



## CÁLCULO INVERSO DE LA RESISTIVIDAD AL FLUJO DE AIRE DE LANAS MINERALES

PACS: 43.20.Hg

Dásil Fernández, Pablo Luque, Jaime Pfretzschner, Francisco Simón  
Instituto de Acústica – CSIC  
Serrano 144  
28006 Madrid  
Tlf. +34 915 618 806  
Fax: +34 914 115 672

### ABSTRACT

Una magnitud importante para el uso de modelos analíticos que describen el comportamiento acústico de materiales absorbentes fibrosos y la propagación de la onda sonora a su través es la resistividad al flujo de aire. Aunque existen procedimientos bien establecidos para la medición de esta magnitud, la presencia del tipo de equipos necesarios para su obtención no es habitual en los laboratorios de ensayos acústicos. En este trabajo se presenta un procedimiento alternativo mediante el cual se puede estimar la resistividad al flujo de materiales fibrosos a través de medidas del coeficiente de absorción en tubo de ondas estacionarias. Con este fin se ha implementado un procedimiento inverso de cálculo numérico que liga ambas magnitudes a través de modelos analíticos conocidos y ampliamente utilizados. Por último, se ha aplicado el procedimiento desarrollado a una serie de casos que permiten ilustrar y valorar sus prestaciones.

### INTRODUCCIÓN

El uso de lanas minerales en la construcción y en problemas de control de ruido es muy habitual. Sus propiedades físicas hacen que presenten ventajas térmicas, acústicas e incluso, de resistencia frente al fuego. Desde el punto de vista acústico su aplicación principal es como absorbente dada su gran capacidad de disipación de la energía acústica, lo que las hace apropiadas para su uso en problemas de acondicionamiento acústico, mejora de la atenuación en conductos, relleno de cavidades de paredes dobles, etc. Las características físicas que determinan las propiedades acústicas de un material son su impedancia característica y la constante de propagación de la onda en el material. En los últimos años se han perfeccionado las técnicas de medida de estas magnitudes; también se han desarrollado modelos analíticos que mejoran la comprensión de las propiedades acústicas de este tipo de materiales y amplían el rango de validez de los modelos teóricos existentes.

Desde el punto de vista experimental el procedimiento más utilizado para la medida de la impedancia acústica es a través del tubo de ondas estacionarias. Este procedimiento ha sido mejorado a lo largo del tiempo de forma que se ha pasado del sistema original en el que se utilizaban señales monocromáticas y la medida debía hacerse de forma manual punto a punto y con un único micrófono móvil, a los sistemas actuales en los que se utiliza señal de banda ancha, de uno a tres micrófonos y posiciones fijas de medida [1,2].

Desde el punto de vista formal uno de los trabajos pioneros en la definición de las propiedades de un material fibroso es el desarrollado por Delany y Bazley en 1970 [3] en el que a través de un estudio empírico relaciona la impedancia característica y la constante de propagación de un material fibroso con su resistividad al flujo y la frecuencia de trabajo. Posteriormente se han realizado otras aproximaciones válidas para un rango espectral mayor y con una mejor correlación con los datos experimentales [4]. Sin embargo, la aproximación de Delany y Bazley sigue siendo hoy día ampliamente utilizada cuando el rango de trabajo lo permite. Desde entonces se considera que la resistividad al flujo (definida como la resistencia que un material opone a que un flujo continuo de aire pase a su través para una muestra de espesor unidad) es la magnitud intrínseca al material más importante para la determinación de sus propiedades acústicas. Otras magnitudes importantes en la caracterización de materiales fibrosos son el factor de estructura, la densidad, el diámetro de la fibra y la porosidad.

El factor de estructura tiene en cuenta el efecto de los poros y cavidades de aire, que son perpendiculares a la dirección de propagación y está relacionado con la porosidad y la impedancia característica del material. La densidad de la lana y el diámetro de las fibras son magnitudes que no suelen aparecer de forma explícita en las ecuaciones, pero su valor afecta de forma importante a los parámetros de resistividad al flujo y porosidad del material. La porosidad se puede definir como la fracción de aire que contiene el material en su interior. Para el tipo de materiales con los que vamos a tratar en este trabajo su valor es cercano a la unidad y no suele aparecer explícita en las ecuaciones.

El diseño e implementación de un dispositivo para la medida de resistividad al flujo de aire,  $\sigma$ , según ISO 9053:1991 [5] no está al alcance de todos los laboratorios de ensayos acústicos. Por ello el procedimiento aquí propuesto permite la determinación  $\sigma$  a través de mediciones de la impedancia en el tubo de impedancias, de uso muy extendido en los laboratorios de acústica de materiales. Además, se mostrará cómo se aplica al cálculo de la resistividad de varias muestras tanto de lana de vidrio como de lana de roca. Para terminar se definirá el rango de validez del procedimiento desarrollado así como la precisión del mismo.

## ABSORCIÓN DE MATERIALES FIBROSOS

En acústica aplicada el parámetro más utilizado de este tipo de materiales es el coeficiente de absorción sonora,  $\alpha$ . Además, en la fase de diseño de dispositivos que integran este tipo de materiales está muy extendido el uso del tubo de impedancias para la medida de  $\alpha$  en condiciones de incidencia normal, siendo este el caso en el que nos centraremos. Si se supone una capa de material absorbente con espesor  $d$ , impedancia acústica  $Z_c$  y constante de propagación  $k_c$ , que está apoyada sobre un fondo rígido o contramasa, se tiene que la impedancia en la superficie exterior del material es[6]:

$$Z_s = -jZ_c \operatorname{ctg}(k_c d) \quad (1)$$

El coeficiente de reflexión de la superficie exterior de la capa porosa es [6]

$$R = \frac{Z_s - Z_o}{Z_s + Z_o} \quad (2)$$

en la que  $Z_o$  es la impedancia característica del fluido en el que está inmerso el dispositivo; en nuestro caso el aire. El coeficiente de absorción es:

$$\alpha = 1 - |R|^2 \quad (3)$$

De esta forma, conocidas  $k_c$  y  $Z_c$  se puede estimar fácilmente  $\alpha$ .

Son numerosos los esfuerzos que se han dedicado al desarrollo de modelos de propagación en materiales porosos, los más habituales son semiempíricos como los de Delany

[3] o Mechel [4], aunque también se han desarrollado modelos microestructurales como Garay y Pompoli [7] en los que se resuelve la ecuación de onda teniendo en cuenta la microestructura del material. En general este tipo de aproximaciones se basan en la teoría de Biot [8], siendo el modelo de Biot-Allard [6] uno de los más extendidos y en el que Allard simplifica el modelo de Biot suponiendo que la onda rápida que se excita en la estructura no se propaga. En la actualidad también se han desarrollado modelos basados en técnicas de cálculo numérico como pueden ser los métodos que utilizan elementos finitos [9], que aunque suelen ofrecer soluciones precisas no son fácilmente generalizables.

Dado el rango en el que nos vamos a mover, se eligió el modelo desarrollado por Delany y Bazley. Es uno de los primeros modelos empíricos que se desarrollaron, sin embargo todavía sigue teniendo vigencia, ya que sus resultados son comparables a los de modelos más modernos dentro de su rango de validez, realmente la ventaja de otros modelos como el de Allard-Champoux [10] es que ofrecen un rango de validez mayor, que sin embargo queda fuera de nuestro rango de interés.

## PROCEDIMIENTO DE CÁLCULO

Las ecuaciones que ligan la constante de propagación y la impedancia característica de un material fibroso con su resistividad al flujo son [3]:

$$k_c = k_o(1 + 0.978C^{-0.700} - j0.189C^{-0.595}) \quad (4)$$

$$Z_c = Z_o(1 + 0.0571C^{-0.754} - j0.087C^{-0.732}) \quad (5)$$

donde

$$C = \frac{\rho_o f}{\sigma} \quad \text{con} \quad 0.01 < C < 1 \quad (6)$$

es un parámetro adimensional, que a su vez es función de la frecuencia de medida,  $f$ , de la densidad del fluido que llena los poros,  $\rho_o$ , -aire en nuestro caso- y de la resistividad al flujo de aire,  $\sigma$ .

Si las expresiones (4) y (5) se introdujeran en (1) y después utilizásemos (2) y (3) obtendríamos una expresión que nos ligaría  $\alpha$  con  $\sigma$ . Sin embargo, la deducción de  $\sigma$  mediante este procedimiento no es tan simple y además el valor de  $\alpha$  en cada frecuencia nos daría un valor  $\sigma$ . Naturalmente serían todos muy parecidos, pero dado que su obtención es experimental es de esperar que este conjunto de valores no sea totalmente coincidente, con lo que se tendría que plantear un procedimiento de promediado, o de regresión de los datos experimentales. Por estos motivos se renuncia a resolver la ecuación planteada y se desarrolla un procedimiento de cálculo como el ilustrado en la figura 1.

Para el cálculo de  $\sigma$  se realizan mediciones del coeficiente de absorción en el tubo de impedancias,  $\alpha_{exp}$ , después se verifica que el rango de frecuencias utilizado sea válido para el modelo analítico que se está utilizando, a continuación se calcula  $\alpha$  mediante las ecuaciones arriba descritas,  $\alpha_{teor}$  para un conjunto de valores de la resistividad al flujo de aire y de espesores situados alrededor del valor nominal del espesor de la capa de material utilizado y por último el programa minimiza la suma cuadrática de las distancias entre cada valor calculado y su valor experimental correspondiente.

Con este procedimiento se calculan los valores del espesor y de la resistividad que mejor ajustan el modelo analítico a la curva experimental. Este modelo se puede simplificar fijando el valor del espesor al nominal, o a uno dado.

En la medida de la resistividad según ISO 9053:1991 [5], lo que realmente se mide es la resistencia al flujo de la muestra, que hay que dividir por el espesor para determinar con ello la resistividad. La determinación del espesor de muestras de muy baja densidad es harto problemática, puesto que conseguir un ajuste lo más estanco posible de la muestra en el portamuestras del aparato medidor de flujo, lleva aparejado en múltiples ocasiones, la compactación de la propia muestra (al igual que sucede cuando se posiciona en el portamuestras del tubo de impedancias), con lo que el grado de incertidumbre debido a la magnitud del espesor se incrementa notablemente.

## RESULTADOS

Con el fin de verificar el procedimiento descrito se montó un sistema experimental mediante el cual se midieron  $\sigma$  y  $\alpha$  de una serie de muestras de lanas minerales cuyas características se recogen en la tabla 1.

Muestra	$d_1$ (mm)	$\rho$ (Kg/m <sup>3</sup> )
A	50	14.50
B	60	16.01
C	40	21.96
D	50	27.23

Tabla 1 Características de las lanas utilizadas

La medida de la resistividad se realizó según la norma ISO 9053:1991. El método descrito en ella consiste en hacer pasar una corriente de aire a través de la muestra de material, determinar la diferencia de presión entre ambos lados de la muestra y dividir esta diferencia de presión,  $\Delta P$ , entre el caudal de aire,  $\phi$ , según la expresión:

$$\sigma = \frac{\Delta P}{\phi} \cdot \frac{A}{d} \quad \text{N.m}^{-4}.\text{s}$$

donde

$\Delta P$ , diferencia de presión a ambos lados de la muestra

$\phi$ , flujo de aire que incide sobre la muestra

$A$ , sección de la muestra

$d$ , espesor de la muestra

Como ya se dijo en las muestras menos densas el espesor nominal puede diferir del espesor efectivo utilizado; por ello se realizaron dos cálculos, uno utilizando el valor nominal de  $d$  y otro con los valores medidos del espesor. Los resultados se muestran en la tabla 2.

Muestra	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$d_2$
A	5373 (1189)	4937 (1028)	54.3
B	7008 (908)	6724 (755)	62.5
C	10324 (917)	9457 (726)	44
D	5244 (926)	5398 (985)	49

Tabla 2. Resistividad obtenida experimentalmente.  $\sigma_1$  se obtuvo mediante  $d_1$ ,  $\sigma_2$  mediante el espesor experimental,  $d_2$ . Entre paréntesis se muestra el valor de la desviación típica del resultado.

Muestra	$\sigma_{c,1}$	$\sigma_{c,2}$	$d_{c,2}$
A	5708 (1382)	6292 (266)	49
B	8011 (2384)	8694 (1568)	58
C	9989 (1581)	8750 (175)	46
D	6843 (1110)	8094 (596)	48

Tabla 3. Resistividad obtenida mediante cálculo.  $\sigma_{c,1}$  utilizando  $d_1$ ;  $\sigma_{c,2}$  optimizando  $d$ ;  $d_{c,2}$  el espesor optimizado. Entre paréntesis se muestra el valor de la desviación típica del resultado.

La medida de  $\alpha$  se realizó en un tubo de impedancias mediante el método de los dos micrófonos según la norma ISO UNE EN ISO 10534-2:2002. Los resultados se muestran en la figura 1. A partir de estos datos se implementó un algoritmo mediante el cual se calculó  $\sigma$  y  $d$  que mejor ajustan al modelo teórico. Con él se obtuvieron los resultados de la tabla 3.

Para mayor claridad en la figura 2 se muestran los intervalos de confianza,  $IC$ , de cada uno de los valores de  $\sigma$  ordenados por muestra y procedimiento de obtención. Como se puede observar el solapamiento de los distintos intervalos es evidente. Destaca la buena precisión de  $\sigma_{c,2}$ , aunque parece que presenta cierto sesgo según aumenta la densidad del material. En la tabla 4 se muestran los índices de compatibilidad de los resultados con respecto de  $\sigma_2$ , que se ha tomado como referencia. En esta tabla se ve claramente que las diferencias entre los resultados no son significativas, salvo la que corresponde a  $\sigma_{c,2}$ , que presenta un sesgo excesivo.

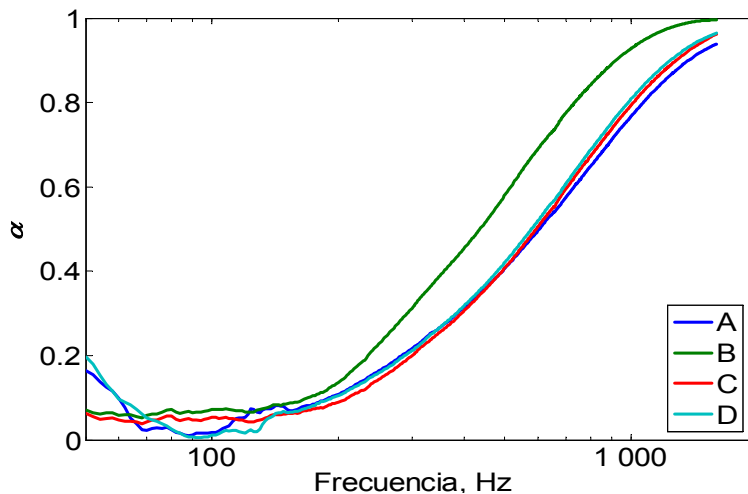


Figura 1. Coeficientes de absorción medidos en el tubo de impedancias

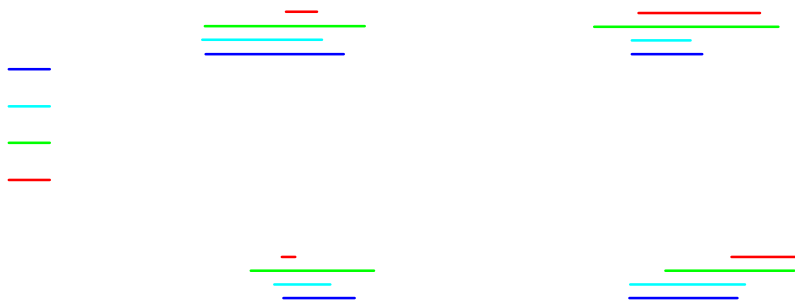


Figura 2. Intervalos de confianza (95 %) de la resistividad obtenida por cada uno de los diferentes procedimientos.

Muestra	$IC(\sigma_1 \sigma_2)$	$IC(\sigma_{c,1} \sigma_2)$	$IC(\sigma_{c,2} \sigma_2)$
A	0.14	0.22	0.64
B	0.12	0.26	0.57
C	0.37	0.15	0.47
D	0.06	0.49	1.17

Tabla 4. Índices de compatibilidad de los distintos resultados con respecto a  $s_2$ .

## CONCLUSIONES

El trabajo presenta un procedimiento alternativo al ISO 9053, que permite calcular  $\sigma$  a partir de la medida de  $\alpha$  en el tubo de impedancias. Este procedimiento, además permite detectar variaciones del espesor de la muestra debidas a su manipulación durante el proceso de medida.

La precisión que presenta es del mismo orden de magnitud que el procedimiento de medida directa. Para materiales suficientemente estables el procedimiento se puede simplificar ignorando las variaciones del espesor.

El índice de compatibilidad entre los distintos resultados permiten afirmar que las diferencias entre los dos métodos no son significativas, aunque en el caso de la muestra más densa su  $IC$  ha sido ligeramente superior a 1.

Por ello, en el futuro se debería estudiar el efecto de la densidad de las muestras en el procedimiento utilizado y determinar si éste presenta alguna limitación en función de aquella.

## AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo se ha realizado con el soporte económico del Proyecto del Plan Nacional con referencia DPI2004-05504-C0201

## REFERENCIAS

- [1] Katz, B.F.G. "Method to resolve microphone and sample location errors in the two-microphone duct measurement method" JASA 108(5), pp. 2231-2237, 2000.
- [2] Jones, M.G. & Stiede P.E. "Comparison of methods for determining specific acoustic impedance" JASA 101(5), pp. 2694-2704, 1997
- [3] Delany, M.E., Bazley, W.A. "Acoustical properties of fibrous absorbent materials" Appl. Acoust. 3, pp 105-116, 1970.
- [4] Mechel F.P."Design charts for sound absorber layers" J. Acoust. Soc. Am. 83, pp. 1002-1013, 1988.
- [5] UNE EN ISO 9053:1991. Determinación de la resistencia al flujo del aire.
- [6] Allard, J.F. "Propagation of sound in porous media", Elsevier Applied Science.
- [7] Garay, M. & Pompoly, F, "Definition and first validation of a new mathematical model of polyester fibre materials", Forum Acusticum, Sevilla, pp 1-6, 2002.
- [8] Biot, M.A., "Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid. I. Low frequency range" J. Acoust. Soc. Am. 28, pp 168-178, 1956.
- [9] Easwaram, V & Munjal, M.L., "Finite element analysis of wedges used in anechoic chambers" J. Sound Vib(52), pp 1070-1076, 1972.
- [10] Allard, J.F. & Champoux, Y., "New empirical equations for sound propagation in rigid frame fibrous materials" J. Acoust. Soc. Am. 91, pp 3346-3353, 1992.
- [11] UNE EN ISO 10534-2:2002. Determinación del coeficiente de absorción acústica y de la impedancia acústica. Parte 2: Método de la función de transferencia.