

Efectos del modelo de Tierra en cálculos teóricos de deformación del terreno

R. D. R. GRANELL ^{1,2}, L. BRIMICH ³, M. HVOZDARA ³, J. FERNÁNDEZ ¹

¹ Instituto de Astronomía y Geodesia (CSIC-UCM),
Fac. CC. Matemáticas, Ciudad Universitaria, 28040-Madrid

² Dpto. de Geofísica y Meteorología, Fac. CC. Físicas,
Ciudad Universitaria, 28040-Madrid

³ Geophysical Institute of the Slovak Academy of Sciences,
Dúbravská cesta 9, 842 28 Bratislava. Slovak Republic

RESUMEN

En este artículo se estudian los efectos del modelo de Tierra empleado en los cálculos teóricos de deformación y variaciones de gravedad causados en campo cercano por una intrusión magmática considerada puntual. Para ello se revisan los resultados obtenidos en medios elásticos y elástico-gravitatorios, así como homogéneos y estratificados. Se comparan también los resultados obtenidos considerando modelos de Tierra elástico-gravitatoria y termo-elástica en los modelos teóricos de deformación.

ABSTRACT

In this paper we study the effects of the Earth model used in theoretical computations of gravity changes and deformation in the near field due to a magmatic intrusion which is assumed as a point source. To carry out this we summarized the previous results obtained using elastic and elastic-gravitational media as well as homogeneous and layered ones. We also compare the obtained results considering a elastic-gravitational and thermo-elastic Earth models in deformation modelling.

1. INTRODUCCIÓN

Una intrusión en la corteza de la Tierra causará una serie de efectos relacionados con su masa y con la presurización de la cámara magmática causada

por inyección de nuevo material del manto o por variaciones de temperatura. El problema teórico consiste en calcular los cambios de gravedad y potencial gravitatorio, y la deformación producida en la superficie de la Tierra por una intrusión magmática en la corteza.

Comúnmente, el uso de fuentes puntuales permite hacer un ajuste e interpretación de datos utilizando modelos simples, generalmente con soluciones analíticas, aunque presenta problemas como la no unicidad de localización y características de la fuente (p.e. Delaney y McTigue, 1994). También permiten estudiar la influencia del medio en los resultados de modelos teóricos. Sin embargo, hay muchas otras ocasiones en las que es ventajoso hacer uso de un modelo tan realista como sea posible, particularmente cuando es necesario comprender los procesos físicos que se experimentan en la fuente, o se quiere hacer una estimación de efectos que sea útil para el diseño de un sistema de vigilancia de la actividad previa a una erupción. En este último caso los resultados obtenidos utilizando fuentes puntuales son sólo una primera aproximación, ver por ejemplo, Fernández y Díez (1995).

Existe una extensa literatura sobre la modelización de la deformación por actividad volcánica, en la mayoría de la cual no se considera la existencia del campo gravitatorio ambiente, representando la corteza mediante un semiespacio homogéneo, puramente elástico. Mostrar aquí una lista completa de referencias en este campo sería imposible y realmente tedioso, aunque se puede encontrar un buen número de referencias en los diferentes trabajos citados en este artículo. El modelo más simple, y clásico, de intrusión volcánica es el dado por Mogi (1958), que usa un centro de expansión, enterrado a una profundidad z en un semiespacio elástico. Los cambios de presión dentro de la cámara magmática producen deformación y variaciones de gravedad en la superficie de la Tierra. El efecto producido por la estratificación en un medio elástico fue discutido por Singh (1970) y Roth (1990). Rundle (1980, 1982a) solucionó las ecuaciones que representan el problema acoplado elástico-gravitatorio para un semiespacio estratificado de capas homogéneas, utilizando la técnica de las matrices propagantes (Thomson, 1950; Haskell, 1953; Gilbert y Backus, 1966) para obtener las soluciones en superficie (variaciones de potencial gravitatorio y gravedad, y deformación). Rundle (1980) demostró que la existencia del campo gravitatorio causa efectos apreciables en la deformación del terreno para longitudes de onda mayores de 1.000 km, pero tiene poca relevancia en las deformaciones producidas en campo cercano. Es también necesario considerar el campo gravitatorio si se quieren utilizar los resultados del modelo para ajustar variaciones de gravedad observadas, calcular variaciones de altitudes respecto a una superficie equipotencial (Geoide), u obtener

gradientes de gravedad sensibles a la dinámica del proceso de intrusión (Rundle, 1982; Brimich et al., 1996; Fernández et al., 1996a).

El efecto de la estructura vertical en un medio gravitatorio fue estudiado por Fernández y Rundle (1994a), quienes mostraron que las diferencias en los desplazamientos entre un medio estratificado y un semiespacio homogéneo *provienen principalmente de las variaciones en las propiedades elásticas más que de las variaciones en densidades de las capas.*

Hvozdera and Brimich (1991) presentaron la formulación básica y los resultados numéricos de la deformación termoelástica producida por un cuerpo magmático en un modelo simple de Tierra, las deformaciones termoelásticas estáticas producidas por aumento de presión en la fuente. Hvozdera y Brimich (1995) obtuvieron fórmulas para el cálculo de la anomalía de la gravedad asociada a las deformaciones termoelásticas.

Rundle (1981, 1982b) consideró el campo gravitatorio y estructuras elásticas e inelásticas para el caso de fallas. La necesidad de incluir la gravedad en los cálculos de ciclo sísmico, motivó el cálculo de la solución del problema viscoelástico-gravitatorio. Encontró que, en los desplazamientos dependientes del tiempo, resultantes de la actividad en fallas en un medio viscoelástico, el efecto de considerar la gravedad es solamente significativo para tiempos suficientemente grandes tras el sismo, cuando el medio se ha relajado habiendo alcanzado el módulo de cizalla, m , un valor pequeño. Estos resultados se confirman en trabajos posteriores (Fernández et al., 1996b; Yu et al., 1996).

En este artículo estudiamos el efecto del medio usado en los cálculos teóricos. Nos centramos principalmente en la comparación entre los efectos calculados para un modelo de Tierra termoelástico y uno elástico-gravitatorio, considerando para ambos una intrusión magmática esférica tratada como fuente puntual. Para ello revisamos primeramente ambos modelos de deformación.

2. TIERRA ESTRATIFICADA ELÁSTICO-GRAVITATORIA

Consideramos un modelo de Tierra compuesto de un conjunto de capas planas sobre un semiespacio, teniendo en cuenta las propiedades elásticas y la masa (Rundle, 1980, 1982), siendo por tanto potencialmente importantes los efectos originados al considerar propiedades elásticas y la existencia del campo gravitatorio. Se calculan las variaciones de potencial y gravedad, y la deformación producidos por una intrusión magmática situada en el punto $(0, 0, \zeta)$ dentro del medio. Las ecuaciones dadas por Rundle (1980), son satisfechas tanto por el vector desplazamiento \mathbf{u} como por el potencial perturbador f y la solución general en $z = 0$ tiene la forma

$$\mathbf{u} = M \int_0^{\infty} [x_0^1(0) \mathbf{P}_0 + y_0^1(0) \mathbf{B}_0] k dk, \quad (1)$$

$$\phi = M \int_0^{\infty} \omega_0^1(0) J_0(kr) k dk, \quad (2)$$

$$\delta g = -\frac{\partial \phi}{\partial z} = -M \int_0^{\infty} q_0^1(0) J_0(kr) k dk + \beta_0 u_z, \quad (3)$$

siendo M la masa de la intrusión, x_0^1 , y_0^1 , w_0^1 , q_0^1 núcleos de integración que dependen del número de onda k y de las características del medio (ver Rundle, 1980, 1982a; Fernández y Rundle, 1994a,b). Los vectores \mathbf{P}_0 y \mathbf{B}_0 están dados en términos de la función de Bessel de primera clase y orden cero $J_0(kr)$ y $b_0 = 4\rho Gr_0$ con r_0 la densidad de la primera capa. Rundle (1982a) enunció un teorema de unicidad para esta solución. De (1) podemos obtener la expresión para las inclinaciones como (Fernández et al., 1996a)

$$T(r) = \frac{\partial u_z}{\partial r} = -M \int_0^{\infty} x_0^1(0) J_1(kr) k^2 dk, \quad (4)$$

y también la expresión para la deformación vertical en $z=0$ a cualquier distancia radial,

$$\varepsilon_z(r) = \frac{\partial u_z}{\partial z}(r) = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + 2\mu_1} \int_0^{\infty} y_0^1(0) J_0(kr) k^2 dk. \quad (5)$$

Para mayor detalle en el cálculo de las soluciones ver Rundle (1980; 1982a); Fernández, (1992); Fernández y Rundle (1994a,b) y Fernández et al., (1996a).

3. MODELO DE TIERRA TERMO-ELÁSTICA

Es bien conocido en la teoría geodinámica que las deformaciones y esfuerzos termoelásticos juegan un papel importante en el estado de esfuerzos de la litosfera y su dinámica, especialmente en zonas con anomalías geotérmicas positivas importantes (Combs y Hadley, 1977; Teisseyre, 1986). Este hecho llevó a Hvozدارa y Rosa (1979, 1980) a realizar un estudio teórico de las deformaciones termoelásticas de un semiespacio homogéneo causadas por una fuente de calor puntual o lineal situada a cierta profundidad en un semiespacio.

En Hvozدارa y Brimich (1991, 1995) se presentó un análisis avanzado, extendido al caso de fuentes de calor uniformemente distribuidas en un volumen finito V del semiespacio, que representa un modelo de cuerpo magmáti-

co. El efecto total del cuerpo magmático de volumen finito fue calculado como superposición de efectos debidos a fuentes puntuales de calor distribuidas uniformemente en la región V. Damos aquí brevemente la formulación básica para las componentes u_r y u_z del desplazamiento termoelástico, como solución de la ecuación de Lamé. El campo de temperatura estática no uniforme en un medio elástico corresponde al campo de desplazamientos termoelásticos el cual satisface la ecuación de Lamé (Nowacki, 1962). Se obtienen, para los desplazamientos, las siguientes expresiones:

$$u_r = Ar \left[R_1^{-1} - R_2^{-1} - 2\zeta z R_2^{-3} + 4\zeta(1-\nu)R_2^{-1} \cdot (R_2 + \zeta + z)^{-1} \right] \quad (6a)$$

$$u_z = A \left[(z - \zeta)R_1^{-1} - (z + \zeta)R_2^{-1} - 2\zeta(1-2\nu)R_2^{-1} - 2\zeta z(z + \zeta)R_2^{-3} \right] \quad (6b)$$

donde

$$A = \omega \gamma_T \left[8\pi \lambda_T (\lambda + 2\mu) \right]^{-1}; \quad R_1 = \left[r^2 + (z - \zeta)^2 \right]^{1/2}; \quad (7)$$

$$R_2 = \left[r^2 + (z + \zeta)^2 \right]^{1/2}; \quad r^2 = x^2 + y^2$$

En las ecuaciones (6) y (7) l y m son los parámetros elásticos de Lamé, n es la relación de Poisson, $g_T = a_T(3l+2m)$, siendo a_T el coeficiente térmico de la expansión lineal, l_T la conductividad calorífica y w la potencia calorífica de la fuente. De nuevo se considera la fuente puntual de calor localizada en $(0,0,z)$.

En las variaciones de gravedad originadas por la fuente puntual de calor aparecen dos causas principales:

a) Las variaciones de la densidad ρ_0 causadas por dilatación volumétrica que induce una variación expresada como

$$\Delta g_{TE} = -8\pi G \rho_0 A (1-\nu) \zeta \cdot (R^2 + \zeta^2)^{-1/2} \quad (8)$$

siendo $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ la constante de gravitación universal.

b) La variaciones aire-libre y Bouguer, como consecuencia del levantamiento vertical de la superficie sobre la fuente de calor, dadas por

$$\Delta g_{TFB} = \left(\frac{\partial g_0}{\partial z} - 2\pi G \rho_0 \right) u_z \quad (9)$$

con $\partial g_0 / \partial z = 0.3086 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$ el gradiente vertical de la gravedad normal.

4. RESULTADOS NUMÉRICOS Y DISCUSIÓN

Para el cálculo numérico de los desplazamientos termoelásticos y las variaciones de gravedad consideramos una fuente puntual de calor situada a una profundidad $z=5$ km dentro del semiespacio elástico, un coeficiente térmico de expansión lineal $\alpha_T = 10^{-6} \text{ K}^{-1}$, conductividad calorífica $\lambda_T = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, potencia calorífica de la fuente puntual $1.65 \times 10^8 \text{ W}$ y densidad $\rho_0 = 2800 \text{ kg m}^{-3}$. Las constantes de Lamé del semiespacio son $\lambda = 7.5 \times 10^{10} \text{ Pa}$, $\mu = 6.075 \times 10^{10} \text{ Pa}$.

La figura 1, dibujo superior, muestra los desplazamientos (radial U_r y vertical U_z) de la superficie del semiespacio elástico en el perfil $x=0$. Se observa cómo la superficie del semiespacio se eleva en el epicentro de la fuente de calor (eje Z positivo hacia el interior del medio). El desplazamiento horizontal U_r es cero en el epicentro, aumenta hasta un valor máximo alrededor de $r \gg z$ y decrece más allá lentamente. En la figura 1, dibujo inferior, se ha representado la variación de gravedad relacionada con el campo de deformaciones termoelásticas. Las variaciones negativas de gravedad se corresponden con lo esperado de forma intuitiva.

Los desplazamientos y las variaciones de gravedad causadas por una intrusión de magma considerada esférica son la suma de los calculados para un centro de expansión y una masa puntual (Rundle, 1982a). El efecto del centro de expansión se obtiene multiplicado por $10^4/pa^3$, donde pa^3 es la intensidad del centro de expansión, con p el incremento de presión en unidades de 10^5 Pa y a el radio de la intrusión en km. En el caso de la masa puntual los desplazamientos y variaciones de gravedad se obtienen para una masa de 1 Unidad de Masa, MU ($1 \text{ MU} = 10^{12} \text{ kg}$) (Fernández y Rundle, 1994b; Fernández et al., 1994).

En las figuras 2 y 3 se muestran los desplazamientos y variaciones de gravedad producidos por un centro de expansión y a una masa puntual respectivamente. Ambos se sitúan dentro del medio a una profundidad de 5 km con los mismos parámetros de Lamé y densidad que los considerados en la figura 1. En los desplazamientos se observa cómo el hecho de considerar el campo gravitatorio no es significativo, de acuerdo con los resultados obtenidos por Rundle (1980). No es éste el caso para los cambios de gravedad en superficie presentados en ambas figuras, donde sí resulta relevante considerar el campo gravitatorio tanto por los efectos que origina en la modelización física del proceso como para la mejor interpretación de los datos de cambio de gravedad observados.

Observamos que las figuras 1, 2 y 3 muestran los diferentes comportamientos de los efectos dependiendo del tipo de fuente considerada. El desplazamiento vertical, U_z es muy pequeño y positivo para la masa puntual (figura 3), pero por otro lado U_z es negativo para el caso termoelástico (figura 1) y para el cen-

tro de expansión (figura 2) aunque los dos últimos tienen una longitud de onda, o alcance, del efecto diferente, siendo en el caso termoelástico dos veces mayor que en el del centro de expansión.

El desplazamiento radial producido por una masa puntual es mucho más pequeño que en el caso termoelástico o para el centro de expansión y la relación entre las longitudes de onda para los dos últimos tipos de fuentes es la misma que en el caso del desplazamiento vertical.

Las variaciones de gravedad producidos por una masa puntual (figura 3) son positivos, en contraposición de los negativos causados por un centro de expansión (figura 2) o en el caso termoelástico (figura 1). Del mismo modo que en los desplazamientos, la longitud de onda de la variación de gravedad para el caso de una masa puntual y un centro de expansión es mucho más pequeña que la encontrada en el mismo efecto termoelástico.

La comparación de los desplazamientos U_p , U_z y cambios de gravedad presentados en las figuras 1 y 2 muestran que los cambios horizontales de dichas variables son menos pronunciados para los modelos termoelásticos que para los elástico-gravitatorios. Esto es debido al hecho de que en el modelo termoelástico las fuerzas de volumen que entran en juego se distribuyen en un amplio volumen alrededor de la fuente de calor (es proporcional a $-g_T \text{grad}T$), mientras en el segundo modelo las fuerzas actuantes están concentradas en un punto.

No obstante, no podemos olvidar que las relaciones cuantitativas entre los diferentes efectos mostrados en las figuras, dependen obviamente de la masa, el cambio de presión y la energía térmica. Además, los efectos cambian si hay una variación de las propiedades, principalmente elásticas, del medio con respecto al semiespacio homogéneo, como ya se ha comentado en la introducción.

5. CONCLUSIONES

El objetivo de este trabajo ha sido el estudio de los efectos del modelo de Tierra considerado en los cálculos teóricos de deformación del terreno por carga volcánica, en particular comparar los efectos obtenidos al considerar un modelo de Tierra termoelástico o elástico-gravitatorio. Incluso aunque los modelos son una idealización considerable de la situación real, hemos obtenido resultados útiles, que concuerdan con observaciones actuales en áreas con perturbaciones geotérmicas (Okubo y Watanabe, 1989).

Las variaciones en los parámetros elásticos tienen un efecto mucho mayor que las variaciones en las densidades, tanto en los cálculos de desplazamientos como de variaciones de gravedad.

La dirección de los desplazamientos y sus valores muestran un pronunciado domo en la región epicentral. Los desplazamientos horizontales están dirigidos radialmente hacia fuera del epicentro. La deformación principal es causada por efectos térmicos o cambios de presión, producidos por una nueva inyección de magma o variaciones de temperatura en la cámara magmática.

La consideración de fenómenos térmicos introduce una larga longitud de onda en los efectos calculados. Si no consideramos el efecto de la masa intrui-

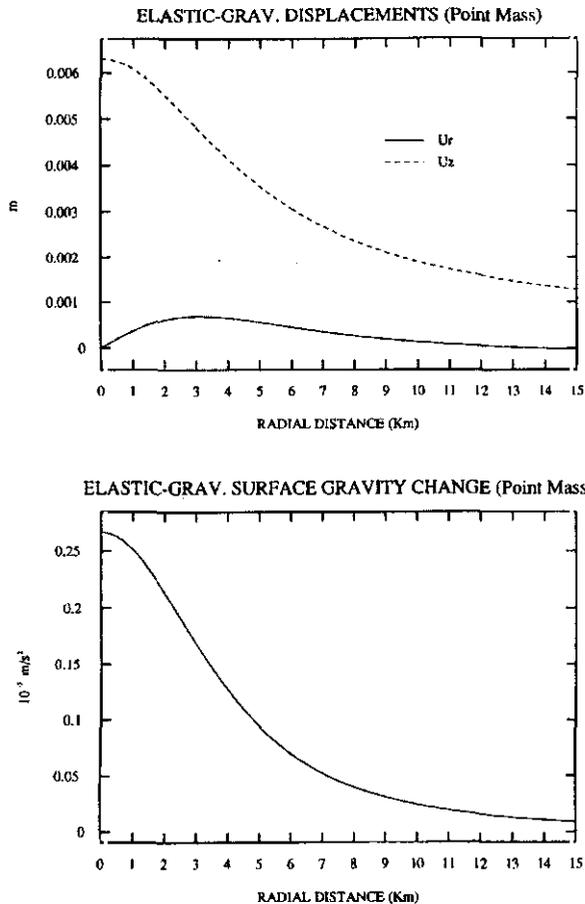


Figura 1. Desplazamientos verticales, U_z y radiales, U_r (parte superior) en m, y variaciones de gravedad (parte inferior) en 10^{-5} m/s^2 , producidas por una fuente de calor puntual de $1.65 \cdot 10^8 \text{ W}$ situada a 5 km de profundidad en un semiespacio elástico homogéneo. Ver texto para características del medio (Brimich et al., 1996).

da, muy pequeño en desplazamientos, la longitud de onda de los desplazamientos observados nos permite distinguir cuál es el efecto más relevante, el debido a la temperatura o a la presión. Analizando las variaciones de gravedad y los desplazamientos sería posible distinguir los efectos causados por desplazamientos de masa de los originados conjuntamente por éstos y cambios de presión (Brimich et al., 1996). Un método apropiado para este estudio sería el uso de gradientes de gravedad superficial, ver por ejemplo Rundle (1982a).

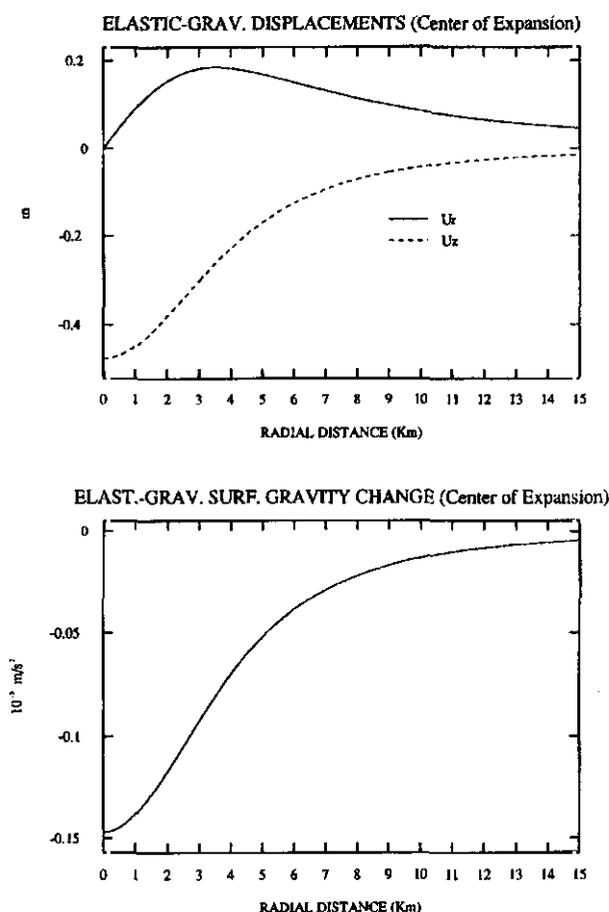


Figura 2. Desplazamientos verticales, U_z y radiales, U_r (parte superior) en m, y variaciones de gravedad (parte inferior) en 10^{-5} m/s^2 , producidas por un centro de expansión de intensidad 10^3 MPa km^3 situado a 5 km de profundidad en un semiespacio elástico-gravitatorio homogéneo. Ver texto para características del medio (Brimich et al., 1996).

Las anomalías de la gravedad del orden de 10^{-6} m s^{-2} relacionadas con los campos de deformación, ofrecen una valiosa herramienta para la comprensión de los procesos geodinámicos derivados de la actividad magmática previa a erupciones.

Los modelos teóricos pueden ser también usados para diseñar la vigilancia geodésica de actividad volcánica, especialmente cuando no se tiene información de deformación del terreno en episodios anteriores. Éste es el caso de los

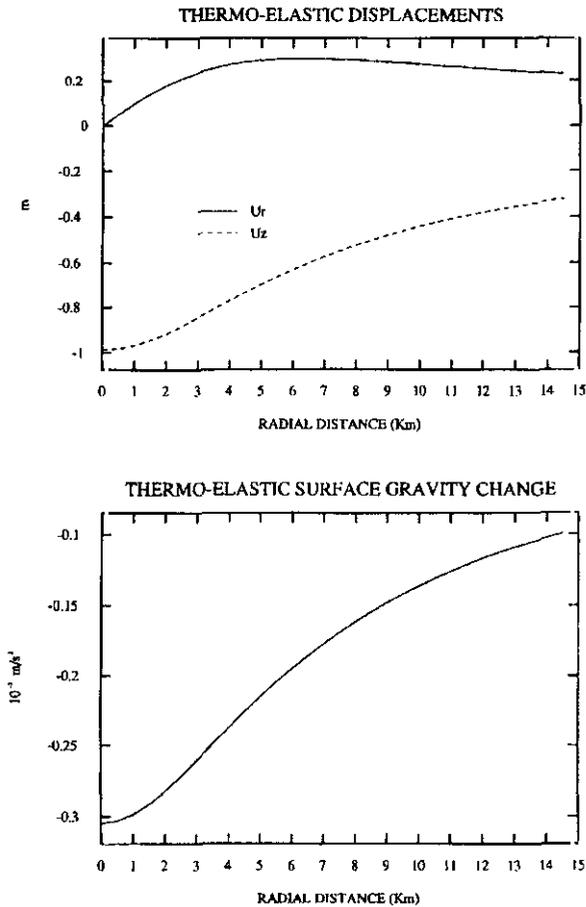


Figura 3. Desplazamientos verticales, U_z y radiales, U_r (parte superior) en m, y variaciones de gravedad (parte inferior) en 10^{-6} m/s^2 , producidas por una masa puntual de 1 MU situada a 5 km de profundidad en un semiespacio elástico-gravitatorio análogo al de la Figura 2 (Brimich et al., 1996).

volcanes con largos períodos de inactividad. Los resultados de este trabajo y los también mencionados de otros autores, muestran claramente la necesidad de utilizar modelos teóricos tan realistas como sea posible para este propósito, en particular, sería deseable considerar fuentes volumétricas en lugar de puntuales, además de contar con toda la información existente sobre la actividad previa.

La utilización de modelos teóricos realistas permitirá realizar mejores ajustes de los datos de deformación y variaciones de gravedad observadas, y por tanto, una mejor interpretación de éstas. Resulta clara la necesidad de considerar la existencia del campo gravitatorio al plantear las ecuaciones del modelo si queremos calcular variaciones de gravedad, de potencial para el cálculo de incrementos de altitudes ortométricas, gradientes de gravedad ortométricos o variaciones del nivel del mar (Rundle, 1982; Brimich et al., 1996; Fernández et al., 1996).

AGRADECIMIENTOS

Los autores estamos agradecidos a la Slovak Grant Agency for Science (grant N° 2/1063) por la financiación parcial de este trabajo. La investigación de J. Fernández y R. d. R. Granell se sufragó con cargo al proyecto EV5V-CT93-0283 dentro del Programa de Medioambiente de la Unión Europea.

REFERENCIAS

- BRIMICH, L., FERNÁNDEZ, J., GRANELL, R. D. R. Y HVOZDARA, M. (1996). Some comments about Earth models effects on ground deformation modelling. *Studia Geophysica et Geodætica*.
- COMBS, J. Y HADLEY, D. (1977). Microearthquake investigations of the Mesa geothermal anomaly. Imperial Valley, California. *Geophysics*, 42, 17-25.
- DELANEY, P.T. Y MCTIGUE, D. F. (1994). Volume of magma accumulation or withdrawal estimated from surface uplift or subsidence, with application to the 1960 collapse of Kilauea volcano. *Bull. Volcanol.*, v. 56, 417-424.
- FERNÁNDEZ, J. (1992). Técnicas geodésicas y geodinámicas aplicadas a la investigación del riesgo volcánico en la isla de Lanzarote. Ph. D. Thesis, Universidad Complutense de Madrid, 149 páginas.
- FERNÁNDEZ, J., VIEIRA, V., VENEDIKOV, A. P. Y DÍEZ, J. L. (1994). Vigilancia de riesgo volcánico en Canarias. Isla de Lanzarote. *Física de la Tierra*, UCM, vol. 5, 77-88.

- FERNÁNDEZ, J., DíEZ, J. L. (1995). Volcano monitoring design in Canary Islands by deformation model. *Cahiers du Centre Européen de Géodynamique et de Séismologie* v. 8, 207-217.
- FERNÁNDEZ, J., RUNDLE, J. B. (1994a). Gravity Changes and deformation due to a magmatic intrusion in a two-layered crustal model. *J. Geophys. Res.*, v. 99, n.º B2, 2737-2746.
- FERNÁNDEZ, J., RUNDLE, J. B. (1994b). FORTRAN program to compute displacement, potential and gravity changes due to a magma intrusion in a multilayered Earth model. *Computers & Geosciences*, v. 20, n.º 4, 461-510.
- FERNÁNDEZ, J., RUNDLE, J. B., GRANELL, R. D. R. Y YU, T. T. (1996). Artículo en elaboración.
- FERNÁNDEZ, J., YU, T. T. Y RUNDLE, J. B. (1996b). Horizontal viscoelastic-gravitational displacement due to a rectangular dipping thrust fault in a layered Earth. *Journal of Geophysical Research* (en prensa).
- GILBERT, F. Y BACKUS, G. (1966). Propagator matrices in elastic wave and vibration problems. *Geophysics*; v. 31, n.º 2, 326-332.
- HASKELL, N. A. (1953). The dispersion of surface waves on multilayered media. *Bull. Seismol. Soc. Amer.*; v. 43, n. 1, 421-440.
- HVOZDARA, M. Y BRIMICH, L. (1991). Thermoelastic deformation field due to magmatic bodies. *Contr. Geophys. Inst. Slov. Acad. Sci.*, 21, 59-79.
- HVOZDARA, M., BRIMICH, L. (1995). Theoretical model for gravity anomalies caused by thermoelastic deformation in the vicinity of magmatic bodies. *Cahiers du Centre Eur. de Géod. et de Séism.*, 8, 337-348.
- HVOZDARA, M., ROSA, K. (1991). Geodynamic effects of thermoelastic stresses due to a linear heat source. In: Babuska, V., Plancar, J. (Eds.): *Geodynamic Investigations in Czechoslovakia*, Bratislava, Veda, 53-63.
- HVOZDARA, M., ROSA, K. (1991). Stresses and displacements due to stationary point source of heat in an elastic half-space. *Studia Geophys. Geod.*, 24, 51-59.
- MOGI, K. (1958). Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformations of the ground surfaces around them. *Bull. Earthquake Res. Inst. Univ. Tokyo*, 36, 99-134.
- NOWACKI, W. (1962). *Thermoelasticity*. Oxford, Pergamon Press.
- OKUBO, S. Y WATANABE, H. (1989). Gravity change caused by a fissure eruption. *Geophys. Res. Lett.*, 16, 445-448.

- ROTH, F. (1990). Subsurface deformations in a layered elastic half-space. *Geophys. J. Int.*, 103, 147-155.
- RUNDLE, J. B. (1980). Static Elastic-Gravitational Deformation of a Layered Half Space by Point Couple Sources. *J. Geophys. Res.*, v. 85, n.º B10, 5355-5363.
- RUNDLE, J. B. (1981). Numerical evaluation of static elastic-gravitational deformation in a layered half space by point couple sources. *Sandia Rept.* n.º 81-2058, 49.
- RUNDLE, J. B. (1982a). Deformation, Gravity, and Potencial Changes Due to Volcanic Loading of the Crust. *J. Geophys. Res.*, v. 87, n.º B13, 10729-10744 (Correction, *J. Geophys. Res.*, v. 88, n.º B12, 10647-10652, 1983).
- RUNDLE, J. B. (1982b). Viscoelastic-gravitational deformation by a rectangular thrust fault in a layered Earth. *J. Geophys. Res.*, 87, 7787-7796.
- SINGH, S. J. (1970). Static deformation of a multilayered half-space by internal sources. *J. Geophys. Res.*, 75, 3257-3263.
- TEISSEYRE, R. (1986). Thermal stresses. In: Teysseyre, R. (De.): *Continuum theory of solid Earth physics*, Amsterdam, Elsevier.
- THOMSON, W. T. (1950). Transmission of elastic waves throught a statified medium. *Jour. Appl. Phys.*; v. 21, 89-93.
- YU, T. T., RUNDLE, J. B. Y FERNÁNDEZ, J. (1996). Surface deformation due to strike slip fault in an elastic gravitational layer overlying a viscoelastic gravitational half space. *Journal of Geophysical Research* (en prensa).