

**La metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2**

**Nieves De Los Ríos Herrera**

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad Ciencias de la Educación

Maestría en Educación

Pereira, 2019

**La metodología de la indagación en la práctica docente, al implementar una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2**

**Nieves De Los Ríos Herrera**

Trabajo para optar al título de Magíster en Educación

Asesora

Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López

Universidad Tecnológica de Pereira

Facultad Ciencias de la Educación

Maestría en Educación

Pereira, 2019

Nota de Aceptación

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma de jurado

## **Dedicatoria**

*A Dios por la oportunidad, la fuerza y la Fe, a mis padres por el apoyo constante, a mi esposo y mis hijos por la comprensión y el acompañamiento en este proceso.*

Nieves de los Ríos Herrera

## **Agradecimientos**

A mis padres por sus palabras de aliento, a mi esposo e hijos por todos aquellos momentos de acompañamiento y comprensión.

A los directivos y docentes de la institución educativa Los Quindos por el apoyo en el desarrollo de este proyecto, por los espacios brindados para la implementación de la unidad didáctica y reuniones de áreas para su socialización.

Al Ministerio de Educación Nacional por el programa de becas para la excelencia docente, el cual me brindó la oportunidad de realizar mi postgrado en pro de mi mejoramiento académico y personal.

A mi asesora, la Dra. Vivian Libeth Uzuriaga López, porque con sus saberes y experiencia me enseñó a adquirir esos nuevos conocimientos con responsabilidad y ética, al Dr. Héctor Gerardo Sánchez Bedoya, porque con su profesionalismo y calidad humana influyó para que los aprendizajes adquiridos fueran siempre de calidad y sobre todo, poderlos poner al servicio de los demás.

A mis compañeros de maestría, por el crecimiento conjunto en el aprendizaje, por las experiencias compartidas y el apoyo mutuo como macroproyecto en el desarrollo de este trabajo.

## Contenido

	<b>Pág.</b>
Resumen.....	12
Abstract.....	14
Introducción .....	16
Capítulo I. Planteamiento del problema.....	18
1.1 Práctica docente de profesores que enseñan matemáticas .....	19
1.2 Antecedentes de la investigación .....	20
1.3 La enseñanza de las matemáticas en la institución educativa “Los Quindos” .....	23
1.4 Visión retrospectiva.....	27
1.5 Pregunta de investigación y objetivos.....	33
1.5.1 Objetivo general. ....	33
1.5.2 Objetivos específicos.....	33
Capítulo II. Marco teórico.....	35
2.1 Práctica docente.....	35
2.1.1 Secuencia didáctica.....	36
2.1.2 Competencia científica. ....	36
2.1.3 Interactividad.....	37
2.2 Metodología de la indagación .....	37
2.3 Unidad didáctica.....	40
2.4 Situaciones didácticas de Guy Brousseau .....	42
2.5 Fundamentación y didáctica del objeto matemático .....	45
Capítulo III. Metodología .....	48

3.1 Tipo de Investigación .....	48
3.2 Diseño de la investigación .....	48
3.3 Técnica e instrumentos de recolección de datos .....	50
3.3.1 Observación.....	50
3.3.2 Estudio de caso por auto observación.....	52
3.3.3 Instrumentos para recolección de datos.....	53
3.3.4 Matriz para el análisis del instrumento según metodología de la indagación práctica.....	55
3.4 Fases de la investigación .....	56
Capítulo IV. Análisis de datos .....	57
4.1 Secuencia didáctica .....	58
4.1.1 Actividad medular.....	58
4.1.2 Momentos de la clase flexible.....	69
4.2 Competencia científica.....	77
4.2.1 Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.....	77
4.2.2 Enseñanza de las competencias disciplinares.....	83
4.3 Interactividad.....	90
4.3.1 Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.....	90
4.3.2 Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes .....	98
Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones.....	106
5.1 Conclusiones .....	106
5.2 Recomendaciones.....	108
Referencias bibliográficas.....	110
Anexos .....	114





**Lista de Tablas**

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Categorías y subcategorías de la práctica docente. ....	54
Tabla 2. Fases y Subfases de la indagación práctica. ....	55
Tabla 3. Porcentajes Actividad medular .....	59
Tabla 4. Porcentajes Momentos de la clase flexible .....	70
Tabla 5. Actividades .....	71
Tabla 6. Porcentajes Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.....	78
Tabla 7. Porcentajes Enseñanza de las competencias disciplinares.....	83
Tabla 8. Porcentajes proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.....	91
Tabla 9. Porcentajes Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes .....	98

## Lista de Figuras

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Porcentajes subcategorías.....	31
Figura 2. Explicación docente.....	32
Figura 3. Esquema para escribir la unidad didáctica. ....	42

## Lista de Anexos

	<b>Pág.</b>
Anexo 1. Instrumento para la recolección de la información. ....	114
Anexo 2. Matriz para el análisis de los datos.....	116
Anexo 3. Grafo para el análisis entre la práctica docente y la indagación práctica.....	119
Anexo 4. Pantallazos que se evidencia el proceso utilizado en el tratamiento de los datos. ....	120
Anexo 5. Certificación de la implementación.....	121
Anexo 6. Unidad didáctica.....	122

## Resumen

En este trabajo se interpretan las apropiaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente de la autora, al diseñar una unidad didáctica fundamentada en esta metodología y en la teoría de las situaciones didácticas de Guy Brousseau, cuyo objeto matemático fue la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , implementada en la institución educativa Los Quindos, de la ciudad de Armenia. La metodología de la indagación ha sido utilizada en investigaciones de las ciencias naturales, y sus desarrollos permitieron integrarla en otras áreas del saber humano, por lo cual fue pertinente integrarla con la teoría de las situaciones en matemáticas, contribuyendo con la reflexión de la práctica docente, así como la integración del saber disciplinar con su didáctica.

La investigación es de corte cualitativo, el diseño se basó en la teoría fundamentada, que permite examinar las actividades y los fenómenos que surgieron de la práctica de la docente por medio de la observación, la cual se dio en dos momentos. El primero, tomado en esta investigación como *visión retrospectiva*, con los videos de dos clases, al inicio de la maestría y un segundo momento durante la implementación de la unidad didáctica, en tres sesiones de clase.

La codificación y análisis de los datos, se realizaron a través de un instrumento elaborado por el macroproyecto de matemáticas, “La metodología de la indagación para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática”, de la Universidad Tecnológica de Pereira y validado por dos expertos en el área, el cual describe las acciones de la práctica de la docente, así como una matriz, que permitió la codificación de la metodología de la indagación, para el proceso de interpretación de los datos, con las ocurrencias simultáneas que surgieron y que se analizaron según los porcentajes suministrados por el programa Atlasti.

Para dar respuesta a los objetivos planteados, se interpretaron los hallazgos correspondientes a los mayores y menores porcentajes, para comprender las acciones y relaciones que se dieron dentro del aula y por medio de estas profundizar y reflexionar sobre el saber que se enseña, la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente, al igual que las situaciones ausentes o poco recurrentes que permitieran afianzar dicha apropiación.

Por lo anterior, la investigación contribuyó a la reflexión de la docente, mediante la observación de su práctica, en su entorno natural, fortaleciendo la capacidad de análisis de sus fortalezas y debilidades al integrar el saber disciplinar, la pedagogía y la didáctica de acuerdo a su área de desempeño.

Palabras claves: Competencia científica, interactividad, método gráfico, metodología de la indagación, práctica docente, secuencia didáctica, unidad didáctica.

## Abstract

In this research the appropriations of the methodology of inquiry in a teacher's practice are interpreted by the author, by designing a didactic unit based on this methodology and the theory of situations by Guy Brousseau, in which the mathematical object was the teaching of the graphic method in the solution of lineal equations systems  $2 \times 2$ , implemented at Los Quindos educational institution, in Armenia, Quindío, which was scholarshipped by the Ministry of Education. The inquiry methodology has been used in natural sciences research, and its developments allowed to integrate it into other areas of human knowledge, so it was relevant to integrate it with the theory of situations in mathematics, contributing with the reflection of the teaching practice, as well as the integration of knowledge discipline with its didactics.

The research is qualitative and the theory is derived from the collected data, therefore the design was based on the grounded theory, that allows to examine the activities and phenomena that emerged from the teacher's practice through the observation, which occurred in two periods. The first one was taken in this research as hindsight, with the videos from 2 classes at the beginning of the master studies, and a second period during the implementation of the teaching unit in three class sessions.

Coding and data analysis were performed through an instrument developed by the macro Project of mathematics "la metodología de la indagación para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática", from la Universidad Tecnológica de Pereira, validated by two experts in the area giving account of the practice of actions of the teacher's practice, as well as a matrix, which allowed the codification of the inquiry methodology for the process of data interpretation, with

simultaneous occurrences that emerged and were analyzed according to the percentages provided with the implementation of the Atlas.ti program.

To respond to the objectives set, the findings corresponding to the highest and lowest percentages were interpreted to understand the actions and relationships that happened in the classroom and through these to deepen and reflect on the knowledge taught, the appropriation of the inquiry methodology in the teacher's practice, as well as the absent or little recurring situations that allowed to strengthen this appropriation.

Therefore, the research contributed to the teacher's reflection by her natural environment, strengthening the analysis ability of her weaknesses and strengths by integrating the disciplinary knowledge, pedagogy and didactics according to her performance area.

Key words: Scientific competence, interactivity, graphic method, methodology of inquiry, teaching practice, didactic sequence, didactic unit.

## Introducción

El presente trabajo interpreta la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente investigadora, al diseñar e implementar una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$ , en estudiantes de grado noveno.

Como parte de los análisis previos, se realizaron observaciones de dos clases, que permitieron describir la práctica de la docente a través de videos, antes de la formación post graduada, la cual se tomó como *visión retrospectiva* y que se dio de forma natural, en un ambiente particular, explorando los fenómenos que se dieron en ese contexto y posteriormente, tres sesiones de clases igualmente observadas al implementar la unidad didáctica.

Dicha implementación se llevó a cabo en la institución educativa los Quindos, de la ciudad de Armenia, con el fin de recolectar y organizar la información de los datos que surgieron de las acciones de la docente en su contexto, por cuanto es una investigación de tipo cualitativo, de corte descriptivo e interpretativo.

Dentro de la estructura del presente trabajo se encontrarán cinco capítulos:

En el capítulo uno, se hace una descripción de la problemática que existe con respecto a la enseñanza de la matemática, los antecedentes, la *visión retrospectiva* de la docente investigadora, la pregunta de investigación ¿cómo interpretar las apropiaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente, a través de una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , en estudiantes de grado noveno? y los objetivos planteados.

En el capítulo dos, se describe el marco teórico que sustenta el proyecto de investigación, se expone aquí los argumentos que los diferentes autores hacen con respecto a la práctica docente,



las situaciones didácticas y la metodología de la indagación.

En el capítulo tres, se expone la metodología que indica la ruta a seguir para el desarrollo del proyecto y que le permitirá al investigador recopilar y sistematizar la información que servirá de insumo para el análisis de las variables objeto de la investigación.

Por otra parte, es importante aclarar que este trabajo hace parte del macroproyecto “La metodología de la indagación para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática” de la Universidad Tecnológica de Pereira, por tal razón, la información de los tres primeros capítulos es compartida por todos los proyectos que pertenecen al macroproyecto en mención.

En el capítulo cuatro, se presentan los análisis de los datos, como el resultado de un proceso de sistematización trazado por la metodología, los cuales son objeto de interpretación por parte de la investigadora desde los antecedentes y la teoría.

En el capítulo cinco, el investigador con base en el análisis, elabora las conclusiones que describen cómo la docente en el desarrollo de su práctica de aula se apropió de la metodología de la indagación.

Así mismo se hacen recomendaciones a partir de los porcentajes más bajos observados en los hallazgos, los cuales permitirán diseñar propuestas más elaboradas para el desarrollo de las prácticas de aula basadas en la metodología de la indagación, igualmente de las falencias en la implementación de la unidad didáctica y en general del proceso de investigación.

Finalmente, se presenta la bibliografía que respalda cada uno de los diferentes autores citados en todo el proyecto y los anexos que permitieron operacionalizar y sistematizar el proceso en la investigación.

## Capítulo I. Planteamiento del problema

La era de la globalización exige de profesionales críticos, creativos, con altos valores éticos, culturales y sociales. En este sentido la educación cumple un papel determinante en la formación integral de las nuevas generaciones.

Es así como en la formación de los nuevos líderes, la sociedad delega la responsabilidad a la escuela de preparar las personas para que aprendan a vivir y a convivir. Al respecto Perkins (2010), menciona que demasiadas personas lamentan los 12 años de estudio en la escuela, al sentir que ésta le sirvió muy poco para desenvolverse en la vida. Para el caso de la matemática, el resolver situaciones aplicando fórmulas, de poco le ha servido para tomar decisiones en contextos reales; esto hace pensar que la enseñanza no está diseñada para aportar a la formación de seres humanos competentes, capaces de desenvolverse de manera eficaz frente a las situaciones que les plantea su contexto.

Se ha considerado que una de las causas de la anterior afirmación, es debido a que la enseñanza de la matemática se enmarca en la transmisión de conocimientos, bajo modelos mecánicos y enmarcados en el docente, otorgándole al estudiante un papel pasivo en su aprendizaje; razón por la cual se requiere de la reflexión constante sobre la práctica docente, como lo afirma Céspedes y González (2012), las formas de enseñanza y aprendizaje deben ayudar a entender lo que sucede en la escuela y en los procesos de enseñanza aprendizaje, lo que exige cambios en la práctica docente y la reflexión constante sobre esta.

## 1.1 Práctica docente de profesores que enseñan matemáticas

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2011), afirma que las evaluaciones realizadas a maestros muestran falencias tanto en el conocimiento disciplinar como en el conocimiento didáctico inherente a la propia disciplina, lo cual puede explicar parte de las dificultades que tienen los estudiantes en su aprendizaje, reflejado en bajos desempeños académicos mostrado en pruebas nacionales e internacionales, ante lo cual Rico (2007) expresa que “los docentes no disponen de herramientas conceptuales adecuadas y suficientes desarrolladas, a partir de las cuales realizar una buena planificación” (p.53).

Ante este panorama, Salinas (2007) plantea que en los docentes persisten vacíos conceptuales y errores en la aprehensión de contenidos matemáticos adquiridos en los primeros años de su formación docente, los cuales son transmitidos a los estudiantes con serias falencias en su discurso tanto pedagógico como didáctico, lo que genera un factor influyente en la baja calidad de la educación matemática, y consecuente con esto, los bajos desempeños por parte de los estudiantes en las pruebas estandarizadas.

Asimismo, Sanmartí (2005) manifiesta que, “La falta de formación del profesorado con respecto a la toma de decisiones relacionadas con el diseño de unidades didácticas y la presión temporal de "acabar el programa" que los profesores solemos imponernos” (p. 14), tiene como consecuencias actuaciones de rutina y de intuición por parte del docente, adquiridas con la experiencia y no con la teoría, dejando ver una práctica con elementos de improvisación, desorganización y desconocimiento de estrategias metodológicas que le den sentido a la enseñanza, como lo es la metodología de la indagación.

## 1.2 Antecedentes de la investigación

Para la presente investigación se retomó como antecedente internacional la tesis doctoral de Gómez (2007), en donde se plantearon cuatro preguntas que direccionaron la investigación: ¿qué caracteriza la actuación eficaz y eficiente del profesor en el aula de matemáticas?, ¿cuáles deben ser los conocimientos, capacidades y actitudes de un profesor que actúe eficaz y eficientemente?, ¿cómo se deben diseñar e implementar los programas de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria de tal forma que se apoye y fomente el desarrollo de estos conocimientos, capacidades y actitudes?, ¿qué caracteriza los procesos de aprendizaje de los futuros profesores de matemáticas de secundaria que participan en este tipo de programas de formación inicial?

Para esta tesis se implementó la metodología de la indagación, con la cual se pretendió y se propuso explorar, describir, caracterizar y explicar el desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura didáctica de la matemática de bachillerato en la Universidad de Granada.

La investigación contribuyó al avance en la conceptualización de los principales elementos en los que se fundamenta el diseño de la asignatura al igual que a la caracterización del desarrollo del conocimiento didáctico de los grupos de futuros profesores, identificando aspectos del diseño y desarrollo de la asignatura de matemáticas y de las visiones, experiencias y actuaciones de los futuros docentes.

Así mismo, se identificaron unos estadios del desarrollo y unas variables del conocimiento didáctico a partir de los cuales se caracterizó la evolución del progreso de los diferentes grupos, por medio de la interpretación y adaptación de las tres teorías de la didáctica de la matemática, lo cual permitió construir un significado para el desarrollo del conocimiento didáctico. Como lo

fueron las innovaciones en el diseño de los currículos desde un contexto socio-cultural en la formación de los profesores de didáctica de la matemática.

Lo anterior reafirmado por De Guzmán (1989), quien dice que siempre hay que recordar que los estudiantes aprenden matemática por medio de las experiencias que les proporcionan los profesores. Por tanto, la comprensión de la matemática por parte de los estudiantes, su capacidad para usarlas en la resolución de problemas, su confianza y buena disposición hacia esta área están condicionadas por la enseñanza que encuentran en la escuela. De allí que los argumentos que sustentan el porqué de la importancia de la enseñanza de las matemáticas han sido cuestionados y transformados. Al respecto, el Ministerio de Educación Nacional (2006) ha considerado tres factores prioritarios, los cuales anteriormente no habían sido estimados como importantes: “la necesidad de una educación básica de calidad para todos los ciudadanos, el valor social ampliado de la formación matemática y el papel de las matemáticas en la consolidación de los valores democráticos” (p.47). En complemento a lo anterior, en los Lineamientos curriculares de matemáticas, se considera el área de matemáticas como “una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del niño y del joven. Como toda tarea social debe ofrecer respuestas a una multiplicidad de opciones e intereses que permanentemente surgen y se entrecruzan en el mundo actual” (MEN, 1998. p.1).

En este sentido y dentro de un marco normativo nacional según la Ley 115 (1994), es importante asumir que la formación de educadores en Colombia tiene como fin fortalecer la investigación en pedagogía y en el saber específico, formar docentes de calidad científica y ética, hacer de la práctica pedagógica parte fundamental de su saber. Práctica pedagógica, docente y didáctica que se debe evidenciar en las acciones que se realizan al interior de las instituciones educativas y en las relaciones que se generan dentro del aula, en la enseñanza de la matemática.

De igual manera la investigación: “La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación?”, de la Universidad de los Andes de Bogotá por Andrade, Perry, Guacaneme y Fernández (2003), donde se muestra la práctica docente enfocada en aspectos particulares, dada la dificultad de observarla en su totalidad. Es una investigación cualitativa de orientación interpretativa, realizada con docentes de matemáticas en instituciones de básica secundaria en la ciudad de Bogotá y su intención fue describir aspectos de la práctica docente del profesor de matemáticas.

Entre sus conclusiones se refleja que a pesar de la tecnología y la sistematicidad, la práctica de algunos profesores que posibilita verlas como innovadoras, es aún incipiente, dado que por parte de algunos no hay un proceso reflexivo serio que lleve a cambios significativos o a soluciones reales; al contrario se han implementado estrategias intuitivas del profesor y que parecen adecuadas desde la concepción no profundizada ni analizada, añadiendo su forma usual de proceder, a partir de su visión preconcebida de las matemáticas por la comodidad y control que esto representa para él.

Es así como la transformación en la manera de enseñar debe realizarse desde la reflexión consciente con observaciones minuciosas de lo que pasa en el aula, por esto sugieren auto monitorear la práctica del aula (Andrade *et al.*, 2003).

En este sentido un estudio realizado en cuanto al ejercicio de pensar la práctica de los maestros, realizado por González-Weil, Martínez, Galax, Cuevas y Muñoz (2009), investigaron: “La educación científica como apoyo a la movilidad social: desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico”, en marco de los proyectos de investigación e innovación de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso (Chile), aproximándose a un enfoque indagatorio bajo la metodología de la teoría

fundamentada (*Grounded Theory*), la cual permitió el desarrollo de un conjunto de conceptos integrados ofreciendo una explicación teórica, detallada y precisa del fenómeno en estudio (Strauss y Corbin. Citados en González-Weil *et al.*, 2009).

Estudio de corte cualitativo, realizado con maestros de educación secundaria de poblaciones vulneradas, el cual permitió poner en reflexión la educación científica como camino hacia el mejoramiento de la calidad y equidad del aprendizaje científico en educación secundaria, posibilitando nuevas líneas de investigación que dan orientaciones sobre cómo guiar la formación del docente, ya que concluye que su rol es fundamental para lograr una transformación hacia una enseñanza con calidad, buscando estrategias innovadoras que permitan transformar los aprendizajes y la formación de formadores.

### **1.3 La enseñanza de las matemáticas en la institución educativa “Los Quindos”**

La problemática antes presentada no es ajena a las presentadas en la institución educativa Los Quindos, que viene obteniendo bajos puntajes en las pruebas SABER en matemáticas en los grados novenos. Para el año 2015 en el grado noveno en comparación al promedio nacional, obtuvo niveles de desempeño del 21% en insuficiente y del 56% en mínimo, porcentajes que indican la cantidad de estudiantes que no superan las preguntas de menor complejidad de la prueba, lo que significó que la Institución posee debilidades relativas en las competencias Planteamiento y resolución de problemas, comparado con los establecimientos que presentaron puntajes promedio similares (MEN, 2016).

De acuerdo con lo anterior, se puede afirmar que el 57% de los estudiantes de la institución educativa los Quindos del grado noveno para dicha prueba, no contestaron correctamente los

ítems correspondientes en la competencia de resolución, presentando también debilidades en el componente Geométrico-métrico, representación y modelación.

Así mismo, en su informe del día de la Excelencia Educativa (día E), se pudo apreciar para el año 2015 un Índice Sintético de Calidad de 3,74 con respecto a 4,93 del promedio Nacional, para lo cual el Ministerio de Educación propende por la reflexión al interior de cada institución para promover estrategias que contribuyan a mejorar la enseñanza de las áreas evaluadas y contribuir al mejoramiento institucional, teniendo en cuenta los propósitos de formación en los estudiantes colombianos.

Lo anterior no es ajeno al fracaso de los estudiantes en los problemas algebraicos y tomando los argumentos de Koedinger, Alibali y Nathan (2002), cuando dicen que los estudiantes realizan una transición de la aritmética al álgebra mediante representaciones, es allí precisamente donde se hace necesario la comprensión, relación entre símbolos y representaciones desde niveles básicos de enseñanza para superar las falencias en el desarrollo de estos problemas y contextualizarlos.

Se debe entonces fortalecer el desarrollo de habilidades comunicativas, pues como lo enuncia (Pérez, 1998. Citado por Segura, 2004), “los estudiantes no realizan en forma correcta el pasaje del registro verbal al algebraico en un problema que involucre un sistema de ecuaciones lineales y recurren pocas veces al pasaje del registro gráfico al algebraico”, quedando estos dos aspectos como aislados uno del otro, sin relación alguna, lo que dificulta abordar procesos más generales como la predicción de sucesos o la representación gráfica de otra ecuación.

De otro lado, el MEN (2013) afirma que los centros de formación docente, continúan reproduciendo la cultura escolar tradicional, formando educadores igualmente tradicionales (modelos mecánicos y con poca o nula participación del estudiante), reforzando el rol pasivo de



los estudiantes y contribuyendo a sostener los sistemas educativos jerárquicos y cerrados; situación que se debe intervenir con estrategias en las cuales el estudiante tenga mayor participación en su proceso de aprendizaje, fortaleciendo el desarrollo de su pensamiento crítico y argumentativo.

Por su parte, la Academia Chilena de Ciencias en su informe sobre el “saber científico” muestra que el nivel en la formación científica del estudiante se desarrolla en torno de una “enseñanza desagregada, privilegiando la memorización de conocimientos fragmentados y descontextualizados de la cotidianidad de la vida” (Albertini, 2005. Citado por González-Weil et al., 2012, p. 86).

En el diseño de las unidades didácticas surge otra preocupación, la falta de apropiación de los docentes para dar sentido a la expresión “ser matemáticamente competente” (MEN, 2006, p.49). Para lo cual se requiere que los docentes con base a las nuevas tendencias de la matemática: reflexionen, exploren y se apropien del lenguaje ofrecido desde los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998), los Estándares de Competencia (MEN, 2006) y los Derechos Básicos de Aprendizaje (MEN, 2015); y de esta forma poder desarrollar las competencias matemáticas desde una resignificación de los roles del estudiante y del docente dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje, en los que se fortalezcan las competencias para el siglo XXI.

Así mismo, es de anotar que una vez revisados los antecedentes, no hay registro de investigaciones previas en lo referente a la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$ , en la institución educativa Los Quindos, en particular sobre la interpretación de las implicaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente a través de una unidad didáctica en estudiantes de grado noveno, en las cuales articulen el

discurso de la indagación práctica con la enseñanza matemática, centrada en las fases de las situaciones didácticas de Brousseau (1985. Citado por Gómez, 2001).

Es así como Gil y Vilches (2001. Citados en González-Weil *et al.*, 2012), manifiestan que si bien es cierto la enseñanza de las ciencias desde una postura crítica y participativa del estudiante debiera abordarse en todos los niveles educativos, la educación básica y media es “la etapa fundamental para plantear la alfabetización científica de los futuros ciudadanos y ciudadanas” (Gil y Vilches, 2001. Citados en González-Weil *et al.*, 2012, p.86), y razón de ello se requieren estrategias de aula que permitan que el sistema colombiano esté a la altura de este desafío, y la metodología de la indagación es una opción.

La indagación es entendida como un enfoque pedagógico orientada hacia la reflexión del proceso de enseñanza de las ciencias (Abell *et al.*, 2006), en el que “el docente es quien indaga sus propias prácticas, para luego trasladar este proceso reflexivo y de indagación a la construcción de conocimiento científico por parte de sus alumnos” (Citado en González-Weil *et al.*, 2012, p.87). Resta entonces reconocer la necesidad de que los docentes para la enseñanza de la matemática tengan

una cierta “actitud indagatoria” hacia su propia vida, donde éste se concibe no sólo como un “enseñante”, sino también como un aprendiz permanente, capaz de reflexionar acerca de su quehacer y transformarlo para su mejora, generando a su vez un conjunto de conocimientos y creencias que guían su quehacer en el aula (González-Weil *et al.*, 2012, p.87).

## 1.4 Visión retrospectiva

Se considera para esta investigación, como *visión retrospectiva*, el análisis de la práctica docente del investigador, mediante las auto observaciones de dos videos de clase, realizados al inicio de la maestría, donde aún no estaba inmerso en la teoría que emerge de los diferentes seminarios; a través de las transcripciones se evidenció, una secuencia didáctica, que fue codificada, según seis categorías encontradas y definidas por la propia docente, reportando los porcentajes correspondientes a cada una de ellas con el fin de dar unas conclusiones, que dieron cuenta de dicha práctica, en el documento *visión retrospectiva*.

Para realizar la caracterización de la práctica docente, se partió de una codificación abierta, teoría fundamentada (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), mediante la cual surgió la categoría enseñanza y una vez que hubo saturación de los datos, desde la codificación axial, surgieron las seis subcategorías que se describen a continuación:

**1. Presentación:** Su codificación se realizó cuando la docente mencionó el objeto matemático a trabajar, al inicio de la clase, así como cuando realizó una breve introducción de alguna actividad o presentó un video para ambientar e inducir a los estudiantes al tema, como aparece en la transcripción: “Entonces como parte introductoria de la clase, les voy a mostrar un video, es un video general que nos habla de esas funciones trigonométricas...” (De Los Ríos, 2016, p.5)

Esta categoría fue relativamente corta en relación con las demás encontradas durante el análisis, con un porcentaje del 13% del total de las categorías seleccionadas en los dos videos.

**2. Exploración:** Consistió en la participación del estudiante a partir de preguntas simples, con el objeto de determinar saberes previos, que fueron utilizados en la significación del objeto matemático. Su porcentaje de aparición en las transcripciones fue del 19% en apartes como:

“Profesora: ¿cómo se le llama a ese ángulo que tiene de  $90^\circ$ ?”

Estudiantes: ángulo recto.

Profesora: De ahí su nombre, cierto, triángulo rectángulo. Entonces el triángulo obtusángulo ¿será por qué? Y el triángulo acutángulo ¿será por qué? (conversación con los estudiantes de las respuestas dadas)

Profesora: Todos esos conocimientos previos, los necesitamos; otro conocimiento previo, no para este problema, para otros que se les pueda presentar. ¿La suma de los ángulos de un triángulo, cuanto debe medir?

Estudiantes: 180 grados” (De Los Ríos, 2016, p.8)

**3. Consignación:** Consiste en el dictado que realizó la docente del concepto a trabajar o apuntes que los estudiantes consideraron necesarios, cuya intencionalidad fue poderlos retomar en el momento de la aplicación; por ejemplo, cuando la docente planteó:

Entonces como título, método gráfico (la profesora copia en el tablero la fecha y el título) Dice la profesora: los sistemas de ecuaciones, (repite) con dos incógnitas, pueden representarse (repite)... ¿En dónde, en donde hacemos el dibujo de las rectas, las gráficas de las rectas? (los estudiantes responden), en un plano cartesiano, pueden representarse en un plano cartesiano, cuyo punto de corte, cuyo punto de corte de las dos rectas graficadas, es el punto solución, es el punto solución (De Los Ríos, 2016, p.1).

Esta categoría se presentó en pocos episodios de la transcripción de los videos con un porcentaje del 13%, ya que la mayoría del tiempo fue utilizado en la resolución de los algoritmos que llevaban a la respuesta de los ejercicios planteados.

**4. Explicación:** Es la acción que realiza la docente cuando expone a los estudiantes paso a paso el concepto, así como su aplicación, esta categoría es la más reiterativa durante toda la transcripción de los videos y con un marcado interés por parte del docente, de que los estudiantes tengan claro los procedimientos a seguir para la resolución de un problema propuesto; se evidenció en apartes como:

Dice la profesora: entonces muchachos vamos a coger la primera ecuación equis más ye igual a seis, de ahí vamos a despejar la ye, ¿qué es despejar la ye?, dejarla solita, entonces vamos a coger la primera ecuación (la copia de nuevo en el tablero), si vamos a despejar la ye entonces que es lo primero que hacemos... ¿vamos a mover la ye de este puesto?, (los estudiantes dicen que no), el seis? (los estudiantes dicen que no), entonces que hacemos con la equis.

Dicen los estudiantes: la pasamos.

Dice la profesora: la pasamos al otro lado a restar, listo, cierto, esa está fácil porque no hay más coeficientes; ahí ya tenemos despejada la ye (De Los Ríos, 2016, p.2).

Se evidenció en los videos con el porcentaje más alto en relación con las demás categorías, alcanzando el 34% del total de codificaciones, marcando un interés en el procedimiento de ejercicios para la solución de ecuaciones lineales.

**5. Aplicación:** Consiste en el desarrollo de ejercicios o problemas por parte de los estudiantes con asesoría del docente, utilizando los conceptos previos, las consignaciones en el cuaderno y la explicación, esta categoría se presentó muy poco en los videos, con un porcentaje del 8%, en episodios como:

Entonces van a trabajar en grupo de cuatro, les voy a pasar el tallercito lo trabajan por favor en el cuaderno con las preguntas que tenga el taller, dentro del taller también viene un resumen, (El grupo se organiza en subgrupos, la profesora reparte la hoja del taller)

Profesora: Trabaja cada uno en su cuaderno, sí, pero con la misma propuesta del grupo (De Los Ríos, 2016, p.11).

**6. Retroalimentación:** Es el desarrollo en conjunto (docente y estudiantes) del procedimiento para la solución de ejercicios o problemas propuestos, una vez tenidos los conceptos necesarios y la claridad de los mismos. Se evidenció con un porcentaje de 13%, en partes de la transcripción como:

Profesora: De esa forma muchachos se plantean problemas que se resuelven por ejemplo con funciones trigonométricas. Entonces que hacen ustedes cuando cogen un texto de estos para poder resolver ese problema; hay como unos pasos que nos dan la facilidad, cierto, para resolver esto tenemos que tener unos conocimientos previos, ¿si estamos hablando de funciones que?

Estudiantes: Funciones trigonométricas

Profesora: Trigonómicas, pues las debemos conocer

Profesora: ¿Cuáles son las funciones trigonométricas?

Estudiantes: Seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante

Profesora: entonces están las funciones seno, coseno y tangente y las otras son sus inversas. Entonces eso lo debo yo de conocer para poder resolver el problema si, igual las definiciones, ¿a que corresponde seno?

Estudiantes: Lado opuesto sobre hipotenusa.” (De Los Ríos, 2016, p.8).

Se puede destacar que la docente presentó unas marcadas acciones tradicionalistas, al ser reiterativo en la explicación del tema, sin permitir que los estudiantes hagan parte de la construcción de los conceptos, al igual que el poco trabajo individual y en equipo, donde los estudiantes apliquen esos nuevos conocimientos adquiridos, como lo muestra la siguiente figura de los porcentajes de las subcategorías trabajadas.

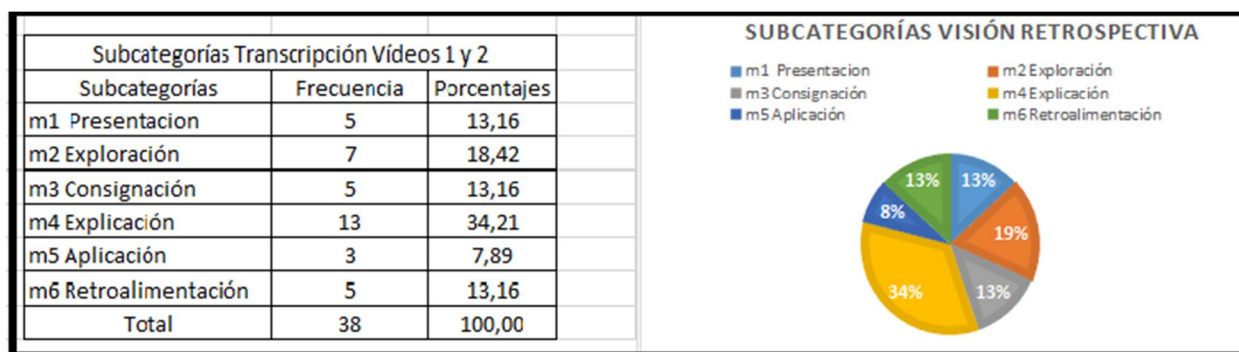


Figura 1. Porcentajes subcategorías.

Fuente: Visión retrospectiva (De Los Ríos, 2016).

La manipulación de material didáctico por parte de los estudiantes es relativamente poco, el docente hace uso de herramientas tecnológicas por un período corto de la clase, predominando más la utilización del tablero, lo que permite que los conocimientos se queden básicamente en la apropiación del significado trabajado.

A pesar de las preguntas realizadas por la docente, estas no tuvieron una trascendencia dentro

del desarrollo de la clase, ya que la mayoría de ellas son contestadas y explicadas por la misma docente, quien es el centro de todas las acciones presentadas en el aula.



Figura 2. Explicación docente.

Fuente: Video 1, Visión retrospectiva (De Los Ríos, 2016).

No se observó, por parte del docente, el planteamiento de una situación de la vida cotidiana, para poner el tema en contexto, pues la apropiación de los conceptos se realizó a través del desarrollo de algoritmos o resolución de ejercicios y no por resolución de problemas.

Por lo anterior se pretende, afianzar procesos desde propuestas metodológicas consecuentes con los contextos y las necesidades de los estudiantes, con el fin de encaminarlos a una comprensión significativa de conceptos, que los lleve a la solución de problemas y al desarrollo de habilidades pertinentes para el logro de competencias. Para dar cuenta de ello, es necesario reflexionar sobre la enseñanza de las matemáticas, la cual es importante en la realización de investigaciones y en este caso particular la reflexión de la práctica docente.

Desde este punto y teniendo en cuenta que el propósito del trabajo de grado en la maestría en educación, modalidad en profundización, es valorar la capacidad de los docentes de reflexionar e integrar el saber disciplinar con la pedagogía y la didáctica específica en que profundiza, que le permitan cualificar su desempeño profesional, basado en la metodología de



la indagación en el aula a partir de la profundización y la reflexión teórica sobre el saber que se enseña, cómo se enseña, por qué y para qué se enseña y se aprende; se planteó la pregunta que hace parte de esta investigación.

## **1.5 Pregunta de investigación y objetivos**

¿Cómo interpretar las apropiaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente, a través de una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , en estudiantes de grado noveno?

### **1.5.1 Objetivo general.**

Interpretar las apropiaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente a través de una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , en estudiantes de grado noveno.

### **1.5.2 Objetivos específicos.**

- Interpretar las apropiaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente desde la categoría *secuencia didáctica* al enseñar el método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , en estudiantes de grado noveno.
- Interpretar las apropiaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente desde la categoría *competencia científica* a través de una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , en estudiantes de grado noveno.

- Interpretar las apropiaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente desde la categoría *interactividad* a través de una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2, en estudiantes de grado noveno.

## Capítulo II. Marco teórico

En este capítulo se presenta la fundamentación matemática y didáctica de la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , la práctica docente, sus características a partir de la metodología de la indagación, las situaciones didácticas y la construcción de la unidad didáctica, como elemento de análisis que se deriva del proceso de descripción e interpretación de la práctica de aula de la maestrante.

### 2.1 Práctica docente

De acuerdo con De Lella (1999) “la práctica docente se concibe como todas aquellas actuaciones que el docente realiza en el aula con el propósito de enseñar y la distingue de la práctica educativa en lo institucional, global y el carácter social de la práctica del docente” (p.13). Por lo tanto, la transformación en la práctica requiere de un profundo cambio por parte del docente, pero no sólo en su manera de llevar a cabo la clase, sino en otros aspectos como las concepciones que tiene acerca de la enseñanza de la matemática, las interacciones que se dan en el proceso de enseñar, las estrategias innovadoras que van a permitir la construcción de un aprendizaje en conjunto, que lleve a la reflexión, y es en este sentido que la metodología de la indagación cobra relevancia en la construcción de unidades didácticas.

Es necesario comprender que en la práctica docente lo importante es que el maestro, además de sus conocimientos, tenga la capacidad para hacerlos llegar a sus estudiantes de una manera clara y precisa, pero también incitándolos a preguntar, intervenir, dialogar, despertando en ellos el deseo de aprender.

De otro lado en la investigación de González-Weil (*et al.*, 2012) a partir del proceso de codificación abierta, identificaron tres categorías centrales: *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad*; las cuales dan respuesta a la caracterización de la práctica docente que orienta esta investigación.

### **2.1.1 Secuencia didáctica.**

La *secuencia didáctica* está relacionada con la pregunta ¿Qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructuran? La misma tiene en cuenta la forma en que se plantea la situación problema a los estudiantes, el inicio, desarrollo y cierre de la sesión; la claridad en las instrucciones dadas a los estudiantes, la manera en que se generen inquietudes y cuestionamientos desde contextos reales, el acompañamiento del docente en la construcción de conocimientos facilitando y regulando el aprendizaje. Así como la relación entre la situación planteada y el contenido, la reorientación de su práctica en el aula de acuerdo a los intereses de los estudiantes, el uso de material didáctico como mediador cognitivo y las estrategias para recuperar y articular saberes (González-Weil *et al.*, 2012).

### **2.1.2 Competencia científica.**

La *competencia científica*, relacionado con la pregunta ¿Qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? (González-Weil *et al.*, 2012), hace referencia a la promoción de conocimientos, capacidades y actitudes y a la forma como se enseñan; se evidencian cuando el docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de la comunicación en sus diferentes formas para articular los saberes previos con nuevos aprendizajes, al hacer uso

del lenguaje disciplinar apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes y cuando se apropia de estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.

### **2.1.3 Interactividad.**

La última categoría que permite en este trabajo analizar la práctica docente es la *interactividad*, la cual se relaciona con la pregunta ¿Qué características tiene la interacción profesor – alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? características que se identifican con la presencia de un proceso activo de negociación. Además, de la construcción conjunta de significados a partir de un monitoreo intencionado y sistemático que propician el andamiaje, las cuales se evidencian en el trabajo colaborativo a través de estrategias que posibilitan el aprendizaje al hacer preguntas relacionadas con las inquietudes de los estudiantes (González-Weil *et al.*, 2012).

Como se mencionó anteriormente, las categorías descritas permiten analizar la práctica docente del investigador, práctica que se interpretará a partir de la metodología de la indagación.

## **2.2 Metodología de la indagación**

La metodología de la indagación se describe como una estrategia innovadora para aprender y enseñar, incorpora la construcción y reelaboración de preguntas guiadas, dialogadas y participativas; con la intención de encontrar una relación dinámica, fuerte y viva entre palabra, reflexión y acción argumentada, generando una interacción explicada desde la comprensión y significación de los participantes (Uzcátegui y Betancourt, 2013).

De esta manera se pretende que el estudiante aprenda a aprender, desarrollando diferentes habilidades y destrezas que le permitan acercarse al conocimiento de la manera más activa y

autónoma posible, donde el rol del docente es proporcionar un ambiente que anime a los estudiantes a participar activamente en el proceso de indagación, el docente abandona su papel de transmisor de conocimientos y desempeña un rol de guía, introduciendo los medios de aprendizaje y haciendo uso de preguntas que promueven la investigación, despertando la curiosidad de sus estudiantes para que alcancen procesos meta cognitivos de comprensión y reflexión. Una definición de Cristóbal y García (2013) sobre esta metodología, refiere:

La enseñanza de las ciencias basada en la indagación es permitir que las preguntas y curiosidades de los estudiantes guíen el currículo. La indagación científica comienza con la recolección de información a través de la aplicación de los sentidos humanos: ver, escuchar, tocar, de gustar y oler. La indagación incentiva a los niños a preguntar, llevar a cabo investigaciones y hacer sus propios descubrimientos. (2013, p.100)

La implementación de la metodología indagación en el aula es una apuesta al desarrollo de capacidades transformadoras tanto para el estudiante como para el maestro, quien asume un reto, pues no es tarea fácil, requiere de conocimientos científicos y habilidades específicas de la propuesta. La metodología de la indagación se aplica en el aula como una estrategia para el aprendizaje, porque el contexto social obliga a estar a la vanguardia de los temas y situaciones que se vivencian, desarrollando en los educandos la comprensión y preparación para la vida y sus desafíos.

La enseñanza en esta metodología se fundamenta principalmente en el alumno; el maestro abandona su papel de transmisor de conocimientos y desempeña un rol de guía, introduciendo los medios de aprendizaje y haciendo uso de un léxico apropiado para facilitar y proponer aspectos novedosos que serán puestos a prueba por los estudiantes; en su papel como docente,

está formulando con frecuencia preguntas que promueven la investigación, despertando la curiosidad de sus estudiantes para que alcancen procesos meta cognitivos de comprensión y reflexión.

De otro lado la autorregulación del aprendizaje es un factor determinante e ineludible en la metodología de la indagación, partiendo de esta afirmación se delega la responsabilidad al maestro de enseñar cómo se lleva a cabo esta autorregulación, ya que los estudiantes no lo aprenden solos, esto se logra mediante estrategias en las que se involucren relaciones con los compañeros, aceptación de las diferencias y logren comunicar sus puntos de vista de forma argumentada y no subjetiva, elemento que el docente debe fortalecer en el estudiante para comunicar y discutir un planteamiento (Harlen, 2013).

Se destaca la importancia de que el maestro tenga un conocimiento científico y didáctico del contenido que está orientando. Al igual, tener conocimientos de indagación, argumentación y modelización que serán de relevancia en el proceso para guiar a sus estudiantes en estas prácticas epistémicas.

Para enseñar utilizando la metodología de la indagación, debe haber una transformación en la mente del docente, transformación que va más allá de seguir el currículo planteado, el maestro debe saber qué necesita aprender el estudiante para la vida, de esta manera, estar dispuesto a realizar los ajustes pertinentes al currículo para centrarse en lo esencial, contribuir a la construcción de lo que resulta significativo y brindar herramientas al estudiante para desempeñarse y actuar en el mundo.

En esta investigación se tomó como referente para la mediación en el aula, la indagación práctica (Bustos, 2011), la cual propone una serie de fases en las que se involucra el estudiante

de una manera progresiva, estas son: *hecho desencadenante*, *exploración*, *integración* y *resolución* (Bustos, 2011. Citado en Amador, Rojas y Sánchez, 2015, p.39).

*Hecho desencadenante*: El docente da inicio al desarrollo de la clase planteando un problema que promueve la participación de los estudiantes desde sus saberes previos y en el proceso tanto docente como estudiantes se involucran en interacciones en torno a situaciones que generan nuevas ideas.

*Exploración*: Se generan situaciones que son exploradas de manera individual y en sesiones de grupo de manera cooperativa a partir de la combinación de un mundo compartido y un mundo reflexivo, al realizar búsqueda y elección de información, búsqueda de hipótesis, esta información es discutida, corroborada y así mismo valorada.

*Integración*: Se construyen significados a partir de la participación de todos, se integran y sistematizan ideas de manera progresiva, el profesor orienta el proceso de manera correcta en las situaciones en el pensamiento crítico.

*Resolución*: Se centra en la resolución del problema y la evaluación de la solución propuesta, al hacer un análisis riguroso de las explicaciones o soluciones acordadas a las situaciones propuestas (Bustos, 2011. Citado por Amador *et al.*, 2015, p. 40).

### **2.3 Unidad didáctica**

Existen varios significados relativos al concepto de unidad didáctica. Para empezar Coll (1991) la define como la unidad de trabajo relativa a un proceso completo de enseñanza y aprendizaje que tiene una duración fija, precisa de unos objetivos, unos bloques elementales de contenido, unas actividades de aprendizaje y unas actividades de evaluación.

Se puede deducir que la unidad didáctica hace parte de la planificación docente. Al respecto,



Escamilla (1992) considera que es una forma de planificar el proceso de enseñanza y aprendizaje alrededor de un elemento de contenido que se convierte en eje integrador del proceso, aportándole consistencia y significatividad. Esta forma de organizar conocimientos y experiencias debe considerar la diversidad de elementos que contextualizan el proceso (nivel de desarrollo del alumno, medio sociocultural y familiar, Proyecto Curricular, recursos disponibles) para regular la práctica de los contenidos, seleccionar los objetivos básicos que pretende conseguir, las pautas metodológicas con las que trabajará, las experiencias de enseñanza y aprendizaje necesarios para perfeccionar dicho proceso.

Desde estos autores se puede afirmar que es un modelo que posibilita cambios desde la planeación pedagógica del saber, a partir de planes de trabajo organizados que mejoren la práctica docente, amplíen los conocimientos, fortalezcan el espíritu investigativo y lideren acciones alternativas para reflexionar acerca del quehacer del maestro.

En este sentido, según el Ministerio de Educación (1992), la unidad didáctica es una unidad de programación y actuación docente configurada por un conjunto de actividades que se desarrollan en un tiempo determinado, para la consecución de unos objetivos didácticos. Da respuesta al qué enseñar (objetivos y contenidos), cuándo enseñar (secuencia ordenada de actividades y contenidos), cómo enseñar (actividades, organización del espacio y del tiempo, materiales y recursos didácticos) y a la evaluación (criterios e instrumentos para la evaluación), todo ello en un tiempo claramente delimitados.

Por esto, se convierte en una herramienta pedagógica que favorece el trabajo en el aula exigiendo una planificación a partir de la interacción entre estudiantes y docente, desde sus necesidades e intereses, sin desligarse del currículo.

El siguiente esquema, fue utilizado para su elaboración y forma parte del trabajo en (Anexo 6)

AREA: MATEMÁTICAS NOMBRE DE LA UNIDAD: \_\_\_\_\_ GRADO: \_\_\_\_\_

<b>Tema a desarrollar:</b> Se especifica el tema que se desea trabajar				
<b>Justificación y Fundamentación teórica:</b> Se describe la teoría que apoya el saber matemático a trabajar y se justifica con base en alguna investigación. Es decir, por qué es necesaria esta unidad.				
<b>Objetivo General:</b> debe contener el qué, el cómo y el para qué de la unidad en general				
<b>Estandar de competencia</b> Es necesario comprender el estándar, describirlo y relacionar los contenidos conceptuales procedimentales y actitudinales que estén implicados en ese estándar.				
CC: Contenidos conceptuales ¿qué tienen que saber?	CP: Contenidos procedimentales ¿Qué tienen que saber hacer?	CA: Contenidos actitudinales Actitudes a fortalecer o desarrollar		
<b>Estrategias didácticas</b>				
Número de Clase	Estrategias de enseñanza y de aprendizaje			
1	Se describe el espacio pedagógico según corresponda el conocimiento a construir. Paralelamente se describe lo concreto, lo gráfico y lo abstracto involucrado en la construcción del conocimiento.			
2	Se pueden diseñar fichas de trabajo según el tema estas se anexan en este apartado.			
<b>Evaluación</b>				
<b>Tipo</b>	<b>Procesos evaluados</b>	<b>Criterios de evaluación</b> Son los parámetros que se tiene en cuenta para evaluar		
Qué tipo de evaluación se va a implementar	Son los implicados de acuerdo al estándar	<b>Matriz de evaluación con Indicadores de desempeño</b>		
		<b>Nivel I</b>	<b>Nivel II</b>	<b>Nivel III</b>
<b>Lenguaje a manejar</b> Términos que el docente va a implementar durante los espacios pedagógicos.				
<b>Recursos y mediadores cognitivos:</b> Describirlos brevemente.				
<b>Habilidades cognitivas a fortalecer.</b> Nombrarlas y explicar las razones por las cuales se fortalecen durante la unidad				

Figura 3. Esquema para escribir la unidad didáctica.

Fuente: Macroproyecto de matemática (Uzuriaga y Sánchez, 2015).

De otro lado, es de aclarar que la unidad didáctica “Línea de fuego” fue elaborada y aplicada por Andrés Felipe Buitrago Rojas y la autora de la presente tesis en cada una de sus instituciones; pero por diferentes razones, el proceso de análisis e interpretación de los datos, se decidió con el debido consentimiento de la asesora Dra. Vivian Libeth Uzuriaga y el comité curricular de la Maestría en Educación, que cada maestrante presentaría su informe final de manera individual, por lo cual los derechos de autor de la Unidad didáctica, son compartidos con el estudiante de Maestría Andrés Felipe Buitrago Rojas, quien hará su trabajo de manera independiente, al igual que lo presenta la autora de esta tesis.

## 2.4 Situaciones didácticas de Guy Brousseau

Guy Brousseau (citado en Sadovsky, 2005) plantea un modelo que rompe con los esquemas tradicionales y saca al estudiante del sistema de sólo recibir los conocimientos por parte del

profesor y lo introduce en una interacción que lo lleva a la producción de conocimientos, donde se piensa la enseñanza desde una mirada de producir a partir de lo que ya se sabe y es el docente quien debe generar unos momentos específicos que lleven al estudiante a la construcción de estos nuevos saberes.

Por ello, el aprendizaje y enseñanza del conocimiento matemático, se construye en la relación escuela y cultura a través de reconocer, abordar y resolver problemas; de acuerdo a esto, “la matemática es un conjunto organizado de saberes producidos por la cultura, la sociedad y la escuela aplicados a un contexto” (Brousseau. Citado en Sadovsky, 2005, p.2)

En el área de las matemáticas las situaciones didácticas están presentes y se convierten en un pilar principal de esta asignatura al momento de hacerla enseñable para otros, de forma estructurada bajo una secuencia organizada, ya que los conocimientos matemáticos no se construyen espontáneamente.

Cuando se habla de situación didáctica se hace indispensable establecer la relación entre ésta y la situación *a-didáctica*, la cual responde al proceso de aprendizaje por parte de los estudiantes siendo estos los que sienten la necesidad de aplicar un saber previo frente a un problema establecido, generando una apropiación y comprensión progresivas bajo un proceso científico, donde el estudiante es quien ejerce el rol activo del proceso, llevándolo a plantear hipótesis, a intercambiarlas con sus pares y a argumentar su posición de solución al actuar, hablar y reflexionar en pro de un problema, donde hay poca participación del maestro ( Brousseau. Citado en Sadovsky, 2005, p.3).

Se puede concluir entonces que el modelo de situaciones didácticas, planteado por Guy Brousseau, aporta importantes herramientas a la labor docente, ampliando y modificando la perspectiva de la enseñanza y aprendizaje, cambiando el rol del estudiante, donde éste pasa de

tener un perfil pasivo a uno completamente activo, iniciando un proceso que le brinda la posibilidad de producir conocimientos matemáticos.

Las situaciones didácticas de Brousseau son:

*Situación acción*, permite al alumno hacerse cargo de un problema, emitir hipótesis, elaborar procedimientos, ponerlos en práctica, y según los efectos producidos adaptarlos, rechazarlos o hacerlos evolucionar, automatizar los que son más solicitados y ejercer un control sobre los resultados obtenidos (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001).

En consecuencia, la situación acción (experimentando – descubriendo) tiene que ver con el trabajo individual que realiza el estudiante interactuando con el medio didáctico generado por el maestro y pensado en el estudiante, el cual responde a despertar el interés del estudiante, ya que el problema propuesto no tiene respuesta inmediata, así lo lleva a pensar y diseñar una serie de estrategias de solución para dicho problema.

*Situación de comunicación*, en ésta el estudiante comparte con sus compañeros información, para lo cual se hace necesario que intervenga en la actividad matemática, “lo cual significa que formula enunciados y prueba proposiciones, que construye modelos, lenguajes, conceptos y teorías y los pone a prueba e intercambia con otros” (Gómez, 2001. p. 5).

Por consiguiente, la situación de comunicación (hipótesis – comunicado) requiere de la comunicación de los estudiantes, llevándolos a generar interacción con el otro en relación con el problema planteado y donde cada integrante debe ser partícipe activo aportando ideas de solución las cuales emergen de la interrelación con el medio didáctico.

*Situación de validación*, momento de comprobación de la validez en las respuestas del estudiante al problema; para esto él debe poder validar la situación. Es decir, debe hacer declaraciones que se someten a juicio de sus interlocutores, quienes rechazan o aceptan sus

afirmaciones. Se hace necesario que la propia situación informe al alumno si lo ha hecho bien o no, si su solución es acertada, sin tener que recurrir a la ayuda del maestro (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001).

Así la situación de validación (demostración – comprobación), consiste en poner a discusión las ideas obtenidas en la interacción grupal. Los estudiantes validan su conocimiento por medio de pruebas para poder demostrar frente a los demás su afirmación con ayuda de argumentos.

*Situación de institucionalización*, momento en el que el docente concilia los saberes que el estudiante ha emitido a lo largo de las situaciones anteriores con el saber cultural o científico, creando sentido entre las producciones de los estudiantes y el saber cultural cuando concluye, recapitula, sistematiza, ordena y vincula las producciones de los estudiantes, preservando el sentido de los conocimientos científicos (Brousseau, 1985. Citado por Gómez, 2001).

En la situación de institucionalización (formalización), el estudiante ha generado una serie de concepciones frente al problema planteado, convirtiéndose ésta en el cierre de la situación didáctica. El maestro se involucra de forma más activa en el proceso, toma lo realizado por los estudiantes hasta el momento y lo formaliza, lo pasa de un saber personal a uno institucional, a un saber socialmente elaborado.

## **2.5 Fundamentación y didáctica del objeto matemático**

Para esta investigación se diseñó e implementó una unidad didáctica cuyo objeto matemático fue “el método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ ”.

El objeto matemático abordado, está en concordancia con los Lineamientos Curriculares de Matemáticas, al contemplar los cinco procesos generales que según los Estándares Básicos de Competencias son: “formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la

realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos.” (MEN, 2006, p.51), al igual que el estándar del Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos, que dice “identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales”, el cual permite desarrollar procesos aprendizaje y desarrollo de pensamiento, al ser abordado de forma contextualizada. (MEN, 2006, p.87)

Por lo anterior se hace necesario tomar como base autores que integren dichos aspectos y que permitan dar claridad al objeto matemático, como lo plantea Duval (citado por Callejo, 2006, p.145 ), en su escrito sobre “Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación”, argumenta que en la matemática los contextos de representación son necesariamente semióticos, y aunque existen diversas mediaciones semióticas usadas por los individuos, lo realmente importante es que solo elijan una, dependiendo del objetivo de la actividad, es decir, la comprensión matemática requiere una coordinación interna entre los sistemas de representación semióticos posibles, por su parte los estudiantes deben reconocer un objeto matemático en diferentes contextos de representaciones, interpretados como un constructo matemático que puede representar situaciones mediante símbolos, como la notación formal algebraica y la representación en coordenadas cartesianas (Godino, 2010), que facilitaran la apropiación de los conceptos a trabajar.

Aunque existen cinco métodos para abordar la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , el método gráfico constituye parte importante para integrar diferentes pensamientos como el algebraico y geométrico, así como la modelización de situaciones contextualizadas, por lo cual se consideró su pertinencia para este proyecto, sustentados en investigaciones que dieron cuenta de su aplicación por medio de unidades didácticas, como el trabajo sobre “Sistema de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica” (Segura, 2004), al analizar la construcción y aplicación de una

secuencia didáctica que facilitara el aprendizaje y solución de un sistema de ecuaciones, con actividades que implican registros de representación semiótica, dentro del desarrollo de la investigación, se le solicitó a una alumna escribir un sistema de ecuaciones lineales y proponer más de un rayo para eliminar un virus ubicado en cierto punto del plano, en esta actividad el rol del profesor, consistió en realizar preguntas que reconstruyan el significado de solución de una ecuación o pendiente de una recta, ante las dificultades o conocimientos insuficientes de conceptos por parte de la estudiante.

Es así como, la “actividad apunta a reforzar la concepción de los alumnos en la solución de una ecuación de dos variables y a establecer relación entre los puntos de una recta y las soluciones de la ecuación correspondiente. De igual manera, solicita explícitamente pasajes de registro gráfico al algebraico” (Segura, 2004, p. 20).

Otro antecedente analizado fue el realizado en la investigación sobre el método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones  $2 \times 2$  de Bernal (*et al.*, 2012), trabajo que aportó dentro de sus conclusiones, el replanteamiento de las dinámicas en el proceso de enseñanza y aprendizaje, como el de considerar solo situaciones matemáticas asociadas a una única solución o la de asumir el rol del docente como acompañante del proceso; además contribuyó a conocer las bondades de una situación problema abierta, así como reflexionar sobre los límites que impone un modelo matemático a la realidad percibida por el estudiante.

## **Capítulo III. Metodología**

En este capítulo se presenta la sustentación metodológica que permitió el desarrollo del proyecto, tipo y diseño de investigación, técnicas e instrumentos y fases.

### **3.1 Tipo de Investigación**

Esta investigación busca comprender y reflexionar sobre la práctica docente en su entorno natural como lo es el aula, e implicó el registro y análisis de información asociada a las acciones y discursos del docente; por lo cual fue de tipo cualitativo, de corte descriptivo interpretativo (Hernández, Fernández y Baptista, 2010), puesto que “brinda descripciones detalladas de situaciones, eventos, personas, interacciones, conductas observadas y sus manifestaciones” (p. 9). Para este caso el propósito es interpretar las apropiaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente a través de una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , para el grado noveno.

El trabajo se centra en el análisis del registro y sistematización de información asociada a las acciones y discursos del docente, a partir de las transcripciones de videograbaciones de tres sesiones de clase realizadas durante la implementación de la unidad didáctica.

### **3.2 Diseño de la investigación**

El diseño de la investigación se toma desde la teoría fundamentada, “lo cual significa que la teoría va emergiendo fundamentada en los datos” (Hernández, Fernández y Baptista, 2010, p.



444), para lo cual se consideran tres momentos:

Inicialmente se tomó como antecedente primario la observación de dos clases de la investigadora antes de iniciar el proceso de búsqueda teórica, a través de la grabación en vídeo de la práctica docente, la transcripción de la misma y la búsqueda de acciones recurrentes, línea a línea, las cuales desde la codificación abierta de la teoría fundamentada, permitieron “analizar y generar por comparación constante categorías iniciales de significados” (Hernández *et al.*, 2010, p. 494), con este conjunto de categorías emergentes, se construyó la *visión retrospectiva* de la docente, es decir, se formuló una caracterización de la práctica de la investigadora antes de iniciar el proceso de pesquisa tanto teórica como de intervención intencionada desde la metodología de la indagación.

Una vez que se tenían las categorías de la *visión retrospectiva*, se procedió a buscar las subcategorías en esa estructura de datos cualitativos levantados a partir de los videos, atendiendo a que éstas (subcategorías) en lugar de representar el fenómeno, respondieran a preguntas sobre los fenómenos tales como: “cuándo, dónde, por qué, quién, cómo y con qué consecuencias se daba la recurrencia de la acción del docente” (Strauss y Corbin, 2002, p.151). Es decir, en este momento de la investigación, a través de la codificación axial se establecieron conexiones entre las categorías, y de allí emergieron las subcategorías (Hernández, *et al.*, 2014); en síntesis, lo que se hizo fue caracterizar la práctica de la docente antes de ser permeado por la formación post gradual.

En un segundo momento posterior a la revisión documental y en paralelo al desarrollo de los seminarios de la Maestría en Educación, se elaboró una unidad didáctica como estrategia de innovación al utilizar la metodología centrada en la indagación. Se hace nuevamente el registro de tres sesiones de clase durante la implementación de la unidad didáctica, los cuales fueron

transcritos y digitalizados en el programa Word y posteriormente importados en el software Atlas.ti, donde se identificó por cada unidad de sentido de la transcripción, la presencia de los ítems según instrumento de recolección de información (Anexo 1), lo que permitió identificar de manera recurrente las acciones del docente según categorías, subcategorías e ítems del instrumento construido y validado por el macroproyecto “La metodología de la indagación para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática” de la Universidad Tecnológica de Pereira.

En el tercer momento, para analizar la información se tomó como base la matriz para el análisis de los datos, construida a partir de las fases de la indagación práctica: *hecho desencadenante, exploración, integración y resolución* (Bustos, 2011. Citado por Amador *et al.*, 2015) (Anexo 2). Fases que se relacionaron con los ítems del instrumento de recolección de información, para establecer el uso de la metodología de la indagación en la práctica de la docente, generando un modelo teórico y explicativo a través de la codificación selectiva. Cabe decir que en este momento se hizo un proceso contrario al realizado en los antecedentes (*visión retrospectiva*), pues aquí se entregó una serie de categorías con sus respectivas subcategorías e ítems que identificaban la práctica de la docente fundamentada en la metodología de la indagación.

En este sentido se construye un diccionario, donde se relacionan las definiciones teóricas y algunas apreciaciones propias de la investigadora sobre los elementos que conforman los instrumentos de análisis de la información, esto tuvo por objetivo disminuir la subjetividad al momento de realizar el proceso de codificación y servir como insumo en el análisis y discusión de los datos.

### 3.3 Técnica e instrumentos de recolección de datos

#### 3.3.1 Observación.

La observación implica el análisis y la síntesis, la actuación de la percepción y la interpretación de lo percibido. O sea, la capacidad para descomponer o identificar las partes de un todo y reunificarlas para reconstruir este todo; es decir, “esa facultad para identificar y conocer el conjunto de cualidades y partes de los objetos y fenómenos de la realidad que actúan directamente sobre los sentidos, ya que por medio de éstos sólo se conocen algunas cualidades.” (Cerda, 1991, p.237).

Es así como para la presente investigación, se asumió esta técnica de recolección de información a partir del registro video gráfico de las sesiones de clase que conformaron la unidad didáctica (Buitrago, 2016); y en función de que el mismo investigador manejó lo sucedido en el aula, se asume que fue *una observación participante*, en la que su objetivo se enmarcó en conocer el fenómeno desde dentro y por cuanto el investigador se observó a sí mismo, se ha considerado que fue una observación “*natural*”, pues el observador, pertenecía a la comunidad donde se observó el fenómeno, y esto facilitó el trabajo de recolección de datos (Cerda, 1991, p.241).

Este proceso estuvo acompañado de interrogantes sobre lo que se debía mirar y escuchar, dónde y cómo hacerlo. Naturalmente todo ello en función de la pregunta y los objetivos de la investigación. Para tal efecto se retomaron las preguntas utilizadas en la investigación de González-Weil (*et al.*, 2012) para establecer las categorías que permitieron caracterizar la práctica docente:

*Secuencia didáctica:* ¿qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructura?

*Competencia científica*: ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase?

*Interactividad*: ¿qué características tiene la interacción profesor -alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? (González-Weil *et al.*, 2012, p.89)

### **3.3.2 Estudio de caso por auto observación.**

“La investigación cualitativa *no parte de hipótesis* y, por lo tanto, *no pretende demostrar teorías existentes*, más bien busca generar teoría a partir de los resultados obtenidos.” (Martínez, 2011, p.13). De igual manera Hernández (*et al.*, 2010, p. 394), sostienen que en los estudios cualitativos, “el interés del investigador no es generalizar los resultados de su estudio a una población más amplia”, ya que se busca profundidad para la comprensión del ambiente y dar respuesta a la pregunta de investigación; razón por la cual para esta investigación se ha tomado un caso representado en una docente de básica secundaria, de grado noveno, nombrada en propiedad y becado por el Ministerio de Educación Nacional.

El caso seleccionado se enmarcó en la auto observación de la propia práctica de la investigadora, una vez que implementó la unidad didáctica (Buitrago, 2016) diseñada desde la metodología de la indagación con las fases propuestas por Brousseau (2007), quien “sustentó los primeros resultados de sus reflexiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, sobre las base de su propia experiencia como maestro rural en una pequeña escuela de “clase única” y de sus estudios universitarios de matemática y psicología” (p.8).

La auto observación como criterio científico de investigación, se ha fortalecido en los últimos años en la comunidad académica, en particular la enfocada a estudiar la enseñanza y el

aprendizaje escolar, con las reflexiones de los investigadores sobre sus propias prácticas; como se evidencia en Gómez (2007) y Brousseau (2007).

La metodología utilizada en este proyecto se puede clasificar como un estudio de caso, de corte cualitativo, donde la investigadora mediante su enfoque de participación acción, recoge mediante análisis comprensivo las observaciones y los datos suficientes para levantar el informe de investigación. Al respecto Gómez afirma “diseñé y llevé a cabo un proyecto con el propósito de comprender el aprendizaje de los grupos de futuros profesores que participaron en la asignatura. Éste es, por lo tanto, un proyecto de investigación sobre mi práctica profesional” (2007, p.4).

### **3.3.3 Instrumentos para recolección de datos.**

El instrumento para la recolección y sistematización de datos (Anexo 1) que permitió describir la práctica docente tiene como referente las categorías de análisis propuestas por González-Weil (et al., 2012):

*Secuencia didáctica:* Tiene que ver con la pregunta: ¿qué actividades se realizan en la sala de clases y cómo se estructuran? Presenta 2 subcategorías: actividad medular, momentos de la clase flexibles.

*Competencia científica:* En relación con la pregunta ¿qué ámbitos de competencia científica implementa el docente en su clase? Presenta dos subcategorías: promoción de conocimiento, capacidades y actitudes; enfocados al quehacer científico del maestro, enseñanza de las competencias disciplinares.

*Interactividad:* Relacionada con la pregunta ¿qué características tiene la interacción profesor alumno y de qué manera apoya el aprendizaje? Relaciona 2 subcategorías: presencia de un

proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes y andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.

La siguiente tabla muestra las categorías descritas anteriormente.

Tabla 1.  
Categorías y subcategorías de la práctica docente.

Categoría	Subcategoría
Secuencia Didáctica	Actividad medular
	Momentos de la clase flexibles
Competencia científica	Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.
	Enseñanza de las competencias disciplinares.
	Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los
Interactividad	estudiantes.
	Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes

Fuente: Macroproyecto de matemática (Uzuriaga y Sánchez, 2015).

El primer piloto del instrumento se hizo a través del Semillero de en Didáctica de la Matemática (SEDIMA), de la Universidad Tecnológica de Pereira.

Posteriormente, fue revisado por los maestrantes inscritos en el macroproyecto de matemática, becarios del Ministerio de Educación Nacional, primera y segunda cohorte, quienes realizaron los ajustes requeridos teniendo en cuenta los fundamentos teóricos que direccionan esta investigación. Con estos insumos se procedió a hacer otra prueba piloto con estudiantes del programa de Licenciatura en Pedagogía Infantil en el curso “Construcción y didáctica de las matemáticas tres”; a partir del cual se hacen ajustes al instrumento y a la matriz de análisis, para posteriormente ser validados por dos expertos en esta área.

### 3.3.4 Matriz para el análisis de los datos según metodología de la indagación práctica.

La matriz para el análisis de los datos (Anexo 2) fue diseñada en el macroproyecto de matemática de la Universidad Tecnológica de Pereira “La metodología de la indagación para la enseñanza y el aprendizaje de la matemática”, primera y segunda cohorte y validada por expertos.

Esta matriz establece los parámetros de análisis de los datos arrojados por el programa Atlas.ti una vez aplicada la unidad didáctica, se sustenta en las fases de la indagación práctica: hecho desencadenante, exploración, integración y resolución; propuestas por Bustos (2011. Citado por Amador, *et al.*, 2015). Fases que se relacionaron con los ítems del instrumento de recolección de información, para establecer el nivel de apropiación y uso de la metodología de la indagación en la práctica de la docente observada (Tabla 2).

Tabla 2.  
Fases y Subfases de la indagación práctica.

Fases	Subfases
Hecho desencadenante	Planeación de clase abierta y participativa
	Exploración de conocimientos previos
Exploración	Planteamiento del problema contextualizado
	Involucrar al estudiante
	Construcción de significados
	Búsqueda de hipótesis
Integración	Sesiones de grupo para exploración cooperativa
	Aporte individual de ideas para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada
	Construcción conjunta de significado a partir de las explicaciones apropiadas del problema planteado
Resolución	Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones
	Evaluación de la solución propuesta
	Confirmación y análisis de la explicaciones

Fuente: Macroproyecto de matemática (Uzuriaga y Sánchez, 2015).

### 3.4 Fases de la investigación

La investigación realizada se puede resumir en ocho fases, las cuales dieron ruta para hallar los resultados presentados sobre la caracterización de la práctica docente del investigador, así:

Fase 1: Problematización en la enseñanza de la matemática en el contexto nacional e institucional.

Fase 2: Caracterización de la práctica docente del investigador antes de iniciar la formación post gradual: *visión retrospectiva*.

Fase 3: Apropiación del saber matemático, su didáctica y la metodología de la indagación.

Fase 4: Diseño y construcción de la unidad didáctica.

Fase 5: Validación e implementación de la unidad didáctica.

Fase 6: Interpretación de la práctica docente a partir la metodología de la indagación al implementar la unidad didáctica.

Fase 7: Discusión y análisis de los datos.

Fase 8: Conclusiones y recomendaciones.



## Capítulo IV. Análisis de datos

En este capítulo, se hizo una descripción y análisis de los hallazgos que surgieron al observar y reflexionar la práctica docente de la autora, durante la implementación de una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2 en grado noveno, con el objetivo de interpretar la apropiación de la metodología de la indagación en dicha práctica; este análisis inició con las videograbaciones de tres sesiones de clase, en las que se observaron las acciones de la docente durante la implementación de la unidad didáctica y se describieron a partir de la teoría de indagación práctica (Bustos, 2011) y las situaciones didácticas de Brousseau (2007).

Una vez se obtuvieron los videos, se procedió a realizar las transcripciones y el proceso de codificación a través del software Atlas.ti, con el cual, se hallaron los porcentajes de ocurrencia simultánea entre los ítems que caracterizan la práctica docente, desde las categorías *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad* (Anexo 1), y las fases: *hecho desencadenante*, *exploración*, *integración* y *resolución* (Anexo 2).

Estos hallazgos fueron organizados en tablas por cada subcategoría, de las que posteriormente se interpretaron los más altos porcentajes que mostraron las apropiaciones más relevantes de la metodología de la indagación en la práctica de la docente, y los más bajos porcentajes, que se tendrán en cuenta para recomendaciones al implementar una unidad didáctica.

A continuación se muestran los análisis de los hallazgos desde cada una de las categorías y subcategorías.

## 4.1 Secuencia didáctica

La *secuencia didáctica* está relacionada con la forma en que el docente planifica las actividades para el proceso de enseñanza, relacionada con la pregunta: “¿Qué actividades se realizan en el salón de clase y cómo se estructuran?” (González-Weil, et al, 2012, p. 89) y a partir de ésta, se analizaron los hallazgos encontrados en las tablas que surgieron de la codificación de la práctica docente desde las dos subcategorías para secuencia didáctica: actividad medular y momentos de la clase flexible.

### 4.1.1 Actividad medular.

La actividad medular “está organizada, principalmente, en torno a experiencias de acceso directo al aprendizaje, las cuales contemplan la utilización de variados recursos, donde los alumnos son los protagonistas en la construcción del conocimiento” (Sanmartí, 2002. Citado por González-Weil, *et al*; 2012, p. 89).

La siguiente tabla muestra los hallazgos obtenidos de la observación de la práctica docente, a partir de la codificación de los ítems 1A-1, 1A-2 y 1A-3, de la subcategoría, actividad medular, al interpretarlos desde las fases de la indagación práctica: HD - planteamiento problema, EX - búsqueda de hipótesis y HD - conocimientos previos.

Tabla 3.  
Porcentajes Actividad medular

	Secuencia didáctica		
	Actividad medular		
	1A-1	1A-2	1A-3
Indagación Práctica	Desarrolla las temáticas a través de situaciones basados en contextos reales	El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana	El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.
HD - Planteamiento problema	<b>50%</b>	0%	0%
EX - Búsqueda hipótesis	0%	15%	0%
HD - Conocimientos previos	0%	13%	25%

Fuente: Atlas.ti (De Los Ríos, 2017).

La información en la Tabla 3, mostró la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente en el aula, cuando propuso una situación problema, relacionada con contextos reales, 1A-1, con un porcentaje del 50% al ocurrir simultáneamente con la fase HD - planteamiento del problema.

Situación que fue planeada en la unidad didáctica y consistió en la lectura de un correo enviado a los estudiantes por un equipo de combate de incendios forestales, el cual les pidió determinar con exactitud la coordenada del punto donde el piloto del helicóptero cisterna, debió arrojar el agua, para que impactara sobre una línea de fuego y la conflagración no pudiera avanzar, como lo muestra el siguiente fragmento.

**CORREO: LÍNEA DE FUEGO**

Las unidades de combate de incendios forestales, entre todas sus estrategias tienen una denominada línea de fuego, se trata de cercar el incendio fijando dos puntos, delante de la conflagración (dependiendo la dirección del viento) y tranzado una línea recta entre los puntos, se quita todo el material inflamable sobre la línea, para luego dar paso al helicóptero cisterna, el

cual puede rápidamente cargar y arrojar hasta 2000 litros de agua sobre la zona despejada, y así poder controlar las llamas, en teoría, pues la realidad es muy diferente, la gran cantidad de humo y gases tóxicos que se generan con el incendio, hacen que la visibilidad para el piloto sea casi nula, lo que genera pérdida de agua en los lanzamientos, pues con frecuencia la arroja fuera de la línea, y aunque el agua arrojada sigue la misma dirección del helicóptero en línea recta, una vez abierta la llave de la cisterna esta no se puede cerrar hasta que esté desocupada.

Requerimos de todos sus conocimientos y pericia como equipo matemático para que nos ayuden a determinar con exactitud y con la brevedad del caso, la coordenada del punto donde el piloto debe abrir la cisterna y en qué dirección debe avanzar para que el agua impacte sobre la línea de fuego y éste no pueda avanzar.

Atte., EQUIPO DE COMBATE DE INCENDIOS FORESTALES

Fragmento. 1. Planteamiento del problema.

Fuente: Unidad didáctica (Buitrago, 2016).

El fragmento anterior permitió involucrar a los estudiantes en un tópico central, como fue la construcción de la línea recta a partir de la situación problema, sobre la cual se debía arrojar el agua para combatir la conflagración con la estrategia llamada línea de fuego, requerimiento que los llevó a utilizar sus saberes previos como coordenadas en el plano cartesiano y graficación de rectas, que los acercaron paso a paso a los sistemas de ecuaciones lineales, con la intención que ellos mismos decidieran sobre la mejor opción para dar solución a la situación presentada por el equipo de combate de incendios forestales. Proceso que inició con la conceptualización, cuando los estudiantes manifestaron “hablan de una línea recta, que hay que tener un punto donde soltar el agua para apagar el incendio y dependiendo del viento.” (De Los Ríos, 2017, p.4), donde se propuso situaciones matemáticas que ellos pudieran vivir, permitiendo que los estudiantes se hicieran cargo del problema (Brousseau, 2007), como se observó en las siguientes fotos y fragmentos de transcripción:

D: Bueno muchachos, resulta que a raíz de esa cantidad de incendios, a ustedes les mandaron un correo, si y lo vamos a leer. ¿Quién me va a hacer el favor de leer?

E: Yo

D: Muy bien, bueno muchachos, que idea tienen, que entendieron del correo

E: Que hay que tener un punto donde soltar el agua para apagar el incendio

E: y dependiendo del viento

D: ¿Qué palabras hay que no entiendan?

E: Cisterna

D: Cisterna, ¿que será la cisterna? Dice o el helicóptero cisterna, es la parte donde llevan el agua, donde recogen y sueltan el agua. ¿Cuándo se abre la cisterna que pasa?

E: No se puede volver a cerrar

D: Bueno, ambienten en esa hojita la situación, que se imaginan ustedes que pueden plasmar ahí de la situación. Estamos haciendo primero una introducción, como de la gráfica, el fuego, el helicóptero, el agua, ambientar esa situación, cojan ese texto y lo plasman allí. (De Los Ríos, 2017, p.6)

D: Vamos a pasar ahora a hacer una actividad, tomando esta actividad individual que ustedes acabaron de realizar, vamos a pasar a una actividad por grupo. Van a compartir sus trabajos individuales, que hicieron, porque lo hicieron, que les quedo faltando, por qué lo puso aquí, por qué lo puso allá, entonces van a comentar eso, después de que hayan socializado su trabajo individual les voy dar un pliego de papel bond a cada grupo y cada grupo va a hacer un solo dibujo.

E: La línea de fuego está ubicada en el punto en A y B en A es diez dos y el B es menos diez menos dos.

E: Entonces el fuego esta de abajo hacia arriba, de sur a norte, el helicóptero está en el punto menos nueve cinco

D. ¿Y de la dirección del viento?

E1: esta de abajo hacia arriba. (De Los Ríos, 2017, p.9)

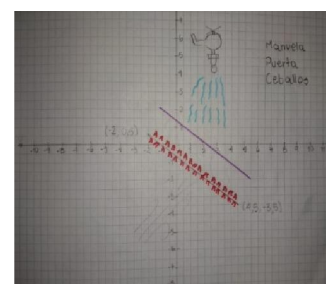


Foto 1. Gráfico de la situación, trabajo individual

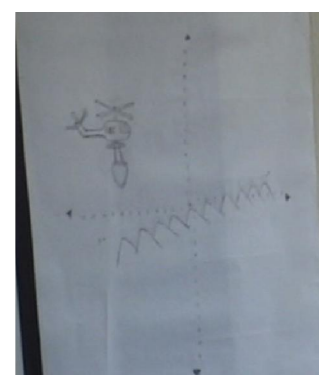


Foto 2. Gráfico de la situación, trabajo grupal.

Las fotos muestran los planos cartesianos elaborados por los estudiantes, donde graficaron rectas que simulaban la línea de fuego, con coordenadas específicas: la ubicación del helicóptero y la conflagración, producciones que realizaron a partir de la conceptualización de la situación, mediante las actividades guiadas por la docente y que se pudieron observar en las transcripciones anteriores, por medio de las cuales se pudo indagar la apropiación que tuvieron los estudiantes frente a la comprensión de la lectura sobre la situación, permitiendo que la actividad fuera participativa generando la interacción entre los estudiantes y su medio físico, cuando la situación problema la relacionaron con sus experiencias y con los conocimientos previos, a partir de la fase HD- planteamiento del problema (Bustos, 2011), de la indagación práctica, con las cuales la docente inició el trabajo en el aula, aprovechando dicha situación para asociar saberes como el clima y las causas de los incendios forestales, cuando los estudiantes hicieron uso de sus conocimientos de contextos reales al expresar "Hacen campamentos y dejan botellas o prenden un cigarrillo y lo tiran.", afirmación que le permitió a la docente realizar la pregunta ¿Por qué las botellas de vidrio? (De Los Ríos, 2017, p.4), generando en el estudiante la argumentación frente a lo que está expresando.

Lo anterior dejó ver que la situación de conflagración propuesta, no era ajena a sus experiencias, ya fueran de manera indirecta, por medio de noticias, videos o informaciones de situaciones similares, con ello se observó cómo los estudiantes se interesaron en abordar el problema a partir de la actividad propuesta desde la unidad didáctica e implementada por la docente, de una forma contextualizada.

Igualmente la docente recurrió a recursos tecnológicos que permitieron a los estudiantes tener una observación de una situación verídica, referente a una noticia de una conflagración, presentada mediante un video, que los orientó sobre el manejo de incendios forestales, a partir

del cual realizaron relaciones entre los términos utilizados con el problema planteado, además de permitir la asociación de estos fenómenos con situaciones actuales y pertinentes como el clima, orientándolos hacia el análisis de las posibles caídas del agua en el terreno; comprensión que reflejaron al realizar la modelación de la situación con aportes individuales que contribuyeron a la construcción de determinados saberes que se deriven de su contexto natural (Sánchez et al., 2015).

E1: El viento viene en esta dirección (señala en la gráfica), ya que el fuego corre hacia acá, entonces el helicóptero va a arrojar el agua desde el punto menos seis tres para que llegue a la línea de fuego y apagar, ya gracias.

E4: El viento viene de norte a sur y el avión da un pequeño giro para que la línea de fuego para mirar la situación y después va al lago para cargar la cisterna para poder soltar el agua en la línea de fuego. (De Los Ríos, 2017, p.10)



Foto 3. Presentación video.

Transcripción implementación unidad didáctica – foto presentación video.  
Fuente: Elaboración propia. (De Los Ríos, 2017).

Dicha modelación se realizó de manera individual y luego con estas construcciones se pasó a un trabajo grupal, donde los estudiantes unificaron sus ideas, dándole importancia al trabajo cooperativo y a la comunicación asertiva entre ellos, actividades que mostraron apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente cuando pretendió que los alumnos fueran protagonistas en la construcción del conocimiento, cuando se les solicitó determinar la coordenada del punto donde la cisterna debía abrirse, para lo cual hicieron uso de sus conocimientos previos asociando dicho requerimiento con conceptos como plano cartesiano, ubicación de puntos sobre el plano y línea recta, llevándolos a la disposición hacia el aprendizaje de la matemática, teniendo una vivencia diferente de las que tienen usualmente, (Andrade *et al.*,

2003). Es decir, a partir de un contexto propuesto y planeado como fue la situación de conflagración, reflejo de lo que sucede en su propia realidad, tratando que a su vez se informaran sobre el tema ambiental y no con libros de texto en los que se encuentran tareas con contextos artificiales; las siguientes transcripciones y fotos muestran las exposiciones de las modelaciones hechas por los estudiantes:

#### Trabajo individual

D: ¿Quién nos quiere participar su dibujo? O comentarnos que dibujó, Eliana dibujó el helicóptero, Yerson.

E: Una recta donde el helicóptero va a tirar el agua

D: ¿Por qué trabajaron sobre el plano cartesiano?

E: Porque el plano cartesiano podemos sacar la recta y desde la recta puede saber dónde tirar el agua y se hace más fácil.

D: A bien, Brayan dice porque es que sobre el plano podemos graficar las rectas, y nos dijo que era más fácil, y ¿Manuela que nos dijo? Muy bien, una forma de guiarse más fácil. Muy bien lo que plasmaron allí fue lo que interpretaron del texto. (De Los Ríos, 2017, p.7)

#### Trabajo grupal

D: Bueno muchachos, entonces, vamos a escuchar a los compañeros (repite), a ver qué condiciones tuvieron para la gráfica, ¿Quién quiere empezar?

E1: en el grupo plasmamos sobre un plano cartesiano en el cual los puntos de la línea de fuego sería siete mentiras, sería siete y siete y el de abajo es seis negativo y ocho negativo, el viento viene de norte a sur, el helicóptero cisterna mandará hacia abajo el agua, para bloquear el fuego, y hacer una contracción del él, ya. (De Los Ríos, 2017, p.9)



Foto 4. Exposición gráficos individuales.



Foto 5. Exposición gráficos grupales.

Transcripciones y fotos exposiciones estudiantes.

Fuente: Unidad didáctica – elaboración propia (De Los Ríos, 2017).



Con esta actividad, la docente realizó una exploración de los resultados de la modelación de la situación que hicieron los estudiantes de manera individual, notándose el uso de las observaciones que hicieron del video, como el funcionamiento del helicóptero cisterna, así mismo indagó, mediante exposiciones la manera como fue abordado el problema, donde justificaron el haber realizado el dibujo sobre el plano cartesiano, ya que, en el correo se les habló de la línea de fuego, que fue asociada con función lineal y aunque en dichas exposiciones se observó que los estudiantes se centraron en explicar la ubicación de los elementos graficados, los estudiantes mostraron comprensión de una manera general, que la solución debía ser que el agua caiga sobre la línea de fuego.

Estas descripciones muestran que en la práctica, la docente se apropió de la metodología de la indagación una vez que permitió que “los estudiantes elaboren sus procedimientos y el docente sirva sólo de guía, permitiendo la argumentación, razonamiento y confrontación de sus puntos de vista” (Uzcátegui, 2013, p.118), afianzando estos procesos, cuando a partir de la actividad de modelación individual, desarrolló seguidamente por grupos, un trabajo donde cada integrante debía dar su aporte para la elaboración de un gráfico unificado, con los elementos indispensables para la solución del problema.

D: Ósea, ustedes dicen que el fuego viene.  
E2: hacia el lado izquierdo  
E3: y el agua de derecha a izquierda  
D: y entonces el agua viene en sentido contrario, entonces ellos dicen el fuego va de izquierda a derecha, entonces el helicóptero va a ingresar de derecha a izquierda para ir combatiendo el fuego. Nos especificaron los puntos, bueno muchachos en esa dirección que ellos dicen, que el fuego viene de



Foto 6. Acompañamiento docente.

izquierda a derecha, ¿entonces el viento que dirección tendría?

E: Sería igual.

D: Igual, bien. (De Los Ríos, 2017, p.8)



Foto 7: Gráficos elaborados por los grupos.

Transcripciones – fotos acompañamiento docente.

Fuente: Unidad didáctica – elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

En las imágenes se observa la docente acompañando el trabajo en grupo y observando las modelaciones que realizaron los estudiantes sobre la lectura del correo, actividades que contribuyeron a fomentar la capacidad de graficar la situación de la conflagración, y con esto fortalecer el cambio de representación de lo textual a lo gráfico, así como utilizar su experiencia física o diaria, para resolver problemas de la vida real (Duval. Citado por Callejo, 2006), con el fin de desarrollar capacidades de visualización al observar el video del incendio forestal, organización de información al unificar la gráfica con los aportes individuales y reflexión al analizar y argumentar sus ideas en el trabajo grupal.

Con las actividades desarrolladas y descritas a partir del abordaje del problema, se observó que en la práctica, la docente planteó una situación de la vida real y con ella orientó a los estudiantes hacia la comprensión del mismo y la modelación con la utilización de símbolos matemáticos, observando como los estudiantes fueron construyendo el conocimiento matemático esencialmente a partir de reconocer, abordar y resolver problemas (Sadovsky, 2005), hechos que no se presentaron en la *visión retrospectiva*, donde se inició la clase con la definición del tema, sin permitir a los estudiantes formar parte de su construcción, sin contextualizar los conceptos en alguna situación cotidiana; cuando la docente expuso: “... el tema de hoy es el método gráfico. ¿Cuántos métodos llevamos hasta ahorita?, dos, ¿cuáles dos? La profesora dice: igualación y

suma o resta o reducción. Ahorita método gráfico” (De Los Ríos, 2016. p.1); clase que partió de la transmisión del significado de método gráfico por parte de la docente como se muestra en la siguiente foto.



Foto 8. Clase expositiva.

Fuente: Visión retrospectiva (De Los Ríos, 2016).

Se observa como la docente se dispone a escribir el tema en el tablero, para que los estudiantes transcribieran en el cuaderno el significado del mismo, sin permitir una participación activa que posibilitara la construcción conjunta del concepto con aportes de los estudiantes.

Así mismo no se observaron en la *visión retrospectiva*, el uso de materiales o herramientas que sirvieran de interés para involucrar a los estudiantes en el tema abordado, notándose por ello, falta de participación por parte de los estudiantes, al igual que no aprovechó los conocimientos previos que pudieran dar inicio a un proceso de construcción de significado del método gráfico, como lo muestran las siguientes imágenes y transcripciones.

Dice la profesora: entonces muchachos vamos a coger la primera ecuación equis más ye igual a seis, de ahí vamos a despejar la ye, ¿qué es despejar la ye?, dejarla solita, entonces vamos a coger la primera ecuación (la copia de nuevo en el tablero), si vamos a despejar la ye entonces que es lo primero que hacemos... ¿vamos a mover la ye de este puesto?, (los estudiantes dicen que no), el seis? (los estudiantes dicen que no), entonces que hacemos con la equis. Dicen los estudiantes: la pasamos.

Dice la profesora: la pasamos al otro lado a restar, listo, cierto, esa está fácil porque no hay más coeficientes; ahí ya tenemos despejada la ye.

(De Los Ríos, 2016. p.2)



Foto 9. Uso herramientas (tablero y regla).

Transcripción visión retrospectiva – imágenes.  
Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2016).

La fotografía muestra que las actividades estuvieron orientadas por la docente, quien hizo uso del tablero en una gran parte del tiempo en que transcurrió la clase, donde construyó las gráficas que daban solución al ejemplo propuesto, sin permitir a los estudiantes hacer parte de esas construcciones, al igual que en la transcripción, se observa que las preguntas realizadas a los estudiantes, fueron contestadas por la misma docente, limitando la clase a la transmisión de conceptos, siendo características de actividades donde “Usualmente los profesores planifican y realizan sus clases con ayuda de su experiencia y de los documentos y materiales de apoyo disponibles, y muchos de ellos se basan exclusivamente en las propuestas de los libros de texto” (Gómez, 2007, p.18).

Por otro lado, al analizar el más bajo porcentaje de la Tabla 3, se observó que la docente, al

plantear el tema desde una situación de la vida real, se reflejó en menor porcentaje la formulación de hipótesis por parte de los estudiantes, ya que los ítems codificados, desde la subcategoría actividad medular, se centraron en la situación problema planteada, a partir de fenómenos de la vida real y su conceptualización, sin profundizar en las posibles soluciones que dieran paso al planteamiento de hipótesis, por otro lado, la codificación se realizó desde los ítems de las subcategorías de la práctica docente de manera específica con algunas de las subfases de indagación práctica, lo que originó porcentajes de 0% con las demás, como las observadas en los ítem 1A-1 y 1A-3, desde EX - Búsqueda de hipótesis.

Las descripciones y análisis anteriormente presentadas, permitieron interpretar que la práctica docente, desde la subcategoría actividad medular, fuera orientada a partir de situaciones contextualizadas, que reflejaron apropiación de la metodología de la indagación, en su fase hecho desencadenante, donde buscó el interés de los estudiantes para que realizaran la modelación de la situación con el uso de recursos, aprovechando los conocimientos previos, para la construcción de nuevos saberes.

#### **4.1.2 Momentos de la clase flexible.**

Para esta investigación se entiende como las planificaciones flexibles y estrategias que se ajustan a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, contribuyendo al desarrollo de la actividad (González-Weil *et al*, 2012).

La Tabla 4 muestra los porcentajes que surgieron al codificar los ítems 1B-4, 1B-5 y 1B-6, de la subcategoría, con las fases de indagación práctica, EX- Exploración cooperativa, HD-Clase participativa, RE-Evaluación, hallazgos de las observaciones que permitieron interpretar la

apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente al implementar la unidad didáctica desde la subcategoría momentos de la clase flexible.



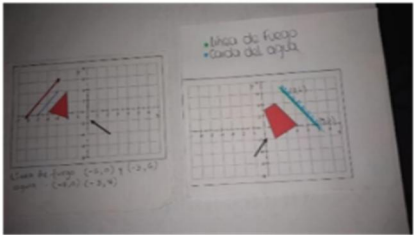
Tabla 4.  
Porcentajes Momentos de la clase flexible.

	Secuencia didáctica		
	Momentos de la clase flexible		
	1B-4	1B-5	1B-6
Indagación práctica	El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.	El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza.	El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos.
EX- Exploración cooperativa	0%	<b>26%</b>	0%
HD-Clase participativa	2%	13%	19%
RE-Evaluación	0%	9%	15%

Fuente: Atlas.ti (De Los Ríos, 2017).

La tabla anterior muestra que la mayor apropiación de la metodología de la indagación que hizo la docente fue cuando planeó paso a paso el proceso de enseñanza, 1B-5, lo que se observó al ocurrir simultáneamente con EX-exploración colaborativa, en un 26%, al realizar actividades grupales que llevaron a los estudiantes a aportar y unificar ideas con sus compañeros, flexibilizando las estrategias para ir dando respuestas a las necesidades que surgieron con el trabajo individual, donde los alumnos realizaron y socializaron gráficas que daban cuenta de la apropiación de la situación de conflagración y de manera sucesiva se fueron acercando a la solución del problema planteado, con la construcción de nuevos saberes y con el acompañamiento de la docente. Como se observa a partir de las planeaciones en la unidad didáctica:

Tabla 5.  
Actividades.

Actividad Propuesta en la unidad didáctica	Trabajo grupal implementación unidad didáctica
<p>- Formamos grupos de cuatro estudiantes, les pedimos que compartan y comparen sus gráficos individuales, y que unifiquen en un solo dibujo. El docente se dispone a guiar la socialización de los trabajos realizados, se le pide a cada grupo que fije con cinta en el tablero su gráfico y luego se escogerá uno.</p> <p>- Se le entrega a cada estudiante una ficha con un plano cartesiano sobre el cual hay una flecha que indica la dirección del viento y una figura plana que representa la conflagración, donde debe ubicar los dos puntos por donde se trazará la línea de fuego, con un color, y con un color diferente, debe trazar cuáles son todas las posibles maneras en las que el agua podría impactar el suelo.</p> <p>- Algunos estudiantes enseñarán sus fichas a los demás compañeros, argumentando la ubicación de la recta que representa el agua, esto deberá ir aclarando que entre dos líneas rectas (línea de fuego y agua) solo existen tres posibles posiciones relativas sobre el plano cartesiano.</p>	 <p>Foto 10. Acompañamiento a estudiantes.</p>  <p>Foto 11. Debate entre compañeros.</p>  <p>Foto 12. Taller fichas.</p>

Fuente: Unidad didáctica (Buitrago, 2016).

Con estas actividades, la docente partió de un trabajo individual, dándole protagonismo e importancia a las ideas iniciales de los estudiantes, que sirvieron luego de aporte a la construcción de un plano cartesiano por grupo, que recogiera los elementos de la situación de conflagración, de una manera participativa. Finalmente se realizó la escogencia de una sola gráfica que reunió las condiciones necesarias y que permitió afianzar con un taller la graficación

de la línea de fuego y las posibles caídas del agua, para seguir con las actividades que dieran solución al problema, notándose una planeación de manera sucesiva y acumulativa.



Actividades – escogencia gráfico.

De la Foto 10 se observa que para la construcción del gráfico unificado, los estudiantes aportaron desde sus soluciones, lo que le permitió a la docente realizar seguimiento al trabajo grupal, observó el desempeño de roles por parte de los estudiantes, una vez que se asignaron actividades de acuerdo a las habilidades de cada integrante, como el encargado de la elaboración del dibujo, la consecución de los materiales a utilizar y la socialización del gráfico final, acciones que contribuyeron a resaltar que el trabajo colaborativo les permitió construir de manera conjunta soluciones e interpretaciones a la situación propuesta, “esquemas de trabajo en los que el estudiante se implica de manera proactiva a través de trabajo en grupos, participación en proyectos de aula, producción de materiales, y elaboración y socialización de representaciones gráficas.” (Amador, et *al.*, 2015, p. 34).

La Foto 11 muestra cómo los estudiantes socializan sus trabajos y los otros aportan, argumentan y debaten lo expuesto, ya que las soluciones no fueron las mismas como se ve en la Foto 12, en donde las soluciones mostraban diferencias en las construcciones de la línea de fuego y la región donde impactaba el agua en el suelo.

Discusiones y debates que fueron aprovechados por la docente para indagar y explorar los aportes en la construcción de los nuevos saberes con actividades donde los estudiantes tuvieron



una participación activa que generó comunicación entre ellos con el acompañamiento de la docente, a propósito de aclarar las dudas que se presentaron o para afianzar los conceptos trabajados, como se observó en las siguientes transcripciones:

D: Muchachos, ya organizados así los grupitos, vamos a tomar los puntos que cada uno graficó. Las rectas que cada uno graficó y las van a comparar entre los compañeros, porque a todos les tocó rectas diferentes, las van a comparar y van a responder estas dos (señala en el tablero dos preguntas), cual recta está más inclinada de las que ustedes observen ahí de los compañeros de grupo y ¿puedes calcular un valor que represente la inclinación con los dos puntos dados?  
 ¿Miren a ver si pueden contestar esas preguntas? Sí, no, cómo, si, queda claro

D: La primera, ¿cuál recta está más inclinada?, ustedes escriben la recta más inclinada es esta, por ésta o ésta razón

E: Profe no entendemos la segunda

D: ¿Qué dice la segunda?

E: Puedes calcular un valor que represente la inclinación con los dos puntos dados

D: Entonces si usted con esos dos puntos, que le dimos a cada uno, graficaron una recta, si con esos dos puntos usted puede llegar a tener un valor que le diga que es la inclinación, que usted diga, profe la inclinación dio tanto, un valor que le represente esa inclinación

E: Profe ¿podemos utilizar la fórmula de la pendiente?

D: ¿y esos dos puntos nos sirven para esa fórmula?

E: Si

D: ¿Y qué va a dar esa pendiente, qué va a dar al ustedes hacer todo ese proceso, todas esas operaciones que hay ahí?

E: Un valor

D: Un valor claro, sí, ¿si les quedó claro? (De Los Ríos, 2017, p.30)

Transcripción implementación unidad didáctica.  
 Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

En esta transcripción se observó como la docente llevó a los estudiantes a la comprensión de la actividad por medio de la participación de los mismos, con la devolución de preguntas que los

condujera a la utilización de saberes previos como fue la fórmula de la pendiente para que relacionaran este valor con las rectas que cada uno había graficado y llevarlos posteriormente a trabajar con la ecuación de la recta, donde los estudiantes responden a la actividad matemática con su intervención, lo que significa “Una buena reproducción por parte del alumno de la actividad matemática exige que este intervenga en ella, lo cual significa que formula enunciados y prueba proposiciones, que construye modelos, lenguajes, conceptos y teorías y los pone a prueba e intercambia con otros” (Gómez, 2001, p. 46), flexibilizando por medio de explicaciones la interpretación de algunos conceptos útiles para llegar a la solución de la situación.

La flexibilización de la clase planeando el proceso de enseñanza paso a paso de manera sucesiva y acumulativa no se presentó en la *visión retrospectiva*, ya que la docente a pesar que realizó actividades grupales, estas fueron propuestas después de la explicación del tema, donde los estudiantes ya sabían lo que debían hacer, sin permitir ser socializadas a todo el grupo, impidiendo que argumentaran sus respuestas o pudieran refutar las de los demás compañeros, limitando la comunicación, únicamente entre la docente y el grupo de cuatro estudiantes, como se observa en la siguiente transcripción.

Entonces van a trabajar en grupo de cuatro, les voy a pasar el tallercito lo trabajan por favor en el cuaderno con las preguntas que tenga el taller, dentro del taller también viene un resumen, como les pareció el video, que enseñanza, a pesar de que fue tan cortico, pero igual me hacen el comentario del video, listo, se organizan entonces, levanten las sillitas muchachos para que no hagan tanto ruido.

Profesora: Trabaja cada uno en su cuaderno, sí, pero con la misma propuesta del grupo.

Profesora: Vea muchachos, primero esta parte, en palabras, como que problema se plantea, en el taller no dice resolver, si ustedes leyeron bien la primer pregunta, ahí no dice resolver, que quiero, que ustedes sepan qué problema pueden proponer, la resolución de eso no, después, primero proponer que tengan en cuenta todas las características.

(Asesoría por parte de la profesora a los diferentes grupos)

Profesora: muchachos en la segunda, dice que mencionen los pasos que ustedes seguirían para llevar a cabo el desarrollo y la solución del problema, marquen unos pasitos como guía, entonces ustedes leen un problema y ¿qué harían?

(De Los Ríos, 2016. p.12)



Foto 13. Instrucciones trabajo en grupo



Foto 14: Asesoría docente.

Transcripción Visión retrospectiva. Trabajo grupal.

Fuente. Elaboración propia (De Los Ríos, 2016).

En la transcripción y fotografías anteriores, la docente realizó una orientación general al iniciar el trabajo grupal, seguida de una asesoría por los grupos, pero no aprovechó el taller planteado, para indagar sobre las construcciones de nuevos conceptos que pudieran surgir, ya que en las actividades se notó una excesiva acción de explicación de conceptos y algoritmos que

condicionaron y limitaron las ideas de los estudiantes, sin permitir que la clase fuera participativa.

“En esta práctica tradicional consideramos que hablar en forma asertiva es la acción del profesor que predomina en la clase para exponer, ilustrar, aclarar los contenidos matemáticos que se tratan, dar instrucciones relativas a la metodología de trabajo, enunciar las tareas para sus estudiantes, recordar y hacer énfasis acerca de puntos que considera importantes.” (Andrade *et al.*, 2003, p. 3)

Por otro lado, los más bajos porcentajes de la práctica docente, se presentaron en el ítem 1B-4, con exploración cooperativa y evaluación, de la metodología de la indagación, cada uno con 0%, parecen mostrar que no hubo flexibilización o acompañamiento para la exploración de forma cooperativa o evaluación de la solución propuesta, pero lo ocurrido en el aula fue diferente como se observó en el análisis anterior.

No obstante la codificación se realizó en gran parte, uno a uno, es decir un ítem de la subcategoría de la práctica docente, con una subfase de indagación práctica, como 1B-5 con EX-exploración cooperativa, la cual no se codificó simultáneamente con los otros ítems, por lo cual se presentaron dichos porcentajes.

Todo lo anterior permitió interpretar que la planificación inicial de la clase ameritó ser ajustada por la docente frente a los requerimientos de las necesidades de aprendizaje de los estudiantes, mostrando apropiación de la metodología de la indagación en la práctica docente, al momento de implementar estrategias en las que el trabajo colaborativo contribuyó con una clase abierta, participativa y ajustable a las dinámicas propias de un entorno natural de relaciones intencionadas para generar conocimiento nuevo, en las que los contenidos escolares abordados desde un planteamiento de un problema de la vida real, brindó mayor participación y

acompañamiento al proceso de enseñanza y aprendizaje del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ .

## **4.2 Competencia científica**

Esta categoría describe las actividades en las que el docente promueve la construcción de conceptos del objeto matemático que va a enseñar, como lo va a enseñar y que conoce de él, “Frente a la pregunta ¿Qué ámbitos de competencia científica aborda el docente en su clase?” (González-Weil *et al.*, 2012, p. 89), observando la práctica de la docente desde sus dos subcategorías: Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes, y enseñanza de las competencias disciplinares.

### **4.2.1 Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.**

La subcategoría hace referencia a como el docente aborda la construcción del conocimiento y promueve las capacidades de formular y resolver problemas, manteniendo un diálogo permanente con los estudiantes, procurando una actitud crítica frente al aprendizaje (González-Weil, *et al.*, 2012).

La siguiente tabla resume los porcentajes arrojados según las modificaciones realizadas de la subcategoría que muestran apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente desde las fases EX-Explicación docente y RE-Confirmación de indagación práctica.

Tabla 6.  
Porcentajes Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes.

		Competencia Científica							
		Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes							
		2A-7	2A-8	2A-9	2A-10	2A-11	2A-12	2A-13	2A-14
Indagación práctica	El docente hace preguntas orientadoras que tienen relación con inquietudes de estudiantes que surgen del proceso de aprendizaje.		La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes.	El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de diferentes tipos de comunicación en los procesos.	El docente permite la argumentación para resolver un problema.	El docente aplica estrategias que permiten articulación de conocimientos previos con el nuevo aprendizaje.	El docente solicita explicación sobre los procesos para llegar a soluciones o para obtener información de lo realizado.	El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.	El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.
	EX- Explicación docente	24%	23%	2%	11%	5%	15%	21%	22%
	RE- Confirmación	5%	5%	6%	14%	8%	21%	<b>30%</b>	24%

Fuente: Atlas.ti (De Los Ríos, 2017).

La mayor apropiación de la metodología de la indagación que hizo la docente en su práctica de aula se dio cuando utilizó un lenguaje disciplinar apropiado, que facilitó en los estudiantes el desarrollo de los saberes, correspondiente al ítem 2A-13 en un 30%, al ocurrir simultáneamente con la fase RE-Confirmación de indagación práctica; lo que caracterizó el desarrollo de las clases con preguntas que posibilitaron la socialización de resultados y estrategias que permitieron tomar las ideas de los estudiantes y orientarlas hacia los objetivos trabajados para llegar a la institucionalización de conceptos como rectas paralelas, paralelas coincidentes y posiciones relativas entre dos rectas en el plano cartesiano como lo muestran las siguientes líneas de las transcripciones:

<p>D: Si les queda claras esas tres posiciones de la caída del agua, vamos a repasarlas, Thalia, ¿en la primera donde se tocan? El agua y la línea de fuego</p> <p>E: En un solo punto</p> <p>D: Natalia otra</p> <p>E: Las paralelas, donde no se tocan</p> <p>D: El agua no toca la línea de fuego, son paralelas y no se van a tocar en ningún punto y la otra</p> <p>E: Sobre la línea de fuego</p> <p>D: Muchachos y cuando esa línea, esa última que dijimos, que el agua caiga sobre la línea de fuego, ¿esas dos rectas también son paralelas?</p> <p>E1: No,</p> <p>E2: Es la misma</p> <p>D: ha muy bien, Luisa, es la misma, ¿es la misma recta?</p> <p>E: Si</p> <p>D: Es la misma, tiene la misma dirección y va a tener los mismos puntos, muchachos y si es la misma recta y va a tener los mismos puntos, ¿cómo es su pendiente, su inclinación? la de la una es diferente a la otra,</p> <p>E: No, es igual</p> <p>D: Es igual y si su pendiente es igual, entonces estas rectas también son paralelas, pero se les llama paralelas coincidentes, o sea que coincide una encima de la otra. (De Los Ríos, 2017, p.21)</p>	<p>E: Pues acá hicimos la recta de la conflagración y dos puntos arriba esta la línea de fuego y pues ahí está la caída de agua y acá el vector que indica la dirección del viento (señala con la mano el plano)</p> <p>D: Vamos a recordar entonces, con este plano cartesiano, les queda claro que el agua ¿dónde debe caer?</p> <p>E: por encima de la línea de fuego</p> <p>D: Y esas dos rectas deben ser entonces ¿cómo?</p> <p>E: Paralelas coincidentes</p> <p>D: Y entonces los puntos de una recta y de la otra del agua ¿cómo van a ser?</p> <p>E1: los mismos</p> <p>D: Iguales, los mismos, y ¿cuántos son? Uno solo</p> <p>E2: Dos, cuatro</p> <p>D: Dos, ¿por cuantos puntos está formada esta recta de la línea de fuego?</p> <p>E3: por muchos</p> <p>D: por muchos ¿y la del agua que también va a ser la misma?</p> <p>D: En las otras dos opciones que vimos cuando el agua tocaba un solo punto, esa es otra solución que puede haber entre dos líneas, que solo se toquen en un punto y la otra opción eran paralelas pero no coincidentes, que no se tocaran y ahí ¿cuántos puntos iguales habrían en esas dos rectas? Si no se tocan</p> <p>E: ninguno</p> <p>D: Entonces miren las tres posibilidades en que las rectas pueden tener solución en un método gráfico. (De Los Ríos, 2017, p.24)</p>
--	--



Foto 15. Institucionalización



Foto 16. Validación de resultados

Transcripción implementación unidad didáctica.  
Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

Las preguntas realizadas por la docente, pretendieron indagar la apropiación que los estudiantes tenían de las posibles caídas de agua sobre la línea de fuego y a su vez permitieron la institucionalización del concepto de rectas paralelas coincidentes como se muestra en la Foto 15, necesario para que los estudiantes, aportaran ideas individuales, con un lenguaje matemático apropiado, después de elaborar sus planos cartesianos, encontrándose con variadas respuestas, que fueron refutadas o corroboradas por los compañeros en el momento de la socialización como se observa en la Foto 16, momento en el cual los estudiantes validaron sus procesos, permitiendo que la clase se desarrollara de manera discursiva, mediante un diálogo constante (Brousseau, 1987), intervenciones que la docente tuvo en cuenta para la institucionalización del concepto de las tres posiciones relativas y posibles soluciones que dos rectas tienen en el método gráfico, al llevar a los estudiantes a reconocer que la recta que simula el agua, puede impactar a la línea de fuego en un solo un punto, o sobre la línea de fuego, o formando recta paralela a ella.

La institucionalización a partir de una clase discursiva, también se observó desde la planeación de la unidad didáctica, cuando se propusieron talleres que al ser desarrollados permitieron una comunicación permanente, donde los estudiantes expusieron y explicaron sus soluciones, al igual que se programó que la función del docente fuera como guía durante las



actividades y no como dictador de clase al motivar un diálogo permanente con los alumnos, formulando preguntas de diferentes tipos, desde las que requieren solo recordar, hasta las que requieren de elaboración y creatividad (González-Weil *et al.*, 2012). Es así como a continuación se relacionan actividades en las cuales se notó un marcado interés del estudiante por participar en la clase.

D: Este taller retoma muchas de las cosas de la clase pasada, listo, las gráficas, las posiciones de como cae el agua.

Entonces ahí en ese taller están las tres situaciones de la caída del agua, ¿cuáles son las tres situaciones?

E: Cuando toca solo un punto, cuando no toca ninguno y cuando cae directamente en la línea de fuego.

D: Esa era la primera fila.

D: En la segunda que pusieron, la fórmula la de la ecuación, en esa fórmula ¿Qué debemos reemplazar allí? Nos acordamos de función lineal

E: la ye uno, la equis uno

D: la ye uno, la equis uno y ¿qué más?

E: y la eme

D: y la eme, para poder llegar a la ecuación

D: En la tercera, vamos a hacer una comparación de esas ecuaciones y en la cuarta, conclusiones, por ejemplo en la primera

E: El agua solo apaga cierta parte

D: Ha el agua solo apaga alguna parte porque apenas va a caer, se van a tocar solamente en una parte ¿qué conclusiones en la segunda?

E: Que no apaga el fuego

D: No apagaría porque está cayendo en otra parte, en la tercera, lo más probable es que apagaría

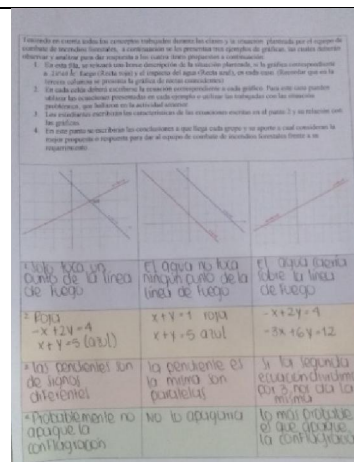


Foto 17. Taller Posibles caídas de agua sobre línea de fuego.

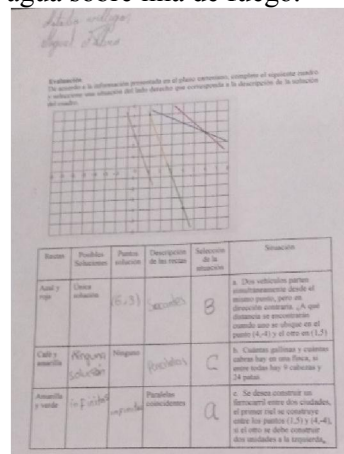


Foto 18: Evaluación Relación de gráficas de rectas con situaciones y con posibles soluciones.

<p>D: ¿Cómo se llaman esas rectas en la tercera?</p> <p>E: paralelas coincidentes</p> <p>D: Las primeras, ¿cómo se llaman?</p> <p>E: secantes</p> <p>D: Y las de la mitad</p> <p>E: Paralelas o paralelas no coincidentes, si quieren aclarar.</p> <p>(De Los Ríos, 2017, p.34)</p>	
---	--

Transcripción implementación unidad didáctica.

Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

En las respuestas de los estudiantes referentes a los puntos desarrollados en el taller, se notó la apropiación que fueron teniendo sobre las tres posibles caídas de agua sobre la línea de fuego, las preguntas hechas por la docente igualmente promovieron la socialización de los resultados y el uso de conceptos trabajados previamente, también realizaron una evaluación con el fin de retroalimentar las posibles posiciones de dos rectas, así como identificarlas en situaciones diferentes a la trabajada y orientarlos a la institucionalización de los conceptos.

En esta subcategoría cabe resaltar que se presentaron porcentajes significativos con la fase de indagación práctica EX-explicación docente, que hace relevante en la implementación de la unidad didáctica el interés de la docente por la comprensión de las situaciones por parte de los estudiantes, mediante una comunicación permanente recurriendo a preguntas que procuraron que las clases se realizaran de forma participativa, lo que no se observó en la *visión retrospectiva*, donde la docente, a pesar de haber utilizado también preguntas, estas no pretendieron indagar sobre la reflexión de los estudiantes frente a una situación, sino preguntas de poca exigencia cognitiva como ¿Qué valores le quieren dar a la  $x$ ?, ¿cuánto da la  $y$ ?, ¿Qué seguía de la tabla de valores?

Se observó también para esta subcategoría que el menor porcentaje de recurrencia se dio entre el ítem 2A-9, con EX-explicación docente, en solo un 2%, donde las actividades realizadas en el aula, no permitieron el desarrollo de otro tipo de comunicación u otra herramienta en los procedimientos, como la exploración por fuera del aula sobre situaciones similares en internet, periódicos y diferentes medios que permitieran ampliar la información.

#### 4.2.2 Enseñanza de las competencias disciplinares.

Esta subcategoría consiste en la forma como se produce la enseñanza de las competencias disciplinares, mediante actividades centradas en los estudiantes, trabajos grupales guiados por el docente utilizando un diálogo constante para que el proceso permita la resolución de problemas (González-Weil *et al.*, 2012).

Tabla 7.  
Porcentajes Enseñanza de las competencias disciplinares.

Competencia Científica						
Enseñanza de las competencias disciplinares						
	2B-15	2B-16	2B-17	2B-18	2B-19	2B-20
Indagación práctica	El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos.	El docente maneja correctamente las situaciones adidácticas presentadas durante el proceso de enseñanza	El docente diseña actividades que permiten generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas	Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.	El docente promueve en los estudiantes interés por la clase, atención y participación, a través de la formulación de preguntas.	El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de resultados.
INT- Construcción conjunta	18%	23%	3%	3%	14%	13%
INT- Sistematización	15%	3%	<b>31%</b>	21%	5%	5%

Fuente: Atlas.ti (De Los Ríos, 2017).

La Tabla 7 muestra la apropiación de la metodología de la indagación, en la práctica de la docente en la enseñanza de las competencias disciplinares, interpretados desde las fases de indagación práctica INT-Construcción conjunta e INT-Sistematización.

Se pudo observar que la mayor apropiación que tuvo la docente en su práctica, se dio cuando desarrolló actividades que permitieron a los estudiantes producir un plan de acción para resolver las situaciones planteadas, correspondiente al ítem 2B-17, con un porcentaje del 31% y que ocurrió simultáneamente con la fase de indagación práctica INT-Sistematización, propiciando trabajos en los que los estudiantes pregunten, aporten ideas y relacionen los saberes previos con las nuevas construcciones, lo que se pudo observar cuando se plantearon actividades en la unidad didáctica como:

**Acción:**

Haciendo uso de la idea intuitiva que se tiene de inclinación se plantea la siguiente actividad individual.

En una hoja del cuaderno, escriba en qué piensa usted cuando escucha o le hablan de la palabra INCLINACIÓN (la definición puede ser descrita mediante una oración que contenga la palabra)

En una bolsa de papel se ponen rectángulos de papel con un par de puntos del plano cartesiano, suficientes para cada uno de los estudiantes, uno de ellos llevará la bolsa al puesto de los

A(-5,1) B(1,-1)	P(2,-5) Q(5, 4)	R(0,3) S(6,-1)	C(-2,3) D(8,-1)	A(3,5) B(1, -4)
-----------------	-----------------	----------------	-----------------	-----------------

compañeros para que tomen una tira.

Cada uno sobre la misma hoja, debe trazar el plano cartesiano y ubicar sobre él los puntos que tiene y unirlos con una línea recta.

Fuente: Unidad didáctica (Buitrago, 2016).

Permitiendo inicialmente que los estudiantes aportaran ideas sobre el término inclinación, con el propósito de incluir posteriormente el concepto de pendiente y mediante la generación de un

plan de acción con la docente como guía, ir construyendo de manera conjunta la ecuación correspondiente a la línea de fuego de la situación planteada.

Ante la solicitud de que cada estudiante escribiera su interpretación sobre la palabra inclinación, se observaron diferentes ideas, desde la asociación de ésta con la pendiente de una recta hasta la relación con objetos del entorno como un cable, una escalera recostada, entre otros. Los estudiantes usaron sus conceptos previos sobre función lineal para el desarrollo de la actividad que propuso la docente en la construcción de las rectas y la socialización de las mismas, notándose participación y acompañamiento de la docente por los diferentes grupos, como se pudo observar en la siguiente transcripción.

D: Para ustedes ¿qué es inclinación? Cada uno en su cuaderno. ¿Quién nos quiere compartir?  
 E1: Yo profe, la inclinación es la pendiente de una recta  
 D: Muy bien, la inclinación es la pendiente de una recta, ¿Quién más?  
 E2: La inclinación es como hallar al lado hacia donde se mueve la recta  
 E3: Es como la caída de una recta  
 D: Si, Thalia, un cable, también, si lo estiramos, lo amarramos de un punto a otro con esta inclinación (hace movimientos con la mano)  
 D: Muy bien, alguien más quiere compartir ¿Qué tal las definiciones de los compañeros?  
 Bien  
 D: Entonces como ustedes ya habían trabajado con función lineal, lo asociaron con la pendiente y Carol entonces más a la vida cotidiana, recostar un palo a un pared, una escalera, que tanto la debemos recostar para que no se caiga, si, muy bien esa es la idea de inclinación.  
 (De Los Ríos, 2017 p.27)

D: Van a coger esas rectas y las van a estirar hasta donde más puedan ahí en el cuaderno, ustedes las hicieron unos hasta los puntos exactos, otros un poquito más, entonces prolonguenla por un lado y por el otro hasta donde más puedan ahí en el cuaderno  
 D: Natalia, ¿qué le pasó a la recta?, ¿cambió?  
 E1: Si  
 E2: No  
 D: ¿En qué?  
 E1: Los puntos  
 D: Juan José dice la inclinación no cambió, a muy bien pero es que Natalia dice los puntos,

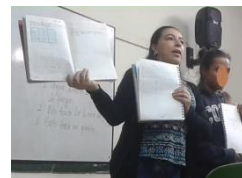


Foto 19. Socialización concepto de inclinación

¿qué pasó con los puntos?

E1: hay más puntos

E2: La recta es infinita

E3: No porque la recta siempre tiene puntos infinitos

D: Ha Gabriela dice es que la recta es infinita, y por eso mismo lo que dice Natalia, cambió los puntos, ¿cambiaron? de pronto cambiaríamos esa palabra "cambiaron" ¿por cuál?

Aumentaron, aumentaron los puntos pero la recta sigue siendo la misma. ¿Y la inclinación cambió?

E2: No

(De Los Ríos, 2017 p.29)

Transcripción implementación unidad didáctica.

Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

Se observa que la docente tomó las ideas de los estudiantes y las reconstruyó para llegar a la unificación del concepto y la claridad de que la inclinación en una recta, no cambia, seguidamente la docente propuso dar respuesta a dos preguntas, para dar continuidad al trabajo de los estudiantes de llegar a la ecuación que corresponde a la línea de fuego y que ofrezcan a la profesora la oportunidad de ver como generan un proceso de acciones para llegar a las respuestas esperadas, ejercicio que se realizó por grupos y que generó interacción entre estudiantes y docente como lo muestran los siguientes fragmentos y fotos:

D: van a responder estas dos (señala en el tablero dos preguntas), cual recta está más inclinada de las que ustedes observen ahí de los compañeros de grupo y ¿puedes calcular un valor que represente la inclinación con los dos puntos dados?

Grupo 1.

E: Profe ¿podemos utilizar la fórmula de la pendiente?

D: ¿y esos dos puntos nos sirven para esa fórmula?

E: Si

D: ¿Y qué va a dar esa pendiente, qué va a dar al ustedes hacer todo ese proceso, todas esas operaciones que hay ahí?

E: Un valor



Foto 20. Plan de acción Estudiantes.

Grupo 2.

E: Profe, tenemos una pregunta, ¿utilizamos la fórmula o escribimos que es y ya?

D: En la primera, usted me dice cuál es más inclinada, cual no y en la otra ahí dice, puedes calcular un valor entonces ahí están preguntando un valor, si es un cinco o un tres, un valor exacto, le están preguntando por un valor ¿Con esto que van a hallar?



Foto 21. Diálogo docente

E1: la pendiente

D: La fórmula de la pendiente, y ¿qué necesitan para hallar esa pendiente? Y estudiantes

E2: Los dos puntos

D: y ahí los tienen, y allá les estaban diciendo ¿se puede con los dos puntos dados?

E1: ¿Lo dividimos?

D: ha lo pueden dejar en fracción, pero esa fracción seis cuartos, ¿la pueden simplificar?

E3: Si

D: Si, entonces la dan simplificadita

E2: tres medios

D: Muy bien, Natalia, ¿positivo o negativo? Ojo con los signos

(De Los Ríos, 2017 p.30)

Transcripción implementación unidad didáctica.

Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

Para dar respuesta a las preguntas planteadas los estudiantes planificaron actividades como planteamiento de fórmulas, reemplazo y simplificaciones, ya que el concepto de pendiente les era familiar y propició momentos de diálogo permanente, al igual que en la socialización de resultados. Es decir, las actividades propuestas desde la unidad didáctica e implementadas por la docente en el aula, permitieron que los estudiantes preguntaran, aportaran ideas y relacionaran los conocimientos previos para las nuevas construcciones, de manera conjunta y con “preguntas “abiertas”, pidiendo a los estudiantes responder con sus propias palabras también tienen más probabilidades de entregar información sobre lo que saben y entienden” (Harlen, 2013. p.60), aspecto observado cuando los estudiantes manifestaron que con dos puntos se puede hallar la

pendiente, al igual que el resultado correspondió a una fracción que se les pidió simplificar y a lo cual respondieron asertivamente debido a sus conocimientos previos.

Finalmente, el proceso seguido por los estudiantes con la guía de la docente, los llevó a socializar la ecuación encontrada que hace parte de uno de los conceptos necesarios para la aplicación del método gráfico en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, notándose que la docente promovió desde su práctica la metodología de la indagación en cuanto a la comunicación de resultados, descritos en la siguiente transcripción:

D: ¿Quién me quiere colaborar con la ecuación? O bueno

¿Antes de la ecuación que hallaron?

E: la pendiente (sale un estudiante al tablero y copia la ecuación)

D: En la ecuación que reemplazamos

E: los puntos y la pendiente

D: Esta ecuación hay que tenerla en cuenta y nos va a dar respuesta al equipo de combates de incendios

D: ojo con esos reemplazos, miren que en esos reemplazos nos acordamos de los signos, cuando se

suma, cuando se resta, la multiplicación

D: Que más nos acordamos ahí, la pendiente nos dio fraccionarios, como sumamos fraccionarios

D. muy bien, Juan José, ahí podemos mirar esa pendiente ¿nos dio positiva o negativa?

E: negativa

(De Los Ríos, 2017 p.35)



Foto 22. Fórmula de la pendiente.



Foto 23. Fórmula de la ecuación.

Transcripción implementación unidad didáctica.  
Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

El fragmento anterior muestra que los estudiantes y la profesora avanzaron en la construcción conjunta del significado de pendiente para aplicarlo en la ecuación correspondiente que dio



solución al problema planteado, mediante un diálogo permanente, así como preguntas y respuestas que reafirmaron los conceptos trabajados, presentes en la implementación de la unidad didáctica y diferentes a los fenómenos observados en la *visión retrospectiva*, donde no se aprovecharon las ideas de los estudiantes para generar en el aula un ambiente participativo, lo que deja ver a la docente como centro de los procesos, en momentos como: “Dice la profesora: cero, uno, dos y démosle uno negativo, menos uno, cada uno cuando esté haciendo la evaluación o el ejercicio, cada uno le da los valores que quiera. ¿Qué hacíamos con estos valores, empezar a? reemplazarlos, cierto, entonces vamos a reemplazarlos, si esta equis vale cero, reemplazamos aquí, equis por cero (señalando en la ecuación) y entonces ¿cuánto da la ye? Seis menos cero....” (De Los Ríos, 2016, p.3); donde la docente se centró en la explicación de procedimientos para llegar a la solución sin permitirle a los estudiantes la realización de un plan de acciones en el cual ellos mismos llegaran a la construcción conjunta de significados ni a la socialización de los mismos, pues cuando no hay un aprendizaje significativo, que permita al alumno tener disposición para llegar al fondo, para relacionar y sacar conclusiones, este es fácilmente olvidado, superficial y puede ser un aprendizaje mecánico (Zabala, 2000).

Por otro lado, el menor porcentaje observado en la tabla, muestra que durante la implementación de la unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ , surgieron muy pocas situaciones adidácticas durante el proceso de enseñanza, por ejemplo el ítem 2B-16, tuvo un 3% con las actividades en que los estudiantes debían trabajar en grupo y propiciar nuevas construcciones. Situación que se puede interpretar desde las observaciones hechas a los estudiantes en los momentos en que debían utilizar conceptos previos como plano cartesiano, coordenadas, pendiente, función lineal y ecuación, los cuales fueron abordados con muy poca apropiación.

Es así, como se observó la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente, al posibilitar trabajos grupales que crearon ambientes de participación donde se socializaron resultados, e institucionalizaron conceptos como las posibles posiciones de dos rectas en el plano, momentos de diálogo que propició la docente al hacer preguntas orientadoras y utilizando un lenguaje disciplinar adecuado, que permitió la aportación de ideas de los estudiantes frente a las actividades propuestas.

### **4.3 Interactividad**

Para esta investigación la interactividad se define como “*la articulación de las actuaciones del profesor y de los alumnos en torno a una tarea o un contenido de aprendizaje determinado*”. (Coll, Colomina, Onrubia, Rochera, 1992, p. 191) y relacionada con la pregunta “¿Qué características tiene la interacción profesor-alumno y de qué manera apoya esta interacción el aprendizaje?” (González-Weil, *et al.*, 2012, p.89), analizada a partir de dos subcategorías: proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes, y andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.

#### **4.3.1 Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.**

Esta subcategoría se caracteriza por las relaciones entre docente y alumnos, lo que se ve posibilitado por la actitud de compromiso hacia el aprendizaje y donde se promueve la autonomía de los estudiantes, se retroalimenta y monitorea constantemente las actividades que se realizan durante la clase (González-Weil, *et al.*, 2012).

La siguiente tabla muestra los porcentajes de apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente en la subcategoría: Proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes, desde la fase HD-Involucrar de la indagación práctica.

Tabla 8.  
Porcentajes proceso activo y sistemático de negociación y construcción con los estudiantes.

Interactividad			
Negociación y construcción con los estudiantes			
	3A-21	3A-22	3A-23
Indagación práctica	El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula	El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo	El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes
HD-Involucrar	10%	16%	39%

Fuente: Atlas.ti (De Los Ríos, 2017).

El mayor porcentaje que se observa en la tabla y que fue relevante para la apropiación de la metodología de la indagación por parte de la docente al implementar la unidad didáctica, fue del 39% correspondiente al ítem 3A-23, donde se promovió la construcción compartida de significados y que ocurrió simultáneamente con la fase HD-Involucrar de la indagación práctica, cuando se plantearon situaciones que involucraron a los estudiante en la solución del problema el cual consistió en dar al piloto la coordenada del punto donde debía abrir la cisterna para combatir la conflagración, a través de la interacción constante entre los actores que intervinieron en el aula de clase y facilitados mediante la socialización de resultados y retroalimentación con preguntas que propiciaron un ambiente dialógico, donde los estudiantes participaron activamente con respuestas que permitieron indagar sobre los conceptos ya trabajados como las posibles formas de como el agua pudo impactar la línea de fuego, momentos observados en partes de

transcripciones como:

D: En la otra, ¿que hicimos? En la segunda ¿en la clase pasada?

E1: la mejor opción, ver las opciones que teníamos y escoger la mejor

D: Ver las opciones (escribe en el tablero), esas opciones ¿de qué? Natalia

E2: De dónde tenía que caer el agua para apagar la línea de fuego

E1: para apagar el fuego (Le corrige un compañero)

D: Muy bien Juan José, no para apagar la línea de fuego, porque la línea de fuego es la recta, sino para apagar la conflagración, pero bien Natalia, porque el agua tiene que caer sobre la línea de fuego

D: Juan José nos decía de las tres formas que miramos de cómo debía caer el agua, ¿cómo debía ser la caída del agua?, tuvimos tres, posiciones

E3: una era que el agua caiga directamente sobre la línea de fuego

D: Una, el agua cae directo sobre la línea de fuego (escribe en el tablero)

D: La otra, Luisa

E4: Que esté dos puntos por encima de la conflagración

D: Dos puntos por encima de la conflagración, ¿esa era ubicar qué?

E1: La línea de fuego

D: El otro era, entonces el agua cae directo sobre la línea de fuego, ¿el otro?

E5: que no lo toca

D: Que no toque, el agua no toca la línea de fuego

E: Que toca en un punto

D: Eso el agua solo toca un punto de la línea de fuego (escribe en el tablero).  
(De Los Ríos, 2017, p.26)

D: Muy bien, ahí retomamos en ese taller como todo, necesitamos llegar a la ecuación, en donde voy a utilizar los puntos y la pendiente que le vamos a dar al piloto donde va a abrir la cisterna, ustedes en el plano que escogimos en la primera sesión en la primera clase, que fue el de Andrés ahí ustedes deben tener el taller, porque cada grupo lo plasmó en una hojita pequeña.

D: Entonces, esos son los ejercicios que va a hacer allí, hallar la pendiente y hallar la ecuación con estos dos puntos que fueron escogidos de la situación de la conflagración.

D: Entonces miren que tenemos ecuación, gráfica y texto del correo, miren



Foto 24. Estudiante involucrado, retroalimentando los procesos realizados.




Foto 25. Institucionalización con los aportes de estudiantes.

<p>todo el proceso que ustedes han hecho tan importante, la ecuación es la de la línea de fuego y entonces ¿la de la línea del agua?</p> <p>E: Es la misma</p> <p>D: muy bien Luisa, la misma por que debe caer encima de ella, y porque son rectas</p> <p>E: paralelas coincidentes. (De Los Ríos, 2017, p.35)</p>	
---	--

Transcripción implementación unidad didáctica.  
Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

En estos fragmentos se observó como la docente propició la retroalimentación de los conceptos trabajados en la clase anterior, por medio de comunicación verbal con preguntas que contribuyeron a la participación de los estudiantes, notándose cómo entre ellos se daban aclaraciones de términos, con apropiación y sentido de los significados al aplicarlos en la situación de conflagración, de manera que se sintieran protagonistas comprometidos con el proceso de aprendizaje, así como comunicación de forma textual con talleres grupales que fueron socializados en el tablero, aprovechados por la docente para ir institucionalizando los conceptos necesarios para dar la solución a la situación e involucrarlos en la construcción de los nuevos conceptos que se presentan en el método gráfico, para luego explorar la apropiación de las acciones y aprendizajes adquiridos durante el desarrollo de las clases para llegar al requerimiento que da solución a la situación de conflagración, como se observó en las siguientes transcripciones.

<p>D: muchachos ¿Qué método estuvimos trabajando aquí en toda esta situación?</p> <p>E: El método gráfico</p> <p>D: El método gráfico, vimos las funciones, la ecuación en este método gráfico, en el método gráfico ¿cuántas posibles maneras hay de resolver?, ¿cuántas posibles caída de agua hay?</p> <p>E: tres</p>	 <p>Foto 26. Interacción con estudiantes</p>
--	---

D: Primero un punto cuántas soluciones hay allí

E: una sola

D: cuando no se tocan que son rectas paralelas ¿cuantas soluciones?

E: ninguna

D: y en este problema que nosotros tuvimos que son ¿paralelas coincidentes?

E: muchas

D: muy bien muchachos, ese es el método gráfico (reparte las evaluaciones), se pueden quedar así en grupo porque es más de análisis, de que ustedes pongan sus conclusiones ahí en la evaluación, y que escriban el correo.

D: (asesoría a estudiantes)

D: ¿Quién nos quiere compartir? la redacción de ese correo que le enviarían al equipo de combate

E: Nosotros

D: Ustedes, vamos a escuchar a los compañeros.

E1: Buenos días, nosotros como equipo matemático, para dar respuesta al requerimiento solicitado, realizamos los siguientes pasos, graficamos los puntos en el plano cartesiano, teniendo en cuenta la línea de fuego, la línea del agua, la dirección del helicóptero y la dirección del helicóptero según las condiciones dadas

E2: Luego analizamos las posibles caídas del agua, que por método gráfico nos dio tres posibles soluciones, pero la más efectiva es la de paralelas coincidentes, pues en esta el agua debe caer sobre la línea de fuego.

E3: Con esta gráfica también podemos hallar dos puntos, con estos la pendiente y luego la ecuación con este trabajo informamos que la cisterna se debe abrir en el punto menos siete coma tres y se debe cerrar en uno coma menos nueve, gracias por la confianza. (De Los Ríos, 2017, p.37)



Foto 27. Validación de procesos y presentación de la solución.

En estas transcripciones la docente propició la interacción con los estudiantes, los cuales durante el desarrollo de la actividad utilizaron un lenguaje que mostró la autonomía al momento de socializar los resultados, donde dieron respuesta a la situación presentada al inicio de la implementación de la unidad didáctica, dando la coordenada donde el piloto debía abrir la cisterna, para que el agua cayera justo sobre la línea de fuego. Lo que permitió igualmente, que los estudiantes validaran todo el proceso realizado, algunos de forma detallada, otros sintetizaron los conceptos de acuerdo con las diferentes representaciones que se trabajaron, como la textual con la comprensión del correo y redacción de la respuesta, la gráfica al plasmar sobre un plano cartesiano la situación y algebraica al hallar la pendiente y la ecuación correspondiente.

Los momentos de comunicación que se presentaron en el aula, fueron relevantes en la práctica de la docente al tener en cuenta que “la función primordial del habla en la interacción cara a cara es mediar y orientar la actividad conjunta” (Bustos, 2011, p. 96) propiciando ambientes de participación y ejercicio del discurso, donde se observó que los estudiantes integrantes de cada grupo, aportaron de manera activa y mostraron compromiso y decisión al exponer sus resultados.

La interacción constante entre docente y estudiantes durante la implementación de la unidad didáctica y las actividades grupales programadas, que posibilitaron una construcción conjunta de significados, no fueron observadas en la *visión retrospectiva*, ya que los momentos de trabajo colaborativo fueron pocos, sin permitir involucrar a los estudiantes en las soluciones de ejercicios propuestos, ni en la socialización de resultados, puesto que la clase transcurrió bajo las explicaciones de la docente, durante largos ratos como un monólogo que hizo mantener a los estudiantes con una actitud pasiva y no permitió indagar sobre la comprensión de los conceptos, observados en momentos como:

D: entonces en este caso el ángulo va a ser de elevación porque estamos observando la copa del árbol; (la profesora escribe en tablero) un ángulo de elevación de  $46^\circ$ , aparecía en la gráfica, hasta ahí vamos bien. No hay necesidad de colocar con respecto a la horizontal, hay unos problemas que a usted le dirán, con respecto a la horizontal, cierto, pero ustedes saben que un ángulo en posición normal de trigonometría se trabaja con esa recta, en posición normal, cierto.

La profesora lee lo del tablero: Desde un punto A, se observa con un ángulo de elevación de  $46^\circ$ .

D: ¿Qué se observará desde ahí?

E: La copa del árbol

D: Hacia allá, cierto, porque la gráfica nos tiene que dar... (escribe en tablero) La copa de un árbol

De ahí para nosotros poder completar un triángulo rectángulo, nos deben dar otras medidas cierto entonces yo voy a dar, teniendo en cuenta la que había en el video, yo voy a dar esta distancia, (señala en el tablero). La distancia del punto A (copia en el tablero) ¿a quién?

E: al árbol

D: al árbol o a la base del árbol, cierto es de 41 m. (escribe en el tablero), ahí las medidas pues dependiendo de cada problema que vaya a realizar. Con estos datos que puedo hallar y que me pueden pedir, entonces con estos hallar la altura del árbol. (De Los Ríos, 2016. p.7)



Foto 28. Ausencia interacción Docente y estudiante

Transcripción visión retrospectiva – imágenes.  
Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2016).

Las clases centradas en explicaciones de la docente, limitaron las posibilidades de comunicación, socialización de resultados e interacciones en el aula, acompañada de episodios de explicación, como se observa en la fotografía a la profesora realizando todo el procedimiento de resolución del ejercicio de la altura del árbol, sin indagar los saberes previos ni la comprensión de los estudiantes, los trabajos grupales se realizaron al finalizar la clase, con el objetivo de ejercitar lo expuesto, aprendiendo a través de transmisión, cuando las actividades prácticas se hacen solo para seguir instrucciones, con poca participación para decidir sobre lo que se hace (Harlen, 2013), como se observó en las siguientes transcripciones.



D: Entonces nos habrían dado este lado que es... adyacente y nos pedirían hipotenusa, con coseno y el despeje sería... Fácil. Muchachos a partir de este problema, después trabajamos taller con más ejercicios, y hay otros inclusive donde nos dan dos triángulos, entonces ustedes analizan uno y luego el otro, para hallar una distancia.

Entonces van a trabajar en grupo de cuatro, les voy a pasar el tallercito lo trabajan por favor en el cuaderno con las preguntas que tenga el taller, dentro del taller también viene un resumen, como les pareció el video, que enseñanza, a pesar de que fue tan cortico, pero igual me hacen el comentario del video (De Los Ríos, 2016. p.11)



Foto 29. Docente orienta realización de taller.

Transcripción visión retrospectiva – imágenes.

Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

La docente propuso un taller para ejercitar lo trabajado en clase, como se muestra en la fotografía, orienta a los estudiantes ya organizados en grupo para que observen lo desarrollado en el tablero y lo puedan reproducir con otros ejercicios.

Por otro lado, en la Tabla 7, se observó que el menor porcentaje correspondió al ítem 3A-21, con un 10%, donde la docente a pesar de proponer actividades que favorecieran el trabajo colaborativo, especialmente cuando los estudiantes se involucraron en el desarrollo de talleres que les diera la posibilidad de llegar a las soluciones en el grupo, estas no ocurrieron en gran parte simultáneamente con la fase INT-involucrar, ya que la docente no observó la participación y la comunicación que se daba al interior de los grupos de trabajo, ni tuvo en cuenta si todos los participantes se involucraron en el desarrollo de las actividades, así como las habilidades que cada estudiante mostraba al relacionarse con sus compañeros.

### 4.3.2 Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes

La subcategoría “andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes” para esta investigación se aborda desde los diferentes apoyos que presta el docente según el estado de avance de los estudiantes o grupos, permitiéndole observar la apropiación de los conocimientos (González-Weil, *et al.*, 2012).

La siguiente tabla muestra la apropiación de la metodología de la indagación en la práctica de la docente desde la fase EX-Construcción de significados, presentadas según los porcentajes de cada ítem de la subcategoría.

Tabla 9.  
Porcentajes Andamiaje a partir de los requerimientos de los estudiantes.

	Interactividad			
	Andamiaje			
	3B-24	3B-25	3B-26	3B-27
Indagación práctica	El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje	El docente ofrece ayuda ajustada al estudiante para la construcción del nuevo conocimiento	El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que se debe llevar a cabo	El docente facilita y regula el aprendizaje
EX-Construcción de significados	18%	10%	11%	<b>30%</b>

Fuente. Atlas.ti (De Los Ríos, 2017).

El mayor porcentaje observado en la tabla, en el cual la docente mostró apropiación de la metodología de la indagación, se presentó cuando las actividades propuestas facilitaron y regularon el aprendizaje, correspondiente al ítem 3B-27, con un 30% y que ocurrió simultáneamente con la fase EX-Construcción de significados donde los estudiantes aportaron ideas, generándose un diálogo entre la docente y el estudiante, así como entre ellos, facilitando la

construcción de nuevos conocimientos, a través de preguntas que fueron aprovechadas para indagar los conceptos previos como plano cartesiano, función lineal, pendiente y ecuación que pudieran utilizar para validar los procesos, posteriores como el reconocer que dos rectas paralelas tienen la misma pendiente, lo que se puede observar en los siguientes fragmentos de transcripción:

D: Ahora muchachos, hoy para finalizar, debemos dejar acordado los dos puntos que decidamos para decirle al piloto ¡suelte aquí el agua! Que eso es lo que nos están pidiendo en el correo y para eso vamos a trabajar entonces, ¿qué hemos trabajado aquí?

E: Rectas

D: Rectas, muy bien con líneas rectas. Esas líneas rectas ¿Qué clase de función puede ser?

E: Función lineal

D: A cada recta le corresponde una ecuación y hoy vamos a llegar a mirar cual es la ecuación de estas rectas (De Los Ríos, 2017, p.27).

D: Si ya tenemos claro el concepto de inclinación, ¿cómo la asociamos con función lineal?

E: con la pendiente

D: ¿Con que letra representamos la pendiente?

E: con la eme

D: con la eme, ¿cómo la podemos calcular?

E: Con dos puntos

D: y otra pregunta muchachos, ¿para qué nos sirve esa pendiente?

E: para resolver una ecuación. (De Los Ríos, 2017, p.32)

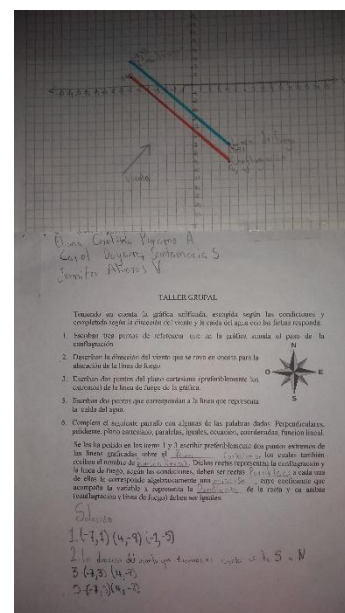


Foto 30. Taller y gráfico función lineal.

Transcripción implementación unidad didáctica.  
Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

El fragmento anterior muestra que la docente pretendió que los estudiantes de forma general, llegaran a centrar las actividades realizadas como el taller, las gráficas y los conceptos trabajados en un solo significado, que fue el de función lineal, con el objetivo de retroalimentar los procesos

llevados hasta el momento y con estos construir conjuntamente la respuesta del problema planteado, no solo de forma gráfica, sino usando sus conocimientos previos como el concepto de pendiente y ecuación de una recta, de manera que las actividades siguientes propiciaran espacios para la regulación que los lleve a la construcción de nuevos conocimientos, como las posiciones relativas entre dos rectas, en participaciones como las que se observan en el fragmento e imágenes:

D: ¿Cuál es la mejor opción de la caída del agua?

E: Sobre la línea de fuego

D: Sobre la línea de fuego, entonces que ya nos vaya quedando todo como resumido en ese plano que ustedes van a hacer allí

D: como dijimos ¿Cómo son estas rectas de acuerdo a sus posiciones?

E: Paralelas

D: Paralelas, cierto, la línea morada que aparece aquí que es la línea de fuego y el agua, ¿Cómo es con respecto a la línea zapote que es la conflagración?

E: Paralela

D: ¿cómo es la línea morada? que es la de agua, ¿con la que hay por debajo? ¿De qué color la pintaron? ¿Que debe ser cuál?

E: sobre la línea

D: sobre la línea de fuego, ¿Cuál es la posición relativa que se dio entre esas dos?

E: Paralelas coincidentes

D: Paralelas coincidentes, muy bien.

D: En las otras dos opciones que vimos cuando el agua tocaba un solo punto, esa es otra solución que puede haber entre dos líneas, que solo se toquen en un punto y la otra opción eran paralelas pero no coincidentes, que no se tocaran. (De Los Ríos, 2017, p.24)

D: Ahí hay unos puntos específicos de la línea de fuego, es el mismo que ustedes tienen en el taller, entonces con este, que este es el de la situación del correo, van ustedes a mirar la pendiente, con esos dos puntos hallan la pendiente y con esos dos puntos ¿podemos llegar también a la ecuación de la función lineal correspondiente?

E: Si

D: (asesoría por los diferentes grupos) ojo con los signos

20:48 D: haber ustedes, ¿cómo sumamos fracciones?

E: en cruz

D: Si, entonces hágalo por ahí a parte.

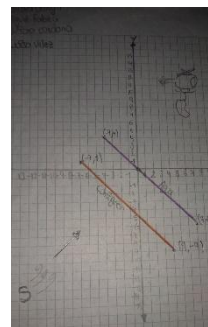


Foto 31. Construcción de estudiante. Situación de conflagración.

D: esa pendiente ¿nos dio positiva o negativa?

E: negativa

D: Negativa, y miren la recta ¿hacia dónde va?

D: La ecuación es la de la línea de fuego y entonces ¿la de la línea del agua?

E: Es la misma

D: muy bien Luisa, la misma por que debe caer encima de ella, y porque según su posición ¿esas dos rectas como son?

E: paralelas coincidentes. (De Los Ríos, 2017, p.35)

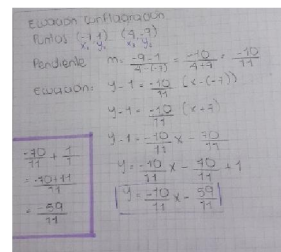
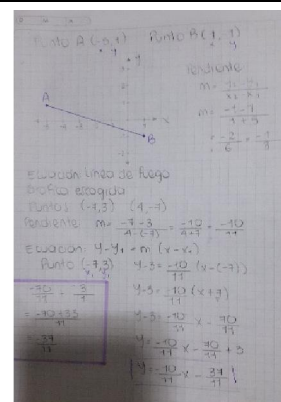


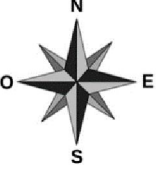
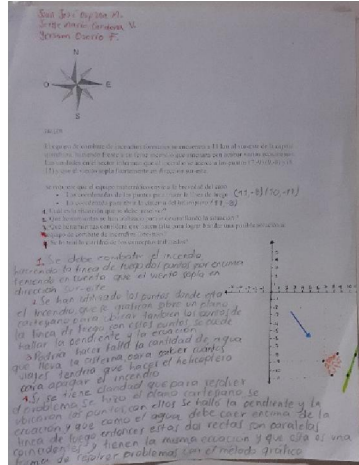
Foto 32.

Procedimientos para calcular la pendiente y las ecuaciones con el gráfico de la situación.

Transcripción implementación unidad didáctica.  
 Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2017).

En las observaciones que hizo la docente de las intervenciones de los estudiantes, se notó a medida que se avanzaba en las sesiones de clase, una reiterada participación, al dar respuesta de conceptos trabajados en la mayoría de los estudiantes, como rectas paralelas coincidentes, así como los que confundieron el fuego (que se determinaba con una recta), con la línea de fuego que es otra recta diferente y se graficaba dos puntos después de la conflagración, según la dirección del viento, lo que orientaba a la docente sobre los estudiantes que podían construir sus posibles soluciones solos y los que necesitaban ayuda para comprender lo que realizaban, por lo cual “se debe llevar a cabo una acción de observación del proceso de cada alumno para retirar las ayudas y asegurarse, así, de que el alumno actúa de forma autónoma” (Zabala, 2000, p.105),

situación que fue intencionada desde la unidad didáctica, cuando los estudiantes desarrollaron trabajos grupales en los que debieron hacer uso de sus conocimientos previos sobre función lineal, tanto en su representación gráfica como algebraica, con lo que se pudo indagar que, después de conceptualizar por medio de la situación problema, las posiciones relativas entre dos rectas, los estudiantes validaron que las rectas y sus correspondientes ecuaciones (línea de fuego y agua), eran iguales y estas con la ecuación de la recta que simulaba la conflagración eran paralelas, por lo cual su pendiente era igual como se observa en la Foto 32 correspondiente a la ecuación hallada por un estudiante, para seguir el proceso de institucionalización de las soluciones de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2 por el método gráfico, aplicado a una situación de contexto real, con talleres como el siguiente:

<p><b>TALLER</b></p> <p>El equipo de combate de incendios forestales se encuentra a 11 km al sur-este de la capital Quindiana, haciendo frente a un feroz incendio que amenaza con acabar varios ecosistemas.</p> <p>Las unidades en el sector informan que el incendio se acerca a los puntos (7,-9) (9,-8) y (8,-11) y que el viento sopla fuertemente en dirección sur-este.</p> <p>Se requiere que el equipo matemático envíe a la brevedad del caso</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Las coordenadas de los puntos para trazar la línea de fuego</li> <li>- La coordenada para abrir la cisterna del helicóptero</li> </ul> <p>¿Cuál es la situación que se debe resolver?</p> <p>¿Qué herramientas se han utilizado para ir desarrollando la situación?</p> <p>¿Qué herramientas considera que hacen falta para lograr brindar una posible solución al equipo de combate de incendios</p>		 <p>Foto 33. Resolución de taller.</p>
---	--	--

<p>forestales?</p> <p>¿Se ha tenido claridad de los conceptos trabajados?</p> <p>Con esta actividad se pretende verificar el avance que se ha tenido acerca del entendimiento de la situación y su relación con los sistemas de ecuaciones lineales.</p>	
--	--

Fuente: Unidad didáctica (Buitrago, 2016).

Con estas actividades la docente facilitó el aprendizaje y la utilización de los conceptos trabajados para indagar las conclusiones de los estudiantes sobre el proceso llevado para la solución al problema requerido y su aplicación, como se muestra en la Foto 33, cuando un grupo de estudiantes graficó la situación presentada, sobre un plano cartesiano, aunque en el taller no se les solicitó dicha modelación, ésta hizo parte del proceso y fue relevante para la solución por método gráfico, al igual que en su lenguaje se notó que las explicaciones de los fenómenos naturales, en este caso, se describieran de forma matemática debido a la apropiación de los conceptos, que les permitió la construcción de significados como el de rectas paralelas coincidentes y sus ecuaciones correspondientes, para dar solución al abordar problemas de su entorno y que no se presentaron en la *visión retrospectiva* ya que la docente, aunque recurrió a la explicación docente para guiar y apoyar los conceptos a trabajar, estos solo fueron significados por ella misma, sin permitir la participación ni la posibilidad de que los estudiantes hicieran parte de esta construcción con sus ideas, como se puede observar en la siguiente transcripción:

<p>D: Entonces muchachos vamos a coger la primera ecuación equis más ye igual a seis, de ahí vamos a despejar la ye, ¿qué es despejar la ye?, dejarla solita, entonces vamos a coger la primera ecuación (la copia de nuevo en el tablero), si vamos a despejar la ye entonces que es lo primero que hacemos... ¿vamos a mover la ye de este puesto?, (los estudiantes dicen que no), el seis? (los estudiantes dicen que no), entonces que hacemos con la equis.</p>
---

E: la pasamos.

D: la pasamos al otro lado a restar, listo, cierto, esa está fácil porque no hay más coeficientes; ahí ya tenemos despejada la  $y$ . ¿Quién se acuerda para graficar que era lo otro que hacíamos?

E: hacíamos el cuadrado

D: y cómo se llama ese cuadrado

E: tabla de valores

D: tabla de valores, entonces vamos a hacer tabla de valores,... ¿si se acuerdan (la profesora dibuja en el tablero la tabla), entonces vamos a acordarnos de esa tabla, ¿cómo le llamábamos a esta variable equis

D: ¿variable qué?

E: independiente

D: ¿independiente o dependiente?

E: a no dependiente y otro estudiante afirma: independiente

D: independiente, entonces la equis es la variable independiente, ¿Por qué la llamamos independiente?

D: porque nosotros le damos el valor que... queramos, no depende de nada, depende de cada uno el valor que le quiera dar a la equis, por eso se llama independiente y la  $y$ ,... la variable dependiente

(De los Ríos, 2016 p.2)



Transcripción visión retrospectiva – imágenes.

Fuente: Elaboración propia (De Los Ríos, 2016).

La docente a pesar de plantear preguntas, estas fueron de respuestas cortas, de nombres puntuales o de las que solo requerían recordar algún procedimiento, con el fin que el estudiante aportara con sus conocimientos previos al desarrollo del ejercicio, sin permitir la construcción de significados que los llevara a nuevos saberes, como se puede observar en la foto, la docente fue desarrollando paso a paso el ejercicio de graficar una recta, procedimiento que pudo ser llevado a cabo por los estudiantes y con esto fortalecer la autorregulación, así como observar las



fortalezas y dificultades de cada uno, respecto a ese tema, lo que pudo haber posibilitado un apoyo por parte del docente ajustado a las necesidades de los alumnos.

Por otro lado el menor porcentaje que muestra la tabla, correspondió al ítem 3B-25, con un 10%, hallazgo en el que se puede interpretar que la práctica de la docente, no mostró suficiente apropiación de la metodología de la indagación en relación con esta característica, cuando no ofreció ayuda ajustada al estudiante, para la construcción del nuevo conocimiento una vez que se observó en pocos momentos de la implementación de la unidad didáctica, debido a que los estudiantes no solicitaron apoyo cuando se estaban construyendo los significados, ya que las actividades programadas, iniciaban con una retroalimentación de los conceptos anteriormente trabajados, por lo cual los estudiantes durante todas las sesiones, con su comunicación en grupo y validación de procesos, mostraron que las apropiaciones individuales, facilitaron el desarrollo de las actividades y la institucionalización de los conceptos a partir de las ideas de los estudiantes para la construcción de la solución de la situación planteada.

El análisis anterior, permitió inferir que la docente se apropió de la metodología de la indagación en su práctica, una vez que las actividades desarrolladas, facilitaron y procuraron la regulación del aprendizaje con el aporte de ideas de los estudiantes, involucrándolos con preguntas y creando un ambiente activo de intercambios comunicativos, tanto docente y estudiantes como estudiantes entre sí.

## Capítulo V. Conclusiones y recomendaciones

### 5.1 Conclusiones

Una de las características del proyecto consistió en la observación directa de la docente, quien a la vez de ser participante, fue también investigadora, al presentar de forma descriptiva la reflexión de su propia práctica, lo que permitió percibir los fenómenos ocurridos dentro del aula de forma natural.

La *visión retrospectiva* tomada para esta investigación como antecedente, permitió a la docente interpretar las acciones que fueron influenciadas por la teoría, los conocimientos y prácticas recibidas durante la formación post gradual, así como aquellas rutinas adquiridas que necesitan ser analizadas y potencializadas al servicio de la enseñanza.

La planeación, diseño e implementación de una unidad didáctica, exigió a la docente usar elementos teóricos, que contribuyeron a consolidar la preparación disciplinar y didáctica, también permitió con los hallazgos encontrados, interpretar la apropiación de la metodología de la indagación desde las categorías *secuencia didáctica*, *competencia científica e interactividad* en su práctica docente, dando respuesta a la pregunta planteada ¿cómo interpretar las apropiaciones de la metodología de la indagación en la práctica docente, a través de una unidad didáctica para la enseñanza del método gráfico en la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2, en estudiantes de grado noveno?

La observación de la práctica docente desde la *secuencia didáctica*, permitió concluir que las actividades realizadas en el aula iniciaron abordando el objeto matemático desde el planteamiento de una situación en un contexto real, organizada y ajustada a los conocimientos previos de los estudiantes, con el propósito de involucrarlos en el proceso de llegar a la solución

del problema, construyendo conjuntamente nuevos conceptos con el acompañamiento constante, y la utilización de recursos que facilitaron la comprensión de la situación. Acciones que permitieron trabajar individual y colectivamente, valorando los aportes y construcciones entre pares, observándose un ambiente de participación, evitando una actitud pasiva de los estudiantes dentro del aula.

La categoría *competencia científica* arrojó el mayor porcentaje de coocurrencia entre los ítems de la práctica docente y la metodología de la indagación, según los resultados del programa Atlas.ti, al hacer el proceso de codificación de la práctica de la docente. Se identificó la implementación de actividades que permitieron a los estudiantes la argumentación, explicación y planeación de sus ideas; a través de la generación de preguntas, utilizadas con el objetivo de indagar las ideas previas, propiciando una construcción dialógica entre docente y estudiantes para llegar a significados conjuntamente. Esto se hizo posible gracias a la apropiación disciplinar de la docente, que fue afianzada con la teoría abordada para el diseño de la unidad didáctica. Igualmente durante su implementación se destaca, que la mayoría de las preguntas formuladas, obtuvieron respuestas asertivas por parte de los estudiantes, lo cual fue relevante en esta categoría, contrario a las preguntas realizadas en la *visión retrospectiva*, las cuales fueron muy pocas y en su mayoría, contestadas por la docente.

Desde la categoría *interactividad* se observó que en la práctica de la docente los estudiantes fueron el centro de desarrollo de las actividades propuestas, con un alto porcentaje de participación, la cual se dio inicialmente de manera individual y luego grupal. Las exposiciones correspondientes al trabajo realizado, permitieron ver desde la metodología de la indagación que los estudiantes se involucraron en la situación planteada, indagaron posibles soluciones e institucionalizaron los conceptos con el docente como guía, evitando la presencia de altos

porcentajes en la actividad de explicación por parte del docente; situación contraria aconteció en la *visión retrospectiva*, donde emergieron categorías que ubicaron su práctica en el desarrollo de las clases desde la transmisión de los conceptos y la ejercitación de algoritmos, lo que contribuyó a que la docente fuera el centro de las actividades realizadas.

## 5.2 Recomendaciones

Las recomendaciones propuestas para esta investigación, tienen como propósito aumentar en futuros trabajos las características que presentaron porcentajes significativamente bajos, y que permitieron reflexionar sobre la práctica para obtener un mejor alcance de los objetivos planteados, así como la búsqueda de estrategias que fortalezcan las capacidades de reflexión de la práctica docente en la enseñanza de la matemática.

En este sentido, se sugiere incluir preguntas que generen en los estudiantes la formulación de hipótesis, que planteen no solo acciones a seguir, sino posibles soluciones, que permitirían al docente flexibilizar sus estrategias de acuerdo a las necesidades de los estudiantes. Así mismo se debe dar un mejor manejo del tiempo, especialmente en los trabajos grupales, que permita, al finalizar cada sesión, la revisión y la evaluación de los procesos llevados a cabo.

Igualmente se recomienda implementar actividades que permitan el desarrollo de otro tipo de comunicación, como espacios virtuales que amplíen los conceptos trabajados. Incluir acciones intergrupales que propicien mayor participación de cada estudiante, evitar que las contribuciones de cada grupo sean socializadas por el mismo estudiante. Se debe tener en cuenta la utilización de herramientas tecnológicas (micrófonos, grabadoras, software), que proporcionen al docente información sobre la comunicación que se genera entre los estudiantes, o al interior de los grupos al desarrollar las actividades, ya que permitirían una descripción más detallada de la

participación y aporte frente a una tarea, de la comprensión de la situación y de las fortalezas y debilidades de los estudiantes.

Se deben propiciar espacios para la autoevaluación y la autorregulación con actividades que permitan a los estudiantes plantear situaciones similares que se puedan resolver por el método gráfico, donde se pueda observar la puesta en práctica de los nuevos conocimientos, ya que en la implementación de la unidad didáctica, se observó la validación e institucionalización del objeto matemático, sin permitir indagar la apropiación de éste en otros contextos.

Es pertinente la reflexión constante de la práctica docente y la creación de comunidades de aprendizaje, que posibiliten identificar metodologías apropiadas para la enseñanza de la matemática, y que contribuyan al desarrollo de conocimientos y competencias científicas de las nuevas generaciones según las demandas de su entorno.

## Referencias bibliográficas

- Amador, J. F., Rojas, J. L. y Sánchez, H. G. (2015). *La indagación progresiva con ayudas hipermediales dinámicas en el currículo escolar del Archipiélago de San Andrés, Providencia y Santa Catalina*. Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Andrade, L., Perry, P., Guacaneme, E. y Fernández, F. (2003). *La enseñanza de las matemáticas: ¿en camino de transformación?* Revista Latinoamericana de Matemática Educativa A.C., 80-106.
- Bernal, M. Castro, D. Pinzón, A. Torres, Y. Romero, I. (2012). *Método gráfico para resolver sistemas de ecuaciones lineales 2x2*. En P. Gómez (Ed.), *Diseño, implementación y evaluación de unidades didácticas en matemáticas em MAD 1* (p. 220- 260). Bogotá: Universidad de los Andes. Disponible en <http://funes.uniandes.edu.co/1893/>
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Libros del Zorzal.
- Buitrago, A. (2016). *Unidad didáctica. Línea de fuego. Método gráfico para la solución de sistemas de ecuaciones 2x2*. Universidad Tecnológica de Pereira. Maestría en Ciencias de la Educación. Documento sin publicación.
- Bustos, A. (2011). *Presencia docente distribuida, influencia educativa y construcción de conocimientos en entornos de enseñanza y aprendizaje basados en la comunicación asincrónica escrita. Tesis doctoral. Facultad de Psicología evolutiva y de la educación*. Universidad de Barcelona.
- Callejo, M. (2006). *Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*. La Gaceta de la RSME. vol, 9. p.163.
- Cerda, H. (1.991). *Los elementos de la investigación, capítulo 7. Medios, instrumentos, técnicas y métodos en la recolección de datos e información*. Recuperado de <https://drive.google.com/file/d/0ByJKdYF9NkPwaDhXb1ZRYmpSakE/view>
- Céspedes de los Ríos, G. A., y González Aguirre, G. (2012). *La interactividad en la enseñanza y el aprendizaje de la unidad didáctica suma de números fraccionarios en grado séptimo, con apoyo de TIC*. (Tesis de Maestría). Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira.
- Coll, C. (1991). *Aprendizaje escolar y construcción del conocimiento*. Barcelona: Paidós.
- Coll, C., Colomina, R., Onrubia, J. y Rochera, M. J. (1992) *Actividad conjunta y habla: una aproximación al estudio de los mecanismos de influencia educativa*. Madrid: Infancia y Aprendizaje, 59 (60), 189-232.

- Congreso de la república de Colombia. (1994). Ley General de Educación. Obtenido de [http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906\\_archivo\\_pdf.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf)
- Cristóbal, C. y García, H. (2013). *La indagación científica para la enseñanza de las ciencias*. Ministerio de Educación del Perú y Universidad Peruana Los Andes. I.E.P María Auxiliadora - Huancayo – Perú
- De Guzmán, M. (1989). *Juegos y matemáticas*. SUMA, 4, 61-64.
- De Lella, C. (1999). *I Seminario Taller sobre Perfil del Docente y Estrategias de Formación. Modelos y tendencias de la Formación Docente*. Lima, Perú: Organización de estados iberoamericanos.
- De Los Ríos, N. (2016). *Visión Retrospectiva*. Universidad Tecnológica de Pereira. Maestría en Educación. Documento sin publicación.
- De Los Ríos, N. (2017). *Transcripción aplicación unidad didáctica*. Universidad Tecnológica de Pereira. Maestría en Educación. Documento sin publicación.
- Escamilla, A. (1992): *Unidades didácticas, una propuesta de trabajo en el aula*. Zaragoza: Luis Vives. Colección Aula Reforma.
- Godino, J. (2010). *Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecnocientífica*. Disponible en, <http://www.ugr.es/local/jgodino>
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria* (Tesis Doctoral). Universidad de la Rioja, La Rioja, España.
- Gómez, M. (2001). *Análisis de situaciones didácticas en Matemáticas*. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- González-Weil, C., Cortés, M; Bravo, P; Ibaceta, Y; Cuevas, K; Quiñones, P; Maturana, J y Abarca, A. (2012). *La indagación científica como enfoque pedagógico: estudio sobre las prácticas innovadoras de docentes de ciencia en EM (Región de Valparaíso)*. Estudios Pedagógicos XXXVIII, 86-102
- González-Weil, C., Martínez, M., Galax, C., Cuevas, K. y Muñoz, L. (2009). *La educación científica como apoyo a la movilidad social: desafíos en torno al rol del profesor secundario en la implementación de la indagación científica como enfoque pedagógico*. (Valdivia, Ed.) Estudios Pedagógicos XXXV, 67-78.
- Harlen, W. (2013). *Capítulo 5 Implementando la evaluación formativa de ECBI. Evaluación y Educación en Ciencias basada en la indagación: aspectos de la política y la práctica*. Italia: Global Network of Science Academies (IAP). Science Education Programme (SEP).
- Hernández, R. (2014). *La Investigación cualitativa a través de entrevistas: Su análisis mediante teoría fundamentada*. Universidad Internacional de la Rioja (España).
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2010). *Metodología de la investigación* 5ª Edición. Mac Graw Hill.

- ISCE. (2015). *Índice sintético de calidad*. icfesinteractivo.gov.co 2015.
- Martínez Nicolás, M., y Saperas Lapiedra, E. (2011). *La investigación sobre Comunicación en España (1998-2007)*. Análisis de los artículos publicados en revistas científicas. *Revista latina de comunicación social*, (66).
- MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Lo que los estudiantes deben saber y saber hacer con lo que aprenden*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- MEN. (2013). *Sistema colombiano de formación de educadores y lineamientos de política*. Bogotá: Imprenta Nacional de Colombia.
- MEN. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje*. Obtenido de Ministerio de Educación Nacional: [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446\\_genera\\_dba.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_genera_dba.pdf)
- MEN. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional.
- Nathan, M. J., Stephens, A. C., Masarik, D. K., Alibali, M. W., y Koedinger, K. R. (2002). Representational fluency in middle school: A classroom study. In *Proceedings of the twenty-fourth annual meeting of the North American chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 462-472). Columbus, OH: ERIC Clearinghouse for Science, Mathematics and Environmental Education.
- Perkins, D. (2010). *El aprendizaje pleno. Principios de la enseñanza para transformar la educación*. Buenos Aires: Paidós.
- Rico, L. (2007). *La competencia matemática en PISA*. PNA, 47-66.
- Salinas, M. (2007). *Errores sobre el sistema de numeración decimal en estudiantes de magisterio*. *Investigación en educación matemática*, 381-390.
- Sadovsky, P. (2005). *La teoría de situaciones didácticas: un marco para pensar y actuar la enseñanza de la matemática*. *Reflexiones teóricas para la educación matemática*, 5, 13-66.
- Segura, M. (2004). *Sistemas de ecuaciones lineales: una secuencia didáctica*. *Relime Vol. 7, Núm.1*, (p. 49-78)
- Sanmartí, N. (2005). *La unidad didáctica en el paradigma constructivista, capítulo 1. Unidades didácticas en ciencias y matemáticas*. Bogotá: Editorial magisterio
- Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. Medellín: Universidad de Antioquia.
- Uzcátegui, Y., y Betancourt, C. (2013). *La metodología indagatoria en la enseñanza de las ciencias: una revisión de su creciente implementación a nivel de Educación Básica y Media*. *Revista de Investigación*, 37(78).



Uzuriaga, V. y Sánchez, H. (2015). *Macroproyecto de matemáticas: La metodología de la indagación en la enseñanza y aprendizaje de la matemática*. Universidad Tecnológica. Maestría en Educación. Documento sin publicación.

Zabala, A. (2000). *La Práctica Educativa. Como enseñar*. Barcelona: Editorial Graó.

## Anexos

### Anexo 1. Instrumento para la recolección de la información.

GRADO:

FECHA:

INSTITUCION:

<b>SECUENCIA DIDACTICA</b>	Actividad modular	1A-1	Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.
		1A-2	El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.
		1A-3	El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento.
	Momentos de la clase flexible	1B-4	El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes.
		1B-5	El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza
		1B-6	El docente acompaña los estudiantes en los procesos que se realizan en la construcción de nuevos conocimientos.
<b>COMPETENCIA CIENTIFICA</b>	Promoción de conocimientos, capacidades y actitudes	2A-7	El docente hace preguntas orientadoras y retadoras que tienen relación con las inquietudes de los estudiantes que surgen del proceso de aprendizaje
		2A-8	La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes
		2A-9	El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos realizados en la clase.
		2A-10	El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.
		2A-11	El docente aplica estrategias que permiten a los estudiantes la articulación de los saberes previos con el nuevo aprendizaje.
		2A-12	El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado por los estudiantes.
		2A-13	El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.
		2A-14	El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje.
	Enseñanza de las competencias disciplinares	2B-15	El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados
		2B-16	El docente maneja correctamente las situaciones adidácticas presentadas durante el proceso de enseñanza.
		2B-17	El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.
		2B-18	Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.

		2B-19	El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.
		2B-20	El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de resultados.
<b>INTERACTIVIDAD</b>	Negociación y construcción con los estudiantes	3A-21	El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.
		3A-22	El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo.
		3A-23	El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.
	Andamiaje	3B-24	El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.
		3B-25	El docente ofrece ayuda ajustada al estudiante para la construcción del nuevo conocimiento
		3B-26	El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.
		3B-27	El docente facilita y regula el aprendizaje.

Fuente: elaboración macro proyecto de matemáticas, maestría en Educación.

Universidad Tecnológica de Pereira. 2016

## Anexo 2. Matriz para el análisis de los datos

Fase: Hecho Desencadenante				
Subfases	Peso	Nº Ítems	Reactivos/Ítems	critérios de evaluación
Planeación de clase abierta y participativa			El docente planea y construye paso a paso de manera sucesiva y acumulativa el proceso de enseñanza.	0=No se observa 1=Se observa
			El docente plantea estrategias para que los estudiantes conceptualicen a partir de los procesos realizados.	
			El docente maneja correctamente las situaciones adidácticas presentadas durante el proceso de enseñanza.	
			Las actividades realizadas por el docente son acordes con el desarrollo cognitivo de los estudiantes.	
			El docente proporciona mediadores cognitivos con el fin de ser utilizado por los estudiantes para resolver dudas o afianzar el conocimiento.	
			El docente utiliza variados recursos para la construcción del conocimiento	
Exploración de conocimientos previos			El docente aplica estrategias que permiten articular los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	
Planteamiento del problema contextualizado			Desarrolla las temáticas a través de situaciones problemas basados en contextos reales.	
			El docente relaciona los contenidos con situaciones de la vida cotidiana.	
Involucrar al estudiante			El docente diseña actividades que permiten a los estudiantes generar un plan de acción para resolver las situaciones planteadas.	
			El docente favorece el trabajo colaborativo a través de las actividades que propone en el aula.	
			El docente permite a los estudiantes la argumentación acerca del proceso llevado a cabo para resolver un problema.	
			Toma como apoyo los aportes y explicaciones de los estudiantes para el desarrollo de conocimientos.	
			El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de resultados.	

<b>Fase: Exploración</b>				
Subfases	Peso	Nº Ítems	Reactivos/Ítems	critérios de evaluación
Construcción de significados			El docente responde a las inquietudes de los estudiantes con preguntas orientadoras y retadoras.	0=No se observa 1=Se observa
			El docente promueve preguntas que conducen a los estudiantes en la socialización de resultados.	
Búsqueda de hipótesis			El docente utiliza estrategias que posibilitan el aprendizaje autónomo	
Sesiones de grupo para Exploración cooperativa			El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes	
			El docente acompaña a todos los estudiantes o grupos de estudiantes en los procesos que se realizan para obtener conocimientos.	
			El docente flexibiliza su estrategia de acuerdo con las necesidades de aprendizaje de sus estudiantes	
Aporte individual de ideas, para corroborar u oponerse a otras, explicar experiencias y valorar la información aportada			El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones, o para obtener información de lo realizado por los estudiantes.	

<b>Fase: Integración</b>				
Subfases	Peso	Nº Ítems	Reactivos/Ítems	critérios de evaluación
Construcción conjunta de significados a partir de la explicación apropiada del problema planteado			El docente da instrucciones claras a sus estudiantes sobre el proceso que deben llevar a cabo.	0=No se observa 1=Se observa
			El docente propone actividades para interiorizar lo trabajado en clase.	
			El lenguaje disciplinar utilizado por el docente es apropiado para el desarrollo del saber en los estudiantes.	
			El docente promueve en los estudiantes el interés por la clase, la atención y la participación, a través de la formulación de preguntas.	
			El docente posibilita la construcción compartida de significados y sentidos en los estudiantes.	

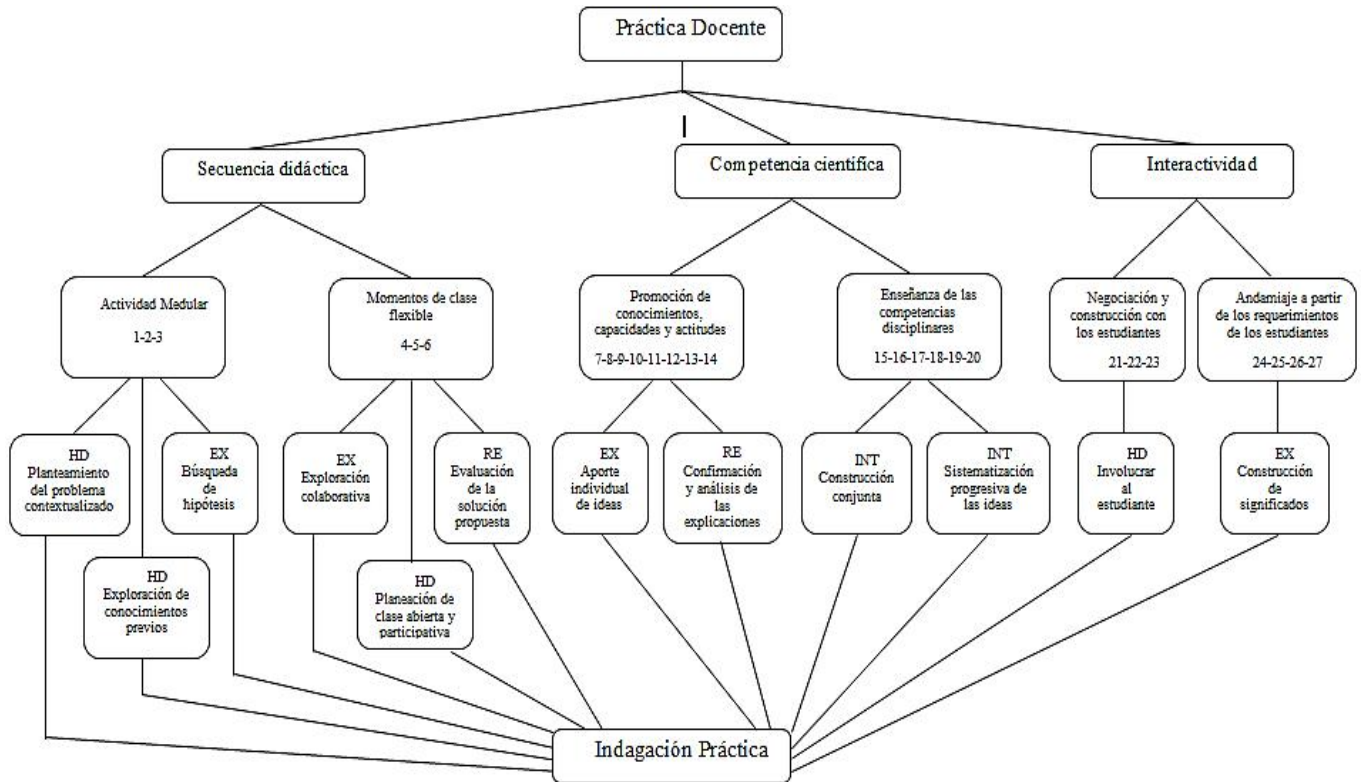
			El docente facilita y regula el aprendizaje.	
Sistematización progresiva de las ideas: integrar información, intercambiar opiniones, construir sobre otras ideas, presentar explicaciones, ofrecer soluciones explícitas			El docente estimula a través de actitudes positivas a los estudiantes.	
			El docente integra los saberes previos con el nuevo aprendizaje.	
			El docente hace preguntas que tienen relación con las inquietudes de los estudiantes que surgen del proceso de aprendizaje.	
			El docente evidencia estrategias discursivas que indagan, argumentan, dialogan y modelizan el aprendizaje	

<b>Fase: Resolución</b>				
Subfases	Peso	Nº Ítems	Reactivos/Ítems	critérios de evaluación
Evaluación de la solución propuesta			El docente plantea estrategias que permiten el desarrollo de los diferentes tipos de comunicación en los procesos y procedimientos realizados en la clase.	
			El docente solicita a los estudiantes la explicación sobre los procesos realizados para llegar a las soluciones o para obtener información de lo realizado por los estudiantes.	
Confirmación y análisis de la explicaciones			El docente institucionaliza el saber del contenido desarrollado en la clase.	
			La respuesta del docente es coherente con las inquietudes de los estudiantes.	
			El docente promueve preguntas que conducen a la socialización de resultados.	

Fuente: elaboración macro proyecto de matemáticas, maestría en Educación.

Universidad Tecnológica de Pereira. 2015

Anexo 3. Grafo para el análisis entre la práctica docente y la indagación práctica.



Fuente: elaboración macro proyecto de matemáticas, maestría en Educación.

Universidad Tecnológica de Pereira. 2015

## Anexo 4. Pantallazos que se evidencia el proceso utilizado en el tratamiento de los datos.

The screenshot displays a software application window titled "P 5: CODIFICACIÓN TRANSCRIPC. SESION 2.csv". The interface is divided into several sections:

- Top Menu:** Edición, Documentos, Citas, Códigos, Memos, Redes, Análisis, Herramientas, Visualizaciones, Ventanas, Ayuda.
- Toolbar:** Includes icons for search, undo, redo, and other editing functions.
- Left Panel (Documentos):** A list of document sections with a search bar. The sections are:
  - 001 D: Buenos días, muchachos
  - 002 E: Buenos días
  - 003 D: Como han estado, ¿bien?
  - 004 E: Bien gracias ¿y usted?
  - 005 D: Muy bien gracias
  - 006 D: Vamos a retomar de la clase pasada la situación que estuvimos trabajando para darle continuidad a ver si le vamos dando solución al problema
  - 007 D: ¿Quién se acuerda cual era la solución? o quien me hace un resumen o de que ¿cuál es la situación que nos plantearon en el correo que leímos?
  - 008 E: Sobre el helicóptero
  - 009 D: muy bien Brayan, entonces el helicóptero y ¿cuál es la situación? ¿Qué tenemos que averiguar? Natalia
  - 010 E: Un incendio forestal, la línea de fuego
  - 011 D: Un incendio forestal, la línea de fuego, ¿qué más trabajamos?
  - 012 D: Para que podamos encontrar las coordenadas
  - 013 D: entonces lo que nos requieren es averiguar las coordenadas, ¿qué más?, ¿qué otra actividad hicimos en la clase pasada?, ¿hasta dónde llegamos?, ¿Qué realizaron ustedes?
  - 014 E: Hicimos la exposición de las carteleras del correo
  - 015 D: Hicieron la exposición de cada grupo, seleccionamos los grupos y cada grupo trabajó sobre el grafico de esa situación, y cada grupo hizo su exposición, ¿Qué hicimos con esas carteleras?
  - 016 E: Escogimos la que más coordenadas tenía
  - 017 D: eso, bien escogimos las que tenían las coordenadas, las que tenían la mayor situación de la actividad del fuego y de la línea de fuego que hablaban allí. Entonces escogimos como la más completa, eso fue lo que hicimos.
  - 018 D: Entonces vamos a seguir con la actividad, en esa clase nos quedó claro que esa gráfica ¿ustedes la hicieron sobre qué?
  - 019 E: Sobre un plano cartesiano
  - 020 D: Sobre un plano cartesiano, cierto, entonces yo ese día les pregunte qué porque sobre el plano cartesiano entonces muchos me dijeron porque es más fácil para graficar ¿porque mas?
  - 021 E: porque hay que hallar puntos
  - 022 D: claro, porque nos están pidiendo unas coordenadas y entonces las coordenadas las graficamos sobre un plano cartesiano, nos acordamos del plano cartesiano, ¿cómo más se les llama a las coordenadas?
  - 023 E: un punto
  - 024 D: Es un punto en el plano y ¿ese punto cómo es?
  - 025 E: Es una pareja ordenada
  - 026 D: Muy bien Natalia, es una pareja ordenada, ¿Por qué la palabra ordenada?
  - 027 E: Porque primero va la equis y luego la ye
  - 028 D: Porque primero va la variable equis, el valor de la variable equis o del eje equis y después el de ye, entonces muchachos continuando con la actividad para haber si llegamos a darle bien la respuesta al equipo de combate vamos a empezar hoy con la esta actividad
  - 029 D: Aquí hay unas fichas, estas son unas fichitas y allí hay dibujada una figura geométrica sobre un plano cartesiano, esa figura geométrica muchachos va a representar el fuego la conflagración si y hay una flechita, hay varios, hay de diferentes figuras y de diferentes flechas esa flecha va a indicar la dirección del viento
- Bottom Left Panel (Códigos):** A list of coding categories with a search bar. The categories are:
  - 1A-1-
  - 1A-2-
  - 1A-3-
  - 1B-4-
  - 1B-5-
  - 1B-6-
  - 2A-10-
  - 2A-11-
  - 2A-12-
  - 2A-13-
  - 2A-14-
  - 2A-7-
- Main Text Area:** The transcript text from the "Documentos" panel.
- Right Panel:** A list of coding categories with a search bar. The categories are:
  - 1B-5-
  - 2A-12-
  - 2B-19-
  - 2B-19-
  - 2A-12-
  - 3A-23-
  - HD Clase participativa-
  - RE Confirmación-
  - 2A-12-
  - 2B-20-
  - 1A-3-
  - 2B-18-
  - EX Exploración colaborativa-
  - 2A-12-
  - 2B-15-
  - 2B-
  - HD Involucrar-
  - 2A-13-
  - 3A-23-
  - EX Construcción significados-
  - EX Explicación docente-
  - HD Involucrar-
  - 2A-11-
  - 3B-24-
  - 2A-14-
  - 2B-19-
  - 2A-10-
  - 2A-14-
  - 2A-7-
  - 2A-10-
  - EX Búsqueda hipotesi
  - 1B-5-
  - HD Clase participativa-
  - 2A-11-
- Bottom Right:** "Tamaño: 1 Texto Predeterminado"



## Anexo 5. Certificación de la implementación.

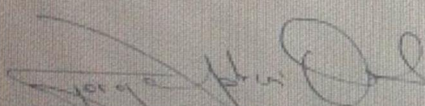
**LOS QUINDOS**  
Resolución 1451 de Octubre 16 de 2008  
NIT 801.004.657-2 DANE 163001000671

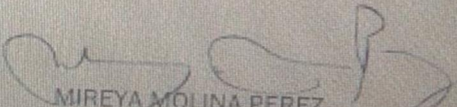
**CERTIFICACION**  
**Implementación Unidad Didáctica**

El rector Jorge Adrián Osorio A. de la Institución Educativa Los Quindos, de la ciudad de Armenia, y coordinadora de la sede Policarpa Salavarrieta, Mireya Molina Pérez, Certifican que la docente, Nieves Los Ríos Herrera, identificada con c.c. 41926317 de Armenia, estudiante de la maestría en educación de la Universidad Tecnológica de Pereira, becaria del MEN, quien cursa actualmente cuarto semestre, debe aplicar en el aula de clase la unidad didáctica, sobre la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2 por método gráfico en grado 9º, la cual tiene como objetivo determinar las implicaciones en la práctica docente al implementar esta unidad didáctica fundamentada en la metodología de la indagación, vista desde las situaciones didácticas de Brousseau y aplicando dentro de la práctica docente una secuencia didáctica, el desarrollo de la competencia científica y la interactividad.

Esta unidad didáctica no se ha implementado, pues está en revisión y aprobación, se espera realizar la culminación de las tres sesiones de clase la semana comprendida entre los días 27 al 31 de Marzo con intensidad horaria de dos horas clase, para cada sesión.

Para constancia se firma a los 23 días del mes de marzo de 2017

  
JORGE ADRIÁN OSORIO A.  
Rector  
Institución Educativa Los Quindos  
Cel. 3113599347

  
MIREYA MOLINA PEREZ  
Coordinadora  
Cel. 3173812164

## Anexo 6. Unidad didáctica.

**AREA:** Matemáticas **NOMBRE DE LA UNIDAD:** Línea de fuego **GRADO:** Noveno **AÑO:** 2017

<b>Tema a desarrollar:</b> Solución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2 por el método gráfico		
<b>Justificación y Fundamentación teórica:</b> El diseño de la Unidad Didáctica se realizó de acuerdo a la legislación vigente, Ley 115, Estándares (MEN, 2006a), y Decreto 1860 de 1994 Se fundamenta en la Enseñanza matemática de Guy Brousseau y su Teoría de las situaciones didácticas, que nos permite apoyarnos en un hecho particular (situación) del medio que nos rodea, por medio del cual el estudiante realiza manifestaciones que hacen parte fundamental para sus nuevos aprendizajes y a la vez adaptarse a ese medio. También se evidencia la habilidad para cambiar el registro de representación de Raymond Duval, el que pretende acercar la forma de pensar la vida, a las formas de pensamientos matemáticos, lo que se manifiesta con la variedad de contextos de representaciones, en los que se debe tener una coordinación interna que permita que una actividad matemática tenga diversos sistemas de representaciones y los estudiantes logren esta comprensión. En esta unidad didáctica nos centraremos en los registros textual, algebraico y gráfico.		
<b>Objetivo General</b> Plantear y resolver un sistema de ecuaciones lineales 2x2, que modele una situación problémica, mediante el método gráfico.		
<b>Objetivos específicos:</b> <b>Sesión uno:</b> Modelar una situación problémica sobre el plano cartesiano, ubicando puntos y cercando con líneas rectas la conflagración y el trazado de la línea de fuego, para dar claridad al requerimiento de la situación. <b>Sesión dos:</b> Determinar las tres posiciones relativas entre dos rectas en el plano cartesiano. <b>Sesión tres:</b> Relacionar los posibles resultados, con sus respectivas ecuaciones y escoger la mejor opción para la solución del problema.		
<b>Estándar de competencia:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Identifico diferentes métodos para solucionar sistemas de ecuaciones lineales.</li> <li>- Uso representaciones geométricas para resolver y formular problemas en las matemáticas y otras disciplinas.</li> <li>- Identifico las características de las diversas gráficas cartesianas ( de puntos, continuas, formadas por segmentos, etc.) en relación con la situación que representa</li> <li>- Identifico y utilizo diferentes maneras de definir y medir la pendiente de una curva que representa en el plano cartesiano situaciones de variación</li> </ul>		
<b>CP</b>	<b>CC</b>	<b>CA</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>● Representación de una situación problémica en un plano cartesiano, para ser desarrollada mediante método gráfico para un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Ubicación de puntos y ambientación de una situación problémica sobre el plano cartesiano</li> <li>● Pendiente y ecuación de la recta</li> <li>● Método gráfico de sistemas de ecuaciones</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● Valoración del método gráfico en la resolución de problemas de la vida real.</li> <li>● Importancia de la representación gráfica de situaciones problémicas.</li> </ul>
<b>Estrategias didácticas:</b>		

NÚMERO DE CLASE	ESTRATEGIA DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE
<p>SESION UNO</p>	<p><b>Inicio de la clase:</b> Saludando a los estudiantes se procederá a realizar la</p> <p><b>Exploración de saberes Previos:</b></p> <p><b>Actividad</b>          Ubique sobre el plano cartesiano los puntos (3,4) (-2,6) (-5,-2) (6, -4), luego una los puntos con líneas rectas.          ¿Qué figuras puede formar a partir de la unión de estos puntos?          ¿Qué características puede enunciar de cada una de las líneas trazadas?</p> <p>Esta actividad será monitoreada constantemente por el docente, quien ayudará a afianzar la ubicación correcta sobre el plano cartesiano e indagará acerca del porqué de la unión de los puntos, pues cada estudiante puede hacerlo libremente.</p> <p><b>Situación a plantear</b>          Una vez todos los estudiantes tengan clara la forma correcta de ubicar puntos sobre el plano y que de esta manera podemos trazar cualquier figura plana, el docente procederá a proyectar la situación problema que servirá de pretexto para desarrollar los conocimientos nuevos. El problema hace referencia a un correo que ha llegado, enviado por el equipo de combate de incendios forestales, en el que se hace un requerimiento especial y adjuntan el siguiente video (<a href="http://youtu.be/ps://ukq4QvF1MNQ">http://youtu.be/ps://ukq4QvF1MNQ</a>); el cual será observado seguidamente por los estudiantes. Una vez terminado el video se le pedirá a uno de los estudiantes que realice la lectura del siguiente correo:</p> <div data-bbox="321 1014 678 1287" data-label="Image"> </div> <p>CORREO:</p> <p><b>LINEA DE FUEGO</b>          Las unidades de combate de incendios forestales, entre todas sus estrategias tienen una denominada línea de fuego, se trata de cercar el incendio fijando dos puntos, delante de la conflagración (dependiendo la dirección del viento) y trazando una línea recta entre los puntos, se quita todo el material inflamable sobre la línea, para luego dar paso al helicóptero cisterna, el cual puede rápidamente cargar y arrojar hasta 2000 litros de agua sobre la zona despejada, y así poder controlar las llamas, en teoría, pues la realidad es muy diferente, la gran cantidad de humo y gases tóxicos que se generan con el incendio, hacen que la visibilidad para el piloto sea casi nula, lo que genera pérdida de agua en los lanzamientos pues con frecuencia la arroja fuera de la línea, y aunque el agua arrojada sigue la misma dirección del helicóptero en línea recta, una vez abierta la llave de la cisterna esta no se puede cerrar hasta que esté desocupada.</p> <p>Requerimos de todos sus conocimientos y pericia como equipo matemático para que nos ayuden a determinar con exactitud y con la brevedad del caso, la coordenada del punto donde el piloto debe abrir la cisterna y en qué dirección debe avanzar para que el agua impacte sobre la línea de fuego y éste no pueda avanzar.</p>

De antemano, muchas gracias.

Atte,

#### EQUIPO DE COMBATE DE INCENDIOS FORESTALES

Luego interviene el docente para indagar qué tan clara es la información, si se entiende que es lo que está sucediendo, dar significado a los términos técnicos utilizados como conflagración, material inflamable, dirección del viento, cisterna, coordenada y otros que puedan surgir, la importancia, pertinencia y actualidad de la situación. Esto se llevará a cabo subrayando en el tablero las palabras o frases que necesiten aclaración, la cual será construida y unificada por el grupo y se plantean las siguientes preguntas:

¿Crees que es importante conocer sobre este tipo de situaciones?, ¿Por qué crees que se presentan incendios forestales?, ¿Se puede construir un gráfico a partir de la situación?

Una vez entendido por completo el requerimiento hecho, con las condiciones establecidas y con las preguntas planteadas, se debe llegar a que la situación se debe ambientar sobre un plano cartesiano, ubicando puntos y simulando con líneas rectas, la conflagración, la línea de fuego y la línea que representa el agua.

**Acción (trabajo individual):** Se les pide a los estudiantes que en una hoja en blanco realicen un dibujo que represente la situación, teniendo en cuenta las condiciones dadas y los conceptos mencionados.

Esta acción monitoreada por el docente, pretende revisar mediante el dibujo la manera como cada estudiante plasma la información entregada por el problema, que es lo que cada uno considera realmente importante y porque.

**Comunicación (trabajo grupal):** Formamos grupos de cuatro estudiantes, según el método de equipos de base; se forman tres columnas, una de los extremos con la cuarta parte de estudiantes líderes, motivadores, con iniciativa; el otro extremo con otra cuarta parte de estudiantes con dificultades, poco motivados y el resto en la columna del centro; formamos los grupos con un estudiante de cada extremo y dos de la columna central; luego les entregamos medio pliego de papel bond y una escuadra de madera, les pedimos que compartan y comparen sus gráficos individuales, y que unifiquen en un solo dibujo haciendo uso de las herramientas matemáticas (plano cartesiano, punto y línea recta) la situación planteada.

Se pretende con esta actividad observar la manera como los estudiantes usan sus competencias para el abordaje de un problema concreto, que es lo que ellos consideran importante cuando leen la situación problema además de:

- Visualizar cómo los estudiantes utilizan las herramientas para realizar las representaciones de situaciones del problema
- Evaluar el trabajo en equipo.
- Observar si la comunicación entre los integrantes es asertiva
- Si hay debate dentro del grupo con argumentos
- Si la unificación de conceptos es acordada o impuesta por un solo estudiante o por varios

**Validación:** El docente se dispone a guiar la socialización de los trabajos realizados, se le pide a cada grupo que fije con cinta en el tablero su gráfico y luego se escogerá uno teniendo en cuenta:

- Presentación (orden y estética )
- Lógica en la ubicación de los elementos
- Uso del espacio proporcionado
- Cantidad de elementos plasmados (conflagración, línea de fuego, dirección del viento, ubicación del helicóptero con la respectiva caída del agua)

Esta escogencia se llevará a cabo por todos los estudiantes, mediada por el docente.

Las gráficas escogidas serán expuestas por un representante del grupo que la elaboró, atendiendo a las preguntas que surjan por parte de sus compañeros y docente.

¿Qué palabras consideran claves del correo para la realización del gráfico?,

**Con esta actividad el docente evidenciará:**

Qué capacidades tienen de realizar pasajes de registro textual al gráfico y la apropiación de los conceptos trabajados

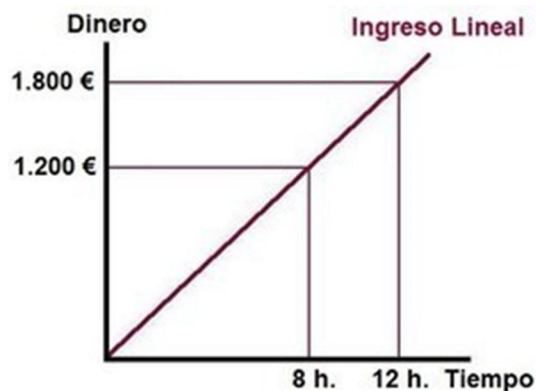
**Institucionalización:** En este punto se debe abordar la importancia que tiene la modelación de situaciones cotidianas sobre un sistema de referencia como el plano cartesiano. Concepto que será concretado y quedará consignado en el cuaderno de los estudiantes al igual que los siguientes ejemplos de referencia.

Un modelo debe entenderse como un sistema figurativo mental, gráfico o tridimensional que reproduce o representa la realidad en forma esquemática para hacerla más comprensible; puede usarse como referencia para lo que se trata de comprender; una imagen analógica que permite volver cercana y concreta una idea o un concepto para su apropiación y manejo.

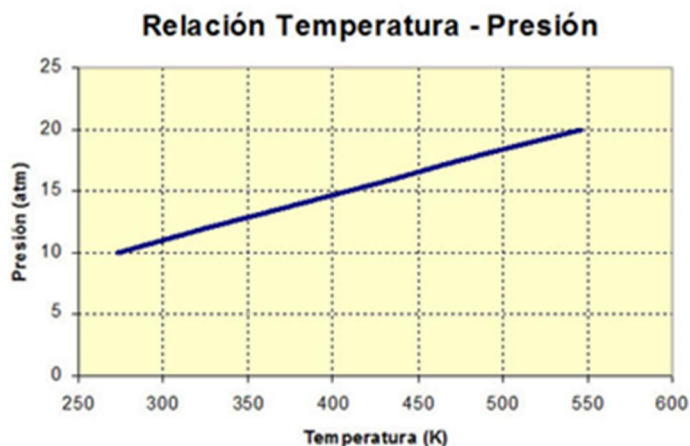
(Estándares básicos de competencias en matemática. MEN)

**Ejemplos :**

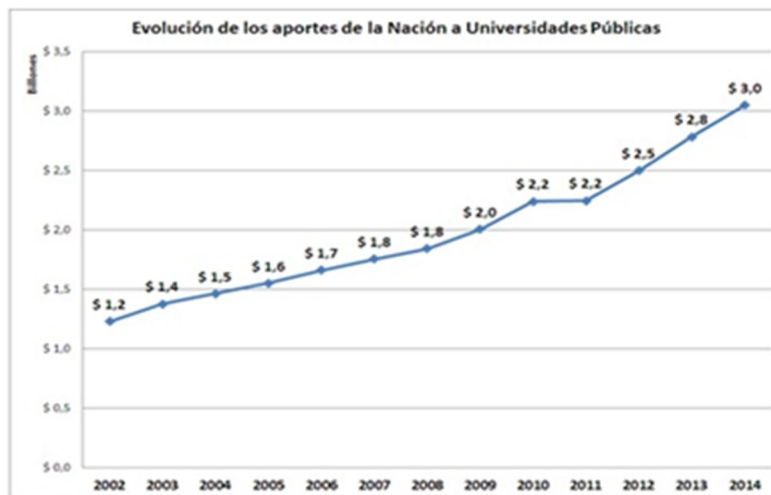
La representación gráfica muestra la relación entre el número de horas laboradas diariamente por un operario de maquinaria pesada y el salario recibido mensualmente.



Esta representación gráfica muestra la relación que hay entre la presión de un gas contenido en un recipiente y la temperatura en grados Kelvin ( $^{\circ}\text{k} = ^{\circ}\text{C} + 273^{\circ}$ )



La representación gráfica muestra la inversión en billones de pesos realizada por el estado a la educación superior pública

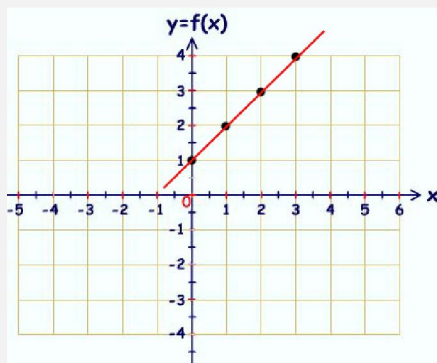


*Fuente: Of. Planeación - MEN*

**Interiorización:** Los estudiantes desarrollaran el siguiente taller para reforzar los conceptos de plano cartesiano, ubicación de puntos y línea recta.

*TALLER I*

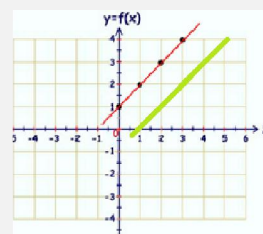
A continuación se le propone en el siguiente plano cartesiano, considerar la recta roja como una ilustración de una conflagración y algunos puntos que ella toma sobre un terreno determinado.



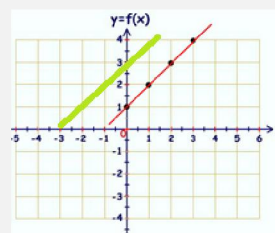
*GUÍA PARA EL DOCENTE*

En esta parte se le propone al estudiante una recta que simula la conflagración, con el fin de comparar con el trabajo realizado hasta este momento.

(a)



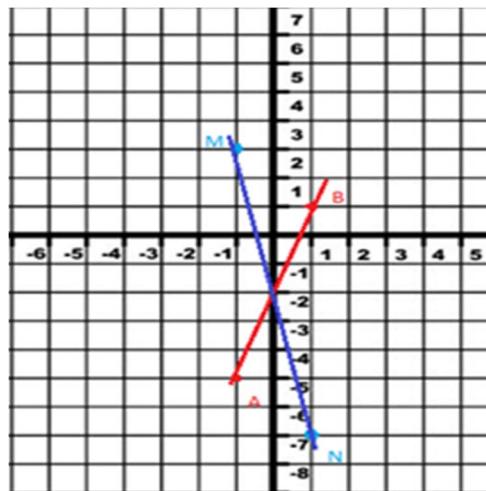
(b)



De acuerdo con la información presentada en el plano cartesiano, responda las siguientes preguntas:	Las respuestas esperadas son:
1. Escriba los puntos que se encuentran resaltados y que hacen parte de la recta que representa la conflagración.	Puntos: (0,1) (1,2) (2,3) y (3,4)
2. Trace una recta sobre el plano cartesiano con color verde donde usted considere que debe ir la línea de fuego, si el viento sopla en dirección oeste – este, teniendo en cuenta que la línea debe ir por delante de la conflagración  3. Escriba dos puntos que hagan parte de su línea de fuego.	Si el estudiante grafica la línea de fuego con las especificaciones dadas, esta deberá corresponder a la gráfica (a) Si el estudiante no reconoce los puntos cardinales oeste y este podría ser que la gráfica le quedara como la correspondiente a (b) Si resultan ubicaciones diferentes se analizará él por qué de la ubicación.

**Evaluación :**

Un automóvil sale de la ciudad A y en línea recta debe llegar a la ciudad B. En su trayectoria se encuentra con un bus que viaja de la ciudad M a N (escribe los puntos del plano que corresponden a A, B, M, N y el punto donde se encontraron los vehículos).



Cuentan las historias que en las Islas galápagos: “Hace algunos años llegaron muy calladamente a las islas varios buscadores de tesoros con viejos mapas en sus manos, revisaron playas y caletas en busca del más\ fabuloso tesoro, cuya pieza principal era 'una estatua de la Virgen... de joro sólido’” Octavio Latorre

Supongamos que dos piratas interesados en este tesoro entraron a la isla, el uno por el norte y el otro por el sur en línea recta para encontrarse en el mismo sitio donde supuestamente se encuentra el tesoro.

(Mencione como son las dos rectas)



Parar finalizar esta primera sesión se deja el interrogante:

¿De qué manera puede el agua impactar sobre la línea de fuego?

**Inicio de la clase** Se inicia la clase retomando las ideas establecidas en la sesión anterior, aclarando dudas que puedan haber surgido acerca del plano cartesiano.

Luego se vuelve a plantear la pregunta

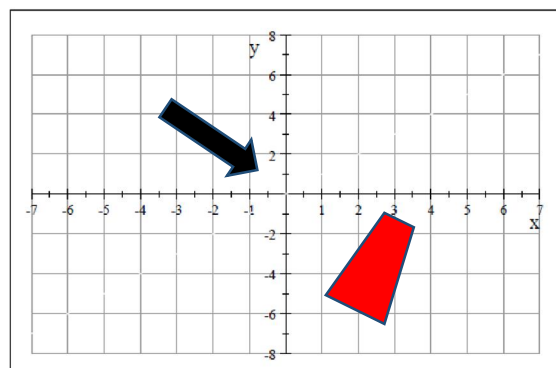
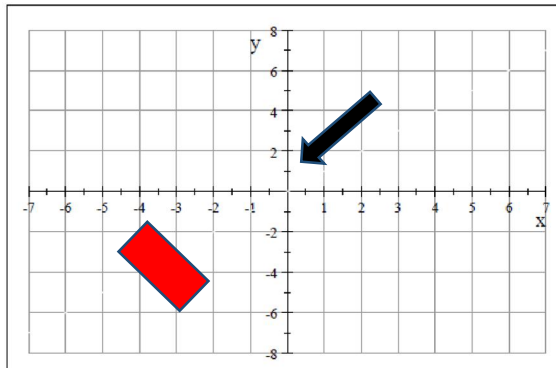
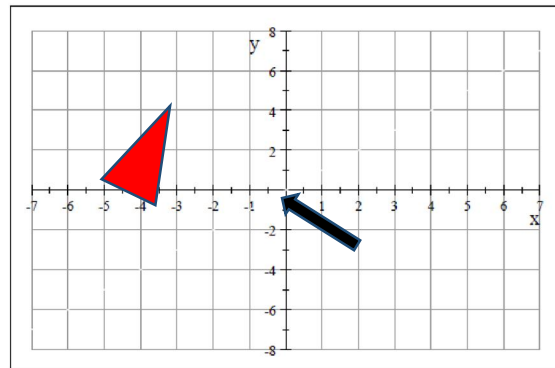
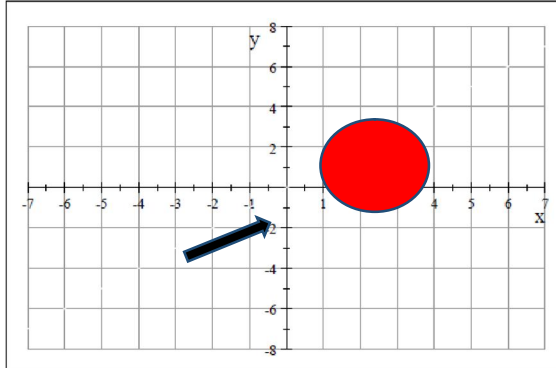
**¿De qué manera puede el agua impactar sobre la línea de fuego?**

con tres o cuatro intervenciones por parte de los estudiantes se da paso a la actividad

#### Actividad

Se le entrega a cada estudiante una ficha con un plano cartesiano sobre el cual hay una flecha que indica la dirección del viento y una figura plana que representa la conflagración.

SESIÓN  
DOS





**Acción**

Sobre esta ficha el estudiante debe ubicar los dos puntos por donde se trazará la línea de fuego, con un color, y con un color diferente, debe trazar cuáles son todas las posibles maneras en las que el agua podría impactar el suelo.

También debe escribir como par ordenado las coordenadas de los puntos que escogió.

**Comunicación:** Algunos estudiantes enseñarán sus fichas a los demás compañeros, argumentando la ubicación de la recta que representa el agua, esto deberá ir aclarando que entre dos líneas rectas (línea de fuego y agua) solo existen tres posibles posiciones relativas sobre el plano cartesiano; para llegar a esto, planteamos preguntas como: ¿Es posible que cuando el agua impacte solo una parte de la línea de fuego, este se pueda extinguir?, ¿Cuál sería el impacto del agua más óptimo para apagar el fuego?, ¿Qué desventajas se tendrían si el agua no toca ninguna parte de la línea de fuego?, ¿Por qué es importante que el piloto sepa con exactitud la coordenada donde debe abrir la cisterna?

Una vez establecido esto debe quedar acordado que la opción óptima para la solución del problema es que la línea de agua impacte justo encima la línea de fuego.

**Validación:** Se entregará a cada uno de los grupos conformados en la sesión anterior un cuarto de pliego de papel bond, con regla o escuadra para que grafique el plano cartesiano que ilustra la situación y que fue escogido en la sesión anterior, a éste deberán agregar la línea que corresponde a la caída del agua según la actividad realizada con las fichas, con puntos específicos acordados, del fuego, de la línea de fuego, ambientación de la dirección del viento y del helicóptero.

El docente guiará el trabajo, monitoreando la actividad en cada grupo.

**Institucionalización:** El docente sobre el tablero hará precisión en las posiciones relativas entre dos rectas, sobre alguno de los planos cartesianos elaborados por los grupos; dejando claro que en realidad solo existen tres posiciones entre ellas, las dos rectas se cortan en un solo punto, las rectas no se cortan, es decir, son paralelas no coincidentes o las rectas se cortan en infinitos puntos, es decir, son paralelas coincidentes.

**Interiorización**

Debe quedar acordado que la opción óptima para la solución del problema es que la línea de agua impacte justo encima la línea de fuego.

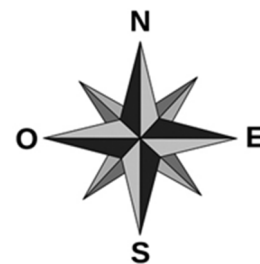
Para lo cual cada grupo desarrollará el siguiente taller:

**TALLER GRUPAL**

Teniendo en cuenta la gráfica unificada, escogida según las condiciones y completada según la dirección del viento y la caída del agua con las fichas responde:

1. Escriban tres puntos de referencia que en la gráfica simula el paso de la conflagración
2. Describan la dirección del viento que se tuvo en cuenta para la ubicación de la línea de fuego
3. Escriban dos puntos del plano cartesiano (preferiblemente los extremos) de la línea de fuego de la gráfica.
5. Escriban dos puntos que correspondan a la línea que representa la caída del agua.
6. Completa el siguiente párrafo con algunas de las palabras dadas: Perpendiculares, pendiente, plano cartesiano, paralelas, iguales, ecuación, coordenadas, función lineal.

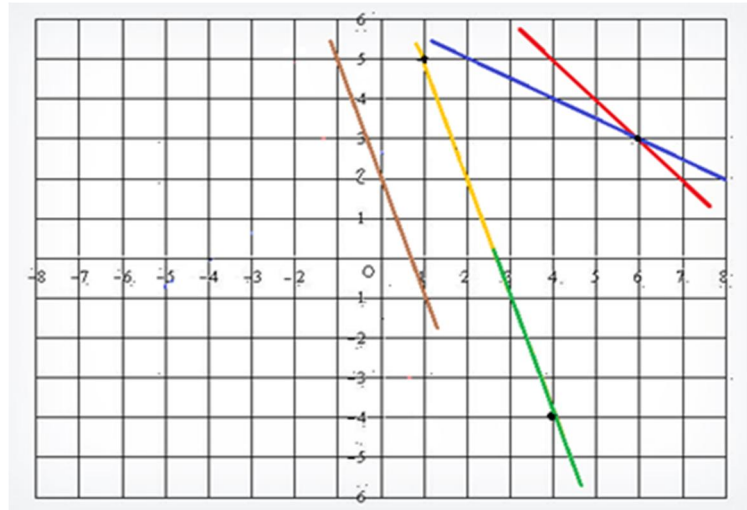
Se les ha pedido en los ítems 1 y 3 escribir preferiblemente dos puntos extremos de las líneas graficadas sobre el \_\_\_\_\_, los cuales también reciben el nombre de \_\_\_\_\_. Dichas rectas representan la conflagración y la línea de fuego, según las condiciones, deben ser rectas \_\_\_\_; a cada



una de ellas le corresponde algebraicamente una \_\_\_\_\_, cuyo coeficiente que acompaña la variable  $x$  representa la \_\_\_\_\_ de la recta y en ambas (conflagración y línea de fuego) deben ser iguales.

### Evaluación

De acuerdo a la información presentada en el plano cartesiano, complete el siguiente cuadro y seleccione una situación del lado derecho que corresponda a la descripción de la solución del cuadro.



Rectas	Posibles Soluciones	Puntos solución	Descripción de las rectas	Selección de la situación	Situación
	Única solución				a. Dos vehículos parten simultáneamente desde el mismo punto, pero en dirección contraria. ¿A qué distancia se encontrarán cuando uno se ubique en el punto (4,-4) y el otro en (1,5)
Café y amarilla					b. Cuántas gallinas y cuántas cabras hay en una finca, si entre todas hay 9 cabezas y 24 patas.
			Paralelas coincidentes		c. Se desea construir un ferrocarril entre dos ciudades, el primer riel se construye entre los puntos (1,5) y (4,-4), si el otro se debe construir dos unidades a la izquierda, porque puntos deberá pasar el segundo riel.

SESION TRES	<p><b>Inicio de la clase:</b> Se inicia la clase saludando a los estudiantes y recordando las normas de comportamiento en el aula como el respeto, pedir la palabra y escuchar con atención.</p> <p>Luego se hace un repaso verbal con todo el grupo de la situación que hemos venido trabajando, para dar paso a la preguntas:</p> <p>¿Por qué es importante que el piloto sepa con exactitud la coordenada donde debe abrir la cisterna?</p> <p>¿Cómo podemos determinar de manera precisa esta información?</p> <p>¿Cómo podemos expresar algebraicamente las rectas graficadas, la línea de fuego y el impacto del agua?</p> <p><b>Acción:</b></p> <p>Haciendo uso de la idea intuitiva que se tiene de inclinación se plantea la siguiente actividad individual.</p> <p>En una hoja del cuaderno, escriba en qué piensa usted cuando escucha o le hablan de la palabra INCLINACIÓN (la definición puede ser descrita mediante una oración que contenga la palabra)</p> <p>En una bolsa de papel se ponen rectángulos de papel con un par de puntos del plano cartesiano,</p>			
	A(-5,1) B(1,-1)	P(2,-5) Q(5, 4)	R(0,3) S(6,-1)	C(-2,3) D(8,-1)
	A(3,5) B(1, -4)			
	<p>suficientes para cada uno de los estudiantes, uno de ellos llevará la bolsa al puesto de los compañeros para que tomen una tira.</p> <p>Cada uno sobre la misma hoja, debe trazar el plano cartesiano y ubicar sobre él los puntos que tiene y unirlos con una línea recta.</p> <p>Ahora debe describir la línea recta que trazó teniendo en cuenta lo inclinada que esté.</p> <p>Luego cada estudiante debe prolongar la misma recta todo lo que más le permita el plano que trazó, e indicar dos puntos diferentes a los obtenidos de la bolsa, pero que también pertenezcan a la recta.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- La inclinación de la recta sufrió algún cambio?</li> <li>- Qué característica comparten los puntos obtenidos de la bolsa y los puntos escritos por usted?</li> </ul> <p><b>Comunicación (trabajo grupal):</b></p> <p>Se les pide que se formen en grupos, con la técnica ya utilizada.</p> <p>Deben comparar la inclinación de cada una de las rectas del grupo y establecer cuando una recta está más inclinada que otra, así como un posible valor que representa la inclinación y que se pueda calcular con dos puntos pertenecientes a la recta.</p> <p>Esta actividad los debe llevar a preguntas, con las cuales, los estudiantes recordarán el tema de función lineal para llegar a determinar las fórmulas que permitan encontrar las ecuaciones correspondientes a las rectas trabajadas sobre el plano cartesiano seleccionado y trabajado en las sesiones anteriores:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- ¿Qué es la pendiente de una recta?</li> <li>- ¿Con qué letra se representa la pendiente?</li> <li>- ¿Cómo podemos calcular la pendiente de una recta?</li> <li>- ¿Para qué nos sirve conocer la pendiente?</li> </ul> <p>En esta actividad se pretende que los estudiantes construyan el concepto de pendiente de una recta no vertical, a partir de la idea intuitiva de inclinación, que relacionan este concepto con elementos cotidianos como, una vía</p>			

muy inclinada, una montaña o una construcción .

Este concepto debe ser llevado al plano cartesiano, donde se puede tener una definición precisa, y una manera de calcularla, como el cociente entre la elevación (vertical) y el recorrido (horizontal) de un punto que se mueve sobre una recta.

Teniendo construido este concepto, se da paso a realizar una pregunta más

- ¿Cómo podemos encontrar la ecuación de una recta?

**Comunicación:** Terminada esta actividad se les solicita, en los mismos grupos de trabajo, con el respectivo plano que han elaborado en la sesión anterior y se les propone:

1. Escribir los puntos extremos de la línea de fuego
2. Hallar la pendiente de la línea de fuego
3. Hallar la ecuación de la línea de fuego
4. Realizar los puntos 1,2 y 3 igualmente para la caída del agua

Al finalizar esta actividad monitoreada por el docente, cada grupo deberá haber hallado la ecuación de las dos rectas, que tienen graficadas en sus respectivos planos cartesianos.

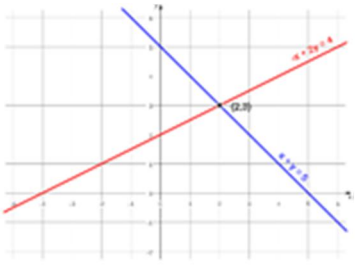
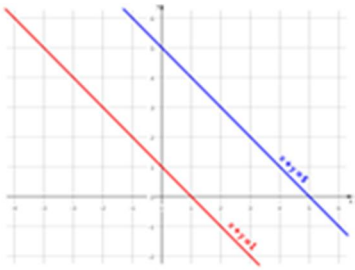

**Validación:** El docente solicita a cada grupo exponer sus ecuaciones, realizando un breve resumen de la forma como fue obtenida.

La redacción de un correo, de parte de los integrantes del equipo de matemáticos, para el equipo de combate de incendios forestales, dando una respuesta exacta, pertinente y argumentada al requerimiento solicitado y agradeciendo la confianza depositada al grupo para contribuir a dicha situación.

**Institucionalización:**

Teniendo en cuenta todos los conceptos trabajados durante las clases y la situación planteada por el equipo de combate de incendios forestales, a continuación se les presentan tres ejemplos de gráficas, las cuales deberán observar y analizar para dar respuesta a los cuatro ítems propuestos a continuación:

1. En esta fila, se realizará una breve descripción de la situación planteada, si la gráfica correspondiente simulara el fuego (Recta roja) y el impacto del agua (Recta azul), en cada caso. (Recordar que en la tercera columna se presenta la gráfica de rectas coincidentes)
2. En cada celda deberán escribirse las ecuaciones correspondientes a cada gráfico. Para este caso pueden utilizar las ecuaciones presentadas en cada ejemplo o utilizar las trabajadas con la situación problemática, que hallaron en la actividad anterior.
3. Los estudiantes escribirán las características de las ecuaciones escritas en el punto 2 y su relación con las gráficas.
4. En este punto se escribirán las conclusiones a que llega cada grupo y su aporte a cual consideran la mejor propuesta o respuesta para dar al equipo de combate de incendios forestales frente a su requerimiento.

		
1.		
2.		
3.		
4.		

**Interiorización:**

El equipo de combate de incendios forestales se encuentra a 11 km al sur-este de la capital Quindiana, haciendo frente a un feroz incendio que amenaza con acabar varios ecosistemas.

Las unidades en el sector informan que el incendio se acerca a los puntos (7,-9) (9,-8) y (8,-11) y que el viento sopla fuertemente en dirección sur-este.

se requiere que el equipo matemático envíe a la brevedad del caso

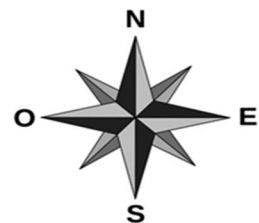
- Las coordenadas de los puntos para trazar la línea de fuego
- La coordenada para abrir la cisterna del helicóptero

¿Cuál es la situación que se debe resolver?

¿Qué herramientas se han utilizado para ir desarrollando la situación?

¿Qué herramientas considera que hacen falta para lograr brindar una posible solución al equipo de combate de incendios forestales?

¿Se ha tenido claridad de los conceptos trabajados?



Con esta actividad se pretende verificar el avance que se ha tenido acerca del entendimiento de la situación y su relación con los sistemas de ecuaciones lineales, también se pretende que el estudiante determine la manera de cómo emitir el concepto de dirección, esperando que use los puntos cardinales y la pendiente de la línea de fuego para indicarla.

**Evaluación:**

Los estudiantes y el docente expresan las conclusiones a cerca del trabajo realizado, así como los conceptos trabajados, el docente propone preguntas como:

¿Cuántas posibles soluciones resultan de trabajar con el método gráfico?, ¿Qué ventajas se evidencian al utilizar

	<p>este método?, ¿el método permite visualizar el paso de registros textuales a algebraicos o gráficos?, ¿En qué otras situaciones podemos aplicar éste método?, ¿Cómo les pareció la situación problémica para el desarrollo del tema?, realice individualmente un resumen desde el inicio del recibido del correo hasta el final y que conceptos nuevos le quedaron claros.</p> <p>Se da por terminada la sesión y por ende la unidad didáctica.</p>
--	--

**Evaluación:**

TIPO	PROCESOS EVALUATIVOS	CRITERIOS DE EVALUCION		
Evaluación formativa	Interacción entre estudiantes, entre éstos y los materiales y recursos didácticos y sobre los procesos generales de la actividad matemática tanto individual como grupal	<b>Matriz de evaluación con Indicadores de desempeño</b>		
		<b>NIVEL I</b>	<b>NIVEL II</b>	<b>NIVEL III</b>
		Los estudiantes se apropian de los aprendizajes, evidenciándolos en la argumentación y planteamiento de otras situaciones	Los estudiantes comprenden el proceso llevado a cabo para la solución del problema planteado.	Los estudiantes presentaron falencias al explicar o argumentar las soluciones.

**Lenguaje a manejar:** Disciplinar – ecuaciones lineales – método gráfico – sistemas de ecuaciones

**Recursos y material didáctico:** video been, fotocopias, papel bond, reglas, escuadras de madera, tablero

**Habilidades cognitivas a fortalecer:** resolución de problemas, diferentes registros de representación