigma} \left(1 + k \frac{(x - \mu)}{\sigma} \right)^{-1 - \frac{1}{k}} \text{ para } k \neq 0 \\ \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{(x - \mu)}{\sigma}} \text{ para } k = 0 \end{array} \right\}$$

Podemos observar en el gráfico 2.6 la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria Pareto generalizada con parámetros específicos de la distribución.

Gráfico 2.6 Distribución de Probabilidad de Pareto Generalizada (0.25, 1, 50)



Donde k , σ y μ son parámetros de forma, escala y localización respectivamente, en tanto que el dominio de la variable Pareto Generalizada está definido de la siguiente manera:

$$\mu \leq x \leq \infty \text{ para } k \geq 0$$

$$\mu \leq x \leq \mu - \frac{\sigma}{k} \text{ para } k < 0 \text{ (Rivera, 2018).}$$

CAPÍTULO 3. PRUEBAS DE BONDAD DE AJUSTE CHI-CUADRADA, KOLMOGOROV-SMIRNOV Y ANDERSON-DARLING

El presente capítulo se centra en el estudio del comportamiento de las exportaciones petroleras mexicanas, para entender dicho comportamiento es necesario el análisis de tres pruebas de bondad de ajuste: Chi-Cuadrada, Kolmogórov-Smirnov y Anderson-Darling. El propósito de las pruebas de bondad de ajuste es únicamente decidir si un conjunto de datos observados es consistente con una distribución de probabilidad dada, generalmente estas pruebas miden el grado de ajuste entre la función de distribución de los datos y la distribución teórica que se supone debe seguir la muestra (Lorenzo, 2011). El capítulo presenta la teoría correspondiente a cada una de las pruebas de bondad de ajuste mencionadas anteriormente. La primera prueba que se analiza es la Chi-Cuadrada, la cual es aplicable tanto para variables aleatorias discretas como continuas, dicha prueba utiliza un estadístico originalmente propuesto por Pearson para comparar las frecuencias observadas o empíricas con las esperadas o teóricas de cada categoría, esta frecuencia esperada se calcula de acuerdo con la distribución formulada en la hipótesis nula; cuanto más se aproxime a cero el valor de X^2 , mejor será el ajuste de F_0 a los datos observados (Lorenzo, 2011). La segunda prueba para analizar es la Kolmogórov-Smirnov, aplicable a distribuciones absolutamente continuas, y sirve para contrastar la hipótesis nula de que la distribución de una variable se ajusta a una determinada distribución teórica de probabilidad (Zubcoff, 2008). Finalmente, la prueba de Anderson-Darling supone una modificación del test de Cramer-von Mises, que se basa en la diferencia de cuadrados entre las distribuciones, pero en su caso, otorga una mayor relevancia a los datos existentes en las colas de la distribución (Farrell y Rogers-Stewart, 2006).

En los sistemas reales regularmente nos encontramos con variables cuyo comportamiento es aleatorio, y son susceptibles de ser modeladas por variables de entrada de un modelo estocástico, estas variables requieren de un tratamiento estadístico para su generación de manera artificial, el cual se realiza usualmente por medio de un modelo teórico de distribución de probabilidad, es así como las pruebas de bondad de ajuste son una buena herramienta para determinar el comportamiento de un conjunto de datos. El ajuste de los datos a un modelo de distribución de probabilidad se puede realizar por medio de pruebas estadísticas más conocidas como pruebas de bondad de ajuste tales como las mencionadas anteriormente. Debe tenerse en cuenta que cuando a

una serie de datos se le aplica cualquiera de las pruebas de bondad y se encuentra que ningún modelo teórico puede ajustarse a la serie de datos, se trabaja entonces con el modelo empírico (que no es un modelo estándar conocido) (Márquez, s.f.).

Formalmente una prueba de bondad de ajuste es un procedimiento para probar la siguiente hipótesis: Sea X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de una distribución F y sea F_0 una distribución completamente especificada a excepción posiblemente de sus parámetros. Una prueba de bondad de ajuste es una prueba estadística con la siguiente hipótesis nula:

$$H_0: F = F_0.$$

3.1 Prueba Chi-Cuadrada

De acuerdo con la investigación realizada por Lorenzo (2011), la distribución Chi-Cuadrada tiene muchas aplicaciones en inferencia estadística, por ejemplo, se utiliza en la estimación de varianzas y para probar homogeneidad e independencia en tablas de contingencia.

Para probar la Hipótesis $H_0: F \equiv F_0$ el rango de F_0 se particiona en k intervalos l_1, l_2, \dots, l_k y se calculan las frecuencias observadas O_1, \dots, O_k en cada intervalo. Luego se calculan las frecuencias esperadas E_1, \dots, E_k en cada intervalo bajo la distribución F_0 . El estadístico de prueba está dado por

$$X^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \sim X^2_{(k-1)}$$

Tenemos que $E_i = np_i$ donde p_i es la probabilidad de que una observación caiga en el intervalo l_i . Por ejemplo, si F_0 es continua y f_0 es su densidad, entonces:

$$p_i = \int_{l_i} f_0(t) dt.$$

Vemos que la prueba Chi-Cuadrada se basa en la comparación entre la frecuencia observada en un intervalo y la frecuencia esperada en dicho intervalo, esta frecuencia esperada se calcula de acuerdo con la distribución formulada en la hipótesis nula. El estadístico de prueba determina si las frecuencias observadas en la muestra están lo suficientemente cerca de las frecuencias

esperadas bajo la hipótesis nula. Vemos que cuanto más se aproxima a cero el valor de X^2 , mejor será el ajuste de F_0 a los datos observados. Si las diferencias entre las frecuencias observadas y esperadas son significativas, entonces el valor del estadístico X^2 será grande indicando que H_0 se debe rechazar.

La distribución asintótica de X^2 es la Chi-Cuadrada con $k - 1$ grados de libertad si F_0 está totalmente especificada. Por otro lado, si se tienen que estimar p parámetros de F_0 , entonces la distribución asintótica de X^2 es Chi-Cuadrada con $k - 1 - p$ grados de libertad. Generalmente se requiere la condición de que todas las frecuencias observadas O_i sean mayores o iguales a cinco. Cuando no se dé esta condición hay que proceder a un reagrupamiento con otros intervalos hasta que se cumpla la condición.

Como ya se mencionó, la prueba Chi-Cuadrada se puede aplicar para cualquier distribución F_0 ya sea discreta o continua. También es recomendable, para una mejor calidad de la aproximación a través de la distribución asintótica, que los intervalos se construyan de tal manera que sus probabilidades sean aproximadamente iguales.

3.2 Prueba Kolmogorov - Smirnov

Sean X_1, X_2, \dots, X_n una muestra aleatoria de la distribución F . La función de distribución empírica se define por:

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I(X_i \leq x)$$

Donde

$$I(X_i \leq x) = \begin{cases} 1 & \text{si } X_i \leq x, \\ 0 & \text{si } X_i > x. \end{cases}$$

Sean $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ los estadísticos de orden observados de la muestra aleatoria. El estadístico de prueba de la prueba Kolmogórov-Smirnov (KS) es

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)| = \max_{1 \leq i \leq n} \left\{ \max \left[F_0(x_{(i)}) - \left(\frac{i-1}{n} \right), \frac{i}{n} - F_0(x_{(i)}) \right] \right\}$$

Vemos que el estadístico de prueba es la distancia vertical más grande entre la función de distribución empírica F_n y la distribución F_0 . La hipótesis nula se rechaza para valores grandes de D_n . Se demuestra que

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\sqrt{n}D_n \leq z) = 1 - 2 \sum_{j=1}^{\infty} -(1)^{j-1} e^{-2j^2} \approx 1 - 2e^{-2z^2}$$

De modo que la prueba de KS es de distribución libre en el sentido de que los valores críticos no dependen de la distribución F_0 . La hipótesis nula $H_0: F = F_0$ se rechaza con un nivel de significancia α si $D_n > D_\alpha$. La prueba de KS es aplicable para variables aleatorias continuas; y es de especial interés para muestras pequeñas en las cuales no es factible aplicar la prueba Chi-Cuadrada (Lorenzo, 2011).

Por tanto, el criterio para la toma de decisión será de la forma:

<p><i>Si $D_n \leq D_\alpha \rightarrow$ Aceptar H_0</i></p> <p><i>Si $D_n > D_\alpha \rightarrow$ Rechazar H_0</i></p>
--

Donde el valor de D_α se elige de tal manera que:

<p><i>$P(\text{Rechazar } H_0 H_0 \text{ es cierta})$</i></p> <p><i>$= P(D_n > D_\alpha \text{Los datos siuen la distribución } F) = \alpha$</i></p> <p><i>Siendo α el nivel de significación del contraste</i></p>
--

A su vez, el valor de D_α depende del tipo de distribución a probar y se encuentra tabulado. En general es de la forma:

$$D_\alpha = \frac{c_\alpha}{k(n)}$$

Donde c_α y $k(n)$ se encuentran en las tablas siguientes:

Gráfico 3.2.2

C_α	α		
	0.1	0.05	0.01
Modelo	0.1	0.05	0.01
General	1.224	1.358	1.628
Normal	0.819	0.895	1.035
Exponencial	0.990	1.094	1.308
Weibull n=10	0.760	0.819	0.944
Weibull n=20	0.779	0.843	0.973
Weibull n=50	0.790	0.856	0.988
Weibull $n \rightarrow \infty$	0.803	0.874	1.007

Gráfico 3.2.3

Distribución que se Contrasta	$k(n)$
General. Parámetros conocidos	$k(n) = \sqrt{n} + 0.12 + \frac{0.11}{\sqrt{n}}$
Normal	$k(n) = \sqrt{n} - 0.01 + \frac{0.85}{\sqrt{n}}$
Exponencial	$k(n) = \sqrt{n} + 0.12 + \frac{0.11}{\sqrt{n}}$
Weibull	$k(n) = \sqrt{n}$

(De La Llave, s.f.)

3.3 Prueba estadística Anderson-Darling

La prueba de Anderson-Darling se utiliza para probar si una muestra de datos procede de una distribución absolutamente continua F_0 con vector de parámetros θ . El estadístico de prueba Anderson-Darling pertenece a una clase de medidas de discrepancia, conocidas como estadísticas cuadráticas:

$$Q_n = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F_0(x; \theta)]^2 \varphi(x) dF_0(x; \theta)$$

Donde F_n es la función de distribución empírica de la muestra aleatoria x_1, \dots, x_n y φ es una función que pondera a las discrepancias cuadradas. Cuando $\varphi(x) = 1$, el estadístico Q_n se conoce como la estadística de Cramér-von Mises. La estadística de Anderson-Darling (1954) se obtiene con:

$$\varphi(x) = \{[F_0(x; \theta)][1 - F_0(x; \theta)]\}^{-1}$$

La estadística de Anderson-Darling utiliza la distribución F_0 para el cálculo de valores críticos. Esto tiene la ventaja de que se obtiene una prueba más sensible que la de K-S. Sin embargo, tiene la desventaja de que los valores críticos deberán calcularse para cada distribución F_0 .

El estadístico de prueba Anderson-Darling está dado por

$$\begin{aligned} A^2 &= -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\log F_0(x_i; \theta) + \log (1 - F_0(x_{n+1}; \theta))] \\ &= -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [(2i - 1) \log(Z_i) + (2n + 1 - 2i) \log(1 - Z_i)] \end{aligned}$$

Donde

$$Z_i = F_0(x_i; \theta)$$

Cuando la distribución F_0 está completamente especificada (no hay parámetros que estimar) la distribución de A^2 no depende de F_0 aunque si depende de n . Cuando el parámetro se estima la distribución además de depender de n , también depende de la estimación del parámetro (Lorenzo, 2011).

La prueba de Anderson-Darling (AD) se utiliza para probar si una muestra de datos proviene de una población con una distribución específica, basada en la función de distribución empírica (FDE¹²). Las estadísticas FDE son medidas de discrepancia entre la FDE y una función de distribución dada, y son usadas para probar el ajuste de la muestra a la distribución.

Las hipótesis para contrastar están establecidas de la siguiente manera:

¹² La FDE es una distribución escalonada, calculada de la muestra, la cual estima la función de distribución de la población.

H_0 : La muestra proviene de una distribución específica.

H_1 : La muestra NO proviene de una distribución específica.

La FDE se define como una muestra aleatoria de tamaño n , x_1, x_2, \dots, x_n y sean $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ las estadísticas de orden¹³. Suponga también que la distribución de X es $F(x)$. Entonces, la FDE denotada como $F_n(x)$, es tal que:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0 & x \leq X_{(1)} \\ \frac{i}{n} & X_{(i)} \leq x \leq X_{(i+1)}, i = 1, 2, \dots, n-1 \\ 1 & x \geq X_{(n)} \end{cases}$$

Un tipo de estadísticas FDE, de la clase cuadrática, son de la familia:

$$Q = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F(x)]^2 \psi(x) dF(x)$$

Donde $\psi(x)$ es una función conveniente, la cual da los pesos a la diferencia cuadrática $[F_n(x) - F(x)]^2$. Cuando $\psi(x) = 1$ se trata de la estadística de Cramér-von Mises, y cuando $\psi(x) = \{[F(x)][1 - F(x)]\}^{-1}$, se trata de la estadística de Anderson-Darling denotada por AD.

Por lo cual, Anderson y Darling (1954) definieron el estadístico de prueba como:

$$A = n \int_{-\infty}^{\infty} [F_n(x) - F^*(x)]^2 \psi[F^*(x)] dF^*(x)$$

Debido a que ψ es una función no negativa, puede ser calculada mediante $\psi(x) = \{[F(x)][1 - F(x)]\}^{-1}$. La definición de este estadístico parece difícil de manejar, por esta razón existen fórmulas computacionales sencillas, que se derivan de la Transformación Integral de Probabilidad¹⁴ (PIT):

$$p = F(x; \theta)$$

¹³ En el caso de variables aleatorias, si se tiene una secuencia de n variables aleatorias, x_1, x_2, \dots, x_n , los estadísticos de orden $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$ también son variables aleatorias, que se definen ordenando las variables en orden ascendente, es decir, $X_{(1)} = \min\{x_1, x_2, \dots, x_n\} < X_{(2)} < \dots < X_{(n-1)} < X_{(n)} = \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$.

¹⁴ Transformación Integral de Probabilidad. Si U es una v.a con distribución uniforme en el intervalo $(0,1)$ entonces la v.a $F^{-1}(U)$ tiene distribución F .0020

Esta transformación da como resultado una variable p que es una distribución uniforme entre 0 y 1, descrita como $U(0,1)$. Se aplica con el fin de hacer más fácil el cálculo del estadístico de prueba (Arshad, Rasool y Ahmad, 2003), mediante la siguiente formula:

$$A = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i - 1) [\ln(p_{(i)}) + \ln(1 - p_{(n-i+1)})]$$

$$p_{(i)} = I \left[\frac{(x_{(i)} - \bar{x})}{s} \right]$$

Donde:

I: Función de Distribución Acumulada de una Normal Estándar

\bar{x} : Media Muestral

s: Desviación Estándar

n: Tamaño de la muestra

El valor de p se calcula a partir de la estadística modificada $Z = A(1 + \frac{.75}{n} + \frac{2.25}{n^2})$ con base en los valores críticos de la distribución teórica (Stephens, 1986).

3.4 Ventajas y Desventajas en el uso de Pruebas Estadísticas de Bondad de Ajuste No Paramétricas

El campo de la estadística de diseños de distribución libre o no paramétrica ha tenido un desarrollo tan grande, que ahora tenemos, para casi cualquier diseño de investigación, pruebas estadísticas alternativas válidas que podemos utilizar para producir resultados acerca de una hipótesis. Teniendo pruebas alternativas válidas, necesitamos algunas bases para elegir entre ellas (Badii y Castillo, 2009a, 2009b; Badii, Guillen y Araiza, 2010; Badii, Guillen, Cerna y Landeros, 2011; Badii, Guillen, Cerna y Valenzuela, 2011).

Las pruebas no paramétricas son aquellas en las que no existen supuestos sobre la distribución de los parámetros de la población. Se aplican con mayor frecuencia a los datos nominales y ordinales,

si bien pueden emplearse también para analizar datos continuos transformados a una escala ordinal.

La estadística no paramétrica presenta las siguientes *ventajas*:

1. Cuando es posible hacer solamente supuestos débiles acerca de la naturaleza de las distribuciones que fundamentan datos.
2. Cuando solo será posible poco más que categorizar los datos por falta de una escala de medición adecuada.
3. Cuando es posible asignar rangos a los datos. Por ejemplo, puede asignarse rangos por nivel socioeconómico, textura o sabor; o bien por el género.
4. Cuando la estadística de distribución libre usa recuentos, rangos o los signos de diferencias de observaciones pareadas, suelen ser, aunque no siempre, rápida y fácil de aplicar y aprender.

Desventajas: Si se sabe que la forma de población original es razonablemente cercana a una distribución normal, o si los datos pueden transformarse de modo que éste sea el caso, entonces los procedimientos de distribución libre extraen menos información que la que hay disponible en los datos. En particular, la eficiencia de los procedimientos no paramétricos es bastante alta para muestras pequeñas. Por otra parte, la eficiencia puede no ser importante para muestras muy grandes.

Principales métodos no paramétricos

- A. Prueba X^2 de Bondad de Ajuste
- B. Prueba de Kolmogorov – Smirnov con una Muestra
- C. Prueba de Kolmogorov – Smirnov con dos Muestras
- D. Prueba de Rangos de Wilcoxon
- E. Prueba de Wilcoxon – Mann – Whitney con Dos Muestras.
- F. Prueba de Kruskal – Wallis con k Muestras
- G. Prueba de los Signos
- H. Prueba de la Mediana
- I. Prueba de la Mediana para k Muestras
- J. Prueba de la Mediana para la Clasificación de Dos Vías

- K. Prueba de Friedman para la Clasificación de Dos Vías
- L. Prueba de Desigualdad de Chebyshev
- M. Coeficiente de Correlación de Rangos de Spearman
- N. Prueba de Asociación del Cuadrante de Olmstead – Turkey

A continuación, se provee otra clasificación de los diseños *no-paramétricos* como se indica en el siguiente cuadro (Brown y Mood, 1951; Theil, 1950; Hollander, 1970) (Tabla A).

Tabla A. Diferentes Diseños no-paramétricos

Tipo de Problema	Tipo de Data				
	1 muestra	2 muestras independientes	2 muestras relacionadas	Más de 2 muestras independientes	Más de 2 muestras relacionadas
Localidad	Prueba de Rangos de Wilcoxn	1. Prueba Rápida de Turkey 2. Prueba de la Mediana 3. Mann-Whitney	Prueba de Rangos pareados de Wilcoxn.	1. Prueba de la Mediana 2. Kruskal-Wallis 3. Prueba de Ordenados Alternos 4. Comparación Múltiple	1. Prueba de Friedman 2. Prueba de Durbin de bloques incompletos 3. Prueba de Ordenados Alternos 4. Comparación Múltiple
Dispersión		1. Prueba de Mood 2. Prueba de Moses			
Bondad de Ajuste	1. Chi-Cuadrada	Kolmogorv-Smirnov			

	2. Kolmogorov-Smirnov				
Asociación	1. Spearman 2. Kendall 3. Olmstead-Tukey	Chi – Cuadrada		1. Chi – Cuadrada 2. Kendall	
Regresión	1. Brwon - Mood 2. Theil	Prueba de Paralelismo			
Miscelánea	1. Binomial 2. Box-Stuart	1. Ward-Wolfowitz 2. Hollander 3. Prueba Exacta de Fisher 4. Chi-Cuadrada Homogénea	McNemar		Cochran

(Badii, Guillen, Araiza, Cerna, Valenzuela y Landeros, 2012).

CAPÍTULO 4. EXPORTACIONES PETROLERAS EN MÉXICO 1994-2020

En este capítulo se analizan las estadísticas básicas de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994 a 2020. Una exportación es básicamente todo bien y/o servicio legítimo que el país productor o emisor (el exportador) envía como mercancía a un tercero (importador), para su compra o utilización. En la vida moderna cada país ha elaborado sus propias legislaciones de acuerdo con sus propios intereses y necesidades, siendo las exportaciones una de las principales fuentes de ingresos para un país. Es así que los gobiernos desean proteger al productor nacional, colocando obstáculos a las importaciones como gravámenes o tarifas, lo que lógicamente afecta a los países productores y mono-productores (Montes de Oca, 2015). Así mismo se destacan aquellos periodos donde las exportaciones petroleras se incrementaron considerablemente y el entorno económico que los acompañó; además se hace un breve comparativo entre los diferentes sexenios que integran el periodo de estudio. Los estadísticos que se consideran son la media, varianza, variaciones máximas y mínimas, y se comenta de manera breve el estadístico Jarque-Bera, utilizado para hacer pruebas de normalidad, una vez analizados los estadísticos descriptivos de la variable de estudio.

La consideración del estadístico Jarque-Bera es de gran utilidad, debido a que permite verificar con cierta confiabilidad, si un conjunto de observaciones sigue una distribución normal, lo cual resultará fundamental en el presente estudio dado el objetivo que se tiene de validar una distribución probabilística para las variaciones de las exportaciones petroleras en México durante 1994-2020.

4.1 Estadísticas Básicas del comportamiento de las Exportaciones Petroleras Mexicanas

En el cuadro 4.1, se puede observar que el promedio de las variaciones porcentuales mensuales de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994 a 2020 es de 10.38, cifra que dista de manera significativa de la mediana de 5.85, lo cual es indicativo que las exportaciones petroleras mexicanas a lo largo del periodo de estudio han mostrado un comportamiento hiper volátil. La dispersión altamente significativa entre la media y la mediana de las variaciones mensuales de las exportaciones petroleras de México, también se ve reflejada en cálculo del estadístico Jarque-Bera de 81.88 (con un P-Value = 0.0000), bajo el cual se puede comprobar que el supuesto de

normalidad es ampliamente rechazado por el alto valor del estadístico Jarque-Bera y su p-value igual a cero.

No obstante, resulta imperativo no mencionar el presente año 2020, año inesperado para México y el resto del mundo. Durante el mes de marzo del 2020, las condiciones económicas cambiaron de manera radical debido a la agudización de la pandemia llamada COVID-19. De hecho, la economía de México y el mundo continúa siendo brutalmente afectada hasta bien entrado el segundo semestre de dicho año. Esta realidad cambia sin duda las percepciones y expectativas que se tienen en los planos: producción–inventarios–demanda, así como en las previsiones para equilibrar el mercado petrolero en los próximos años en un precio razonable, mitigando la hiper volatilidad existente. Esto por ahora solo se conseguirá si se aumenta la demanda de petróleo de forma significativa –lo cual es muy difícil de lograr en los próximos meses, es decir, a fines del 2020 e inicios del año 2021– o si se combina este factor con una mayor reducción de la oferta, es decir, un mayor descenso de la producción, lo cual requeriría una nueva decisión de la OPEP, Rusia y EE. UU. (Vielma 2020).

Es importante mencionar que las exportaciones petroleras mexicanas en el mes de abril del año 2020 han tocado su mínimo histórico de -66.33 puntos porcentuales, cifra jamás vista a lo largo de los 318 meses observados en la serie de estudio.

Al analizar las estadísticas de las exportaciones petroleras mexicanas por sexenio, podemos encontrar algunos indicadores interesantes, por ejemplo, durante el periodo de 1994 a 1999, sexenio liderado por Ernesto Zedillo Ponce de León, se caracterizó por el declive del precio internacional del petróleo, que llegó a su nivel más bajo en varias décadas, al caer aproximadamente de 18.0 dpb a 8.5 dpb en el primer trimestre de 1999, lo que redujo drásticamente los ingresos por exportaciones petroleras al país. Nuevamente para este periodo, la media de 9.29 dista en 3 puntos porcentuales de la mediana de 6.27, lo que como ya se mencionó, sugiere un nivel de volatilidad considerable para la variable de estudio. También en el cuadro 4.1, puede observarse que el rango de la variable, esto es el valor máximo menos el mínimo, alcanzó los 181.62 puntos porcentuales.

A través del gráfico 4.1, se observa que el rendimiento máximo de la serie de estudio fue de 171.54%, cifra que se alcanzó durante el sexenio liderado por Vicente Fox, en el mes de febrero del año 2000.

Por otro lado, podemos observar los dos periodos más volátiles de nuestra serie de estudio, dichos periodos comprenden los sexenios de 2006 a 2011 y de 2018 a 2020, donde se observó que el nivel promedio mensual de las variaciones de las exportaciones petroleras mexicanas fue de 18.40 y de -0.61, respectivamente (ver cuadro 4.1). Dichos periodos presentan una Desviación Estándar de 39.62% y 35.90% respectivamente, lo cual es indicativo que el mercado del petróleo parece ser bastante volátil y riesgoso. Cabe señalar que, para ambos periodos, México y el mundo pasaron por profundas crisis tanto económicas como financieras.

La crisis financiera de 2007-2008 tuvo su origen en EE.UU., y específicamente en Wall Street, por la ruina del sector inmobiliario, activada por la quiebra del mercado de las hipotecas basura, los denominados *subprime* —entre otras razones—, aunque el epicentro del terremoto se desplazó luego a la Unión Europea (UE). Desde hace años, se llevaba inflando otra burbuja financiera vinculada a los combustibles fósiles en EE. UU. y se ha empeorado con la administración de Donald Trump (Maher, 2020).

Dentro del segundo periodo más volátil, se encuentra el año 2020, sexenio de Andrés Manuel López Obrador, caracterizado por una profunda crisis de salud y como consecuencia una devastadora crisis económica-financiera. El pasado 20 de abril del 2020, fue uno de los días más asombrosos en el comercio de carburantes. El precio futuro del petróleo de EE. UU., el West Texas Intermediate (WTI), cayó a terreno negativo por primera vez en su historia. El WTI es un índice de crudo producido en Texas y el sur de Oklahoma que sirve como referencia para fijar el precio de otras corrientes de crudo. En vez de cobrar por la mercancía, los inversionistas llegaron a pagar 37.63 dólares a quienes compraran un barril en EE. UU. para su entrega en mayo. Para ser exactos, lo que ha caído un 305% en realidad son los precios de futuros que expiraban —derechos de compra con una fecha de vencimiento fijada—. Los propietarios tenían que vender los contratos o llevarse el petróleo. La demanda ha bajado y, además no tenían sitio donde almacenarlo. Ante la crisis en este momento confluyen varios factores, la fuerte reducción de la demanda de petróleo fruto de las medidas de confinamiento y la crisis económica que la pandemia ha acelerado, la sobreoferta de crudo y los límites en el almacenamiento, la especulación financiera, el

sobreendeudamiento de las empresas, los problemas estructurales de la industria del fracking en EE.UU. y las tensiones geopolíticas (Rusia vs. Arabia Saudí, EE.UU. vs China e Irán, intentos de golpe de estado en Venezuela, Rusia vs Turquía), estos factores han generado una significativa presión a la baja sobre los precios internacionales del petróleo. Como consecuencia del coronavirus ha descendido el transporte en las ciudades, el tráfico aéreo —en EE. UU. -60%, en España -95%— y gran parte de la producción industrial. Las medidas implementadas para frenar la crisis sanitaria han disminuido la demanda de petróleo y productos derivados a nivel mundial. El confinamiento que empezó en China se ha ampliado a 3.000 millones de personas en 187 países. Muchas actividades económicas no esenciales han tenido que ser suspendidas. Al mismo tiempo, los principales extractores —EE. UU., Arabia Saudí y Rusia— han seguido extrayendo el producto, lo que ha precipitado una mayor caída de los precios del petróleo. Lo que llegó a provocar que ocurriera un sobrante de hasta 30 millones de barriles al día y los lugares donde se almacenaba —refinerías, depósitos, buques— estaban saturados. Según la Agencia Internacional de la Energía, se esperaba que la demanda de petróleo mundial cayera en el segundo trimestre de 2020 en 23.2 millones de barriles diarios con respecto al mismo período de 2019 —esto es una caída del 25%— y se redujera en una cifra récord de 9.3 millones de barriles al día en 2020. Si se mantiene la reducción del consumo de esta magnitud podría tener una repercusión sobre la economía global de enorme relevancia. Lo anterior se trata sin duda de una contracción sin precedente aún comparada con la que se produjo con la crisis económica mundial de 2008 cuando la producción de petróleo cayó un 4%. Antes de la pandemia se extraían cada día unos 100 millones de barriles (Kucharz, González, Murray y Flores, 2020).

Finalmente, para los años 2012-2017, sexenio de Enrique Peña Nieto, podemos observar un periodo con pérdidas notables para las exportaciones petroleras mexicanas; de tal manera que la media de las fluctuaciones mensuales para dicho periodo es de -9.34, mientras que el valor de la mediana es de -11.33, valores notablemente distintos, pero no tan alejados como en los casos anteriores. En tanto el valor máximo alcanzó los 74.50 puntos porcentuales y el valor mínimo -51.03 puntos porcentuales. También se puede observar en el cuadro 4.1, que la desviación estándar para el sexenio referido fue de 28.29, cifra que representa el menor valor para toda la serie de estudio. Aunque se pudiera considerar un periodo de relativa estabilidad, esto está alejado de la realidad, ya que dentro de este periodo se tienen rendimientos mayormente negativos, lo cual se traduce en pérdidas para el país.

Cuadro 4.1 Estadísticas Básicas de las variaciones porcentuales mensuales de las Exportaciones Petroleras Mexicanas 1994-2020

Periodo	Media	Mediana	Máximo	Mínimo	Rango	Desviación Estándar	Jarque - Bera	Estimación P-Value
1994 - 2020	10.38	5.85	171.54	-66.33	237.87	38.61	81.88	0.00000
1994 - 1999	9.29	6.27	137.19	-44.43	181.62	36.44	18.56	0.00009
2000 - 2005	27.73	23.34	171.54	-35.77	207.32	40.18	18.50	0.00010
2006 - 2011	18.40	26.88	91.72	-61.68	153.41	39.62	39.34	0.00000
2012 - 2017	-9.34	-11.33	74.50	-51.03	125.53	28.29	22.20	0.00002
2018 - 2020	-0.61	-6.68	73.41	-66.33	139.73	35.90	16.69	0.00024

Fuente: Elaboración propia con información de BANXICO (2020).

El gráfico 4.1 describe la dinámica de los rendimientos mensuales de la Mezcla Mexicana de exportación a través del tiempo. Existen fuertes indicios de volatilidad, así como de cambios inesperados o extremos que ocurren frecuentemente. De acuerdo con los datos del Cuadro 4.1, mediante el estadístico Jarque-Bera se puede comprobar que el supuesto de normalidad es ampliamente rechazado por el alto valor del estadístico Jarque-Bera y su p-value igual a cero. De esta manera, las características de los rendimientos mensuales de las exportaciones petroleras mexicanas reportadas en el Cuadro 4.1 y observadas en el Gráfico 4.1 son pruebas contundentes para modelar y predecir su volatilidad a través de la familia de Distribuciones de Valores Extremos.

Gráfico 4.1 Variaciones Mensuales de las Exportaciones Petroleras Mexicanas 1994-2020



Fuente: Elaboración propia con información de Banxico (2020)

De acuerdo con el análisis estadístico básico realizado en este capítulo y en particular y para los objetivos de esta tesis nos centraremos en mencionar que ningún periodo de tiempo observado presento estabilidad notoria, sino todo lo contrario, cada periodo se ha caracterizado por un alto grado de volatilidad, si bien las causas han sido distintas, el resultado sugiere que la serie de estudio se comporta bajo una Distribución de Valores Extremos.

CAPÍTULO 5. ANÁLISIS DE LAS EXPORTACIONES PETROLERAS MEXICANAS A PARTIR DE LA DISTRIBUCIÓN DE VALOR EXTREMO GENERALIZADA

En este capítulo se aplica la metodología de pruebas de bondad de ajuste descritas en el capítulo anterior sobre los datos de las variaciones porcentuales mensuales anualizadas de las exportaciones petroleras mexicanas durante el periodo 1994-2020. El objetivo es identificar qué distribución de probabilidad describe mejor el comportamiento de los datos de la serie en estudio, para lo cual, se utiliza el software estadístico *EasyFit*¹⁵. Las funciones de densidad de probabilidad continuas que son de interés para este estudio, como se había mencionado en capítulos anteriores, son la distribución de Valor Extremo Generalizado (VEG), entre las cuales se consideran los casos particulares de la distribución de Gumbel, Fréchet y Pareto Generalizada.

Sabemos que la distribución de Pareto Generalizada no corresponde a un caso específico de la distribución VEG, pero es un modelo alternativo que se ha empleado para modelar fenómenos de tipo extremo. Las variaciones de las exportaciones petroleras mexicanas, como se analizó en el capítulo anterior, tienen un alto grado de volatilidad ante fenómenos económicos y políticos tanto internos como mundiales. De esta manera, mediante el software *EasyFit* se logró verificar que la serie de datos para las exportaciones petroleras mexicanas se ajusta de manera adecuada a la distribución de Valor Extremo Generalizado (VEG).

En general, las pruebas de bondad de ajuste se utilizan para decidir cuando un conjunto de datos se adecua a una distribución en particular, es decir, en realidad se prueba la hipótesis nula: $H_0: f(x, \theta) = f_0(x, \theta)$, en tanto que la hipótesis alternativa considera que los datos no se ajustan a dicha distribución, $H_1: f(x, \theta) \neq f_0(x, \theta)$.

Es claro que la densidad puntual $f_0(x, \theta)$ representa la distribución de probabilidad que sigue el conjunto de datos o la serie empleada en el estudio. De esta forma, la hipótesis alternativa en realidad constituye la negación de la hipótesis nula (Daniel, 1990 y Romeu, 2003).

¹⁵ *EasyFit* es un software estadístico que permite ajustar automáticamente los datos de una muestra a una gran diversidad de distribuciones de probabilidad, y así poder seleccionar el mejor modelo que describe a la serie de datos en estudio.

En la sección que se enuncia a continuación, se presentan los resultados obtenidos a partir de la aplicación de las pruebas de bondad de ajuste propuestas en esta tesis sobre la serie de estudio correspondiente a las variaciones mensuales de las exportaciones petroleras mexicanas.

5.1 Aplicación de las Pruebas de Bondad de Ajuste sobre las variaciones porcentuales de las exportaciones petroleras mexicanas

En el cuadro 5.1 se muestran los resultados obtenidos al aplicar las pruebas de bondad de ajuste descritas en el capítulo tres, sobre la variable en estudio. De manera general, la distribución de probabilidad que se puede considerar como un modelo adecuado, o bien, que se ajusta de mejor manera a los datos, es la *Distribución de Valor Extremo Generalizada (VEG)*, incluso teniendo en cuenta diferentes niveles de significancia (α)¹⁶. Así las pruebas de bondad de ajuste Kolmogorov–Smirnov, Anderson-Darling y Chi-Cuadrada no rechazan la hipótesis nula, la cual considera que la serie de estudio sigue una Distribución de probabilidad de Valor Extremo Generalizada. También se puede concluir a partir de los resultados mostrados en el cuadro 5.1, que las distribuciones de Gumbel, Fréchet y Pareto Generalizada no constituyen alternativas adecuadas para la modelación estadística de la serie de estudio, ya que para distintos niveles de significancia estas distribuciones de probabilidad son rechazadas

Es importante destacar que los resultados obtenidos de las tres pruebas de bondad de ajuste, empleados en la validación del supuesto distribucional sobre la serie mensual de las variaciones de las exportaciones petroleras mexicanas fueron tomados tal y como se presentan en el software *EasyFit*, el cual reporta únicamente el valor crítico y el estadístico de prueba calculado, y no el *p-value* de contraste. En cambio, sí indica de forma directa si se rechaza, o no, la hipótesis nula correspondiente (ver cuadro 5.1).

¹⁶ El nivel de significancia ó α es la probabilidad del error tipo I en una prueba de hipótesis. Por lo que representa la probabilidad de rechazar la hipótesis nula cuando en realidad esta se cumple.

Cuadro 5.1 Aplicación de las Pruebas de Bondad de Ajuste (K-S, A-D y CH2) sobre la serie mensual de las variaciones de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020

Kolmogorov - Sminov (K-S)							
Función de Probabilidad	α	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	Estadístico
	Valor Crítico	0.06017	0.06858	0.07615	0.08513	0.09135	
Valor Extremo Generalizada	Rechaza	No	No	No	No	No	0.02543
Gumbel	Rechaza	No	No	No	No	No	0.05968
Pareto Generalizada	Rechaza	Si	Si	No	No	No	0.07049
Fréchet	Rechaza	No hay ajuste (mín < 0)					
Anderson-Darling (A-D)							
Función de Probabilidad	A	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	Estadístico
	Valor Crítico	1.3749	1.9286	2.5018	3.2892	3.9074	
Valor Extremo Generalizada	Rechaza	No	No	No	No	No	0.28476
Gumbel	Rechaza	Si	Si	No	No	No	2.194
Pareto Generalizada	Rechaza	Si	Si	Si	Si	Si	69.392
Fréchet	Rechaza	No hay ajuste (mín < 0)					
Chi-Cuadrada (CH2)							
Función de Probabilidad	A	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	Estadístico
	Valor Crítico	11.03	13.362	15.507	18.168	20.09	
Valor Extremo Generalizada	Rechaza	No	No	No	No	No	3.2406
Gumbel	Rechaza	No	No	No	No	No	10.038
Pareto Generalizada	Rechaza	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A
Fréchet	Rechaza	No hay ajuste (mín < 0)					

Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico *EasyFit 5.6*, y utilizando la serie de información mensual de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020, publicada en el portal del Banco de México (<https://www.banxico.org.mx/>).

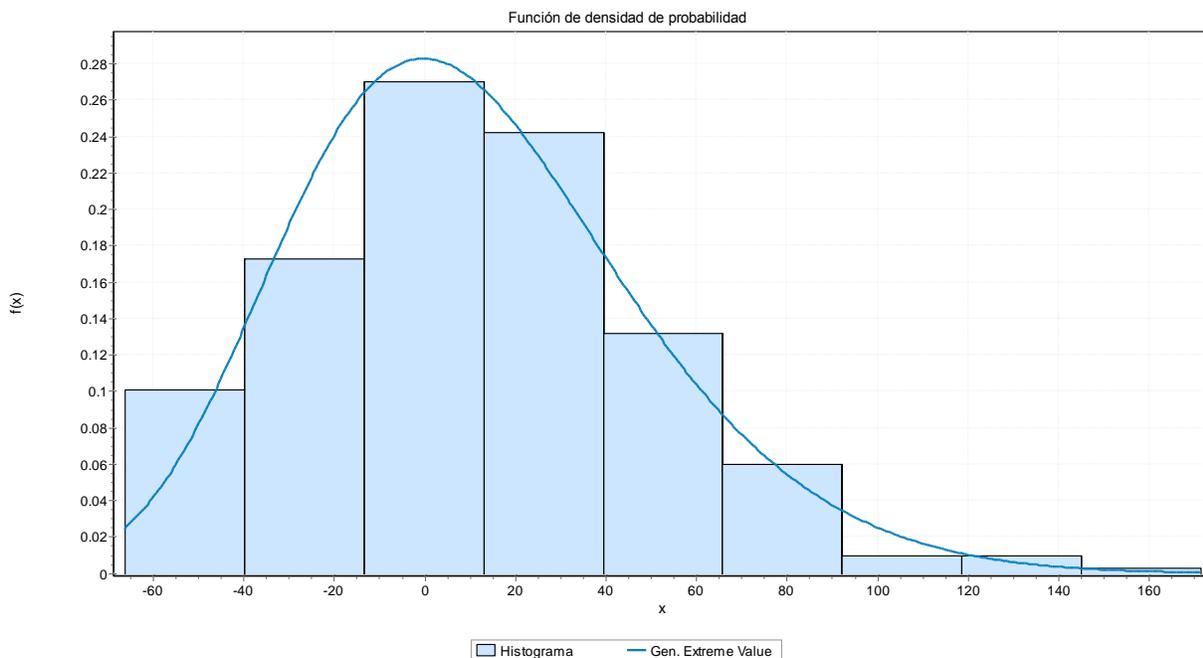
El ajuste de la variable de las exportaciones petroleras mexicanas a la distribución de Valor Extremo Generalizada se puede observar también de manera complementaria en los gráficos que se presentan a continuación de densidad de probabilidad, de supervivencia y *P-P* plot correspondientes.

La gráfica de densidad de probabilidad es constituida a partir de la función de densidad de probabilidad de la variable aleatoria en estudio. Dicha función, describe la probabilidad relativa según la cual dicha variable aleatoria tomará determinado valor. La probabilidad de que la variable

aleatoria caiga en una región específica del espacio de posibilidades estará dada por la integral de la función de densidad de probabilidad de esta variable entre uno y otro límite de dicha región (Obando, 2020). Entre otras ventajas que podemos observar a partir de la gráfica de densidad de probabilidad de una variable aleatoria se encuentra que a partir de ella es posible tener una primera impresión si el comportamiento de la variable es simétrico o sesgado hacia un lado (izquierda o derecha), o bien, si el área concentrada en las colas es considerable o poco significativa.

A continuación, el gráfico 5.1 muestra la densidad de probabilidad de las variaciones mensuales de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020, podemos observar una densidad de probabilidad sesgada con una concentración de área significativa con relación a valores positivos. Es decir, se tiene una distribución de cola pesada en sentido positivo, la cual da evidencia de una mayor probabilidad de ocurrencia de rendimientos positivos para las exportaciones petroleras mexicanas.

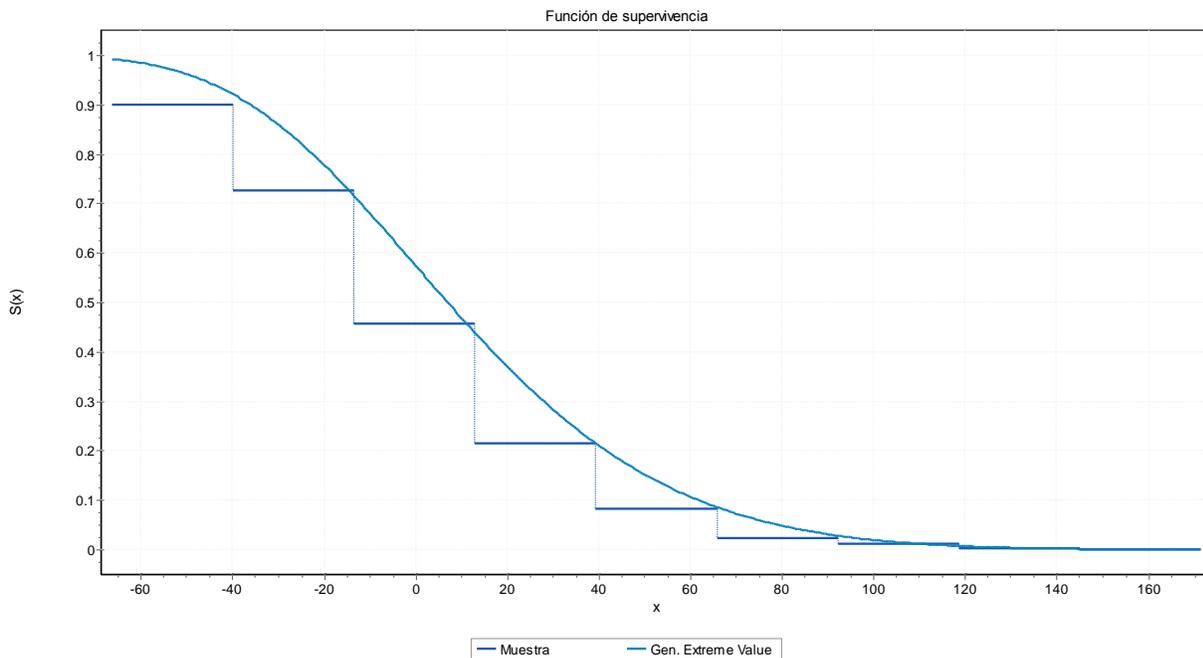
Gráfica 5.1 Función de densidad de probabilidad para las variaciones mensuales de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico *EasyFit 5.6*, y utilizando la serie de información mensual de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020, publicada en el portal del Banco de México (<https://www.banxico.org.mx/>).

Por otra parte, la gráfica de supervivencia es obtenida a partir de la función de supervivencia de la variable aleatoria de estudio, la cual a su vez puede ser definida como el complemento de la función de distribución acumulativa de probabilidad. Esta función es una aplicación de la variable de estudio, de forma que para un valor específico, x , la función de supervivencia es la probabilidad de sobrevivir a dicho valor x (Ayuso, Corrales, Guillén, Pérez-Marín y Rojo, 2001). En la gráfica 5.2 podemos observar la supervivencia de la serie de las exportaciones petroleras mexicanas, la cual es decreciente en el sentido que, para los valores más cercanos al límite superior del dominio de la variable aleatoria, las probabilidades de ocurrencia serán menores.

Gráfica 5.2 Función de Supervivencia para la serie de las variaciones mensuales de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico *EasyFit 5.6*, y utilizando la serie de información mensual de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020, publicada en el portal del Banco de México (<https://www.banxico.org.mx/>).

La gráfica denominada P-P plot se le conoce también como gráfica de probabilidad-probabilidad y para su elaboración se requiere que la familia a la que pertenece la distribución en estudio dependa de parámetros de posición y escala. Su construcción está basada en la conocida propiedad que indica que si X es una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad acumulativa

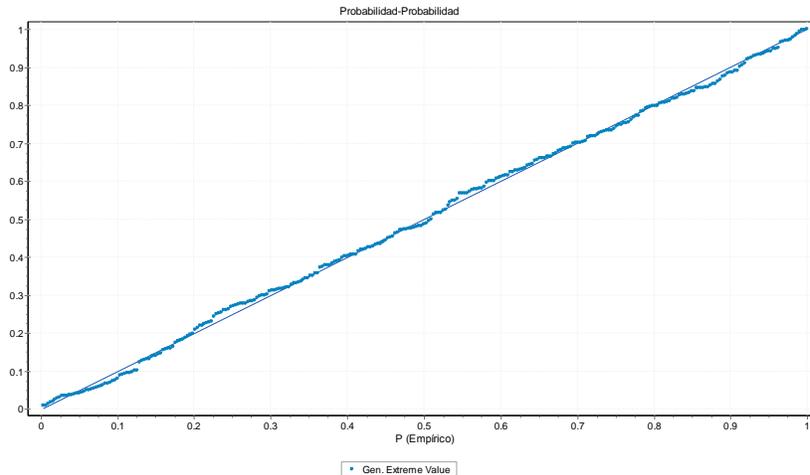
$F(X)$, entonces la variable $U=F(X)$ tiene distribución uniforme continua en el intervalo $[0,1]$, la cual es denotada por la expresión $U(0,1)$ (Castro, 2007). Se utiliza para determinar qué tan bien se ajusta una distribución específica a los datos observados. Este grafico será aproximadamente lineal si la distribución teórica especificada es el modelo correcto, también se puede utilizar para determinar dónde siguen y no los datos la distribución teórica.

Este gráfico se construye a partir de los puntos $[p_i, F_o[(X_i - \mu)/\sigma]]$, donde p_i está determinada por $p_i = \frac{i-0.5}{n}$; $i = 1,2,3 \dots, n$; en tanto que $F_o[(X_i - \mu)/\sigma]$ es la función de probabilidad acumulativa hipotética con parámetros de localización y escala, μ y σ respectivamente. Por lo referido anteriormente, si la distribución verdadera es la que se supone, $F_o[(X_i - \mu)/\sigma]$, los puntos tenderán a quedar alineados respecto a la recta $y = x$.

Los valores $F_o[(X_i - \mu)/\sigma]$ se denominarán probabilidades empíricas. Este gráfico tiene una ventaja frente al QQ-plot y consiste en que tanto los valores sobre el eje de abscisas como los obtenidos para el eje de las ordenadas se encuentran acotados entre 0 y 1 ya que se trata de probabilidades. Las abscisas dependen sólo del tamaño de muestra y no de la distribución hipotética (Castro, 2007).

En la gráfica 5.3, podemos observar el *P-P plot* que se deriva del ajuste de las variaciones porcentuales de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020, bajo el supuesto que la serie sigue una distribución de Valor Extremo Generalizada. Es claro que las observaciones descritas por la línea de puntos oscilan de manera regular sobre la línea diagonal azul; es decir, dichas observaciones se acercan de manera significativa a la línea diagonal indicando un alto grado de ajuste de las probabilidades observadas respecto a las teóricas. De esta forma el gráfico muestra evidencia de un ajuste adecuado de los datos a la distribución de Valores Extremos Generalizada.

Gráfica 5.3 Gráfica *P-P plot* de la serie de las variaciones mensuales de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico *EasyFit 5.6*, y utilizando la serie de información mensual de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020, publicada en el portal del Banco de México (<https://www.banxico.org.mx/>).

5.2 Análisis de los parámetros de la Distribución de Valor Extremo Generalizada y sus percentiles a partir de la Distribución Acumulativa de Probabilidad.

En el presente apartado, en primera instancia se describen los parámetros de la Distribución de Valor Extremo Generalizada. Una vez obtenidos dichos parámetros, se analizan los percentiles de (puntos específicos de una función de distribución) de la variable de estudio a partir de la Distribución Acumulativa de Probabilidad de VEG.

A continuación, se muestra la Distribución Acumulativa de Probabilidad de Valor Extremo Generalizada, a partir de la cual fue posible obtener los percentiles correspondientes para cada uno de los distintos niveles de variación.

Puesto que: $X \sim \text{ExtremeValue}(k, \sigma, \pi)$, por lo tanto:

$$F(x) = e^{-(1+k\frac{x-\mu}{\sigma})^{-\frac{1}{k}}}$$

Donde μ es el parámetro de localidad, también conocido como parámetro de ubicación y determina la posición de la distribución de los datos a lo largo del eje X. La ubicación se estima a partir de los datos o se especifica con base en el conocimiento histórico del proceso. El parámetro de ubicación define el desplazamiento de los datos. Un valor de ubicación positivo desplaza la distribución hacia la derecha, mientras que un valor de ubicación negativo desplaza la distribución

de los datos hacia la izquierda. El parámetro de escala σ , determina la escala de la función de distribución. Esto es que la escala se estima a partir de los datos o se especifica con base en el conocimiento histórico del proceso. El parámetro de escala define que tan dispersos están los datos. Un valor de escala más grande expande la distribución, mientras que un valor más pequeño estrecha la distribución. Por otro lado, k representa el parámetro de forma, dicho parámetro determina la forma de la función de distribución. El parámetro de forma define cómo están distribuidos los datos, y no afecta la ubicación o escala de la distribución. Un valor de forma más grande produce una curva con asimetría a la izquierda, mientras que valores de forma más pequeños dan una curva con asimetría a la derecha (Rivera, 2018).

De acuerdo con el análisis realizado a lo largo del presente estudio, se logró determinar que la distribución de probabilidad que mejor modela el comportamiento de las variaciones porcentuales de las exportaciones petroleras de México es la distribución de Valor Extremo Generalizada. A continuación, en el cuadro 5.2 se presentan los parámetros estimados de dicha distribución¹⁷, los cuales fueron obtenidos a través del software estadístico *EasyFit*.¹⁸

Cuadro 5.2 Estimación de los parámetros de la distribución de Valor Extremo Generalizada para las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020

Variable	Distribución	Parámetros estimados
Exportaciones Petroleras de México	Valor Extremo Generalizada	$k=-0.13957$ $\sigma=34.765$ $\mu=-5.4259$

Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico *EasyFit 5.6*, y utilizando la serie de información mensual de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020, publicada en el portal del Banco de México (<https://www.banxico.org.mx/>).

Cuadro 5.3 Percentiles de la función de distribución de Valor Extremo Generalizada para las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020

¹⁷ Las estimaciones de los parámetros (k, σ y μ) de la distribución de VEG fueron realizadas por el método de Máxima Verosimilitud de acuerdo con el software estadístico EasyFit.

¹⁸ Las estimaciones de los parámetros de la distribución VEG se realizaron por el método de Máxima Verosimilitud, el cual es empleado por el software estadístico referido.

Percentil	Valor (%)
Min	-66.326
5%	-49.072
10%	-39.993
25% (Q1)	-14.827
50% (Mediana)	5.8542
75% (Q3)	33.816
90%	58.582
95%	75.75
Max	171.54

Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico *EasyFit 5.6*, y utilizando la serie de información mensual de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020, publicada en el portal del Banco de México (<https://www.banxico.org.mx/>).

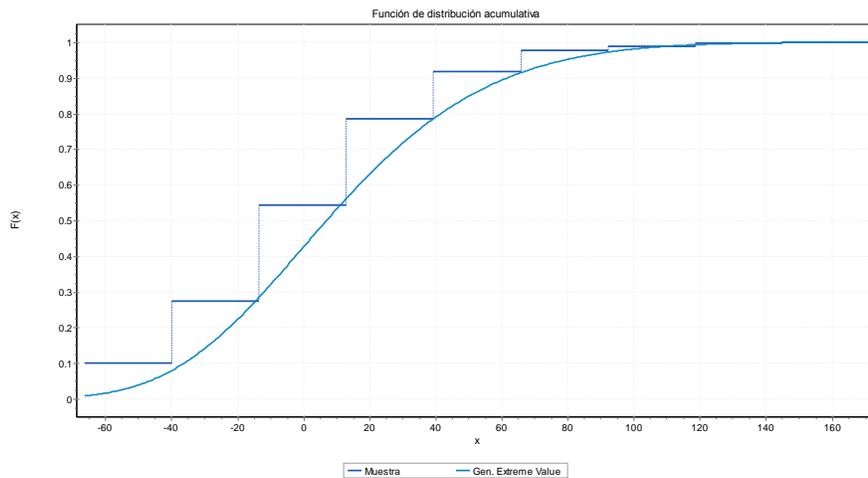
Vale la pena destacar que un percentil se emplea en el ámbito de la estadística para aludir al valor que posibilita la división de una serie ordenada de datos de manera que un porcentaje de dichos datos resulte inferior al valor en cuestión. También es definido como una medida de posición. Se trata de un valor que permite la comparación de un conjunto ordenado de datos. Si se toma un conjunto ordenado de datos, se puede indicar que el percentil para un cierto valor señala el porcentaje de los datos que son iguales o menores que ese valor. Por lo tanto, permite posicionar una muestra en el total (Pérez, 2019).

El cuadro 5.3 muestra los percentiles calculados por el programa *EasyFit* del 5% al 95%, así como el mínimo y máximo, resultados generados a partir de la función de distribución acumulativa. Los percentiles se pueden comparar con la gráfica de la función de distribución acumulativa para la serie de datos, dicha gráfica se analiza en el siguiente apartado 5.3, y se observa que los valores de los percentiles calculados corresponden con los valores de la función de distribución acumulativa de Valores Extremos Generalizada.

5.3 Análisis de la Función de Distribución Acumulativa de Probabilidad de las variaciones porcentuales de las exportaciones petroleras mexicanas

La gráfica 5.4 muestra la función acumulativa de probabilidad de las variaciones porcentuales mensuales de las exportaciones petroleras de México de 1994-2020, bajo la cual es posible observar los valores con mayor probabilidad de ocurrencia, dichos valores se concentran entre -49.072 y 75.750, con una probabilidad de ocurrencia cercana al 90%.

Gráfica 5.4 Función de distribución acumulativa de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020



Fuente: Elaboración propia a partir del software estadístico *EasyFit 5.6*, y utilizando la serie de información mensual de las exportaciones petroleras mexicanas de 1994-2020, publicada en el portal del Banco de México (<https://www.banxico.org.mx/>).

Por otro lado, al analizar el cuadro 5.3 podemos decir que la probabilidad de que la variable de estudio sea menor o igual a su mediana (5.8542)¹⁹ es del 50%, es decir, $P(\text{VarExpPetrolerasMex} \leq 5.8542) = 50\%$. Podemos observar también que la probabilidad de que dicha variable tome valores entre -39.993 y 33.816 es del 65%, es decir, $P(-39.993 \leq \text{VarExpPetrolerasMex} \leq 33.816) = 65\%$.

Por el contrario, si quisiéramos conocer la probabilidad de un incremento mensual en las exportaciones petroleras mexicanas entre los valores 33.816 y 58.582, ésta es del 15%, es decir, $P(33.816 \leq \text{VarExpPetrolerasMex} \leq 58.582) = 15\%$.

¹⁹ La mediana es el valor que se encuentra en el centro de una secuencia ordenada de datos. La mediana no se ve afectada por observaciones extremas en un conjunto de datos. Por ello, cuando se presenta alguna información extrema, resulta apropiado utilizar la mediana, y no la media, para describir el conjunto de datos (Estuardo, 2012).

Así mismo, la probabilidad de observar un incremento en las exportaciones petroleras del país con un nivel máximo (o menor) de 75.75% es del 95%. Como contraparte de este último ejemplo, tendríamos que la probabilidad de que las exportaciones petroleras mostraran un incremento mayor al 75.75% sería del 5%, es decir, este valor correspondería a la función de supervivencia $S(75.75) = 1 - F(75.75)$. De esta manera, la función de supervivencia constituye el complemento de la función acumulativa de probabilidad, siendo la probabilidad del 5% de registrar incrementos más allá del valor 75.75%.

Por último, y de acuerdo con el cuadro 5.3, el nivel mínimo probable que pueden registrar las exportaciones petroleras de un mes a otro es de -66.326%, mientras que el nivel máximo registrado en la serie de estudio es de 171.54%, confirmando finalmente de esta forma lo volátil de las exportaciones petroleras del país mexicano para el periodo de estudio referido.

CONCLUSIONES

Conocer el comportamiento de las exportaciones petroleras mexicanas sigue siendo de gran importancia para nuestra economía, dado que el sector petrolero continúa siendo considerado estratégico y como instrumento privilegiado de intervención económica. Es importante mencionar que al mismo tiempo las exportaciones petroleras mexicanas se ven afectadas por una gran cantidad de factores tanto internos como externos. Entre los factores externos figuran: los precios internacionales del petróleo, la evolución del mercado internacional, estrategias de inversión y ventas de la OPEP, así como del estado mexicano y el interés de Estados Unidos en la conformación de un mercado energético en el marco del TLCAN para apuntalar su seguridad energética. Los factores internos emanan sobre la actividad económica del país, la depreciación del peso mexicano que no se ha reflejado en mayores exportaciones petroleras, así como en una gran diversidad de factores políticos, económicos y sociales.

Como se ha tratado a lo largo de este estudio, las exportaciones petroleras juegan un papel importante para la economía mexicana ya que en periodos de tiempo relativamente cortos pueden presentar fluctuaciones significativas, las cuales tienen gran impacto sobre nuestros principales indicadores económicos. México podrá volver a sus años virtuosos como exportador petrolero en la medida que se mejore la competitividad y productividad, esto lo podrá lograr con mejores tecnologías para que el crudo exportado alcance los estándares internacionales y con ello pueda ser vendido a un mayor costo, esto se traduciría en mayores ingresos para la economía mexicana, el aumento de los ingresos ayudará a reparar los presupuestos y los déficits de la cuenta corriente, permitiendo al gobierno de México aumentar el gasto que estimulará la inversión. En cambio, si sucede lo contrario y hay más importaciones de petróleo que exportaciones, la tendencia sería un déficit de la balanza comercial petrolera y del país, así como menores ingresos para nuestra economía y por tanto fuga de capitales, así como estancamiento y/o desaceleración económica. En este contexto el conocimiento adecuado de las variaciones de las exportaciones petroleras mexicanas juega un papel fundamental para la planeación estratégica de la economía del país y también para la política tanto interior como exterior.

El resultado del estudio de las variaciones mensuales de las exportaciones petroleras de México de 1994 a 2020, reveló que el comportamiento de dicha variable efectivamente sigue una distribución de tipo extremo y es la Distribución de Valor Extremo Generalizada (VEG), esto se logró comprobar mediante tres pruebas de bondad de ajuste (Kolmogórov-Smirnov, Anderson-Darling y Chi-cuadrada) teniendo en cuenta distintos niveles de significancia (α) para cada una de ellas.

Utilizando la Distribución Acumulativa de Probabilidad de Valores Extremos Generalizada, se encontró que la probabilidad mayormente se concentra entre los valores -49.072 y 75.75 , la cual se aproxima a un 90%. Lo anterior indica que en dicho intervalo $(-49.072, 75.75)$ se encuentran las variaciones mensuales con mayor probabilidad de ocurrencia de acuerdo con la distribución de VEG.

Para las variaciones de las exportaciones petroleras mexicanas se tiene que la probabilidad de que esta variable sea igual o menor a su mediana (5.8542) es del 50%, es decir, $P(\text{VarExpPetrolerasMex} \leq 5.8542) = 50\%$. También podemos ver que para el intervalo de valores entre -39.993 y 58.582 de las exportaciones petroleras mexicanas, se tiene un 80% de probabilidad de observar algún valor entre este rango de variación, esto es: $P(-39.993 \leq \text{VarExpPetrolerasMex} \leq 58.582) = 80\%$.

Podemos concluir, que de acuerdo con todo lo mencionado anteriormente se pudo comprobar tanto el objetivo como la hipótesis de dicha investigación, en el sentido que después de realizar la modelación estadística mediante el Software EasyFit, del comportamiento de las variaciones de las exportaciones petroleras de México, se concluyó que dicha variable sigue una distribución de Valor Extremo Generalizada.

De la investigación también se analizó la media de las variaciones mensuales de las exportaciones petroleras de México de 1994 a 2020, arrojando un valor de 10.38 , valor que se encuentra considerablemente alejado de la mediana cuyo valor es de 5.85 . La diferencia entre dichos valores muestra una clara evidencia que las variaciones de las exportaciones petroleras en las últimas décadas han mostrado un comportamiento hiper volátil. A su vez, esta desviación entre la media y

la mediana indica que las variaciones de las exportaciones petroleras mexicanas no pueden ser modeladas bajo una distribución simétrica como lo es la distribución normal, sino que es necesario el uso de una distribución que considere de forma adecuada la modelación de valores extremos recurrentes.

Por otro lado, si analizamos las estadísticas básicas de las exportaciones petroleras mexicanas en periodos de 6 años, se pudo notar que de 2006 a 2011, periodo liderado por Felipe Calderón Hinojosa; México tuvo durante ese sexenio uno de los periodos más volátiles en la historia de las exportaciones petroleras, alcanzando en este sentido un valor promedio de 18.40, mientras que la mediana alcanzó un valor de 26.88; la diferencia entre la media y la mediana llegó a los 8.48 puntos porcentuales, pudiendo así comprobar, que para esta investigación fue uno de los periodos con mayores fluctuaciones y por tanto uno de los más volátiles a lo largo de la historia.

Las estadísticas del periodo que comprende de 2017 a 2020, muestran que las variaciones de las exportaciones petroleras para dicho periodo de tiempo han fluctuado de manera hiper volátil. La Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP) prevé que, en el presente año 2020, haya un hundimiento "histórico" de la demanda mundial de petróleo debido a la paralización por la pandemia del nuevo coronavirus, que provocará un impacto "brutal, extremo y de magnitud mundial" en el mercado petrolero. Para intentar contener la caída de los precios, la OPEP y sus socios principales acordaron el 12 de abril de 2020 una disminución de la producción de 9,7 mbd para mayo y junio, en tanto los países del G20 han prometido una mayor cooperación. México ha tenido un declive en su producción petrolera en los últimos años, que pasó de 3,4 millones de barriles diarios en 2004 a 1,7 millones de barriles diarios en la actualidad. El gobierno de López Obrador ha inyectado unos 10.000 millones de dólares a la estatal Petróleos Mexicanos (PEMEX), a la que considera un baluarte de la soberanía nacional, para aliviar sus atribuladas finanzas y aumentar la producción. Por esta razón para México, una disminución radical en la producción petrolera resultaba difícil de asumir (Made for minds, 2020a, 2020b).

Por el contrario, podemos destacar periodos un poco más estables para las variaciones que han tenido las exportaciones petroleras de México a lo largo de nuestro estudio, estos periodos comprenden de 1994 a 1999, 2000 a 2005 y 2012 a 2017, liderados por Ernesto Zedillo Ponce de

León, Vicente Fox Quesada y Enrique Peña Nieto, respectivamente; la razón es porque la desviación entre la media y la mediana para los tres periodos de tiempo es de 3.03, 4.39 y 1.99 respectivamente, siendo estos rangos considerados los 3 menores para toda la serie de estudio. Por tanto, no podemos decir que México siempre ha vivido periodos hiper volátiles, sino que también nuestra variable de estudio ha tenido periodos de estabilidad.

Finalmente, se debe mencionar que dicha investigación es una muestra de lo complicado que resulta la modelación estadística de las variaciones para las exportaciones petroleras de México, a pesar de que solo se modeló un periodo de 27 años, se logró comprobar el objetivo y la hipótesis de la presente investigación, como se mencionó anteriormente. Al poder comprobar bajo la modelación estadística a través de tres pruebas de bondad de ajuste, Kolmogórov-Smirnov, Anderson-Darling y Chi-cuadrada, que la variable de estudio es un fenómeno de tipo extremo, y puntualmente sigue la distribución de Valores Extremos Generalizada (VEG) para el periodo que comprende de 1994 a 2020. Esta investigación, es una muestra de todo lo que conlleva realizar una modelación estadística para series de tipo extremo, que como se ha mencionado a lo largo de la presente investigación, las exportaciones petroleras mexicanas no sólo reaccionan a fenómenos internos económicos y políticos sino también a otra gran diversidad de factores externos que son regidos por organizaciones internacionales como la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP), y que impactan directamente a las políticas internas de exportación de petróleo así como al volumen exportado; además que también esta variable a lo largo de la historia mexicana se ha considerado de vital importancia para el desarrollo económico no solo de nuestro país, sino del mundo, ya que puede llegar a ser un incentivo para el gasto público, aumento de la producción de petróleo, expansión, atracción de inversión, crecimiento económico, entre muchos factores más.

BIBLIOGRAFÍA

Aguilera, M. A. (2007). *Estimación de Funciones De Distribución de Probabilidad, para Caudales Máximos, en la región Del Maule* (Tesis Universitaria). Universidad de Talca, Talca, Chile.

Aguirre, M. (2008). Importaciones vs. exportaciones de petrolíferos México serie histórica, comparación desde 1938 a 2017. *Mexicomaxico* Obtenido de <http://www.mexicomaxico.org/Voto/PetroExportImport.htm>

Aguirre, M. (2018). Exportaciones de petróleo crudo 1974-2017 Sector Energético Mexicano, Indicadores Anuales. *Mexicomaxico*. Obtenido de <http://www.mexicomaxico.org/Voto/PetroCrudo.htm>

Almeida, A. (1994). *Determinación del precio internacional del petróleo*. México, Fondo de Cultura Económica.

Arshad, M., Rasool, M. T., & Ahmad, M. I. (2003). Anderson Darling and Modified Anderson Darling Tests for Generalized Pareto Distribution. *Pakistan and Journal of Applied Sciences*, 3(2), 85-88.

Ayuso, M., Corrales, H., Guillén, M., Pérez-Marín, A. M., & Rojo, J. L. (2001). *Estadística Actuarial Vida*. Barcelona, España, Universidad de Barcelona. s

Badii, M. H., & Castillo, J. (2009_a). *Muestreo Estadístico: Conceptos y Aplicaciones*. Monterrey, México, UANL.

Badii, M. H., Guillen, A., Araiza, L. A., Cerna, E., Valenzuela, J., & Landeros, J. (2012). Métodos No-Paramétricos de Uso Común (Non Parametric Methods of Common Usage). *Daena: International Journal of Good Conscience*, 7(1), 132-155.

Badii, M.H., & Castillo, J. (2009_b). Distribuciones probabilísticas de uso común. *Daena*, 4(1), 149-178.

Badii, M.H., Guillen, A., & Araiza, L. A. (2010). Estimaciones estadísticas: Un acercamiento analítico. *Daena*, 5(1), 237-255.

Badii, M.H., Guillen, A., Cerna, E., & Landeros, J. (2011). Dispersión espacial: El requisito esencial para el muestreo. *Daena International J. of Good Conscience*, 6(1), 40-71.

Badii, M.H., Guillen, A., Cerna, E., & Valenzuela, J. (2011). Nociones introductorias de muestreo estadístico. *Daena International J. of Good Conscience*, 6(1), 89-105.

Banco Base. (2018). El precio del petróleo y la economía mexicana. Obtenido de <https://blog.bancobase.com/el-precio-del-petroleo-y-la-economia-mexicana>

Banco Mundial. (2020). La Economía en los Tiempos del COVID-19 - Informe semestral de la Región América Latina y el Caribe. Obtenido de <https://openknowledge.worldbank.org/bitstream/handle/10986/33555/211570SP.pdf?sequence=12>

Baptista, C. (1962). Exportaciones e Importaciones Petroleras de México. Obtenido de http://revistas.bancomext.gob.mx/rce/magazines/485/7/RCE_7.pdf

Barbosa, F. (2000). *Exploración y reservas de hidrocarburos en México*. México, Miguel Ángel Purrúa.

Bashiri-Behmiri, N., & Pires-Manso, J.R. (2013). *Crude oil forecasting techniques: A comprehensive review of literature*.

Bensalah, Y. (2000). Steps in Applying Extreme Value Theory to Finance: A Review. *Bank of Canada*. Obtenido de <https://www.bankofcanada.ca/wp-content/uploads/2010/01/wp00-20.pdf>

Brown, G. W., & Mood, A. M. (1951). *Median tests for linear hypotheses*. In: Proceedings of the Second Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability. Berkeley and Los Angeles, Neyman, 159-166.

Buera, F., Neumeier, A., Fattal, R. N., & Shin, Y. (2020). "The Economic Ripple Effects of Covid-19". Manuscrito inédito. Washington, DC, Banco Mundial.

Canessa, R. (2011). Gumbel Distribution. *Forex Information – Education About Forex Market*.
Obtenido de <https://forexformation.com/gumbel-distribution/>

Carrasco, A. (2005). Situación económica de México año 2000. *Observatorio de la Economía Latinoamericana*, 48.

Castro, C. (2007). *Tests de bondad de ajuste basados en la distribución empírica para datos con y sin censura* (Tesis de Maestría en Estadística Matemática). Universidad de Buenos Aires, Buenos Aires, Argentina.

Colmenares, F. (2008). Petróleo y crecimiento económico en México 1938-2006. *Economía UNAM*, 5 (15), 53-65.

Comercio Exterior. Obtenido de <https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/339970/II-ComercioExterior-junio2018.pdf>

Conde, N. (2014). *Financiarización del Capital como Modalidad de Acumulación Capitalista 1970-2012* (Tesis de Maestría). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México.

Cruz, N. (2020). Hoy cuesta más sacar petróleo que venderlo. *El Universal*. Obtenido de: <https://www.eluniversal.com.mx/cartera/pozos-del-pais-en-riesgo-financiero-por-petroprecios>

Cuadrat, J. M., Vicente, S. M., & Saz, M. A. (2002). La información climática como herramienta de gestión ambiental. *Universidad de Zaragoza*, 83-92.

Cuellar, W. (2012). Teoría de Valores Extremos. Obtenido de <http://teoriadevaloresextremos.blogspot.com/2012/04/teoria-de-valores-extremos.html>

Daniel, W.W. (1990). *Applied Nonparametric Statistics*. Second Edition. Boston (Mass.), PWS-KENT.

De Jesús, R., & Ortiz, E. (2011). Risk in emerging stock markets from Brazil and Mexico: Extreme value theory and alternative value at risk models. *Frontiers in Finance and Economics*, 8(2), 49-88.

De Jesús, R., Ortiz, E., García, O., & Morales, V. A. (2016). Medición del riesgo de la cola en el mercado del petróleo mexicano aplicando la teoría de valores extremos condicional. *EconoQuantum*, 13(2).

De La Llave, A. (s.f.). Prueba de Bondad de Ajuste de Kolmogorov Smirnov. *Instituto Tecnológico de Culiacán*. Obtenido de [https://www.academia.edu/8756491/Prueba de Bondad de Ajuste de Kolmogorov Smirnov](https://www.academia.edu/8756491/Prueba_de_Bondad_de_Ajuste_de_Kolmogorov_Smirnov)

Díez, A. (2014). "*Análisis Microeconómico del Mercado del Petróleo*" (Tesis Universitaria). Universidad Pontificia Comillas ICAI- ICADE, Madrid, España.

Domínguez, M., Clavellina, J., & Morales, G. (2020). Aspectos relevantes de los Pre-Criterios de Política Económica 2021. *Instituto Belisario Domínguez*. Obtenido de <http://bibliodigitalibd.senado.gob.mx/handle/123456789/4834>

Economía UNAM. (s.f.). Capitulo III: La crisis mexicana. Obtenido de <http://www.economia.unam.mx/lecturas/inae4/u214.pdf>

EL CEO. (2020). Y entonces, ¿cuánto crecerá la economía de México en 2020 y 2021?. Obtenido de: <https://elceo.com/economia/crecimiento-economia-mexico-pronosticos-2019-2020/>

Fan, L., & Li, H. (2015). Volatility analysis and forecasting models of crude oil prices: A review. *International Journal of Global Energy Issues*, 38, 5-17.

Fan, Y., Zhang, Y., Tsai H., & Wei, Y. (2008). Estimating "value at risk" of crude oil price and its spillover effect using the GED-GARCH approach. *Energy Economics*, 30(6), 3156-3171.

Farrell, P.J., & Rogers-Stewart, K. (2006). Comprehensive study of tests for normality and symmetry: extending the Spiegelhalter test. *Journal of Statistical Computation and Simulation*, 76(9), 803–816.

Fattouh, B. (2007). The drivers of oil prices: the usefulness and limitations of non-structural model, the demand-supply framework and informal approaches. *Oxford Institute for Energy Studies*.

Galindo, M., & Rios, V. (2015). Exportaciones. *Serie de Estudios Económicos, 1*, 1-8.

García, A. (2004). La Teoría del Valor Extremo: una aplicación al sector asegurador. *Universidad de Castilla La Mancha, 27-53*.

García, A. (2016). *Instituto de Actuarios Españoles*. Obtenido de <http://www.actuarios.org/espa/web-nueva/publicaciones/anales/2004/art%2027-53.pdf>

García, A. (2020). COVID-19 y la caída del precio del petróleo. *Deloitte*. Obtenido de <https://www2.deloitte.com/mx/es/pages/dnoticias/articulos/COVID19-y-la-caida-del-precio-del-petroleo.html>

Gómez, O. (2008). *Petróleos mexicanos redimensionamiento de la política y prolongación de la riqueza petroleras* (Tesis de Maestría). Facultad Latinoamericana de Ciencias Sociales, México.

Gumbel, E. J. (1958). *Statistics of Extremes*. New York, United States, Columbia University Press.

Hernández, D. (2017). *La producción petrolera mexicana: análisis histórico y escenario a futuro* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional Autónoma de México, México.

Herrera, L. A. (2013). Acerca de la Teoría de los Valores Extremos y su aplicabilidad a la estimación del riesgo financiero. *Anuario de la Facultad de Ciencias Económicas del Rosario, 9*, 31-59.

Hollander, M. (1970). A distribution-free test for parallelism. *J. Amer. Statist. Assoc., 65*, 287-294.

Hung, J. C., Lee, M. C., & Liu, H. C. (2008). Estimation of value-at risk for energy commodities via fat-tailed GARCH models. *Energy Economics, 30*(3), 1173-1191.

Ibáñez, R. A. (2011). *Análisis estadístico de valores extremos y aplicaciones* (Tesis de Maestría). Universidad de Granada, Granada, España.

Instituto de Investigaciones Jurídicas de la UNAM. (s.f.). La disputa por el petróleo en México. Breve historia de los hidrocarburos. Obtenido de <https://archivos.juridicas.unam.mx/www/bjv/libros/6/2729/5.pdf>

Kalinda. (2014). Teoría de Valores Extremos. *QuantDare*. Obtenido de <https://quantdare.com/teoria-valores-extremos/>

Kotz, S., & Nadarajah, S. (2000). *Extreme Value Distributions: Theory and applications*. London, England, Imperial College Press.

Kozikowski, Z. (2010). *Finanzas Internacionales*. Ciudad de México, Mexico, McGraw Hill

Krehbiel, T., & Adkins, L. C. (2005). Price risk in the NYMEX energy complex: An extreme value approach. *The Journal of Futures Markets*, 25(4), 309-337.

Kucharz, T., González, L., Murray, I., & Flores, L. (2020). Covid-19, el petróleo, el virus de Wall Street y Estados Unidos. *Viento Sur*. Obtenido de <https://vientosur.info/covid-19-el-petroleo-el-virus-de-wall-street-y-estados-unidos/>

Lajous, A. (2014). Exportaciones de petróleo crudo de Estados Unidos a México. *Foro Internacional*, 54(3), 738-777.

Limón, A. (2016). Los ingresos petroleros del sector público en 2016 y 2017. *CIEP: Centro de Investigación Económica y Presupuestaria*. Obtenido de <http://ciep.mx/los-ingresos-petroleros-del-sector-publico-en-2016-y-2017/>

Limón, A. (2018). Factores que inciden en la industria de refinación en México. *CIEP: Centro de Investigación Económica y Presupuestaria*. Obtenido de http://ciep.mx/factores-que-incident-en-la-industria-de-refinacion-en-mexico/#Producción_tipo_crudo1

Lorenzo, G. (2011). *Modelación de los Retornos del Índice de Precios y Cotizaciones de México con la Distribución Pareto y Censura de Tipo II* (Tesis Universitaria). Universidad Veracruzana, Veracruz, México.

Lorenzo, G., Juárez, S. F., & Cadena, J. M. (2016). *Modelación de los Retornos Negativos del IPC con las Distribuciones Pareto y Pareto Generalizada, 1991-2014* (Tesina de Especialización). Universidad Veracruzana, Veracruz, México.

Made for Minds. (2020_a). México reducirá la producción de petróleo tras acuerdo con Trump. Obtenido de <https://p.dw.com/p/3al7b>

Made for Minds. (2020_b). OPEP prevé caída “histórica” en la demanda de petróleo en 2020. Obtenido de <https://p.dw.com/p/3b1a5>

Maher, B. (2020). Covid-19, el petróleo, el virus de Wall Street y Estados Unidos. *EL SALTO*. Obtenido de <https://www.elsaltodiario.com/coronavirus/covid-19-petroleo-virus-wall-street-estados-unidos-colapso-pico-mercados-financieros-decrecimiento>

Marimoutou, V., Raggad, B., & Trabelsi, A. (2009). Extreme value theory and value at risk: Application to oil market. *Energy Economics*, 31(4), 519-530.

Márquez, C. A. (s.f.). Prueba de bondad de ajuste. *Academia*. Obtenido de https://www.academia.edu/23499938/PRUEBA_DE_BONDAD_DE_AJUSTE

McNeil, A. J., & Frey, R. (2000). Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series: An extreme value approach. *Journal of Empirical Finance*, 7(3-4), 271-300.

McNeil, A. J., Frey, R., & Embrechts, P. (2005). *Quantitative Risk Management, Concepts, techniques and tools*. Princeton, New Jersey, United States of America, Princeton Series in Finance.

Medialdea, A. (2016). *Análisis de Valores Extremos* (Tesis de Maestría). Universidad de Granada, Granada, España.

Meyer, L. (2009). *Las raíces del nacionalismo petrolero en México*. México, OCEANO.

Molina, G. (2010). Teoría de Valores Extremos Aplicada a la Gestión de Riesgos en Inundaciones (Tesis de Licenciatura). Universidad de Sonora, Sonora, México.

Montes de Oca, J. (2015). Exportación. *Economipedia*. Obtenido de <https://economipedia.com/definiciones/exportacion.html>

Movimiento Ciudadano. (s.f.) La Industria Petrolera en México 2000-2012: PEMEX entre la Asociación y la Privatización, la Reforma que Viene. Obtenido de <https://movimientociudadano.mx/sites/default/archivos/investigaciones/InvestigacionesAE/La%20Industria%20Petrolera%20en%20Mexico.pdf>

Navarro, A. (s.f.). Proyecto de Tesis. *UDLAP*. Obtenido de http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/ledf/navarro_a_gi/capitulo0.pdf

Obando, L. F. (2020). Histograma y función de densidad de probabilidad – Pasos para obtener la PDF. *Blog de Wordpress*. Obtenido de <https://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:HqjreudEhWYJ:https://dademuch.com/2020/05/11/histograma-y-funcion-de-densidad-de-probabilidad-pasos-para-obtener-la-pdf/+&cd=9&hl=en&ct=clnk&gl=mx>

Ocampo, J. (2007). La macroeconomía de la bonanza económica latinoamericana. *CEPAL*, (93), 7-29.

Olvera, A., & Cano, M. (2009). La dependencia estructural de los ingresos petroleros del sector público mexicano del periodo 2004 a 2008. *UV*. Obtenido de <https://www.uv.mx/iiesca/files/2012/12/sector2009-2.pdf>

Ortiz, M. (s.f.). Marco Teórico. *UDLAP*. Obtenido de http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lni/ortiz_m_m/capitulo2.pdf

Pérez, C., Sales, A., Juviera, J., & Boni, F. (2018). Balanza Comercial a diciembre de 2017. *HR Ratings*. Obtenido de <https://www.hrratings.com/pdf/Balanza%20Comercial%20diciembre%202017.pdf>

Pérez, J. (2019). Definición de Percentil. *Definición de*. Obtenido de <https://definicion.de/percentil/>

Pérez, N., Aguilar, H., Domínguez, M. I. & Ramírez, L. E. (2016). Evolución reciente del mercado petrolero: riesgos para México. *Revista del Instituto Belisario Domínguez del Senado*

de la República. Obtenido de <file:///C:/Users/uc264928/OneDrive%20-%20Refinitiv/Downloads/43-83-1-SM.pdf>

Plitsker, M. (2006). The hidden dangers of historical simulation. *Journal of Banking & Finance*, 30(2), 561-582.

Pruebas de bondad de ajuste y análisis de tablas de contingencia. Obtenido de <http://www.juntadeandalucia.es/averroes/centros/tic/14002996/helvia/aula/archivos/repositorio/250/295/html/estadistica/bondad.htm>

Quinllín, F. (2014). La inversión extranjera directa neta no petrolera en Ecuador su impacto en el comercio exterior de bienes 2005 – 2012. *Universidad Central de Ecuador*. Obtenido de <file:///C:/Users/user/Downloads/T-UCE-0005-511.pdf>

Ramones, F. (2014). Los ingresos petroleros en la ILIF 2015: Una nueva composición ante la reforma energética. *CIEP: Centro de Investigación Económica y Presupuestaria*. Obtenido de <http://ciep.mx/los-ingresos-petroleros-en-la-ilif-2015-una-nueva-composicion-ante-la-reforma-energetica-infografia/>

Ramos, J. A., & Julio, L. F. (2012). *Regionalización de distribuciones hidrológicas de caudales máximos instantáneos en Colombia* (Tesis Universitaria). Universidad Tecnológica de Bolívar, Cartagena, Colombia.

Rivera, J. (2018). *Tipo de Cambio Nominal y Real de México: una modelación a partir de la distribución de valores extremos generalizada* (Tesis Universitaria). Universidad Autónoma del Estado de México, Toluca, México.

Rivero, E. (2020). “Medidas para la recuperación económica ante la emergencia sanitaria Covid-19: Del crédito solidario al seguro de desempleo”. *Cuaderno de Investigación*, 9, 57.

Rodríguez, A. (2009). Apertura comercial, balanza comercial e inversión extranjera directa en México, 1980-2006. *Investigación Económica*, 68(269), 73-111.

Romeu, L. J. (2003). Alion Sytem Reliability Center. Obtenido de https://src.alionscience.com/pdf/A_DTTest.pdf

Ros, J. (1987). *El auge petrolero: de la euforia al desencanto*. México, Universidad Nacional Autónoma de México.

Ruiz, A., & Anguiano, J. (2016). Modelación de las dinámicas, volatilidades e interrelaciones de los rendimientos del petróleo mexicano, BRENT y WTI. *Investigación Económica*, 35(2), 175-194.

Sadorsky, P. (2005). Stochastic volatility forecasting and risk management. *Applied Financial Economics*, 15(2), 121-135.

Saldaña, S. (2018). Nuestro creciente déficit comercial petrolero. *SIN EMBARGO*. Obtenido de: <https://www.sinembargo.mx/01-05-2018/3412788>

Sánchez, M. (2018). *Exportaciones petroleras y su incidencia en los sectores industriales* (Tesis de Maestría). Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Colombia.

Sánchez, R. (s.f). El impacto de la industria petrolera en la economía mexicana. *Estudios Internacionales*, 20-50 Obtenido de: <https://core.ac.uk/download/pdf/46534146.pdf>

Sandoval, L. (2009). La reforma energética y la inversión extranjera directa en el petróleo mexicano, 1948-2008. *Dimensión Económica*, 1, 1-21.

SHCP: Secretaría de Hacienda y Crédito Público. (2018). Estimación del Gasto Público para 2018. Obtenido de https://www.ppef.hacienda.gob.mx/work/models/PPEF2018/docs/exposicion/EM_Capitulo_2.pdf

Shodhganga. (s.f.). Chapter 3. Gumbel Distribution: Generalizations and Applications. Obtenido de https://shodhganga.inflibnet.ac.in/bitstream/10603/25781/1/11/11_chapter%203.pdf

Sígler, É. (2017). Pemex le vende petróleo a Estados Unidos...y a estos 12 países más. *EXPANSIÓN*. Obtenido de <https://expansion.mx/empresas/2017/07/28/pemex-le-vende-petroleo-a-euy-a-estos-12-paises-mas>

Sistema Integrado de Indicadores Sociales del Ecuador – SIISE. Balanza comercial y saldo en cuenta corriente. Obtenido de http://www.siise.gob.ec/siiseweb/PageWebs/Econom%C3%ADa/ficeco_Y09.htm

Soares, D., dos Santos, M. A., Neris, S. & Campanharo, A. J. (2014). Aplicación de la Teoría de Valores Extremos y del Análisis Fundamentalista en Estrategias Long-Short: un Análisis de Pair Tradings del Mercado Brasileño. *Revista de Educação e Pesquisa em Contabilidade*, 8(3), 272-289.

Statista. (2018). Evolución anual del precio medio del petróleo crudo fijado por la Organización de Países Exportadores de Petróleo (OPEP) de 1960 a 2018 (en dólares por barril). Obtenido de <https://es.statista.com/estadisticas/635114/precio-medio-del-crudo-fijado-por-la-opec/>

Stephens, M. A. (1986). “Tests Based on EDF Statistics” in Goodness-of-Fit Techniques, ed. R. B. D’Agostino and M. A. Stephens. New York, United States, Marcel Dekker.

Tapia, J. (2009). Efectos nominales y reales de la incertidumbre en el precio del petróleo. *Bancomext*, 59, 1-16.

Theil, H. (1950). A rank-Invariant method of linear and polynomial regression analysis. *Inederl. Akad. Wetensch. Proc. Ser. A.*, 53, 386-392.

Velázquez, J. (2020). Impacto de la pandemia SARS-COV2 en nuestros jóvenes. *Universidad La Salle México*. 3(1), 11-12.

Venegas, F., Ortiz, F., & Ortiz, A. (2012). Temporary stabilization: a Fréchet-Weibull extreme value distribution approach. *EconoQuantum*, 9(1), 35-55.

Venegas-Martínez, F. (2000). Utilidad, aprendizaje y estabilización. *Gaceta de Economía*, (10), 153-169.

Venegas-Martínez, F. (2006). Stochastic Temporary Stabilization: Undiversifiable Devaluation and Income Risks. *Economic Modelling*, 23(1), 157-173.

Vielma, L. (2020). Petróleo y Covid-19: crisis y ¿un futuro sustentable?. *Energía a debate*.
Obtenido de <https://www.energiaadebate.com/luis-vielma-lobo/petroleo-y-covid-19-crisis-y-un-futuro-sustentable/>

Villar, S. (1979). Estado y Petróleo en México: experiencias y perspectivas. Obtenido de <file:///C:/Users/user/Downloads/816-806-1-PB.pdf>

Zabludovsky, J. (2005). El TLCAN y la política de comercio exterior en México: una agenda inconclusa. *Revistas ICE*, 1-12.

Zhao, X., Scarrott, C., Oxley, L., & Reale, M. (2010). Extreme value modelling for forecasting market crisis impacts. *Applied Financial Economics*, 20(1), 63-72.

Zubcoff, J. J. (2008). Introducción a la Inferencia Estadística. *Universidad de Alicante*.
Obtenido de <https://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/3893/1/1%20-%20Contraste%20de%20bondad%20de%20ajuste.pdf>