

## OBSERVADOR DE ESTADO DE UN SISTEMA DE GENERACION DE ENERGIA DE TIPO CELDA DE COMBUSTIBLE PEM MEDIANTE UN MODELO LINEAL VARIABLE CON EL PUNTO DE OPERACIÓN (LPV).

S. de Lira<sup>1</sup>, V. Puig<sup>1</sup>, J. Quevedo<sup>1</sup>, A. Husar<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de Automática (ESAIH), Universitat Politècnica de Catalunya (UPC),  
Rambla Sant Nebridi 10, 08222 Terrassa (España)

<sup>2</sup> Institut de Robòtica i Informàtica Industrial (IRI),  
Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC)- Universitat Politècnica de Catalunya (UPC)  
Parc Tecnològic de Barcelona, Edifici U, Carrer Llorens i Artigas, 4-6, Planta 2, 08028 Barcelona (España)

**RESUMEN:** *En este trabajo se presenta el modelado de un sistema generador de energía basado en pilas de combustible PEM mediante un modelo variante con el punto de operación (modelo LPV). Dicho modelo ha sido obtenido mediante la linealización del modelo dinámico no lineal que ha sido previamente calibrado con datos reales de laboratorio. El modelo LPV obtenido está pensado para ser utilizado en el diseño de controladores y algoritmos de diagnóstico de fallos basados en modelos.*

**ABSTRACT:** *In this paper, the modelling of an energy generation systems based on PEM fuel cells through a model varying with the operating point (LPV model) is presented. This model has been obtained through the linearization of the non-linear dynamic model that was previously calibrated using real data from lab. The LPV model obtained is intended to be used for the controller design and model-based fault diagnosis.*

**Palabras clave:** Pila de Combustible PEM, Modelado, LPV

**Keywords:** PEM fuel cell, Modelling, LPV

### 1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de generación de energía basados en pilas de combustible son sistemas electroquímicos en los que la energía que se libera por una reacción química se convierte directamente en electricidad.

Una pila de combustible de baja temperatura, como las de tipo PEM, se considera módulos de generación de energía inmediata, haciendo a estos equipos aptos para el uso en automóviles. La alimentación de las materias primas (normalmente aire u oxígeno) se realiza utilizando normalmente un compresor de aire de medio ambiente y el hidrógeno almacenado en tanques. El sistema hace uso de equipos adicionales para llevar a los materiales de reacción a las condiciones óptimas de operación. Durante la reacción que produce la energía se generan dentro de la pila diferentes fenómenos de tipo térmico, fluido-mecánicos y electroquímicos. La reacción completa que se lleva a cabo en una pila de combustible tipo PEM se puede resumir como sigue



Trabajos anteriores [2, 4] presentan una metodología de control y diagnóstico de fallos

basados en un modelo de pila teórica propuesto por J. Pukrushpan [1, 3].

La complejidad de la dinámica de un sistema de generación de energía mediante pilas de combustible y dada su naturaleza inherentemente no lineal hace complejo el análisis y diseño de algoritmos de control y diagnóstico de fallos mediante modelos no lineales. Por ello este trabajo propone la utilización de un modelo lineal con parámetros variantes con el punto de operación. Este tipo de modelo se conoce en la literatura de control como modelo LPV. El modelo LPV obtenido está pensado para ser utilizado en el diseño de controladores y algoritmos de diagnóstico de fallos basados en modelos.

### 2. DESCRIPCION DEL SISTEMA

Este apartado propone la descripción de la estructura del modelo LPV de la pila de combustible. La pila que se ha utilizado es una pila comercial *Ballard modelo Nexade 1,2 kW* [5]. El sistema real consta de 46 células, cada una consta de una parte de ánodo, membrana y cátodo de 110 cm<sup>2</sup>. El sistema de humidificación es auto regulable y el sistema de enfriamiento por disipación hace uso de una corriente de aire forzada mediante un ventilador.

#### 2.1.- Modelado LPV del sistema

El modelo LPV propuesto tiene por vector de entrada la corriente de la pila y voltaje del compresor, ( $\mathbf{u} = [v_{cp} \ I_{st}]$ ), mientras que el vector de salida: presión de entrada al cátodo, voltaje de la celda, tasa de consumo de hidrogeno, velocidad del motor, ( $\mathbf{y} = [P_{sm} \ V_{st} \ r_{O2} \ \omega_{cp}]$ ), como perturbación es considerada la temperatura ambiental, ( $\mathbf{z} = [T_{amb}]$ ). La Figura (1) muestra el esquema de cada uno de los subsistemas incorporados al modelo dinámico.

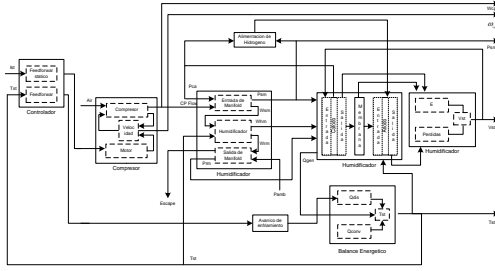


Fig. 1. Diagrama de modelo Nexa.

Las variables dinámicas de estado ( $\mathbf{x}$ ), que cuenta este modelo son las siguientes: masas de oxígeno, nitrógeno, hidrógeno, flujo de agua en ánodo y cátodo, temperatura de la pila, velocidad angular del compresor, presión de entrada y salida del humidificador, flujo de entrada y salida del humidificador ( $\mathbf{x} = [\omega_{cp} \ P_{rm} \ m_{rm} \ P_{sm} \ m_{sm} \ m_{H2} \ m_{wan} \ m_{N2} \ m_{O2} \ T_{st}]$ ).

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= A(\tilde{\theta}_k) x_k + B(\tilde{\theta}_k) u_k \\ y_k &= C(\tilde{\theta}_k) x_k + D(\tilde{\theta}_k) u_k \end{aligned} \quad (2)$$

donde  $x_k \in \mathcal{R}^{nx}$ ,  $u_k \in \mathcal{R}^{nu}$  y  $y_k \in \mathcal{R}^{ny}$  son respectivamente, los vectores de estados, entradas y salidas. Los parametros del modelo LPV varían con el punto de operación. En el caso del modelo de la pila Nexa se ha seleccionado la corriente de entrada ( $I_{st}$ ), como la variable monitorizada para describir el punto de operación ( $\tilde{\theta}_k$ ). In la práctica, los parámetros LPV deben de ser estimados basado en la Ecuación (3), lo que permite acotar el rango de variación de los parámetros conocido el rango de corrientes con los que trabajará la pila mediante el conjunto  $\Theta$ .

$$\Theta = \left\{ \tilde{\theta}_k \in \mathcal{R}^\Theta \mid \underline{\tilde{\theta}_k} \leq \tilde{\theta}_k \leq \overline{\tilde{\theta}_k} \right\}; \tilde{\theta}_k = f(I_{st}(k)) \quad (3)$$

El sistema descrito en Ecuación (2) expresado como un modelo lineal parametrizado en función de una variable monitorizada [16]. En la práctica el modelo descrito en la Ecuación (2) es aproximado por un

politopo descrita por un arreglo de matrices descrito por la Ecuación (4), cuya dimensión es  $N$

$$\begin{aligned} \left[ \begin{array}{cc} A(\tilde{\theta}_k) & B(\tilde{\theta}_k) \\ C(\tilde{\theta}_k) & D(\tilde{\theta}_k) \end{array} \right] &\in \text{Co} \left\{ \left[ \begin{array}{cc} A_j(\theta^j) & B_j(\theta^j) \\ C_j(\theta^j) & D_j(\theta^j) \end{array} \right] \right\} \\ &:= \sum_{j=1}^N \alpha_j(I_{st}) \left[ \begin{array}{cc} A_j(\theta^j) & B_j(\theta^j) \\ C_j(\theta^j) & D_j(\theta^j) \end{array} \right] \end{aligned} \quad (4)$$

donde  $A_j, B_j, C_j, D_j$ , son las matrices de estados para cada  $j^{th}$  modelo obtenido mediante la liberalización del modelo no lineal entorno del  $j^{th}$  punto de operación. Haciendo uso de la Ecuación (4), se puede definir un sistema interpolado con la restricción descrita en Ecuación (3) como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{j=1}^N \alpha_j(I_{st}) [A_j(\theta^j) x_k + B_j(\theta^j) u_k^o] \\ y_k &= \sum_{j=1}^N \alpha_j(I_{st}) [C_j(\theta^j) x_k + D_j(\theta^j) u_k^o] \end{aligned} \quad (5)$$

La estructura de las matrices del modelo LPV (5) se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} A_j &= \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & a_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & a_{23} & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{28} & a_{29} & a_{210} \\ 0 & a_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{38} & a_{39} & a_{310} \\ a_{41} & 0 & 0 & a_{44} & a_{45} & 0 & 0 & a_{48} & a_{49} & a_{410} \\ a_{51} & 0 & 0 & a_{54} & 0 & 0 & 0 & a_{58} & a_{59} & a_{510} \\ 0 & 0 & 0 & a_{64} & 0 & a_{66} & a_{67} & 0 & 0 & a_{610} \\ 0 & 0 & 0 & a_{74} & 0 & a_{76} & a_{77} & 0 & 0 & a_{710} \\ a_{81} & a_{82} & 0 & a_{84} & a_{85} & 0 & 0 & a_{88} & a_{89} & a_{810} \\ a_{91} & a_{92} & 0 & a_{94} & a_{95} & 0 & 0 & a_{98} & a_{99} & a_{910} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{106} & a_{107} & 0 & a_{109} & 0 \end{bmatrix}; \quad B_j = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{26} \\ 0 & b_{28} \\ 0 & 0 \\ 0 & b_{22} \\ b_{301} & b_{302} \end{bmatrix} \\ C_j &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & c_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{26} & c_{27} & c_{28} & c_{29} & c_{210} \\ 0 & 0 & 0 & c_{34} & c_{35} & 0 & 0 & c_{38} & c_{39} & c_{310} \\ c_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad D_j = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & d_{22} \\ 0 & d_{32} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (6)$$

Para cada punto de operación los valores de los parámetros de las matrices varían en función de la corriente  $I_{st}$  demandada a la pila. Así por ejemplo para corriente  $I_{st} = 15$  amperios los valores se presentan a continuación

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -4.89 & 0 & 0 & -7.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -13.14 & 3.2E-8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5E-4 & 4.4E-4 & 0 \\ 0 & -125.6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 54.4 & 49.3 & 0.1 \\ 0.045 & 0 & 0 & -90.56 & 0 & 0 & 0 & 415 & 363.3 & 0.76 \\ 0.015 & 0 & 0 & -30.34 & 0 & 0 & 0 & 140.54 & 123 & 0.25 \\ 0 & 0 & 0 & 218.14 & -1E+4 & -1.15E+3 & -442 & 0 & 0 & -0.76 \\ 0 & 0 & 0 & -24.4 & 1.15E+3 & -254 & -1151 & 0 & 0 & 0.49 \\ 0 & 102.30 & 0 & 34.05 & 0 & 0 & 0 & -428.5 & -373.4 & -0.78 \\ 0 & 17.4 & 0 & 10.34 & 0 & 0 & 0 & -86.9 & -77.8 & -0.16 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.018 & -0.20 & -0.11 & 2E-3 & 0.0188 & -0.03 \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 28.7 & 327.4 & -2.98 & -29.3 & -0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 165.9 & 2.4E-3 & 0 & 0 & -521.1 & -456.1 & -1.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

## 2.2.- Diseño de observador LPV

A partir del modelo LPV definido por la Ecuación (5) se puede diseñar un observador LPV

con estructura de estructura Luenberger [12, 13], para su utilización en control y diagnóstico de fallos

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= A(\theta_k)\hat{x}_k + B(\theta_k)u_k + L(\theta_k)(y_k - \hat{y}_k) \\ \hat{y}_k &= C(\theta_k)\hat{x}_k + D(\theta_k)u_k \end{aligned} \quad (8)$$

La ganancia del observador, ( $L$ ), debe contener dentro de sus especificaciones la estabilidad del sistema a lo largo de las transiciones y de punto de operación. En este trabajo se propone la estimación de la ganancia resolviendo un problema de optimización usando una formulación LMI [14] (Linear Matrix Inequalities). Dado un conjunto de matrices que describen al sistema dinámico lineal entorno a un punto de operación definido por la Ecuación (5) y la definición de estados por la Ecuación (8), se puede concluir con el diseño de un observador que estima los estados interpolando

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} &= \sum_{j=1}^N \alpha_j (I_{st}) [A_j^o(\theta^j)\hat{x}_k + B_j(\theta^j)u_k^o] \\ \hat{y}_k &= \sum_{j=1}^N \alpha_j (I_{st}) [C_j(\theta^j)\hat{x}_k + D_j(\theta^j)u_k^o] \end{aligned} \quad (9)$$

donde

$$A_j^o(\theta^j) = A_j(\theta^j) - L_j(\theta^j)C_j(\theta^j)$$

### 2.3.- Análisis de observabilidad

Definida la observabilidad como una propiedad de la medición de la cantidad de estados que pueden ser inferidos o estimados basado en las salidas. Para realizar el estudio del grado de observabilidad del sistema en cada punto de operación se hace uso de la Ecuación (10a). Para el análisis de la dinámica del sistema con relación al grado de observabilidad del sistema se hace uso de la Ecuación (10b).

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \lambda_i I - A \\ C \end{pmatrix} \quad (10a); \quad \text{cond} \begin{pmatrix} \lambda_i I - A \\ C \end{pmatrix} \quad (10b)$$

## 3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La estabilidad del sistema descrita por la Ecuación (2) en cada punto de operación se verifica si todos los valores propios del sistema son negativos. Lo anterior puede verificarse con los resultados publicados en la parte superior de la Tabla (1), para el modelo correspondiente al punto de operación asociado a una demanda de corriente de 15 amperios. Al verificar la observabilidad del sistema se verifica que el sistema es observable.

**Tabla 1.** Valores propios y Resultados del análisis de observabilidad del sistema a una demanda de corriente de 15 amp.

Estado	$\lambda_i$	Rank	Cond
$\omega_{cp}$	-1.0E+4	10	1.11E-3
$P_{rm}$	-543.8	10	27.92
$m_{rm}$	-388	10	31.875
$P_{sm}$	-49.9	10	404.82
$m_{sm}$	-13.14	10	2.22E+3
$m_{H2}$	-4.88	10	1.04E+4
$m_{an}$	-1.72	10	5.23E+4
$m_{N2}$	-1.26	10	7.53E+4
$m_{O2}$	-0.003	10	1.9E+7
$T_{st}$	-2.5E-7	10	3.31E+11

El análisis de observabilidad del sistema se verifica que existe una degradación en la observabilidad producido por una diferencia en la dinámica del sistema, lo anterior se puede observar en los valores propios de la matriz  $A$  y del número condicional que relaciona la descripción de la dinámica del sistema con las señales de salida del mismo, la cual es descrita por la Ecuación (67).

Con lo anterior puede verificarse que la dinámica rápida de los estados en la velocidad angular, ( $\omega_{cp}$ ), y los estados de la presión y materiales en el manifold de entrada, ( $P_{sm}$ ,  $m_{sm}$ ) y salida, ( $P_{rm}$ ,  $m_{rm}$ ), así también la dinámica de la temperatura, ( $T_{st}$ ), y la masa de vapor que se genera en a la salida del ánodo, ( $m_{wan}$ ), degrada la observabilidad del sistema, lo cual puede verificarse con el comparando los valores propios del sistema y el rango del número condicional. Con lo anterior se puede proponer la reducción del sistema como fue propuesto por Moore [10] y Laub [11]. La Tabla (2) muestra los valores propios del sistema reducido a cuatro estados, el sistema reducido es observable en cada uno de los estados y el valor condicional es mejorado comprado con los resultados obtenidos de dicho valor en la Tabla (1).

**Tabla 2.** Valores propios y Resultados del análisis de observabilidad del sistema reducido a una demanda de corriente de 15 A.

Estado	$\lambda_i$	Rank	Cond
$x_1$	-26.81	4	30.4
$x_2$	-4.91	4	11.5
$x_3$	-2.21	4	88.94
$x_4$	-3.5E-3	4	3.8E+3

La Figura (1) muestra la simulación del sistema completo y el sistema reducido LPV bajo una serie de cambios en la demanda de corriente, en la Figura (1) también se muestra la señal del sensor para cada una de las salidas. Se observa que el modelo

reducido presenta mejor desempeño, ante el modelo completo, lo cual verifica que la reducción del modelo mejora las propiedades de observabilidad del sistema y por lo tanto la estimación de los estados.

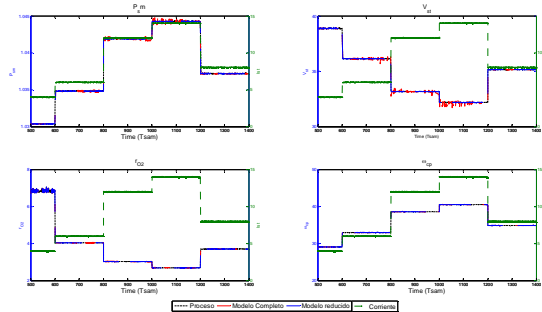


Fig. 2. Comparación en simulación del sistema completo y el sistema reducido bajo una serie de cambios en la corriente.

La Figura (3), muestra el error que se produce entre los modelos reducidos y completos comparando con la señal de salida del proceso real.

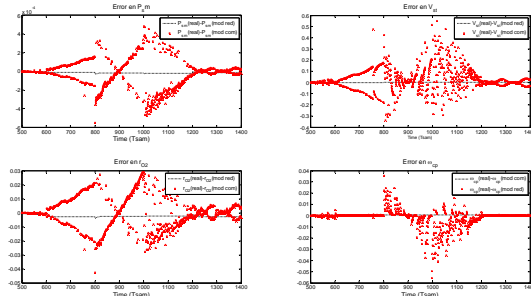


Fig. 3. Error producido en simulación por la salida estimada del modelo completo y reducido comparado con la medida del sensor de proceso.

#### 4. CONCLUSIONES

En este trabajo, se propone el uso de un modelo lineal que contiene una lógica de conmutación entre varios puntos de operación (LPV). Dicho modelo proviene de un proceso de linealización de un modelo no lineal el cual ha sido calibrado anteriormente de un conjunto de datos de una pila de combustible PEM modelo NEXA. Además de un modelo variante, se propone un análisis del sistema y el diseño de un observador para estimar los estados del sistema. El trabajo concluye que el modelo completo contiene dinámicas diferentes, lo cual puede observarse en la Tabla (1), por lo cual se propone una reducción de la del modelo eliminando las dinámicas rápidas del sistema y produciendo un modelo reducido, el análisis del sistema reducido muestra un sistema que mejora las propiedades de observabilidad del mismo. Lo antes mencionado se muestra en un simulaciones con lo que se observa

que el sistema variate reducido mejora la estimación de la señal de salida. Por lo cual se puede concluir basado en los resultados satisfactorios mostrados en este trabajo que se cuenta con un sistema reducido de una pila orientado al control y diagnóstico de fallos.

#### Agradecimientos

Los autores quieren agradecer ayuda otorgada por parte del *Concejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CoNACYT)* y el soporte recibido al grupo de investigación SAC por parte de la *Comisión de Recerca de la Generalitat de Catalunya (Grup SAC ref. 2009SGR1491)* y por la CICYT (*ref. HYFA DPI-2008-1999*) del Ministerio de Educación del Estado Español.

#### Bibliografía

- [1] J. Pukrushpan, H. Peng, A. Stefanopoulou, en *Journal of Dynamics Systems, Measurement, and Control* 126, 2004, 14–25.
- [2] D. Feroldi, M. Serra, J. Riera, en *Journal of Power Sources* 169, 2007, 205–212.
- [3] J. T. Pukrushpan, A. G. Stefanopoulou, H. Peng, en *Control of Fuel Cell Power Systems*, Springer Verlag, London, UK.
- [4] T. Escobet, D. Feroldi, S. de Lira, V. Puig, J. Q. Uuedo, Riera, M. Serra en *Journal of Power Sources*, 192, 2009, 216–223.
- [5] Ballard Power Systems Inc, en *Nexa Power Module User's Manual MAN5100078*, Springer Jun 16, 2003.
- [6] J. Larminie, A. Dicks, H. Peng, en *Fuel Cell Systems*, WILEY, London, UK, 2003.
- [7] F. Barbir, en *PEM Fuel Cells: Theory and Practice*, ELSEVIER, 2005.
- [8] P. Wingelaar, en *Low-temperature fuel cells operating with contaminated feedstock*, Belgique, 2007.
- [10] B.C Moore, en *Principal component analysis in linear systems: controllability, observability and model reduction*, IEEE Trans. Automatic Control, AC-26, 17–31, 1981
- [11] Laub, A.J.j M.T. Heath, C.C Paige, and R.C. Ward, en *Computation of systems Balancing Transformations and other applications of simultaneous diagonalization algorithms*, IEEE Trans. Automatic control, AC-32, 1987, 115–122
- [12] K. Ogata, en *Ingeniería de Control Moderno*, Person Education, 1998.
- [13] Dorsy, en *Análisis de sistemas de control*, 2002
- [14] S. Ben Attia, S. Salhi, M. Ksouri, en *LMI formulation for static output feedback design of discrete-time switched systems*, Journal of Control Science and Engineering, pg. 7, 2009,
- [15] M. Chilali, PGahinet en *h<sub>∞</sub> Design with pole placement constraints: an LMI approach.*, IEEE Tran. On Automatic Control , 41(3), 1997, 358–367,
- [16] P. Apkarian, P. Gahinet, G. Becker en *Self-scheduled h<sub>∞</sub> control of linear parameter varying systems: A design Example.*, Automatica , 31(9), 1995, 1251–1261.