

MODELO ESTRUCTURAL DE DENSIDADES DE LA CALDERA DEL TEIDE OBTENIDO A PARTIR DE OBSERVACIONES GRAVIMÉTRICAS.

Camacho, A.G., Vieira, R., Araña, V.
Instituto de Astronomía y Geodesia. CSIC-UCM
Facultad de Ciencias Matemáticas.
Universidad Complutense de Madrid.

Resumen.

A partir de los resultados de las campañas gravimétricas efectuadas en la zona de la Caldera del Teide se ha construido un primer modelo estructural de densidades que justifique las anomalías observadas. En este primer ensayo, se ha prescindido de cualquier tipo de hipótesis, tanto geológica como geofísica, al margen de los datos gravimétricos. Se presenta en esta comunicación el proceso de desarrollo del modelo y los resultados de los contrastes de densidades obtenidos.

1. Introducción.

Efectuado un levantamiento gravimétrico con cierta homogeneidad sobre un área extensa, los datos de gravedad reflejarán el efecto, en componente vertical, de todas las masas atrayentes sobre dicha localización geométrica, así como el efecto centrífugo terrestre. Podemos reconstruir teóricamente los datos gravimétricos de la siguiente forma:

En primer lugar, podemos suponer una Tierra media normal constituida por un elipsoide de revolución estratificado de superficie próxima a la superficie de los mares y de masa igual a la de la Tierra. Los valores de gravedad (gravedad normal) de este elipsoide sobre los puntos Q de su superficie (correspondientes a los P del levantamiento según las normales) representarán la mayor parte del valor gravimétrico medido.

Si modelamos ahora el incremento de gravedad teórica resultante de las altitudes diferentes de los puntos P respecto al elipsoide (puntos Q) y modelamos el efecto centrífugo, la diferencia de estas gravedades teóricas respecto a las observadas constituye la anomalía aire-libre. Estas anomalías son en gran parte debidas a las masas atrayentes situadas por encima del elipsoide. Podemos estimar el efecto atrayente de estas masas atribuyéndoles una densidad hipotética, por ejemplo constante e igual a 2.3 gr/cm^3 . Este efecto de masas se evalúa de forma habitual en dos fases: corrección por lámina Bouguer y corrección por excesos y defectos topográficos. La gravedad teórica obtenida con esta nueva corrección difiere menos de la gravedad observada. Las diferencias (anomalías de Bouguer completas) son esencialmente debidas (supuesto acertadas las otras correcciones y salvo un valor constante de anomalía regional que se resta) a los efectos de las discrepancias entre las masas (densidades) reales y las supuestas: La densidad de las masas por encima del elipsoide no será constante e igual a 2.3 y la densidad de las masas del elipsoide en la zona próxima a P puede no ser la hipotética del elipsoide normal estratificado. Así pues, del aspecto del mapa de anomalías Bouguer pueden deducirse conclusiones sobre las desigualdades de masas en el subsuelo.

En nuestro caso, a partir de los datos obtenidos por el Instituto de Astronomía y Geodesia en el levantamiento gravimétrico de las Cañadas del Teide (un total de unos 212 puntos, cubriendo una zona de 20 km de diámetro) (Vieira, et al, 1986), hemos obtenido mediante predicción mínimos cuadrados el

mapa de anomalías representado en la figura 1. A primera vista se observa el fuerte gradiente (de unos 60 mgal en 6 km) presente en el mapa entre el mínimo de la zona de Pico Viejo y el máximo situado hacia Boca Tauce y que tiende a abrazar la zona de mínimo.

Pretendemos obtener un modelo de densidades (contrastes de densidades) internas de la zona del levantamiento. Entre otros objetivos se pretende evidenciar la estructura interna de la caldera volcánica (de la cual solo se aprecia en superficie las paredes S y SE) confirmando o no su forma circular y por otra parte detectar la presencia de posibles cámaras magmáticas internas.

Para obtener los valores de anomalías ha sido preciso establecer previamente un modelo topográfico de la zona de las Cañadas (figura 2) que permitiera realizar la corrección topográfica de forma automática. El proceso usado para la formación de ambos modelos ha sido la predicción mínimos cuadrados (Moritz 1980, Sevilla 1987) sobre los residuales de un ajuste polinómico previo. La función de covarianzas $C(d)$ aplicada para la señal puede deducirse empíricamente de los propios datos minimizando el nivel de ruido resultante (Mussio 1984 y 1987).

A partir de ambos modelos podemos elegir sobre la zona de estudio una cuadrícula de puntos $P_1(x_1, y_1, z_1)$ con anomalía Δg_1 y altitud z_1 conocidas. La transformación de los datos originales, con distribución geométrica irregular, en los puntos de la cuadrícula mantiene la información y permite un planteamiento más sencillo y regularizado de los cálculos posteriores.

El problema de determinar una distribución de densidades internas que justifique el campo de anomalías observado tiene infinitas soluciones. Sin embargo, si consideramos una distribución formada por un número finito reducido de elementos con densidad anómala y con un contraste de densidades mínimo, podemos buscar una única solución que ajuste de la mejor forma (mínimos cuadrados) los valores de anomalías en los puntos P_1 . Este tipo de soluciones son las que tratamos.

En esencia, el procedimiento usado para la formación de un modelo de contraste de densidades consiste en obtener primeramente una solución en forma de distribución discreta sobre una partición del subsuelo previamente determinada; posteriormente se procede a un suavizamiento de la distribución discreta para formar un modelo tridimensional continuo.

2. Establecimiento de una partición del subsuelo.

Ya que efectuaremos un ajuste único total consideramos conjuntamente la atracción de cada bloque sobre el total de los puntos gravimétricos. Al ser un cálculo basado en el mínimo de los cuadrados de los residuales de las anomalías, la sensibilidad de la red gravimétrica a las estructuras de masas internas se medirá como media cuadrática de los efectos gravitatorios (solo componente vertical) de la masa sobre los puntos dato. Si n es el número de puntos P_1 de la cuadrícula gravimétrica, el efecto δ de un cuerpo sobre el sistema gravimétrico será:

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n A(P_1)^2}$$

donde $A(P_1)$ es la componente vertical de la atracción del cuerpo sobre el punto P_1 . Dicha atracción es menor cuanto más alejado, más pequeño y menos anómalo sea el cuerpo.

Si consideramos el caso de un plano x,z con cuerpos esféricos de densidad constante ρ y centro x_c, z_c será:

$$A(x, z) = G \rho \frac{4}{3} \pi r^3 \frac{z - z_c}{((x-x_c)^2 + (z-z_c)^2)^{3/2}}$$

Fijando un nivel de respuesta, por ejemplo $\delta = 8$ mgal y un contraste de densidades máximo de $\rho = 0.4$ gr/cm³, en la figura 3 se representan las curvas que unen los puntos sobre los que han de estar los centros de las esferas del radio indicado para producir el efecto δ sobre la línea gravimétrica b.

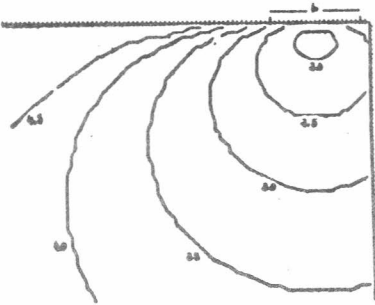


Figura 3. Zonas del subsuelo con igual efecto gravimétrico.

La zona del subsuelo sobre la que debemos buscar las causas de las anomalías dependerá del posible contraste de densidades máximo, la sensibilidad del levantamiento gravimétrico y su extensión, y el tamaño máximo previsible de los posibles cuerpos anómalos. Ya que buscamos una solución que requiera el menor número de elementos y de contrastes de densidades, procuramos que los bloques incógnita a igual densidad tengan el mismo efecto δ , de modo que el ajuste no tenga a priori preferencia por ninguno de ellos. La asignación de densidades deberá producirse exclusivamente en función de la fisonomía del mapa de anomalías.

Dividimos entonces la zona sensible del subsuelo en cuerpos disjuntos, de modo que cada uno de ellos origine el mismo efecto medio cuadrático δ . Sin embargo, el cálculo exacto de la componente vertical del efecto gravitatorio creado por un cuerpo en un punto cualquiera variable solo es fácil para cuerpos muy sencillos. En nuestro caso hemos considerado como forma básica de los bloques la del ortoedro de lados paralelos a los ejes y limitado por las coordenadas $\xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \zeta_1, \zeta_2$, cuya acción vertical sobre un punto exterior (x, y, z) se calcula mediante (Pick et al, 1973):

$$\begin{aligned} \Delta g &= - G \rho \iiint \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} dx dy dz = \\ &= - G \rho \left[\left((\xi-x) \ln \left[\eta-y + \left[(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta-z)^2 \right]^{1/2} \right] + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\eta-y) \ln \left[\xi-x + \left[(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta-z)^2 \right]^{1/2} \right] + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (\zeta-z) \arctan \frac{(\xi-x)^2 + (\eta-y)^2 + (\zeta-z)^2}{(\xi-x)(\eta-y)} \right)^{1/2} \right]_{\xi_1, \eta_1, \zeta_1}^{\xi_2, \eta_2, \zeta_2} = \\ &= F(x, y, z, \xi_1, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \zeta_1, \zeta_2) \rho \end{aligned}$$

La obtención de una partición del subsuelo a base de ortoedros tal que produzcan el mismo efecto medio cuadrático

$$\left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n F^2(x_i, y_i, z_i, \xi_i, \xi_2, \eta_1, \eta_2, \zeta_1, \zeta_2) \right]^{1/2}$$

(siendo $P_i(x_i, y_i, z_i)$, $i=1, \dots, n$, los n puntos de la red del relieve) no es facil. Tal vez el procedimiento mas inmediato consiste en establecer varias capas de profundidad adecuada creciente. Sobre cada capa, tanteando los lados de la base de los ortoedros se puede formar un "enlosado" en bloques de base creciente hacia los lados.

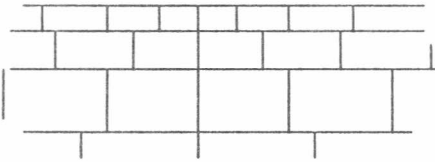


Figura 4. Particion tridimensional del subsuelo en bloques.

3. Ajuste de densidades.

La partición de bloques de densidad incógnita abarca la zona sensible y esta formada necesariamente por un número m de ellos suficiente (resolución) pero inferior al número de puntos dato para poder tener redundancia y aplicar el metodo de mínimos cuadrados.

Las ecuaciones de ajuste son:

$$\Delta g_i - \sum_{j=1}^m F(x_i, y_i, z_i, \xi_{1j}, \xi_{2j}, \eta_{1j}, \eta_{2j}, \zeta_{1j}, \zeta_{2j}) \rho_j = v_i \quad \left. \begin{array}{l} \\ i = 1, \dots, n \end{array} \right\}$$

Cada bloque limitado por $\xi_{1j}, \xi_{2j}, \eta_{1j}, \eta_{2j}, \zeta_{1j}, \zeta_{2j}$ da una incógnita ρ_j , $j=1, \dots, m$. Cada punto $P_i(x_i, y_i, z_i)$, $i=1, \dots, n$, de la cuadrícula del relieve, con anomalía Δg_i conocida a partir del modelo gravimétrico y altitud z_i dada por el modelo topográfico, dará un ecuación. El sistema resultante:

$$A \rho - t = v$$

de n ecuaciones con m incógnitas, $A(n \times m)$ matriz del diseño y t vector de términos independientes, puede resolverse en incógnitas ρ_j . Como matriz de covarianzas a priori P (pesos) para los datos Δg_i puede adoptarse la resultante E_{SS}^{\wedge} del proceso de predicción minimos cuadrados para el campo de anomalías.

Obtenida la solución minimos cuadrados, consideraremos los parámetros de calidad del modelo. La reproducción del campo de anomalías para el modelo obtenido viene calibrada por la varianza estimada (a posteriori) de la unidad de peso:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{n - m} \sum_{i=1}^n \hat{v}_i^2$$

A partir de esta y de las matrices de diseño A y de covarianzas a priori P se calculan (Sevilla, 1986) las precisiones m_{ρ_j} de los valores ρ_j ajustados como raiz de los términos respectivos de la diagonal principal de $\Sigma_{\rho\rho}$.

$$\Sigma_{\rho\rho} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1}$$

Dado que, en principio, es dificil obtener una partición de igual efecto

medio cuadrático, es previsible que los valores m_{ρ_j} de precisión de los ρ_j sean diferentes. Adoptamos como parámetro comparativo de calidad de la partición, y por tanto de "realismo" del ajuste obtenido, la desviación típica de los errores medios cuadráticos m_{ρ_j} de las soluciones ρ_j :

$$e = \sqrt{\frac{1}{m} \sum (m_{\rho_j} - \bar{m}_{\rho})^2}$$

4. Formación de un modelo continuo.

(a) En primer lugar, y en cada bloque reconstruimos los valores de densidad en forma polinómica. Para ello suponemos que la densidad constante es la media de las densidades en sus puntos.

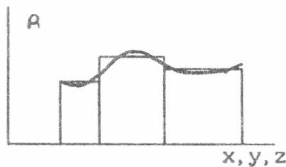


Figura 5. Suavizamiento.

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= \frac{1}{V} \iiint \rho(x, y, z) \, dx \, dy \, dz = \\ &= \frac{1}{a \, b \, c} \iiint \sum_{i, j, k} d_{i, j, k} x^i y^j z^k \, dx \, dy \, dz = \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{a \, b \, c} \sum d_{i, j, k} \left[\frac{x^{i+1}}{i+1} \right]_{x_{B-a/2}}^{x_{B+a/2}} \left[\frac{y^{j+1}}{j+1} \right]_{y_{B-b/2}}^{y_{B+b/2}} \left[\frac{z^{k+1}}{k+1} \right]_{z_{B-c/2}}^{z_{B+c/2}}$$

Imponemos la condición de media en cada bloque y en los bloques contiguos, y ajustamos una función polinómica de grado 2 por mínimos cuadrados.

(b) Finalmente aplicamos un proceso de predicción/filtrado final para el conjunto de puntos de reconstrucción polinómica del total de los bloques. Tomamos como función covarianza la deducida a partir de dichos datos.

Los resultados finales serán contrastes o incrementos de densidades respecto a los valores supuestos en la reducción de los datos (obtención de anomalías). Así pues, el modelo estructural final se obtendrá añadiendo 2.3 a las densidades solución por encima del nivel del mar y añadiendo los valores supuestos de la densidad media estratificada bajo el nivel del mar en el área geográfica considerada. Dichos valores deberán conocerse previamente.

5. Modelo estructural de la Caldera del Teide. Conclusiones.

El anterior procedimiento se ha aplicado a los datos obtenidos en el levantamiento gravimétrico de la zona de las Cañadas del Teide.

A partir de los modelos gravimétrico y altimétrico (figuras 1 y 2) se ha elegido una cuadrícula en el relieve, formada por $19 \times 19 = 361$ puntos con separación de 1.11 km entre puntos contiguos sobre la zona de 20×20 km observada. La partición elegida consta de 150 bloques mas otros 60 bloques que reflejan los volúmenes topográficos. El error medio cuadrático del ajuste, σ_0 , ha sido de 0.984 mgal.

Formado el modelo continuo de densidades anómalas (al cual habrá que añadir un modelo estratificado medio del área geográfica), representamos este mediante perfiles verticales en forma de mapas de isolinéas con equidistancia

0.1 gr/cm³. En las figuras 6 a 10 se presentan varios perfiles obtenidos: dos en la dirección S-N y dos en la W-E.

Se han elegido los perfiles que atraviesan el cono del Teide (perfiles X= 339000 UTM y Y= 3128000 UTM). En ellos se observa una estructura más densa en forma de recipiente que constituye la caldera y contiene en su interior masas muy poco densas con mínimo de densidad en el Teide y en la zona de Montaña Blanca. El centro de estas estructuras se halla ligeramente al Sur y al Este del Teide. El fondo de la Caldera parece estar hacia el nivel del mar. Por debajo de estas estructuras y a una profundidad de 4 o 5 km bajo el nivel del mar se observa una zona de inversión de densidades, que presenta un mínimo con respecto de capa, engrosada sensiblemente en la vertical de Pico Viejo. La zona más densa de la Caldera presenta un hueco por el que parecen comunicarse los mínimos superiores con la capa de mínimos más profunda. Hemos seleccionado también los perfiles (X= 337000 UTM y Y= 3126000) que reflejan la zona (hacia el S y W del Teide) donde se observa más clara la comunicación de las zonas de mínimo. A mayor profundidad (12 km) se observa una anomalía positiva de densidad en forma tronco-cónica, que, si consideramos el modelo resultante de añadir estas densidades anómalas a una distribución media estratificada, representa una expansión hacia arriba de masas más profundas de superior densidad. En este sentido los resultados obtenidos son coherentes con otros trabajos sobre la zona (MacFarlen & Ridley 1968, Banda et al, 1981) y ,por el método de cálculo seguido, representan una aproximación objetiva e independiente de otro tipo de datos no gravimétricos.

El presente trabajo se ha desarrollado en el Instituto de Astronomía y Geodesia dentro del proyecto de investigación "Estudio y evaluación de movimientos recientes de la corteza por métodos microgravimétricos y de Geodesia de precisión. Aplicación a zonas volcánicas en las Islas Canarias" que financia el C.S.I.C.

REFERENCIAS

- Banda, E., Doñabeitia, J.J., Surinach, E., Ansorge, J. "Features of crustal structure under Canary Islands". Earth and Planet. Sci. Lett. 55, pp. 11-24. 1981.
- Camacho .G. (1988) "Modelo topográfico digital de la isla de Tenerife". Comunicaciones VI Asam. Nac. de Geod. y Geof. Madrid.
- Camacho, A.G., Toro, C., Fernandez, J. (1988) "Cálculo de la corrección topográfica a las observaciones gravimétricas en la Caldera del Teide a partir del modelo topográfico digital de la isla de Tenerife". Com. VI Asam. Nac. de Geod. y Geof. Madrid.
- MacFarlane, D.J., Ridley, W.I. "An interpretation of gravity data for Tenerife, Canary Island" Earth Planet. Sci. Lett., 4, pp. 481-486. 1968.
- Moritz, H. "Advanced Physical Geodesy". Herbert Wichmann Verlag Karlsruhe. 1980
- Mussio, L. "Il metodo della collocazione minimi quadrati e le sue applicazioni per l'analisi statistica dei risultati delle compensazioni". Ricerche di Geod., Topog. e Fotogram. pp.305-338. Clup. Milano 1984.
- Mussio, L. "Estrategias del método de colocación". IV Curso de Geodesia Superior. Cursos y Seminarios. Inst. de Astron. y Geod. pp.145-209. 1987.
- Pick, M., Picha, J., Vyskočil, V. "Theory of the Earth's Gravity Field". Elsevier Scient. Pu. Co. Amsterdam. 1973.
- Sevilla, M.J. "Colocación mínimos cuadrados" IV Curso de Geodesia Superior. Cursos y Seminarios. Inst. de Astron. y Geod. pp. 99-141. Madrid. 1987.
- Vieira, R., Toro, C., Araña, V. "Microgravimetric survey in the Caldera of Teide, Tenerife, Canary Islands". Tectonophysics, 130, 249-257. 1986..

INSTITUTO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA

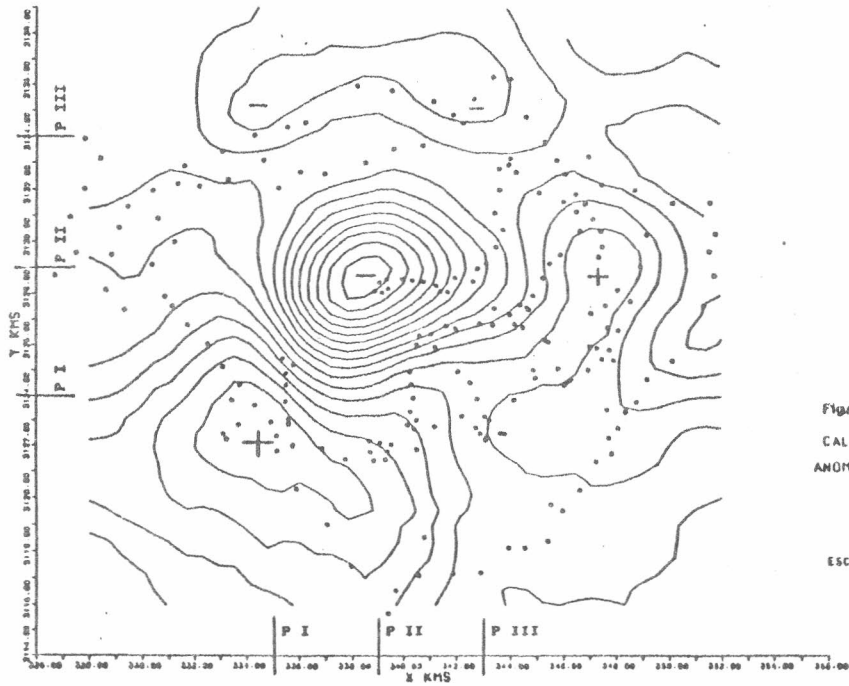


Figura 1.
CALDERA DEL TEIDE
ANOM BOUGUER COMPLET
EQUIDIST = 0 M64

INSTITUTO DE ASTRONOMIA Y GEODESIA

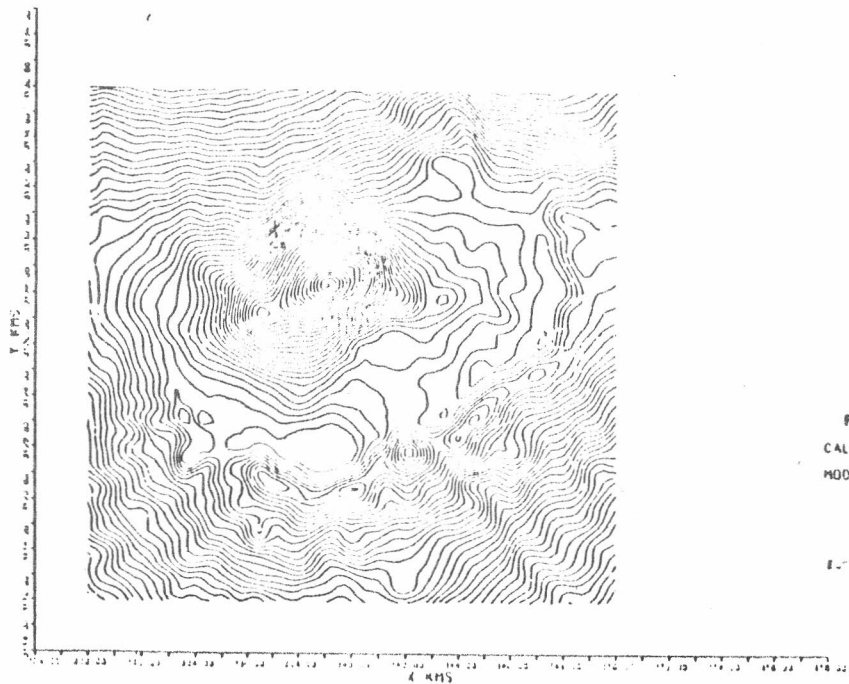


Figura 2.
CALDERA DEL TEIDE
MODELO TOPOGRAFICO
EQUIDIST = 50 M15

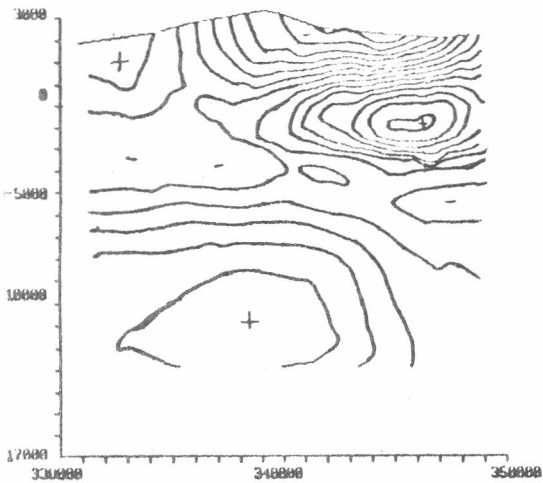


Figura 6. Modelo de densidades
 Perfil W-E
 $X = 3120000$ UTM
 Equid= 0.1 g/cm³

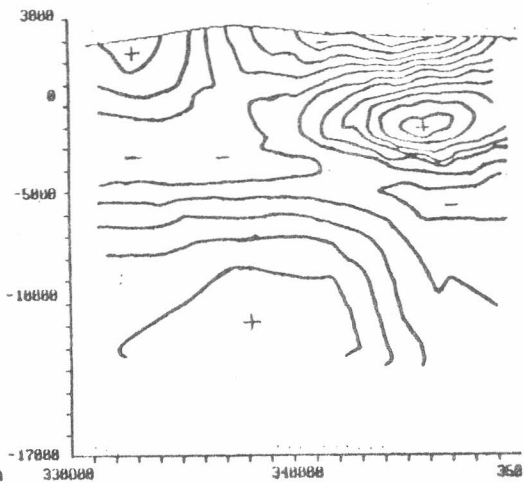


Figura 7. Modelo de densidades
 Perfil U-E
 $X = 3126000$ UTM
 Equid= 0.1 g/cm³

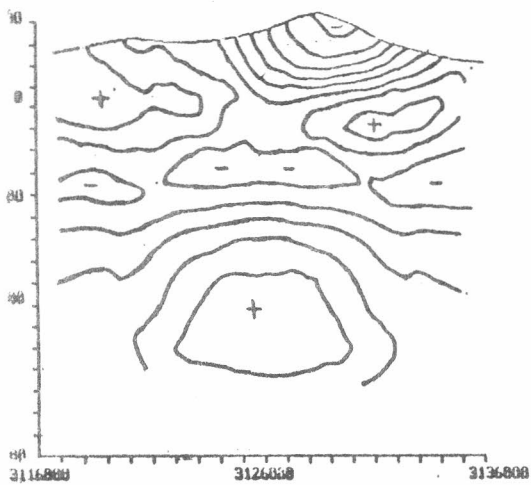


Figura 8. Modelo de densidades
 Perfil S-N
 $X = 3336000$ UTM
 Equid= 0.1 g/cm³

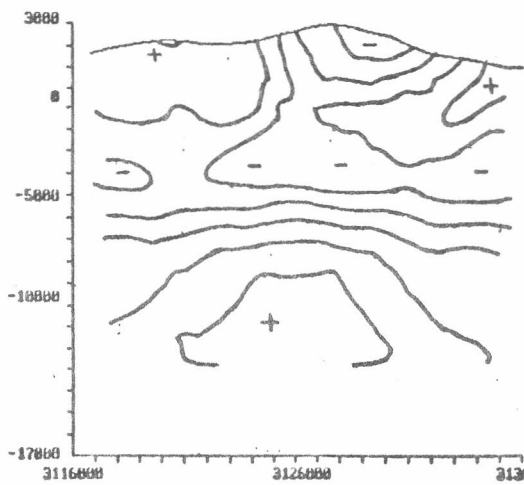


Figura 9. Modelo de densidades
 Perfil S-N
 $X = 3370000$ UTM
 Equid= 0.1 g/cm³