

Tomografía estocástica de la distribución de electrones ionosféricos

Antonio RIUS y José María APARICIO
Instituto de Ciencias del Espacio (CSIC). Institut d'Estudis Espacials
de Catalunya. C/Gran Capità, 2-4, 08034 Barcelona, España

RESUMEN

Se presentan dos procedimientos de tomografía estocástica para el análisis de la densidad electrónica de la ionosfera. El mecanismo de sondeo es el análisis del tiempo de retardo en la propagación de las señales de radio de los sistemas de posicionamiento global. En primer lugar, se discuten las técnicas basadas en la Transformación de Abel, que son de aplicación cuando existe simetría esférica en la distribución. Seguidamente, se discuten las técnicas tomográficas, que permiten mayor libertad en la elección de las hipótesis sobre la presencia de simetrías en el sistema.

Palabras clave: Tomografía estocástica, Transformada de Abel, GNSS, LEO, Satélite Oersted.

ABSTRACT

We present two techniques of stochastic tomography of the ionosphere, useful for the study of its electron density distribution. The basic observables are the differential delays experienced by two signals emitted by a member of the Global Navigation Satellite System constellations collected by receivers onboard Low Earth Orbiter satellites. We discuss the Abel transform approach as a two-dimensional tomographic technique useful when the spherical symmetry assumption holds, and a more general four-dimensional tomographic approach. Finally, we apply these analysis tools to data collected onboard the Danish satellite Oersted.

Key words: Stochastic tomography, Abel transform, GNSS, LEO, Satellite Oersted.

1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de posicionamiento global GNSS (de Global Navigation Satellite Systems) proporcionan una herramienta poderosa para el estudio de la distribución de electrones. En la actualidad existen dos sistemas GNSS: GPS y

GLONASS desarrollados, implementados y operados respectivamente por los Estados Unidos de América y por Rusia. Un nuevo sistema europeo, GALILEO, se halla en fase de estudio. Todos ellos consisten en una colección de transmisores de radio. Los receptores están fundamentalmente basados en Tierra o a bordo de satélites de órbita baja (LEO, Low Earth Orbiters).

Como es sabido, los medios materiales son, en mayor o menor medida, dispersivos para las ondas electromagnéticas. Esto es, las velocidades de propagación, tanto de grupo como de fase de las señales radioeléctricas dependen de su frecuencia. Esta dependencia es, además, diferente, ya que las velocidades de grupo y de fase no son únicamente distintas a la velocidad de la luz en el vacío, sino también diferentes entre sí. Este es el principio sobre el que descansa la aplicación de los GNSS al estudio de la ionosfera. Supongamos que conocemos suficientemente bien las posiciones de los transmisores y de los receptores, y que los retardos instrumentales están bien determinados. Si medimos los retardos de fase y de grupo que experimentan las señales a una frecuencia, o los retardos de fase o de grupo de dos señales de distinta frecuencia, podemos inferir la cantidad de materia dispersiva que ha afectado a la propagación. Los materiales neutros, como el aire y el vapor de agua atmosféricos, afectan a la velocidad de propagación de las ondas electromagnéticas. Son, sin embargo, muy poco dispersivos. La materia ionizada, en cambio, es además fuertemente dispersiva para las señales de radiofrecuencia. Gracias a ello es posible identificar el efecto de la ionosfera y distinguirlo del retardo, de magnitud comparable pero no dispersivo, producido por la atmósfera.

Las aplicaciones que usan redes de receptores situados en la superficie terrestre han sido descritas en detalle en numerosas publicaciones, por ejemplo [Lanyi, 1988], [Wilson, 1992], [Sardón, 1993, 1994]. Una reciente revisión del estado del arte puede encontrarse en [Jakowski, 1996] y en [Manucci, 1999]. En este artículo nos concentraremos en la posibilidad de usar receptores embarcados en satélites que tengan órbitas cercanas a la superficie de la Tierra.

2. LOS OBSERVABLES

Los observables primarios que se obtienen en el receptor son las llamadas pseudodistancias y las fases en función del tiempo. Las pseudodistancias son las diferencias entre los tiempos de emisión y de recepción de las señales. Una codificación incluida en las señales GNSS permite identificar el momento en que fueron emitidas. Estas diferencias, derivan esencialmente de los retardos producidos por la propagación (distancia entre el transmisor y el receptor, existencia de la atmósfera y la ionosfera), pero incluyen asimismo posibles errores en la medida del tiempo y retardos instrumentales tanto en el receptor como en el transmisor. Las fases son registros de la fase de la onda portadora de la señal, habiendo escogido un origen arbitrario.

El modelo matemático que relaciona los observables con las diversas magnitudes físicas es [Flores, 1999], para las pseudodistancias y fases:

$$P_{jk}^i = \rho_j^i - c\Delta t_j + c\Delta t^i + \frac{\alpha}{f} \frac{I_j^i + T_j^i}{k}$$

$$L_{jk}^i = \rho_j^i - c\Delta t_j + c\Delta t^i - \frac{\alpha}{f} \frac{I_j^i + T_j^i}{k}$$

donde:

- ρ_j^i es la distancia geométrica entre el satélite i y el receptor j
- c es la velocidad de la luz en el vacío
- Δt^i es el error de sincronización del reloj del satélite emisor i
- Δt_j es el error de sincronización del reloj del receptor j
- $\alpha = 40.3 \frac{m^3}{s^2 \cdot el}$
- I_j^i es el número de electrones contenidos en una columna de sección unidad entre el satélite i y el receptor j
- f_k es la frecuencia de la señal, $f_1 = 1,57542GHz$ y $f_2 = 1,2276GHz$
- T_j^i es el retardo troposférico

Con estas ecuaciones podemos formar las denominadas combinaciones ionosféricas:

$$P_{ji}^i = P_{j2}^i - P_{j1}^i$$

$$L_{jk}^i = L_{j2}^i - L_{j1}^i$$

Estas cantidades representan, salvo constantes aditivas, magnitudes proporcionales a la cantidad de electrones que la señal encuentra en su camino desde el transmisor al receptor. Análogamente, si tenemos en cuenta que el efecto ionosférico sobre el tiempo de propagación es, para las pseudodistancias y las fases, igual en valor absoluto pero con el signo cambiado, podremos escribir nuevas ecuaciones combinando, para cada frecuencia, fases y pseudodistancias:

$$C_{jk}^i = \frac{1}{2} (P_{jk}^i - L_{jk}^i)$$

En principio, la combinación L_{ji}^i es la más precisa, pero presenta una indeterminación debido al origen arbitrario respecto al que se mide la fase. P_{ji}^i , en cambio, es menos precisa pero está referida a un origen absoluto.

En la discusión que sigue nos centraremos en el uso de datos recogidos por receptores ubicados en LEOs. Para aplicaciones desde Tierra, ver la bibliografía citada.

3. TRANSFORMADA DE ABEL

Estamos interesados en conocer el campo de densidad de materia dispersiva. Los observables indican, no obstante, únicamente la densidad columnar de materia dispersiva a lo largo de la línea de visión entre el emisor y el receptor.

Bajo la hipótesis de que el campo de densidad tiene simetría esférica, resulta fácil relacionar las densidades volúmicas con las densidades columnares. Dicho problema aparece en numerosas situaciones en las cuales una distribución tridimensional de materia es observable únicamente a través de su proyección sobre un plano. Sucede, por ejemplo, al observar un cúmulo de estrellas, las cuales aparecen proyectadas sobre la bóveda celeste. Las densidades observables son únicamente las densidades columnares, por unidad de área de sección transversa, mientras que resulta imposible obtener de manera directa una indicación de la densidad volúmica. Bajo la anterior hipótesis, ambas densidades están relacionadas a través de las llamadas transformadas de Abel, en las que una distribución tridimensional de densidad, de simetría esférica, se proyecta en una distribución bidimensional de simetría circular, y viceversa. Ambas son transformadas integrales.

Los observables, en el caso que nos ocupa, son muestreos de densidad columnar a diferentes distancias del centro. El conjunto de medidas define la distribución bidimensional de densidad de materia dispersiva, de simetría circular. La deproyección de ésta se efectúa mediante la transformada de Abel inversa, con la que se obtiene la densidad volúmica de materia dispersiva.

Aplicadas al problema en cuestión, estas transformaciones relacionan la distribución de densidad de electrones, asumida esféricamente simétrica, con la deflexión de la dirección de propagación, para un parámetro de impacto a dado:

$$\alpha(a) = 2a \frac{40.3}{f^2} \int_a^\infty \frac{1}{\sqrt{r^2 - a^2}} \frac{dn_e(r)}{dr} dr$$

o, inversamente, dado un conjunto de ángulos de deflexión obtenidos a diferentes parámetros de impacto, se obtiene el campo de densidad electrónica:

$$n_e(r) = \frac{1}{2a} \frac{f^2}{40.3} \int_a^\infty \frac{\alpha(a)}{\sqrt{a^2 - r^2}} da$$

Los ángulos de deflexión, muy pequeños para la ionosfera, se miden indirectamente a través de las variaciones de los excesos de distancia, medidos a

través del efecto Doppler sobre la fase y el pseudorange. Dado que lo más importante son los excesos de distancia relativos, la fase es utilizada de manera preferente, debido a su mayor resolución. Angulos de deflexión y excesos de fase se hallan relacionados por las siguientes ecuaciones, aplicables a cada una de las frecuencias, y donde T y R representan el transmisor y el receptor, y r y t identifican las componentes radial y transversal (dentro del plano Tierra-emisor-receptor) de la velocidad:

$$\begin{aligned} L &= v_T^r \cos \phi_T + v_T^t \sin \phi_T + v_R^r \cos \phi_R - v_R^t \sin \phi_R \\ r_T \sin \phi_T &= r_E \sin \phi_E = a \\ \alpha &= \phi_T + \phi_R + \psi - \pi \end{aligned}$$

Siendo la separación angular, vista desde el centro de curvatura de la atmósfera, entre el emisor y el receptor. Ello se ilustra en la Figura 1. Este método fue inicialmente aplicado para el análisis de las atmósferas planetarias a través del retardo de fase en las comunicaciones desde sondas interplanetarias [Fjeldbo, 1971]. Es aplicable, en principio, tanto al análisis de la ionosfera [Haaj, 1994, 1999] como, utilizando la combinación de frecuencias adecuada que elimine la componente dispersiva, para la atmósfera neutra [Kursinski, 1993]. En este último caso la asunción de simetría esférica es, sin embargo, mucho más precisa que para la ionosfera.

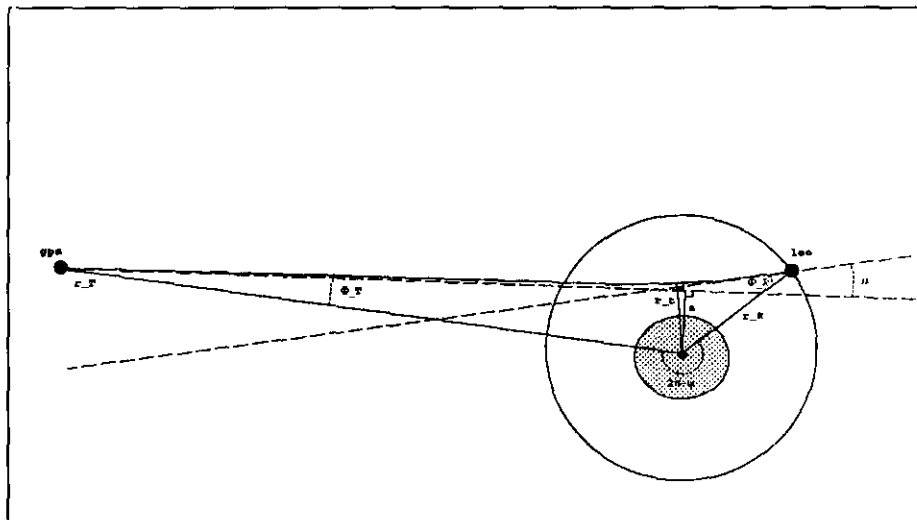


Figura 1. Distribución geométrica de la ocultación y principales parámetros que la describen.

4. TOMOGRAFÍA ESTOCÁSTICA

La transformada de Abel presenta la limitación impuesta por la hipótesis de simetría esférica, lo que difícilmente se cumple en el caso de la ionosfera. Una aproximación que se adapta mejor a este problema es la tomográfica. La tomografía consiste en inferir la estructura de un objeto iluminado por radiación. El observable utilizado en el análisis es el efecto producido sobre los rayos que atraviesan el objeto. Técnicas tomográficas son usadas normalmente en medicina y geofísica [Tarantola, 1982, 1987], Menke [1989]. En nuestro caso, el objeto de estudio experimenta variaciones temporales, pero a lo largo de escalas temporales suficientemente largas como para acumular una cantidad adecuada de datos. Con respecto a esa escala temporal, la distribución de los transmisores y receptores varía rápidamente. Por ello, este tipo de tomografía se denomina estocástica [Bevis, 1992].

En nuestro caso, suponemos la ionosfera (o parte de ella) dividida en elementos de volumen disjuntos, (véase Figura 2) en los que la densidad electrónica se considera constante. El estado de la ionosfera se expresa por medio del vector de dimensión N :

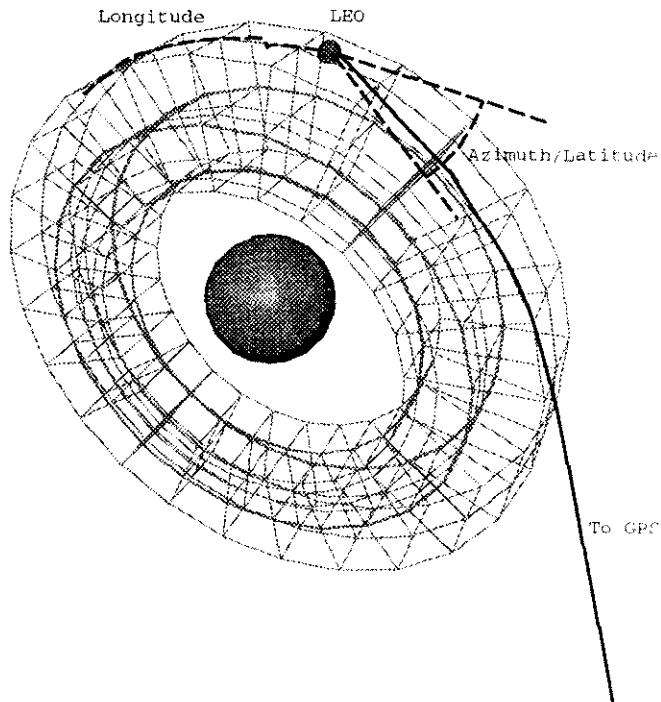


Figura 2. Distribución de elementos finitos utilizada para la resolución de la estructura de la ionosfera en el plano de la órbita del receptor.

$$m = \begin{bmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_N \end{bmatrix}$$

en el que cada elemento es la densidad electrónica del voxel o elemento de volumen, equivalente tridimensional del concepto de pixel. La relación entre el observable de retardo ionosférico correspondiente al rayo y el vector de estado será:

$$Y_i = G_i(m)$$

donde:

$$G_i = (G_{i1}, \dots, G_{iN})$$

y G_{ij} representa la longitud del rayo i en el voxel j . Agrupando todos los datos de observaciones en el vector

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_M \end{bmatrix}$$

donde M es el número de datos, podremos escribir $Y = (m)$, donde G es la matriz

$$\begin{bmatrix} G_1 \\ \vdots \\ G_M \end{bmatrix}$$

La ecuación $Y_i = G_i(m)$, establece condiciones sobre los valores del vector de estado m . En general $M \gg N$ y el problema puede invertirse utilizando las técnicas de los mínimos cuadrados:

$$m = (G^T G)^{-1} G^T Y$$

siempre y cuando $(G^T G)^{-1}$ exista. Para más detalles, ver [Herring, 1990], [Zarraoa, 1992] y [Flores, 1999].

En general, la distribución de rayos no permite determinar de manera única el vector m . Por ejemplo, si por un voxel no pasa ningún rayo, el valor de su densidad no puede ser determinado. Para poder resolver esta circunstancia, pueden establecerse condiciones adicionales entre los elementos del vector de

estado m . Es deseable que estas condiciones reflejen alguna realidad física. En lo que sigue supondremos que, en ausencia de datos, el valor de la densidad en un voxel, será una media de los valores próximos. Esto puede expresarse formalmente por medio de la ecuación matricial:

$$l = B(m)$$

Las ecuaciones del sistema pueden combinarse bajo la forma

$$\begin{pmatrix} d \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G \\ B \end{pmatrix} m$$

o $\bar{d} = \bar{G}m$. Si los datos y las condiciones son suficientes para determinar el problema, la solución, de acuerdo con las técnicas de los mínimos cuadrados, será:

$$m = (\bar{G}^T \bar{G})^{-1} \bar{G}^T \bar{d}$$

Si consideramos que el estado de la ionosfera es variable, podemos dividir en intervalo de tiempo de observación en L segmentos $S_i = [t_i, t_{i+1}]$; $i = 1, L-1$. Podemos suponer, además, que existe una relación funcional entre los valores del estado para segmentos consecutivos de la forma $m_{i+1} = F_i(m_i)$, donde F es un operador lineal, que en nuestro caso supondremos que es la identidad. Además, supondremos que existe una relación estadística entre los valores de segmentos consecutivos, que en nuestro caso supondremos que pueden modelizarse incrementado su covarianza, en forma proporcional al tiempo.

Resumiendo estos tres elementos, para cada segmento $i+1$, tendremos la expresión:

$$\begin{bmatrix} d_{i+1} \\ l_{i+1} \\ \hat{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{i+1} \\ B_{i+1} \\ F_i \end{bmatrix} m_{i+1}$$

que puede resolverse por aplicación del método de los mínimos cuadrados, de manera iterativa.

Las condiciones del experimento, en el que el receptor está orbitando en un plano esencialmente fijo en un sistema de referencia inercial, así como el hecho de que la ionosfera no gira como un cuerpo rígido con la Tierra, sino respecto al sistema Tierra-Sol, muy cercano en las escalas de tiempo del problema a un sistema inercial, hacen adecuado expresar nuestro sistema de voxeles en dicho sistema. El plano de referencia será el plano orbital, y el origen de longitudes una de las intersecciones del plano orbital con el plano del ecuador (nodo ascendente). Además, como la órbita de los satélites hasta ahora usados (700-

1000 Km sobre la superficie terrestre) son sólo ligeramente mayores que el máximo en la distribución de electrones (300-400 Km sobre la superficie terrestre), únicamente los voxeles próximos al plano orbital tendrán una buena resolución. La capacidad de la técnica ha sido comprobada y demostrada mediante el uso de simulaciones realistas de distribuciones de electrones en la ionosfera, obtenidas a partir del Parametrized Ionospheric Model (PIM) [Daniell, 1995], [Ruffini, 1999]. Análisis de datos reales obtenidos del satélite GPS/MET [Ware, 1995] pueden encontrarse en las siguientes publicaciones: [Rius, 1997], [Hernández, 1998], [Ruffini, 1998a, 1998b], [Flores, 1999].

5. EL SATÉLITE OERSTED

Oersted es un microsátélite (80 Kg de masa) lanzado en 1999, que incluye en su carga útil un receptor GPS capaz de recoger datos de ocultaciones ionosféricas y troposféricas. El instrumento ha sido desarrollado por Jet Propulsion Laboratory, y la explotación científica corre a cargo del Instituto Meteorológico Danés. Dificultades en la adquisición de datos de la señal L2 han limitado el retorno científico de este instrumento para las ocultaciones troposféricas. No obstante, combinando la fase y el pseudorange de la señal L1 es posible extraer el observable ionosférico.

Los siguientes parámetros orbitales son relevantes para entender la configuración de nuestro experimento (ver Figura 3):

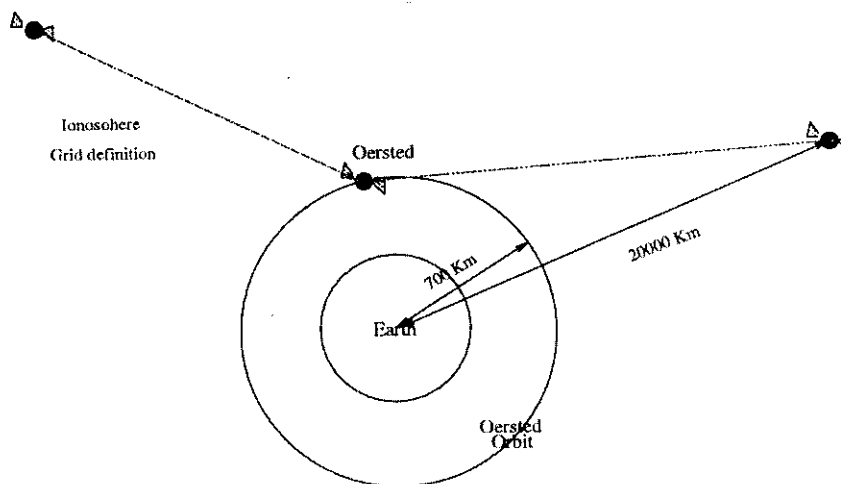


Figura 3. Disposición del satélite danés Oersted, uno de los casos en los que se ha aplicado la técnica tomográfica.

06 Diciembre 1999

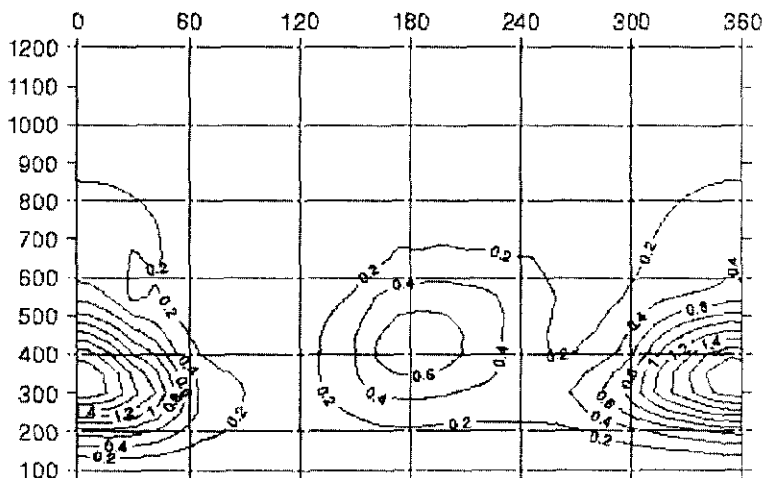


Figura 4. Tomografía de la ionosfera en el plano de la órbita de Oersted, para el día 6 de diciembre de 1999.

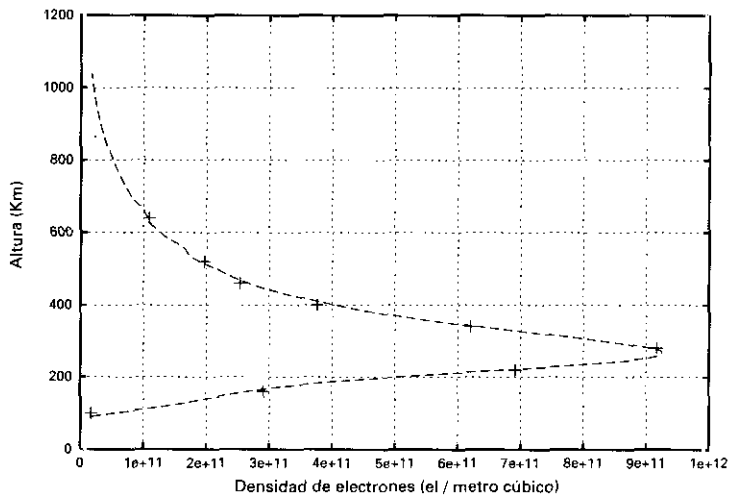


Figura 5. Perfiles verticales de la densidad electrónica obtenidos con datos del satélite Oersted usando la Transformada de Abel (---) y técnicas tomográficas (+).

Perigeo	638 Km sobre la superficie terrestre
Apogeo	849 Km sobre la superficie terrestre
Período	100 minutos
Inclinación	86.48 grados

6. RESULTADOS

En esta sección nos proponemos mostrar algunos resultados derivados del análisis de los datos que nos ha facilitado el Instituto Meteorológico Danés. Por las causas indicadas, el retardo ionosférico ha sido modelado como $L_1 = 0.5(C_1 - L_1)$, en donde hemos omitido en el todos los efectos constantes en la ecuación. Ello hace uso del hecho que la ionosfera afecta de manera diferente a las velocidades de grupo y de fase para una misma señal, en lugar de utilizar la diferencia entre las velocidades de fase para dos señales de frecuencias distintas, lo cual hubiera permitido una precisión superior.

Debido a que tanto la órbita del receptor como la ionosfera son prácticamente estáticas respecto a un sistema de referencia inercial y no giran con la Tierra, únicamente la parte de la ionosfera cercana al plano orbital será efectivamente sondeada. Se podrá obtener una elevada resolución para esta zona con la tomografía, mientras que para las más alejadas del plano se tendrá una escasa o nula información. Por ello, en el análisis presentado, se optó por resolver de manera tomográfica únicamente una zona toroidal alrededor del plano orbital. La zona resuelta no incluye las regiones demasiado cercanas a la superficie terrestre, ya que la ionización es muy baja, ni las muy lejanas, ya que la densidad electrónica es también muy pequeña. Como ejemplo de estudio tomográfico, en la Figura 4 se presentan los resultados del análisis de los datos tomados desde el satélite Oersted el 6 de diciembre de 1999. La escala horizontal representa la longitud sobre la órbita, en grados, medida a partir del nodo ascendente. La vertical corresponde a la altura sobre la superficie de la Tierra, en km. Las líneas de contorno expresan valores constantes de densidad electrónica en Teraelectrones por metro cúbico. En la Figura 5 presentamos la comparación entre los perfiles verticales obtenidos a través de la Transformada de Abel, y mediante la técnica de la tomografía.

CONCLUSIONES

La posibilidad de poner en órbita receptores GNSS ha abierto el camino para estudiar la evolución, a escala global, de la distribución de electrones libres de la ionosfera. De momento solo GPS/MET y Oersted ya han servido para mostrar la capacidad de la técnica. En este artículo hemos mostrado como hacerlo. Pero nuevos proyectos (Champ, Cosmic, ACE, ...) deberán permitir el establecimiento de constelaciones de sensores que, en su conjunto, formarán un instrumento capaz de obtener la evolución temporal de imágenes tomográficas de la ionosfera.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen especialmente a Anke Schlesier (DMI) y a Ana Escudero (IEEC) su colaboración en el procesado de los datos.

BIBLIOGRAFÍA

- BEVIS, M.; BUSINGER, S.; HERRING, T. A.; ROCKEN, C.; ANTHES, R. A., and WARE, R. (1992): GPS meteorology: Remote sensing of atmospheric water vapor using the global positioning system. *Journal of Geophysical Research*, 97(D14):15787-15801, October.
- DANIELL, R. E. Jr.; BROWN, L. D.; ANDERSON, D. N.; FOX, M. W.; DOHERTY, P. H.; DECKER, D. T.; DOJKA, J. J., and SCHUNCK, R. W. (1995): PIM: A global ionospheric parametrization based on first principle models. *Radio Science*, 30:1499-1510.
- FJELDBO, G. and ARVYDAS, J. Kliore, (1971): The neutral atmosphere of Venus as studied with the Mariner and radio occultation experiments. *The Astronomical Journal*, 76(2):123-140, March.
- FLORES, A. (1999): Atmospheric Tomography using Satellite Radio Signals. PhD Dissertation, IEEC/CSIC.
- HAIJ, G. A.; IBAÑEZ MEIER, R.; KURSINSKI, E. R., and ROMANS, L. J. (1994): Imaging the ionosphere with the global positioning system. *International Journal of Imaging System and Technology*, 5:174-184.
- HAIJ, G. (1999): Capabilities and limitations of RO-measurements for ionosphere monitoring. In *Low Earth Orbiter Missions: Developing and Integrating Ground and Space Systems for GPS Applications*. IGS-GFZ-IGS Workshop, March.
- HERNÁNDEZ-PAJARES, M.; JUAN, J. M.; SANZ, J., and SOLE, J. G. (1998): Global observation of the ionospheric electronic response to solar events using ground and LEO GPS data. *Journal of Geophysical Research*, 103(49):20789-20796, September.
- HERRING, T. A.; DAVIS, J. L.; ELGERED, G., and SHAPIRO, I. I. (1990): Geodesy by radio interferometry: The application of kalman filtering to the analysis of very long baseline interferometry data. *Journal of Geophysical Research*, 95(B8):12561-12581, August.
- JAKOWSKI, N. (1996): TEC monitoring by using satellite positioning systems. En *Modern Ionospheric Science*, chapter 12. H. Kohl and R. Rüster and K. Schlegel.
- KURSINSKI, E. R. (1993): The GPS Radio Occultation Concept: Theoretical Performance and Initial Results. PhD thesis, California Institute of Technology, 1997.
- LANYI, G. E. and ROTH, T. (1988): A comparison of mapped and measured total ionospheric electron content using global positioning system and beacon satellite observations. *Radio Science*, 23(4):483-492.
- LAWSON, C. L. and HANSON, R. J. (1974): *Solving Least Squares Problems*. Prentice-Hall.
- MANUCCI, A. J.; IJIMA, B. A.; LINDQWISTER, U. J.; PI, X.; SPARKS, L.; WILSON, B. D. (1999): *GPS and Ionosphere*. URSI Reviews of Radio Science.
- MENKE, W. (1989): *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. International Geophysics Series. Academic Press.
- PI, X.; MANUCCI, A. J.; LINDQWISTER, U. J., and HO, C. M. (1997): Monitoring of global ionospheric irregularities using the worldwide GPS network. *Geophysical Research Letters*, 24(18):2283-2286, September.

- RIUS, A.; RUFFINI, G., and CUCURULL, L. (1997): Improving the vertical resolution of ionospheric tomography with GPS occultations. *Geophysical Research Letters*, 24(18):2291.
- RUFFINI, G.; FLORES, A., and RIUS, A. (1998): GPS tomography of the ionospheric electron content with a correlation functional. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(1), January.
- RUFFINI, G.; CARDELLACH, E.; FLORES, A.; CUCURULL, L., and RIUS, A. (1998): Ionospheric calibration of radar altimeters using GPS tomography. *Geophysical Research Letters*, 25(20):3771-3774.
- RUFFINI, G.; CUCURULL, L.; FLORES, A., and RIUS, A. (1999): A PIM-aided kalman filter for GPS tomography of the ionospheric electron content. *Physics and Chemistry of the Earth*, 24(4):365-369.
- SARDÓN, E. (1993): Calibración de efectos ionosféricos en geodesia espacial por medio de datos GPS. Tesis Doctoral, Instituto de Astronomía y Geodesia, Madrid.
- SARDÓN, E.; RIUS, A., and ZARRAOA, N. (1994): Ionospheric calibration of single frequency VLBI and GPS observations using dual gps data. *Bulletin Geodetic*, 68:230-235.
- SARDÓN, E.; RIUS, A., and ZARRAOA, N. (1994): Estimation of the transmitter and receiver differential biases and the ionospheric total electron content from global positioning system observation. *Radio Science*, 29(3):577-586, May-June.
- TARANTOLA, A. and VALETTE, B. (1982): Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion. *Reviews of Geophysics and Space Physics*, 20(2):219-232, May.
- TARANTOLA, A. (1987): *Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation*. Elsevier Science Publishers.
- WARE, R. H.; EXNER, M. L.; HERMAN, B. M.; KUO, B.; MEEHAN, T. K., and ROCKEN, C. (1995): GPS/MET preliminary report. Technical report, The University Corporation for Atmospheric Research.
- WILSON, B. D.; MANNUCCI, A. J.; EDWARDS, C. D., and ROTH, T. (1992): Global ionospheric maps using a global network of GPS receivers. *International Beacon Satellite Symposium*.
- ZARRAOA, N. (1992): Estudio de movimientos relativos en Europa mediante una red de radiointerferometría geodésica. Tesis Doctoral, Instituto de Astronomía y Geodesia, Madrid.

