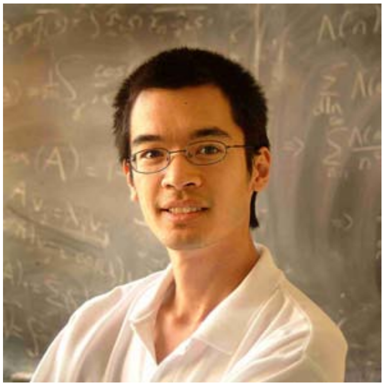
Entrevista con Terence Tao, Medalla Fields en el ICM Madrid 2006

por

Javier Cilleruelo, Adolfo Quirós y Ana Vargas



Pregunta: Profesor Tao, sabemos que está usted muy ocupado, especialmente estos días, por lo que le agradecemos que haya aceptado contestar algunas preguntas para La Gaceta de la RSME. Nos gustaría empezar con su infancia. Ganó usted medallas de bronce, plata y oro en la Olimpiada Matemática Internacional cuando tenía respectivamente 11, 12 y 13 años. ¿Desde qué edad le atrajeron las matemáticas? ¿Cuándo se dio cuenta de que estaba dotado para ellas?

Respuesta: Siempre me han fascinado las matemáticas, aunque por motivos diferentes a distintas edades. Mis padres me cuentan que con dos años intentaba enseñar a contar a otros niños usando bloques de construcción. Tanto en la escuela como en el instituto me encantaban los acertijos y concursos matemáticos. En la universidad empecé a ver un aspecto más difícil y más serio de las matemáticas, como son sus aplicaciones al mundo real y a la comprensión de todo tipo de estructuras y sistemas, lo que terminó por resultarme incluso más atractivo que el mero resolver problemas. Luego, como estudiante de doctorado, descubrí cómo funciona la investigación matemática; tenía la impresión errónea de se trataba de tener momentos de inspiración tipo "Eureka", pero en realidad consiste en estudiar sistemáticamente un problema y su contexto e intentar con paciencia aplicar tanto técnicas antiguas como novedosas, hasta que sabes suficiente sobre el problema para resolverlo. Ese sentimiento de satisfacción cuando finalmente llega la solución es quizás una de las mayores recompensas de las matemáticas. (La otra es cuando explicas a alguien una idea o un concepto y ves que sus ojos se iluminan de comprensión).

P: ¿Tuvo alguien, o alguna circunstancia (la formación de sus padres, un profesor especial en el colegio...), una influencia especial en su gusto y habilidad para las matemáticas?

R: Mi primera guía fue mi madre, que era profesora de matemáticas en secundaria y me enseñó algunas matemáticas y ciencias básicas mientras estaba en el colegio. Tuve también la suerte de esperar mucho tiempo los fines de semana con un profesor emérito de matemáticas, Basil Rennie, quién me mostró por primera vez cómo se aplican las matemáticas en la vida real y lo divertido que es jugar con ellas por si mismas. Después por supuesto mi tutor durante la carrera, Garth Gaudry, y mi director de tesis, Eli Stein, me han influido enormemente, no sólo guiándome en mi trayectoria, sino también ayudándome a apreciar qué es realmente la matemática actual.

P: Después de obtener la licenciatura (B.Sc., a los 16 años) y un Máster en Flinders University (Adelaida, Australia), se trasladó a Princeton para hacer el doctorado y ahora trabaja en Estados Unidos. Hay de hecho bastantes excelentes matemáticos australianos que trabajan fuera de Australia, un país donde nos da la sensación de que hay buenas oportunidades para hacer matemáticas. Seguramente esto significa que Australia produce más buenos matemáticos de los que puede absorber. ¿Hay alguna razón para esto? ¿Debería quizás España copiar algo del sistema educativo australiano?

R: Creo que el sistema educativo australiano es bastante bueno de acuerdo a los estándares internacionales, pero el número de empleos en las universidades australianas es relativamente pequeño, lo que sin duda es un factor significativo para que los australianos trabajen en otros países. Pero creo que es bueno enviar estudiantes al extranjero a diversificar sus experiencias, e incluso si no regresan inmediatamente ayudarán a que se conozca su país en otros lugares. Aunque ahora trabajo en Estados Unidos, todavía me considero ante todo australiano e intento ayudar a la comunidad matemática australiana en lo que puedo.

P: Ha colaborado usted con matemáticas y matemáticos españoles y ha participado en varios congresos en España antes del ICM. ¿Cuál es su impresión sobre el estado de la matemática española en general?

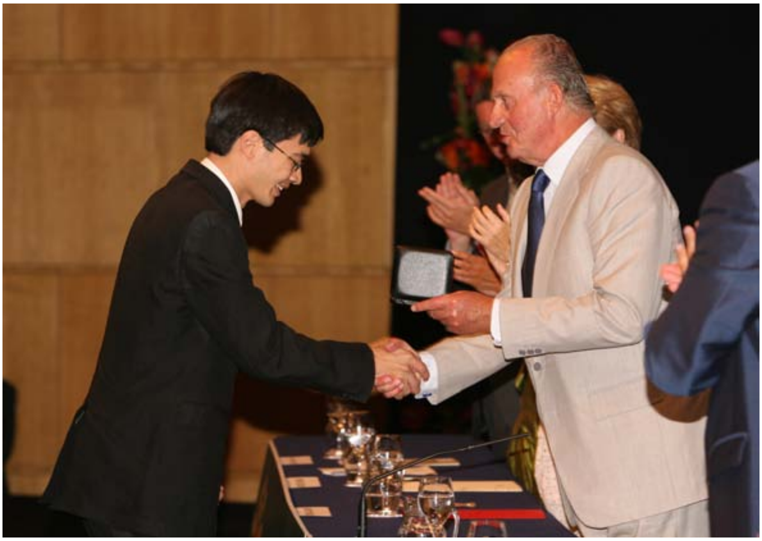
R: Bueno, en análisis armónico, mi campo de referencia, la escuela española es muy potente y tiene buena reputación internacional; también es bastante fuerte en ecuaciones en derivadas parciales (EDP) no lineales, quizás porque usa mucho análisis armónico. Pero me temo que no estoy muy familiarizado con otras áreas de las matemáticas españolas.

P: Obviamente el ICM de Madrid habrá sido especial para usted. Dejando aparte el aspecto personal, ¿cuál es su impresión del Congreso Mundial? ¿Qué podríamos haber hecho mejor?

R: Creo que la organización fue excelente, y todos los involucrados eran muy amables, desde los voluntarios al Rey 🙂. Creo que resultó muy bien.

P: Sin dar nombres, ¿tenía alguna pista de que sería galardonado con una Medalla Fields antes de recibir la llamada del Prof. John Ball, Presidente de IMU (en mayo, si no estamos equivocados)? ¿Fue difícil mantener el secreto hasta el 22 de agosto?

R: Había muchos rumores, pero creo que el secreto se guardó bien; desde luego nadie que yo conozca predijo correctamente los cuatro medallistas. Resulta que en abril mucha gente me preguntaba, pero yo no mentía al contestar que nadie me había dicho nada y luego ya apenas me molestaron hasta quizás una semana antes del ICM, cuando la gente empezó a preguntar sin rodeos.



P: Hablando más de matemáticas, George Szpiro, del diario suizo *Neue Zürcher Zeitung*, escribió *"De los cientos de conferencias de investigación en el ICM de Madrid en agosto de 2006 emergió con claridad al menos un tema: el papel de lo aleatorio en matemáticas"*. Además, por primera vez se premio con la Medalla Fields a un probabilista, Wendelin Werner, y el recién creado Premio Gauss Prize se otorgó a Koyasi Itô por su trabajo en probabilidad. Y en su conferencia en el ICM usted destacó algo que parece estar presentes en muchos de sus resultados, una cierta dicotomía entre estructura y azar: si un conjunto no es aleatorio debe tener alguna estructura que podemos explotar. En otras palabras, muchos objetos matemáticos pueden dividirse en una parte estructurada y otra aleatoria, y encontrar la división adecuada es muy útil para analizar el objeto. ¿Prevé que lo aleatorio ocupe un lugar cada vez mayor en las matemáticas del siglo XXI? ¿Significará esto un cierto cambio de "paradigma matemático"?

R: Confío en ver en el futuro una mayor síntesis entre las matemáticas de la estructura (algebra y geometría), las matemáticas de lo aleatorio (análisis y probabilidad), y las matemáticas para descomponer objetos generales en estos dos tipos (algoritmos y flujos). Cada una de estas áreas de las matemáticas es ya individualmente muy potente, pero creo que hay muchos problemas en las matemáticas actuales que requerirán ideas de las tres. En particular, parece que hay objetos para los que se puede deducir que tienen estructura mostrando que carecen de aleatoriedad, o mostrar que son aleatorios probando que carecen de estructura.

P: Empezó trabajando en análisis de Fourier, que tiene muchas aplicaciones a ecuaciones dispersivas y de ondas. Pero parece que algunos de los nuevos y sofisticados resultados en análisis armónico (restricción bilinear y teoremas de Kakeya, por ejemplo) no se han explotado todavía demasiado en problemas de EDP? ¿Piensa que serán importantes para resolver EDP en el futuro?

R: Creo que sí. La teoría de EDP se está aun desarrollando rápidamente, y cada etapa de desarrollo requiere nuevas herramientas analíticas. Por ejemplo, en la teoría de ecuaciones dispersivas y de ondas (que es el tipo de EDP en que soy más experto), se ha prestado mucha atención en la última década aproximadamente a la existencia local, que a su vez se apoya en herramientas de análisis armónico (como las estimaciones de Strichartz) que hace ya tiempo que se entienden bien. Pero ahora el énfasis está cambiando hacia técnicas más sofisticadas como el análisis de explosiones o los perfiles asintóticos de soluciones, y aquí creo que las estimaciones más recientes y afinadas del análisis armónico (por ejemplo estimaciones bilineales de Strichartz) ya han demostrado su utilidad. Pero es un poco difícil hacer predicciones. Dado un problema de EDP, se puede acabar por determinar qué tipo de estimaciones de análisis armónico pueden resultar útiles para atacarlo; sin embargo, ¡dada una estimación de análisis armónico no hay un método sencillo para encontrar un problema de EDP al que pueda aplicarse!

P: Uno de los problemas abiertos más importantes en análisis de Fourier es la convergencia esférica en casi todo punto de transformadas de Fourier en dimensión superior (que sería análoga al Teorema de Carleson). El análisis en tiempo-frecuencia (que se ha usado para dar otra prueba del Teorema de Carleson) ha visto recientemente un importante desarrollo con el estudio de operadores multilineales, como la transformada de Hilbert bilineal. ¿Piensa que veremos pronto una solución del problema de la convergencia esférica en casi todo punto o estamos todavía muy lejos de ella?

R: Hay avances sostenidos, pero creo que para la solución completa falta al menos una década. Los métodos de análisis en tiempo-frecuencia serán importantes, pero hasta ahora se han limitado esencialmente a situaciones unidimensionales, en las que sólo hay que entender la relación entre posición, frecuencia y escala. (Como comparación, la teoría clásica de Calderon-Zygmund trata únicamente la relación entre posición y escala.) El problema de la convergencia esférica requerirá entender la relación entre posición, frecuencia, escala y dirección; la comprensión de está cuádruple interacción es todavía pobre, incluso en dos dimensiones. Pero hay otros problemas modelo más sencillos (como el problema de diferenciación de campos vectoriales Lipschitz) que incluyen una versión simplificada de esta interacción y que estamos empezando a entender.

P: Sus últimos resultados en el problema de Kakeya usan argumentos geométricos y combinatorios. ¿Cree que serán necesarios nuevos ingredientes para resolver completamente el problema?

R: Uno de las aspectos fascinantes de este problema es que admite numerosas vías de ataque, y no estoy seguro de qué combinación de ellas lo vencerá finalmente. Además de los ahora ya clásicos caminos geométrico y combinatorio, Bourgain abordó el problema por medio de la combinatoria aditiva, ligándolo en particular de manera insospechada con las sucesiones aritméticas. También ha habido signos ocasionales de que la geometría algebraica pueda ser relevante; por ejemplo, parece de alguna importancia entender las propiedades de intersección de los *reguli*. Los poderosos métodos de inducción en las escalas de Bourgain y Wolff parecen también herramientas fundamentales. Más recientemente, también han sido de alguna utilidad en el problema de Kakeya las fórmulas de monotonicidad relacionadas con la ecuación del calor. Es de esperar que en un futuro cercano entendamos mejor todas estas técnicas y alcancemos un consenso sobre de dónde surgirá la solución de esta conjetura.

P: Tenemos la sensación de que el problema de Kakeya marca un antes y un después en su carrera. No sólo ha hecho avances significativos en un problema clásico del análisis, sino que, como ya hemos señalado, lo ha logrado utilizando técnicas combinatorias que parecen haber llamado poderosamente su atención. ¿Fue el problema de Kakeya su punto de apoyo para entrar en lo que ahora se conoce como combinatoria aditiva? ¿Piensa que debajo de cualquier resultado profundo en análisis hay siempre algo de combinatoria no trivial?

R: Siempre he visto las matemáticas como un campo unificado, y mi investigación ha crecido de manera orgánica, utilizando la experiencia en un tema como "punto de apoyo", como dicen ustedes, para aprender sobre asuntos próximos. De hecho, el descubrimiento por Bourgain de la conexión entre el problema de Kakeya y la combinatoria aditiva me llevó a este segundo campo, lo que me llevó a trabajar con Tim Gowers, y esto a su vez a trabajar con Ben Green sobre los primos. De modo similar, mi trabajo en EDP (y también en matemática aplicada) surgió de mi trabajo anterior en análisis armónico.

Creo que me siento inclinado por naturaleza hacia problemas con fuerte componente combinatoria o analítica, pero sin duda hay otros tipos de problemas cuya solución surgirá de distintas fuentes, como pueden ser los métodos algebraicos o geométricos. No siempre resulta obvio por anticipado qué tipo de método será más eficaz. Por dar un ejemplo, hay cuatro métodos completamente distintos para entender la suma de Minkowski de dos conjuntos: análisis de Fourier; métodos de combinatoria clásica (como los reordenamientos); métodos algebraicos (basados en entender los conjuntos de ceros de polinomios);

y métodos geométricos (basados por ejemplo en la geometría de los conjuntos convexos). Muchos de los mejores resultados en ese campo combinan en realidad varios de estos métodos.

P: Un poco en la dirección opuesta, siempre nos sorprende la fuerza que parece tener la desigualdad de Cauchy-Schwarz cuando la emplea para probar lemas combinatorios.

R: La desigualdad de Cauchy-Schwarz controla la interacción entre dos objetos por medio de la interacción de los objetos consigo mismos. Por tanto muestra que, si puedes controlar las auto-interacciones, puedes controlar también cualquier otro tipo de interacción. Esta reducción es sorprendentemente potente, puesto que las auto-interacciones tienen muchas propiedades agradables que no es obvio que posean las interacciones más generales.

P: Muchos de sus esfuerzos parecen dirigirse a entender mejor el Teorema de Szmeredi. Se diría incluso que su trabajo con Ben Green acerca de la existencia de sucesiones aritméticas de primos arbitrariamente largas profundiza más en el Teorema de Szemeredi que en la distribución de los números primos. ¿Es realmente tan importante el Teorema de Szemeredi?

R: En mi opinión sí; es todavía el mejor ejemplo de un resultado que requiere comprender simultaneamente lo estructurado y lo aleatorio. Los conjuntos densos de enteros no contienen sucesiones porque tengan estructura o porque sean aleatorios, sino porque combinan ambos rasgos. Así que entender mejor este teorema es de momento el mejor camino para avanzar en la comprensión de la interacción entre estructura y azar.

P: ¿Cuál de las pruebas disponibles del Teorema de Szemeredi (la combinatoria del propio Szemeredi, la ergódica de Furstenberg, la más analítica debida a Gowers o la más reciente que usa el lema de eliminación de aristas en hipergrafos) es su favorita o, por ser más precisos, de cuál se puede aprender más?

R: Todas tienen sus propias fortalezas y debilidades. La de Gowers es la más cuantitativa, la de Furstenberg la más elegante y potente, el punto de vista de los hipergrafos es el más abstracto y la demostración combinatoria original es la más directa. Confío en que haya una manera unificada de abordar el problema que incorpore lo mejor de cada demostración; por ejemplo, mi primer artículo con Ben usaba ideas de las cuatro pruebas que hemos mencionado. Sin embargo, nos queda todavía mucho que aprender acerca de cada una de estas vías de ataque.

P: ¿Son los teoremas de Szemeredi y de Freiman-Ruzsa paradigmas de la dicotomía estructura-aleatoriedad de la que antes hablábamos?

R: Así lo creo.

P: En su más reciente trabajo con Ben Green (dos artículos que suman 150 páginas) han demostrado una fórmula asintótica para el número de sucesiones aritméticas de cuatro primos. Aparte de resolver un problema concreto, esto parece establecer las bases de nuevas herramientas que permitan llegar donde el método del círculo no alcanza.

R: ¡Desde luego confiamos en ello! El método del círculo divide las funciones en la clase de las Fourier-pseudoaleatorias (es decir, con coeficientes de Fourier pequeños) y la clase de las Fourier-estructuradas (es decir, sumas de pocos caracteres pero con mucho peso). Para muchos problemas de conteo, como encontrar sucesiones de longitud tres, la parte Fourier-pseudoaleatoria (o *arco menor*) es despreciable y por tanto sólo hace falta fijarse en la parte Fourier-estructurada (o *arco mayor*). Pero para patrones más complicados sabemos ahora que la condición de pseudoaleatoriedad-Fourier no es suficiente para poder ser ignorada; sin embargo, gracias al trabajo de Gowers, contamos ya con las bases de una teoría de "pseudoaleatoriedad de orden superior"que debería servir como sustituto. Ben y yo hemos avanzado en la primera noción de este tipo en esta jerarquía, concretamente la pseudoaleatoriedad cuadrática, y estamos ahora trabajando en el caso cúbico y superiores.

P: ¿Podría mencionarnos alguna de sus conjeturas no resueltas preferidas?

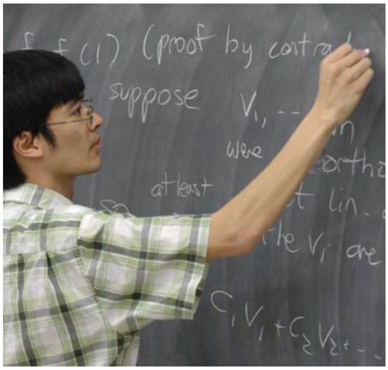
R: Tengo todavía mucho cariño al problema de Kakeya . Otra es la (muy vagamente formulada) conjetura de resolución por solitones, que afirma que las soluciones genéricas de varios tipos de ecuaciones dispersivas no lineales "con buen comportamiento"debería finalmente describirse como superposición de una cantidad finita de solitones, más un término de radiación que tienda a cero en algún sentido útil. La conjetura sobre las sumas esféricas que mencionaron es también un gran problema; un cuarto es el análogo no lineal del Teorema de Carleson, concretamente que cualquier operador de Schrodinger con potencial L^2 debería tener autofunciones acotadas para casi cualquier energía. No estamos de momento cerca de ninguno de estos problemas, a pesar de que hay avances esperanzadores, pero pienso que en el propio proceso de trabajar en estos problemas aflorarán nuevas herramientas y perspectivas.

P: Toda la comunidad matemática está impresionada con sus logros. Pero, ¿de quién es el trabajo matemático que más le ha impresionado a usted?

R: Creo que los dos artículos concretos que más me han impresionado, entre los que he leído con auténtico detalle, han sido la demostración original de Szemeredi del Teorema de Szemeredi, y las pruebas por Perelman de las conjeturas de Poincare y de geometrización. Pero hay otros muchos trabajos que me han dejado huella. Por ejemplo, mucha de mi propia investigación se apoya en numerosos artículos de Bourgain, Wolff, Gowers, y otros, y las profundas ideas y puntos de vista que recogen estos artículos me han influido enormemente.

P: ¿Consideró alguna vez dedicarse a otra cosa que las matemáticas?

R: Lo he pensado de vez en cuando, pero creo que valoro demasiado el privilegio de la libertad académica. Trabajo mejor cuando mi investigación puede llevarme en direcciones inesperadas (lo que es particularmente frecuente en matemáticas puras); no trabajo igual de bien si tengo que atender a un problema específico continuamente o durante amplios periodos de tiempo.



P: ¿Qué le gusta hacer cuando no está trabajando en matemáticas (o contestando nuestras preguntas)?

R: En la actualidad paso casi todo mi tiempo libre con mi esposa y mi hijo ☺.

P: Debemos terminar agradeciéndole de nuevo que haya atendido nuestra solicitud de entrevista para LA GACETA. Pero usted tiene la última palabra: ¿quiere añadir algo más?

R: Pues no se me ocurre nada.

Javier Cilleruelo
Adolfo Quirós
Ana Vargas
Departamento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Madrid
28049 Madrid
Correo electrónico: adolfo.quiros@uam.es