

Interacciones del haz con la muestra

J. Ibáñez y J. M. Badía

3.1. Introducción

El estudio de los procesos físicos involucrados en la interacción del haz electrónico con la muestra resulta fundamental para comprender el origen del contraste de las imágenes que aparecen en la pantalla de un MEB. Para ello se han desarrollado teorías que, dadas las características del problema, alcanzan una complejidad matemática considerable. No obstante, los principios físicos en los que se fundamenta el proceso de interacción son sencillos, y permiten explicar en un grado nada desdeñable muchos de los efectos experimentales. En este capítulo se expondrán estos principios partiendo del caso más simple, de la interacción de un electrón con un átomo aislado, para pasar posteriormente a estudiar que sucede cuando los átomos se encuentran formando un sólido.

La interacción de un electrón con un átomo es básicamente coulombiana, pudiéndose clasificar en elástica e inelástica, dependiendo de la cantidad de energía transferida por el electrón incidente. En teoría de colisiones se denomina interacción elástica entre dos partículas aquella en la que se conserva el momento lineal y la energía cinética del conjunto a lo largo del proceso, aunque cada partícula pueda sufrir modificaciones en dichas magnitudes. Por el contrario en una colisión inelástica la suma de las energías cinéticas de ambas partículas después del choque es inferior a la de antes del choque, empleándose la energía que falta en modificar el estado interno de las partículas (como por ejemplo aumentar la temperatura). No obstante dentro del desarrollo a seguir en este capítulo se entenderá como interacción elástica aquella en la que el electrón incidente únicamente sufre una desviación respecto a su trayectoria inicial (dispersión angular), sin que su energía cinética sea apenas modificada. Por el contrario se considerarán interacciones inelásticas aquellas en las que el electrón además de ser dispersado angularmente, también lo es en energía con pérdida de una cantidad apreciable de ésta.

La dispersión elástica se debe principalmente a la interacción entre el electrón y el núcleo atómico, y su extensión al caso de muchos átomos que están agrupados de forma desordenada, como en un gas o en un sólido amorfo, puede hacerse considerando que la dispersión del haz es simplemente la suma algebraica de muchos procesos individuales de dispersión electrón-átomo. Los electrones que a lo largo de su trayectoria son dispersados con un ángulo superior a noventa grados se dice que son retrodispersados, contribuyendo a la señal del mismo nombre en el MEB. Por el contrario, cuando los átomos se agrupan siguiendo unas pautas de orden determinadas formando un cristal, no se puede ignorar la naturaleza ondulatoria de los electrones apareciendo ángulos de dispersión privilegiados por efectos de difracción, que dan lugar a a señales no contempladas en el modelo atómico, como la de canalización de electrones.

En la dispersión inelástica, el electrón incidente interactúa con los electrones que rodean al núcleo, a los que transfiere parte de su energía. Este proceso es claramente inelástico, puesto que parte ó incluso toda la energía transferida al electrón atómico se emplea en el salto a otro nivel de energía superior, modificando así el estado interno del átomo. Cuando un electrón atómico, normalmente externo, es excitado a niveles de energía situados por encima del vacío dará origen a un electrón secundario. Aunque menos probable, el átomo puede quedar ionizado en un nivel interno, situación que al ser inestable, provocará que otro electrón situado en un nivel superior vaya a ocupar dicho hueco interno. La energía liberada en esta transición se empleará en la creación de un fotón de rayos X, ó en la emisión de otro electrón atómico (proceso conocido como Auger, en honor a su descubridor). Cualquiera que sea la partícula emitida, poseerá una energía característica del átomo en cuestión, importante propiedad en la que se basa la técnica de microanálisis.

Si en lugar de un átomo aislado se considera un sólido, los electrones del haz incidente pueden excitar oscilaciones colectivas del gas de electrones de valencia. Estas oscilaciones se denomi-

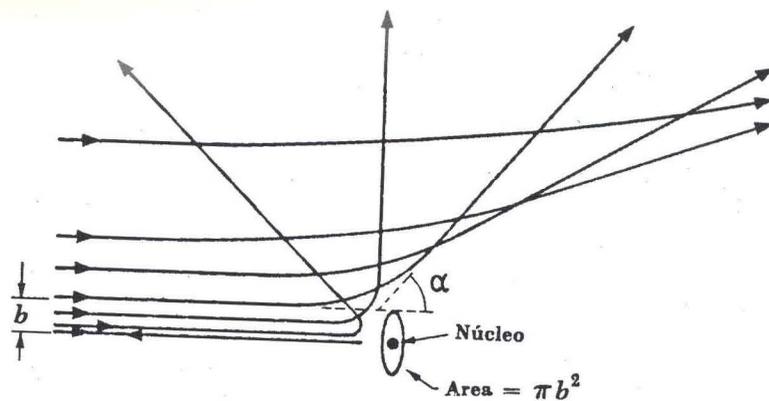


Fig. 3.1. El ángulo de dispersión en función del parámetro de impacto y disminuye conforme aumenta este último.

nan plasmones, y poseen una frecuencia ó energía cuantizada característica de cada material. Estas interacciones se reflejan en el espectro de emisión de electrones secundarios por alteraciones próximas en energía al pico elástico, y su estudio ha dado lugar a la técnica microanalítica denominada espectroscopía de pérdidas de energía de electrones (EELS).

3.2 Concepto de sección eficaz

Cada proceso de dispersión se caracteriza por un parámetro denominado sección eficaz, que se define como:

$$d\sigma(\alpha, \phi) = dn/N \quad [3.1]$$

siendo N el número de electrones incidentes que atraviesan la unidad de superficie transversal del haz en la unidad de tiempo, y dn el número de electrones que en la unidad de tiempo son desviados un ángulo polar comprendido entre α y $\alpha+d\alpha$, y azimutal comprendido entre ϕ y $\phi+d\phi$. Cuando el proceso es inelástico, la sección eficaz deberá incluir además la dependencia con la pérdida de energía. Otra magnitud importante en teoría clásica de colisiones es el parámetro de impacto b, que representa la distancia más próxima a la que se encontrarían ambas partículas si no interaccionasen, y por tanto conservarían su trayectoria original.

Cuando las fuerzas que intervienen en el proceso son centrales, la sección eficaz tendrá simetría axial en torno a un eje que pasando por el centro dispersor (en ese caso el átomo), sea paralelo a la trayectoria del electrón incidente. Por otro lado, se supone que existe una correspondencia biunívoca entre el parámetro de impacto y el ángulo de desviación α (Fig. 3.1), de tal forma que todas las partículas que inciden con parámetro de impacto comprendido entre $b(\alpha)$ y $b(\alpha+d\alpha)$ son desviadas dentro del intervalo angular $(\alpha, \alpha+d\alpha)$. Por tanto el número de partículas dispersadas entre α y $\alpha+d\alpha$, será igual al producto de N por el área de la corona comprendida entre los círculos de radios b y $b+db$:

$$dn = N 2\pi b db \quad [3.2]$$

y la sección eficaz será:

$$d\sigma = 2\pi b db = 2\pi b(\alpha) |db(\alpha)/d\alpha| d\alpha \quad [3.3]$$

donde se utiliza el valor absoluto de la derivada del parámetro de impacto, ya que suele ser negativa. En la fórmula [3.3] se observa que como el parámetro de impacto determina el área subtendida, la sección eficaz aumentará con él.

A veces conviene expresar la sección eficaz en función del elemento de ángulo sólido $d\Omega = 2\pi \sin\alpha d\alpha$, comprendido entre los conos subtendidos por Ω y $\Omega+d\Omega$:

$$d\sigma/d\Omega = b(\alpha) |db(\alpha)/d\alpha| \sin^{-1}\alpha = f(\alpha) \quad [3.4]$$

Por otro lado la sección eficaz total, σ_T , será la integral de la sección eficaz diferencial, extendida a todos los ángulos de salida posible:

$$\sigma_t = \pi b^2 = \int f(\alpha) d\Omega = 2\pi \int f(\alpha) \sin\alpha d\alpha \quad [3.5]$$

La sección eficaz tiene dimensiones de superficie, y posee un claro sentido físico al representar el área efectiva que ofrece el centro dispersor, de forma que si el electrón se dirige a dicha área se producirá la interacción.

3.3. Dispersión elástica

3.3.1. Dispersión por el núcleo - Modelo de Rutherford

El modelo más sencillo que describe la interacción elástica de un electrón con un átomo, se basa en la fórmula que dedujo Rutherford para explicar la dispersión de partículas alfa por una lámina delgada metálica. En este modelo (consultar cualquier libro de texto de mecánica, como por ejemplo el de la referencia 3.1), la interacción coulombiana de una carga puntual q_1 y masa m_1 , con otra carga puntual q_2 y masa m_2 , viene descrita por la siguiente sección eficaz:

$$d\sigma_e = 2\pi b db = \pi (q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 \mu v^2)^2 \cos(\alpha/2) d\alpha / \sin^3(\alpha/2) = (q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 \mu v^2)^2 d\Omega / 4 \sin^4(\alpha/2) \quad [3.6]$$

con un parámetro de impacto

$$b = (q_1 q_2 / 4\pi\epsilon_0 \mu v^2) \cotg(\alpha/2) \quad [3.7]$$

siendo $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ la masa reducida, α el ángulo de dispersión en el sistema de referencia en el que el centro de las masas de ambas partículas se encuentra en reposo (sistema C), y v la velocidad relativa de una partícula respecto de la otra.

Este modelo es aplicable directamente a la dispersión elástica electrón-átomo, sin más que considerar que las dos cargas puntuales en juego son la del electrón incidente y la contenida en el núcleo del átomo. Por tanto se tendrá que un electrón con carga $-e$ y masa m , interacciona con un átomo de masa M y carga nuclear Ze , siendo Z el número atómico. Como la diferencia de masa entre el electrón y el átomo es muy grande, la masa reducida será prácticamente igual a la masa del electrón. Igualmente, debido a esta diferencia de masa, y teniendo en cuenta que la energía que posee el haz electrónico en un MEB no es suficiente para producir desplazamientos atómicos, se puede suponer que el átomo permanece en reposo antes y después de la interacción, y elegir al átomo como origen del sistema de referencia C.

En estas circunstancias el ángulo de dispersión α en el sistema C coincidirá con el ángulo de dispersión θ en el sistema L, ó sistema de referencia del laboratorio ligado a la partícula que se encuentra en reposo antes del choque, que en este caso es el átomo. Por tanto:

$$d\sigma_e / d\Omega = [Ze^2 / 4(4\pi\epsilon_0)E]^2 \sin^{-4}(\theta/2) \quad [3.8]$$

$$b = [Ze^2 / 2(4\pi\epsilon_0)E]^2 \cotg(\theta/2) \quad [3.9]$$

siendo $E = mv^2/2$, la energía cinética del electrón incidente.

A partir de las fórmulas [3.8] y [3.9] se pueden extraer las siguientes consecuencias:

1) La sección eficaz diferencial, $d\sigma/d\Omega$, crece con el cuadrado del número atómico, y concuerda con la tendencia observada experimentalmente de que la señal de electrones retrodispersados es mayor en los elementos pesados que en los ligeros.

2) Igualmente se deduce que el electrón sufrirá grandes desviaciones cuando pase muy cerca del átomo ($b \ll$), aunque la probabilidad de que ello ocurra sea pequeña. Por el contrario cuando pase lejos del átomo ($b \gg$), la trayectoria apenas se vea alterada, pero con una sección eficaz tan grande que tiende asintóticamente a infinito cuando θ se acerca a cero. Esta singularidad tiene su origen en el largo alcance del campo coulombiano, que extiende su influencia a grandes distancias del centro dispersor, y carece de sentido físico real, por lo que independientemente de otras consideraciones, el modelo de Rutherford no puede ser válido en el intervalo de ángulos pequeños.

3.3.2. Dispersión por el núcleo apantallado

El modelo de Rutherford sólo tiene en cuenta la carga del núcleo, Ze , y no incluye la contri-

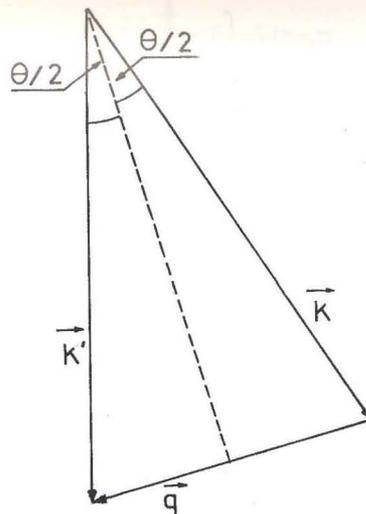


Fig. 3.2. Diagrama vectorial para la dispersión elástica; \mathbf{k} y \mathbf{k}' son los vectores de onda del electrón antes y después de la interacción. De consideraciones geométricas elementales se deduce que $q=2k\text{sen}(\theta/2)$.

bución de los electrones atómicos. Una mejora evidente consistirá en introducir en el potencial, el efecto de la nube electrónica que rodea al núcleo. Resulta conveniente en este caso enfocar el proceso de dispersión de un electrón por un átomo a través de la mecánica cuántica, poniendo de manifiesto la naturaleza ondulatoria del electrón. Este tratamiento se justifica en que para las condiciones de trabajo típicas del MEB, el producto de la energía del electrón incidente por el tiempo de interacción es del orden de la constante de Planck, h y en estas condiciones la medición de las magnitudes físicas pierde el sentido de la precisión que posee en mecánica clásica, a causa del principio de incertidumbre. Para una energía de 20 keV (que corresponde a una velocidad de $\approx 10^{11} \text{cm s}^{-1}$), el tiempo de interacción con un átomo cuya dimensión típica es de $\approx 10^{-8} \text{cm}$, será del orden de 10^{-19}s , de tal manera que el producto energía x tiempo es $\approx 10^{-27} \text{ergs}$, valor comparable al de $\hbar = h/2\pi$.

En el marco de la aproximación de Born, es fácil demostrar (3.2) que la sección eficaz diferencial viene dada por la expresión

$$d\sigma_e/d\Omega = (m/2\pi\hbar)^2 |V(\mathbf{p}'-\mathbf{p})|^2 \quad [3.10]$$

con

$$V(\mathbf{p}'-\mathbf{p}) = \int U(\mathbf{r}) e^{-i(\mathbf{p}'-\mathbf{p})\cdot\mathbf{r}} d^3r \quad [3.11]$$

siendo $U(\mathbf{r})$ el potencial de interacción y $\mathbf{p}'-\mathbf{p}$, el vector cambio de momento del electrón. Como entre el momento \mathbf{p} y el vector de onda \mathbf{k} existe la relación $\mathbf{p}=\hbar\mathbf{k}$, se cumplirá que:

$$\mathbf{p}'-\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}' - \hbar\mathbf{k} = \hbar(\mathbf{k}'-\mathbf{k})$$

siendo \mathbf{k} y \mathbf{k}' los vectores de onda del electrón antes y después del choque. La energía cinética del electrón incidente, que es por definición $E=p^2/2m$, adoptará la forma:

$$E = \hbar^2 k^2 / 2m$$

En toda la interacción elástica se debe conservar la energía cinética, por lo que se ha de cumplir que (Fig.3.2):

$$k=k' \text{ y por tanto } q=2k\text{sen}(\theta/2) \quad [3.12]$$

donde se ha introducido el vector $\mathbf{q}=\mathbf{k}'-\mathbf{k}$ que describe el cambio entre el vector de onda inicial y final.

Ahora el problema consistirá en la elección de una expresión para el potencial de interacción que incorpore de alguna forma realista el efecto de los electrones atómicos. La forma más sencilla de hacerlo, obteniendo a la vez una expresión analítica de la sección eficaz, es tomar como potencial de interacción (3.3):

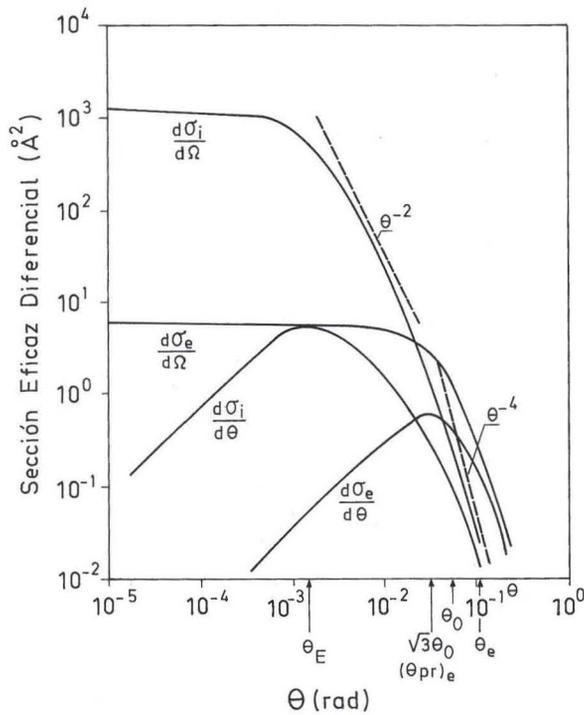


Fig. 3.3. Secciones eficaces elástica (ecuaciones [3.14] y [3.20]) e inelástica (ecuaciones [3.33] y [3.34]), para un haz de 25 keV incidiendo sobre aluminio.

$$U(r) = Ze^2 e^{-r/R} / 4\pi\epsilon_0 r \quad [3.13]$$

donde R es el radio de apantallamiento, cuyo valor se puede estimar (3.3) a partir del modelo estadístico de Thomas-Fermi como:

$$R = a_0 Z^{-1/3} \text{ siendo } a_0 = 4\pi\epsilon_0 \hbar^2 / me^2 = 0.53 \text{ \AA} \text{ el radio de Bohr}$$

Desarrollando en serie la expresión [3.13] para $r \ll R$ (que clásicamente corresponde a parámetros de impacto pequeños, y por tanto a grandes ángulos de desviación), se observa que el término exponencial vale aproximadamente la unidad, y:

$$U(r) = Ze^2 / 4\pi\epsilon_0 r, \text{ para } r \ll R$$

que coincide con el potencial del núcleo desnudo del modelo de Rutherford. Por el contrario, para valores grandes de r, el potencial del núcleo se atenúa de forma exponencial, lo que hace disminuir el alcance del potencial, corrigiendo así el modelo de Rutherford precisamente en la zona en que presentaba fallos. Incorporando este potencial a la expresión [3.11], con los límites de integración $\theta=0$ ($q=0$) y $\theta=\pi$ ($q=2k$), y llevando el resultado a la ecuación [3.10], se obtiene la sección eficaz diferencial:

$$d\sigma_e / d\Omega = [2Z^2 / a_0 q^2]^2 [1 + (qR)^{-2}]^{-2} = (Z^2 / 4a_0^2 k^4) [\text{sen}^2(\theta/2) + \theta_0^2 / 4]^{-2} \quad [3.14]$$

donde se ha introducido el ángulo característico de apantallamiento:

$$\theta_0 = (kR)^{-1} = 1.17 \cdot 10^{-1} Z^{1/3} / E^{1/2} \text{ rad (si E se expresa en keV)} \quad [3.15]$$

que resulta ser muy inferior a la unidad en las condiciones de trabajo típicas en un MEB. Por ejemplo $\theta_0 = 72 \text{ mrad}$ para un haz incidente de 25 keV incidiendo sobre una muestra de cobre.

En la figura 3.3 se representa la ecuación [3.14] para una muestra de Al sobre la que incide un haz de 25 keV, pudiéndose observar que la dependencia angular de la sección eficaz es diferente según sea θ mayor o menor que θ_0 , adaptando las siguientes expresiones en cada caso:

i/ Para la región de pequeños ángulos, donde $\theta < \theta_0$, la ecuación [3.14] tienen un valor prácticamente constante:

$$d\sigma_e/d\Omega \approx (4Z^2/a_0^4 k^4) \theta_0^{-4} \text{ para } \theta < \theta_0 \quad [3.16]$$

que se obtiene despreciando θ frente a θ_0 en la ecuación [3.14]. Cuando θ y θ_0 son comparables no se puede despreciar ninguno de los dos, pero puesto que en esta región $\theta \ll 1$ se puede aproximar el seno por el arco en [3.14], y entonces:

$$d\sigma_e/d\Omega \approx (4Z^2/a_0^2 k^4) (\theta_0^2 + \theta^2)^{-2} \text{ para } \theta \approx \theta_0 \ll 1 \quad [3.17]$$

ii/ Para grandes ángulos, cuando $\theta \gg \theta_0$ el ángulo característico θ_0 se puede despreciar frente a θ y:

$$d\sigma_e/d\Omega \approx (Z^2/4a_0^2 k^4) \text{sen}^{-4}(\theta/2) = [Ze^2/4(4\pi\epsilon_0)E]^2 \text{sen}^{-4}(\theta/2), \text{ para } \theta \gg \theta_0 \quad [3.18]$$

Comparando esta última expresión con la [3.8], correspondiente al modelo de Rutherford del núcleo desnudo, se observa que para ángulos de dispersión mayores de θ_0 ambos conducen a idénticos resultados. Por el contrario para ángulos próximos a cero la divergencia es muy acusada: en el modelo del núcleo apantallado desaparece la singularidad que existía en el de Rutherford, dando lugar a una dependencia angular más acorde con los resultados experimentales. Estas consideraciones indican que la dispersión con gran ángulo corresponde a una interacción electrón-núcleo, mientras que las pequeñas desviaciones son producto de la interacción del electrón incidente con la nube electrónica que rodea la núcleo. En esta región angular la carga del núcleo es apantallada por la nube electrónica que lo rodea.

A pesar de la evidente mejora obtenida en la distribución angular para ángulos pequeños por la introducción del apantallamiento en el modelo de Rutherford, la sección eficaz dada por [3.14] predice los resultados experimentales únicamente en ciertos casos. Ello se debe a que en su deducción se ha hecho uso de distintas aproximaciones, siendo la más importante la de Born, que parte del supuesto de una interacción electrón-átomo débil, que matemáticamente se expresa como (3.2):

$$|U| \ll \hbar^2 k / ma = \hbar v / a \text{ con } ka \gg 1 \quad [3.19]$$

siendo a el radio de acción del campo U . Se observa claramente que la desigualdad [3.19] sólo se cumplirá, independientemente del valor de a , cuando la energía cinética del electrón incidente sea suficientemente grande.

Por ejemplo, y con el fin de dar una idea de los órdenes de magnitud involucrados, suponiendo que $U = Ze^2/4\pi\epsilon_0 r$, con $a=r$ en la desigualdad [3.19], se tiene que:

$$Z \ll 4\pi\epsilon_0 \hbar v / e^2$$

y así para

$$\begin{array}{ll} E \approx 100 \text{ keV} & Z \ll 100 \\ E \approx 20 \text{ keV} & Z \ll 45 \end{array}$$

Por tanto la aproximación de Born sólo será correcta para el choque de electrones rápidos con átomos ligeros. Fenomenológicamente este criterio se debe a que el electrón incidente ha de tener una energía mucho mayor que la de los electrones internos del átomo con el que colisiona, y así un electrón incidente de unos pocos keV será rápido respecto a cualquier nivel energético del He, y no lo será respecto al nivel K del Ar. Por otro lado, el que la interacción sea débil lleva implícito que los ángulos en los que peor se cumplirá la ecuación [3.14] serán precisamente los que más modifiquen la trayectoria del electrón, es decir los grandes ángulos de desviación. Para obviar estas restricciones es preciso acudir a modelos más exactos, como el desarrollado por Mott (3.4) basado en la ecuación de Dirac. Aunque con éste no se obtienen una expresión analítica para la sección eficaz diferencial, sí es posible comparar gráficamente el modelo de Mott y el de Rutherford, como se muestra en la figura 3.4 (3.5). En dicha figura se puede apreciar que este último presenta fallos en la región de grandes ángulos, sobre todo a medida que las muestras son más pesadas y conforme disminuye la energía.

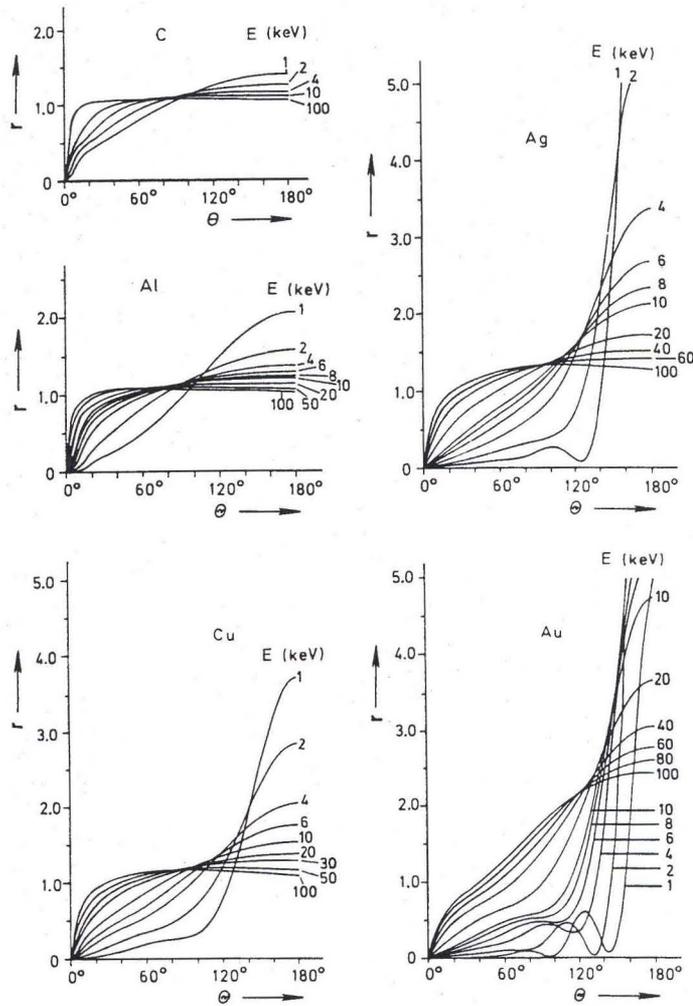


Fig. 3.4. Cociente entre la sección eficaz de Mott y Rutherford, r , en función del ángulo de dispersión θ , para distintos elementos y energías. Para $\theta = 0$, el valor de r es nulo debido a la singularidad que presenta la sección eficaz de Rutherford (ecuación [3.8]).

A pesar de estas limitaciones, el modelo del núcleo apantallado se utiliza ampliamente, puesto que permite dar una estimación inmediata de secciones eficaces, para electrones rápidos y átomos ligeros. Gráficamente $d\sigma_e/d\Omega$ y $d\sigma_e/d\theta$ se suelen representar en función del ángulo de desviación θ , ó del vector de onda q . La función $d\sigma_e/d\theta$ se obtienen de la expresión [3.14] sustituyendo $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$:

$$d\sigma_e/d\theta = (Z^2/4a_0^2k^4) \{2\pi \sin\theta [\sin^2(\theta/2) + \theta_0^2/4]^{-2}\} \quad [3.20]$$

Integrando la ecuación [3.14] entre $\theta=0$ y $\theta=\beta$, se obtiene la probabilidad de que el electrón sea dispersado bajo un ángulo inferior a β :

$$\sigma_e]_0^\beta = \int_0^\beta d\sigma = (4\pi Z^2/a_0^2k^4\theta_0^2) \{4\sin^2(\beta/2)/[\theta_0^2 + 4\sin^2(\beta/2)]\} \quad [3.21]$$

para $\beta=\pi$ se obtienen la sección eficaz elástica total

$$\sigma_e^t = 4\pi Z^2/a_0^2k^4\theta_0^2 = 4.76 \cdot 10^{-22} Z^{4/3} E^{-1/2} \quad [3.22]$$

donde σ_e^t se expresa en m^2 , si la energía se toma en keV.

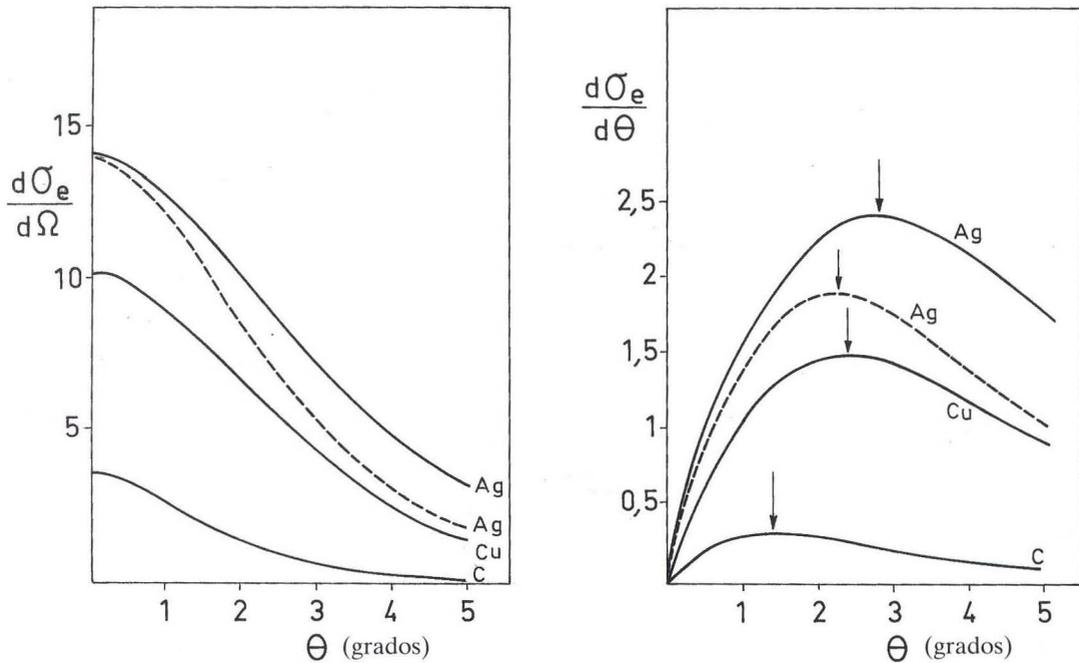


Fig. 3.5. Sección eficaz elástica del carbono cobre y plata para un haz de 25 keV, y de plata para un haz de 40 keV (línea de puntos), en el modelo del núcleo apantallado: (a) según la ecuación [3.14], y (b) según la ecuación [3.20].

Cuando $\beta \ll 1$, la ecuación [3.21] se transforma en :

$$\sigma_e^{]B \ll 1} = (4\pi Z^2/a^2 k^4 \theta_0^2) [\beta^2/\theta_0^2 + \beta^2] \quad [3.23]$$

Si en la ecuación [3.23] se sustituye β por θ_0 se cumple que:

$$\sigma_e^t = 2\sigma_e^{] \theta_0}$$

Por tanto el ángulo característico θ_0 coincide con el valor del ángulo mediano de la distribución, es decir $\theta_{med} = \theta_0$.

Por otro lado como la función $d\sigma/d\theta$ mide la probabilidad de que el electrón sea dispersado en un intervalo angular comprendido entre θ y $\theta + d\theta$, el ángulo de salida más probable será aquel que anule la función ($d^2\sigma/d\theta^2$). Puesto que el ángulo más probable θ_{pr} va a ser siempre muy inferior a la unidad, en su cálculo a partir de la ecuación [3.20] se puede aproximar el seno por el arco, dando como resultado:

$$\theta_{pr} = \theta_0/\sqrt{3} = 6.75 \cdot 10^{-2} Z^{1/3} E^{-1/2} \text{ rad (con E en keV)}$$

Por último el ángulo medio de salida $\bar{\theta}$ es por definición:

$$\bar{\theta} = \frac{\int_0^\pi \theta d\sigma}{\int_0^\pi d\sigma} \approx \left(\int_0^{\theta_0} \theta d\sigma + \int_{\theta_0}^\pi \theta d\sigma \right) / \sigma_e^t \approx 2.29\theta_0 = 0.27 Z^{1/3} E^{-1/2}$$

donde la integral que figura en el numerador se ha dividido en los dos intervalos correspondientes a las ecuaciones [3.17] y [3.18] con el fin de obtener una solución analítica aproximada. Estos ángulos están señalados en la figura 3.3, y dado que caracterizan la distribución angular del proceso de dispersión, su conocimiento permite acceder de forma rápida y sencilla a la forma que adopta la sección eficaz para cualquier energía y número atómico.

En la figura 3.5 se representa también la distribución angular calculada con la ecuación [3.14] en muestras de carbono, cobre y plata con un haz de 25keV, y también de 40keV para la plata (esta última en línea de puntos). Se puede observar que la sección eficaz elástica crece con el

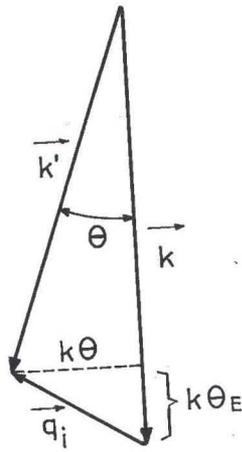


Fig. 3.6. Diagrama vectorial para la dispersión inelástica, k y k' son los vectores de onda del electrón incidente antes y después de la interacción. Para pequeños cambios de momento, tanto en dirección como en módulo, se tiene que $q_i^2 \approx \kappa^2(\theta^2 + \theta_E^2)$.

número atómico y disminuye al crecer la energía, y que los electrones dispersados tienden a concentrarse en ángulos cada vez más pequeños al disminuir el número atómico y aumentar la energía, a la vez que la distribución angular se hace más estrecha en torno a θ_p .

En la región de grandes ángulos el intervalo angular más interesante es el correspondiente a $q \geq 90^\circ$, puesto que en este caso los electrones pueden abandonar la muestra contribuyendo a la señal de electrones retrodispersados. El número de electrones retrodispersados por electrón incidente, tras una única interacción, es fácil de calcular sin más que integrar la ecuación [3.18] ó la [3.8] en el intervalo $\pi/2 \leq q \leq \pi$, dando como resultado:

$$\sigma_e \Big|_{\pi/2}^{\pi} = \int_{\pi/2}^{\pi} d\sigma = \pi Z^2 / a_0^2 k^4 \quad [3.24]$$

Comparando esta expresión con la σ_e^t dada por la ecuación [3.22], se observa que la fracción relativa de estos electrones retrodispersados es justamente $\theta_0^2/4$, y por tanto las condiciones que favorecen la producción de electrones retrodispersados serían aquellas en las que un haz poco energético incide sobre una muestra compuesta de átomos pesados.

Por último, y tal y como se mencionó al principio, todos estos cálculos están basados en la interacción como un átomo aislado. Cuando se trate de un sólido cristalino la distribución angular de los electrones dispersados se verá drásticamente alterada por la difracción de Bragg, y en la suma de los procesos individuales de dispersión se deberá tener en cuenta la fase correspondiente, a través del factor de estructura de cristal, dando lugar a una situación en la que existirán una serie de direcciones de salida privilegiadas.

3.4. Dispersión inelástica

3.4.1 Modelo atómico

Al igual que en la dispersión elástica, se comenzará considerando la interacción de un electrón con un átomo. En este caso, el electrón incidente interactuará con uno de los electrones atómicos al que transferirá una cierta cantidad energía, parte de la cual se empleará en romper la ligadura que lo une al átomo, lo que implica que no se conservará la energía cinética, y el proceso será inelástico. Dependiendo de las magnitudes de las energías transferidas y del nivel ocupado por el electrón atómico, este último podrá saltar a otro nivel más externo ó incluso al vacío dando lugar a la ionización del átomo. De esta forma los procesos inelásticos dan cuenta de dos efectos muy importantes en un MEB, como es la creación de electrones secundarios y de rayos X (estos últimos en competencia con los electrones Auger, dependiendo del mecanismo de desexcitación).

Al tratarse de un proceso inelástico los módulos de los vectores de onda antes y después del choque, k y k' , no serán iguales (ver fig.3.6), y la energía transferida, ΔE , vendrá dada por:

$$\Delta E = \hbar^2 k^2 / 2m - \hbar^2 k'^2 / 2m = (\hbar^2 / 2m)(k+k')(k-k) \quad [3.25]$$

Lógicamente la magnitud de esta energía será variable, por lo que la dispersión inelástica vendrá dada por una sección eficaz, $d^2\sigma_i/d\Delta E d\Omega$, que dependerá de la energía transferida y del ángulo de salida. La dependencia de la sección eficaz con la energía es muy complicada como lo muestra cualquier espectro experimental, razón por la que en primera aproximación el cálculo se suele limitar a la determinación de la función $d\sigma_i/d\Omega$ para una pérdida de energía fija ΔE . El problema sea elegir un valor de ΔE que sea representativo del proceso de pérdidas que se desee estudiar (pérdidas por plasmones, ionización en niveles internos y externos, etc.). Dentro del modelo atómico, donde lógicamente queda excluido cualquier efecto colectivo, la hipótesis más simplista consiste en suponer que existe una única pérdida de energía, denominada energía transferida media ΔE , que engloba a todos los posibles procesos inelásticos. Esta energía transferida media ΔE esta relacionada con el potencial medio de ionización J por la expresión $J=2\Delta E$, existiendo numerosas ecuaciones empíricas que dan de forma aproximada la dependencia de J con el número atómico Z . La expresión más sencilla (3.6) consiste en suponer que J es proporcional a Z con un factor de proporcionalidad igual al potencial de ionización de un átomo de hidrógeno supuesta infinita su masa nuclear y que se denomina energía de Rydberg:

$$J \approx 13.5 Z \quad [3.26]$$

Esta fórmula dá unos valores de J aceptables, salvo para los gases nobles en los que el valor de J dado por [3.26] es muy inferior al real debido a que tienen completa la última capa electrónica.

Resumiendo en el modelo simplificado que se va a seguir se supondrá que el electrón incidente pierde una energía fijada por la expresión [3.26], y por lo tanto la sección eficaz inelástica sólo dependerá del ángulo de desviación.

De esta forma y procediendo de manera parecida a la seguida en la deducción de la sección eficaz elástica por el núcleo apantallado (3.3), se obtiene la siguiente expresión:

$$d\sigma_i/d\Omega = (4Z/a_0^2 q_i^4) [1 - (1 + q_i^2 R^2)^{-2}] \quad [3.27]$$

donde el significado de los parámetros a_0 y R es el mismo que en el caso elástico. Como el proceso es inelástico $k \neq k'$ y el cambio de vector de onda, que se llamará q_i para distinguirlo del caso elástico, será (ver figura número 3.6):

$$q_i = k' - k$$

$$q_i^2 = k^2 + k'^2 - 2kk' \cos \theta = (k - k')^2 + 4kk' \sin^2(\theta/2) \quad [3.28]$$

Si únicamente se consideran aquellos procesos inelásticos en los que el valor de la pérdida de energía es pequeña ($k \approx k'$), las expresiones [3.25] y [3.28] adoptarán la forma:

$$\Delta E \approx (\hbar^2 k/m)(k - k') \quad [3.29]$$

$$q_i^2 \approx (k - k')^2 + 4k^2 \sin^2(\theta/2) \quad [3.30]$$

Despejando $(k - k')$ de [3.29], y sustituyéndolo en [3.30], se obtiene:

$$q_i^2 \approx k^2 [\theta_E^2 + 4 \sin^2(\theta/2)] \quad [3.31]$$

siendo $\theta_E = \Delta E/2E = J/4E$, el ángulo característico correspondiente a la pérdida media de energía ΔE dada por la expresión [3.26]. Teniendo en cuenta las definiciones de cada ángulo característico resulta que:

$$\theta_0 \approx 2Z^{-1/6} \theta_E^{1/2} \approx (2\theta_E)^{1/2} \quad [3.32]$$

pues la dependencia con el número atómico es muy pequeña. Una importante conclusión que se desprende de la expresión [3.32] es que $\theta_E \ll \theta_0$, ya que θ_0 es siempre muy inferior a la unidad.

Sustituyendo la ecuación [3.31] y [3.15] en la [3.27] se tendrá la sección eficaz en función del ángulo de desviación:

$$d\sigma_i/d\Omega = (4Z/a_0^2 k^4) [\theta_E^2 + 4 \sin^2(\theta/2)]^{-2} \{ 1 - \theta_0^4 [\theta_0^2 + \theta_E^2 + 4 \sin^2(\theta/2)]^{-2} \} \quad [3.33]$$

En la figura número 3.3 se muestra la dependencia angular de la sección eficaz inelástica para un haz de 25 keV que incide sobre una muestra de aluminio, pudiéndose observar que comienza a disminuir para el ángulo del orden de θ_e , mucho menor que en el caso elástico. Partiendo de la expresión [3.33] se pueden obtener fórmulas simplificadas, válidas para cada una de las regiones angulares:

i/ En la región de pequeños ángulos donde $\theta < \theta_0$ se pueden despreciar θ y θ_e frente a θ_0 , y la ecuación [3.33] se escribe:

$$d\sigma_i/d\Omega = (8Z/a_0^2 k^4 \theta_0)^2 / (\theta_E^2 + \theta^2), \text{ para } \theta < \theta_0 \quad [3.34]$$

donde se puede apreciar que la sección eficaz inelástica disminuye con el cuadrado del ángulo, a diferencia de la elástica que permanecía prácticamente constante en este mismo intervalo angular. No obstante para ángulos próximos a cero la expresión [3.33] tiende a un valor:

$$d\sigma_i/d\Omega = 8Z/a_0^2 k^4 \theta_0^2 \theta_E, \text{ para } \theta = 0 \quad [3.35]$$

que es muy superior al que se alcanzaba en el caso elástico (ver ecuación [3.16]). La conclusión que se desprende es que la dispersión inelástica está concentrada en ángulos menores que la elástica.

ii/ Para ángulos $\theta_0 \ll \theta \leq \pi$ el segundo término del corchete en [3.33] se puede despreciar frente a la unidad, y lo mismo sucede con θ_E frente a θ , y por tanto la sección eficaz se puede escribir de forma aproximada:

$$d\sigma_i/d\Omega \approx (Z/4a_0^2 k^4) \text{sen}^{-4}(\theta/2), \text{ para } \theta_0 \ll \theta \leq \pi \quad [3.36]$$

A continuación se procederá a realizar un estudio más pormenorizado de la sección eficaz inelástica diferenciando las regiones angulares mayores y menores de θ_0 , comparando los resultados con los correspondientes al caso elástico.

Región de grandes ángulos ($\theta \gg \theta_0$)

La primera cuestión a destacar es que para ángulos mayores de θ_0 la sección eficaz inelástica se expresa, salvo en un factor Z, de forma idéntica al caso elástico. Este hecho admite una fácil interpretación, sin más que comparar la expresión [3.35] con la del modelo de Rutherford [3.6], que aplicada al choque elástico de dos electrones libres, uno de ellos inicialmente en reposo, en el sistema de centro de masas C adopta la forma:

$$d\sigma_e/d\Omega = [e^2/4\pi\epsilon_0 4E]^2 \text{sen}^{-4}(\alpha/2) \quad [3.37]$$

ya que la masa reducida $\mu = m/2$. Sustituyendo $E = \hbar^2 k^2 / 2m$ resulta:

$$d\sigma_e/d\Omega = (1/4a_0^2 k^4) \text{sen}^{-4}(\alpha/2) \quad [3.38]$$

Cuando el número de electrones inicialmente en reposo es superior a uno, la probabilidad de interacción dada por la ecuación [3.38] aumentará lógicamente en un factor igual a dicho número. Llamando Z a este número, la ecuación [3.38] se transformará en:

$$d\sigma_e/d\Omega = (Z/4a_0^2 k^4) \text{sen}^{-4}(\alpha/2) \quad [3.39]$$

E identificando α con θ se comprueba que las ecuaciones [3.36] y [3.39] son iguales, y por tanto deberán describir el mismo proceso físico. Este resultado no es sorprendente, pues en la deducción de la ecuación [3.36] a partir de la [3.33] se ha despreciado el término en $\theta_E = J/4E$, que es justamente el que confiere carácter inelástico a la interacción. Efectivamente despreciar θ_E equivale a suponer que la energía media de ionización $J \approx 0$, ó que no se gasta energía en romper la ligadura del electrón al átomo (es decir los electrones atómicos se comportan como libres). Al no haber pérdida de energía cinética el proceso deja de ser inelástico, y resulta lógico que la dependencia sea la misma que en la interacción elástica electrón-electrón del modelo clásico.

Por tanto la ecuación [3.36] que dá la probabilidad de interacción electrón-electrón, aún

estando incluida dentro del apartado correspondiente a los procesos inelásticos, posee todos los atributos de una colisión elástica en las condiciones impuestas por las aproximaciones realizadas en su deducción.

En el caso de la interacción de partículas iguales conviene utilizar el sistema de referencia del laboratorio, L, ligado a la partícula inicialmente en reposo.

En este sistema la ecuación [3.35] se escribe:

$$d\sigma_i/d\Omega = (Z/4a_0^2k^4)\cos\theta_1/\sin^4\theta_1, \text{ para } \theta_0 \ll \theta_1 \leq \pi/2 \quad [3.40]$$

Siendo $\theta_1 = \theta/2$ el ángulo de desviación del electrón incidente con respecto a su trayectoria inicial. En el marco de la dispersión elástica de Rutherford entre dos partículas idénticas se cumple que ambas salen con trayectorias que forman 90° entre sí. Además, y puesto que ambas partículas son indistinguibles después de la colisión, se suele denominar electrón incidente al más energético de los dos. El electrón atómico adquiere una energía cinética W, y sale con un ángulo $\theta_2 = 90^\circ - \theta_1$.

A veces puede resultar útil expresar la sección eficaz [3.40] en función de la energía transferida W. En mecánica clásica, las energías cinéticas de las partículas después de un choque elástico son:

$$W = E \sin^2\theta_1, \text{ para el electrón atómico}$$

$$E - W = E \cos^2\theta_1, \text{ para el electrón incidente} \quad [3.41]$$

Teniendo en cuenta estas expresiones, y que

$$\cos\theta_1 d\Omega = 2\pi \cos\theta_1 \sin\theta_1 d\theta_1 = (\pi/E) dW$$

la sección eficaz [3.40] en función de la energía transferida será:

$$d\sigma_i/dW = Z[\pi e^4/E(4\pi\epsilon_0)^2]W^{-2} \text{ para } J \ll W < E \quad [3.42]$$

donde la condición de aplicabilidad es la misma que la de la ecuación [3.40], transformándola de acuerdo a las definiciones de θ_0 y θ_E . Esta condición dice que el choque se considera elástico cuando la energía de ionización J es mucho menor que las otras dos energías involucradas W y E. Ahora bien, para una cierta energía transferida W, serán los electrones externos con menor energía de ionización los que mejor se ajusten a las condiciones exigidas.

También podría darse el caso de que la colisión se produzca con un electrón interno, pero con una probabilidad extremadamente baja. Por lo tanto la sección eficaz [3.42], o su equivalente [3.40], se circunscribe básicamente al proceso de interacción entre el electrón incidente y otro situado en la capa externa del átomo, al que comunica una energía cinética muy superior a su energía de ligadura.

Resulta interesante destacar algunas consideraciones finales que se derivan de este mecanismo de interacción, como son:

i) Este proceso es una importante fuente de electrones secundarios bautizados a veces en la literatura con el nombre de electrones secundarios rápidos, ya que los electrones atómicos pueden alcanzar energías muy superiores a la del pico de los electrones secundarios, situado a unos pocos eV.

ii) El hecho de que ambos electrones salgan con trayectorias normales entre sí, hace que las colisiones de este tipo contribuyan de forma notable al ensanchamiento del haz dentro de la muestra.

iii) Ninguno de los dos electrones será retrodispersado, puesto que, al menos en una sola colisión, no pueden superar los 90° de desviación respecto de la trayectoria inicial del electrón incidente.

iv) A grandes ángulos dominan las colisiones elásticas sobre las inelásticas. En efecto el cociente de las expresiones [3.36] y [3.18] conduce a:

$$(d\sigma_i/d\Omega) / (d\sigma_e/d\Omega) = 1/Z, \text{ para } \theta \gg \theta_0$$

A la vista de esta relación se deduce la importante consecuencia de que la dispersión elástica domina a la inelástica para ángulos grandes, fenómeno que se acentúa al aumentar el número Z.

Región de ángulos pequeños

La ecuación [3.32] que gobierna el comportamiento de la sección eficaz para ángulos inferior-

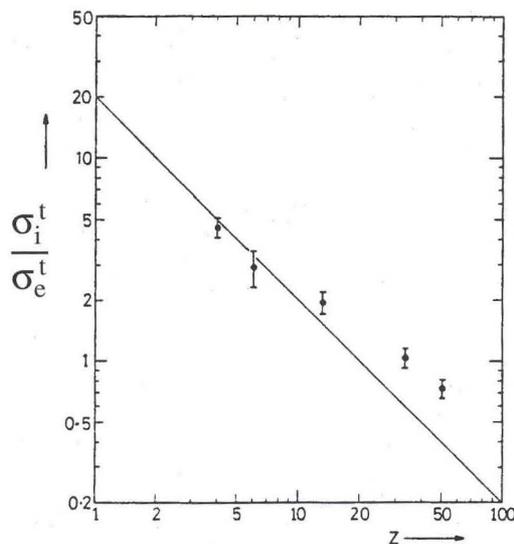


Fig. 3.7. Relación entre la dispersión inelástica y la elástica para electrones incidentes de 80 keV, en función del número atómico Z (3.7). La línea continua representa la relación [3.47] con $C = 20$.

res a θ_0 , también se puede escribir por unidad de ángulo de desviación:

$$d\sigma_i/d\theta = (16\pi Z/a_0^2 k^4 \theta_0^2)/(\theta_E^2 + \theta^2), \text{ para } 0 \leq \theta < \theta_0 \quad [3.43]$$

dando lugar a una función de tipo lorenciana con anchura angular θ_E y con un corte abrupto a θ_0 , siendo el ángulo de salida más probable igual a θ_E (ver Fig.3.3).

Cuando se estudió la interacción elástica se vió que el número de electrones dispersados en el intervalo $\theta_0 \leq \theta < \pi$ era el mismo que en el intervalo $0 \leq \theta < \theta_0$ (de ahí que θ_0 sea el ángulo mediano). Por el contrario, al integrar las ecuaciones [3.34] y [3.36] se obtienen que en la interacción inelástica la probabilidad de dispersión bajo ángulos de salida menores de θ_0 es del orden del 90%. Este cálculo indica que la dispersión inelástica está mayoritariamente concentrada en la región de ángulos pequeños, dominando a la elástica en esta región. Por tanto, se puede considerar con pequeño margen de error, que la sección eficaz inelástica total será el resultado de integrar la ecuación [3.41] entre $\theta=0$, y $\theta=\theta_0$, e ignorar así la contribución de las grandes desviaciones.

$$\sigma_1^t \approx (8\pi Z/a_0^2 k^4 \theta_0^2) \ln(1 + \theta_0^2/\theta_E^2) \quad [3.44]$$

que teniendo en cuenta que $\theta_0^2 \approx 2\theta_E \ll 1$, queda finalmente:

$$\sigma_1^t \approx (8\pi Z/a_0^2 k^4 \theta_0^2) \ln(2/\theta_E) \quad [3.45]$$

comparando esta expresión con la [3.32], correspondiente a la sección eficaz elástica total, resulta:

$$\sigma_1^t/\sigma_e^t = (2/Z)n(2/\theta_E) \quad [3.46]$$

A efectos prácticos la ecuación [3.46] se puede escribir:

$$\sigma_1^t/\sigma_e^t \approx C/Z \quad [3.47]$$

donde el coeficiente C, al variar lentamente con Z, se considera constante. La ley expresada por la relación [3.47] se corresponde bastante bien con los resultados experimentales, sobre todo para energías altas, tal y como se muestra en la figura (3.7). En dicha figura se observa que $\sigma_1^t > \sigma_e^t$ para los elementos ligeros, invirtiéndose esta desigualdad para números atómicos altos. A partir de la relación [3.47], y del hecho de que los electrones dispersados elásticamente sufren mayores desviaciones que los dispersados de forma inelástica, se puede deducir como varía la forma del volumen de interacción en función del número atómico. Efectivamente en los elementos pesados los procesos elásticos, que conllevan una mayor desviación angular, serán más probables que los inelásticos, lo que producirá un mayor ensanchamiento lateral del volumen de interacción con res-

pecto al caso de los elementos ligeros, predicción que está de acuerdo en líneas generales, con las observaciones experimentales.

Ionización de niveles internos

El interés del modelo expuesto radica en que de una forma sencilla es capaz de dar una idea global del proceso de interacción inelástica electrón-átomo.

No obstante como trata por igual a todos los electrones atómicos, ya que sólo contempla un único valor de energía transferida, no puede dar cuenta de un efecto tan importante en un MEB como es la producción de rayos-X. Para dar cuenta de este fenómeno es preciso acudir a una teoría más exacta, conocida como teoría de Bethe (3.8), que trata a los electrones atómicos de forma individualizada. En esta teoría, que también está basada en la aproximación de Born, el electrón incidente puede transferir una energía variable a los electrones atómicos dando lugar a distintas transiciones, de manera que si el átomo queda ionizado en el nivel n , la energía cedida será al menos igual a la correspondiente en ese nivel.

Considerando únicamente transiciones de ionización con estado final en el continuo, la dependencia de la sección eficaz será también continua y se expresa en la región de pequeños ángulos:

$$d^2\sigma_i/d\Omega d\Delta E = (e^2/4\pi\epsilon_0)^2 (1/E\Delta E) [\theta^2 + \theta_E^2] I.O. \quad [3.48]$$

donde ΔE y E son las energías transferida y del electrón incidente, respectivamente $\theta_E = \Delta E/2E$ es el ángulo característico, e I.O. es la intensidad de oscilador de la transición entre los estados inicial y final, y mide la respuesta del átomo frente a una perturbación exterior. En la intensidad de oscilador está incluida la probabilidad de la transición a través del correspondiente elemento de matriz. Para ángulos y pérdidas de energías no muy grandes (región dipolar) el valor de I.O. es casi constante.

Es preciso señalar que la expresión [3.48] conserva la dependencia lorenciana de la sección eficaz [3.34] del modelo elemental. Si se integra para todos los ángulos, y para una pérdida de energía igual o superior a la de un determinado nivel atómico n , se obtendrá la probabilidad de ionización para dicho nivel:

$$\sigma_n = [\pi e^4/(4\pi\epsilon_0)^2] (1/E_n E) z_n b_n \ln(c_n E/E_n) \quad [3.49]$$

siendo:

E_n la energía del nivel n

z_n el número de electrones en el nivel n

b_n y c_n son constantes características del nivel excitado.

La ecuación [3.49] se suele expresar en función de la variable adimensional $U_n = E/E_n$:

$$\sigma_n = [\pi e^4/(4\pi\epsilon_0)^2] z_n b_n \ln(c_n U_n) (1/U_n E_n^2) \quad [3.50]$$

debido a que si se representa $(\sigma_n U_n E_n^2)$ en función de $(\ln U_n)$ se obtienen una recta:

$$[\pi e^4/(4\pi\epsilon_0)^2] z_n \sigma_n U_n E_n^2 = b_n \ln U_n + b_n \ln c_n \quad [3.51]$$

que facilita la comparación entre secciones eficaces de diferentes elementos.

Esta presentación, denominada de Fano (3.9), permite también obtener los parámetros b_n y c_n que mejor ajusten con los resultados experimentales, así como conocer el valor mínimo de U_n para el cual es válida la ecuación [3.51]. A este respecto Powell (3.10) ha realizado una revisión crítica en la que compara tanto este modelo como otros, incluidos algunos de naturaleza empírica, con los resultados experimentales mostrando los intervalos de validez de los mismos.

Lógicamente la emisión de rayos-X será proporcional a la probabilidad de ionización, y la expresión [3.49] será la que se emplee en el método ZAF, dentro del análisis cuantitativo de producción de rayos-X. Por otro lado aunque los procesos inelásticos que dan lugar a la ionización en un nivel interno son mucho menos probables que los correspondientes a las capas externas (la sección eficaz es inversamente proporcional a la energía transferida), contribuyen de forma significativa en el frenado del haz, por tratarse de procesos que conllevan una pérdida de energía alta.

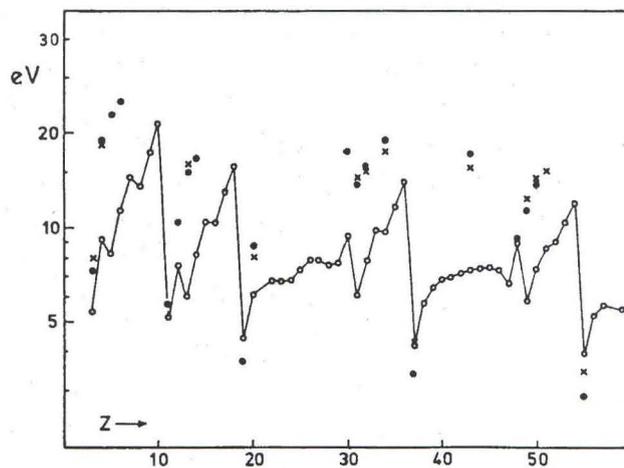


Fig. 3.8. Energía de ionización mínima (círculos huecos) y energía de plasmón experimental (círculos llenos) en función del número atómico Z . Cuando $E_p > E_i$ el modelo atómico sobreestima la sección eficaz inelástica (ver texto). Las cruces representan la energía de plasmón calculada mediante el modelo de electrones libres desarrollado en el texto.

3.4.2. Pérdidas inelásticas en un sólido: Plasmones

Los resultados del modelo atómico para la dispersión inelástica por excitación de electrones individuales, podrían aplicarse en principio al caso de un sólido, sin más que considerar que la sección eficaz inelástica del sólido es la suma de las correspondientes secciones eficaces de los átomos individuales. No obstante en ciertos materiales este principio de aditividad puede conducir a errores considerables, debido a que en ellos existe una alta probabilidad de que se efectúen ciertos procesos de excitación inelástica, que por su carácter colectivo no pueden tener lugar en un átomo individual. Así en un sólido, el gas de electrones de la banda externa pueden oscilar de forma colectiva respecto a los núcleos. Para que dichas oscilaciones colectivas tengan lugar es preciso aportar una cierta cantidad de energía al sólido, que puede ser suministrada por el electrón incidente. A todos los efectos estas oscilaciones pueden ser consideradas como cuasipartículas, denominadas plasmones (3.11), dotadas de una cierta energía cuantizada cuyo valor mínimo es fácil de calcular, si se supone que el desplazamiento que sufren los electrones externos no se ve afectado por el resto de la carga del átomo. En estas condiciones la energía para crear un plasmón viene dada por:

$$E_p = h(N_e^2/\epsilon_0 m)^{1/2} \quad [3.52]$$

siendo N_e el número de electrones por unidad de volumen (en la banda de conducción para un metal, o en la de valencia si se trata de un semiconductor). De la ecuación [3.52] se infiere que la energía para crear un plasmón es característica de cada material, con una magnitud que en cualquier caso no supera los 30 eV.

De esta manera el electrón incidente puede transferir parte de su energía al conjunto de sólido para dar lugar a la formación de unos o varios plasmones.

Debido a que la energía transferida es pequeña, la desviación será también pequeña, y de acuerdo con Ferrell (3.12) la sección eficaz inelástica para la creación de plasmones en el modelo de electrones libres es:

$$d\sigma_p/d\Omega = (1/2\pi a_0 N) \theta_p / (\theta^2 + \theta_p^2) \quad \text{con } \theta_p = E_p/2E \text{ siendo } \theta \ll 1 \quad [3.53]$$

Esta ecuación es muy similar a [3.43], que da la sección eficaz para la interacción electrón-electrón en la región de pequeños ángulos. De la ecuación [3.53] se deduce que la dependencia de $d\sigma_p/d\theta$ con θ es una lorenciana de anchura θ_p , siendo el ángulo de salida más probable igual también a θ_p . Como en general $E_p \ll \Delta E$ se cumplirá que $\theta_p \ll \theta_E$, y por tanto la desviación sufrida por el electrón incidente cuando interacciona con el gas de electrones del sólido creando un plasmón

será menor que la prevista por el modelo atómico para la interacción electrón-electrón. No obstante en la mayoría de los materiales, tal como queda reflejado en la figura 3.8, la energía de ionización de los electrones externos suele ser menor que la energía para crear un plasmón. En estos casos el efecto neto que introduce el sólido a través de los plasmones, será el de aumentar la energía media de interacción inelástica con los electrones externos lo que conduce a un aumento de ΔE . El resultado final conduce a una disminución de la sección eficaz inelástica total (en la que se incluye tanto la interacción electrón-plasmón como electrón-electrón). Este efecto será tanto más notable cuanto mayor sea E_p respecto a la energía de ionización de los electrones externos, o lo que es lo mismo cuanto mayor sea σ_p y menor sea Z , ya que en este caso aumenta el peso de los electrones externos respecto al total y por tanto el efecto de los plasmones.

En el modelo de plasmones aquí descrito se ha considerado que $E_p = \text{cte}$, y sólo será válido para ángulos $\theta=0$, cuando el cambio de momento es prácticamente nulo. No obstante este modelo se puede extender a ángulos mayores, a partir de la relación de dispersión que expresa la variación E_p con el cambio en el vector onda q_p . En este caso el cambio en el vector onda en función del ángulo sería:

$$q_p = k(\theta_p^2 + \theta^2)^{1/2} \quad [3.54]$$

Ahora bien, los experimentos sugieren que q_p no crece indefinidamente con θ , sino que existe un valor límite denominado q_c , a partir del cual no es posible la creación de plasmones (salvo cuando se consideran procesos más complejos en los que también interviene la red). La razón fenomenológica de dicho límite, radica en que la longitud de onda más corta de un plasmón (que correspondería al vector de onda máximo q_c) debe ser del orden de la separación media entre los electrones del mar de Fermi, y que aproximadamente viene dada por el inverso del vector de onda en los electrones situados en el nivel de Fermi ($\theta_c \approx k_F$). Por tanto el máximo ángulo de desviación q_c será:

$$q_c = k(\theta_p^2 + \theta_c^2)^{1/2} \approx k\theta_c \approx k_F \quad [3.55]$$

Partiendo de la validez de esta aproximación, la sección eficaz para la creación de plasmones, vendrá dada por la ecuación [3.53], añadiéndole un corte abrupto para $\theta = \theta_c$. También resulta posible calcular la sección eficaz inelástica total para la excitación de plasmones sin más que integrar la expresión [3.53] entre $\theta=0$ y $\theta=\theta_c$.

$$\sigma_p = (\theta_p / 2a_0 N) \ln(\theta_c / \theta_p) \quad [3.56]$$

Por último, y para concluir este apartado, baste señalar que otra interacción colectiva con cierto interés en un MEB es la que se produce con las oscilaciones de la red ó fonones, y hace que localmente se incremente la temperatura de la muestra, pudiendo dar lugar a problemas importantes cuando el material sea mal conductor del calor.

3.5. Dispersión múltiple

3.5.1. Frenado del electrón a lo largo de su trayectoria

Cuando un electrón incidente penetra en la muestra, va perdiendo progresivamente su energía debido a las sucesivas interacciones inelásticas que sufre en su camino. Este proceso de cesión de energía ocurre de hecho de manera discreta, cediéndose una determinada cantidad de energía en cada interacción inelástica del electrón con la muestra.

Puesto que la cantidad de energía transferida en cada interacción W resulta, en la mayoría de los casos, muy inferior a la energía del electrón incidente antes de la interacción E , el número de interacciones preciso para frenarlo totalmente será elevado. Ello nos permite diseñar modelos aproximados del proceso de transferencia de energía, considerando que ésta se produce de forma continua a lo largo de todo el recorrido del electrón. Esta idea desarrollada por Bethe (3.8) permite estimar el ritmo medio de pérdida de energía de los electrones a lo largo de su trayectoria, dE/ds , a partir de la sección eficaz del modelo atómico.

$$dE/ds = -N\sigma_i \bar{W} \quad [3.57]$$

siendo N el número de átomos por unidad del volumen, $\sigma_i = \int d\sigma_i$ la sección eficaz inelástica total para un átomo con un número atómico Z y \bar{W} la pérdida media de energía en cada interacción, que es por definición:

$$\bar{W} = \int W(d\sigma_i/dW)dW / \int (d\sigma_i/dW)dW = \int W d\sigma/d\sigma_i$$

que sustituida en [3.57] queda:

$$dE/ds = N \int W d\sigma_i \quad [3.58]$$

Integrando esta ecuación, se obtiene la llamada expresión de Bethe:

$$dE/ds = -2\pi(e^2/4\pi\epsilon_0)^2(N_A Z\rho/AE)\ln(1.166E/J) \quad [3.59]$$

siendo E la energía del electrón en un instante determinado y J el potencial medio de ionización, y una vez sustituido el número de átomos por unidad de volumen por su valor $N = N_A \rho/A$ (con N_A número de Avogadro, ρ la densidad y A el peso atómico). Expresando ρ en g/cm^3 , A en g/mol y E y J en keV, la expresión de Bethe queda:

$$dE/ds(\text{keV/cm}) = -7.810^4 (Z\rho/AE)\ln(1.166/J) \quad [3.60]$$

El valor de J depende de la muestra, existiendo diversas expresiones para su estimación. La más corrientemente utilizada es la debida a Berger y Seltzer (3.13):

$$J(\text{eV}) = 9.76Z + 58.8Z^{-0.19} \quad [3.61]$$

En general, se cumple que a los elementos de mayor densidad les corresponden valores de dE/ds más negativos, lo que significa que en ellos los electrones se frenan más rápidamente.

Si la muestra no está constituida por un elemento puro sino que es un material compuesto, puede estimarse su velocidad de pérdida de energía mediante la expresión:

$$dE/ds = -2\pi(e^2/4\pi\epsilon_0)^2(N_A/E) \sum [c_i(Z_i/A_i)\ln(1.166E/J_i)] \quad [3.62]$$

siendo c_i las concentraciones en peso de los diferentes elementos presentes en la muestra y J_i sus potenciales medios de ionización.

En muchas ocasiones se prefiere considerar la pérdida de energía por unidad de masa, magnitud que se denomina «capacidad de frenado» de la muestra respecto del electrón incidente, que se define como:

$$S = -(1/\rho)(dE/ds) = -2\pi(e^2/4\pi\epsilon_0)^2(N_A Z/AE)\ln(1.166E/J) \quad [3.63]$$

Como Z/A como E/J disminuyen al aumentar Z, la capacidad de frenado disminuye al aumentar el número atómico de la muestra.

La expresión de Bethe para dE/ds va creciendo, en valor absoluto, al ir disminuyendo la energía del electrón, lo que significa en la práctica que los electrones más lentos transfieren más rápidamente su energía a la muestra.

Desgraciadamente, la fórmula de Bethe no resulta válida para electrones con energía por debajo de un cierto valor, función del Z de la muestra, ya que dicha función presenta un máximo (en valor absoluto), decreciendo a continuación rápidamente y haciéndose positiva para $E < 0.86J$, lo que físicamente carece de sentido. Este fenómeno era en cierta forma esperable, puesto que al estar la fórmula de Bethe basada en la aproximación de Born, sólo resulta válida para electrones incidentes con energías altas. En la figura número 3.9 se representa la variación de la capacidad de frenado S para el oro y el aluminio, de acuerdo con la expresión de Bethe. Se aprecia en dichas curvas el máximo de la función y su fuerte descenso para energías bajas, lo que contradice a la realidad física, ya que para energías decrecientes la capacidad de frenado va en la realidad creciendo progresivamente. La expresión de Bethe no resulta correcta por debajo de 1 KeV en aluminio ni por debajo de 10 KeV en el oro (3.14, 3.15).

Con objeto de estimar la variación de dE/ds para energías bajas, se han desarrollado algunos métodos, por ejemplo la expresión empírica de Love y col. (3.16):

$$S = -(1/\rho)(dE/ds) = (Z/A)(1.1810^{-5}J^{1/2}E^{1/2} + 1.4710^{-6}E) \quad [3.64]$$

expresando ρ , A, E y J en las mismas unidades ya indicadas para la fórmula de Bethe. En la figu-

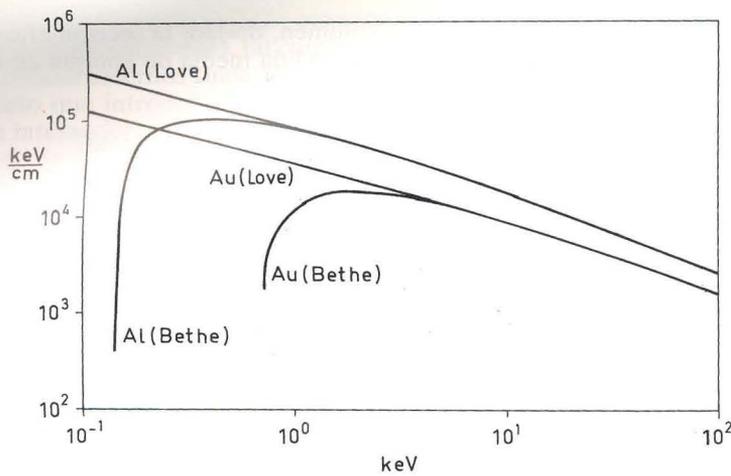


Fig. 3.9. Variación del poder de frenado con la energía del electrón, según la ecuación de Bethe [3.63] y de Love [3.64].

ra 3.9 se reproducen las curvas de variación de la capacidad de frenado del Al y Au de acuerdo con la fórmula de Love, resaltándose las diferencias respecto del comportamiento predicho por Bethe en energías pequeñas, mientras que para valores elevados ambas expresiones coinciden.

Dado que la fórmula de Bethe anteriormente indicada nos muestra la variación de la energía del electrón a lo largo de su trayectoria, integrando la misma podríamos estimar el recorrido que tendrán en el interior de la muestra un haz de electrones que incide con una energía E_0 . En primera aproximación resulta muy sencillo calcular dicho recorrido, si se supone constante el término logarítmico que aparece en la fórmula de Bethe, que varía lentamente con la energía. Entonces, partiendo de la ecuación [3.63]:

$$-(1/\rho)(dE/ds) \approx -2\pi(e^2/4\pi\epsilon_0)^2(N_A Z/AE)B = c/E \quad [3.65]$$

siendo B el término logarítmico y c una constante que recoge todos los parámetros que no varían para un elemento con Z fijo. Integrando esta ecuación entre la energía inicial E_0 y otra $E < E_0$ que alcanzará al cabo de un cierto recorrido s se obtiene:

$$E_0^2 - E^2 = 2CpS$$

que teniendo en cuenta que $E = mv^2/2$, y llamando $c_T = 2cp$, la velocidad al cabo del recorrido s será:

$$V^4 = V_0^4 - c_T s \quad [3.66]$$

A partir de esta fórmula, conocida como ley de Thomson-Whiddington, resulta inmediato estimar el recorrido máximo r, para $v=0$:

$$r = V_0^4 / c_T \quad [3.67]$$

Este cálculo elemental sirve de base para calcular el coeficiente de electrones retrodispersados en el modelo de Everhart.

No obstante, si no se supone constante el término logarítmico se obtendrá por integración de la ecuación [3.63] el denominado recorrido de Bethe:

$$R_B = (A/2\pi e^4 N_A Z \rho) \int_{E_0}^0 [E/\ln(1.166/J)] dE \quad [3.68]$$

expresión que no resulta integrable analíticamente y que presenta una singularidad para $E=0.86J$.

Everhart y Hoff (3.17) integran numéricamente la expresión ρR_B en función de $\xi = 1.166E/J$, de manera que:

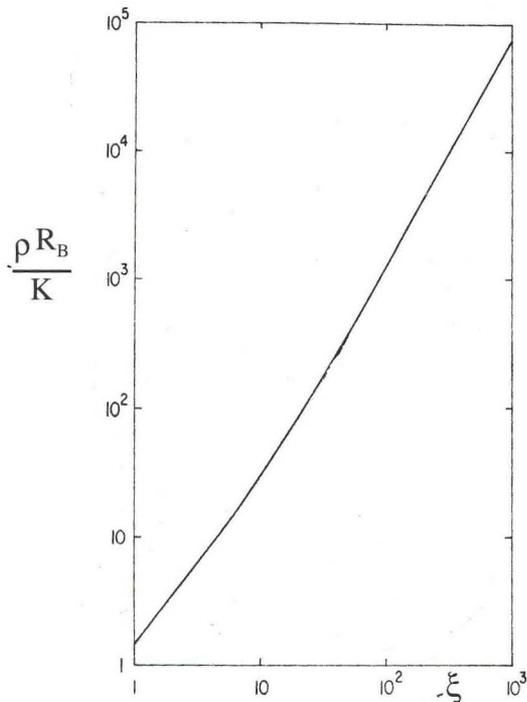


Fig. 3.10. Variación de $\rho R_B/K$ en función de ξ de acuerdo con Everhart y Hoff (3.17).

$$\rho R_B = K \int_0^{\xi_0} (\xi / \ln \xi) d\xi \quad [3.69]$$

$$\text{con } K = J^2 A / 1.166^2 2\pi e^4 N_A Z = 9.410^{-12} J^2 A / Z (\text{gr/cm}^2) \quad [3.70]$$

si expresamos J en eV y A en gr/mol.

Para esquivar la singularidad en $E=0,86J$, dichos autores hacen la aproximación:

$$\rho R_B / K = \int_S^{\xi_0} (\xi / \ln \xi) d\xi + \int_0^S (\xi / \ln \xi) d\xi \approx \int_{\xi_1}^{\xi_0} (\xi / \ln \xi) d\xi + \int_0^{\xi_1} (\xi^{-m-1} \xi^m / \ln \xi) d\xi \quad [3.71]$$

con $\xi_1=5$ y $m=0.3787$. En la figura 3.10 se representa el valor de $\rho R_B/K$ en función de ξ (3.17). Para valores de x entre 10 y 100, la curva de $\rho R_B(x)$, puede aproximarse por la expresión:

$$\rho R_B = 0.68K \cdot \xi^{1.62} \quad [3.72]$$

Por otro lado, si integramos la expresión empírica de Love ya comentada, se obtiene un valor del recorrido electrónico medio:

$$\rho R_L (\text{gr/cm}^2) = (A/Z) (0.7773 \cdot 10^{-5} J^{1/2} E_0^{3/2} + 0.735 \cdot 10^{-6} E_0^2) \quad [3.73]$$

expresando J y E en keV. Esta expresión proporciona valores parecidos a los que se deducen del gráfico de la figura 3.10.

3.5.2. Forma y tamaño del volumen de interacción

Conforme los electrones del haz incidente van penetrando en la muestra, sufren sucesivas interacciones elásticas e inelásticas que dan lugar a su progresiva desaceleración y dispersión, generando diversos procesos de resultados de los cuales una serie de señales van a emerger al exterior, convirtiéndose en la fuente de información que nos permitirá el estudio de la muestra.

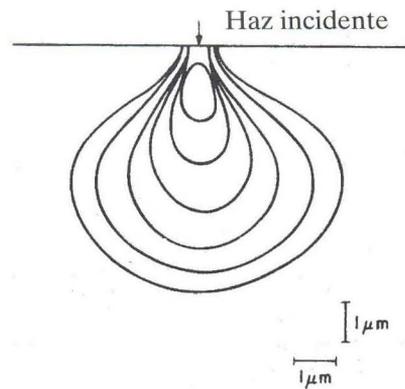


Fig. 3.11. Perfiles de disipación de energía en polimetilmetacrilato bajo la acción de un haz de 20 keV con una intensidad de 2×10^{-10} A (3.19).

La resolución de la información obtenible dependerá (en mayor o menor medida según sea el tipo de señal considerado) de la forma y tamaño de la región de la muestra afectada por el haz incidente, por lo que la delimitación de dicha zona resulta muy interesante.

La visualización experimental del volumen de interacción es difícil, aunque se ha conseguido en algunos casos particulares como en el trabajo realizado por Everhart y col. (3.18) sobre una muestra de polimetilmetacrilato mediante técnicas de ataque químico. En la figura 3.11 se muestran los perfiles de disipación de energía de los electrones incidentes en el interior del material citado, pudiéndose apreciar que el volumen de la interacción en un material ligero tiene forma de pera y un tamaño de varias μm bajo la acción de un haz electrónico de 20 keV.

Esta forma de pera de la zona de interacción haz-muestra se desarrolla en materiales de bajo número atómico. Como ya se ha comentado, la probabilidad de que los electrones que entran en la muestra sufran interacciones elásticas (principales responsables de la dispersión angular del haz) es proporcional a Z y varía inversamente con la energía del electrón. En los materiales con bajo Z sometidos a la acción de un haz de energía elevada, la probabilidad de que los electrones incidentes sufran interacciones elásticas en su recorrido inicial por el interior de la muestra resulta pequeña, por lo que en las proximidades de la superficie el haz no se dispersa. Sólomente cuando los electrones han recorrido una cierta distancia por el interior de la muestra, y por tanto han cedido una significativa proporción de su energía mediante interacciones inelásticas, aumenta la probabilidad de sufrir colisiones elásticas, y se produce la progresiva dispersión y ensanchamiento del haz y por tanto de la zona de interacción. Este comportamiento es el que origina la forma de pera ya mencionada.

Al ir aumentando el Z de la muestra, va desapareciendo esa forma de pera, porque aumenta notablemente la posibilidad de colisiones elásticas, incluso en el recorrido inicial de los electrones, por lo que la dispersión angular del haz comienza apenas penetrado éste en el material.

Por otro lado, la profundidad que alcanzan los electrones incidentes dentro de la muestra va disminuyendo en general al aumentar el número atómico, ya que tanto las interacciones elásticas como inelásticas resultan más probables cuanto mayor es el Z del material, tal y como predijo al comentar la ecuación [3.47].

3.5.3. Simulación del comportamiento del haz

De cara a la estimación de diversos parámetros típicos de la interacción entre el haz incidente y la muestra (coeficientes de emisión de electrones secundarios y retrodispersados, tamaño y forma de la zona excitada, emisión de rayos X, distribución de la energía disipada, etc) se han desarrollado técnicas de simulación por ordenador del recorrido de los electrones por el interior del material. Dado que para la determinación de la secuencia de interacciones sucesivas del electrón se utiliza la generación de números aleatorios, estas técnicas reciben el nombre de métodos de Monte-Carlo (3.14-3.16, 3.21-3.23).

Para la simulación de una trayectoria se supone que el electrón sufre a lo largo de un recorrido sucesivas interacciones, tanto elásticas como inelásticas, que dan lugar a una trayectoria quebrada cuyos tramos tienen un tamaño del orden del recorrido libre medio correspondiente a los diferentes tipos de interacción. En cada colisión, se calcula el ángulo de desviación de la trayectoria en función del tipo de interacción supuesta y de la energía del electrón en ese instante.

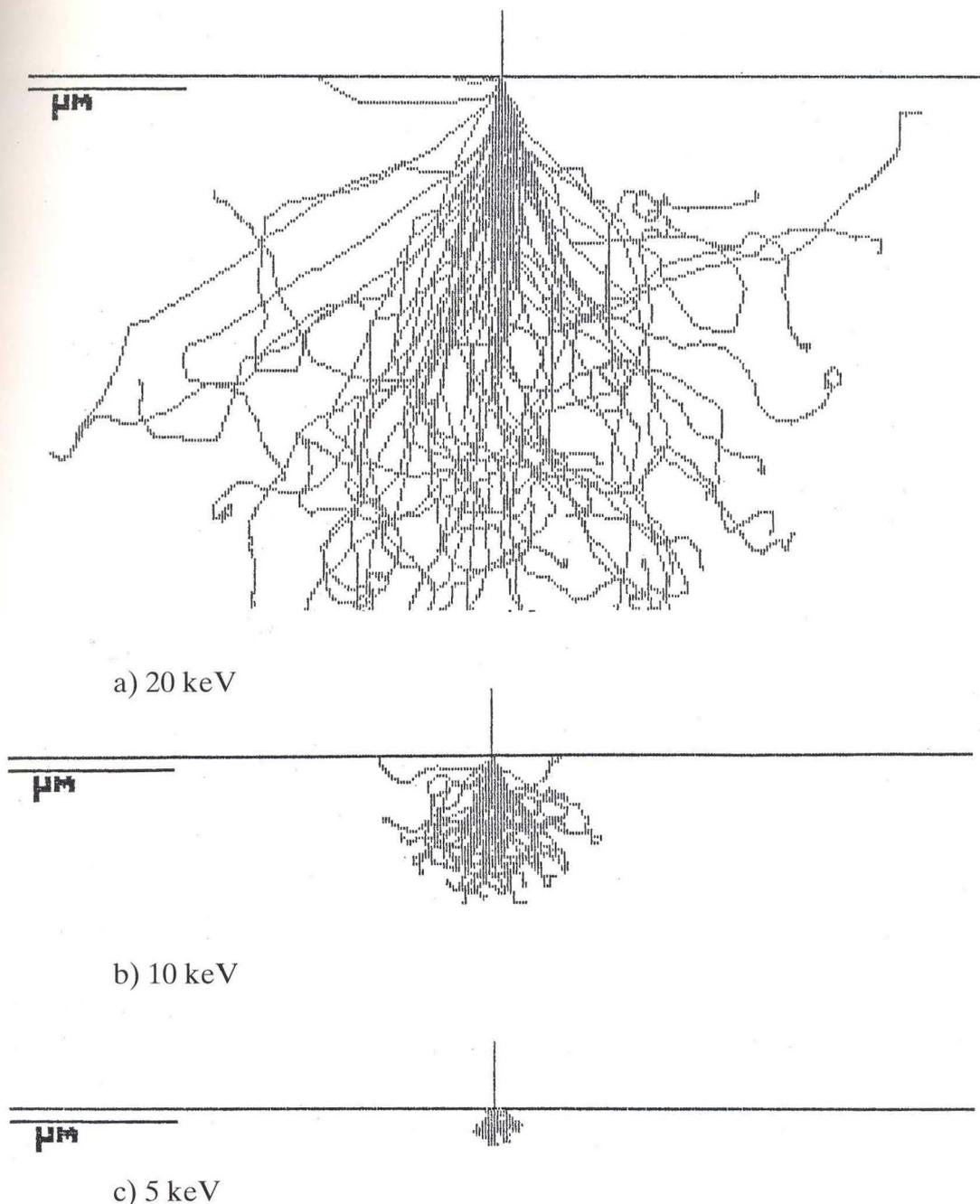
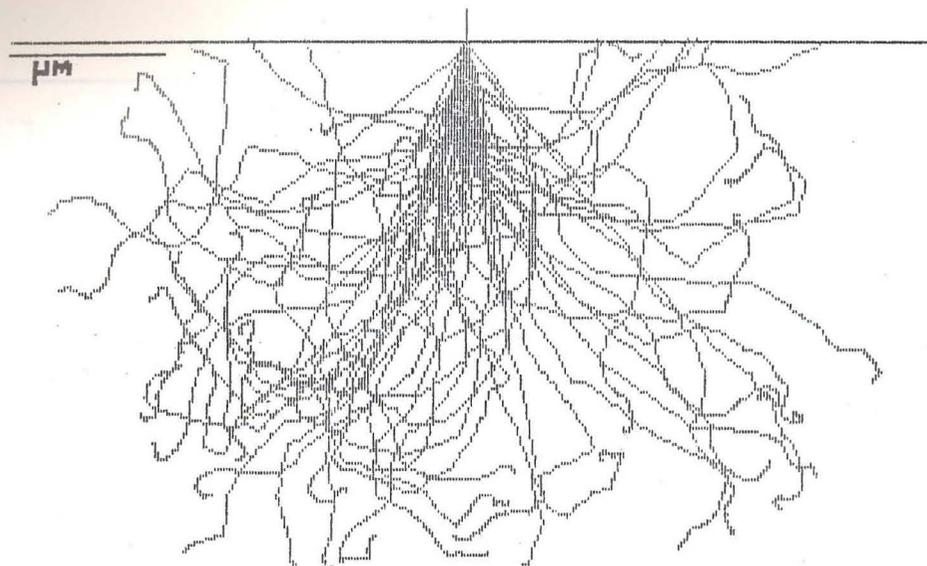


Fig. 3.12. Variación de la penetración del haz en función de su energía, para una muestra de aluminio.

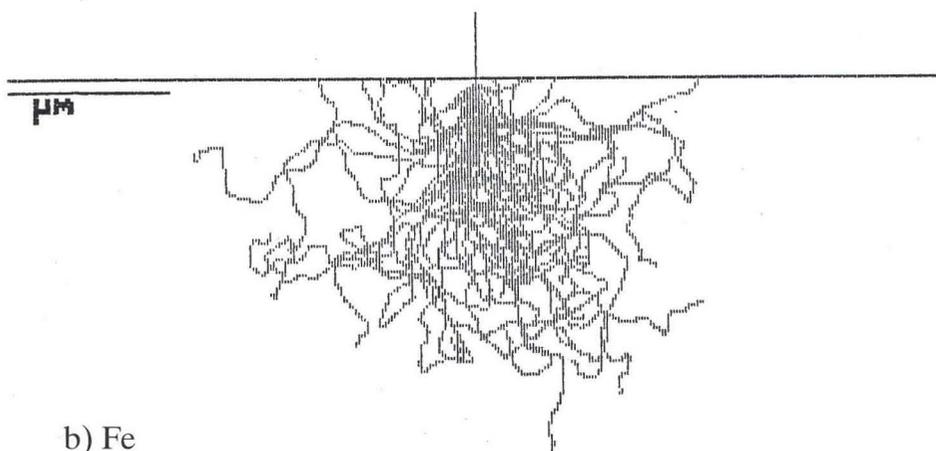
La pérdida de energía del electrón por interacciones inelásticas se simula generalmente considerando una disminución continua de la misma a lo largo de la trayectoria, de acuerdo con expresiones como la de Bethe, aunque en algunos casos se han considerado los diversos procesos inelásticos discretos, tal y como hacen R. Shimizu y col (3.23).

Para obtener valores con significación estadística, que puedan ser considerados como estimaciones fiables de la variable en estudio, se precisa la simulación de una gran cantidad de trayectorias electrónicas, típicamente entre 10^3 y 10^4 .

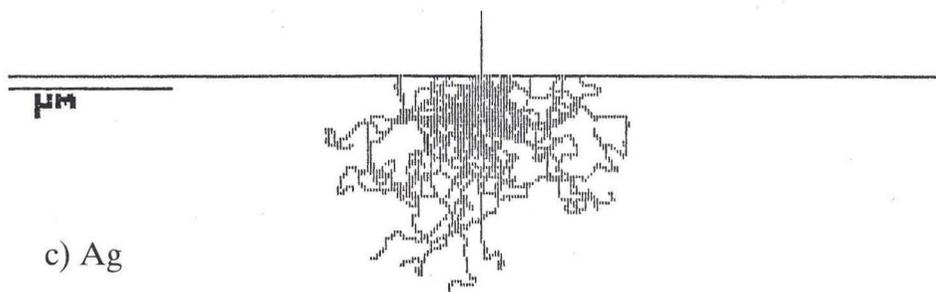
La figura 3.12 recoge un conjunto de trayectorias simuladas, obtenidas con un programa de ordenador desarrollado por Humphrey (3.24), suponiendo una incidencia normal del haz sobre la muestra de aluminio para distintos voltajes de excitación. Queda en ella claramente de manifiesto la gran influencia de la energía del haz incidente sobre la profundidad de penetración en la muestra.



a) Al



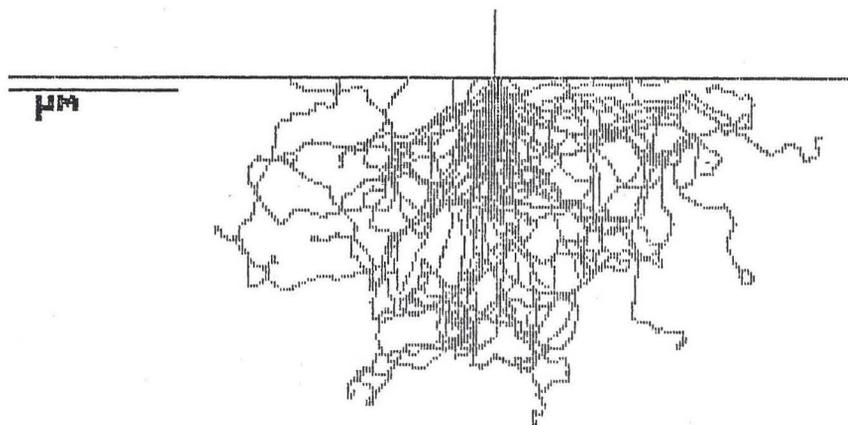
b) Fe



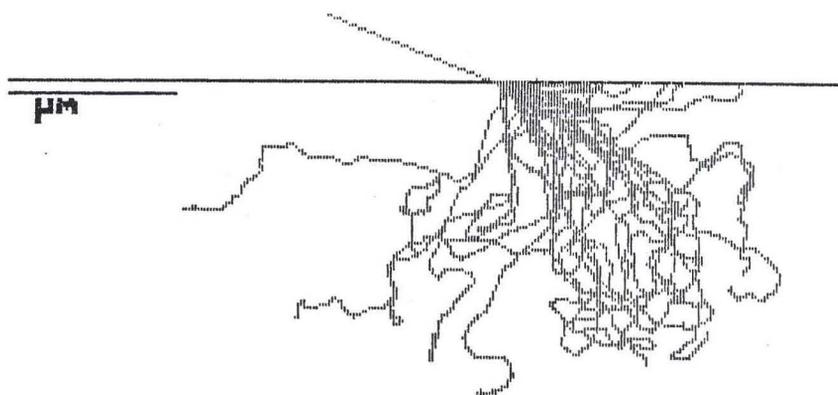
c) Ag

Fig. 3.13. *Influencia del número atómico en la penetración del haz en la muestra.*

Para visualizar la relación entre el número atómico y el tamaño de la zona excitada, se representan en la figura 3.13 los comportamientos del haz en muestras de Al, Fe y Ag para incidencia normal de un haz de 20 keV. Puede apreciarse claramente cómo al aumentar Z disminuye la región afectada.



(a)



(b)

Fig. 3.14. Influencia que ejerce el ángulo de incidencia formado entre el haz y la superficie de la muestra, sobre el recorrido electrónico en el caso del cobre bajo la acción de un haz de 25 keV; a) Incidencia normal, b) incidencia de 70°.

Por último, la figura 14 permite esquematizar la influencia de la inclinación del haz sobre las trayectorias electrónicas. Una incidencia oblicua hace que el recorrido de los electrones se realice mayoritariamente a menor profundidad que en el caso de incidencia normal, lo que hace que las señales emitidas por la muestra contengan una información más representativa de la zona superficial de la misma.

3.5.4. La penetración del haz en la muestra

Entendemos por penetración máxima $R_{\text{máx}}$ la mayor distancia desde la superficie de la muestra que pueda alcanzar un electrón incidente. Este valor dependerá lógicamente de la composición de la muestra y de la energía del haz.

La determinación experimental de $R_{\text{máx}}$ se realiza mediante mediciones en muestras constituidas por láminas delgadas. Si la lámina tiene un espesor muy pequeño, una parte de los electrones incidentes conseguirán atravesarla, emergiendo por la otra cara. Al aumentar el espesor, irá disminuyendo la cantidad de electrones que la atraviesan (electrones transmitidos), de manera que, a

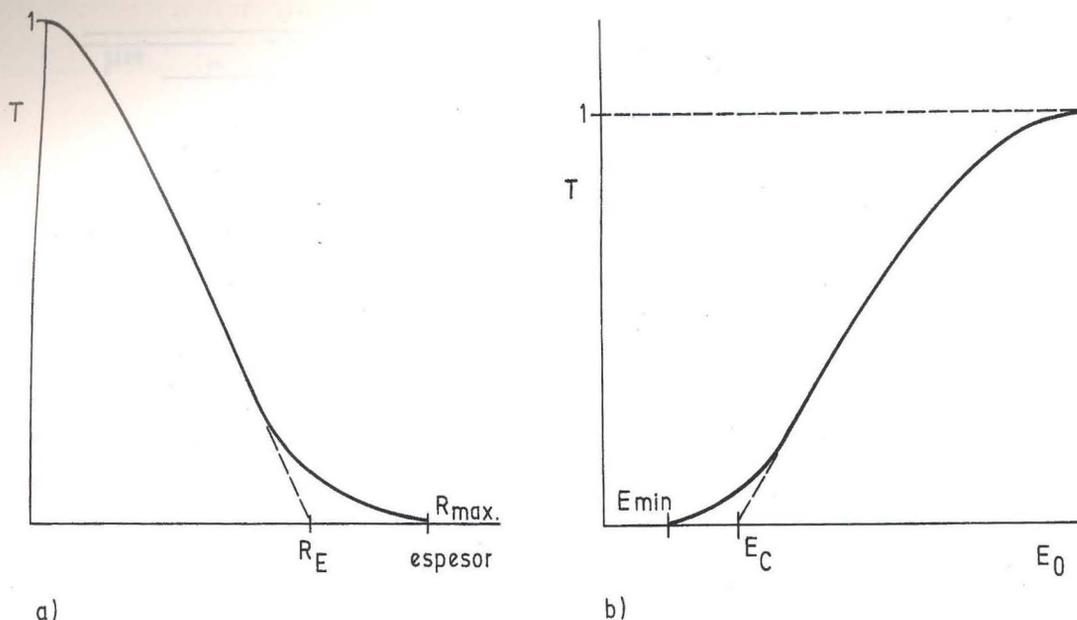


Fig. 3.15. Variación del coeficiente de transmisión a) en función del espesor para una E_0 dada y b) con la energía del haz para un mismo espesor.

partir de un determinado espesor, ya no le es posible a ningún electrón pasar a través de ella. Dicho espesor corresponderá en consecuencia al valor de $R_{m\acute{a}x}$. La figura 3.15a nos presenta la variación del coeficiente de transmisión T (definido como la relación entre la intensidad de electrones transmitidos y la incidente) en función del espesor de la lámina, para una determinada energía de excitación, señalándose el valor correspondiente a $R_{m\acute{a}x}$ para esa energía y tipo de material.

Experimentalmente resulta difícil la determinación exacta de $R_{m\acute{a}x}$, por lo que en muchas ocasiones se prefiere definir una penetración práctica R_E , obtenida por extrapolación de la zona lineal de la curva $T(x)$, que nos dá una idea del espesor de la muestra por debajo del cual sólo llegan unos pocos electrones.

Una forma alternativa de obtener valores de la profundidad de penetración consiste en determinar el coeficiente de transmisión de una lámina con un espesor determinado en función de la energía del haz incidente. La función $T(E_0)$ que se obtiene en este caso viene representada esquemáticamente en la figura 15b. El valor $E_{m\acute{i}n}$ para el que la transmisión se anula corresponderá a la energía de haz incidente a la que corresponde un $R_{m\acute{a}x}$ igual al espesor de la lámina utilizada en el ensayo. Extrapolando la zona aproximadamente lineal de $T(E_0)$ obtenemos un valor E_C respecto del cual el espesor de la lámina puede considerarse como un valor práctico R_X de la penetración del haz en el material considerado, para una energía E_C del haz incidente. Los valores de R_E y R_X obtenidos experimentalmente no son en general coincidentes.

Diversos investigadores han comprobado que el valor de la penetración práctica R_X puede estimarse con aceptable precisión utilizando una expresión del tipo $R_X = KE_0^a/\rho$, siendo K y a constantes empíricas, E_0 la energía del haz incidente y ρ la densidad del material. Reimer (3.25) recopila una serie de expresiones de este tipo, aportadas por diferentes autores, en la que se observa que el exponente a varía entre 1.34 y 1.67. Una expresión que se ajusta bastante a la mayoría de las fórmulas recogidas por Reimer es $R_X = 0,1 E_0^{1,4}/\rho$, que puede utilizarse para estimar R_X en μm si ponemos E_0 en keV y ρ en gr/cm^3 para el caso de incidencia normal del haz sobre la muestra. Si la incidencia es oblicua la penetración disminuye.

Una expresión de este tipo implica que la composición de la muestra influye básicamente en R_X a través de la densidad, de manera que el valor ρR_X resulta independiente en primera aproximación del material examinado. Ello parece verse confirmado con mediciones experimentales, en las que se comprueba la escasa influencia de Z sobre ρR_X .

Por otro lado, Kanaya y Okayama (3.26) desarrollaron una expresión para la penetración del haz:

$$R = [0.0276AE_0^{5/3}/\rho Z^{8/9}] [(1 + 0.978 \cdot 10^{-3}E_0)^{5/3}/(1 + 1.957 \cdot 10^{-3}E_0)^{4/3}] \quad [3.74]$$

que parece ser una buena estimación de $R_{m\acute{a}x}$ en μm , si ponemos E_0 y ρ en las mismas unidades indicadas anteriormente para la determinación de R_X .

El disponer de un valor, al menos aproximado, de la penetración del haz en la muestra resulta muy interesante de cara a conocer la profundidad de la que emergen las señales de la muestra, y por tanto para tener una idea de la influencia del sustrato subsuperficial sobre la información que se obtiene en el microscopio electrónico de barrido.

Referencias

- (3.1) L. D. LANDAU, E. M. LIFSHITZ: *Mecánica*. Ed. Reverté S.A. Barcelona (1972).
- (3.2) L. D. LANDAU, E. M. LIFSHITZ: *Mecánica cuántica no relativista* Ed. Reverté S.A. Barcelona (1972).
- (3.3) F. LENZ: Zur Streuung mittelschneller Elektronen in kleinste Winkel. *Z. Naturforsch.* 9A (1954), 185.
- (3.4) N. F. MOTT, H. S. MASSEY: *The theory of atomic collisions*. 2nd ed. Oxford. Clarendon Press, cap. III (1949).
- (3.5) L. REIMER, E. R. KREFTING: Calculation and tabulation of Mott cross-sections for large-angle electron scattering. *Scanning*, 6 (1984), 128.
- (3.6) F. BLOCH: *Z. Physik*, 81 (1933), 363.
- (3.7) R. F. EGERTON: Measurement of inelastic/elastic scattering ratio for fast electrons and its use in the study of radiation damage. *Phys. Status Solidi* (a) 37 (1976), 663.
- (3.8) H. BETHE: Zur Theorie des Durchgangs schneller Korpuskularstrahlen durch Materie. *Ann. Phys.* (Leipzig), 5 (1930), 325.
- (3.9) U. FANO: Ionizing collisions of very fast particles and the dipole strength of optical transitions. *Phys. Rev.* 95 (1954), 1198.
- (3.10) C. J. POWELL: Cross sections for ionization of inner-shell electrons by electrons. *Rev. Mod. Phys.* 48 (1976), 33.
- (3.11) D. BOHM, D. PINES: A collective description of electron interactions: III Coulomb interactions in a degenerate electron gas. *Phys. Rev.* 92 (1953), 609.
- (3.12) R. A. FERRELL: Angular dependence of the characteristic energy loss of electrons passing through metal foils. *Phys. Rev.* 101 (1956), 554.
- (3.13) M. J. BERGER, S. M. SELTZER: *Tables of energy loss and ranges of electrons and positrons*. Nat. Acad. Sci, Nat. Res. Council Publ. 1133. Washington (1964), 205.
- (3.14) M. KOTERA, K. MURATA, K. NAGAMI: Monte-Carlo simulation of 1-10 keV electron scattering in a gold target. *J. Appl. Phys.* 52 (2) (1981), 997.
- (3.15) M. KOTERA, K. MURATA, K. NAGAMI: Monte-Carlo simulation of 1-10 keV electron scattering in a aluminium target. *J. Appl. Phys.* 52 (12) (1981), 7403.
- (3.16) G. LOVE, M. G. COX, V. D. SCOTT: A versatile atomic number correction for electron-probe microanalysis. *J. Phys. D*, 11 (1978), 7.
- (3.17) T. E. EVERHART, P. H. HOFF: Determination of kilovolt electron energy dissipation vs penetration distance in solid materials. *J. Appl. Phys.* 42 (13) (1971), 5873.
- (3.18) T. E. EVERHART, R. F. HERZOG, M. S. CHANG, W. J. DEVORE: *Proc. 6° Int. Conf. on X-Ray Optics and Microanalysis*, Univ. Tokio (1972), 81.
- (3.19) R. SHIMIZU, T. IKUTA, T. E. EVERHART, W. J. DEVORE: Experimental and theoretical study of energy dissipation profiles of keV electrons in polymethylmethacrylate. *J. Appl. Phys.* 46 (4) (1975), 1581.
- (3.20) K. F. J. HEINRICH, D. E. NEWBURY, H. YAKOWITZ: Use of Monte-Carlo calculations in electron probe microanalysis and scanning electron microscopy. NBS Spec. Publ. n° 460, Washington (1976).
- (3.21) D. C. JOY: A model for calculating secondary and backscattered electron yields. *J. Microscopy*, 147 (1) (1987), 51.
- (3.22) K. MURATA, D. F. KYSER, C. H. TING: Monte-Carlo simulation of fast secondary electron production in electron beam resist. *J. Appl. Phys.* 52 (7) (1981), 4396.
- (3.23) R. SHIMIZU, Y. KATAOKA, T. IKUTA, T. KOSHIKAWA, H. HASHIMOTO: A Monte-Carlo approach to the direct simulation of electron penetration in solids. *J. Phys. D*, 9 (1976), 101.
- (3.24) F. J. HUMPHREYS: *The scanning electron microscope*. Eng. Mat. Software Series. The Inst. of Metals, Londres (1988).
- (3.25) L. REIMER: *Scanning electron microscopy*. Springer-Verlag, Berlin (1985).
- (3.26) K. KANAYA, S. OKAYAMA: Penetration and energy loss theory of electrons in solid targets. *J. Phys. D*, 5 (1972), 43.