

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID**

**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación**

**Departamento de Señales Sistemas y Radiocomunicaciones**

**Tesis Doctoral**

**Arrays de Anillos Segmentados  
para la generación de imagen  
ultrasónica 3D**

**2000**

**Óscar Martínez Graullera**

**CONSEJO SUPERIOR DE INVESTIGACIONES CIENTÍFICAS**

**Instituto de Automática Industrial**



**Departamento de Señales Sistemas y Radiocomunicaciones**

**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación**

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID

# **Arrays de Anillos Segmentados para la generación de imagen ultrasónica 3D**

**TESIS DOCTORAL**

Autor: Óscar Martínez Graullera

Ingeniero de Telecomunicación

Director: Luis Gómez Ullate Alvear

Doctor Ingeniero Industrial

Tutor: Francisco Javier Casajús Quirós

Doctor Ingeniero de Telecomunicación

Madrid, 2000



## **Agradecimientos**

*El presente trabajo no sólo es fruto de mi esfuerzo personal sino que también constituye fruto del esfuerzo de un colectivo de personas. En este sentido me gustaría agradecer el apoyo prestado por el grupo Tecnologías Rápidas de Evaluación No Destructiva por Ultrasonidos (TRENDS) del Departamento de Sistemas del Instituto de Automática Industrial (I.A.I.-C.S.I.C.), dentro del cual me integro, así como al grupo de Transductores de Banda Ancha para Imagen Acústica del Instituto de Acústica (I.A.-C.S.I.C.).*

*Debo dedicar una especial mención al Dr. Luis Gómez Ullate Alvear, director de esta tesis, con quien durante el tiempo que ha durado este trabajo he compartido grandes momentos. Tanto su empuje como su apoyo, personal y científico, han sido decisivos y han hecho posible esta tesis de la que personalmente me siento orgulloso.*

*Al Dr. Carlos Fritsch, que nunca me negó un instante para discutir y ayudarme a resolver mis dudas. Al Dr. Alberto Ibañez y a Montserrat Parrilla por el apoyo que me han brindado al realizar el software del sistema de experimentación. A Dr. José Javier Anaya, a la Dra Teresa Sánchez y a Eugenio Villanueva, por su ayuda en la preparación de los sistemas y equipos que han permitido la realización de la experimentación. Debo también agradecer la colaboración del Dr. Francisco Montero de Espinosa y de Mostafa Akhnaq que me han permitido disponer de un prototipo de array con el que experimentar y sin el cual este trabajo resultaría incompleto. Además, quiero agradecer el apoyo de mi tutor Francisco Javier Casajús.*

*Me gustaría citar también al resto de mis compañeros del I.A.I., tanto a los que aún continúan con los que sigo compartiendo momentos, como a aquellos que ya se han ido y con los que mantengo una especial amistad.*

*Gracias también a mis padres y a mis hermanos, que siempre me han apoyado y animado en todos los pasos que he dado en mi carrera. Especialmente a mi padre cuyo estímulo me ha hecho tomar esta dirección en la vida.*

*Por último, gracias a Sara por su apoyo, cariño y paciencia.*



## Resumen:

---

La generación de imagen acústica por ultrasonidos es uno de los métodos más usados tanto en diagnóstico médico (ecografía médica) como en ensayos no destructivos (END). Hasta el presente, los sistemas comerciales se basan fundamentalmente en imágenes de tipo bidimensional. La inspección volumétrica (3D) ha empezado a desarrollarse hace escasamente una década a nivel de laboratorios de I+D existiendo algunos equipos comerciales en experimentación en el área médica. Este tipo de transductores permiten, mediante control electrónico, deflectar y focalizar el haz principal en cualquier punto del espacio, lo que evita el uso de sistemas de barrido mecánico 3D. Principalmente, los arrays propuestos para imagen 3D son de tipo rectangular  $m \times n$  sobre soporte monolítico. En la práctica el problema que presenta este tipo de arrays es el número elevado de elementos que requieren para generar imágenes de suficiente calidad. Por ello, gran parte del esfuerzo investigador se ha dedicado a disminuir el número de elementos, normalmente siguiendo técnicas de distribución azarosa de los elementos activos en el array. Si bien, estas soluciones producen una reducción drástica de la energía emitida, y por tanto una limitación seria del contraste o rango dinámico de las imágenes.

Una clara alternativa a esta solución es usar arrays 2D de anillos segmentados (AAS) tal y como se propone en esta tesis. Este tipo de aperturas tienen dos claras ventajas: por un lado, su simetría axial permite obtener imágenes volumétricas con características casi invariantes con la dirección de acimut; por otro lado, al ser el grado de periodicidad de estas aperturas claramente menor que el que ofrecen los arrays de matriz cuadrada, producen lóbulos de rejilla de menor intensidad, con lo que para este tipo de aperturas las restricciones respecto al espaciado entre elementos propias de los arrays matriciales pueden ser sobrepasadas. En este sentido uno de los objetivos principales de esta tesis es estudiar hasta qué punto se puede ampliar el tamaño de los elementos manteniendo al mismo tiempo un campo de buenas características. Como consecuencia, se reduciría el número de elementos del array, pero manteniendo la apertura plenamente activa.

Dada la escasez de trabajos sobre este tipo de aperturas, a lo largo de esta tesis hemos tenido

que trazar un camino prácticamente nuevo en los siguientes aspectos:

- Desarrollo de métodos de cálculo para aperturas complejas. En concreto, para el caso del sector anular, se ha desarrollado una solución basada en la respuesta al impulso que permiten el cómputo exacto del campo ultrasónico. Sin embargo, la computación del campo en un espacio tridimensional lleva asociado un elevado coste computacional, por lo que también se han diseñado métodos y algoritmos aproximados de cálculo que reducen el coste computacional.
- Nuevos métodos de análisis para describir el campo producido por ASS. Los resultados han permitido encontrar reglas cualitativas y cuantitativas que permiten describir aspectos como: la resolución lateral, los lóbulos secundarios, los lóbulos de rejilla, etc., de aperturas en las que se ha variado la forma, tamaño y número de elementos.
- Normas para el diseño de arrays de anillos segmentados. A partir de los resultados anteriores, se ha estudiado la influencia de los parámetros constructivos del array en la calidad de la imagen ultrasónica. Algunos de estos parámetros son: la separación entre elementos, el tamaño del array, el número de elementos, el pulso ultrasónico, etc.

Finalmente se ha realizado un estudio comparativo entre los arrays de anillos segmentados propuestos en esta tesis y los arrays matriciales. Un conjunto de pruebas experimentales nos han permitido validar los resultados teóricos obtenidos.



## **Abstract:**

---

Nowadays ultrasonic imaging is one of the methods more frequently employed in clinical diagnosis and NDT applications. Ultrasonic commercial systems are mainly based on bidimensional images. Development of volumetric imaging systems based on array transducers has started at R&D laboratories a decade ago. An array transducer is electronically controlled in order to steer the ultrasonic beam in any direction, avoiding mechanical scanning systems. Mainly rectangular  $M \times N$  monolithic arrays have been proposed for 3D imaging. Unfortunately, these apertures need a large amount of elements (they can reach several thousands) to produce good quality images. For this reason, a great research effort has been addressed to develop subsampling techniques in order to reduce the number of active elements. But these techniques produce a drastic reduction of the emitted energy, so the image contrast is seriously limited.

In this thesis 2D annular-segmented arrays are proposed as an alternative to the more common rectangular patterns. Annular segmented arrays have two main advantages: first, they present axial symmetry so the ultrasonic field shows almost invariant properties at any steered azimuth direction and a great symmetry with respect to the steering axis. Second, elements have a lower periodicity degree than rectangular arrays, and therefore grating lobes level is reduced. Consequently, we can increase the elements size holding at the same time a good quality in the acoustic field. With the purpose of reducing the number of elements with a full-active aperture, one of the objectives of this work is to find a criterion for array designing, in order to determine which is the aperture geometry that gives a good image quality with minimum electronic resources.

Due to the scarce previous work devoted to 2D annular-segmented arrays, this thesis proposes innovative methods in the following aspects:

- Computational methods valid for complex apertures. An exact solution based on the spatial impulse response, for the ultrasonic field radiated by annular sector transducers is presented. Nevertheless, due to the high computational cost associated to the exact solution, other approximated methods and algorithms are developed that reduce the

computational cost in more than one order of magnitude.

- Innovative methods to describe the field of annular-segmented arrays for several conditions of the aperture geometry, radiated pulse, field point position, etc. Quantitative and qualitative rules have been obtained to describe lateral response, side lobes and grating lobes in these conditions.
- Designing rules for annular-segmented arrays. The influence of several array-designing parameters on the field quality is studied. The following parameters are studied: the elements interspacing, the aperture dimensions, the number and shape of the elements, the UT pulse, etc.

From previous results, a theoretical comparative study between annular-segmented arrays and 2D rectangular apertures is presented. And finally, experimental work is done which validates theoretical results.

---

# Índice General

---

---

<b>Introducción</b>	<b>v</b>
<b>1 Métodos de cálculo del campo ultrasónico</b>	<b>1</b>
1.1 Introducción	1
1.2 Teoría de difracción. Ecuaciones de Rayleigh y Sommerfeld	2
1.2.1 Teoría de la difracción en el caso de excitación armónica	3
1.2.2 Generalización al caso de excitación no armónica	7
1.3 Revisión de los métodos empleados para el cálculo del campo creado por aperturas monoelemento	9
1.3.1 Cálculo del campo a partir de métodos aproximados	10
1.3.2 Cálculo del campo a partir de métodos exactos	12
1.4 Método para calcular la respuesta al impulso de un pistón con perfil aleatorio	16
1.4.1 Respuesta al impulso de un transductor circular	18
1.4.2 Respuesta al impulso de un anillo	21
1.5 Aperturas multielemento	23
1.5.1 Cálculo del campo ultrasónico de arrays	24

1.5.2	Técnicas de Conformación del haz en arrays . . . . .	30
1.6	Modelo de excitación en banda ancha . . . . .	35
<b>2</b>	<b>Respuesta al impulso de un segmento anular</b>	<b>37</b>
2.1	Introducción . . . . .	37
2.2	Cálculo de la respuesta al impulso de transductores con perfil arbitrario . . . . .	39
2.2.1	Computación directa de la respuesta al impulso . . . . .	39
2.2.2	La superposición de elementos triangulares . . . . .	44
2.2.3	Respuesta al impulso calculada a partir de los puntos de intersección . . . . .	45
2.3	Respuesta al impulso por regiones en lados . . . . .	48
2.3.1	Expresión de la respuesta al impulso, caso general . . . . .	50
2.3.2	Respuesta al impulso del Sector Anular . . . . .	59
2.3.3	Un ejemplo de cálculo de la respuesta al impulso . . . . .	68
2.4	Comparación entre el sector anular y el elemento rectangular . . . . .	69
<b>3</b>	<b>Métodos de cálculo del campo de presiones para un array de anillos segmentados</b>	<b>75</b>
3.1	Introducción . . . . .	75
3.1.1	Parámetros de diseño de un array de anillos segmentados . . . . .	77
3.1.2	Representación de resultados de campo ultrasónico . . . . .	80
3.2	Cálculo exacto del campo acústico producido por un AAS. . . . .	82
3.2.1	Frecuencia de muestreo versus error de computación . . . . .	83
3.3	Estimación aproximada del campo acústico de un AAS . . . . .	92
3.3.1	AAS compuesto por elementos puntuales . . . . .	93
3.3.2	Algoritmos basados en la aproximación de campo lejano del elemento del array . . . . .	97
3.4	Análisis comparativo de las aproximaciones. Precisión versus tiempo de computación . . . . .	102
3.4.1	Errores introducidos por las aproximaciones . . . . .	103

<b>4</b>	<b>Descripción del campo acústico producido por arrays de anillos segmentados</b>	<b>115</b>
4.1	Introducción . . . . .	115
4.2	Análisis del haz principal sin deflexión . . . . .	118
4.2.1	Campo en el foco . . . . .	119
4.2.2	Campo en el plano focal . . . . .	122
4.2.3	Campo fuera del plano focal . . . . .	128
4.3	Análisis del haz principal con deflexión . . . . .	132
4.3.1	Análisis temporal con deflexión . . . . .	132
4.3.2	Campo producido por un anillo segmentado con deflexión . . . . .	133
4.3.3	Campo radiado por un AAS con deflexión . . . . .	136
4.3.4	Campo de un AAS variando la geometría de los elementos . . . . .	142
4.4	Lóbulos de rejilla. . . . .	155
4.4.1	Lóbulos de rejilla debidos al espaciado entre elementos en un anillo. . . . .	159
4.4.2	Lóbulos de rejilla debidos al espaciado entre anillos de un AAS. . . . .	161
4.4.3	Lóbulos de rejilla de un AAS. Separación por regiones . . . . .	164
4.4.4	Lóbulos de rejilla de un AAS con dimensión finita de los elementos . . . . .	168
<b>5</b>	<b>Diseño de Aperturas de Anillos Segmentados</b>	<b>175</b>
5.1	Introducción . . . . .	175
5.2	Diseño de Aperturas de Anillos Segmentados . . . . .	177
5.2.1	AAS regulares versus AAS no regulares . . . . .	178
5.2.2	La influencia de la relación de aspecto . . . . .	179
5.2.3	Variación del hueco entre elementos . . . . .	182
5.2.4	Relación entre el diámetro interior y el diámetro exterior . . . . .	186
5.2.5	Variación del diámetro exterior de la apertura . . . . .	189
5.2.6	Variaciones de la onda de excitación. . . . .	192
5.3	Comparación entre AAS y arrays matriciales (AM). . . . .	194

---

5.3.1	Campo ultrasónico de una apertura matricial . . . . .	195
5.3.2	Comparación entre ambas aperturas . . . . .	198
<b>6</b>	<b>Tecnología de fabricación de AAS y pruebas experimentales</b>	<b>209</b>
6.1	Sobre la fabricación de arrays cuadrados regulares . . . . .	209
6.2	Sobre la fabricación de AAS . . . . .	211
6.3	Caracterización del array AAS1 . . . . .	214
6.4	Medidas experimentales del campo producido por la apertura AAS1 . . . . .	216
6.4.1	El sistema de experimentación . . . . .	218
6.4.2	Modelo teórico del ASS1 . . . . .	223
6.4.3	Medidas de campo acústico . . . . .	226
<b>7</b>	<b>Resultados, conclusiones y líneas de futuro</b>	<b>233</b>
	<b>Bibliografía</b>	<b>239</b>

---

# Introducción

---

---

El transductor ultrasónico (UT) es el elemento más crítico y el principal causante de las limitaciones de calidad de un sistema de imagen UT para aplicaciones médicas e industriales. En particular, los arrays de transductores han adquirido un gran auge porque permiten deflectar y focalizar el haz UT sin necesidad de mover el transductor y manteniendo buenas características de imagen. Hoy en día se manejan arrays lineales ( $N \times 1$ ) con más de 100 elementos, capaces de producir la imagen de un plano perpendicular a la apertura (clase B), pero al mantener un foco fijo en elevación la resolución en esta dirección puede resultar muy inferior a la que existe en la dirección de acimut. Para reducir este inconveniente se pueden usar arrays 1.5D, que están compuestos por  $M$  aperturas de  $N$  elementos. Esta solución admite una cierta focalización en elevación pero al no permitir deflexión en esa dirección sigue limitando la información a un solo plano igual que antes.

Un array 2D de matriz cuadrada ( $N \times N$ ) puede deflectar y focalizar el haz en cualquier dirección de acimut y elevación, y de esta forma se puede obtener la imagen de un volumen piramidal frente a la apertura sin necesidad de mover el transductor, o bien obtener varios cortes de planos paralelos y/o perpendiculares al transductor, etc. En cambio, existen serias dificultades a la hora de construir arrays 2D debido a que requieren conectar un gran número de elementos muy pequeños. Esto es debido a que para eliminar los problemas de lóbulos de rejilla

normalmente se mantiene una distancia entre elementos igual a  $\lambda/2$ . Así, por ejemplo, para un array cuadrado de  $20mm$  de lado que vibre a una frecuencia de  $3.5MHz$  y con propagación en agua ( $\lambda = 0.4mm$ ) la condición anterior requiere una distancia entre elementos de  $0.2mm$ . Este array tendría por tanto 10000 elementos cuadrados cuyo lado sería menor que  $0.2mm$ . Hoy en día es impensable que se pueda fabricar un sistema de control para este array con tal número de canales - hay que tener en cuenta que el límite de canales de los sistemas comercializados está en 256-. Las conexiones eléctricas para tal densidad de elementos son también imposibles de realizar con las técnicas actuales.

Para resolver este problema hay que reducir el número de elementos activos del array, para lo cual se utilizan técnicas de submuestreo, que están basadas en seleccionar elementos bien aleatoriamente, bien con alguna estrategia de complementariedad en emisión y recepción, etc. Se han presentado numerosas estrategias capaces de mantener aceptables características del campo y reduciendo al mismo tiempo en más de un orden de magnitud el número de elementos activos. En cambio, estas soluciones producen una reducción drástica de la energía emitida, y por tanto una limitación seria del contraste o rango dinámico de las imágenes.

Una clara alternativa a esta solución es usar Arrays 2D de Anillos Segmentados (AAS) tal y como se propone en esta tesis. Este tipo de aperturas tendrían dos claras ventajas: por un lado, su simetría axial permite obtener imágenes volumétricas con características casi invariantes con la dirección de acimut; por otro lado, al ser el grado de periodicidad de estas aperturas claramente menor que el que ofrecen los arrays de matriz cuadrada, cabe pensar que producirán lóbulos de rejilla de menor intensidad, con lo que la condición de usar un espaciado entre elementos igual a  $0.5\lambda$  resultaría demasiado restrictiva. En este sentido, estudiar hasta qué punto se puede ampliar el tamaño de los elementos manteniendo al mismo tiempo un campo de buenas características es uno de los objetivos principales de esta tesis. Como consecuencia, se reducirían el número de elementos del array, pero manteniendo la apertura plenamente activa.

A pesar de estos planteamientos tan esperanzadores, nos hemos encontrado, con gran sorpresa por nuestra parte, que son escasísimos los trabajos dedicados a este tipo de aperturas (como se verá a lo largo de esta memoria), y ninguno de estos trabajos se refiere a aplicaciones



de imagen 3D. Por tanto, excepto el capítulo primero de la tesis donde se exponen las bases de cálculo del campo ultrasónico radiado por un transductor, en el resto de los capítulos, como se observará, nos ha tocado trazar un camino prácticamente nuevo dentro de esta problemática.

El cálculo preciso del campo producido por un AAS nos dirige a resolver el cálculo del campo producido por aperturas planas de geometría compleja, para lo cual se usa como base el método de la Respuesta al Impulso (RI). Este método permite calcular la presión en un punto a partir de la aceleración en la cara emisora del transductor y la RI del potencial de velocidad. El problema se reduce por tanto a calcular la respuesta al impulso, que es una función del tiempo que depende de la geometría del transductor y del punto de campo. En el capítulo segundo de la tesis se muestran tres métodos actuales para computar la respuesta al impulso, pero todos ellos tienen el inconveniente de que requieren un elevado coste computacional. Por ello, se desarrolla un método para obtener una expresión analítica de la RI para aperturas planas de perfil irregular. Aunque este método reduce a más de la tercera parte el tiempo de cómputo comparando con el mejor de los métodos ya existentes, en cambio aún resulta excesivamente largo cuando se pretende diseñar AAS. Veamos un ejemplo: computar el campo de presiones de un AAS de 300 elementos siguiendo la formulación exacta requiere alrededor de 3 segundos por cada punto de campo en un ordenador Pentium-II (350Mhz); por tanto, computar la superficie de un casquete esférico con resoluciones de  $1^\circ$  en elevación y  $2^\circ$  en acimut supone calcular 16.200 puntos, es decir 13.5 horas de cálculo. A veces hay que computar casquetes a varias profundidades y/o probar varias aperturas lo cual conlleva un importante número de simulaciones. Por tanto, en el capítulo tercero de la tesis nos hemos planteado encontrar vías para reducir el coste computacional. En él se plantean varios métodos para banda estrecha y para banda ancha, y se hace un estudio comparativo con la respuesta exacta teniendo en cuenta la precisión que alcanzan (que depende de la geometría de la apertura, de las condiciones de radiación y de la zona de interés) y el tiempo de computación, el cual se puede reducir casi en dos órdenes de magnitud.

En el capítulo cuarto se analiza el campo acústico formado por un array de anillos segmentados, tanto en condiciones de excitación de banda ancha como de banda estrecha, que

es un tema prácticamente no abordado en la literatura especializada. Este hecho contrasta con la dedicación empleada a los arrays 2D de elementos cuadrados que han sido ampliamente tratados para aplicaciones de imagen 3D. El campo creado por un AAS depende principalmente de la geometría de la apertura y de los retardos de focalización. Dada la gran variedad de AAS que se pueden diseñar, se aplican una serie de restricciones a la geometría del array:

1. Los anillos son de igual espesor entre sí.
2. Los elementos de un anillo son de igual anchura entre sí.
3. No existen huecos entre los elementos que vibran idealmente.

A pesar de ello, la complejidad geométrica de la apertura (los elementos son de geometría irregular y pueden ser muy diferentes entre sí, tanto en cuanto a sus dimensiones como a su orientación) plantea una dificultad intrínseca a la hora de describir el campo ultrasónico de los AAS, lo que nos ha obligado a usar métodos innovadores de análisis que permitan deducir conclusiones generales. En este sentido, se han usado métodos de análisis basados en la respuesta al impulso (además de otros métodos más convencionales) para un caso concreto de radiación: se emiten haces deflectados con focalización esférica y no hay apodización. Considerar otras condiciones de radiación (p.e. otras lentes o funciones de apodización), a pesar de ser un problema muy interesante, se considera que cae fuera del planteamiento de la tesis. En el capítulo se estudia, para condiciones de banda estrecha y de banda ancha y para cinco aperturas tipo, el haz principal y los lóbulos de rejilla, y se establecen procedimientos para estimar de forma sencilla y general aquellos aspectos que determinan la calidad de las imágenes, como por ejemplo, la evolución lateral del haz principal, la resolución lateral y axial, el nivel de los lóbulos laterales, el nivel y posición de los lóbulos de rejilla, etc. En el capítulo se muestra que los AAS cuyos elementos tienen relación de aspecto cercana a la unidad presentan mejores características de campo.

En el capítulo quinto se plantean algunos criterios de diseño de arrays de anillos segmentados. En este sentido se estudia la influencia de distintos parámetros tales como: el tamaño y la relación de aspecto de los elementos, los diámetros interior y exterior de la

apertura, las características de la onda de excitación (frecuencia central y ancho de banda), etc. Por otro lado, también se estudia la influencia de considerar el hueco entre elementos, que da como resultado una reducción importante del nivel de los lóbulos de rejilla. De los resultados de este estudio se establecen un conjunto de reglas, que sin entrar en factores de optimización, permitirán diseñar AAS con buenas características para imagen ultrasónica en 3D. Como ejemplo, se establece que es posible diseñar AAS con un buen aprovechamiento de la superficie del array (superior al 60%), con un número reducido de elementos (p.e. 128) y un nivel aceptable de lóbulos de rejilla (inferior a -30dB en ida y vuelta).

En la segunda parte del capítulo se compara el campo producido por un AAS con el de un array cuadrado equivalente (misma superficie emisora, mismo número de elementos y mismas condiciones de radiación), destacándose las mejoras que ofrecen los primeros frente a las aperturas 2D convencionales. El capítulo concluye mostrando que, debido a la menor periodicidad entre sus elementos, los AAS tienen lóbulos de rejilla de menor nivel que los arrays cuadrados, lo que les permite usar elementos de mayor tamaño sin deteriorar la calidad de la imagen.

Finalmente en el capítulo sexto se plantean los problemas asociados a la fabricación de arrays de anillos segmentados, que demandan técnicas especiales para su construcción basadas en composites tipo 1-3 con vibración tipo barra. Estas dificultades son causa de que hoy en día no se comercialice este tipo de aperturas, por lo que hemos necesitado la colaboración del Instituto de Acústica que ha construido un prototipo de array de laboratorio con 32 elementos para realizar la experimentación de la tesis. Por nuestra parte, hemos preparado un sistema de experimentación consistente en un tanque de agua con tres ejes de movimiento controlado, un subsistema de control de arrays en emisión (de diseño propio) con capacidad de deflectar y focalizar el haz acústico, y un subsistema de adquisición y procesamiento de señales ultrasónicas, a partir del cual se han elaborado las imágenes de campo experimentales 2D y 3D que se muestran en el capítulo.

En cualquier caso todos los capítulos se han escrito de forma que en sus aspectos fundamentales son autocontenidos, por lo que la tesis no precisa una lectura lineal y resulta

fácil extraer de capítulos aislados aquellos aspectos que el lector considere más interesantes.

---

# Capítulo 1

---

---

## Métodos de cálculo del campo ultrasónico

---

### 1.1 Introducción

---

A lo largo de este capítulo se realiza una exposición de las bases teóricas del fenómeno de la difracción y su aplicación al cálculo del campo ultrasónico irradiado por aperturas de perfil arbitrario. El campo de presiones producido por un emisor acústico puede ser estudiado a partir de las ecuaciones de Rayleigh y de Sommerfeld [Goo68], que están expresadas en forma de integral. A partir de ellas se han desarrollado diferentes métodos de cálculo del campo acústico que pueden estar basados en algoritmos exactos, o bien incorporar aproximaciones para reducir la complejidad de la computación y del análisis.

En este capítulo damos un repaso de estos métodos analizando algunas de sus ventajas e inconvenientes. Principalmente se hace hincapié en el método de la integral de convolución y

la respuesta al impulso [Tup69, Ste71] en que se basan los aspectos más fundamentales de esta tesis. En este sentido, se presentan las ecuaciones básicas correspondientes a una superficie vibrante de perfil aleatorio para un tipo de excitación arbitraria. También, con ánimo ilustrativo y a modo de ejemplo, se presentan las expresiones correspondientes a un caso sencillo: el pistón circular.

En la parte final del capítulo se presentan las bases metodológicas correspondientes a aperturas multielemento, comúnmente llamadas *arrays* ultrasónicos.

## 1.2 Teoría de difracción. Ecuaciones de Rayleigh y Sommerfeld

---

El comportamiento de la propagación de una onda mecánica en un medio fluido y sin pérdidas para un punto  $\vec{x}(x_x, x_y, x_z)$ , queda descrito por la Ecuación de Ondas

$$\Delta u(\vec{x}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(\vec{x}, t)}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

en la que  $\Delta$  es el operador Laplaciano,  $c$  es la velocidad de propagación de la onda en el fluido, y  $u(\vec{x}, t)$  es una función escalar que depende del punto  $\vec{x}$  y del tiempo  $t$ . En los sistemas acústicos esta función escalar puede representar diversos parámetros que varían linealmente: la presión  $p(\vec{x}, t)$ , el potencial de velocidad  $\phi(\vec{x}, t)$ , etc. Estas magnitudes se encuentran relacionadas entre sí mediante alguna de las expresiones fundamentales de la Acústica:

$$p(\vec{x}, t) = \rho_o \frac{\partial \phi(\vec{x}, t)}{\partial t} \quad (1.2)$$

donde  $p(\vec{x}, t)$  es la presión en el punto  $\vec{x}$ ,  $\rho_o$  es la densidad media del fluido y  $\phi(\vec{x}, t)$  el potencial de velocidad, que viene dado por:

$$\vec{v}(\vec{x}, t) = -\vec{\nabla} \phi(\vec{x}, t) \quad (1.3)$$

siendo  $\vec{v}(\vec{x}, t)$  la velocidad de una partícula de fluido en  $\vec{x}$ , y  $\vec{\nabla}$  el operador vectorial gradiente.

### 1.2.1 Teoría de la difracción en el caso de excitación armónica

Supongamos una perturbación acústica estacionaria de frecuencia  $w_o$  en el punto  $\vec{x}$ , definida por:

$$u(\vec{x}, t) = \mathbf{U}(\vec{x}) \exp(jw_o t) \quad (1.4)$$

donde  $\mathbf{U}(\vec{x})$  es un número imaginario definido por su amplitud  $U(\vec{x})$  y su fase  $\theta(\vec{x})$ . En un sistema acústico se ha de cumplir también la Ecuación de Ondas, con lo que de las ecuaciones 1.1 y 1.4 se obtiene la Ecuación de Helmholtz:

$$\Delta \mathbf{U}(\vec{x}) + k^2 \mathbf{U}(\vec{x}) = 0 \quad (1.5)$$

donde  $k$  es el número de onda dado por:

$$k = w_o/c = 2\pi/\lambda_o \quad (1.6)$$

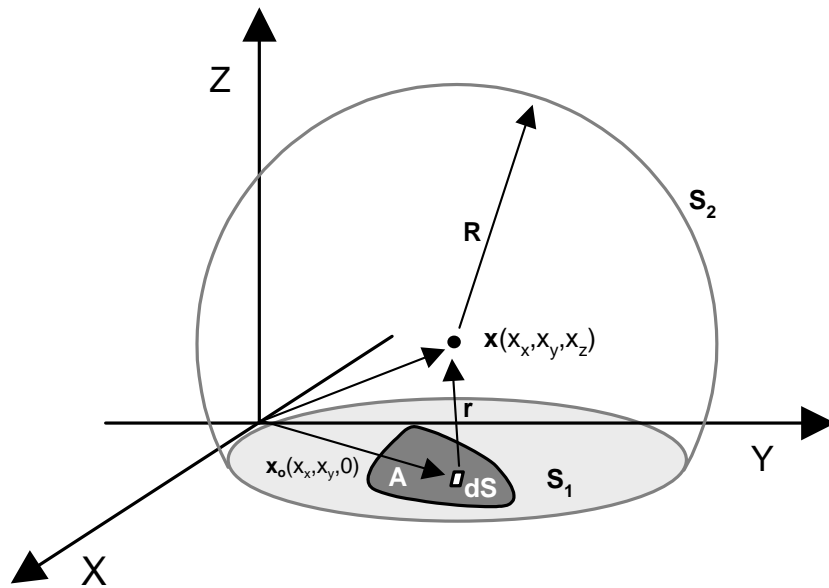
siendo  $\lambda_o$  la longitud de onda de la vibración.

El cálculo de la perturbación en un punto  $\vec{x}$ , debido a la excitación de un emisor acústico, está basado en la aplicación del Teorema de Green, que se puede enunciar del siguiente modo [[Goo68](#), [Apo86](#)]:

**Teorema:** Sean  $\phi(\vec{x})$  y  $\Phi(\vec{x})$  dos funciones escalares complejas de  $\vec{x}$ . Sea  $S$  una superficie cerrada, la cual contiene un volumen  $V$  que encierra al punto  $\vec{x}$ ; con ciertas condiciones de existencia, continuidad y derivabilidad de las funciones, se cumple:

$$\oint_V (\phi \Delta \Phi - \Phi \Delta \phi) \partial V = \oint_S (\phi \vec{\nabla} \Phi - \Phi \vec{\nabla} \phi) \partial S \quad (1.7)$$

La elección adecuada de las funciones de integración  $\phi(\vec{x})$  y  $\Phi(\vec{x})$ , y de la superficie de integración, permitirá la aplicación de este teorema al problema de difracción. En primer lugar



**Figura 1.1 :** Superficie de aplicación del teorema de Green

se elige una superficie cerrada de integración dividida en dos partes: por un lado el plano  $S_1$  que contiene la superficie radiante, que denominaremos  $A$ ; y por otro un casquete esférico con centro en el punto  $\vec{x}$ , y cuyo radio  $R$  tiende a infinito (figura 1.1) Con estas condiciones se puede expresar el campo en el punto  $\vec{x}$  como:

$$\phi = \frac{1}{4\pi} \oint_{S_1} (g \vec{\nabla} \Phi - \Phi \vec{\nabla} g) \partial S \quad (1.8)$$

donde  $g(\vec{x})$  es la función de Green, que para problemas acústicos puede consistir en cualquier combinación lineal de ecuaciones correspondiente a ondas esféricas de propagación libre. La ecuación 1.8 expresa la perturbación en el punto  $\vec{x}$  en función de las excitaciones en los puntos  $\vec{x}_o$  pertenecientes al plano  $S_1$ , donde la excitación del radiador  $A$ , se supone conocida y la del resto de la superficie  $S_1$  depende de las condiciones de la frontera.

Supongamos que la superficie radiante se encuentra en el plano  $x_z = 0$  y que sus puntos se mueven armónicamente con velocidad  $v(\vec{x}_o)$ , emitiendo ondas estacionarias hacia el semiespacio positivo  $OZ$ . Supongamos también que rodeando al radiador en el plano que lo



contiene existe un *baffle*, cuyas características de rigidez determinan el valor de las magnitudes de campo en el contorno. Consideraremos dos situaciones:

- Un contorno formado por un *baffle* infinitamente rígido, donde se anula la velocidad de las partículas en el fluido,  $v(\vec{x}_o) = 0$ .
- Un contorno formado por un *baffle* perfectamente elástico, donde se anula la presión de las partículas en el fluido,  $p(\vec{x}_o) = 0$ .

Estas dos situaciones se resuelven a partir de sus propias funciones de Green, dando lugar a distintas soluciones:

- *Baffle* infinitamente rígido. Función de Green de Rayleigh:

$$G^+ = \frac{\exp(-jkr_1)}{r_1} + \frac{\exp(-jkr_2)}{r_2} \quad (1.9)$$

- *Baffle* perfectamente elástico. Función de Green de Sommerfeld:

$$G^+ = \frac{\exp(-jkr_1)}{r_1} - \frac{\exp(-jkr_2)}{r_2} \quad (1.10)$$

donde los valores de  $r_1$  y  $r_2$  hacen referencia respectivamente a las distancias entre los puntos  $\vec{x}_o$  contenidos en el plano  $A$  y dos puntos distintos: el punto de campo  $\vec{x}$  y su simétrico respecto al plano  $x_z = 0$ ,  $\vec{x}_s$ .

### ■ Caso de *baffle* infinitamente rígido. Expresión de Rayleigh.

En este caso el potencial de velocidad  $\phi(\vec{x})$  define un campo escalar que satisface la ecuación de onda, y cuyo valor en el plano  $x_z = 0$  es:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla}\phi &= -v(\vec{x}_o)\vec{u}_k \quad , \text{ en la superficie A del transductor} \\ \vec{\nabla}\phi &= 0 \quad , \text{ en el resto del plano } x_z = 0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

donde  $\vec{u}_k$  es un vector unitario perpendicular a la superficie. Es decir, la velocidad se anula en todos los puntos  $\vec{x}_o$  del plano  $x_z = 0$ , excepto sobre el radiador.

Aplicando la función de Green 1.9 a la ecuación 1.8 se obtiene la Ecuación de Rayleigh, que define el campo acústico creado por un emisor que irradia ondas armónicas, rodeado por un *baffle* rígido:

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \oint_A \frac{\exp(-jkr)}{r} v(\vec{x}_o) dS \quad (1.12)$$

donde  $r$  indica la distancia entre los puntos de la superficie emisora y el punto  $\vec{x}$ .

$$r = |\vec{x} - \vec{x}_o| = \sqrt{(x_x - x_{x_o})^2 + (x_y - x_{y_o})^2 + x_z^2} \quad (1.13)$$

La ecuación 1.12 expresa que la excitación en un punto  $\vec{x}$  se obtiene superponiendo el efecto de infinitas ondas esféricas que se propagan desde cada punto de la superficie radiante hasta el punto de campo.

### ■ Caso del *baffle* perfectamente elástico. Expresión de Sommerfeld

Si alrededor del radiador ya descrito se extiende un *baffle* perfectamente elástico, la presión se anula en todos los puntos de *baffle*. En este caso la función que se caracteriza es la presión  $p(\vec{x})$ , que también cumple las ecuaciones de onda y que estará sometida a las siguientes condiciones de contorno:

$$\begin{aligned} p(\vec{x}) &= p_A(\vec{x}_o) \vec{u}_k, & \text{en la superficie A del transductor} \\ p(\vec{x}) &= 0, & \text{en el resto del plano } x_z = 0 \end{aligned} \quad (1.14)$$

Tomando la función de Green 1.10, que corresponde a dos ondas en contrafase emitidas desde  $\vec{x}$  y su simétrico  $\vec{x}_s$  se obtiene la Ecuación de Sommerfeld [Goo68]

$$p(\vec{x}) = \frac{1}{j\lambda} \oint_A \cos \alpha \frac{\exp(-jkr)}{r} p_A(\vec{x}_o) \partial S \quad (1.15)$$

donde  $\alpha$  es el ángulo que forma el vector  $(\vec{x} - \vec{x}_o)$  con la normal de la superficie radiante.

Ambas expresiones, tanto para el *baffle* rígido (ecuación 1.12) como para el caso del *baffle*

perfectamente elástico (ecuación 1.15), han sido contrastadas experimentalmente con resultados satisfactorios [Del79]

## 1.2.2 Generalización al caso de excitación no armónica

Tomando el caso de *baffle* rígido, consideremos ahora que en el punto  $\vec{x}$  existe una perturbación  $\phi(\vec{x}, t)$  transitoria. El comportamiento temporal del campo en  $\vec{x}$  puede expresarse en forma de la transformada inversa de Fourier:

$$\phi(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\vec{x}, w) \exp(jwt) \partial w \quad (1.16)$$

Esta expresión indica que  $\phi(\vec{x}, t)$  puede ser considerada como la superposición de infinitas ondas armónicas de amplitud  $\phi(\vec{x}, w)$  y distintas frecuencias de vibración  $w$ . A partir de la solución de Rayleigh (ecuación 1.12), invirtiendo el orden de integración y tomando el valor  $k = w/c$ , obtenemos:

$$\phi(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \oint_A \frac{\partial S}{r} \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} v(\vec{x}_o, w) \exp(jw(t - r/c)) \partial w \right\} \quad (1.17)$$

En esta ecuación la segunda integral puede interpretarse como la transformada inversa de  $v(\vec{x}_o, w)$  definida para un tiempo  $(t - r/c)$ . Aplicando se obtiene la expresión de Rayleigh para excitación arbitraria:

$$\phi(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \oint_A \frac{\partial S}{r} v(\vec{x}_o, t - r/c) \quad (1.18)$$

De forma análoga al caso de excitación armónica, se puede decir que el potencial de velocidad en el punto  $\vec{x}$  se obtiene mediante la superposición de la velocidad de excitación de cada punto  $\vec{x}_o$  del emisor acústico, amortiguada como onda libre y retardada el tiempo  $r/c$ , tiempo de propagación de la onda entre  $\vec{x}_o$  y  $\vec{x}$ . Teniendo en cuenta la ecuación 1.2 que establece la

relación entre el potencial de velocidad y la presión, podemos decir que:

$$P(\vec{x}, t) = \frac{\rho_o}{2\pi} \oint_A \frac{\partial S}{r} \frac{\partial}{\partial t} \{v(\vec{x}_o, t - r/c)\} \quad (1.19)$$

Este mismo razonamiento puede seguirse para el caso de *baffle* blando. En este caso tomando una excitación arbitraria  $P_A(\vec{x}_o, t)$ , se obtiene que el campo de presiones viene dado por:

$$P(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi c} \oint_A \frac{\cos \alpha \partial S}{r} \frac{\partial}{\partial t} \{p_A(\vec{x}_o, t - r/c)\} \quad (1.20)$$

Suponiendo conocida la excitación en la cara del transductor, estas dos ecuaciones permiten el cálculo del campo acústico en un punto cualquiera mediante métodos numéricos.

Comparando las ecuaciones 1.19 y 1.20, y teniendo en cuenta que ambas expresiones se corresponden con diferentes modos de expresar la excitación (velocidad o presión respectivamente), la diferencia principal entre ambas expresiones está en el factor de oblicuidad ( $\cos \alpha$ ) que vale 1 para el caso del *baffle* rígido y que se aproxima a  $x_z/r$  para el caso del *baffle* perfectamente elástico. Para eliminar este factor de oblicuidad del interior de la integral se ha recurrido a distintas aproximaciones o interpretaciones. Ciertos autores consideran la aproximación de campo lejano y reducen este factor de oblicuidad a la expresión  $\cos \alpha \approx x_z/R$ , donde  $R$  es la distancia del punto  $\vec{x}$  al centro de la superficie vibrante, de esta manera ambas expresiones difieren en tan sólo un factor de proporcionalidad [Sel80]. Esta aproximación es especialmente aplicable cuando el transductor es muy pequeño, como ocurre en el caso de elementos de array. También es frecuente encontrar trabajos donde se utiliza la aproximación de Fresnel reduciendo la zona de interés a la más cercana al eje de propagación (zona paraxial) donde  $x_z \approx r$ , lo que permite hacer la simplificación  $\cos \alpha \approx 1$  [Goo68, Nor76].

Teniendo en cuenta que existen expresiones que relacionan el caso de *baffle* rígido con otras condiciones de frontera ideales [Guy85, Mai88], el desarrollo de este trabajo tan sólo considera el caso ideal de *baffle* rígido.

## 1.3 Revisión de los métodos empleados para el cálculo del campo creado por aperturas monoelemento

---

Todos los métodos de cálculo de acústico irradiado por una fuente vibrante rodeada por un *baffle* rígido derivan de las distintas interpretaciones que pueden extraerse de la integral de Rayleigh [Har81a]. Algunos de estos métodos se basan en aprovechar ciertas características geométricas de la superficie radiante (p.e. la Integral de King desarrollada para perfiles de simetría circular), o en limitar la solución a zonas concretas del espacio sobre las que es posible aplicar una serie de aproximaciones [Goo68].

Un método que permite obtener una solución exacta de la integral de Rayleigh para cualquier punto del espacio es el Método de la Convolución, que permite separar el efecto de la geometría del transductor (respuesta impulsiva) de la forma temporal de la onda de excitación, obteniéndose la presión como una convolución en el dominio del tiempo de ambos conceptos. Este método, muy usado en la actualidad, permite plantear el estudio de superficies radiantes de perfil arbitrario para cualquier tipo de excitación y de él se derivan dos soluciones:

- El Método de la Respuesta Espacial al Impulso, que plantea el problema en el dominio temporal [Ste71, Tup69].
- El Método del Espectro Angular, que contempla el fenómeno de la propagación como un filtrado espacial en el dominio frecuencial, permitiendo estudiar el campo de presiones a una determinada profundidad  $x_z$  en función de la distribución de presiones en el plano del transductor,  $x_z = 0$  [Goo68, Guy85].

Pese a que ambos métodos son equivalentes [Ste91], en medios homogéneos el método de la Respuesta al impulso presenta una serie de ventajas, de las que hablaremos más adelante, que facilitan su uso, motivo por el cual en esta tesis nos hemos centrado en él.

En cualquier caso, independientemente de la solución considerada, el elevado coste computacional de la respuesta exacta nos ha llevado a centrar parte del trabajo en soluciones aproximadas, concretamente la aproximación de Fraunhofer que proporciona resultados válidos en campo lejano.

### 1.3.1 Cálculo del campo a partir de métodos aproximados

Los métodos aproximados del cálculo del campo emitido por un transductor se derivan de la expresión de Rayleigh (1.12) para el caso de excitación armónicas.

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \oint_A \frac{\exp(-jkr)}{r} v(\vec{x}_o) \partial S$$

donde  $r$  es la distancia entre la superficie radiante y el punto  $\vec{x}$  donde se pretende calcular el campo.

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x_x - x_{xo})^2 + (x_y - x_{yo})^2 + x_z^2} \\ &= x_z \sqrt{\left(\frac{x_x - x_{xo}}{x_z}\right)^2 + \left(\frac{x_y - x_{yo}}{x_z}\right)^2 + 1} \end{aligned}$$

Si el valor de  $x_z$  es lo suficientemente grande la ecuación de la distancia permite desarrollar la aproximación binomial

$$\sqrt{1+b} = 1 + \frac{1}{2}b - \frac{1}{8}b^2 + \dots, \quad |b| < 1$$

A partir de esta aproximación y de las simplificaciones que sobre este desarrollo se aplican surgen diferentes expresiones del campo.

Si sobre el desarrollo binomial asumimos que la raíz cuadrada de la distancia queda adecuadamente descrita por los dos primeros términos:

$$r \approx x_z \left( 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{x_x - x_{xo}}{x_z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{x_y - x_{yo}}{x_z} \right)^2 \right) \quad (1.21)$$

obtenemos la llamada aproximación de Fresnel. Los valores de  $x_z$  que hacen válida esta aproximación determinan la región de Fresnel. Estos valores cumplen la condición [Goo68]:

$$x_z^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} ((x_x - x_{xo})^2 + (x_y - x_{yo})^2)^2 \quad (1.22)$$

Aceptando la validez de esta aproximación para el término fase de la distancia y tomando la aproximación de  $r \approx x_z$  para el término de amplitud la aproximación de Fresnel para el potencial de velocidad queda determinada por:

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \frac{\exp(jkx_z)}{x_z} \exp \frac{jk(x_x^2 + x_y^2)}{2x_z} \oint_A \exp \frac{jk(x_{x_0}^2 + x_{y_0}^2)}{2x_z} \exp \frac{-jk(x_x x_{x_0} + x_y x_{y_0})}{2x_z} \partial S \quad (1.23)$$

Un grado más en la aproximación permite simplificar aún más la expresión de Fresnel. Así, si tomamos valores de  $x_z$  que cumplen que:

$$x_z \gg \frac{k(x_{x_0}^2 + x_{y_0}^2)}{2} \quad (1.24)$$

Introduciendo esta condición sobre la ecuación 1.23, podemos reducir el término correspondiente de la integral obteniendo la aproximación de Fraunhofer:

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \frac{\exp(jkx_z)}{x_z} \exp \frac{jk(x_x^2 + x_y^2)}{2x_z} \oint_A \exp \frac{-jk(x_x x_{x_0} + x_y x_{y_0})}{2x_z} \partial S \quad (1.25)$$

De esta expresión se deduce que el potencial de velocidad para excitaciones armónicas esta determinado por la transformada de fourier de la apertura particularizada para  $(f_x, f_y) = (\frac{x_x}{x_z \lambda}, \frac{x_y}{x_z \lambda})$

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{2\pi} \frac{\exp(jkx_z)}{x_z} \exp \frac{jk(x_x^2 + x_y^2)}{2x_z} \int \int A(x_{x_0}, x_{y_0}) \exp -j2\pi(f_x x_{x_0} + f_y x_{y_0}) \partial x_{x_0} \partial x_{y_0} \quad (1.26)$$

La región en la cual se cumple la condición 1.24 se denomina región de difracción de Fraunhofer, o también *Región de Campo Lejano*.

Estas aproximaciones, en particular la de Fraunhofer, son de gran utilidad ya que reducen considerablemente el coste computacional del campo. Por otro lado el uso de la aproximación de campo lejano puede extenderse fácilmente al cálculo del campo producido por arrays, tanto

para estudiar el campo lejano [Bal82] como para elaborar nuevos modelos de aproximación que permitan estudiar el campo cercano de la apertura [Jen92].

### 1.3.2 Cálculo del campo a partir de métodos exactos

Consideremos una superficie vibrante rodeada de un *baffle* rígido que emite un medio fluido homogéneo y sin pérdidas. En estas condiciones la expresión de Rayleigh del potencial de velocidad, para una excitación arbitraria es:

$$\phi(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \oint_A \frac{v(\vec{x}_o, t - r/c)}{r} \partial S \quad (1.27)$$

donde  $r = |\vec{x}_o - \vec{x}|$ , es la distancia desde la superficie emisora al punto de campo  $\vec{x}$ . Supongamos además que el radiador se comporta como un pistón, es decir que todos sus puntos se mueven con igual fase, con lo que la velocidad de un punto  $\vec{x}_o$  puede expresarse de la forma:

$$\begin{aligned} v(\vec{x}_o, t) &= v_o(\vec{x}_o)v(t) \\ v(\vec{x}_o, t - r/c) &= v_o(\vec{x}_o) \int_{-\infty}^{\infty} v(t_o)\delta(t - r/c - t_o)\partial t_o \end{aligned}$$

donde  $v_o(\vec{x}_o)$  es un factor de apodización que determina la distribución de velocidades en la superficie radiante y  $v(t)$  es la forma temporal de excitación. Integrando esta expresión en la ecuación 1.27, podemos escribir:

$$\phi(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \int v(t_o) \oint_A v_o(\vec{x}_o) \frac{\delta(t - r/c - t_o)}{r} \partial S \partial t_o \quad (1.28)$$

El método de la Respuesta Espacial al Impulso parte de reinterpretar la ecuación 1.28 como una convolución en el tiempo entre dos funciones:

$$\phi(\vec{x}, t) = v(t) * h(\vec{x}, t) \quad (1.29)$$



donde la función  $h(t)$  se define como:

$$h(\vec{x}, t) = \oint_A v_o(\vec{x}_o) \frac{\delta(t - r/c)}{2\pi r} \partial S \quad (1.30)$$

Si además suponemos que todos los puntos del radiador se mueven con igual amplitud, siendo ésta unitaria ( $v_o(\vec{x}_o) = 1$ ), la ecuación 1.30 se reduce a una expresión conocida como Respuesta Espacial al Impulso o Respuesta al Impulso [Ste71, Tup69].

$$h(\vec{x}, t) = \oint_A \frac{\delta(t - r/c)}{2\pi r} \partial S \quad (1.31)$$

donde  $h(\vec{x}, t)$  depende tan sólo de las características geométricas del transductor y del punto de campo. Esta ecuación expresa el potencial de velocidad creado en un punto  $\vec{x}$  del espacio al aplicar una excitación impulsional en la velocidad de los puntos de la superficie del radiador. Por tanto se puede considerar al transductor como un sistema lineal cuya función de transferencia es una función del tiempo que depende del perfil del transductor y del punto de campo.

En función de este resultado la presión en un punto  $\vec{x}$  puede obtenerse a partir de la ecuación 1.2 como:

$$p(\vec{x}, t) = \rho_o \frac{\partial v(t)}{\partial t} * h(\vec{x}, t) = \rho_o \frac{\partial h(\vec{x}, t)}{\partial t} * v(t) \quad (1.32)$$

Así se define como presión debida al impulso,  $p_I(\vec{x}, t)$ , a aquella consecuencia de la acción de una excitación impulsional:

$$p_I(\vec{x}, t) = \rho_o \frac{\partial h(\vec{x}, t)}{\partial t} \quad (1.33)$$

Este concepto vuelve a hacer referencia a la teoría de sistemas lineales y permite definir la presión como:

$$p(\vec{x}, t) = v(t) * p_I(\vec{x}, t) \quad (1.34)$$

El método de la Respuesta Espacial al Impulso presenta una serie de ventajas que deben ser

consideradas:

- No tiene restricciones de aplicación en medios homogéneos.
- Es válido para geometrías irregulares, planas y no planas.
- Puede ser fácilmente extendido a aperturas multielemento, incluyendo:
  - La simulación de lentes 1D y 2D arbitrarias.
  - La simulación de filtros espaciales sobre la apertura (apodización).
- No tiene restricciones respecto a la forma del pulso.

Por otro lado presenta inconvenientes para su aplicación en medios no homogéneos y en especial aquellos que presenten interfases.

■ **Modelo de excitación de banda estrecha** Cuando la excitación es de onda continua es posible desarrollar la ecuación 1.32 hacia una expresión más sencilla [Loc73]. En efecto, definiendo la función  $\psi(t)$  como la derivada de la presión en la dirección normal a la superficie del elemento:

$$\psi(t) = \frac{\partial p(t)}{\partial \mathbf{n}}$$

La ecuación 1.32 puede ser reescrita a partir de la convolución como una transformada de Fourier:

$$P(\vec{x}, w) = \Psi(w) \int_S \frac{\exp - (jwr/c)}{2\pi r} \partial S \quad (1.35)$$

Ecuación que interpretamos como un sistema lineal, donde existe una señal de entrada, que es la excitación, y una salida señal de salida, que es la presión. Con este planteamiento la función que modela el transductor puede obtenerse como la función de transferencia del sistema, siendo definida como:

$$H(\vec{x}, w) = \frac{P(\vec{x}, w)}{\Psi(w)} = \int_S \frac{\exp - (jwr/c)}{2\pi r} \partial S \quad (1.36)$$

donde la transformada inversa de Fourier de la ecuación proporciona la expresión de la respuesta al impulso del transductor:

$$h(\vec{x}, t) = \mathcal{F}^{-1}\{H(\vec{x}, w)\} = \int_S \frac{\delta(t - r/c)}{2\pi r} \partial S \quad (1.37)$$

Ahora bien, teniendo en cuenta que la superficie radiante es excitada por un tono armónico de frecuencia  $w_o$ , la excitación viene descrita por la expresión:

$$v = v_o \cos(w_o t) = \Re\{v_o \exp(jw_o t)\} \quad (1.38)$$

De tal forma que la derivada de la velocidad en la dirección normal de la superficie,  $\psi(t)$ , queda determinada por la expresión:

$$\psi(t) = \frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = \rho_o \frac{\partial v}{\partial t} = jw_o \rho_o v_o \exp(jw_o t) \quad (1.39)$$

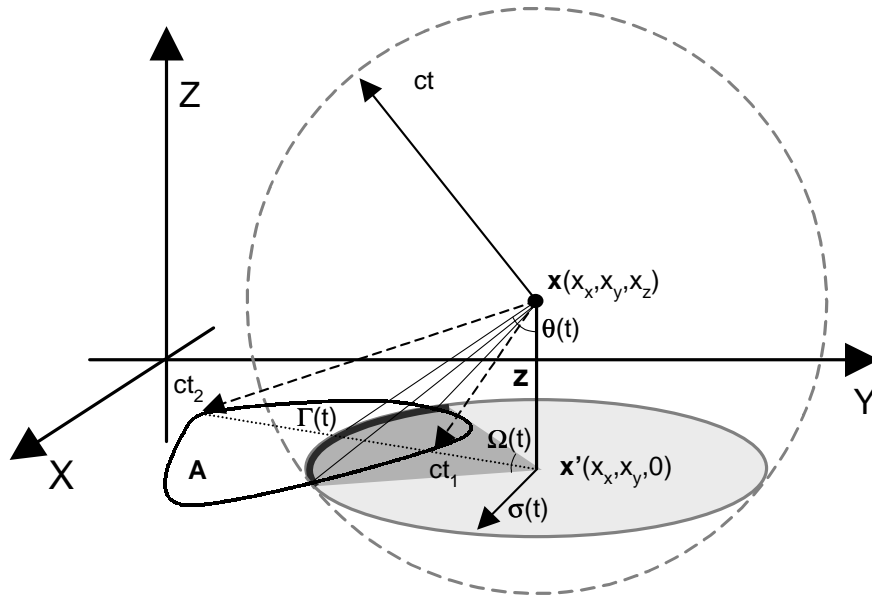
Considerando ambas expresiones podemos escribir la transformada de Fourier de la señal de entrada al sistema como:

$$\Psi(w) = 2\pi jw_o \rho_o v_o \delta(w - w_o) \quad (1.40)$$

Con lo que la salida del sistema que nos proporciona la presión vendrá dada entonces a partir de la transformada inversa del producto de  $H(\vec{x}, w)\Psi(w)$ :

$$\begin{aligned} p(\vec{x}, t) &= jw_o \rho_o v_o \int_{-\infty}^{\infty} \delta(w - w_o) H(\vec{x}, w) \exp(jwt) \partial w \\ &= jw_o \rho_o v_o H(\vec{x}, w_o) \exp(jw_o t) \end{aligned} \quad (1.41)$$

Esta expresión proporciona de forma exacta el campo de presiones producido por un transductor para una excitación de onda continua, e indica que el campo de presiones en onda continua se puede obtener mediante la transformada de Fourier de la respuesta al impulso del transductor particularizada para la frecuencia de vibración del transductor.



**Figura 1.2 :** Geometría 3D de un pistón arbitrario y arco de aportación simultánea al campo en  $\vec{x}$

## 1.4 Método para calcular la respuesta al impulso de un pistón con perfil aleatorio

Interpretando la ecuación 1.31 se extrae que en un instante determinado  $\tau$ , los únicos puntos del transductor que contribuyen al campo son aquellos que se encuentran a la distancia  $r = c\tau$  del punto  $\vec{x}$ . Es decir aquellos que se encuentran en la intersección de la superficie radiante  $A$ , y la esfera con centro en  $\vec{x}$  y radio  $c\tau$  (figura 1.2). Dicha intersección consiste en un arco de circunferencia con centro en  $\vec{x}'(x_x, x_y, 0)$ , proyección del punto de campo sobre el plano del transductor y radio  $\sigma(t)$ , que está dado por:

$$\sigma = \sqrt{r^2 - x_z^2} = r \sin \theta \quad (1.42)$$

siendo  $\theta$  el ángulo que forma  $r$  con la perpendicular al plano  $x_z = 0$ .

Si llamamos  $\Gamma(r)$  a la longitud del arco de intersección entre la esfera y el transductor, y se

toma un elemento diferencial de superficie  $\partial S = \Gamma(r)\partial\sigma$ . Podemos escribir:

$$h(\vec{x}, t) = \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \frac{\delta(t - r/c)}{2\pi r} \Gamma(r) \partial\sigma \quad (1.43)$$

donde  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  corresponden, respectivamente, a los puntos más cercano y más lejano del transductor con respecto al punto  $\vec{x}'(x_x, x_y, 0)$ . Si además tenemos en cuenta:

$$\begin{aligned} r \partial r &= \sigma \partial \sigma \\ r &= c\tau = \frac{\sigma(c\tau)}{\sin(\theta(c\tau))} \end{aligned}$$

De manera que la respuesta al impulso queda como:

$$h(\vec{x}, t) = \int_0^\infty \frac{\Gamma(c\tau)}{2\pi\tau \sin(\theta(c\tau))} \delta(t - \tau) \partial\tau = \frac{\Gamma(ct)}{2\pi t \sin(\theta(ct))} \quad (1.44)$$

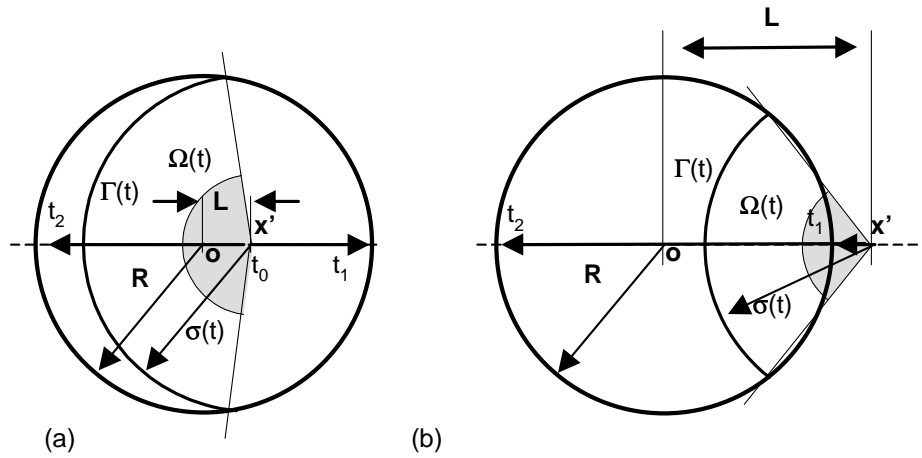
donde podemos identificar tres factores: por un lado, la longitud del arco formado por los puntos que contribuyen al campo en ese instante ( $\Gamma(ct)$ ) al cual se conoce como *arco activo o arco de aportación simultánea*; por otro, el factor  $1/2\pi t$  que resulta del comportamiento de una onda esférica divergente en expansión; y por último, el factor  $1/\sin(\theta(t))$  indicando que los puntos de menor inclinación contribuyen más intensamente al campo.

La expresión 1.44 se puede poner aún de forma más compacta si consideramos que el *arco activo* puede ser descrito en función del ángulo con que un observador situado en  $\vec{x}'$  ve al arco  $\Gamma(ct)$ . Dado que  $\Gamma(ct) = \sigma\Omega(ct)$ , podemos escribir entonces:

$$h(\vec{x}, t) = \frac{c}{2\pi} \Omega(ct) \quad (1.45)$$

De donde se deduce que la máxima amplitud que puede alcanzar la respuesta al impulso viene dada por la velocidad de propagación del sonido en el fluido.

Tal y como describe la ecuación 1.45, el problema de determinar la respuesta al impulso de un transductor ultrasónico, sea cual sea su perfil, es en definitiva un problema geométrico, que depende de la geometría del transductor y el punto de campo.



**Figura 1.3 :** Arcos de aportación simultánea en un pistón circular, (a) para puntos interiores al pistón (b) para puntos exteriores al pistón

### 1.4.1 Respuesta al impulso de un transductor circular

A modo de ejemplo y con el fin de introducir algunos conceptos sobre los que posteriormente se trabajará, se analiza la respuesta al impulso de un pistón circular de radio  $R$ . Se particulariza para esta apertura por su sencillez, ya que su perfil simétrico simplifica el tratamiento analítico [Tup69, Ste71, Rob74].

Dado que la forma de la respuesta al impulso del pistón circular depende de la posición relativa de la proyección del punto sobre el plano del transductor, distinguiremos tres zonas diferenciadas.

#### ■ Campo creado en los puntos del eje de propagación.

Estos puntos se proyectan sobre el centro de la circunferencia. Por tanto, los arcos  $\Gamma$  son circunferencias enteras y el ángulo  $\Omega$  es de  $2\pi$  radianes en todo el intervalo de existencia de la respuesta al impulso. Este intervalo viene determinado por los tiempos

$$t_o = x_z/c$$

$$t_1 = \frac{\sqrt{x_z^2 + R^2}}{c}$$

Que corresponden a los tiempos que tarda la onda en llegar desde el centro hasta el extremo de la circunferencia, entre los cuales la respuesta al impulso es constante.

$$h(0, 0, x_z, t) \begin{cases} = 0 & , t < t_o \\ = c & , t_o \leq t \leq t_1 \\ = 0 & , t > t_o \end{cases} \quad (1.46)$$

### ■ Campo creado en puntos dentro de la proyección del transductor

La segunda zona corresponde a los puntos situados sobre el transductor (figura 1.3). En este caso el intervalo de existencia de la respuesta al impulso se divide en dos partes delimitadas por los instantes:

$$\begin{aligned} t_o &= x_z/c \\ t_1 &= \frac{\sqrt{x_z^2 + (R - L)^2}}{c} \\ t_2 &= \frac{\sqrt{x_z^2 + (R + L)^2}}{c} \end{aligned}$$

donde  $L$  es la distancia desde el punto  $\vec{x}'$  al eje de propagación. La primera parte  $t_o$  y  $t_1$  que corresponden al primer contacto de la onda esférica con el transductor y al momento en que la onda llega al borde exterior, donde los arcos  $\Gamma$  son circunferencias enteras; el segundo intervalo desde el momento  $t_1$  en que el arco activo llega al borde hasta que sale por completo del transductor, instante  $t_2$ . En este último intervalo, los arcos activos ya no son circunferencias enteras. La respuesta al impulso es:

$$h(x_z, L, t) \begin{cases} = 0 & , t < t_o \\ = c & , t_o \leq t \leq t_1 \\ = \frac{c}{\pi} \arccos \left( \frac{L^2 + (ct)^2 - x_z^2 - R^2}{2L\sqrt{(ct)^2 - x_z^2}} \right) & , t_1 > t > t_2 \\ = 0 & , t > t_2 \end{cases} \quad (1.47)$$

### ■ Campo creado en los puntos exteriores a la proyección geométrica del pistón

En este caso el intervalo de existencia de la respuesta al impulso es desde  $t_1$ , tiempo en que la perturbación del extremo más cercano del transductor llega al punto, hasta  $t_2$ , instante en que finaliza la influencia del extremo más alejado, figura 1.3. La respuesta al impulso en esta zona es:

$$h(x_z, L, t) \begin{cases} = 0 & , t < t_1 \\ = \frac{c}{\pi} \arccos \left( \frac{L^2 + (ct)^2 - x_z^2 - R^2}{2L\sqrt{(ct)^2 - x_z^2}} \right) & , t_1 > t > t_2 \\ = 0 & , t > t_2 \end{cases} \quad (1.48)$$

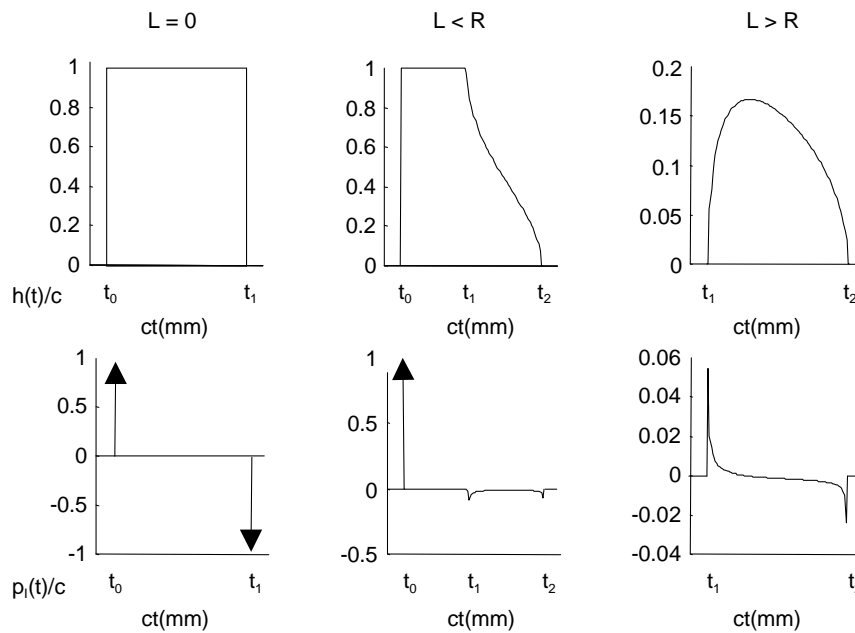
La figura 1.4 muestra  $h(\vec{x}, t)$  y la presión impulsiva ( $p_I(\vec{x}, t)$ ). Respecto al potencial de velocidad cabe destacar que conforme disminuye la distancia  $L$  desde el punto  $\vec{x}$  al eje de propagación, o bien aumenta la profundidad  $x_z$  del punto, la duración de la respuesta al impulso disminuye. A partir de esto el efecto de difracción se puede interpretar como un filtro frecuencial, cuyo ancho de banda crece al aumentar la profundidad del punto  $\vec{x}$ , o bien al acercarse al eje de propagación. Efectos similares se observan en todas las geometrías estudiadas.

La presión debida al impulso  $p_i(t)$  se obtiene derivando  $h(t)$  respecto al tiempo en cada una de sus zonas (ecuación 1.33). Robinson [Rob74] analiza su comportamiento en la búsqueda de una simplificación que aproxime el cálculo de la presión debida a un pulso arbitrario al método de los impulsos réplica presentado por Freedman [Fre70]. En la figura 1.4 se presentan varios ejemplos de la respuesta al impulso y de la presión impulsional correspondiente.

Se observa:

- Para los puntos situados en el eje de propagación ( $L = 0$ ),  $p_I(t)$  son dos impulsos de Dirac de peso unitario y signo contrario que se dan en los instantes:  $t_0$  y  $t_1$ .
- Para los puntos fuera del eje, pero dentro de la proyección del transductor ( $L \leq R$ ), toda la parte positiva de  $p_i(t)$  esta concentrada en una delta de Dirac en  $t_0$ ; por otro lado presenta dos asíntotas negativas en  $t_1$  y  $t_2$ .
- Para los puntos fuera de la proyección del transductor ( $L > R$ ),  $p_i(t)$  presenta dos





**Figura 1.4 :** Representación de la respuesta al impulso,  $h(t)/c$ ; y de la presión debida al impulso,  $p_i(t)/c$ . Para puntos situados: sobre el eje,  $L = 0$ ; fuera del eje en el interior de la proyección del transductor,  $L < R$ ; fuera de la proyección del transductor  $L > R$ .

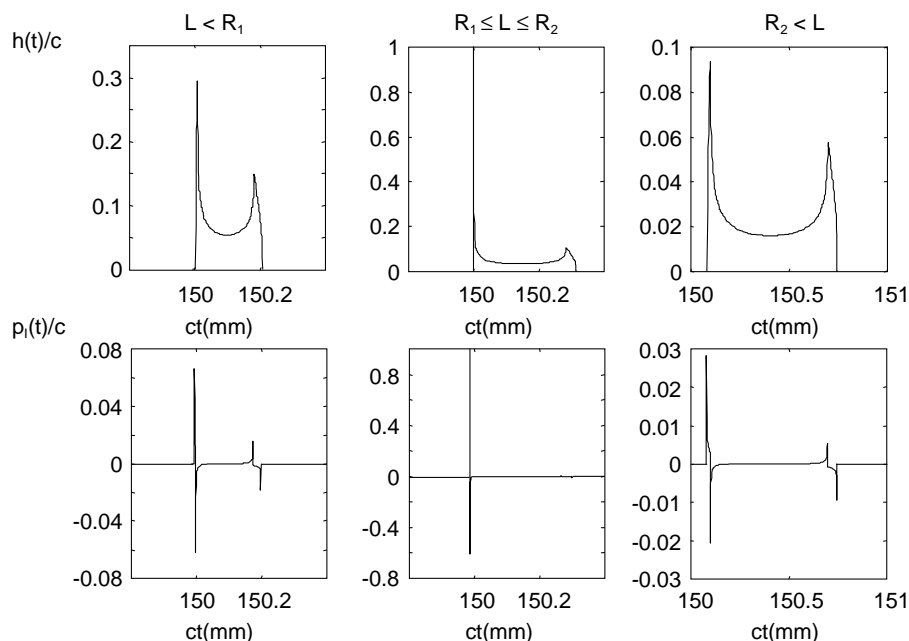
asíntotas: en la primera,  $t_1$ , la presión impulsional se hace infinita positiva; en la segunda,  $t_2$ , se hace infinita negativa.

- Dado que la presión se obtiene mediante un proceso de convolución, ecuación 1.34, entre  $p_I(\vec{x}, t)$  y el pulso  $v(t)$  emitido por el transductor, las discontinuidades de la presión impulsional reproducen sobre la onda de presión una serie de *pulsos replica* de la onda de excitación.

## 1.4.2 Respuesta al impulso de un anillo

A partir de la respuesta al impulso de un pistón circular es fácil determinar cual es la respuesta del anillo [Ard81]. Por el principio de superposición, la respuesta al impulso del anillo se calcula como:

$$h(\vec{x}, t) = h(\vec{x}, t, R_2) - h(\vec{x}, t, R_1) \quad (1.49)$$



**Figura 1.5 :** Representación de la respuesta al impulso,  $h(t)$ ; y de la presión debida al impulso,  $p_i(t)$ . Para un transductor anular de radios  $R_1 = 4.5mm$  y  $R_2 = 5mm$ , para puntos situados (en coordenadas cilíndricas  $(x_r, x_\phi, x_z)$ ): (a)  $(3, 0, 150)$ , (b)  $(4.75, 0, 150)$  y (c)  $(10, 0, 150)$ .

donde  $h(\vec{x}, t, R)$  es la respuesta al impulso de un pistón circular de radio  $R$ ,  $R_2$  es el radio exterior del anillo y  $R_1$  es el radio interior del anillo. A partir de este resultado se puede decir que la respuesta al impulso para un anillo toma la siguiente forma:

- Sobre el eje  $Z$  la respuesta al impulso tiene aspecto rectangular, semejante al del pistón circular pero con una anchura relativa menor debido a la reducida anchura del anillo.
- Fuera del eje  $Z$ , figura 1.5, la respuesta al impulso toma una forma semejante a la de una *canoa*, donde el pulso de mayor intensidad es debido al instante inicial. Sobre la presión impulsional aparecen dos pulsos tanto al inicio como al final de la presión impulsional que sobre el campo provocan un mayor nivel de los lóbulos secundarios.

Para el desarrollo de esta tesis resulta interesante conocer el campo de presiones producido por este tipo de transductores. Una comparación entre el campo de presiones producido por el pistón circular, por el transductor rectangular y por el anillo se presenta en [Wey80].

## 1.5 Aperturas multielemento

---

El desarrollo de agrupaciones de transductores (arrays) para mejorar la calidad de las imágenes así como la rapidez de adquisición de señales para la elaboración de imágenes ha sido una de las líneas fundamentales de investigación en imagen ultrasónica. Un array ultrasónico es una agrupación de transductores que siguen una configuración geométrica determinada, y que se manipulan electrónicamente para conformar el haz, bien para mejorar su calidad (p.e. incrementar la resolución lateral), bien para producir el barrido de un espacio de interés automáticamente sin necesidad de mover el transductor. El primer instrumento trabajando en clase B sin movimiento fue descrito por J.C. Somer [Som68], quien utilizaba un array lineal en cuyos elementos se introducían retardos electrónicamente de forma que se controlaba el ángulo de deflexión del haz. Thurstone [Thu74] presentó el primer dispositivo que además de deflectar permitía la focalización dinámica del haz ultrasónico en recepción, mejorando la resolución lateral en campo cercano en relación a los sistemas anteriores.

Existen diferentes configuraciones geométricas adecuadas para diferentes aplicaciones; y entre ellas destacan las siguientes;

**Array de Anillos** : es una agrupación de transductores de anillos concéntricos que si bien no permite deflectar el haz ultrasónico, sí permite focalizar el haz sobre el eje de la apertura con distintos perfiles de lente (esférica, incluida la focalización dinámica [Son89], cónica [Pat82], etc.) . Como caso particular de esta categoría se distinguen los Arrays de Fresnel [Sle92] que diseñando adecuadamente las dimensiones de sus elementos e invirtiendo el pulso de excitación modulan el haz ultrasónico sin necesidad de retardos.

**Array 1D** : es una agrupación de elementos rectangulares en línea, que permiten focalizar y deflectar el haz tan sólo en el plano central del array. En esta categoría se incluyen los arrays sectoriales, que operan barriendo la superficie de un sector, y los arrays lineales que operan barriendo una superficie rectangular.

**Array 2D** : es una agrupación de elementos que permite deflectar y focalizar en un espacio de tres dimensiones. A esta categoría corresponden los arrays matriciales y el array de

anillos segmentados, el cual es objeto de estudio de esta tesis.

A parte de estas configuraciones básicas, existen otras geometrías [Wil97] que se pueden considerar intermedias entre arrays 1D y 2D (Array 1.25D, Array 1.5D y Array 1.75D).

### 1.5.1 Cálculo del campo ultrasónico de arrays

Los primeros modelos para el estudio de arrays se tomaron a partir de la teoría electromagnética del estudio de agrupaciones de antenas [Ste76] y del estudio de aperturas ópticas [Goo68]. El objetivo principal de estos modelos era obtener ciertos parámetros a partir de los cuales mejorar las prestaciones ecográficas de las aperturas (resolución lateral, resolución axial, tiempos de barrido, etc.). Estos modelos consideran la excitación con señales armónicas o de banda estrecha y se centran en el estudio del campo lejano, fundamentalmente a partir de la aproximación de Fresnel en zonas cercanas al foco (zona paraxial). Sin embargo las condiciones de operación de los sistemas acústicos distan de las que se presentan en el electromagnetismo o en los sistemas ópticos. El hecho de que la velocidad de propagación del medio sea mucho más baja y que se pretenda obtener imágenes con resolución axial y lateral por debajo del milímetro, obliga a utilizar grandes aperturas (con lo que se opera en el campo cercano del array) y señales de banda extremadamente ancha (de uno o tres ciclos), frente a las excitaciones típicas del campo electromagnético donde se utilizan como señales de excitación trenes de onda de cientos o miles de ciclos. Es por esto que el análisis clásico de ondas casi-estacionarias no describe correctamente el campo acústico creado por un array ultrasónico.

Partiendo de la expresión de la presión acústica para un monoelemento (ecuación 1.32) podemos hacer uso de la teoría de sistema lineales para obtener una ecuación que describa el campo ultrasónico transitorio para aperturas multielemento:

$$p(\vec{x}, t) = \rho_o \frac{\partial v(t)}{\partial t} * \sum_{i=1}^N a_i h_i(\vec{x}, t - T_i) \quad (1.50)$$

En el sumatorio se integran las respuestas al impulso de los  $N$  elementos que forman la apertura

y constituye lo que puede denominarse como *respuesta al impulso de una apertura multielemento*:

$$h_t(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N a_i h_i(\vec{x}, t - T_i) \quad (1.51)$$

donde los términos de  $T_i$  y  $a_i$  son elementos de control que permiten modificar la forma del campo:

- $T_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , indican retardos que se aplican a los elementos del array para simular electrónicamente lentes acústicas. Estas lentes son capaces de alterar la forma del campo permitiendo, entre otras cosas, focalizar y deflectar el haz principal.
- Los términos  $a_i$ ,  $i = 1, \dots, N$ , son factores que modifican la amplitud de los pulsos en los diferentes canales, constituyendo un filtro espacial sobre la apertura. Si bien la utilización de filtros espaciales para *beamforming* es bien conocida en electromagnetismo [VV88], en el campo de los ultrasonidos estos se utilizan principalmente para reducir los lóbulos secundarios debidos al fenómeno de la difracción [Due80, Hol97, Har81b]. Esta técnica conocida como apodización es similar a la técnica de enventanado empleada en procesamiento de señal [Opp89].

El estudio de los diferentes modelos de apodización no entra en los objetivos de este trabajo, por lo que consideraremos modelos de apodización planos ( $a_i = 1$ ,  $i = 1, \dots, N$ ). Sin embargo la utilización de lentes permite aumentar la resolución lateral (focalización) y eliminar el barrido mecánico del transductor, substituyéndolo por un barrido electrónico más rápido y preciso (deflexión).

La ecuación 1.50, basada en la respuesta al impulso, permite calcular la respuesta exacta del campo de presiones producido por un array. Sin embargo, manejar este tipo de soluciones exactas puede resultar complejo y a la vez costoso computacionalmente. En estos casos, se pueden usar aproximaciones que faciliten el cálculo del campo ultrasónico a costa de introducir errores en los resultados. De hecho, la mayor parte de las publicaciones sobre campo acústico de arrays utiliza aproximaciones (más o menos precisas) en el cálculo.

Tal y como se vio en la sección 1.4 la respuesta al impulso de cada elemento se calcula mediante la expresión:

$$h_i(\vec{x}, t) = \oint_{S_i} \frac{\delta(t - |\vec{x} - \vec{x}_i|/c)}{2\pi|\vec{x} - \vec{x}_i|} \partial S \quad (1.52)$$

Trasladando este resultado sobre la ecuación 1.51 se obtiene:

$$h_i(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N \oint_{S_i} \frac{\delta(t - |\vec{x} - \vec{x}_i|/c - T_i)}{2\pi|\vec{x} - \vec{x}_i|} \partial S \quad (1.53)$$

donde  $\vec{x}_i$  indica la posición de los elementos diferenciales que componen la superficie  $S_i$  de cada transductor. En general el coste computacional de esta expresión es alto, sobre todo cuando el número de elementos es elevado. En ocasiones, este coste puede no estar justificado (sobre todo si se trabaja en campo lejano) o simplemente puede que no se conozca una formulación exacta de la respuesta al impulso para una superficie  $S_i$  dada. Debido a estos y otros motivos se han desarrollado diferentes modos de cómputo que se aproximan en mayor o menor grado al resultado de la expresión 1.53.

■ **Formas aproximadas de la respuesta al impulso.** El empleo de aproximaciones es bastante frecuente en el estudio de aperturas multielemento, y de forma especial en el caso de aperturas bidimensionales, donde el número de elementos suele ser muy elevado. Diversos autores [Ste72, Tur92, Jen92], basan sus trabajos sobre el campo producido por arrays lineales y matriciales en este tipo de aproximaciones.

El estudio de aperturas multielemento se ha centrado tradicionalmente en aperturas lineales y matriciales, formadas por elementos rectangulares de tamaño muy pequeño. De esta forma, aunque el punto se campo se encuentre en el campo cercano de la apertura, en general, estará en el campo lejano del elemento. En tal caso, la respuesta espacial al impulso de la apertura rectangular puede aproximarse a una función trapezoidal [Ste72] fácil de calcular.

■ **Computación directa de la respuesta al impulso.** Los métodos de computación directa, válidos tanto para aperturas monoelemento [Piw89] como para aperturas

multielemento [Piw99], se basan en la división de la apertura mediante una rejilla de elementos cuadrados muy pequeños que discretizan la apertura.

La apertura se modela a partir de la función de distribución de velocidades,  $v(\vec{x}_o)$ , que describe la geometría de la fuente radiante, incluyendo en el caso de aperturas multielemento la rejilla de espaciado entre elementos donde  $v(\vec{x}_o)$  se anula. Cuando la apertura no es plana o sobre ella se aplica una lente acústica, la computación directa aplica una función  $T(\vec{x}_o)$  que introduce retardos sobre la superficie de la apertura. La ecuación de la respuesta al impulso de la apertura queda entonces como:

$$h(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_j \oint_{S_j} \frac{v(\vec{x}_o) \alpha(\theta) x_\delta(t - R(\vec{x}_o)/c - T_j(\vec{x}_o))}{R(\vec{x}_o)} \partial S \quad (1.54)$$

donde el índice  $j$  hace referencia a los elementos de la rejilla en que se ha dividido la apertura, y  $\alpha(\theta)$  es un término de oblicuidad que está relacionado con las condiciones de contorno, que para el *baffle* rígido es igual a la unidad.

La versatilidad de este método lo hace apto para el análisis de cualquier tipo de apertura, sin embargo la precisión de los resultados está muy ligada a las resoluciones temporal y espacial adoptadas para la computación. La obtención de modelos con un bajo margen de errores supone un elevado coste computacional lo que dificulta el uso de este algoritmo en el caso de arrays 2D que contienen un gran número de elementos de pequeño tamaño. Pese a este inconveniente la computación directa ha sido adaptada por diferentes autores.

Wildes [Wil97] utiliza una rejilla donde los elementos diferenciales de superficie se dimensionan como  $\leq \lambda/4$ , definiendo la respuesta al impulso del array como:

$$h(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_j \frac{v(\Delta S_j) \delta(t - R_j/c - T_j)}{R_j} \Delta S_j \quad (1.55)$$

Jensen [Jen92] por su lado reformula esta expresión introduciendo un término  $b_j(v(\Delta S_j), \vec{x})$  que modela el diagrama de radiación en condiciones de campo lejano de cada subapertura  $\Delta S_j$ .

$$h(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_j \frac{b_j(v(\Delta S_j), \vec{x}) \delta(t - R_j/c - T(\vec{x}_j))}{R_j} \quad (1.56)$$

Sobre las aperturas multielemento, cuando el espacio de interés se encuentra dentro del campo cercano de la apertura pero en el campo lejano de los elementos, los diferenciales de superficie pueden ser definidos a partir de los elementos reales de la apertura, aproximando la respuesta al impulso del array mediante la expresión:

$$h(\vec{x}, t) = \frac{1}{2\pi} \sum_i^N \frac{S_i b_i(\vec{x}) \delta(t - R_i/c - T_i)}{R_i} \quad (1.57)$$

donde las deltas estas situadas sobre los centros de los elementos,  $S_i$  es el área de cada elemento y el valor de  $b_i(\vec{x})$  es el diagrama de radiación en campo lejano de cada elemento.

La expresión del patrón de difracción del elemento depende de la forma del pulso ultrasónico. Para el caso de señales de onda continua el patrón de difracción se identifica con la aproximación de Fraunhofer del elemento en campo lejano. Cuando los elementos son menores que la longitud de onda de la excitación la aproximación de Fraunhofer puede extenderse a las excitaciones de banda ancha [Dav94, Bru97, Kar98]. Para este caso suponiendo que el elemento vibra de forma uniforme como un pistón podemos calcular el patrón de difracción del elemento  $i$  a partir de la expresión

$$b_i(\vec{x}) = \int \int_{-\infty}^{\infty} S(x_{xi}, x_{yi}) \frac{\exp(jk|\vec{x} - \vec{x}_i|)}{2\pi|\vec{x} - \vec{x}_i|} dx_{xi} dx_{yi} \quad (1.58)$$

donde  $S(x_{xi}, x_{yi})$  es la superficie del transductor.

■ **Array de elementos puntuales** Otro modelo utilizado para aproximar la respuesta al impulso del array se basa en considerar los elementos como emisores puntuales isotrópicos de ondas esféricas. La ecuación 1.51 proporciona una respuesta al impulso para cada elemento como una delta de Dirac cuyo peso es inversamente proporcional a la distancia que existe entre el elemento y el punto sobre el que se calcula el campo, y directamente proporcional a las



dimensiones del elemento. De esta manera la respuesta al impulso del array viene dada por:

$$h_t(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N \frac{\delta(t - T_i - |\vec{x} - \vec{x}_i|/c)}{2\pi|\vec{x} - \vec{x}_i|} \quad (1.59)$$

Teniendo en cuenta que todos los elementos del array emiten pulsos ultrasónicos iguales  $v(t)$ , el campo de presiones viene dado por la expresión:

$$p(\vec{x}, t) = \rho_o \frac{dv(t)}{dt} * \sum_{i=1}^N \frac{\delta(t - T_i - |\vec{x} - \vec{x}_i|/c)}{2\pi|\vec{x} - \vec{x}_i|} \quad (1.60)$$

Este tipo de aproximación ha sido utilizada por diversos autores para el estudio de los arrays lineales y matriciales [Bar81, Wri85, Hos85, Jac85]. Sin embargo su precisión es limitada, ya que no tiene en cuenta la difracción propia del elemento y en consecuencia no se comporta como un filtro de frecuencias, reduciendo el problema de la respuesta al impulso a un simple problema geométrico.

El principal interés de esta solución reside en el hecho de que permite analizar la formación de lóbulos de rejilla producidos por la distribución de elementos sobre la apertura. Si sobre esta ecuación aplicamos un tipo de excitación de onda continua, del tipo  $v(t) = \cos(\omega t)$ , obtenemos:

$$p(\vec{x}, t) = -j \frac{\omega \rho_o c}{2\pi} \exp(j\omega t) \sum_{i=1}^N \frac{\exp(j\omega(T_i - |\vec{x} - \vec{x}_i|/c))}{|\vec{x} - \vec{x}_i|} \quad (1.61)$$

Para el caso en que la zona de interés se encuentre en el campo lejano de la apertura se puede plantear la aproximación de Fraunhofer, que permite simplificar el término  $|\vec{x} - \vec{x}_i|$ . Desarrollando la distancia  $|\vec{x} - \vec{x}_i|$  a partir de las coordenadas esféricas del punto,  $\vec{x} = (r, \theta, \phi)$ , podemos escribir la expresión del campo de presiones 1.61 de la forma:

$$p(\vec{x}, t) = -j \frac{k \rho_o}{2\pi r} \exp(j\omega t) \exp(jkr) \sum_{i=1}^N \exp(jk(cT_i + (x_{xi} \cos \phi + x_{yi} \sin \phi) \sin \theta)) \quad (1.62)$$

Analizando esta expresión podemos ver cómo el sumatorio tiene una interpretación física propia que refleja el patrón de radiación de la distribución de los elementos sobre la apertura. Este

término, bien conocido en el campo del diseño de antenas, se denomina Factor de Array [Bal82].

$$FA(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^N s_i \exp(jk(cT_i + (x_{xi} \cos \phi + x_{yi} \sin \phi) \sin \theta)) \quad (1.63)$$

El Factor de Array es una herramienta muy útil, sobre todo en el estudio de los arrays lineales y matriciales donde el desarrollo del sumatorio proporciona expresiones sencillas gracias a las cuales es posible identificar con facilidad la posición de los lóbulos de rejilla producidos por las regularidades de la distribución de los elementos sobre el plano focal [Mac79].

## 1.5.2 Técnicas de Conformación del haz en arrays

La estructura en array convierte al propio sensor mediante el control de la ganancia y el retardo de cada elemento en un versátil filtro espacial. Gracias a este control es posible seleccionar la dirección del haz principal, así como reducir la presencia de ruido y de interferencias sobre la señal. Al conjunto de técnicas que permiten modelar la forma del campo producido por un array se las conoce como técnicas de conformación del haz. Su aplicación se extiende por diferentes campos tanto dentro del electromagnetismo (radar, radiocomunicaciones, etc.) [VV88, God97], como del acústico (sonar, imagen acústica, etc.) [Mac83].

Para imagen acústica, donde las excitaciones son de banda ancha, las técnicas de conformación de haz se basan fundamentalmente en la aplicación de retardos, para la realización de lentes acústicas que permiten orientar el haz principal, y en el control de ganancias, que se aplica principalmente en la reducción de lóbulos secundarios.

### ■ Lentes acústicas

Las lentes acústicas se basan en la introducción de retardos que compensen la diferencia de caminos entre los elementos y un punto o una dirección determinada del espacio [Mac76, Mac79, Hos85]. Se trata de que los elementos actúen de forma simultánea formando un nuevo haz principal sobre la zona de interés.

El tiempo en que la señal del elemento  $i$  del array tarda en llegar al punto  $\vec{x}$  viene dado por la ecuación:

$$\begin{aligned}
 t_i(\vec{x}) &= \frac{\sqrt{(x_x - x_{xi})^2 + (x_y - x_{yi})^2 + (x_z)^2}}{c} \\
 &= \frac{\sqrt{(x_r \sin x_\theta \cos x_\phi - x_{xi})^2 + (x_r \sin x_\theta \sin x_\phi - x_{yi})^2 + (x_r \cos x_\theta)^2}}{c} \\
 &= \frac{x_r}{c} \sqrt{1 + \frac{x_{xi}^2 + x_{yi}^2}{x_r^2} - 2 \frac{x_{xi} \cos x_\phi + x_{yi} \sin x_\phi}{x_r} \sin x_\theta} \quad (1.64)
 \end{aligned}$$

donde  $(x_r, x_\theta, x_\phi)$  son las coordenadas esféricas de  $\vec{x}$ . Para focalizar el haz sobre el punto  $\vec{x}^F = \vec{x}$  los retardos que forman la lente deben cumplir que el tiempo de llegada de todas las señales sea constante.

$$t_i(\vec{x}) + T_i(\vec{x}^F) = cte \quad \forall i \quad (1.65)$$

Cuando el valor de la distancia al punto es mayor que las dimensiones del array,  $r \gg D/2$ , la ecuación 1.64 puede ser aproximada mediante el desarrollo binomial [Goo68] (figura 1.6), de tal forma que los retardos de la lente acústica vienen definidos por:

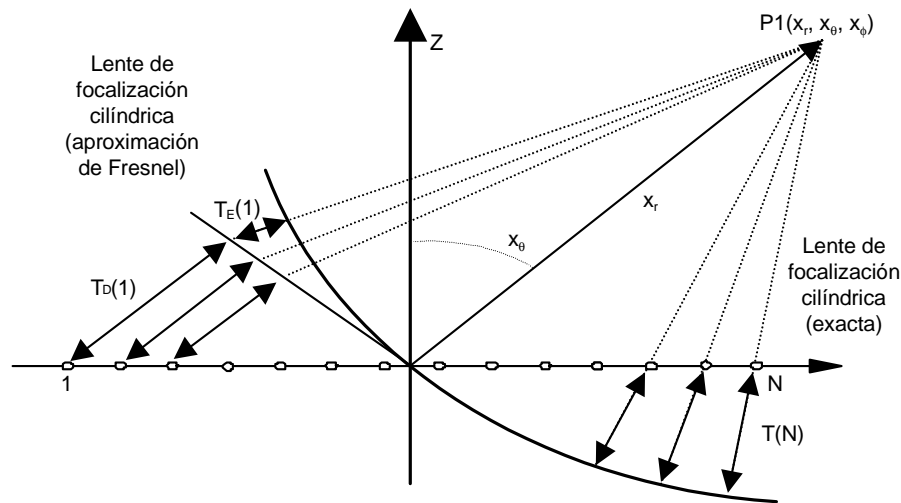
$$T_i(\vec{x}_f) = cte - \frac{x_{xi}^2 + x_{yi}^2}{2x_r^F c} + \frac{(x_{xi} \cos x_\phi^F + x_{yi} \sin x_\phi^F) \sin x_\theta^F}{c} \quad (1.66)$$

La descomposición binomial permite dividir la lente en dos operaciones distintas:

- Por un lado la deflexión del haz, que orienta el campo en una dirección determinada  $(x_\theta^F, x_\phi^F)$ .

$$TD_i(x_\theta^F, x_\phi^F) = \frac{(x_{xi} \cos x_\phi^F + x_{yi} \sin x_\phi^F) \sin x_\theta^F}{c} \quad (1.67)$$

La deflexión es aplicable tanto en campo cercano como en campo lejano y su uso permite la elaboración de sistemas de barrido electrónico, capaces de elaborar imágenes de forma más rápida que los sistemas basados en barrido mecánico, eliminando al mismo tiempo errores inherentes a los sistemas mecánicos debidos a holguras, falta de precisión en el



**Figura 1.6 :** Lente acústica de focalización y deflexión en un array lineal. Derecha focalización exacta, izquierda aproximación de fresnel

movimiento, etc.

- Por otro lado la focalización permite mejorar el comportamiento de la apertura en campo cercano. Existen diferentes modelos de focalización, la ecuación 1.66 corresponde a un modelo de focalización esférica:

$$TE_i(x_r^F) = -\frac{x_{xi}^2 + x_{yi}^2}{2x_r^F c} \quad (1.68)$$

En la mayoría de aplicaciones de imagen ultrasónica la zona de interés se encuentra dentro del campo cercano de la apertura, donde la distribución espacial de las amplitudes es oscilatoria y de muy baja resolución lateral. Para reducir este comportamiento se emplean técnicas de focalización que compensando la diferencia de tiempo en que las señales de los distintos elementos tardan en llegar al punto de interés, aumentan el nivel de energía en el punto y aumentan la resolución lateral.

El tipo de focalización influye en factores como: la resolución lateral, la profundidad de foco, los lóbulos de rejilla (que se incrementan con el ángulo de deflexión), etc. La lente definida por la ecuación 1.64 es denominada esférica en aperturas 2D y cilíndrica en aperturas 1D.

Otro modelo interesante de lente acústica es la focalización cónica [Pat82, Ull90, Sal86]. Para un foco central  $(r_o, \theta_o, \phi_o)$  los retardos de la focalización vienen definidos a partir de la expresión:

$$TC_i = \frac{x_{ri} D}{4x_r^F c} \quad (1.69)$$

Este tipo de lente proporciona una profundidad de campo constante en un área rectangular definida por sus diagonales. Sin embargo la resolución lateral que producen estas lentes es mucho menor que el producido por la focalización cilíndrica [Sal86]. Algunos autores basándose en este modelo de focalización han desarrollado lentes cónicas con varias pendientes, lentes multi-cónicas, pretendiendo así aumentar aún más la profundidad de campo [Ono86].

En los sistemas de imagen ultrasónica, para aumentar la profundidad de foco, se combinan diferentes modos de focalización en emisión-recepción. Mientras que la focalización en emisión está restringida al empleo de una sola lente, en recepción los sistemas de adquisición de datos pueden ser diseñados para aplicar un conjunto de lentes que se adecúen progresivamente a la propagación de las señales. Este proceso se conoce como focalización dinámica [Die79] y los problemas que plantea su aplicación son puramente tecnológicos. El principal inconveniente de los sistemas de focalización dinámica aplicados en imagen reside en la gran cantidad de memoria en el almacenamiento de las lentes, por lo que es usual hacer uso de la aproximación binomial para reducir el número de lentes necesarias [Mar99].

## ■ Apodización

La modulación de las ganancias de los elementos convierte al array en un filtro espacial, permitiendo controlar el nivel de los lóbulos secundarios. El compromiso que se establece entre el nivel de los lóbulos secundarios y la anchura del haz principal es un fenómeno bien conocido, tanto desde el punto de vista de la teoría de filtros digitales [Opp89] como desde el punto de vista de las aperturas multielemento [Ste76].

Algunos de los modelos de apodización utilizados son:

- Modelos clásicos de enventanado (hanning, hamming, gaussiana, coseno, etc.). Su

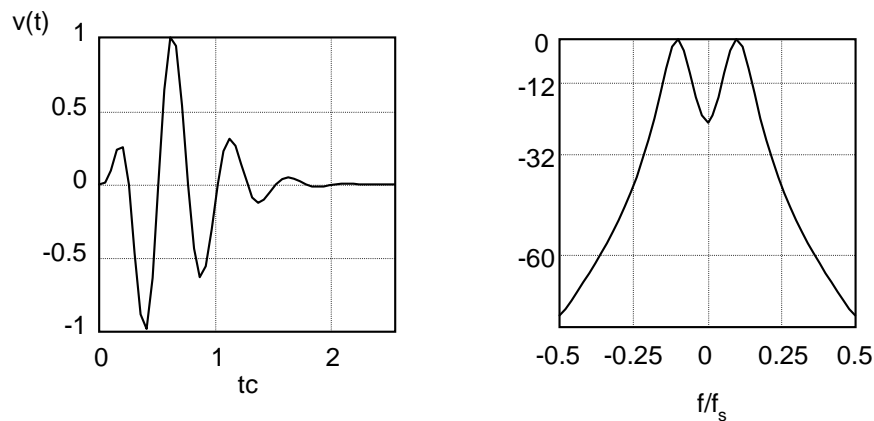
influencia sobre la focalización ha sido detalladamente estudiadas en el caso de aperturas 1D y sus conclusiones pueden ser fácilmente trasladadas al caso de arrays 2D [Due80].

- Modelos basados en las técnicas optimización empleadas en radiocomunicaciones y radar [VV88] para la conformación del haz. Estas técnicas obtienen patrones de apodización y patrones de distribución de elementos en aperturas dispersas bidimensionales que limitan la amplitud de los lóbulos secundarios o modelan el campo de presiones en la forma deseada incluyendo la deflexión del haz principal [Web85, Hol97, Tru99].
- Apodización de Fresnel, que permite focalizar el campo en el eje perpendicular a la apertura. Pese a que su utilización es empleada tradicionalmente sobre arrays anulares ha sido empleada sobre arrays lineales [Sle92, Ala76]. Su ventaja es que no necesita de unidades de retardo sino simplemente una adecuada división de la apertura en bandas de polaridad inversa. En función de la longitud de onda de la señal estas bandas se dividen según la ley:

$$r_m = \sqrt{\frac{m\lambda}{2} \left( x_z^F + \frac{m\lambda}{8} \right)}; \quad m = 1, 3, 5, \dots \quad (1.70)$$

donde  $x_z^F$  es la posición del foco y  $r_m$  indica la distancia de las fronteras de cada banda desde el centro del array.

- Modelos para *nondiffracting beams* o modelos de difracción limitada. Descubiertos por Durnin [Dur87] se basan en funciones de Bessel [Hol98], *X-wave* [Lu94] y funciones cónicas [Yam82]. Pese a que teóricamente para eliminar la acción de los lóbulos secundarios se precisan aperturas de tamaño infinito, estos modelos proporcionan para aperturas finitas campos de presión con muy bajos lóbulos secundarios y de gran profundidad de campo sin producir una dispersión significativa de la energía del haz principal.



**Figura 1.7 :** Forma del pulso de banda ancha.

## 1.6 Modelo de excitación en banda ancha

En todas las simulaciones se de esta tesis se ha usado un único modelo de excitación en banda ancha. Este modelo, que se caracteriza por una frecuencia central y un ancho de banda determinados, viene dado por la ecuación [Pap83, Den85]:

$$v(t) = v_o t^k \exp(-Ct/n\lambda) \sin(2\pi t/\lambda) \quad (1.71)$$

que indica una señal armónica modulada por una envolvente en la que el valor de  $v_o$  ajusta el valor máximo del pulso,  $n$  es la anchura de la envolvente dada en número de ciclos, y  $C$  y  $k$  establecen la forma asimétrica de la envolvente.

Estos valores fueron escogidos para un pulso de frecuencia central de 3Mhz y con un ancho de banda del 50% a  $-6dB$ , presentando el aspecto de la figura 1.7.





---

## Capítulo 2

---

---

# Respuesta al Impulso de aperturas planas con perfil arbitrario. Aplicación al cálculo del campo creado por un segmento anular.

---

### 2.1 Introducción

---

El cálculo preciso del campo producido por un array de anillos segmentados nos dirige a resolver el cálculo del campo producido por aperturas planas de geometría compleja, y concretamente por un elemento con forma de sector anular. Para obtener una estimación precisa del campo producido por este tipo de aperturas, en cualquier punto del espacio, se ha tomado como base el método de la respuesta la impulso ya descrito en el capítulo anterior.

Este método relaciona la presión,  $P(\vec{x}, t)$ , en un punto,  $\vec{x}$ , con la aceleración de los puntos en

la cara emisora del transductor,  $\frac{\partial v(t)}{\partial t}$ , mediante una operación de convolución con la respuesta al impulso del potencial de velocidad,  $h(\vec{x}, t)$ . Para un transductor que vibre como un pistón, la respuesta al impulso es una función que depende de la geometría del transductor y del punto de campo.

Existen tres métodos que han sido empleados para el cálculo de la respuesta al impulso de transductores con geometría compleja, los cuales serán descritos en la primera parte de este capítulo. En el primero se calcula el campo dividiendo la superficie en pequeños rectángulos (o cuadrados) y después sumando sus respuestas [Piw89, Jen92, Wil97]. El segundo método [Fau94, Jen96] se basa en tomar la expresión analítica de la respuesta impulsiva de una apertura triangular. La respuesta al impulso de un polígono irregular se puede deducir por superposición de triángulos. Si se quiere aplicar el método a aperturas con lados curvos, las curvas deben aproximarse mediante segmentos poligonales. En todo caso, estos dos métodos son difíciles de aplicar debido al alto coste computacional que conllevan, especialmente en el caso de arrays de anillos segmentados que contienen cientos de elementos muy pequeños.

El tercer método [Jen96] consiste en encontrar para cada instante  $t$  los extremos de los arcos activos, para el cual se calculan los puntos de cruce de los lados del transductor con una esfera que se expande desde el punto de campo hacia el plano del transductor. A partir de los puntos de cruce se pueden calcular los arcos activos y por tanto la respuesta al impulso por métodos sencillos. Esta solución es válida para el cálculo de la respuesta al impulso de aperturas de perfil arbitrario, y de hecho ya ha sido aplicada previamente [Rei96] para calcular el campo producido por un sector anular. Su inconveniente radica en que no provee ninguna solución analítica sino que establece un método de operación para la computación del campo.

En este capítulo se plantea un método basado en el tercer método mencionado, pero en nuestro caso se obtiene una expresión analítica cerrada para la respuesta al impulso.

En la última parte del capítulo se realiza un estudio comparativo entre el campo producido por una apertura de anillo segmentado y otra apertura rectangular de dimensiones equivalentes para, además de comprobar la eficacia de los algoritmos planteados, obtener argumentos que permitan plantear modelos aproximados para el array que reduzcan el tiempo computacional, y

que serán desarrollados en el capítulo siguiente.

## 2.2 Cálculo de la respuesta al impulso de transductores con perfil arbitrario

---

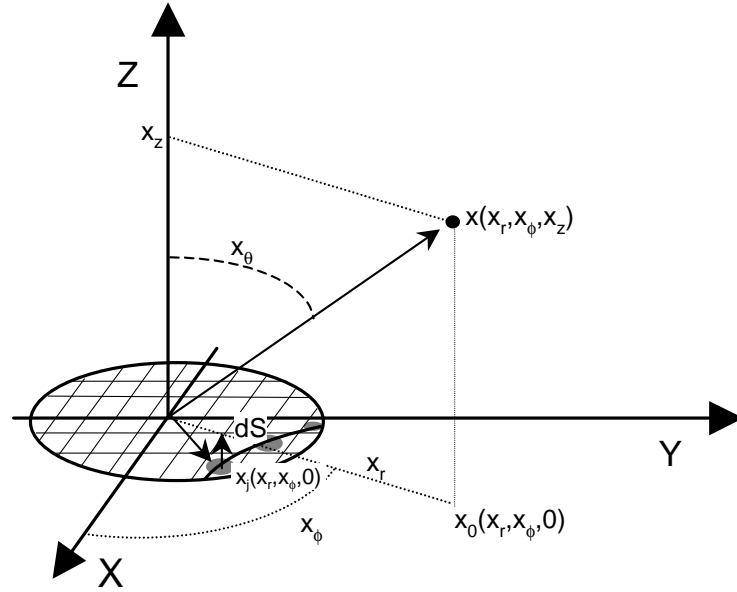
Tal y como se expuso en el capítulo anterior existen expresiones que describen la respuesta al impulso para las geometrías más comunes (pistones circulares [Ste71], anillos [Ard81], elementos rectangulares [Loc73, UII92], elementos triangulares [Fau94]). Para obtener la respuesta al impulso de transductores planos con perfil complejo se aplican fundamentalmente tres métodos.

### 2.2.1 Computación directa de la respuesta al impulso

Los métodos basados en la computación directa de la ecuación 1.31 pese a que no proporcionan una expresión analítica de la respuesta al impulso tiene la ventaja de ser muy versátiles. Son adaptables a cualquier tipo de geometría, incluidas las no planas, y aceptan fácilmente cualquier tipo de funciones de apodización sobre la superficie del transductor. El principio en que se basan estos métodos consiste en dividir la superficie del transductor en elementos diferenciales de superficie aproximando la respuesta del transductor como la suma de la respuesta al impulso de estos elementos (figura 2.1).

La precisión de los resultados con éste método dependen de manera muy estricta de las resoluciones temporal y espacial que se tomen en la computación. En efecto, la rejilla espacial de muestreo sobre la superficie del transductor esta condicionada por dos aspectos: por un lado debe adecuarse a la geometría del transductor y, por otro lado, debe ser una fracción de la longitud de onda de la señal ultrasónica (menor que  $\lambda/4$  [Wil97]) para evitar así la aparición de lóbulos fantasmas sobre el diagrama de radiación.

Esta técnica de computación directa ha sido aplicada entre otros por Piwakowski [Piw89] y por Jensen [Jen92] quienes presentan dos modos de obtener la respuesta al impulso de



**Figura 2.1** : Método de computación directa de la respuesta al impulso.

transductores de perfil arbitrario por este método.

### ■ Aproximación por funciones cuadradas

La aproximación de la respuesta al impulso presentada por Piwakowski divide la apertura, a partir de una rejilla, en una serie de elementos  $\partial S$ . Proporcionando para la ecuación 1.54 una solución del tipo:

$$h(\vec{x}, t) = \sum_j v(\vec{x}_j) \frac{S_j}{4\pi r_j} g_j(\vec{x}, t - T_j) \quad (2.1)$$

Donde  $S_j$  es el área de los elementos diferenciales definidos en la superficie,  $\vec{x}_j$  es el centro de tales elementos  $S_j$ , la función  $v(\vec{x}_j)$  modela la apodización sobre la apertura,  $g_j(\vec{x}, t)$  es una función rectangular utilizada para componer la respuesta al impulso en función de la distancia de  $\vec{x}_j$  al punto  $\vec{x}$  del espacio ( $r_j$ ), y los retardos  $T_j$  sirven para modelar la lente acústica retardando los elementos respecto al plano  $Z = 0$  cuando este no es plano.

En general los elementos  $\partial S$  no están supeditados a ningún tipo de geometría determinada,

por lo que es posible tomar aquella que modele la forma del transductor de forma más precisa.

La función  $g_j(\vec{x}, t)$  actúa como filtro de media y se describe como:

$$g_j(\vec{x}, t) = \frac{1}{\Delta t} \Pi\left(\frac{t}{\Delta t}\right) * \delta(t - r_j/c) \quad (2.2)$$

Donde la función  $\Pi\left(\frac{t}{\Delta t}\right)$  es una rectangular definida por:

$$\Pi\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 0, & |t| > T/2 \\ 1, & |t| \leq T/2 \end{cases} \quad (2.3)$$

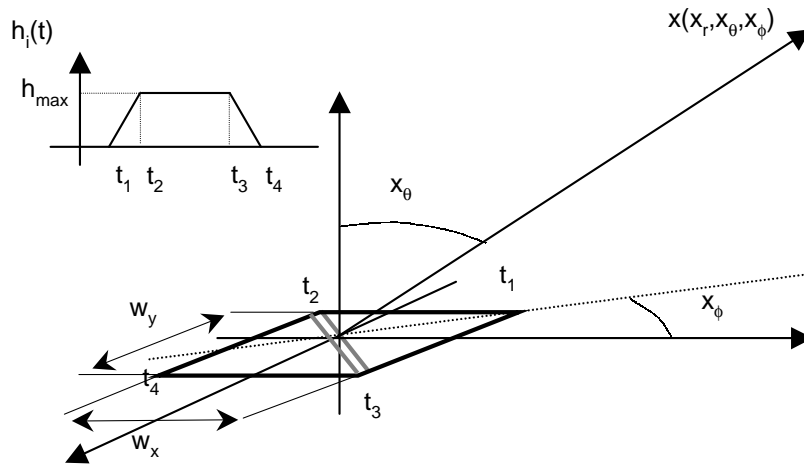
La anchura de la ventana  $\Delta t$  establece el intervalo dentro del cual se hace la media de las respuestas al impulso de los elementos en que se ha dividido la apertura, suavizando así el aspecto de la respuesta al impulso. Su valor se escoge conforme al tamaño de la banda de frecuencias de interés, en principio la única restricción que se establece es  $\Delta t \ll 1/f_{max}$ . Esta relación se define a partir de un parámetro de control  $P$  de forma que:

$$f_{max} = \frac{1}{P\Delta t} \quad (2.4)$$

Donde el parámetro de control  $P$  es un valor arbitrario ( $P \gg 1$ ) que limita la distorsión espectral aceptada sobre la respuesta al impulso aproximada.

## ■ Aproximación por funciones trapezoidales

Jensen [Jen92] también propone dividir la apertura según una rejilla de elementos de perfil cuadrado. Basándose en que el punto de interés se encuentra a la distancia de campo lejano de los elementos de la rejilla, realiza la aproximación de campo lejano de la respuesta al impulso de cada elemento. De manera que la respuesta al impulso de la apertura total viene



**Figura 2.2 :** Aproximación de la respuesta al impulso de un elementos rectangular en campo lejano mediante funciones trapezoidales.

dada por:

$$h(\vec{x}, t) = \sum_j v(\vec{x}_j) \frac{1}{2\pi r_j} h_j(\vec{x}, t - T_j) \quad (2.5)$$

donde la función  $h_j(\vec{x}, t)$  es la respuesta al impulso de cada elemento cuadrado.

Para hacer válida esta aproximación los elementos de la rejilla que dividen al transductor deben cumplir que:

$$\sqrt{w_x^2 + w_y^2} \ll \sqrt{4x_r \lambda} \quad (2.6)$$

donde  $w_x$  y  $w_y$  son las dimensiones de los elementos rectangulares de la rejilla en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente ( $\vec{w} = (w_x, w_y, 0)$ ), y  $x_r$  es la distancia al punto sobre el que se quiere calcular la respuesta al impulso.

A partir de esta restricción podemos aproximar el frente de ondas esférico por un frente de ondas planas, con lo que la respuesta al impulso en campo lejano de un elemento cuadrado viene dado en el tiempo por una función trapezoidal (figura 2.2), resultado de la convolución de

dos funciones rectangulares trasladadas una distancia  $x_{rj}/c$  [Ste71]:

$$h_j(\vec{x}, t) = \frac{A(x_\theta, x_\phi)}{\min(\Delta t_y, \Delta t_x)} \left( \Pi \left( \frac{t}{\Delta t_x} \right) * \Pi \left( \frac{t}{\Delta t_y} \right) \right) * \delta(t - x_{rj}/c) \quad (2.7)$$

donde los intervalos temporales  $\Delta t_y$  y  $\Delta t_x$  vienen dados por:

$$\Delta t_x = \frac{w_x d_x}{c} \quad (2.8)$$

$$\Delta t_y = \frac{w_y d_y}{c} \quad (2.9)$$

donde  $d_x$  y  $d_y$  son coordenadas del vector unitario en la dirección del punto  $\vec{x}$  desde el elemento de superficie  $\vec{x}_j$ .

$$\vec{d} = (d_x, d_y, d_z) = \frac{\vec{x} - \vec{x}_j}{|\vec{x} - \vec{x}_j|} \quad (2.10)$$

y la altura del trapecio viene dada por:

$$A(x_\theta, x_\phi) = \begin{cases} \frac{c}{2\pi x_r \sin x_\theta} \frac{w_x}{\cos(|x_\phi - x_{\phi i}|)} & |x_\phi - x_{\phi i}| \leq \arctan \frac{w_y}{w_x} \\ \frac{c}{2\pi x_r \sin x_\theta} \frac{w_y}{\cos(|x_\phi - x_{\phi i}| - \pi/2)} & |x_\phi - x_{\phi i}| > \arctan \frac{w_y}{w_x} \end{cases}$$

Pese a que el cálculo de campo de presiones a partir de computación directa es un método muy versátil, fácilmente adaptable a cualquier tipo de geometría y función de apodización, está sujeto a ciertos márgenes de error que limitan la exactitud de la solución. La obtención de respuestas exactas exige un alto grado de discretización de la apertura implicando un elevado coste computacional que no es fácilmente asumible en el caso de aperturas multielemento. Por otro lado división de la apertura en rejillas cuadradas puede no adaptarse adecuadamente a la geometría de la apertura estudiada, cómo sucede en los segmentos de anillo, lo que supone otra fuente de errores a considerar.

## 2.2.2 La superposición de elementos triangulares

Los métodos de superposición se basan en una idea desarrollada por Lockwood para el cálculo de la respuesta al impulso de elementos rectangulares [Loc73]. La superposición de elementos triangulares [Fau94] proporciona una respuesta exacta para el caso de transductores planos con perfiles poligonales irregulares y permite aproximar la respuestas de transductores con perfiles aleatorios.

Este método aprovecha que la solución analítica de la respuesta al impulso de un emisor triangular cuando la proyección del punto  $\vec{x}$  en el plano del transductor ( $\vec{x}_o$ ) cae sobre uno de los vértices es conocida, y plantea la respuesta al impulso de un polígono cualquiera como una combinación de triángulos que tienen en  $\vec{x}_o$  uno de sus vértices, y donde al menos uno de sus lados coincide con las fronteras del transductor. Así la respuesta al impulso de un polígono viene dada por:

$$h(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N k_i h_i(\vec{x}, t) \quad (2.11)$$

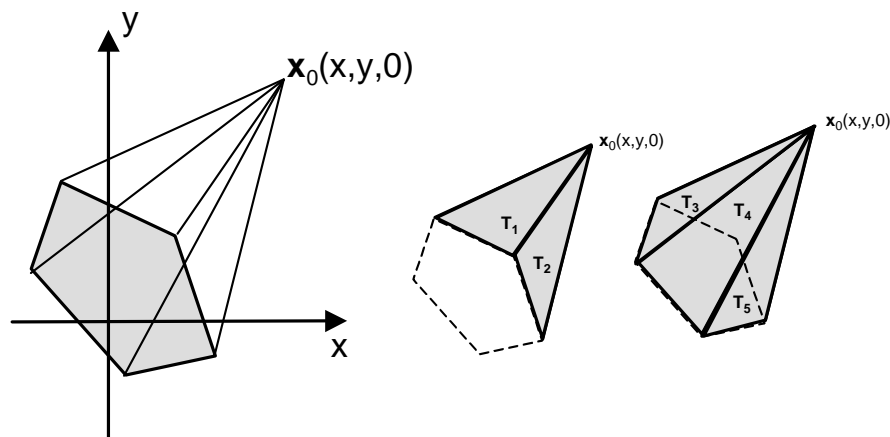
donde  $N$  es el número de aperturas triangulares que se necesitan para definir el transductor poligonal cuya respuesta al impulso se busca. Este valor  $N$ , a no ser que el punto  $\vec{x}_o$  esté situado sobre una de las fronteras del transductor, coincidirá con el número de lados del polígono. La función  $h_i(\vec{x}, t)$  es la respuesta al impulso de cada uno de los triángulos, y  $k_i$  es un coeficiente de signo que especifica cómo se combinan éstas.

En la figura 2.3 se presenta un ejemplo de cómo funciona este método para calcular la respuesta al impulso de un transductor de perfil pentagonal. La respuesta al impulso se obtiene a partir de cinco triángulos de los cuales  $T_1$  y  $T_2$ , son triángulos completamente externos al transductor y colaboran de forma negativa ( $k_i = -1$ ), mientras que  $T_3$ ,  $T_4$  y  $T_5$  colaboran de forma positiva ( $k_i = +1$ ).

Este método tiene una serie de inconvenientes:

- La solución exacta esta restringida a transductores poligonales. Para aquellos transductores que presenten perfiles curvos tan sólo es posible hallar soluciones aproximadas.





**Figura 2.3 :** Principio de superposición con triángulos.

- No proporciona una solución analítica.
- Cuando el punto  $\vec{x}_o$  está alejado del transductor el coste computacional es muy elevado. Este problema se agrava en el caso de arrays 2D donde el número de aperturas elementales se multiplica.

La ventaja que presenta es que es fácil de desarrollar en forma de algoritmo computacional.

### 2.2.3 Respuesta al impulso calculada a partir de los puntos de intersección

La simple resolución del sistema de ecuaciones formados por la función que define el perfil del transductor y la onda de propagación esférica constituye un método mucho más general, válido para cualquier tipo de geometría plana incluyendo apodización [Jen97].

Describiendo la frontera del transductor mediante un conjunto de  $N$  ecuaciones, correspondientes a cada uno de sus lados, el método está basado en calcular para cada instante  $t$  los puntos de intersección de la apertura con una onda esférica que se expande desde el punto  $\vec{x}$  hacia el plano del transductor, y a partir de ellos el arco activo correspondiente a ese instante.

$$\begin{aligned} (ct)^2 - x_z^2 - (x_x(t) - x_x)^2 - (x_y(t) - x_y)^2 &= 0 \\ S_i(x_x(t), x_y(t)) &= 0 \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde  $S_i(x_x(t), x_y(t))$  es la ecuación que define el lado  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) del transductor y  $(x_x(t), x_y(t))$  son las coordenadas del punto de intersección entre ambas ecuaciones para un instante  $t$ . De esta forma para cada instante de tiempo se obtendrán un conjunto de puntos

$$\vec{x}(t) = \{\vec{x}_1(t), \vec{x}_2(t), \dots\} \quad (2.13)$$

de los cuales tan sólo se consideran aquellos que pertenecen al transductor, descartando aquellos que aunque son solución del sistema se sitúan fuera del transductor. Los puntos de corte se trasladan sobre un sistema de referencia centrado en el punto  $\vec{x}_o$ , y se obtienen los ángulos que los puntos de intersección forman respecto al nuevo sistema de referencia.

$$\theta(t) = \{\theta_1(t), \theta_2(t), \dots\} \quad (2.14)$$

Estos ángulos se ordenan y se determinan los arcos que definen. Todos aquellos arcos que se sitúen dentro del transductor se considera que forman parte del arco activo, de forma que la respuesta al impulso viene dada por:

$$h(\vec{x}, t) = \frac{c}{2\pi} \sum_{j=1}^{N(t)} \theta_1^{(j)}(t) - \theta_2^{(j)}(t) \quad (2.15)$$

donde  $N(t)$  es el número de arcos activos para un instante de tiempo dado que vienen definido por los pares  $(\theta_1^{(j)}(t), \theta_2^{(j)}(t))$ .

En este método es posible incluir apodización si expresamos la respuesta al impulso como:

$$h(\vec{x}, t) = \frac{c}{2\pi} \sum_{j=1}^{N(t)} \int_{\theta_2^{(j)}(t)}^{\theta_1^{(j)}(t)} v(x_\phi, x_r) dx_\phi \quad (2.16)$$

donde  $v(x_\phi, x_r)$  es la función de apodización descrita sobre el sistema de referencia centrado

en  $\vec{x}_o$ .

Este método tiene la ventaja de que es general y puede ser aplicado sobre todo tipo de transductores planos independientemente de su perfil. Los inconvenientes residen en que es complejo de desarrollar algorítmicamente y realiza gran cantidad de operaciones (determinación de puntos válidos, ordenación de puntos, etc.) que suponen un alto coste computacional.

■ **Aplicación del método a la respuesta al impulso del segmento anular** El método anterior ha sido aplicado para resolver el problema de la respuesta al impulso del segmento anular [Rei96].

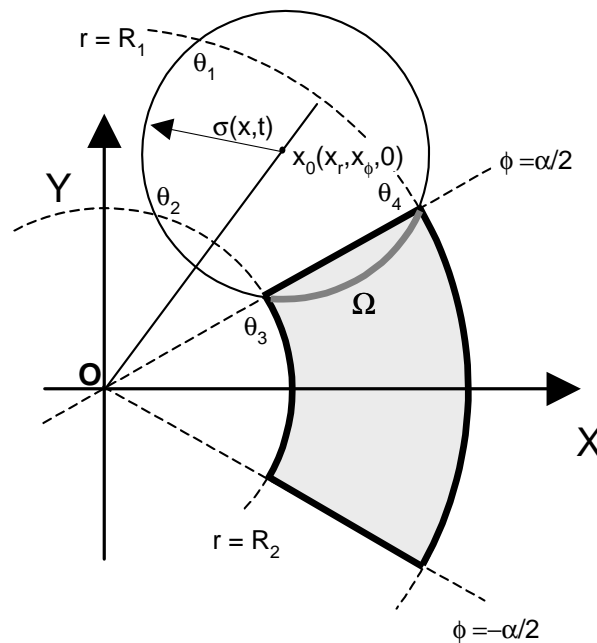
La geometría del transductor (figura 2.4) permite situar al elemento sobre un sistema de referencia donde el origen coincide con el centro de las circunferencias que contienen los arcos que delimitan al transductor. De esta forma el transductor se define de forma sencilla por la terna  $T\{R_1, R_2, \alpha\}$ , donde  $R_2$  es el radio interior,  $R_1$  es el radio exterior y  $\alpha$  es la dimensión angular.

Teniendo en cuenta el hecho de que sobre cada lado hay una coordenada polar que queda fijada por la propia geometría del transductor, el proceso de cálculo se centra tan sólo sobre una de las coordenadas. Así sobre los lados rectos, donde las coordenadas angulares están fijas, se calculan las coordenadas radiales, mientras que sobre los arcos, donde las coordenadas radiales son conocidas, se calculan las coordenadas angulares. Los puntos de intersección vienen dados por:  $(r_m, \theta_m)$ .

Una vez obtenidos los puntos, estos se validan como intersecciones si:

- Sobre los arcos: los resultados obtenidos son válidos si su coordenada angular cumple,  $|\theta_n| \leq \alpha/2$ .
- Sobre las rectas: los resultados obtenidos son válidos si su coordenada radial cumple,  $R_2 \leq r_m \leq R_1$ .

La secuencia de puntos obtenida para cada instante de tiempo (siempre un número par de



**Figura 2.4 :** Geometría del transductor. Método de Reilly y Hayward.

puntos) se traslada sobre un sistema de referencia centrado en  $\vec{x}_o$ . Ordenando los puntos según el sentido de giro de las agujas del reloj, se agrupan en parejas que delimitan los arcos de intersección. Estos arcos son evaluados en base a un conjunto de condiciones que indica cuales son arcos activos válidos.

En la figura 2.4 se presenta un ejemplo de como se evalúa la respuesta al impulso. Sobre las curvas que definen la frontera del transductor existen 4 puntos de intersección de los cuales tan sólo dos son válidos ( $\theta_3, \theta_4$ ). A partir de esos dos puntos se obtiene dos arcos de los cuales tan sólo uno es arco activo.

Este método ofrece una solución exacta de la respuesta al impulso, sin embargo, adolece de los inconvenientes que comentamos anteriormente en la descripción general del método.

## 2.3 Respuesta al impulso por regiones en lados

Frente a los métodos presentados en el apartado 2.2, en este apartado desarrollamos la que constituye nuestra propuesta para el cálculo de la respuesta al impulso de aperturas planas con

perfil arbitrario. Nuestro método se basa, al igual que el desarrollado en 2.2.3, en encontrar los puntos de intersección de los lados de la apertura con los arcos activos, pero en nuestro caso, se obtiene una expresión explícita para la respuesta al impulso. Para lograr este objetivo, se realiza un desarrollo por regiones en un sistema de coordenadas específico para cada lado de la apertura.

En la primera parte de este apartado se plantea la solución de un caso general, es decir, una apertura limitada por segmentos rectilíneos y arcos de circunferencia dispuestos aleatoriamente, y posteriormente se resuelve el caso particular de un segmento anular, elemento básico de un array de anillos segmentados.

Tomando como origen el punto  $\vec{x}_o$  (proyección del punto de campo sobre el plano  $z = 0$ ), se define un eje de referencia que llamaremos *eje de referencia global* (ERG) sobre el cual se obtienen de forma independiente los ángulos  $\Omega_{ij}$  correspondientes a los puntos de intersección de cada lado con los arcos activos (figura 2.5). El ERG viene dado por el punto  $\vec{x}_o$  y otro punto cualquiera, que en nuestro caso particularizaremos en el centro del sistema de coordenadas  $\vec{o}$ .

De esta forma la respuesta al impulso de un transductor plano de perfil arbitrario y apodizado se puede expresar como:

$$h(\vec{x}, t) = \frac{c}{2\pi} \sum_i^{N+1} \sum_j^2 a_{ij}(\vec{x}, t) \int_{\min(\Omega_{ij}(t), 0)}^{\max(\Omega_{ij}(t), 0)} v(x_\phi, x_r) dx_\phi \quad (2.17)$$

donde: el sumatorio en  $i$  hace referencia al número de entornos locales que describen al transductor, siendo  $N$  el número de lados; el sumatorio en  $j$  hace referencia al máximo de intersecciones que pueden existir simultáneamente en cada lado, no más de dos;  $a_{ij}(\vec{x}, t)$  son coeficientes que pueden adquirir únicamente valores  $\pm 1$  y 0, indicando el signo y el intervalo de existencia de los arcos  $\Omega_{ij}(t)$ ; finalmente, la función  $v(\phi, R)$  es la función de apodización de la apertura referida al punto  $\vec{x}_o$ , proyección del punto  $\vec{x}$  sobre el plano  $Z = 0$ .

Cuando la función de apodización es plana la expresión 2.17 puede ser escrita como:

$$h(\vec{x}, t) = \frac{c}{2\pi} \sum_i^{N+1} \sum_j^2 a_{ij}(\vec{x}, t) |\Omega_{ij}(t)| \quad (2.18)$$

### 2.3.1 Expresión de la respuesta al impulso, caso general

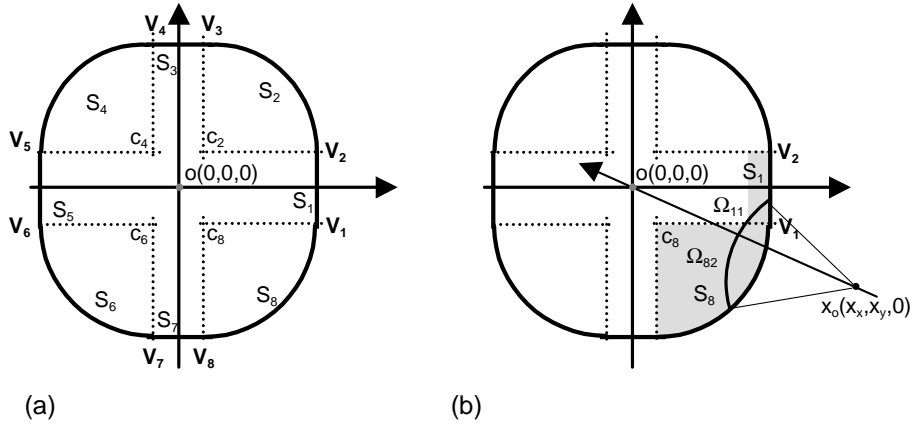
En este epígrafe se plantea encontrar una expresión explícita para los términos que componen la ecuación 2.18, en el caso de una apertura limitada por una combinación arbitraria de  $N$  lados, ya sean estos segmentos rectilíneos o arcos de circunferencia. La figura 2.5(a) muestra como ejemplo un transductor limitado por cuatro lados rectos y cuatro lados curvos que denominaremos  $S_i (i = 1, \dots, N)$  ordenados en el sentido contrario a las agujas del reloj. Llamaremos  $\vec{V}_i (i = 1, \dots, N)$  a los vértices formados por los pares de lados  $S_i$  y  $S_{(i-1)}$ , y  $\vec{c}_i$  a los centros de los lados curvos, ambos dados en coordenadas cartesianas  $(V_{xi}, V_{yi})$  y  $(c_{xi}, c_{yi})$  respectivamente. En las transformaciones que siguen se considera que los lados rectos vienen definidos por sus vértices, y que los arcos de circunferencia están definidos por las posiciones de sus extremos, el centro de la circunferencia y un parámetro de signo ( $k_i = \pm 1$ ) que indica la concavidad o convexidad del arco respecto a la apertura.

La figura 2.5(b) muestra la apertura situada en el plano  $Z = 0$  y el punto  $\vec{x}_o(x_x, x_y, 0)$  proyección sobre el mismo plano del punto de campo  $\vec{x}(x_x, x_y, x_z)$ . También muestra el arco activo en el instante  $t$ , cuyo radio es  $\sigma = \sqrt{(ct)^2 - x_z^2}$ , y cuyo ángulo  $\Omega(\vec{x}, t)$  se puede expresar como una suma con signo de los ángulos  $\Omega_{11}$  y  $\Omega_{82}$  relativos al eje de referencia global ERG.

Para encontrar una expresión de la respuesta al impulso, consideraremos independientemente cada uno de los lados de la apertura. Además aplicaremos un cambio al sistema de referencia (traslación+giro) específico para cada lado, con objeto de simplificar las expresiones de los ángulos  $\Omega_{ij}$  propias de cada tipo de lado: arco de circunferencia o segmento recto.

#### ■ Ecuaciones para el cálculo de los ángulos de corte sobre un arco de circunferencia

En el caso de que el lado de la frontera sea un arco de circunferencia, conviene modificar el sistema de referencia sobre el cual se evalúa la solución, situando su origen sobre el centro de la circunferencia y girando el arco de manera que se localice centrado sobre el semieje  $X > 0$ , tal y como se representa en la figura 2.6. Esta operación se realiza mediante una traslación y



**Figura 2.5 :** Descomposición de la frontera de un transductor en rectas y arcos de circunferencia.

una rotación. Pongamos el caso de un arco definido a partir de la terna  $(\vec{c}_i, \vec{V}_i, \vec{V}_{(i+1)})$ , donde:  $\vec{c}_i$  es el centro de la circunferencia que contiene al ángulo y  $\vec{V}_i$  y  $\vec{V}_{i+1}$  son los extremos del arco respectivamente. En primer lugar se realiza una operación de traslación que mueve el origen de coordenadas al centro de la circunferencia que contiene el arco:

$$\vec{x}^T = (\vec{x} - \vec{c}_i) \quad (2.19)$$

donde  $\vec{x}^T$  indica los puntos respecto al sistema de referencia trasladado, y que puede ser expresado en coordenadas polares  $(x_r^T, x_\phi^T)$ . Posteriormente se gira el sistema de coordenadas un ángulo:

$$\beta_i = \frac{(V_{\phi i}^T + V_{\phi(i+1)}^T)}{2} \quad (2.20)$$

de manera que la transformación total (traslación+giro) se expresa mediante la operación matricial:

$$\vec{x}_i = M_i(\vec{x}) = \begin{bmatrix} \cos \beta_i & \sin \beta_i \\ -\sin \beta_i & \cos \beta_i \end{bmatrix} (\vec{x} - \vec{c}_i) \quad (2.21)$$

En el nuevo sistema de referencia, el arco se define a partir de su radio  $R_i = |\vec{c} - \vec{V}_i|$  y su ángulo  $\alpha_i = |V_{\phi_i}^T - V_{\phi_{(i+1)}}^T|$ . Los puntos  $\vec{x}_o$  y  $\vec{o}$  se transforman en  $\vec{x}_i$  y  $\vec{o}_i$  respectivamente:

$$\vec{x}_i = M_i(\vec{x}_o)$$

$$\vec{o}_i = M_i(\vec{o})$$

Ambos puntos tras la transformación se expresan en coordenadas polares  $(x_{ri}, x_{\phi_i})$  y  $(o_{ri}, o_{\phi_i})$ .

El ángulo de corte  $\omega_i(t)$  se halla entonces a partir de una expresión sencilla referido a una recta que une el punto  $\vec{x}_i$  con el origen del nuevo sistema de referencias:

$$\omega_i(t) = \arccos \frac{-R_i^2 + x_{ri}^2 + \sigma(t)^2}{2x_{ri}\sigma(t)} \quad (2.22)$$

donde  $\sigma(t) = \sqrt{(ct)^2 - x_z^2}$  es el radio de la circunferencia de intersección.

A partir de la ecuación 2.22 se obtienen dos ángulos iguales  $\omega_i(t)$  a los que asignaremos signo contrario, y que deben ser trasladados sobre el ERG, común a todos los lados, para poder ser combinados. Sabiendo que el ángulo entre el ERG y el vector  $\vec{x}_i$  es  $\phi_i$ , figura 2.6:

$$\phi_i = \text{signo}(o_{\phi_i} - x_{\phi_i}) \arccos \frac{-o_{ir}^2 + x_{ri}^2 + |\vec{x}_i - \vec{o}_i|^2}{2|\vec{x}_i - \vec{o}_i|x_{ri}} \quad (2.23)$$

donde el primer factor proporciona el signo.

Se puede decir que los ángulos de corte sobre el eje global son:

$$\Omega_{i1}(t) = \omega_i(t) - \phi_i \quad (2.24)$$

$$\Omega_{i2}(t) = -\omega_i(t) - \phi_i \quad (2.25)$$

donde todos los ángulos están dados en el intervalo  $[-\pi, \pi]$ .

Queda por definir los intervalos de existencia de cada función  $\Omega_{ij}(t)$ , tanto temporal como espacial, así como signos con que se combinan.



- **Intervalos de existencia espacial, temporal y signos.** Estos tres aspectos están integrados en las funciones  $a_{ij}(\vec{x}_i, t)$  de manera que pueden escribirse como:

$$a_{ij}(\vec{x}_o, t) = E_{ij}^c(\vec{x}_i) T_{ij}^c(t) S_{ij}^c(\vec{x}_i, t) \quad (2.26)$$

donde  $E_{ij}^c$  y  $T_{ij}^c$  son coeficientes que pueden valer +1 ó 0 e indican los intervalos de existencia espacial y temporal respectivamente, y  $S_{ij}^c$  puede valer  $\pm 1$  indicando el signo.

La función de existencia espacial divide el espacio en tres zonas diferentes:

- Cuando la proyección del punto sobre la circunferencia que contiene al lado pertenece al lado ( $|x_{\phi i}| \leq \alpha/2$  ó  $|x_{\phi i}| \geq (\pi - \alpha/2)$ ). En ese caso ambas funciones  $\Omega_{ij}(t)$  ( $j = 1, 2$ ) tienen existencia espacial.
- Cuando la proyección no corta al lado y  $((\pi - \alpha/2) \geq x_{\phi i} \geq \alpha/2)$ , sólo  $\Omega_{i2}(t)$  tiene existencia espacial.
- Cuando la proyección no corta al lado y  $((-\pi + \alpha/2) \leq x_{\phi i} \leq -\alpha/2)$ , sólo  $\Omega_{i1}(t)$  tiene existencia espacial.

Para establecer las condiciones de existencia hacemos uso de las siguientes funciones auxiliares, definidas a partir de la función escalón  $U(t)$ .

$$U(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases}; \quad \hat{U}(t) = 1 - U(t); \quad U^{sg}(t) = 2U(t) - 1$$

En función a esto se obtiene:

$$E_{i1}^c(\vec{x}_i) = U(x_{\phi i} - (\pi - \alpha/2)) + \hat{U}(x_{\phi i} - (\pi - \alpha/2))U(\alpha/2 - x_{\phi i}) \quad (2.27)$$

$$E_{i2}^c(\vec{x}_i) = U(x_{\phi i} + (\pi - \alpha/2)) + \hat{U}(x_{\phi i} + (\pi - \alpha/2))U(\alpha/2 + x_{\phi i}) \quad (2.28)$$

El intervalo de existencia temporal viene dado por la función:

$$T_{i1}^c(t) = U(t - t_{i1})U(t_{i2} - t) \quad (2.29)$$

$$T_{i2}^c(t) = U(t - t_{i3})U(t_{i4} - t) \quad (2.30)$$

y los intervalos de tiempo viene dados por:

$$t_{i1} = t_i U(|x_{\phi i}| - \frac{\alpha}{2}) + \frac{\sqrt{(x_{ri}-R)^2 + x_z^2}}{c} \hat{U}(|x_{\phi i}| - \frac{\alpha}{2}) \quad (2.31)$$

$$t_{i2} = t_{i+1} \hat{U}(|x_{\phi i}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) + \frac{\sqrt{(x_{ri}+R)^2 + x_z^2}}{c} U(|x_{\phi i}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) \quad (2.32)$$

$$t_{i3} = t_{i+1} U(|x_{\phi i}| - \frac{\alpha}{2}) + \frac{\sqrt{(x_{ri}-R)^2 + x_z^2}}{c} \hat{U}(|x_{\phi i}| - \frac{\alpha}{2}) \quad (2.33)$$

$$t_{i4} = t_i \hat{U}(|x_{\phi i}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) + \frac{\sqrt{(x_{ri}+R)^2 + x_z^2}}{c} U(|x_{\phi i}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) \quad (2.34)$$

donde  $t_i$  y  $t_{i+1}$  se corresponden con los tiempos de llegada del frente de ondas desde los puntos  $\vec{V}_i$  y  $\vec{V}_{i+1}$  al punto  $\vec{x}$  respectivamente.

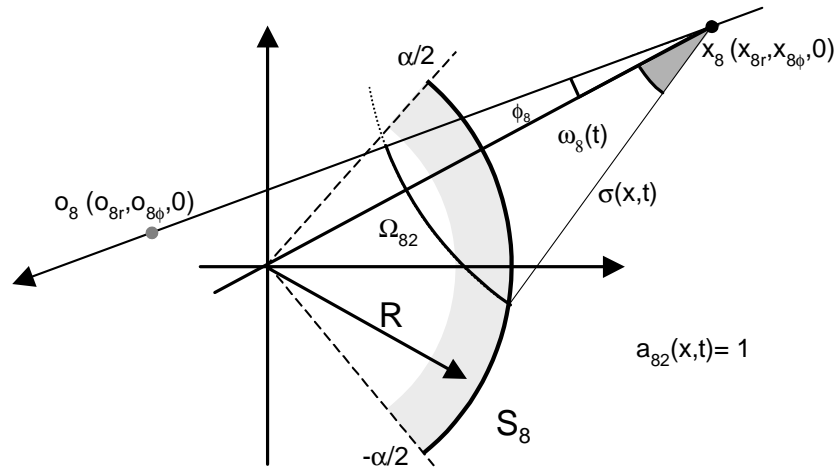
$$t_i = \frac{|\vec{x} - \vec{V}_i|}{c} \quad (2.35)$$

$$t_{i+1} = \frac{|\vec{x} - \vec{V}_{i+1}|}{c} \quad (2.36)$$

La función  $S_{ij}^c$  que proporciona el signo necesita conocer previamente cómo se expande la superficie del transductor respecto al lado. Si el transductor es cóncavo respecto al lado, los puntos  $x_r < R$  están fuera del transductor, y definimos un coeficiente de concavidad  $k_i = 1$ . Si el transductor es convexo respecto al lado, los puntos  $x_r > R$  están fuera del transductor y el coeficiente de concavidad es  $k_i = -1$ .  $S_{ij}^c$  viene dada por:

$$\begin{aligned} S_{i1}^c(\vec{x}_i, t) &= k_i((U(\phi_i)\hat{U}(\phi_i - \pi/2)U^{sg}(\Omega_{i1}(t)\Omega_{i2}(t)) + U(\phi_i - \pi/2)) \\ &\quad - (\hat{U}(\phi_i)U(\phi_i + \pi/2) + \hat{U}(\phi_i + \pi/2)U^{sg}(\Omega_{i1}(t)\Omega_{i2}(t)))) \end{aligned} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} S_{i2}^c(\vec{x}_i, t) &= k_i((\hat{U}(\phi_i)U(\phi_i + \pi/2)U^{sg}(\Omega_{i1}(t)\Omega_{i2}(t)) + \hat{U}(\phi_i + \pi/2)) \\ &\quad - (U(\phi_i)\hat{U}(\phi_i - \pi/2) + U(\phi_i - \pi/2)U^{sg}(\Omega_{i1}(t)\Omega_{i2}(t)))) \end{aligned} \quad (2.38)$$



**Figura 2.6 :** La solución normalizada en la circunferencia.

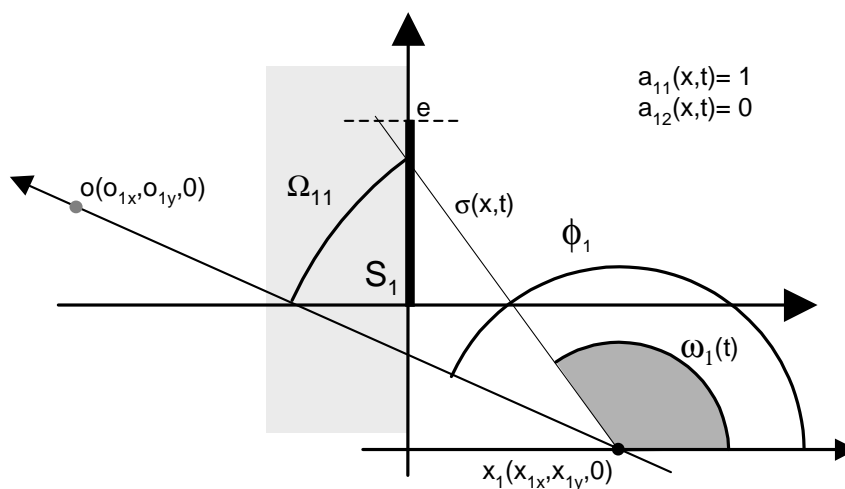
Sobre la figura 2.6 se muestra un ejemplo de cómo se resuelve el lado  $S_8$  del transductor descrito en la figura 2.5.

### ■ Ecuaciones para el cálculo de los ángulos de corte sobre un segmento recto

Cuando el lado de la frontera es un segmento recto  $i$  puede seguirse el mismo curso que para el caso del arco de circunferencia, tomando  $R = \infty$ . Sin embargo, presenta las suficientes peculiaridades para seguir un análisis propio.

En este sentido, se establece un nuevo sistema de referencia para facilitar el cálculo de la respuesta al impulso, que sitúa al segmento sobre el semieje positivo  $OY$ , y hace que el primer vértice  $\vec{V}_i$  coincida con el nuevo origen de coordenadas (figura 2.7). En estas circunstancias y teniendo en cuenta cómo se han denominado los vértices (ordenados en sentido contrario de las agujas del reloj), el transductor siempre quedará situado sobre el semiplano  $X < 0$ .

Los puntos después de la transformación de los ejes están dados por:  $\vec{x}_i = M_i(\vec{x})$ . La operación que permite cambiar el sistema de referencia emplea la función  $M_i(\vec{x})$ , ya descrita para la circunferencia (ecuación 2.21). Para calcular el ángulo de rotación  $\beta_i$  se opera igual que en el caso de lados curvos: se realiza en primer lugar una traslación  $\vec{V}_i$  del sistema de



**Figura 2.7 :** La solución normalizada en el segmento recto.

coordenadas

$$\vec{x}_i^T = \vec{x} - \vec{V}_i \quad (2.39)$$

de esta forma,

$$\beta_i = -V_{\phi(i+1)} + \frac{\pi}{2} \quad (2.40)$$

donde  $V_{\phi(i+1)}$  es la componente angular de  $\vec{V}_{(i+1)}$  dado en coordenadas polares.

Obtenemos entonces los puntos  $\vec{x}_i$  y  $\vec{o}_i$ , resultado de aplicar el cambio sobre  $\vec{x}_o$  y  $\vec{o}$  respectivamente. La longitud del lado es  $e_i = |\vec{V}_{i+1} - \vec{V}_i|$ . Tomando como referencia una recta horizontal que pasa por el punto  $\vec{x}_i$ , los ángulos de intersección se obtienen como:

$$\omega_i(t) = \arccos \frac{-x_{xi}}{\sigma(t)} \quad (2.41)$$

que trasladados al ERG proporciona como resultado:

$$\Omega_{i1}(t) = \omega_i(t) - \phi_i \quad (2.42)$$

$$\Omega_{i2}(t) = -\omega_i(t) - \phi_i \quad (2.43)$$

siendo ahora el ángulo  $\phi_i$

$$\phi_i = \text{signo}(o_{yi} - x_{yi}) \arccos \frac{o_{xi} - x_{xi}}{|\vec{o}_i - \vec{x}_i|} \quad (2.44)$$

- **Intervalos de existencia espacial, temporal y signos.** Como en el caso del arco, estos tres aspectos están integrados en las funciones  $a_{ij}(\vec{x}_i, t)$

$$a_{ij}(\vec{x}_i, t) = E_{ij}^r(\vec{x}_i) T_{ij}^r(t) S_{ij}^r(\vec{x}_i, t) \quad (2.45)$$

donde igual que anteriormente  $E_{ij}^r$  y  $T_{ij}^r$  indican los intervalos de existencia espacial y temporal respectivamente, y  $S_{ij}^r$  indica el signo. La función de existencia espacial divide al espacio en tres regiones:

- Cuando  $0 \leq x_{yi} \leq e_i$  ambas funciones  $\Omega_{ij}(t)$  ( $j = 1, 2$ ) tienen existencia espacial.
- Cuando  $x_{yi} > e_i$ , donde sólo  $\Omega_{i2}(t)$  tiene existencia espacial.
- Cuando  $x_{yi} < 0$ , donde sólo  $\Omega_{i1}(t)$  tiene existencia espacial.

En función a esto se obtiene:

$$E_{i1}^r(\vec{x}_i) = U(e_i - x_{yi}) \quad (2.46)$$

$$E_{i2}^r(\vec{x}_i) = U(x_{yi}) \quad (2.47)$$

La función de existencia temporal viene dada por:

$$T_{i1}^r(t) = U(t - t_{i1})U(t_{i+1} - t) \quad (2.48)$$

$$T_{i2}^r(t) = U(t - t_{i1})U(t_i - t) \quad (2.49)$$

donde al igual que en el caso anterior  $t_i$  y  $t_{i+1}$  son los tiempos a los extremos del segmento (ecuación 2.35) y  $t_{i1}$  viene dado por:

$$t_{i1} = t_i \hat{U}(x_{yi}) + t_{i+1} \hat{U}(e - x_{yi}) + \frac{\sqrt{x_{xi}^2 + x_{zi}^2}}{c} (U(x_{yi})U(e - x_{yi})) \quad (2.50)$$

El signo viene definido por una función similar a la utilizada para resolver el arco de circunferencia:

$$S_{i1}^r(\vec{x}_i, t) = k_i((U(\phi_i - pi/2)U^{sg}(\Omega_{i1}(t)\Omega_{i2}(t)) + U(\phi_i)\hat{U}(\phi_i - \pi/2)) - (\hat{U}(\phi_i + pi/2) + \hat{U}(\phi_i)U(\phi_i + \pi/2)U^{sg}(\Omega_{i1}(t)\Omega_{i2}(t)))) \quad (2.51)$$

$$S_{i2}^r(\vec{x}_i, t) = k_i((\hat{U}(\phi_i + pi/2)U^{sg}(\Omega_{i1}(t)\Omega_{i2}(t)) + \hat{U}(\phi_i)U(\phi_i + \pi/2)) - (U(\phi_i - pi/2) + U(\phi_i)\hat{U}(\phi_i - \pi/2)U^{sg}(\Omega_{i1}(t)\Omega_{i2}(t)))) \quad (2.52)$$

Sabiendo que por la transformación propuesta el interior del transductor siempre se sitúa sobre el plano  $X < 0$ :

$$k_i = U^{sg}(-x_{xi}) \quad (2.53)$$

■ **Funciones auxiliares** Las ecuaciones 2.17 y 2.18 incluyen un término  $N + 1$  en el sumatorio en  $i$ , bajo este término se incluyen dos situaciones que no son resueltas por las ecuaciones anteriores:

- Cuando la proyección del punto  $\vec{x}$  sobre el plano  $Z = 0$  esta dentro del transductor no existe intersección con la frontera. En este caso la función auxiliar suministra el ángulo de corte como:

$$\Omega_{(N+1)1}(t) = 2\pi \quad (2.54)$$

donde su existencia espacial y temporal viene dada por:

$$a_{(N+1)1}(t) = E_{(N+1)1}^a(\vec{x})T_{(N+1)1}^a(t) \quad (2.55)$$

$$T_{(N+1)1}^a(t) = U(t - t_0)U(t_{N+1} - t) \quad (2.56)$$

donde  $t_0 = x_z/c$  es el instante en que el frente de ondas incide sobre el transductor y el tiempo  $t_{N+1}$  es el instante en que se inicia la influencia de la frontera sobre el punto  $\vec{x}$ ; y la función de existencia,  $E_{(N+1)1}(\vec{x})$ , es distinta de cero si  $\vec{x}_o$  está en el interior del transductor. En el caso de transductores de perfil convexo esta condición se cumple si el punto  $\vec{x}_i$  es interior en todos los lados.

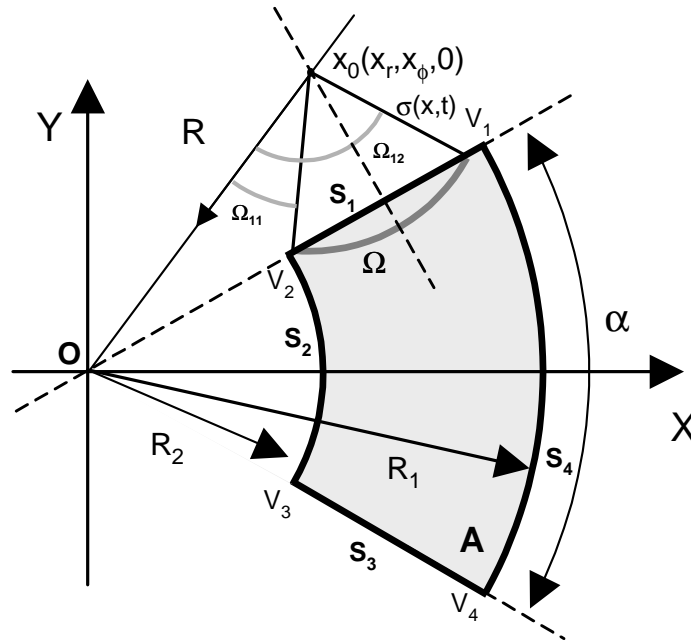
- Existen situaciones en que el ángulo medido sobre la referencia dada  $(\vec{x}_o, \vec{o})$  no proporciona el arco activo, sino el inverso con signo negativo. Esta situación se produce cuando alguno de los lados se sitúa en la dirección  $\pi$  del ERG, es decir respecto al punto  $\vec{o}$ . Esta situación es evitable escogiendo la posición del punto  $\vec{o}$  de forma adecuada. Sin embargo cuando esto no es posible, se pueden introducir las ecuaciones correspondientes a  $(\Omega_{(N+1)2}(t), a_{(N+1)2}(t))$  que solucionen esta situación, tal y como se vera en el caso del sector anular.

### 2.3.2 Respuesta al impulso del Sector Anular

El método anterior que calculaba de la respuesta al impulso por regiones en cada lado puede aplicarse fácilmente sobre la geometría del sector anular. Tomamos como modelo el elemento de la figura 2.8, donde el origen de referencias es el centro de las circunferencias que contiene los arcos del elemento y el elemento esta orientado en la dirección  $\phi = 0$ , existen algunas ventajas que simplifican el cálculo:

- El eje  $X$  actúa como eje de simetría, lo que reduce el estudio al semiplano  $Y > 0$ .
- El sistema de referencia de la figura coincide con el sistema de referencia local de los arcos, lo que evita aplicar las transformaciones geométricas de translación y rotación sobre estos lados.

Tomando además como eje de referencia global (ERG) a la recta que une al punto  $\vec{x}_o$  con el origen del sistema de referencia,  $\vec{o} = (0, 0, 0)$ , encontramos dos ventajas añadidas:



**Figura 2.8 :** Cálculo de la respuesta al impulso de un Sector Anular.

- En el caso de los arcos, los ángulos de intersección se calculan directamente sobre el Eje de Referencia Global. Los signos con que se combinan los ángulos  $\Omega_{ij}$  son constantes e independientes de la posición del punto  $\vec{x}$  ( $a_{ij}(\vec{x}, t) = a_{ij}$ ), dependiendo tan sólo de la posición del transductor respecto al arco.
- En el caso de los lados rectos, el eje de referencia global nunca corta al transductor, lo que mantiene constante el valor de los signos ( $a_{ij}(\vec{x}, t) = a_{ij}(\vec{x})$ ) en todo el intervalo de tiempo.

Siguiendo el sentido contrario de las agujas del reloj, el segmento anular puede ser definido por sus cuatro vértices:

$$V_1 = (R_1 \cos(\alpha/2), R_1 \sin(\alpha/2)) \quad (2.57)$$

$$V_2 = (R_2 \cos(\alpha/2), R_2 \sin(\alpha/2)) \quad (2.58)$$

$$V_3 = (R_2 \cos(-\alpha/2), R_2 \sin(-\alpha/2)) \quad (2.59)$$

$$V_4 = (R_1 \cos(-\alpha/2), R_1 \sin(-\alpha/2)) \quad (2.60)$$



donde  $R_1$  y  $R_2$  son los radios exterior e interior respectivamente,  $e = R_1 - R_2$  es la anchura del transductor, y  $\alpha$  el ángulo de apertura del elemento. Los lados quedan nombrados como  $S_i$  ( $i = 1, \dots, 4$ ), tal y como se indica en la figura 2.8.

Los tiempos que limitan los intervalos de existencia de los ángulos de intersección están determinados por los instantes en que el frente de ondas llega desde los vértices del transductor al punto de campo,  $t_i = |\vec{x} - \vec{V}_i|/c$ :

$$t_1 = \frac{\sqrt{x_r^2 + R_1^2 - 2R_1x_r \cos(x_\phi - \alpha/2) + x_z^2}}{c} \quad (2.61)$$

$$t_2 = \frac{\sqrt{x_r^2 + R_2^2 - 2R_2x_r \cos(x_\phi - \alpha/2) + x_z^2}}{c} \quad (2.62)$$

$$t_3 = \frac{\sqrt{x_r^2 + R_2^2 - 2R_2x_r \cos(x_\phi + \alpha/2) + x_z^2}}{c} \quad (2.63)$$

$$t_4 = \frac{\sqrt{x_r^2 + R_1^2 - 2R_1x_r \cos(x_\phi + \alpha/2) + x_z^2}}{c} \quad (2.64)$$

Las figuras 2.9 y 2.10 facilitan, para cada lado, la interpretación de las ecuaciones que siguen:

■ **Lado  $S_1$ .** Teniendo en cuenta cual es el sistema de referencia propuesto para los lados rectos, situaremos al vértice  $\vec{V}_1$  como origen del sistema de referencias y al punto  $\vec{V}_2$  sobre el eje  $Y$  tal y como se refleja en la figura 2.9. La operación de rotación-traslación queda entonces como:

$$M_1(\vec{x}) = \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi + \alpha}{2} & \sin \frac{\pi + \alpha}{2} \\ -\sin \frac{\pi + \alpha}{2} & \cos \frac{\pi + \alpha}{2} \end{bmatrix} (\vec{x} - \vec{V}_1) \quad (2.65)$$

Función a partir de la cual los puntos  $\vec{x}_o$  y  $\vec{o}$  son transformados en  $\vec{x}_1$  y  $\vec{o}_1$  respectivamente.

$$\vec{x}_1 = M_1(\vec{x}_o) = (x_{x1}, x_{y1})$$

$$\vec{o}_1 = M_1(\vec{o}) = (o_{x1}, o_{y1})$$

La figura 2.9(a) muestra cómo el ángulo de intersección  $\omega_1(t)$  se calcula fácilmente a partir de la recta horizontal que pasa por  $\vec{x}_1$ :

$$\omega_1(t) = \arccos \frac{-x_{x1}}{\sigma(t)} \quad (2.66)$$

El ángulo  $\phi_1$  que el ERG forma con la horizontal viene dado por:

$$\phi_1 = \text{signo}(o_{y1} - x_{y1}) \arccos \frac{o_{x1} - x_{x1}}{|\vec{o}_1 - \vec{x}_1|} \quad (2.67)$$

Lo que permite obtener los ángulos  $\Omega_{11}$  y  $\Omega_{12}$  que describen el arco activo como:

$$\Omega_{11}(t) = \omega_1(t) - \phi_1 \quad (2.68)$$

$$\Omega_{12}(t) = -\omega_1(t) - \phi_1 \quad (2.69)$$

Los coeficientes  $a_{1j}(\vec{x}_1, t)$ ,  $j = 1, 2$ , con que se combinan estos ángulos se obtienen de forma simplificada debido a que el punto  $\vec{o}_1$  se encuentra en el eje vertical y el ERG nunca es cruzado por las intersecciones.

- Las funciones  $\Omega_{1j}(t)$  se localizan siempre sobre un mismo semiplano angular, haciendo  $\Omega_{12}(t)\Omega_{11}(t) \geq 0$ , anulándose el segundo término de las ecuaciones 2.51.
- La función  $S_{11}(\vec{x}_1, t)$  esta limitada a la región  $\phi_1 > 0$ , y se anula en el resto (ecuaciones 2.51).
- Las funciones de signo no presentan variaciones con el tiempo al quedar la intersección con el eje vertical fuera de la existencia temporal de las funciones  $a_{1j}(\vec{x}_1, t)$ .

De todo ello se obtiene:

$$a_{11}(\vec{x}, t) = U^{sg}(-x_{x1})U(e - x_{y1})(U(t - t_{11})U(t_2 - t)) \quad (2.70)$$

$$a_{12}(\vec{x}, t) = -U^{sg}(-x_{x1})U(x_{y1})(U(t - t_{11})U(t_1 - t)) \quad (2.71)$$

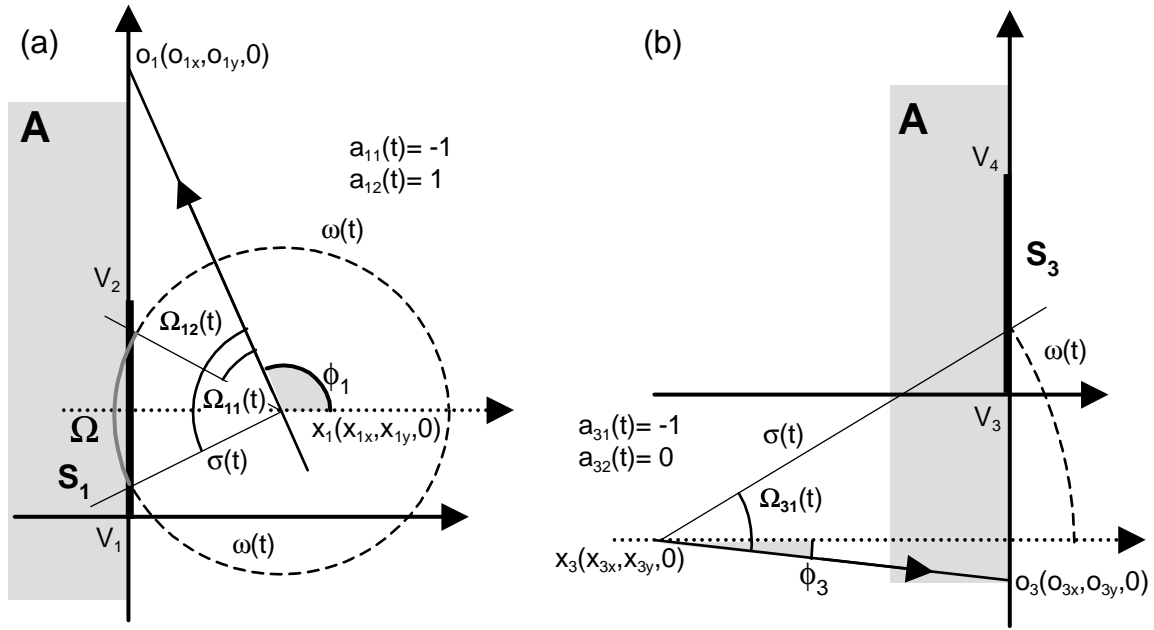


Figura 2.9 : Cálculo de ángulos de intersección sobre (a)  $S_1$ , (b)  $S_3$ .

donde  $t_{11}$  es el tiempo en que la onda esférica llega al lado  $S_1$ .

$$t_{11} = t_1 \hat{U}(x_{y1}) + t_2 \hat{U}(e - x_{y1}) + \frac{\sqrt{x_{x1}^2 + x_{z1}^2}}{c} U(x_{y1}) U(e - x_{y1} - e) \quad (2.72)$$

■ **Lado  $S_2$ .** El hecho de que el sistema de referencia general coincida con el utilizado en la solución normalizada simplifica gran parte de la formulación. Para este caso  $\phi_2 = 0$ , haciendo que los ángulos  $\Omega_{2j}$  coincidan en módulo pero se distribuyan en diferentes semiplanos angulares ( $\Omega_{12}(t)\Omega_{11}(t) < 0$ , en las ecuaciones 2.37).

Sobre esta solución resulta más sencillo emplear coordenadas cilíndricas, por lo que  $\vec{x}_2 = \vec{x}_o$  vendrá dado como  $(x_{r2}, x_{\phi2}) = (x_{ro}, x_{\phi o})$ . A partir de esto obtenemos:

$$\Omega_{21}(\vec{x}, t) = \arccos \frac{-R_2^2 + x_{ro}^2 + \sigma^2(\vec{x}, t)}{2x_{ro}\sigma(\vec{x}, t)} \quad (2.73)$$

$$\Omega_{22}(\vec{x}, t) = -\arccos \frac{-R_2^2 + x_{ro}^2 + \sigma^2(\vec{x}, t)}{2x_{ro}\sigma(\vec{x}, t)} \quad (2.74)$$

Los coeficientes con que se combinan estos ángulos, tomando en consideración la existencia del eje de simetría así como la posición del ERG, vienen dados por:

$$a_{21}(\vec{x}, t) = -(U(x_{\phi o} - (\pi - \frac{\alpha}{2})) + \hat{U}(x_{\phi o} - (\pi - \frac{\alpha}{2}))U(\frac{\alpha}{2} - x_{\phi o})) \\ (U(t - t_{21})U(t_{22} - t)) \quad (2.75)$$

$$a_{22}(\vec{x}, t) = -(U(t - t_{23})U(t_{24} - t)) \quad (2.76)$$

donde el signo es idéntico para ambos ángulos, ya que están en distintos semiplanos angulares y de signo negativo ya que el transductor se expande a partir de  $r > R_2$ . Los límites temporales de las funciones vienen dados por  $t_{2i}$ :

$$t_{21} = t_3 U(|x_{\phi o}| - \frac{\alpha}{2}) + \frac{\sqrt{(x_{ro} - R_2)^2 + x_z^2}}{c} \hat{U}(|x_{\phi o}| - \frac{\alpha}{2}) \quad (2.77)$$

$$t_{22} = t_2 \hat{U}(|x_{\phi o}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) + \frac{\sqrt{(x_{ro} + R_2)^2 + x_z^2}}{c} U(|x_{\phi o}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) \quad (2.78)$$

$$t_{23} = t_2 U(|x_{\phi o}| - \frac{\alpha}{2}) + \frac{\sqrt{(x_{ro} - R_2)^2 + x_z^2}}{c} \hat{U}(|x_{\phi o}| - \frac{\alpha}{2}) \quad (2.79)$$

$$t_{24} = t_3 \hat{U}(|x_{\phi o}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) + \frac{\sqrt{(x_{ro} + R_2)^2 + x_z^2}}{c} U(|x_{\phi o}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) \quad (2.80)$$

■ **Lado  $S_3$ .** El caso del lado  $S_3$  es muy similar a  $S_1$ , pero ahora el ángulo de rotación viene dado por  $(-\pi - \alpha)/2$  y el vector de translación por  $\vec{V}_3$ . La formulación puede ser seguida con la ayuda de la figura 2.10-b. Para este caso la matriz de rotación translación viene dada por:

$$M_3(\vec{x}) = \begin{bmatrix} \cos \frac{-\pi - \alpha}{2} & \sin \frac{-\pi - \alpha}{2} \\ -\sin \frac{-\pi - \alpha}{2} & \cos \frac{-\pi - \alpha}{2} \end{bmatrix} (\vec{x} - \vec{V}_3) \quad (2.81)$$

Las nuevas coordenadas de los vectores  $\vec{x}_o$  y  $\vec{o}$  se obtienen como  $\vec{x}_3$  y  $\vec{o}_3$ .

$$\vec{x}_3 = M_3(\vec{x}) = (x_{x3}, x_{y3}) \quad (2.82)$$

$$\vec{o}_3 = M_3(\vec{o}) = (x_{x0}, x_{y0}) \quad (2.83)$$

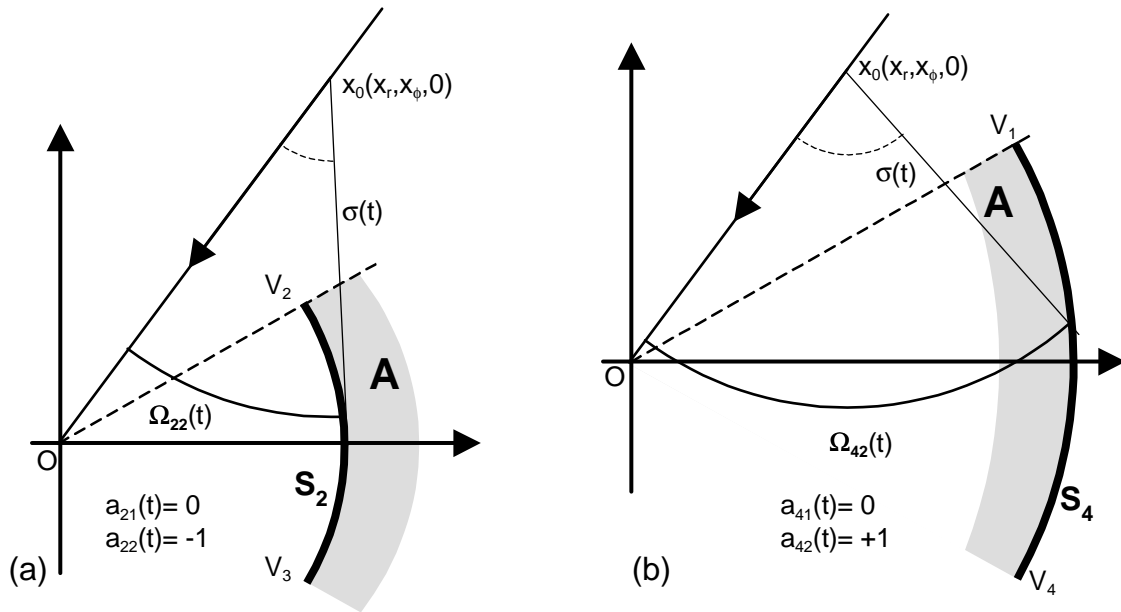


Figura 2.10 : Cálculo de ángulos de intersección sobre (a)  $S_2$ , (b)  $S_4$ .

Como en el caso de  $S_1$ , los ángulos de intersección vienen dados por la ecuación:

$$\omega_3(t) = \arccos \frac{-x_{x3}}{\sigma(t)} \quad (2.84)$$

Dado que el ángulo  $\phi_3$  en el nuevo sistema de referencia es:

$$\phi_3 = \text{signo}(o_{y3} - x_{y3}) \arccos \frac{o_{x3} - x_{x3}}{|\vec{o}_3 - \vec{x}_3|} \quad (2.85)$$

Los ángulos  $\Omega_{3j}(t)$  sobre el ERG son:

$$\Omega_{31}(\vec{x}, t) = \omega_3(t) - \phi_3 \quad (2.86)$$

$$\Omega_{32}(\vec{x}, t) = -\omega_3(t) - \phi_3 \quad (2.87)$$

Y los signos se establecen teniendo en cuenta condiciones parecidas a aquella consideradas para  $S_1$ . Donde ahora es la función  $S_{32}(\vec{x}_3, t)$  la que está limitada a  $\phi_3 < 0$  (ecuaciones 2.51)

anulándose en el resto.

$$a_{31}(\vec{x}, t) = U^{sg}(-x_{x3})U(e - x_{y3})(U(t - t_{31})U(t_4 - t)) \quad (2.88)$$

$$a_{32}(\vec{x}, t) = U(x_{y3})(U(t - t_{31})U(t_3 - t)) \quad (2.89)$$

donde  $t_{31}$  indica el punto más cercano desde  $S_3$  al punto  $\vec{x}$ :

$$t_{31} = t_3\hat{U}(x_{y3}) + t_4\hat{U}(e - x_{y3}) + \frac{\sqrt{x_{x3}^2 + x_z^2}}{c}(U(x_{y3})U(e - x_{y3})) \quad (2.90)$$

La figura 2.9-b muestra un ejemplo de cómo se calculan los ángulos de intersección sobre este lado. Ahora, como  $a_{32}(\vec{x}, t) = 0$  sólo  $\Omega_{31}(\vec{x}, t)$  tiene existencia espacial, y  $a_{31}(\vec{x}, t) = -1$ .

■ **Lado  $S_4$ .** La geometría del transductor facilita la coincidencia entre las expresiones del lado  $S_2$  y el lado  $S_4$ . Las diferencias entre ambos lados son relativas al radio ( $R_1$  en este caso) y a que el transductor se expande a partir del lado ( $r < R_1$ ). Usando coordenadas cilíndricas y teniendo en cuenta que  $x_{r4} = x_{ro}$  se obtiene:

$$\Omega_{41}(t) = \arccos \frac{-R_1^2 + x_{ro}^2 + \sigma^2(\vec{x}, t)}{2x_{ro}\sigma(t)} \quad (2.91)$$

$$\Omega_{42}(t) = -\arccos \frac{-R_1^2 + x_{ro}^2 + \sigma^2(\vec{x}, t)}{2x_{ro}\sigma(t)} \quad (2.92)$$

Al igual que en el caso de  $S_2$  los coeficientes  $a_{4j}$  utilizan las simplificaciones debidas al plano de simetría y al hecho de que  $\phi_4 = 0$ . Obtenemos entonces:

$$a_{41}(\vec{x}, t) = (U(x_{\phi o} - (\pi - \frac{\alpha}{2})) + \hat{U}(x_{\phi o} - (\pi - \frac{\alpha}{2})))U(\frac{\alpha}{2} - x_{\phi o}) \\ (U(t - t_{41})U(t_{42} - t)) \quad (2.93)$$

$$a_{42}(\vec{x}, t) = (U(t - t_{43})U(t_{44} - t)) \quad (2.94)$$

donde los intervalos de existencia  $t_{4i}$ ,  $i = 1, \dots, 4$ , se calculan a partir de las ecuaciones:

$$t_{41} = t_4 U(|x_{\phi o}| - \frac{\alpha}{2}) + \frac{\sqrt{(x_{ro}-R_1)^2+x_z^2}}{c} \hat{U}(|x_{\phi o}| - \frac{\alpha}{2}) \quad (2.95)$$

$$t_{42} = t_1 \hat{U}(|x_{\phi o}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) + \frac{\sqrt{(x_{ro}+R_1)^2+x_z^2}}{c} U(|x_{\phi o}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) \quad (2.96)$$

$$t_{43} = t_1 U(|x_{\phi o}| - \frac{\alpha}{2}) + \frac{\sqrt{(x_{ro}-R_1)^2+x_z^2}}{c} \hat{U}(|x_{\phi o}| - \frac{\alpha}{2}) \quad (2.97)$$

$$t_{44} = t_4 \hat{U}(|x_{\phi o}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) + \frac{\sqrt{(x_{ro}+R_1)^2+x_z^2}}{c} U(|x_{\phi o}| - (\pi - \frac{\alpha}{2})) \quad (2.98)$$

En la figura 2.10(b) se muestra un ejemplo de cómo se calculan estos ángulos. Aquí tan sólo el ángulo  $\Omega_{42}(t)$  tiene existencia espacial.

■ **Funciones auxiliares** Existen dos casos en los que se necesitan funciones auxiliares

- Cuando el punto  $\vec{x}_o$  esta localizado en el interior del transductor ( $R_2 < x_{ro} < R_1$  y  $|x_{\phi o}| < \alpha/2$ ). Entonces, existe un lapso de tiempo donde la intersección se produce sobre la superficie del transductor y no sobre la frontera.
- Cuando  $x_{ro} < R_B$  y  $|x_{\phi o}| < \alpha/2$ . En este caso la solución proporcionada por la suma de los resultados de los cuatro lados es  $(\Omega(\vec{x}, t) - 2\pi)$  en vez del valor real del arco activo.

Estas dos circunstancias pueden ser resueltas si se añade  $2\pi$  a partir de las funciones auxiliares.

Entonces:

$$\Omega_{51}(t) = 2\pi \quad (2.99)$$

$$\Omega_{52}(t) = 2\pi \quad (2.100)$$

Dando, los coeficientes de combinación la existencia temporal y espacial.

$$a_{51}(\vec{x}, t) = U\left(\frac{\alpha}{2} - x_{\phi o}\right)U(R_2 - x_{r o}) \\ U\left(t - \frac{\sqrt{(x_{r o} - R_2)^2 + x_z^2}}{c}\right)U\left(\frac{\sqrt{(x_{r o} - R_1)^2 + x_z^2}}{c} - t\right) \quad (2.101)$$

$$a_{52}(\vec{x}, t) = U\left(\frac{\alpha}{2} - x_{\phi o}\right)U(x_{r o} - R_2)U(R_1 - x_{r o}) \\ U\left(t - \frac{x_z}{c}\right)U\left(\frac{\sqrt{(x_{r o} - R_1)^2 + x_z^2}}{c} - t\right) \quad (2.102)$$

- **Puntos de singularidad** Debido a que el punto  $\vec{o}$  se ha escogido sobre el origen del sistema de referencias, la solución descrita para el sector anular presenta una singularidad cuando se evalúan puntos situados sobre el eje  $Z$ . Para evitar esta singularidad se hace uso de las características geométricas del problema, de donde se obtiene que:

$$\Omega(\vec{x}, t) = \alpha U\left(t - \frac{\sqrt{R_2^2 + x_z^2}}{c}\right)U\left(\frac{\sqrt{R_1^2 + x_z^2}}{c} - t\right), \quad \text{si } \vec{x} = (0, 0, x_z) \quad (2.103)$$

### 2.3.3 Un ejemplo de cálculo de la respuesta al impulso

En la figura 2.11 se presenta como ejemplo la respuesta al impulso de un transductor con dimensiones  $R_1=5\text{mm}$ ,  $R_2=4\text{mm}$  ( $e=1\text{mm}$ ), y  $\alpha = 30^\circ$ . La respuesta al impulso ha sido calculada para el punto  $\vec{x}(x_r = 5.5\text{mm}, x_\phi = 10^\circ, x_z = 10\text{mm})$ , situado dentro del sector circular que contiene al transductor. En la parte superior se muestra la evolución de los arcos activos a lo largo del tiempo. En particular se han dibujado aquellos instantes en que se producen discontinuidades en la respuesta al impulso. Estos instantes son el comienzo y el final del intervalo de existencia de los ángulos  $\Omega_{ij}$ , dados por los coeficientes  $a_{ij}$ .

En la figura 2.11 inferior pueden observarse 6 puntos de discontinuidad de segundo orden. Cuatro de ellos, los debidos a los vértices  $V_i$ , son de baja amplitud. Sin embargo las dos discontinuidades debidas a los instantes  $t_{41}$  y  $t_{21}$ , producidos cuando el arco activo llega a las curvas  $S_4$  y  $S_2$  respectivamente, son de gran amplitud y producen sobre la onda de presión los correspondientes impulso de réplica.



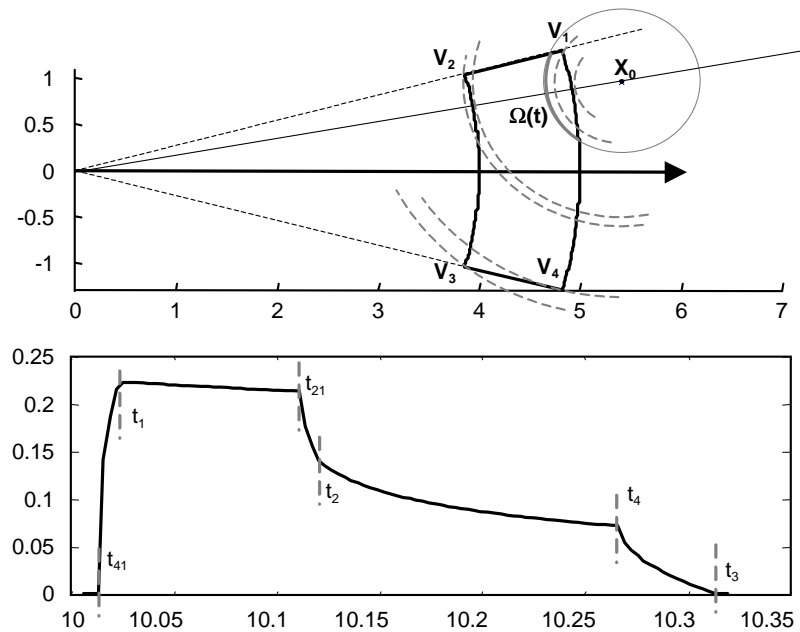


Figura 2.11 : Ejemplo de cálculo de la respuesta al impulso sobre el sector anular.

## 2.4 Comparación entre el sector anular y el elemento rectangular

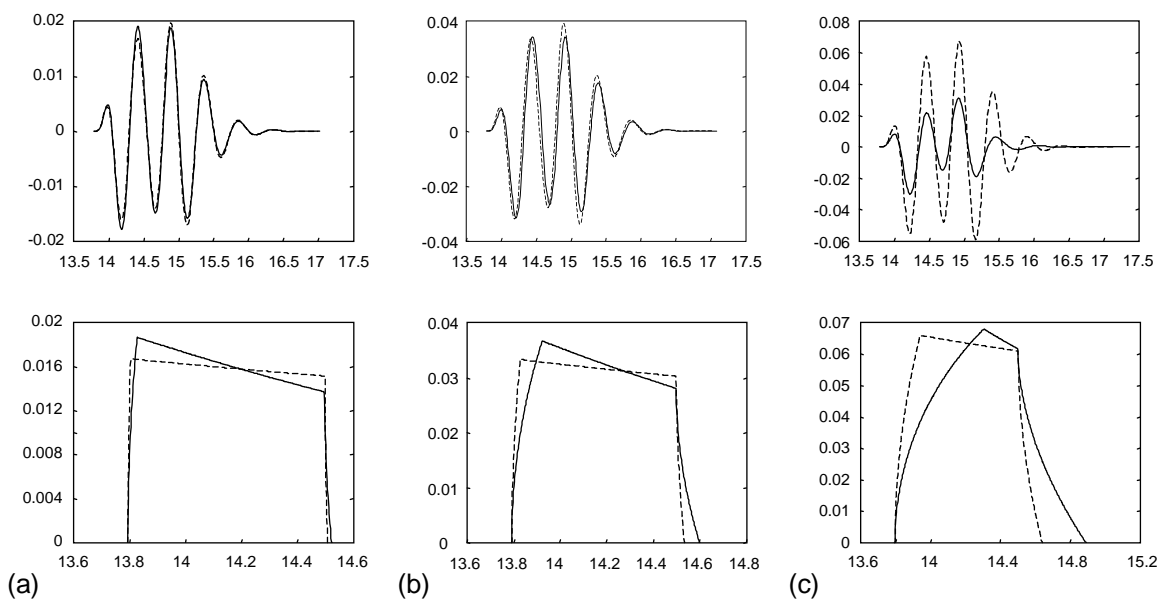
La regularidad geométrica que presentan los transductores rectangulares facilita el desarrollo de gran número de herramientas que permiten simular de forma aproximada la forma del campo acústico, tanto para campo lejano como para campo cercano. Las irregularidades que presenta el sector anular dificultan la obtención de modelos simplificados de cálculo para este transductor. Sin embargo, cuando ambos transductores tienen dimensiones equivalentes entre sí, es posible encontrar similitudes entre ellos que permitan adaptar los modelos aproximados del transductor rectangular al sector anular.

Se ha realizado la comparación de la respuesta al impulso y de la onda de presión que producen ambos tipos de aperturas cuando tienen dimensiones equivalentes, es decir, el mismo área y la misma relación de aspecto ( $R_A$ ).

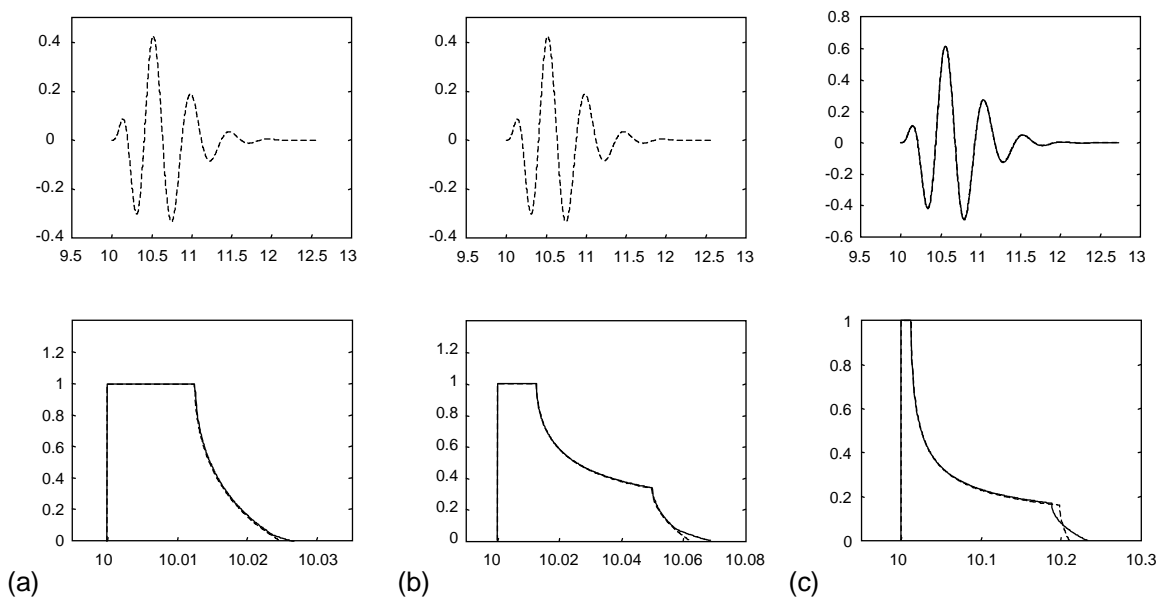
$$R_A = \begin{cases} \frac{w_y}{w_x} & \text{Transductor rectangular} \\ \frac{(R_2 + R_1)\alpha}{2(R_1 - R_2)} & \text{Transductor sector anular} \end{cases} \quad (2.104)$$

donde  $w_y$  es la altura y  $w_x$  es la anchura. Para ello se han tomado tres puntos distintos en coordenadas cilíndricas  $((10, \pi, 10), (0, 0, 10)$  y  $(10, 0, 10))$  sobre el eje  $X$ , y se han evaluado ambos transductores para tres relaciones de aspecto diferentes  $R_A = \{1, 2, 4\}$ , fijando  $w_x = 1mm$  y  $R_2 = 4mm$ ,  $R_1 = 5mm$  y variando los valores de  $w_y$  y  $\alpha$ .

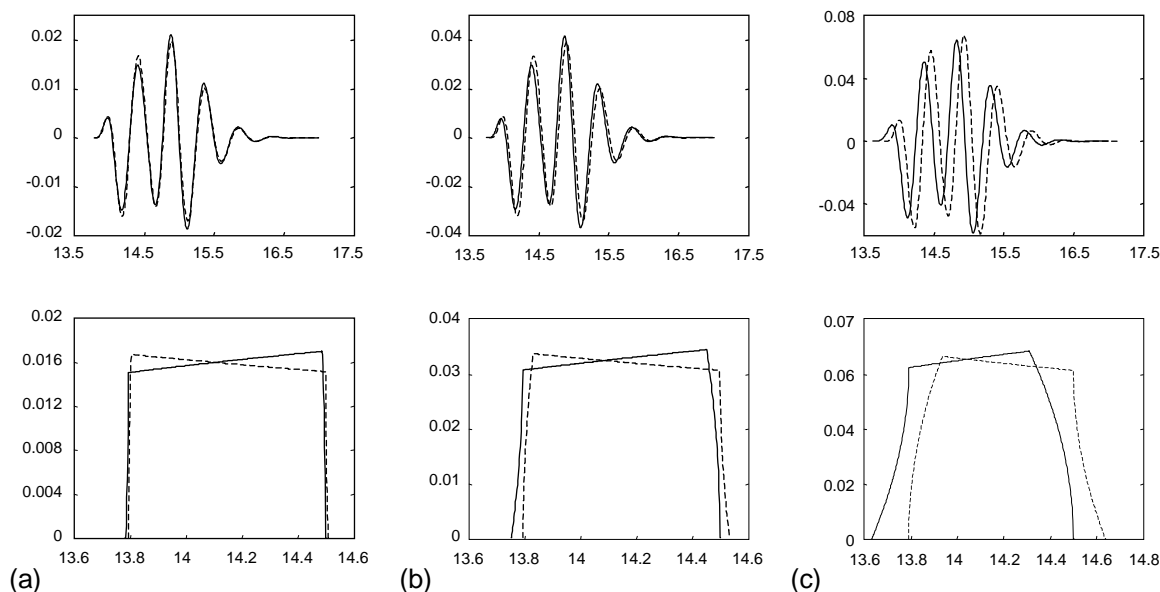
- Los resultados para puntos de campo cuya proyección cae fuera del transductor en su zona convexa (semieje  $X > 0$ ) se presentan en la figura 2.12. Cuando la relación de aspecto es cercana a la unidad la forma de la respuesta al impulso es muy similar para ambas aperturas, mostrando pequeñas diferencias en la amplitud del escalón de sus discontinuidades primera y última, aunque los instantes en que se producen son coincidentes. Conforme la  $R_A$  crece (para  $R_A = 2$  y  $R_A = 4$ ) las discontinuidades inicial y final son más prolongadas y más suaves para el sector anular, esto es debido a que el lado curvo de la apertura alarga la respuesta al impulso suavizándola. Esto provoca que el campo de presiones del transductor rectangular sea mayor que el del sector anular conforme aumentas la relación de aspecto (un 4%, un 13% y un 55% para  $R_A = 1, 2$  y  $4$  respectivamente).
- Los valores para el punto  $(0, 0, 10)$ , sobre el transductor, se presentan en la figura 2.13. Las respuestas al impulso son muy similares para todos los valores de la relación de aspecto. Las diferencias se presentan en las dos discontinuidades finales, que sobre el sector anular se hacen más suaves y alargan la respuesta al impulso. Sin embargo, estas diferencias no son excesivamente significativas por lo que los valores de presión son prácticamente iguales para ambos transductores.
- Los valores de campo para el punto  $(10, \pi, 10)$  cuya proyección está fuera del transductor y en sentido cóncavo, se presentan en la figura 2.14. Sobre esta posición, debido a la curvatura, la respuesta al impulso del sector anular se adelanta a la del rectángulo, más cuanto mayor es la relación de aspecto. Como en los punto situados sobre  $X > 0$  (figura 2.12) la curvatura suaviza la forma de la respuesta al impulso, aunque la posición relativa del transductor hace que esta vez sea en menor grado. Debido a esto las



**Figura 2.12 :** Pulso de presión (arriba) y respuesta al impulso (abajo) en el punto  $(10, 0, 10)$ , con las relaciones de aspecto  $R_A = \{1, 2, 4\}$  (de izquierda a derecha). Línea continua: sector anular; línea discontinua: rectángulo.



**Figura 2.13 :** Curva de presión en el tiempo (arriba) y respuesta al impulso (abajo) para el punto  $(0, 0, 10)$ , con las relaciones de aspecto  $R_A = \{1, 2, 4\}$  (de izquierda a derecha). Línea continua: sector anular; línea discontinua: rectángulo.

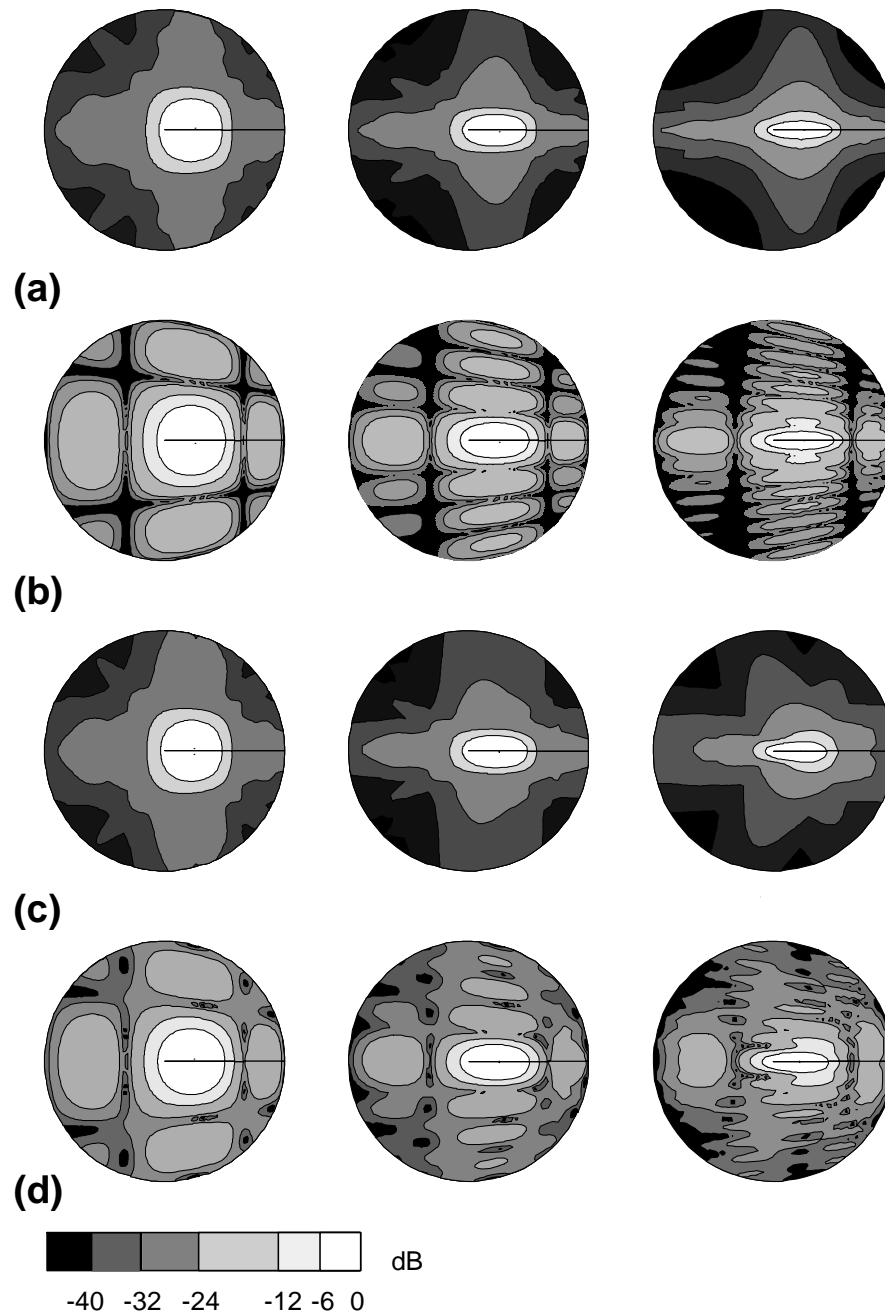


**Figura 2.14 :** Curva de presión en el tiempo (arriba) y respuesta al impulso (abajo) para el punto  $(10, \pi, 10)$ , con las relaciones de aspecto  $AR = \{1, 2, 4\}$  (de izquierda a derecha).

diferencias en la onda de presión no son tan altas como en el caso anterior situando la presión en el sector anular entre el 6% por encima de la producida por el rectángulo para  $R_A = 1$ , y el 5% por debajo de la producida por el rectángulo para  $R_A = 4$ .

La figura 2.15 presenta un mapa del nivel de presión (en dB) para una semiesfera de radio  $20mm$ , variando la inclinación  $x_\theta$  entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  y el acimut  $x_\phi$  entre  $0^\circ$  y  $360^\circ$ . Calculado el campo de presiones producido por ambos transductores para excitaciones de banda ancha y de banda estrecha. Se pueden comprobar las similitudes que existen en el campo producido por ambos transductores en función de su factor de forma.

- Para una relación de aspecto cercana a la unidad ambas distribuciones muestran valores muy semejantes, donde la mayor diferencia es la mayor caída en los ceros del campo producido por el transductor rectangular en banda estrecha. La forma del campo en banda ancha tan sólo muestra una ligera desviación de los lóbulos que se propagan sobre el eje  $Y$  a  $-32dB$ .



**Figura 2.15 :** Campo de presiones para una semiesfera ( $x=20mm$ ,  $x_\theta = -90^\circ : 90^\circ$ ). El campo ha sido calculado en banda ancha (a,c) y en banda estrecha (b,d), para transductores rectangulares (a,b) y sectores de anillo (c,d). Relación de aspecto de izquierda a derecha 1,2 y 4.

- Para  $R_A = 2$  la resolución del haz aumenta en la dirección de  $Y$ . En banda ancha, las diferencias entre ambos transductores no se muestran hasta el corte de  $-32dB$ , donde en el caso del sector anular se incrementa el grosor de los lóbulos orientados en la dirección del eje  $Y$ . En banda estrecha el patrón de distribución de los lóbulos que sigue el campo para el transductor rectangular se deforma visiblemente, a partir de  $-24dB$ , sobre el sector anular. Reduciendo la anchura de sus lóbulos en este nivel pero incrementando el área de niveles más bajos hasta  $-32dB$ .
- Para  $R_A = 4$ , aparecen mayores diferencias en el campo producido por ambos transductores. A pesar de que se mantiene la resolución del haz a  $-6dB$ , el sector anular presenta en banda estrecha un patrón de lóbulos secundarios más irregular y con un nivel medio de intensidad más alto que el presentado por el transductor rectangular. En banda ancha el sector anular divide sus lóbulos en la dirección  $Y$  en dos, como consecuencia de la acción de las fronteras rectas  $S_1$  y  $S_3$ .

De los resultados obtenidos se puede deducir que los campos de presiones producidos por el sector anular y el rectángulo se asemejan más cuanto más se acerca a la unidad la relación de aspecto de los elementos. Este resultado permitirá en el próximo capítulo, plantear una aproximación para el cálculo de arrays de anillos segmentados que reduce el coste de computación, introduciendo por otro lado pequeños errores en los valores de campo.

---

## Capítulo 3

---

---

# Métodos de cálculo del campo de presiones para un array de anillos segmentados

---

### 3.1 Introducción

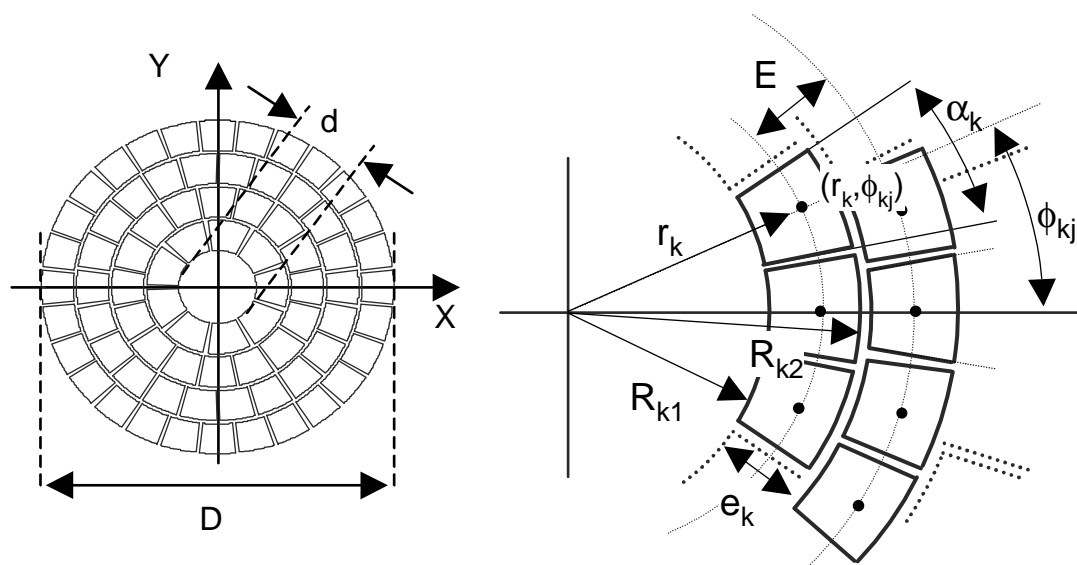
---

En este capítulo se proponen y evalúan de forma comparativa distintos métodos de cálculo del campo de presiones de un AAS. Los algoritmos de cálculo incluyen el método exacto, que se basa en las deducciones del capítulo anterior respecto al elemento, y en otras aproximaciones que permiten reducir el tiempo de cálculo de forma considerable, a costa de introducir errores en la computación. El problema del tiempo de cálculo es especialmente importante en el caso de arrays bidimensionales compuestos por centenares (o miles) de elementos que han de ser caracterizados en el espacio tridimensional. Veamos el problema con un ejemplo: computar el campo de un array de trescientos elementos según la formulación exacta toma alrededor de 3

segundos por punto en un ordenador Pentium-II (350Mhz); por tanto, computar la superficie de un casquete esférico con resoluciones de un grado en elevación y dos grados en acimut supone calcular 16.200 puntos, es decir 13,5 horas de cálculo. Dado que el problema de diseño conlleva un importante número de simulaciones, resulta muy importante encontrar vías para reducir el coste computacional.

En base a estos razonamientos, en este capítulo se plantea el cálculo del campo de un AAS basado en los algoritmos exactos propuestos en el capítulo segundo de esta tesis, y se realiza un análisis de precisión *versus* tiempo de computación en función de la resolución del muestreo temporal tomada en los cálculos, en la línea de otros estudios realizados para el array lineal [Cro97]. Posteriormente se plantea y analizan varias aproximaciones para reducir el tiempo de computación. La más sencilla (y a la vez más frecuentemente empleada) consiste en obviar la geometría de los elementos del array y sustituirlos por puntos vibrantes. Esta aproximación basada en elementos puntuales (bien conocida en electromagnetismo [Bal82] como Factor de Array) permite describir diferentes aspectos del campo (p.e. lóbulos de rejilla) especialmente en el campo lejano y para excitaciones de banda estrecha. En cambio, el Factor de Array produce errores que hacen necesario investigar otros métodos de cálculo con reducida computación. El método más sencillo consiste en aprovechar que los puntos de interés se encuentran en la distancia de campo lejano del elemento y sustituir la respuesta exacta de éste por su aproximación de campo lejano. Esta técnica, por otro lado, ha sido muy usada con otras aperturas (p.e. arrays lineales [Mac76, Nor76, Due81, Kin87] o arrays cuadrados [Tur91, Smi91, Dav94]). Ahora bien, hasta el momento no se conoce una expresión sencilla del campo lejano de un segmento de anillo, ni tampoco es fácil de obtener. Sin embargo, basándonos en los resultados comparativos del capítulo anterior, hemos visto que cuando la relación de aspecto de los elementos no es muy alta la geometría real del elemento puede ser substituida por un rectángulo equivalente (que mantiene igual su área, relación de aspecto, posición del centro y orientación). En base a esta simplificación se proponen varios métodos de cálculo y se evalúan los errores de computación cometidos en relación al algoritmo exacto para tres geometrías distintas del array y para varios cortes laterales en elevación, donde se varía





**Figura 3.1 :** Configuración geométrica de un Array de Anillos Segmentados.

la profundidad del corte, el ángulo de deflexión del haz ultrasónico. Finalmente se plantean conclusiones al respecto.

### 3.1.1 Parámetros de diseño de un array de anillos segmentados

Un Array de Anillos Segmentados (AAS) está formado por un conjunto de anillos concéntricos cada uno de los cuales está dividido en una serie de elementos a los que denominamos Segmentos Anulares (SA) (su geometría se muestra en la figura 3.1). Variando los parámetros de diseño de este tipo de arrays, se puede modificar el campo acústico y, en consecuencia, la calidad de la imagen ultrasónica. A continuación se describen algunos de estos parámetros:

- Frecuencia,  $f_c$ , y ancho de banda,  $B$ , de la señal de excitación del array. Ambos parámetros definen a partir de la resolución esperada, teniendo en cuenta la atenuación del medio.
- Diámetro exterior del array,  $D$ , que junto a la frecuencia del transductor determina la

resolución lateral del sistema.

- Diámetro interior,  $d$ , que determina un hueco no activo en el centro del array. Generalmente no supone más del 10% de la superficie emisora, por lo que no contribuye de forma significativa al campo producido por el array.
- Distancia entre anillos,  $E_k$ . Valor que puede ser fijo, manteniendo una distribución regular de anillos sobre la apertura, o variable lo que permite diseñar aperturas específicas (p.e. tipo Fresnel).
- Separación angular entre elementos,  $\phi_k$ , parámetro que se supone constante en cada anillo  $k$ , a partir del cual se obtiene el número de elementos por anillo  $N_k$  como:

$$N_k = \frac{2\pi}{\phi_k} \quad (3.1)$$

Si  $\phi_k$  es definido igual y constante para todos los anillos, el número de elementos por anillo,  $N_k$ , se mantendrá constante dando lugar a una configuración que llamaremos *Apertura Regular* (AR), donde las dimensiones de los elementos crecen conforme a la distancia al centro del array (apertura A3 de la figura 3.2). En cambio, llamaremos *Aperturas No Regulares* (ANR) a aquellas en que  $\phi_k$  varía para cada anillo. Sobre este tipo de aperturas es posible aplicar reglas de diseño que posibilitan un mayor control sobre el campo ultrasónico emitido. El número total de elementos que componen una apertura viene dado por:

$$N = \sum_{k=1}^K N_k = \sum_{k=1}^K \frac{2\pi}{\phi_k} \quad (3.2)$$

- Desfase entre anillos,  $\Delta\phi_k$ , este parámetro permite aumentar la diversidad en la distribución espacial de elementos. Este parámetro introduce un término de desplazamiento angular distinto sobre cada anillo que permite romper la regularidad de la distribución.
- Anchura radial de los elementos,  $e_k$ , que puede ser igual o menor que  $E_k$  en función del

hueco de separación entre los elementos en la dirección radial.

- Anchura angular de los elementos,  $\alpha_k$ , que puede ser menor o igual que  $\phi_k$ , en función del hueco entre elementos en la dirección angular.

De estos parámetros pueden deducirse otros, tales como:

- Número de anillos,  $K$ , que viene fijado a partir de:  $D$ ,  $d$  y  $E_k$ .
- La posición central de los elementos,  $(r_k, \phi_{kj})$ , que se obtienen a partir de las expresiones:

$$r_k = \frac{d}{2} + \frac{E_1}{2} + (k-1)E_k \quad (3.3)$$

$$\phi_{kj} = j\phi_k + \Delta\phi_k \quad (3.4)$$

donde  $k = 1, \dots, K$  es el orden del anillo en el array y  $j = 0, \dots, N_k - 1$  es el orden del elemento en el anillo.

- Radio inferior del elemento,  $R_{1k}$ , que viene dado por:

$$R_{1k} = \frac{d}{2} + (k-1)E_k \quad (3.5)$$

Donde  $k = 1, \dots, K$ .

- Radio exterior del elemento,  $R_{2k}$ , que viene dado por:

$$R_{2k} = R_{1k} + e_k \quad (3.6)$$

Donde  $k = 1, \dots, K$ .

Todos estos parámetros hacen del diseño de un array de anillos segmentados un problema complejo en el que intervienen muchas variables. En nuestro caso limitaremos las posibilidades de variación de la apertura fijando algunos parámetros que tienen poca influencia en la mejora de la imagen acústica, de forma que se considerara que:

- Todos los anillos tendrán la misma anchura y el hueco entre anillos se considera idealmente nulo:  $\alpha_k = \phi_k$ ,  $e_k = E_k = E$ .
- Todos los elementos de un anillo son iguales entre sí.
- En el caso de aperturas no regulares se consideran tan sólo aquellas que todos sus elementos tienen la misma relación de aspecto ( $R_A$ ), entendiendo como tal la relación entre la longitud media del elemento y su anchura. De tal forma que si se considera un array con un área global determinada, maximizar el área activa de cada elemento supone minimizar el número de canales a controlar, y por tanto los recursos electrónicos.

En este sentido, el diseño de las aperturas ANR se basa en maximizar el área  $A_E$  de cada elemento, la cual se puede expresar en función de la longitud de onda y de la relación de aspecto:

$$A_E = \frac{e}{\lambda} \sqrt{R_A} \quad (3.7)$$

donde  $e = e_k$ . El número de elementos de un ANR viene dado por:

$$N = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4e^2 A_E} \quad (3.8)$$

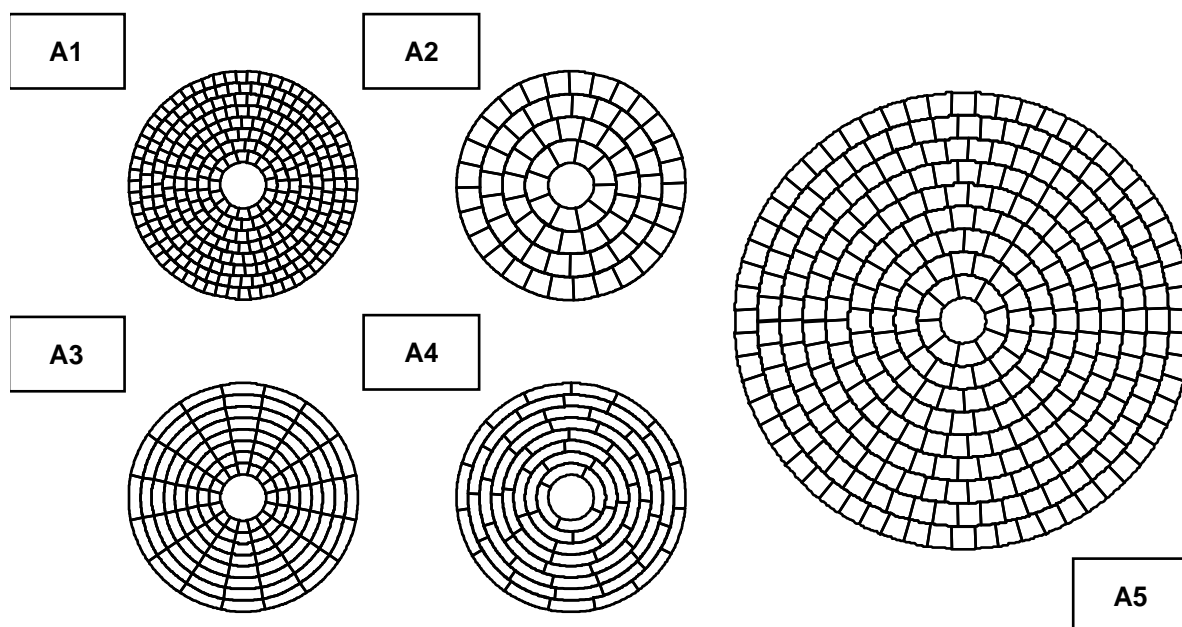
donde se han tenido en cuenta las restricciones de diseño antes citadas.

En las simulaciones de este capítulo, y a lo largo de la tesis, se trabajará fundamentalmente sobre cinco aperturas diferentes: cuatro no regulares (A1, A2, A4 y A5) y una regular (A3); cuyos parámetros quedan especificados en la figura 3.2.

### 3.1.2 Representación de resultados de campo ultrasónico

Para mostrar los resultados del campo ultrasónico se han tomado cinco diferentes modos de representación, expuestos en la figura 3.3. Definido el espacio en coordenadas esféricas,  $(x_r, x_\theta, x_\phi)$ <sup>1</sup> y localizando el array sobre el plano  $x_\theta = 90^\circ$  centrado en  $x_r = 0$ , distinguimos

<sup>1</sup>Consideraremos las coordenadas angulares en grados y las distancias en milímetros.



		$D$	$d$	$E_k = e_k$	$N$	$K$	$R_A$	$N_k$
ANR	A1	$20\lambda$	$4\lambda$	$\lambda$	302	8	1	16 22 28 35 41 47 53 60
	A2	$20\lambda$	$4\lambda$	$2\lambda$	75	4	1	9 16 22 28
	A4	$20\lambda$	$4\lambda$	$\lambda$	75	8	4	4 5 7 9 10 12 13 15
	A5	$40\lambda$	$4\lambda$	$2\lambda$	311	8	1	9 15 22 27 35 42 48 53 60
AR	A3	$20\lambda$	$4\lambda$	$\lambda$	128	8	-	16 16 16 16 16 16 16 16

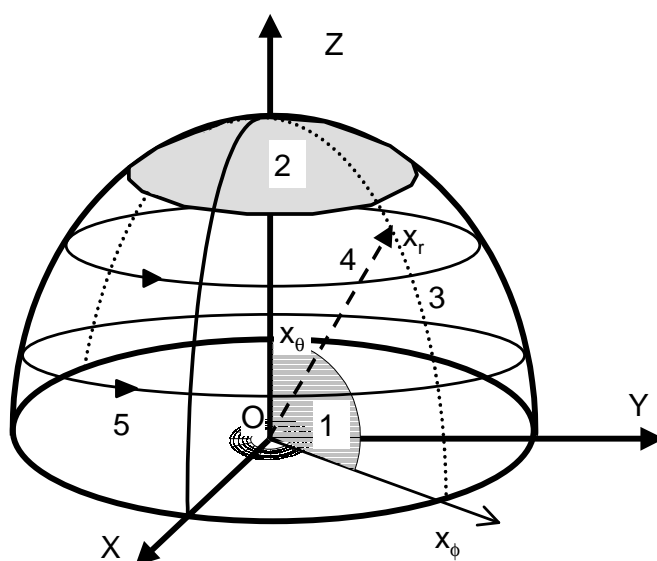
**Figura 3.2 :** Descripción de las aperturas A1, A2, A3, A4 y A5 utilizadas a lo largo de la tesis.

dos tipos de planos y tres tipos de cortes para describir el campo:

**Clase B o plano axial en elevación de campo:** representa en intensidad de grises los valores amplitud de campo según las coordenadas de profundidad y de elevación sobre una dirección de acimut fija (plano 1 en la figura 3.3).

**Clase C o representación esférica del campo:** representa en intensidad de grises los valores amplitud de campo según las coordenadas de elevación y de acimut para una distancia  $x_r$  fija. Los valores de amplitud se distribuyen por un semicasquete esférico cuyo radio viene dado por la profundidad (plano 2 en la figura 3.3). Para facilitar la visualización de los resultados, éstos se proyectan sobre el plano.

**Corte o perfil lateral en elevación:** representa los valores del campo en elevación, fijada la



**Figura 3.3 :** Geometría de los resultados presentados.

profundidad y la dirección de acimut (curva 3 en la figura 3.3).

**Corte en profundidad o perfil axial:** Representa los valores del campo en profundidad fijada las direcciones de elevación y acimut (eje 4 en la figura 3.3).

**Corte de máximos en acimut** Representa en una curva los valores del campo en elevación para una profundidad fija y tomando para cada elevación el valor correspondiente a la coordenada de acimut con mayor amplitud de campo (máximos de cada curva 5 de la figura 3.3).

## 3.2 Cálculo exacto del campo acústico producido por un AAS.

Supongamos un array de anillos segmentados que cumple todas las hipótesis de diseño especificadas en el apartado 3.1.1, donde los  $N$  elementos que componen la apertura se comportan como un pistón (*baffle rígido*) y donde todos emiten pulsos de la misma forma. Aplicando la teoría de superposición de los sistemas lineales [Ste76], la respuesta al impulso

de un AAS formado por  $N$  elementos se obtiene sumando las respuestas al impulso de los diferentes elementos que lo componen:

$$h_t(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N a_i h_i(\vec{x} - \vec{x}_i, t - T_i) \quad (3.9)$$

donde  $h_i(\vec{x}_i, t)$  indica la respuesta al impulso del elemento  $i$  para el punto de campo  $\vec{x}$ , y  $\vec{x}_i$  es el centro del elemento,  $\vec{x}_i = (r_i, \phi_i) = (r_k, \phi_{kj})$ , donde  $j = 1, \dots, N_k$  y  $k = 1, \dots, K$  (ver figura 3.1). El haz ultrasónico se modifica controlando electrónicamente los valores de apodización de la apertura,  $a_i$ , que modulan la amplitud y los retardos de focalización,  $T_i$ , que modifican la fase de los pulsos ultrasónicos. Para el resto de la tesis consideramos que la apertura tiene una apodización plana ( $a_i = 1 \quad \forall i$ ) y que los retardos de focalización esférica para un foco  $\vec{x}^F$  vienen dados por  $T_i = cte - |\vec{x}_i - \vec{x}^F|/c$ .

A partir de la respuesta al impulso del array el campo de presiones ultrasónico se calcula como:

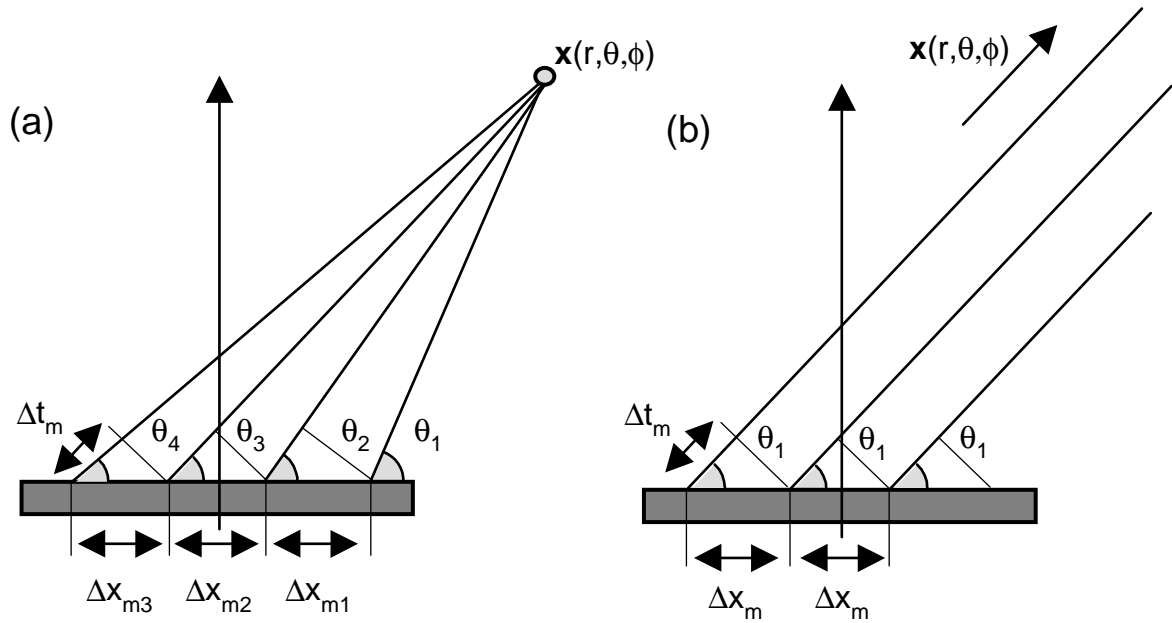
$$P(\vec{x}, t) = \rho_o \frac{\partial v(t)}{\partial t} * h_t(\vec{x}, t) \quad (3.10)$$

donde  $v(t)$  es el pulso de excitación del array, común para todos los elementos, que puede ser de banda ancha o de onda continua.

### 3.2.1 Frecuencia de muestreo versus error de computación

Un aspecto crítico en el cálculo campo ultrasónico es la elección de la frecuencia de muestreo  $f_m$ . Mientras que la onda de excitación tiene unos márgenes frecuenciales bien conocidos, el espectro de la respuesta al impulso, cuya forma temporal depende del punto  $\vec{x}$  considerado, es muy variable y presenta componentes importantes a muy altas frecuencias. Cabe suponer a partir de aquí que la frecuencia de muestreo más adecuada dependerá del punto  $\vec{x}$  considerado.

La respuesta al impulso se obtiene a partir de un muestreo temporal que se corresponde con un muestreo espacial de la apertura. Si consideramos la propagación esférica de las ondas se puede comprobar (figura 3.4(a)) que para puntos situados en campo cercano no existe una



**Figura 3.4 :** (a) relación entre el muestreo temporal y el espacial en campo cercano. (b) relación entre el muestreo temporal y el espacial en campo lejano.

correspondencia lineal entre la frecuencia de muestreo temporal  $f_t$ , y la frecuencia de muestreo espacial de la apertura,  $f_x$ . Esta relación se establece a partir de la ecuación:

$$\Delta x = \frac{c\Delta t}{\cos \theta_n} \quad (3.11)$$

donde  $\Delta x$  y  $\Delta t$  son las resoluciones de muestreo que se corresponden con la frecuencia de muestreo espacial y temporal,  $f_x = 1/\Delta x$  y  $f_t = 1/\Delta t$  respectivamente. Por otro lado  $\theta_n$  es el ángulo de inclinación con que las ondas esféricas de la apertura llegan al punto  $\vec{x}$ , que viene dado por la expresión:

$$\theta_n = \arcsin \frac{x_r \cos \theta}{(t_o + n\Delta t)c} \quad (3.12)$$

donde  $t_o$  es el primer instante en que el frente de ondas incide sobre el punto  $\vec{x}$ . De estas ecuaciones se desprende que para puntos situados dentro de la proyección de la apertura existe una singularidad ( $\theta_n = 90^\circ$ ) que obligan a usar altas frecuencias de muestreo para la computación del campo en esa zona.



En condiciones de campo lejano, cuando el punto  $\vec{x}$  se encuentra fuera del eje  $Z$  (figura 3.4-b), se puede considerar que el ángulo  $\theta_n$  es constante. Esta suposición permite linealizar la relación entre el muestreo espacial y el muestreo temporal, manteniendo una dependencia respecto al ángulo de elevación del punto  $\vec{x}$ ,  $\theta_n = x_\theta$ :

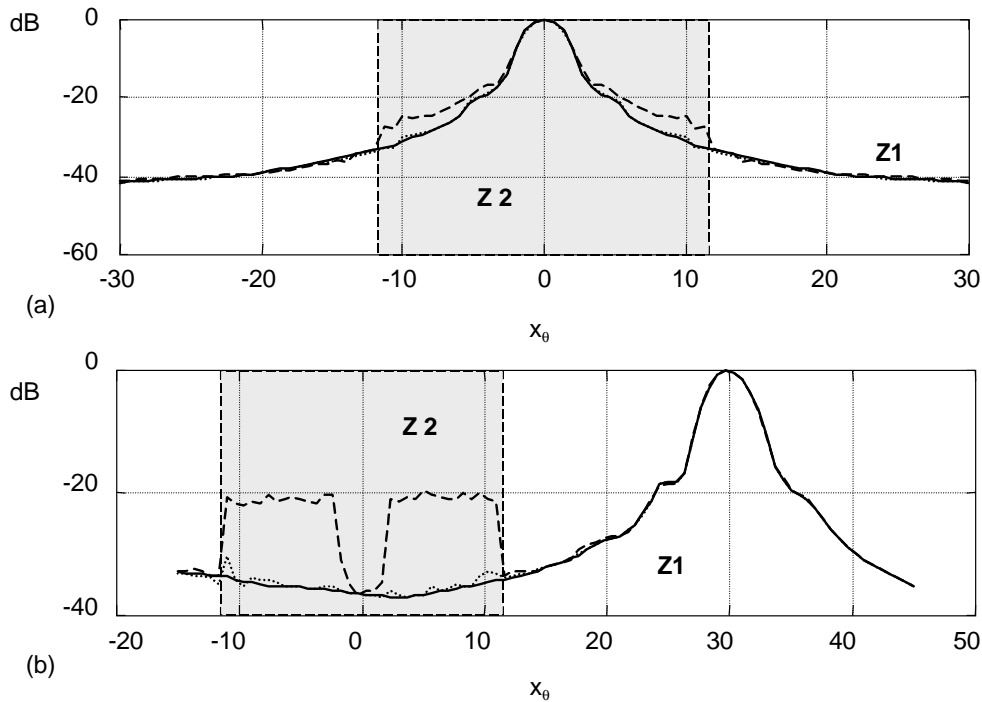
$$\Delta x = \frac{c\Delta t}{\cos x_\theta} \quad (3.13)$$

A partir de esta expresión obtenemos una relación que liga ambas frecuencias de muestreo de manera que la frecuencia espacial es menor que la frecuencia temporal ( $f_x < f_t$ ). La frecuencia de muestreo debe tomarse entonces asegurando el cumplimiento del teorema de Nyquist tanto sobre la señal de excitación como sobre las dimensiones de la apertura.

Cuando el punto de campo está sobre la apertura la respuesta al impulso presenta discontinuidades de primer orden, de tal forma que la aplicación del teorema de Nyquist requiere emplear una frecuencia de muestreo infinita. En la práctica esta solución es inviable por lo que, siendo conscientes del error introducido, se puede optar por emplear una frecuencia de muestreo arbitrariamente elevada. Este hecho aumenta considerablemente el tiempo de cómputo, lo que supone un serio inconveniente. Con el objeto de hallar una solución de compromiso se ha evaluado, en función de la frecuencia de muestreo, el error introducido junto con el coste computacional

Supongamos que se calcula el perfil lateral en elevación para la distancia focal  $\vec{x}^F(30, x_\theta, 0^\circ)$ . La figura 3.5 presenta dos gráficos focalizando en  $\vec{x}^{F1}(30, 0^\circ, 0^\circ)$  y  $\vec{x}^{F2}(30, 30^\circ, 0^\circ)$ , computado a distintas frecuencias de muestreo fijas:  $\Delta t = \lambda/kc$ , donde  $k = \{20, 100, 1000\}$ .

Los resultados muestran que los errores de computación debidos al muestreo se localizan sobre una zona concreta (marcada con  $Z2$  sobre la figura) que corresponde a la zona que se encuentra sobre el transductor. Se observa que pese a que las frecuencias de muestreo escogidas superan el límite de Nyquist para la señal de excitación esto no es así sobre la respuesta al impulso de los elementos del array, en especial en la zona  $Z2$ . Cuando el punto  $\vec{x}$  se encuentra



**Figura 3.5 :** (Campo de presiones para  $(x_r = 30mm, x_\theta, x_\phi = 0^\circ)$  medido para valores de  $k$ :  $k = 20$  (- -),  $k = 100$  (· · ·) y  $k = 1000$  (-). (a) Focalizando sobre  $\vec{x}^{F1}(30, 0^\circ, 0^\circ)$ . (b) Focalizando sobre  $\vec{x}^{F2}(30, 30^\circ, 0^\circ)$ .

sobre la proyección del transductor, la respuesta al impulso presenta discontinuidades de primer orden que precisarían de una frecuencia de muestreo espacial infinita, límite inalcanzable en la práctica.

Para calcular el error debido al muestreo, se toman como referencia los resultados obtenidos para  $k = 2000$  ( $P_{2000}$ ) se calcula el campo para otras resoluciones de muestreo ( $P_k$ ), y se estima la media y el máximo de los errores cometidos en las zonas  $Z2$  ( $|x_r \sin x_\theta| \leq D/2$ ) y  $Z1$  ( $|x_r \sin x_\theta| \geq D/2$ ) por separado. Ambos parámetros se obtienen como:

$$E(\text{med}) = 20 \log \text{media} \left( \frac{|P_k - P_{2000}|}{P_{2000}} \right) \quad (3.14)$$

$$E(\text{max}) = 20 \log \max \left( \frac{|P_k - P_{2000}|}{P_{2000}} \right) \quad (3.15)$$

Los resultados se presentan en la tabla 3.2.1, donde valores por debajo del  $-26dB$  indican errores por debajo del 5%. De tales resultados se extraen las siguientes conclusiones:

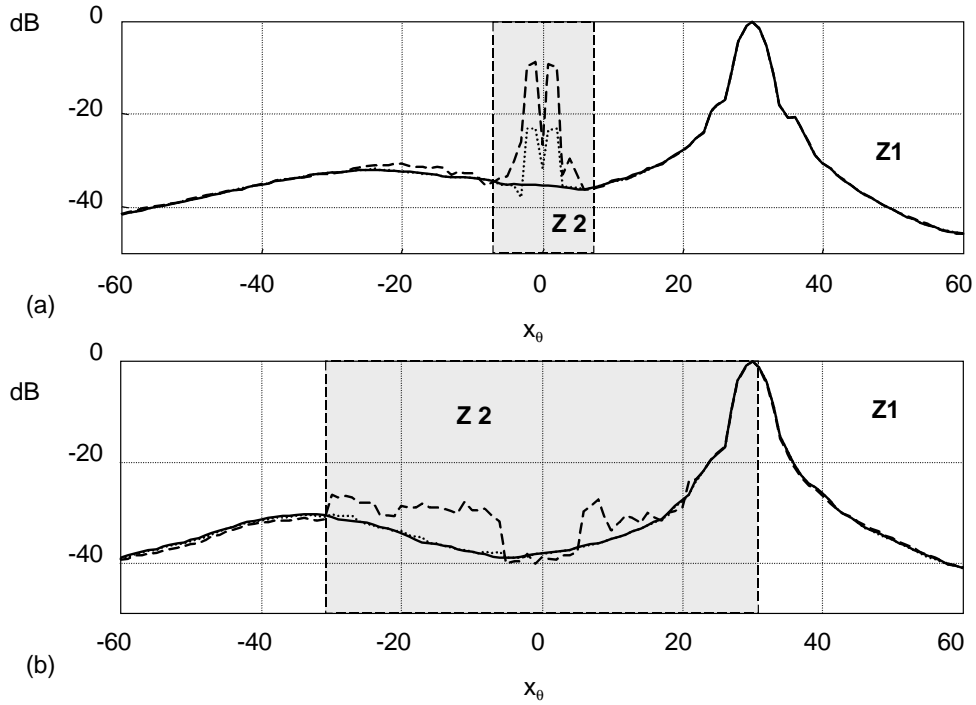
$k$		20	40	100	200	500	1000
$Z2$	E(med)	11dB	1dB	-19dB	-27dB	-37dB	-46dB
	E(max)	16dB	5dB	-7dB	-16dB	-24dB	-33dB
$Z1$	E(med)	-31dB	-31dB	-47dB	-50dB	-56dB	-67dB
	E(max)	-19dB	-23dB	-41dB	-42dB	-50dB	-58dB

**Table 3.1** : En la tabla se presentan la media y el máximo de los errores relativos para valores de  $k = 20, 40, 100, 200, 500$  y  $1000$ .

- Para ambas zonas existe una determinada resolución de muestreo a partir de la cual el error cometido llega a ser despreciable.
- La zona  $Z2$  precisa de una frecuencia de muestreo aproximadamente 10 veces mayor que la zona  $Z1$  para lograr niveles de error semejantes. Este hecho plantea la conveniencia de usar diferentes resoluciones de muestreo en ambas zonas para mejorar el coste computacional manteniendo el nivel de error global debido a la computación.

La extensión de la región  $Z2$  varía en función de la profundidad debido a la reducción de la proyección de la apertura angularmente, haciéndose menor cuanto mayor es el valor de  $x_r$ . Sin embargo cuanto mayor es  $x_r$ , mayor debe ser también la resolución utilizada para obtener valores de error admisibles. Hemos calculado cortes laterales en elevación para  $x_r = 100mm$  (figura 3.6(a)) y  $x_r = 10mm$  (figura 3.6(b)), focalizando sobre  $\vec{x}^{F3}(100, 30^\circ, 0^\circ)$  y  $\vec{x}^{F4}(10, 30^\circ, 0^\circ)$  respectivamente y tomando distintas frecuencias de muestreo. De la figura se desprende que para un valor de  $k$  dado los márgenes de error sobre la región  $Z2$  son más bajos cuanto más cerca del transductor se evalúe el campo ( $x_r = 10mm$ ). Por otro lado los resultados muestran que los errores cometidos alrededor del foco no son significativos, ya que la focalización agrupa las respuestas al impulso de los elementos compensando los errores cometidos, pese a que el foco se localice sobre la zona  $Z2$  (figura 3.6(b)).

Para una resolución temporal dada los errores aumentan conforme aumenta el valor de  $x_r$ , debido a que, al aumentar la distancia del punto al transductor, la respuesta impulsional se comprime manteniendo la forma y las discontinuidades. Esto hace que su espectro se ensanche sobre márgenes más altos de frecuencia, obligando a tomar frecuencias de muestreo mayores.



**Figura 3.6 :** Campo de presiones para  $(x_r, x_\theta = [-60^\circ : 1 : 60^\circ], x_\phi = 0^\circ)$  medido con resoluciones:  $k = 20$  (- -),  $k = 100$  (· · ·) y  $k = 1000$  (-). (a) Para  $x_r = 100$  y focalizando sobre  $\vec{x}^{F3}(100, 30^\circ, 0^\circ)$ . (b) Para  $x_r = 10$  y focalizando sobre  $\vec{x}^{F4}(10, 30^\circ, 0^\circ)$ .

Para adaptar la resolución a las condiciones de la repuesta al impulso es posible adoptar una estrategia que fije un número de puntos constante sobre la respuesta al impulso para cualquier punto del espacio. Tomando  $M$  como el número de puntos que debe de tener la respuesta al impulso, la resolución de muestreo vendrá dada por:

$$\Delta t(\vec{x}) = \frac{t^F(\vec{x}) - t^I(\vec{x})}{M} \quad (3.16)$$

donde  $t^F$  y  $t^I$  son los instantes final e inicial de la respuesta al impulso del array, determinados en condiciones previas a la focalización. Para puntos de la zona interior a la proyección del transductor, por razones geométricas se cumple:

$$\frac{D^2}{2cx_r} > t^F - t^I \quad (3.17)$$

Por tanto,

$$\Delta t(\vec{x}) < \frac{\text{constante}}{Mx_r} \quad (3.18)$$

Es decir, fijando  $M$  la resolución de muestreo en la zona  $Z2$  se incrementa automáticamente con la profundidad, lo cual aporta ventajas a la computación como se verá en el epígrafe siguiente.

### ■ Coste computacional de la respuesta exacta

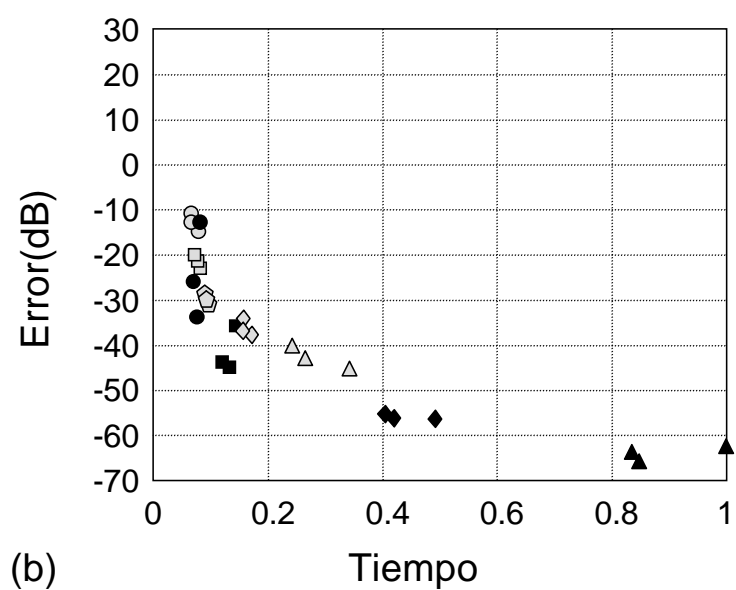
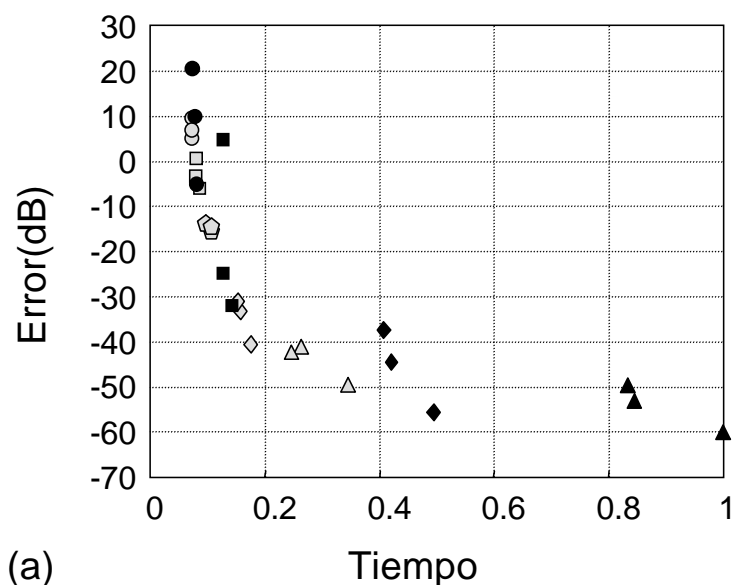
El coste computacional de la respuesta exacta está muy relacionado con la frecuencia de muestreo utilizada, de tal forma que cuanto mayor es la frecuencia de muestreo mayor es el coste computacional.

Si se toma la frecuencia de muestreo variable, asegurando un número de puntos fijo para la respuesta al impulso, se consigue que el coste computacional del cálculo de la respuesta al impulso sea aproximadamente constante para cualquier punto del espacio, debiéndose las variaciones en el coste a la convolución con la señal de excitación. En este caso cuanto mayor sea el valor de  $x_r$  mayor será la frecuencia de muestro, aumentando ligeramente el coste computacional. Sin embargo el uso de una frecuencia constante proporciona respuestas al impulso de distinto número de muestras, el cual se incrementa al disminuir  $x_r$  y al aumentar  $x_\theta$  de forma que el coste computacional crece en tales casos.

En la figura 3.7 se muestra el coste computacional frente al error de cálculo para ambas técnicas de muestreo<sup>2</sup>, donde se han considerado puntos de campo para varias profundidades y ángulos de elevación, distinguiendo entre la zona  $Z2$  (figura 3.7(a)) y la zona  $Z1$  (figura 3.7(b)). La técnica de muestreo variable de la apertura fijado el número de muestras  $M$  (indicada en color gris) ha sido aplicada para valores de  $M$ : {50 (círculos), 100 (cuadrados), 200 (pentágonos), 500 (rombos) y 1000 (triángulos)}. De forma análoga se han realizado computaciones manteniendo fija la resolución de muestreo  $k$ : {20 (círculos), 100 (cuadrados), 500 (rombos) y 1000 (triángulos)}.

En el interior del transductor, para una resolución de muestreo fija por encima de  $k = 500$ ,

<sup>2</sup>Los errores vienen dados en decibelios, donde los niveles de 20dB, 0dB y -20dB indican 1000%, 100% y 10% respectivamente.



**Figura 3.7 :** Variación del error frente al tiempo de computación medido para las dos técnicas de muestreo propuestas: frecuencia de muestreo fija (negro), con  $k$ : {20 (círculos), 100 (cuadrados), 500 (rombos) y 1000 (triángulos)}; y frecuencia de muestreo variable, con  $M$ : {50 (círculos), 100 (cuadrados), 200 (pentágonos), 500 (rombos) y 1000 (triángulos)}. Las medidas se han realizado a tres profundidades distintas ( $x_r = 10mm, 25mm$  y  $100mm$ ) distinguiendo también entre (a) la zona  $Z2$ , interior al transductor; y (b) la zona  $Z1$ , exterior al transductor.

los márgenes del error de computación son grandes dependiendo de  $\vec{x}$  ( $\pm 14dB$  para  $k = 20$  y  $\pm 17dB$  para  $k = 100$ ), debido principalmente al incremento del error al aumentar  $x_r$ , mientras que el coste computacional se mantiene similar para las tres profundidades comparadas. Conforme la frecuencia de muestreo aumenta el coste computacional se incrementa para valores bajos de  $x_r$  y los márgenes de error se van reduciendo ( $\pm 10dB$  para  $k = 500$  y  $\pm 5dB$  para  $k = 1000$ ) aumentando el coste computacional del campo más cercano. Si la frecuencia de muestreo es variable los márgenes de error son relativamente constantes, moviéndose en un margen de  $\pm 5dB$  independientemente del valor de  $M$ . La variación del error será menos significativa cuanto menor sea el valor medio del error en función de  $M$ .

En general la curva de errores/tiempo ofrece mejores resultados cuando la frecuencia de muestreo es variable. Por ejemplo, tomando como referencia un error máximo de  $-30dB$ , éste se alcanza con menor coste computacional cuando la frecuencia de muestreo es variable ( $M = 500$ ) que en el caso de frecuencia fija ( $k = 500$ ) siendo 2.5 la relación del coste computacional entre ambos casos. La figura muestra que para ambos métodos, por debajo de  $-40dB$  de error, incrementar la frecuencia de muestreo no produce mejoras muy significativas frente al coste computacional que supone.

Fuera de la proyección del transductor los errores son claramente inferiores. Cuando la frecuencia de muestreo es variable, el error se mantiene en unos márgenes más reducidos alrededor de  $\pm 2.5dB$ , independientemente del valor de  $M$ . Cuando la frecuencia de muestreo es constante, estos márgenes son mucho más amplios ( $\pm 10dB$  para  $k = 20$ ) pero se reducen rápidamente conforme aumenta  $k$ , alcanzando valores semejantes a los de frecuencia variable a partir de  $k = 500$ . Este hecho hace que la relación error/tiempo sea equiparable para ambos métodos especialmente para frecuencias de muestreo elevadas, si bien en para frecuencias bajas resulta más favorable para el método de frecuencia variable.

En general, considerando el conjunto de los resultados, se observa que el compromiso coste computacional/error es mejor cuando la frecuencia de muestreo es variable. Podemos decir entonces que, fijado un nivel medio de error admisible (p.e. errores por debajo del 5%), usar una frecuencia de muestreo variable garantiza un buen resultado con un coste computacional

más bajo que el empleo de frecuencias de muestreo fijo.

### **3.3 Estimación aproximada del campo acústico de un AAS**

---

Una forma de reducir el coste computacional es emplear modelos de cálculo aproximados. Pese a que estos modelos no pueden substituir a la respuesta exacta a la hora de evaluar con precisión el campo acústico su uso está extendido en las primeras etapas de diseño de aperturas por distintas razones:

- Reducen el coste computacional.
- Permiten extraer fácilmente información sobre aspectos parciales del comportamiento de la apertura, en especial sobre la distribución de los lóbulos de rejilla.
- Son modelos sencillos, que pueden ser utilizados en aquellos casos que requieren una computación exhaustiva como puede ser la optimización de arrays, determinación de estrategias de focalización, etc [Lar87, Loc97, Sch98, Tru99].

En este epígrafe se proponen y se estudian diversas aproximaciones que se basan en el hecho de que el espacio de interés, aunque esté dentro del campo cercano de la apertura, se sitúa en el campo lejano del elemento. Así, considerando que en los arrays bidimensionales los elementos son significativamente más pequeños que la apertura global se puede obtener un modelo del comportamiento en campo cercano del array combinando las respuestas en campo lejano de los elementos. En función de la naturaleza que se suponga al elemento dividiremos estas aproximaciones en:

- El elemento se sustituye por un emisor puntual.
- El elemento difracta según su aproximación de campo lejano.



### 3.3.1 AAS compuesto por elementos puntuales

Aproximando los elementos a emisores puntuales de ondas esféricas, sobre la ecuación de la respuesta al impulso del array (ecuación 3.9) la respuesta de cada elemento se modela mediante una delta de Dirac cuyo peso es inversamente proporcional a la distancia que existe entre el elemento y el punto de campo, y directamente proporcional al área del elemento. De manera que la respuesta al impulso del array viene dada por:

$$h_t(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N s_i \frac{\delta(t - T_i - |\vec{x} - \vec{x}_i|/c)}{2\pi|\vec{x} - \vec{x}_i|} \quad (3.19)$$

donde  $s_i$  es el área del elemento que en el caso de un segmento anular viene dada por:

$$s_i = (R_{1i}^2 - R_{2i}^2) \frac{\alpha_i}{2} \quad (3.20)$$

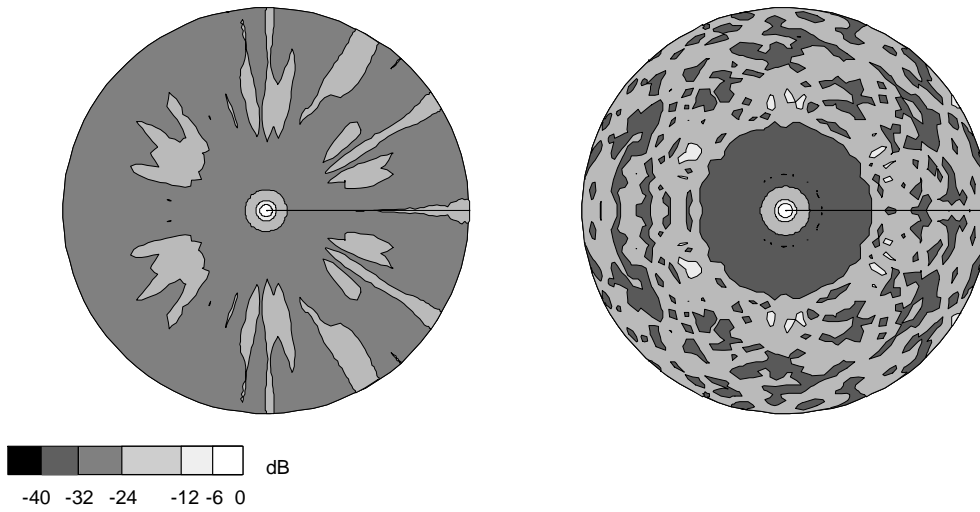
siendo  $\alpha_i$  el ángulo del sector circular y  $R_{1i}$  y  $R_{2i}$  los radios exterior e interior del elemento  $i$ .

Considerando una excitación  $v(t)$  arbitraria el campo de presiones viene dado por la expresión:

$$p(\vec{x}, t) = \rho_o \frac{dv(t)}{dt} * \sum_{i=1}^N s_i \frac{\delta(t - T_i - |\vec{x} - \vec{x}_i|/c)}{2\pi|\vec{x} - \vec{x}_i|} \quad (3.21)$$

Esta aproximación es bien conocida y ha sido utilizada por diversos autores para el estudio del array lineal [Bar81, Wri85, Hos84, Jac85] y el array matricial [Bal82, Lar87, Smi91]. Su principal problema reside en el hecho de que no tiene en cuenta la difracción del elemento y en consecuencia no se comporta como un filtro de frecuencias reduciendo el problema de la respuesta al impulso a un simple problema de desplazamiento espacio-temporal de deltas de Dirac. Sin embargo facilita, principalmente para excitaciones de banda estrecha, la descripción de los lóbulos de rejilla producidos por aperturas complejas como el caso de AAS que nos ocupa.

La figura 3.8 representa el campo de presiones tanto en banda ancha como en banda estrecha en la semiesfera ( $x_r = 25mm$ ,  $x_\theta = 0^\circ : 1^\circ : 90^\circ$ ,  $x_\phi = 0^\circ : 2^\circ : 360^\circ$ ) para la apertura A2 formada por elementos puntuales. El campo en banda estrecha presenta el foco



**Figura 3.8 :** Cortes de nivel del campo de presiones en la semiesfera ( $x_r = 25mm$ ,  $x_\theta = 0^\circ : 1^\circ : 90^\circ$ ,  $x_\phi = 0^\circ : 2^\circ : 360^\circ$ ) para la apertura A2 formada por elementos puntuales. (a) Banda ancha, (b) Banda estrecha.

rodeado por una banda a partir de la cual se expanden los lóbulos de rejilla (figura 3.8(b)), principalmente se distinguen 6 lóbulos cuyos máximos están distribuidos sobre la misma posición en elevación. En banda ancha los lóbulos son de menor amplitud y se distribuyen únicamente en las direcciones en que se sitúan los máximos identificados sobre la respuesta de banda estrecha (figura 3.8(a)).

### ■ Factor de Array

Adaptando la expresión 3.21 a las condiciones de excitación de banda estrecha obtenemos:

$$p(\vec{x}, t, w) = -j \frac{w \rho_o c}{2\pi} \exp(jwt) \sum_{i=1}^N s_i \frac{\exp(jw(T_i - |\vec{x} - \vec{x}_i|/c))}{|\vec{x} - \vec{x}_i|} \quad (3.22)$$

Para el caso en que la zona bajo estudio se sitúe en el campo lejano de la apertura del array se puede plantear la aproximación de Franhoufer ([Goo68, Bal82]), permitiendo encontrar expresiones analíticas del campo de presiones más fáciles de computar. En este caso, desarrollando la distancia  $|\vec{x} - \vec{x}_i|$  a partir de las coordenadas polares del punto,  $\vec{x} = (x_r, x_\theta, x_\phi)$ ,

y aplicando el desarrollo binomial podemos escribir la ecuación 3.22 como:

$$p(\vec{x}, t, w) = -j \frac{k\rho_o}{2\pi x_r} \exp(jwt) \exp(jkx_r) \sum_{i=1}^N s_i \exp(jk(cT_i + (x_{xi} \cos x_\phi + x_{yi} \sin x_\phi) \sin x_\theta)) \quad (3.23)$$

donde  $k = 2\pi/\lambda$ . Tomando el módulo de esta expresión se obtiene el Factor de Array, que describe el campo sobre el plano focal como:

$$FA(\theta, \phi) = \left| \sum_{i=1}^N s_i \exp(jk(cT_i + (x_{ri} \cos x_{\phi i} \cos x_\phi + x_{ri} \sin x_{\phi i} \sin x_\phi) \sin x_\theta)) \right| \quad (3.24)$$

donde las coordenadas  $(x_{ri}, x_{\phi i})$  son los centros de los elementos. Un resultado particular de esta expresión se obtiene para el caso de un anillo, donde el factor de array puede ser presentado como un sumatorio de funciones de Bessel, expresión bien conocida en la teoría de antenas [Bal82].

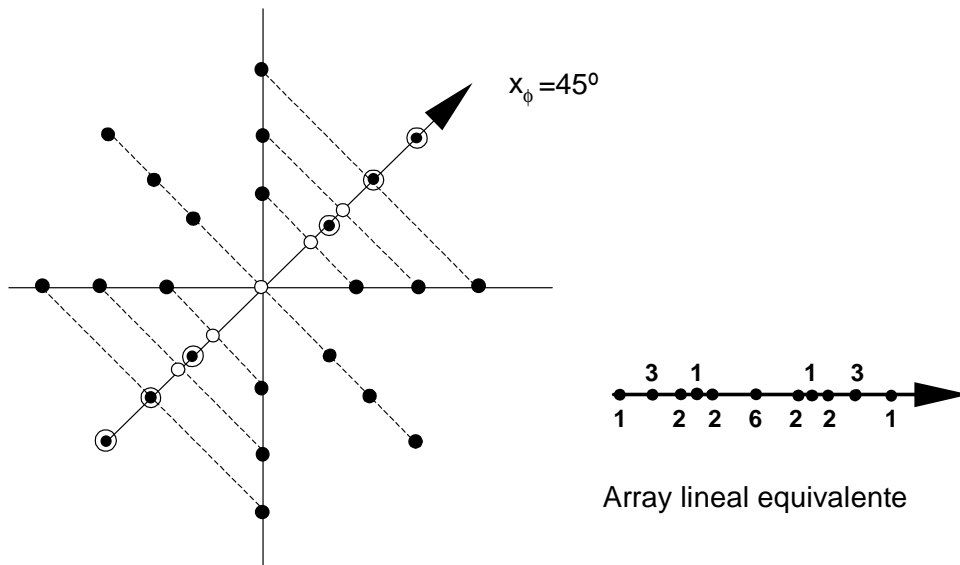
$$FA(\theta, \phi) = \sum_{i=1}^N I_i \exp(j(kx_{ri} \cos(x_\phi - x_{\phi i}) \sin x_\theta - \beta_i)) \quad (3.25)$$

donde  $x_{ri}$  es un valor constante para todo  $i$ ,  $I_i$  son los valores de apodización de la apertura y los retardos de focalización se expresan mediante valores de fase  $\beta_i$ , que para una determinada dirección de deflexión  $(x_\theta^F, x_\phi^F)$  toma los siguientes valores:

$$\beta_i = -kx_{ri} \cos(x_\phi^F - x_{\phi i}) \sin x_\theta^F \quad (3.26)$$

Para un array bidimensional el factor de array se puede interpretar para una dirección  $x_\phi$  dada como el factor de array de un array lineal equivalente, donde la distancia entre los elementos viene dada por su proyección sobre un eje orientado en la dirección  $x_\phi$  (figura 3.9) [Smi91, Loc97, Sch98]. La coincidencia de más de un elemento sobre un mismo elemento en el array lineal equivalente supone un aumento de la ganancia correspondiente a ese elemento.

La periodicidad en el espaciado entre los elementos del array lineal equivalente permite

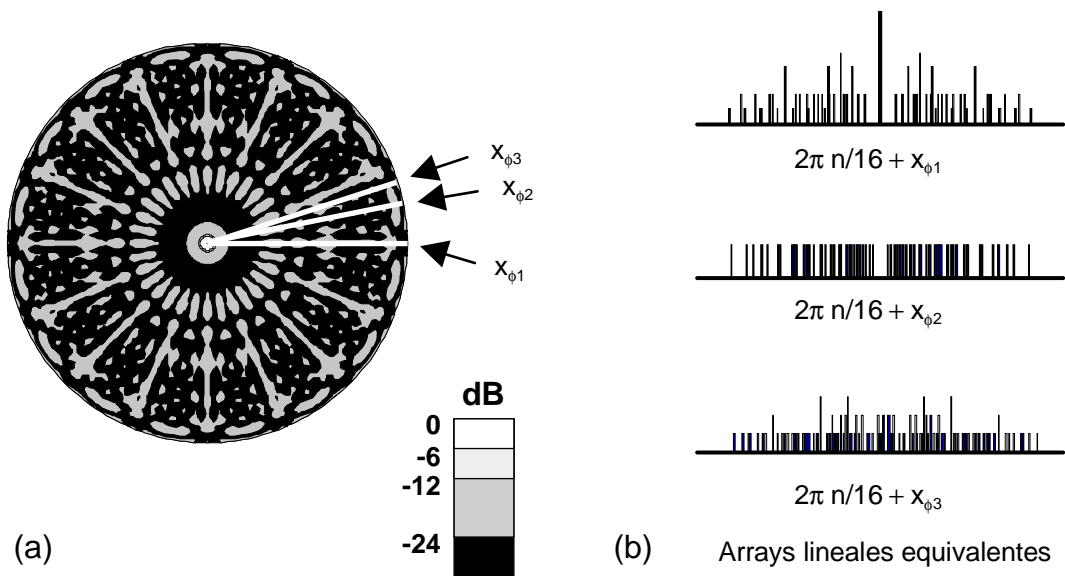


**Figura 3.9 :** Formación del array lineal equivalente en la dirección  $x_\phi$  para una apertura de anillos segmentados.

obtener información acerca de la formación de lóbulos de rejilla en la dirección de acimut correspondiente. Si se calcula el Factor de Array de la apertura A3 focalizando sobre el eje  $Z$  (figura 3.10), se obtiene una distribución de lóbulos de rejilla simétrica, consecuencia de la simetría de la distribución de elementos sobre la apertura. Sobre la figura se muestran tres de estos arrays lineales equivalentes que se repiten cada  $22.5^\circ$ .

Algunos autores [Ste76, Sch98] definen a partir de los arrays lineales equivalentes una medida sobre el grado de diversidad en la distribución de elementos de la apertura. Ésta se basa en el grado de ocultamiento de los elementos en una dirección dada, debido a la superposición de la proyección de los elementos sobre el array lineal equivalente. En general se considera que la diversidad aumenta conforme menor es el grado de ocultamiento de elementos.

Esta medida se puede considerar importante puesto que el nivel de diversidad de la apertura se encuentra relacionado con la formación de lóbulos de rejilla. Cuanto mayor es la diversidad más aperiódica se supone la distribución, reduciendo la capacidad, o la probabilidad, de formación de lóbulos de rejilla [Ste76].



**Figura 3.10 :** (a) Factor de array de una apertura A3 para una focalización sobre el eje Z. (b) Arrays lineales equivalentes producidos sobre diferentes direcciones de acimut,  $x_{\phi_1} = 0^\circ$ ,  $x_{\phi_2} = 11.25^\circ$  y  $x_{\phi_3} = 20^\circ$ .

### 3.3.2 Algoritmos basados en la aproximación de campo lejano del elemento del array

La aproximación por elementos puntuales pese a resultar interesante por su simplicidad, bajo coste computacional y la información que permite extraer, no describe realmente el campo de presiones que produce un array. El patrón de difracción del elemento juega un importante papel en el campo producido por el array, limitando o enfatizando la acción de los lóbulos de rejilla por lo que no puede ser simplificado de forma arbitraria.

Si sobre la expresión 1.51 incluimos el patrón de difracción en campo lejano del elemento obtenemos la siguiente ecuación:

$$h_t(\vec{x}, t) = \sum_i^N h_{iCL}(\vec{x}, t - T_i) \quad (3.27)$$

donde  $h_{iCL}(\vec{x}, t)$  es la aproximación de campo lejano de la respuesta al impulso del elemento  $i$ .

Sin embargo, ni las expresiones de la respuesta al impulso  $h_{iCL}(\vec{x}, t)$  para campo lejano,

ni su aproximación de Franhoufer  $h_{iCL}(\theta, \phi, w)$  son fácilmente resolubles para el caso de un segmento de anillo, y ningún autor dentro de la literatura especializada ha dado una solución satisfactoria para estas expresiones. Esto justifica que gran parte del trabajo realizado sobre esta apertura se base en la aproximación de elementos puntuales [Fox79, Lar87] o sobre la respuesta exacta [Coc90, Gie92, Rei96].

A partir de los resultados obtenidos en el capítulo anterior, donde se comprobó que los campos producidos por un segmento anular y un elemento rectangular equivalente (con la misma área y con relación de aspecto) eran muy semejantes, proponemos para el AAS tomar las aproximaciones de campo lejano del elemento rectangular en sustitución del segmento anular (figura 3.11). A partir de este punto se pueden aplicar dos tipos de aproximaciones, con distinto grado de complejidad, para representar la respuesta al impulso en campo lejano del elemento.

### ■ Aproximación trapezoidal de la respuesta al impulso del elemento (AFT)

La primera se desarrolla a partir de la aproximación de Stepanishen [Ste71], ya presentada en el apartado 2.2.1, la respuesta al impulso del elemento puede aproximarse a una función trapezoidal en el tiempo, dada por la ecuación 2.7. Incluyendo sobre las expresiones de campo lejano del elemento rectangular los términos que tengan en cuenta la orientación de cada elemento del array, se obtiene la respuesta al impulso del elemento que ha de ser usada en la ecuación 3.27:

$$h_{iCL}(\vec{x}, t) = \frac{A(x_\theta, x_\phi)}{\min(\Delta t_y, \Delta t_x)} \left( \Pi \left( \frac{t}{\Delta t_x} \right) * \Pi \left( \frac{t}{\Delta t_y} \right) \right) * \delta(t - |\vec{x} - \vec{x}_i|/c) \quad (3.28)$$

Tomando los tiempos como:

$$\begin{aligned} \Delta t_x &= \frac{w_{xi} \sin(\phi - \phi_i) \sin \theta}{c} \\ \Delta t_y &= \frac{w_{yi} \cos(\phi - \phi_i) \sin \theta}{c} \end{aligned}$$

y la amplitud como:

$$A(x_\theta, x_\phi) = \begin{cases} \frac{w_{xi}c}{2\pi x_r \sin x_\theta \cos(|x_\phi - x_{\phi_i}|)} & |x_\phi - x_{\phi_i}| \leq \arctan(w_{xi}/w_{yi}) \\ \frac{w_{yi}c}{2\pi x_r \sin x_\theta \cos(|x_\phi - x_{\phi_i}| - \pi/2)} & |x_\phi - x_{\phi_i}| > \arctan(w_{xi}/w_{yi}) \end{cases}$$

donde  $\phi_i$  es el giro en acimut que el elemento presenta respecto al eje X,  $w_{xi}$  vienen dado por la dimensión radial del elemento,  $(R_{2i} - R_{1i})$ , y  $w_{yi}$  por la dimensión angular,  $\alpha_i(R_{1i} + R_{2i})/2$ .

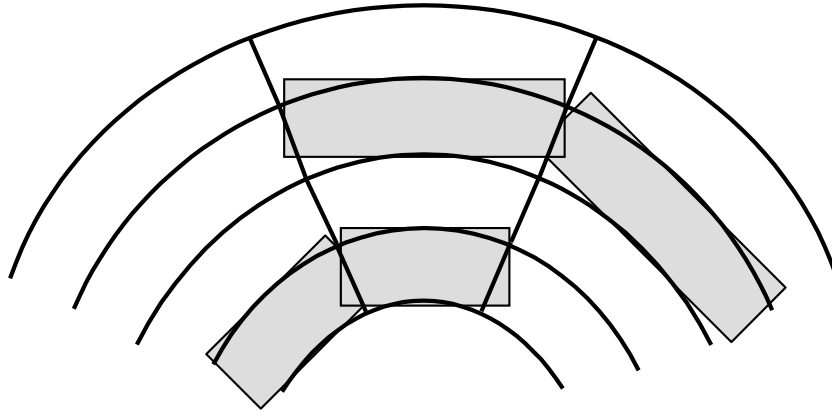
### ■ Ondas esféricas moduladas por el patrón de radiación del elemento

Esta aproximación es mucho más sencilla ya que trata a la respuesta al impulso de los elementos como deltas moduladas por el patrón de radiación del elemento. Siendo estrictos en el desarrollo de estas aproximaciones deberíamos trabajar con dos patrones de radiación, uno para banda ancha y otro para banda estrecha. Sin embargo es bastante usual que los modelos del array en banda ancha utilicen el diagrama de radiación de banda estrecha para simplificar el cálculo. Pese a que esta aproximación es incorrecta, cuando los elementos tienen dimensiones por debajo de  $\lambda$  suele ser aceptada, ya que los errores introducidos son relativamente bajos [Dav94, Bru97, Kar98].

■ **Onda continua (ABE)** Si sobre la ecuación del campo de presiones en campo lejano para onda continua de un elemento rectangular [Ste72, Mac76] aplicamos los giros que corresponde a los elementos de un AAS, obtenemos para cada elemento del array un campo de presiones que viene dado:

$$P_i(\theta, \phi, w) = s_i \operatorname{sinc} \frac{w_{xi} \cos(\phi - \phi_i) \sin \theta}{\lambda} \operatorname{sinc} \frac{w_{yi} \sin(\phi - \phi_i) \sin \theta}{\lambda} \quad (3.29)$$

En el cálculo del campo de arrays cuyos elementos son de pequeño tamaño es frecuente [Dav94, Bru97, Kar98] plantear una aproximación que sustituye la respuesta al impulso de los elementos por deltas de Dirac cuyo peso está determinado por el patrón de



**Figura 3.11** : Aproximación de los sectores anulares mediante elementos rectangulares

radiación del elemento en onda continua.

$$h_t(\vec{x}, t) = \sum_{i=1}^N P_i(\theta, \phi, w) \frac{\delta_i(t - T_i - |\vec{x} - \vec{x}_i|/c)}{2\pi|\vec{x} - \vec{x}_i|} \quad (3.30)$$

de forma que:

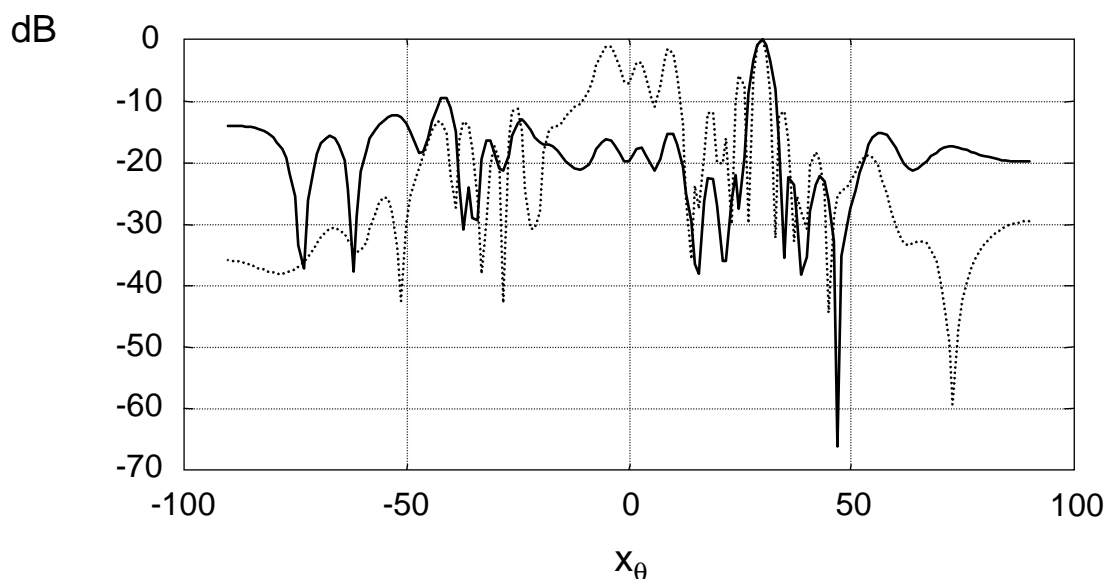
$$P(\vec{x}, t) = \rho_o \frac{\partial v(t)}{\partial t} * h_t(\vec{x}, t) \quad (3.31)$$

La señal de excitación,  $v(t)$ , suele ser substituida por una señal de banda estrecha. Sin embargo, debido a la sencillez de este modelo, también se ha desarrollado sobre él una aproximación para banda ancha tomando  $v(t)$  como un pulso de excitación de banda ancha. Es importante decir que esta aproximación de banda ancha tan sólo ofrece buenos resultados cuando las dimensiones del elemento son inferiores a  $\lambda$ , en caso contrario los mínimos del diagrama de radiación de banda estrecha influyen en forma crítica sobre los resultados.

La expresión 3.31 puede ser particularizada para banda estrecha y campo lejano, como:

$$P(\vec{x}, t, w) = -j \frac{k\rho_o}{2\pi r} \exp(jwt) \exp(jkr) \sum_{i=1}^N P_i(\theta, \phi, w) \exp(jk(cT_i + (x_i \cos x_\phi + y_i \sin x_\phi) \sin x_\theta)) \quad (3.32)$$





**Figura 3.12 :** Perfiles laterales del factor de array (-) y de la aproximación de campo lejano de banda estrecha ( $\cdot \cdot \cdot$ ). Apertura A2 focalizada a  $30^\circ$  en elevación y en  $0^\circ$  en acimut.

Si comparamos los resultados del factor de array y la aproximación de campo lejano observamos cómo la directividad del elemento influye sobre el campo. En la figura 3.12 se comparan ambos resultados para la apertura A2 focalizando en  $x_\theta = 30^\circ$  sobre la dirección  $x_\phi = 0^\circ$ . La directividad del elemento influye sobre la apertura total como una campana que reduce el efecto de los lóbulos distanciados del eje de la apertura, lo cual incluye al lóbulo principal. Por otro lado las resoluciones laterales también presentan diferencias importantes en ambos casos, mientras la distancia entre ceros del haz principal computando el factor de array es de  $10^\circ$ , con la aproximación de campo lejano se reduce a  $6^\circ$ , aproximándose más al valor teórico que para este array es de  $5.73^\circ$ .

■ **Banda ancha (ACC)** Al no disponer de expresiones del patrón de difracción para banda ancha en campo lejano, las aproximaciones deben de plantearse a partir de su expresión de banda estrecha. Puesto que es posible descomponer la señal de excitación de banda ancha en un conjunto de excitaciones de banda estrecha (de diferentes amplitudes y fases), podemos plantear

una aproximación de banda ancha a partir de la expresión 3.31. Tomando los principales componentes frecuenciales de la excitación de banda ancha podemos escribir:

$$P(\vec{x}, t) = \sum_{w_i=w_1}^{w_N} A(w_i)P(\vec{x}, t, w_i, \varphi_i) \quad (3.33)$$

donde  $A(w_i)$  es la amplitud del espectro para la frecuencia  $w_i$ ,  $\varphi_i$  es su correspondiente término de fase (que introduce un retardo en 3.30 para cada componente de frecuencia) y  $w_i = \{w_1, \dots, w_N\}$  son los principales componentes frecuenciales de la señal de banda ancha.

Conviene añadir que la dimensión del elemento en relación a la longitud de onda  $\lambda$ , y especialmente su relación de aspecto serán factores determinantes en la precisión de los resultados de la sustitución como puede deducirse de la comparación entre ambos transductores (sección 2.4).

### 3.4 Análisis comparativo de las aproximaciones. Precisión versus tiempo de computación

---

Con objeto de conocer hasta qué punto las aproximaciones se ajustan al campo acústico real se ha calculado el campo de presiones producido por tres de las aperturas descritas (A1, A2 y A3). Los datos se han obtenido considerando cuatro focos para distintos ángulos de deflexión  $\vec{x}^{F1}(25, 0^\circ, 0^\circ)$ ,  $\vec{x}^{F2}(25, 15^\circ, 0^\circ)$ ,  $\vec{x}^{F3}(25, 30^\circ, 0^\circ)$  y  $\vec{x}^{F4}(25, 45^\circ, 0^\circ)$ , y calculando perfiles laterales a tres profundidades diferentes, antes del plano focal ( $x_r = 12.5mm$ ), en el plano focal ( $x_r = 25mm$ ), y después del plano focal ( $x_r = 50mm$ ), tanto para banda ancha como para banda estrecha. En la figura 3.13 se presentan los perfiles obtenidos usando el algoritmo exacto para banda ancha de las tres aperturas (A1, A2 y A3) focalizando en el punto  $\vec{x}^{F3}$ , así como la evolución del campo de presiones a lo largo del eje focal (perfil axial).

Las curvas permiten observar cómo se forma el haz principal en distintas profundidades. La focalización garantiza un máximo estrechamiento del haz sobre  $x_r = 25$  en las tres aperturas, estando éste más abierto en posiciones anteriores y posteriores al plano focal. El haz producido

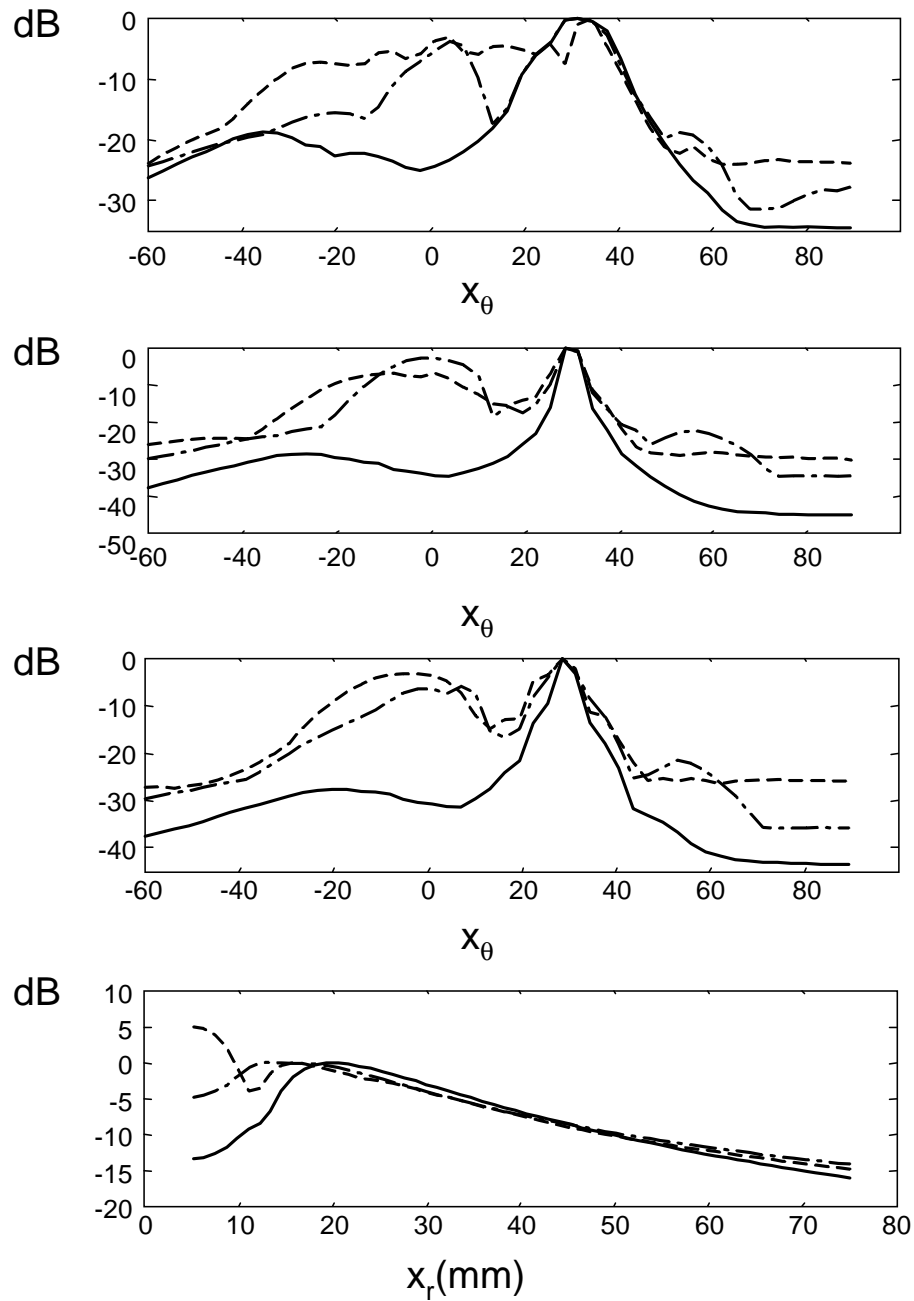
por las aperturas A2 y A3 tiene un comportamiento más irregular ensanchándose más que el de la apertura A1 más allá del foco. Se observa además cómo se componen los lóbulos de rejilla, que en la apertura A1 presentan niveles bajos (entre  $-20dB$  para el plano anterior al foco y  $-30dB$  para el plano posterior), mientras que en las aperturas A2 y A3 toman niveles de amplitud considerable, entre  $-5dB$  y  $-10dB$  en las tres profundidades.

Los perfiles axiales de las tres aperturas muestran comportamientos semejantes a partir del foco, pero muy diferentes entre sí en el campo cercano. Mientras que la apertura A1 presenta un perfil clásico de lente esférica, las aperturas A2 y A3 muestran un deterioro en la zona inmediata al array que dificulta su uso para aplicaciones de imagen.

### 3.4.1 Errores introducidos por las aproximaciones

Los errores que se pueden encontrar en las aproximaciones tienen su origen en dos aspectos:

- Por un lado la sustitución de los segmentos anulares por elementos rectangulares. Esta simplificación afecta fundamentalmente a la apertura A3, cuyos elementos exteriores son muy largos, alcanzando una relación de aspecto hasta 4. Ya se vio en el capítulo anterior que para aperturas con relación de aspecto superior a dos, el campo del sector circular era sensiblemente diferentes al del rectángulo. La apertura A2, al tener sus elementos más grandes también puede presentar errores mayores.
- Por otro lado la debida a las propia formulación de las aproximaciones, que en algunos casos también está relacionada con las dimensiones de los elementos. Así el cálculo del campo en banda ancha a partir de la aproximación del elemento en banda estrecha, cuando el elemento excede de un tamaño de  $\lambda$ , introduce errores debido a la distribución de mínimos que impone sobre el campo. Pese ello, cuando el tamaño del elemento es menor que  $\lambda$  o cuando el margen de direcciones de interés en elevación a partir del eje  $Z$  es pequeño, los resultados que ofrece esta a aproximación se considera que se aproximan bastante a los resultados de banda ancha, motivo por el cual ha sido incluida en el estudio comparativo que sigue a continuación.



**Figura 3.13 :** Perfil lateral de presiones (mediante la expresión exacta) en banda ancha para las aperturas A1 (-), A2 (- -) y A3 (-·-) focalizando el haz principal a a  $25\text{mm}$  en profundidad,  $30^\circ$  en elevación y  $0^\circ$  en acimut. (a) línea prefocal  $x_r = 12.5\text{mm}$  (b) línea focal  $x_r = 25$ . (c) línea postfocal  $x_r = 50\text{mm}$ . (d) perfil a lo largo del eje focal.

Junto a los tres modelos de aproximación AFT, ABE y ACC (se calculan todas con una resolución fija de  $k = 100$ ), se han considerado también: la respuesta exacta para baja resolución de muestreo  $M = 200$  (RE200), y la respuesta exacta para alta resolución de muestreo  $M = 1000$  (RE1000). Esta última se considerará como referencia para las computaciones. En general las curvas exactas presentaran diferencias poco significativas, los principales errores se producirán en la zona sobre de la apertura y pueden ser fácilmente evitados sobremuestreando la zona R2. Las aproximaciones, en cambio, se comportan de forma distinta dependiendo de cada apertura, de la señal de excitación y de las condiciones de focalización.

En la figura 3.14 se muestran los perfiles laterales en banda ancha para las tres aperturas, focalizando el haz principal sobre  $\vec{f}_2(25, 15^\circ, 0^\circ)$ , calculado mediante la expresión exacta y las distintas aproximaciones.

- Sobre la apertura A1, compuesta por elementos más pequeños, las aproximaciones, en general, no presentan errores significativos. Sin embargo, existen zonas donde los resultados divergen. Por un lado, para el lóbulo de rejilla la AFT obtiene resultados que se sitúan casi  $5dB$  por debajo de la solución exacta. Por otro lado, conforme nos alejamos del foco se observa como los resultados de las aproximaciones ACC y ABE se alejan, reduciendo la ABE el nivel de señal y aumentándolo ACC.
- En la apertura A2, debido a que los elementos presentan tamaños cercanos a  $2\lambda$  los errores introducidos por las aproximaciones son mayores. Sobre el lóbulo de rejilla las tres aproximaciones presentan un nivel de amplitud del mismo orden que la solución exacta, pero con menor anchura. La ABE, debido a los mínimos del diagrama de radiación del elemento en banda estrecha, presenta unos mínimos muy forzados situados aproximadamente a  $30^\circ$  del eje  $Z$ .
- En la apertura A3, donde el tamaño de los elementos es distinto de un anillo a otro, las aproximaciones ABE y ACC presentan un comportamiento muy similar. Pese a que en posiciones alejadas del foco presentan elevados niveles de energía, ambas aproximaciones muestran unos lóbulos de rejilla y un haz principal semejantes al resultado exacto. La

ATF, sin embargo resulta más sensible a esta característica geométrica introduciendo errores significativos sobre la posición de los lóbulos de rejilla.

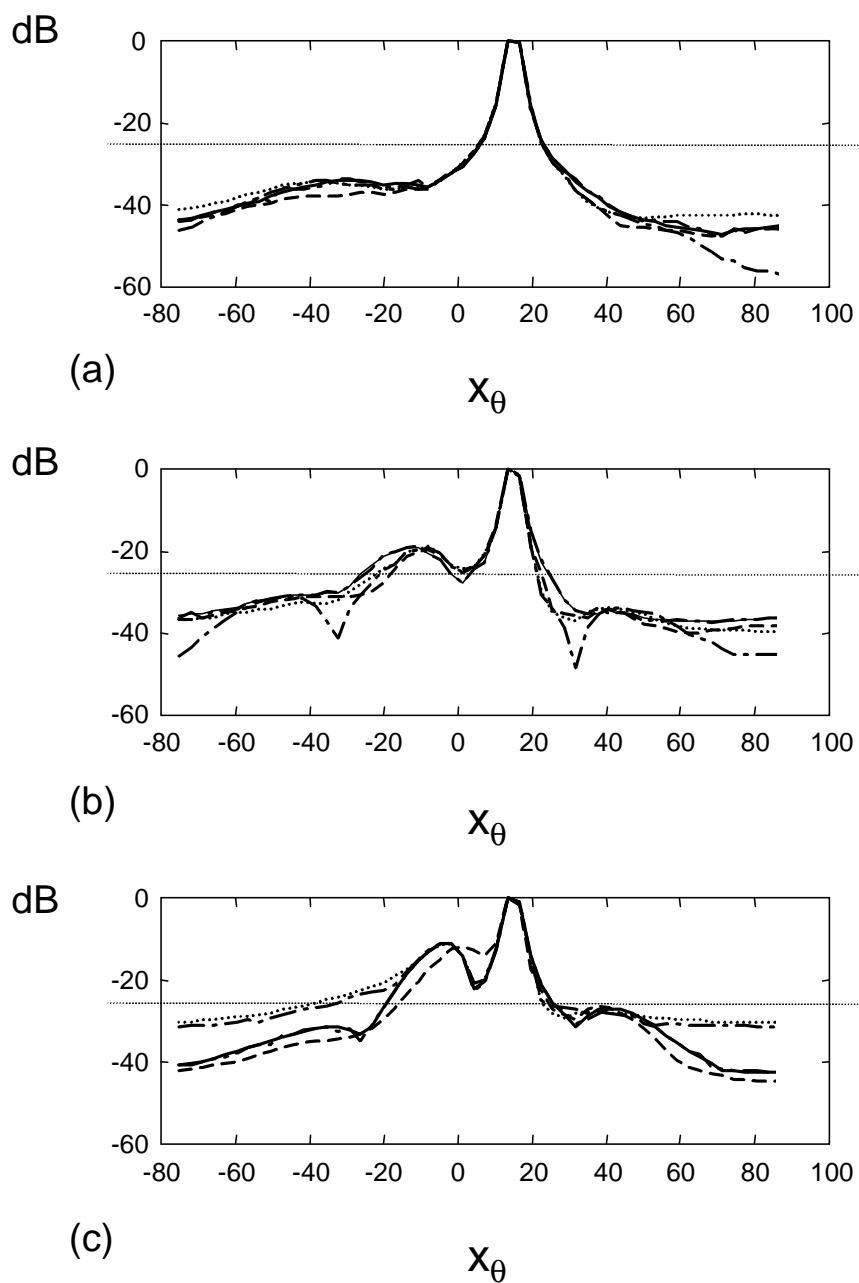
Con el fin de obtener una estimación del error de amplitud, reduciendo al máximo el efecto debido a la desviación de fase, y evitar sobrevalorar errores en zonas donde la amplitud es muy baja como consecuencia de usar medidas relativas (ecuación 3.14), mediremos la bondad de las aproximaciones calculando los errores medios producidos sobre un nivel de amplitud mayor de  $-26dB$ , lo que en la figura 3.14 queda por encima de la recta marcada en línea de puntos.

Para valorar las aproximaciones en banda estrecha hemos hecho una pequeña consideración. Con el fin de evitar que pequeñas diferencias de fase pueden incrementar excesivamente los errores, se definen un conjunto de ventanas espaciales yuxtapuestas en las que se toma el valor máximo de amplitud, en base a estas medidas se realiza la valoración de las aproximaciones. La figura 3.15(a) representa los resultados para banda estrecha sobre la apertura  $A_2$  focalizando a  $15^\circ$  en elevación, y la figura 3.15-b los resultados de aplicar el enventanado. En líneas generales, considerando los puntos sobre el umbral de  $-26dB$ , las aproximaciones siguen los máximos de la respuesta exacta de forma aceptable.

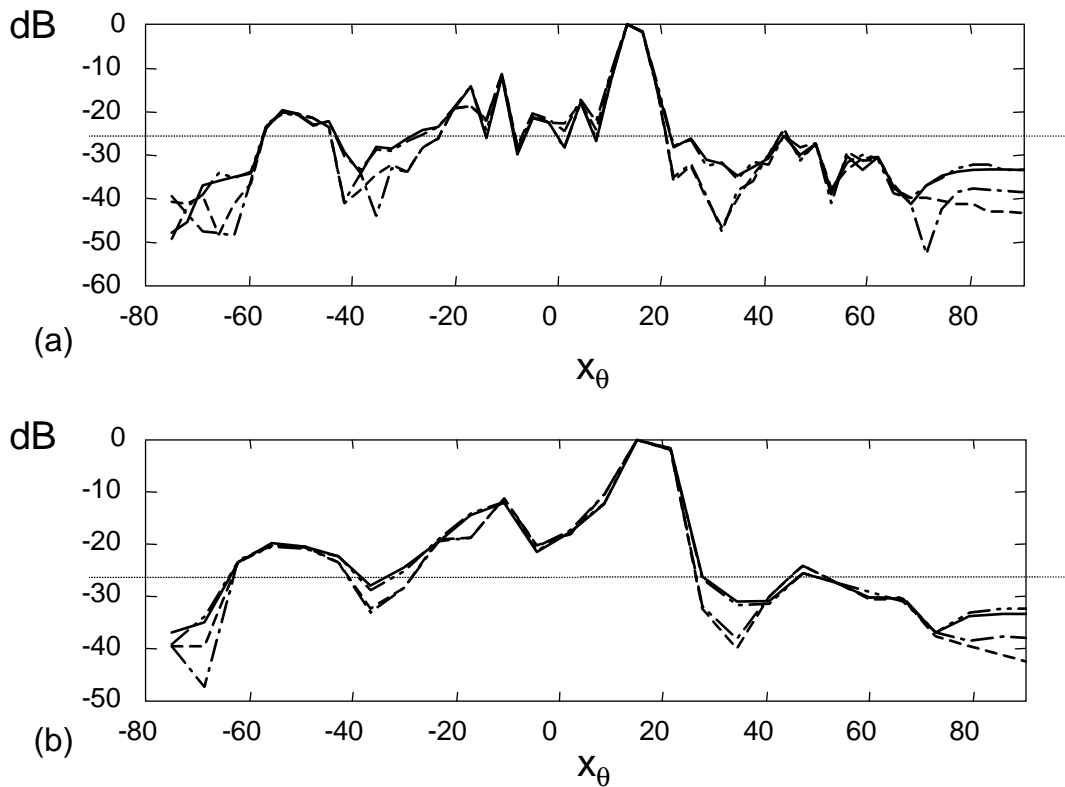
### ■ Valoración de errores.

Se han computado para las aperturas  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  los errores cometidos al computar los perfiles laterales a tres profundidades, para las cuatro condiciones de focalización anteriormente descritas y para condiciones de excitación de banda ancha y onda continua. Los errores medidos sobre todo el conjunto del campo (prefocal, focal y postfocal) se muestran en la tabla 3.2.

Para la apertura  $A_1$  los resultados de RE200 proporcionan errores alrededor de  $-30dB$ , situándose el máximo error en  $-27dB$  (5%) para el caso de banda estrecha y  $45^\circ$  de deflexión y el mínimo en  $-39dB$  (1%), para banda ancha y  $30^\circ$  de deflexión, resultados semejantes se obtienen sobre las aperturas  $A_2$  y  $A_3$ . La aproximación AFT proporciona errores por debajo de los  $-14dB$  (20%) alcanzando un mínimo de  $-18dB$  (12%) que se mantiene constante en banda estrecha. La aproximación ACC, desarrollada tan sólo para banda ancha, varía en función del



**Figura 3.14 :** Campo de presiones calculado sobre el plano focal, focalizando el haz principal a  $25\text{mm}$  en profundidad,  $15^\circ$  en elevación y  $0^\circ$  en acimut, banda ancha. RE1000 (-), RE200 (- · · -), ATF (- -), ACC (···) y ABE (·-·-).



**Figura 3.15 :** Campo de presiones calculado sobre el plano focal, focalizando el haz principal a  $25\text{mm}$  en profundidad,  $15^\circ$  en elevación y  $0^\circ$  en acimut, banda estrecha. RE1000 (-), RE200 (- · - ·), ATF (- -) y ABE (·-·-·). (a) Apertura A2 (b) Resultados de la apertura A2 reduciendo los errores de fase.

grado de deflexión proporcionando un nivel de error mínimo cuando la focalización se sitúa sobre el eje  $Z$  ( $-20\text{dB}$ ) y alcanzando el máximo en  $45^\circ$  con un error de  $-13\text{dB}$ . Los resultados de la aproximación ABE para banda ancha son semejantes a los proporcionado por ACC, aumentando el error con el ángulo de deflexión. En banda estrecha los errores se mantienen más nivelados y son de menor orden, aproximadamente en  $-18\text{dB}$ .

Para la apertura A2 la aproximación AFT produce resultados semejantes en banda estrecha y banda ancha produciendo errores entorno a  $-11\text{dB}$  (por debajo del 30%). Para la ACC los errores en el eje  $Z$  son de  $-18\text{dB}$ , sin embargo éstos crecen rápidamente con la deflexión alcanzando valores alrededor de hasta  $-10\text{dB}$ . La aproximación ABE produce para banda estrecha resultados muy semejantes a los producidos por la AFT, pero en banda ancha estos alcanzan valores de error muy altos ( $-3\text{dB}$  para  $30^\circ$  de deflexión) debido a la influencia del



			0°	15°	30°	45°	
A1	RE200	BA	-38dB	-33dB	-39dB	-33dB	
		BE	-30dB	-28dB	-28dB	-27dB	
	AFT	BA	-18dB	-14dB	-14dB	-16dB	
		BE	-15dB	-18dB	-18dB	-18dB	
	ACC	BA	-20dB	-18dB	-14dB	-13dB	
		BE					
	ABE	BA	-20dB	-17dB	-14dB	-12dB	
		BE	-16dB	-18dB	-18dB	-19dB	
	A2	RE200	BA	-37dB	-35dB	-28dB	-29dB
			BE	-38dB	-30dB	-27dB	-24dB
AFT		BA	-11dB	-11dB	-10dB	-13dB	
		BE	-11dB	-13dB	-12dB	-12dB	
ACC		BA	-18dB	-10dB	-10dB	-9dB	
		BE					
ABE		BA	-15dB	-10dB	-3dB	-8dB	
		BE	-11dB	-13dB	-10dB	-11dB	
A3		RE200	BA	-38dB	-36dB	-34dB	-28dB
			BE	-30dB	-28dB	-25dB	-26dB
	AFT	BA	-14dB	-14dB	-14dB	-7dB	
		BE	-10dB	-15dB	-11dB	-10dB	
	ACC	BA	-18dB	-15dB	-13dB	-9dB	
		BE					
	ABE	BA	-23dB	-12dB	-12dB	-10dB	
		BE	-19dB	-14dB	-10dB	-10dB	

**Table 3.2 :** Media del error cometido en función de la aproximación tomada para las aperturas A1,A2 y A3, en distintas condiciones de focalización evaluadas conjuntamente sobre todas las distancias (prefocal, focal y postfocal).

diagrama de radiación del elemento en banda estrecha que introduce sobre esa posición un mínimo muy significativo (ver figura 3.14-b).

Para la apertura A3 tiene la AFT proporciona valores regulares alrededor del  $-14dB$  para banda ancha y del  $-11dB$  para banda estrecha, sin mostrar una dependencia clara de los resultados con la deflexión. La aproximación ACC muestra la dependencia con la deflexión que ya había mostrado para las otras aperturas, variando sus resultados desde  $-18dB$  a  $-9dB$ . Para el método ABE, en banda ancha aunque los errores más aumentan rápidamente con la deflexión que los producidos por ACC, en posiciones lejanas de deflexión introducen niveles de error muy semejantes. Para banda estrecha los resultados se repiten si bien los errores aumentan

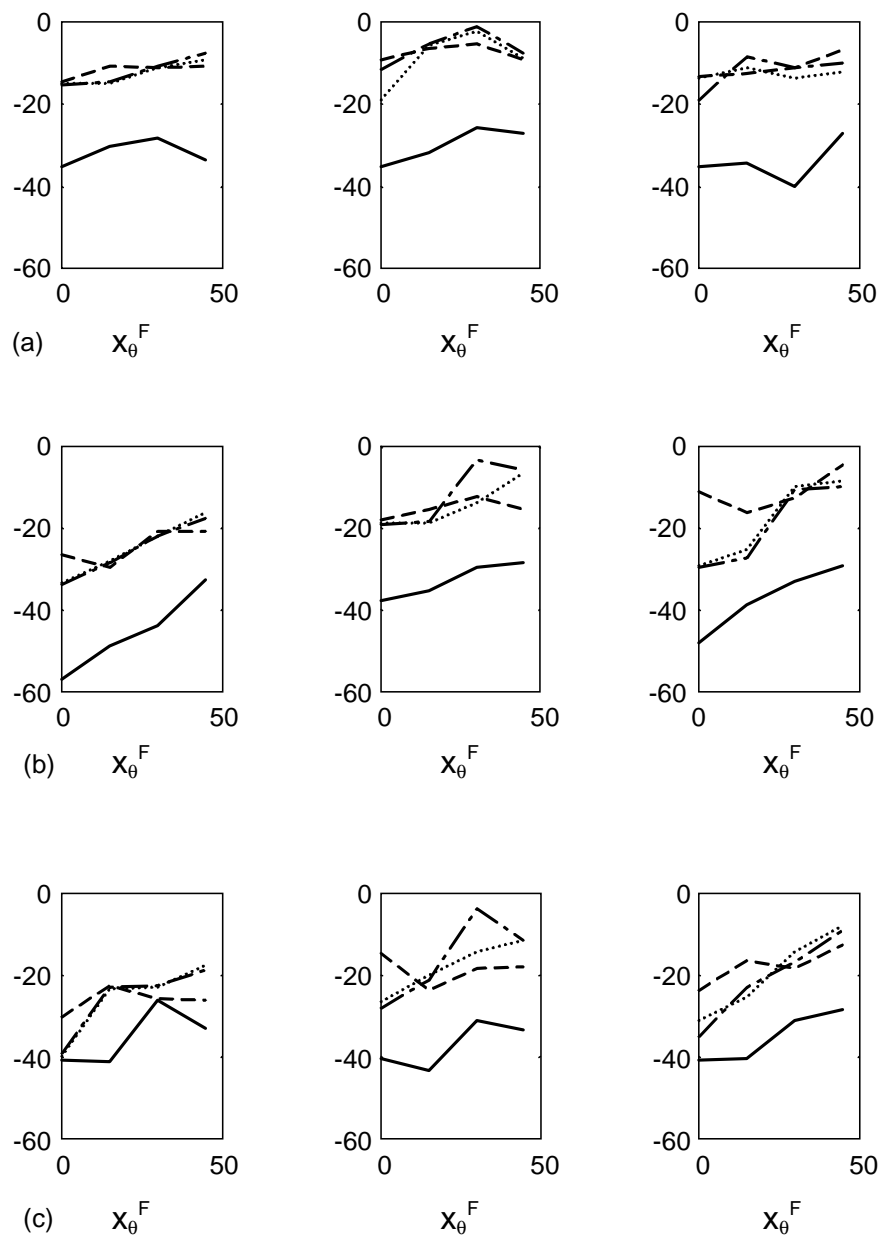
de forma más suave.

Considerando los errores de forma local, separando los perfiles a distintas profundidades se observa cómo las aproximaciones producen mejores resultados en el plano focal y en el campo lejano. La figura 3.16 muestra las medias de errores para los lóbulos de rejilla en función del ángulo de deflexión ( $15^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $45^\circ$ ). Las curvas que vienen dadas para cada método desarrollado: AFT (línea a trazos), ACC (línea de puntos), ABE (línea punto-punto-raya) y RE200 (línea continua). De izquierda a derecha se representan respectivamente los resultados de las aperturas A1, A2 y A3. De arriba a abajo se dan los errores medidos sobre los planos: anterior a la focalización ( $x_r = 12.5mm$ ), el plano de focalización ( $x_r = 25mm$ ) y el plano posterior a la focalización ( $x_r = 50mm$ ).

Para la apertura A1 los errores de las tres aproximaciones siguen curvas de comportamiento prácticamente semejante. Los mayores errores se producen cuando las medidas se efectúan sobre el plano prefocal, donde los errores no bajan más allá de  $-18dB$ . A partir del plano focal los errores disminuyen situándose básicamente por debajo de  $-20dB$ , límite que superan cuando la deflexión alcanza  $45^\circ$ . En el plano postfocal los resultados son semejantes.

En el caso de la apertura A2, la mejora con la profundidad para las aproximaciones AFT y ACC es menos significativa: el paso del plano prefocal al focal supone una mejora de  $-5dB$  en los resultados (del 30% al 15% aproximadamente). Estos resultados en el plano postfocal mejoran ligeramente para la aproximación AFT, la aproximación ACC tan sólo mejora en posiciones cercanas al eje  $Z$ . La aproximación ABE presenta valores de error altos, debido principalmente a la acción de los mínimos del diagrama de radiación del elemento, especialmente para  $30^\circ$ , aunque se observa una mejora de los resultados en deflexiones cercanas al eje  $Z$  tanto en el plano focal como en el prefocal donde se sitúan por debajo de  $-20dB$ .

En la apertura A3 los errores son altos en el plano prefocal, igual que para la apertura A2. Sobre el plano focal y el postfocal los resultados para las aproximaciones ACC y ABE, pese a que mejoran con la distancia, muestran una clara dependencia con el ángulo de deflexión. Proporcionan un valor mínimo de error sobre el eje  $Z$  (aproximadamente  $-30dB$ ) y un máximo en  $45^\circ$  (llegando a alcanzar los  $-10dB$ ). La aproximación AFT aumenta el valor medio de los



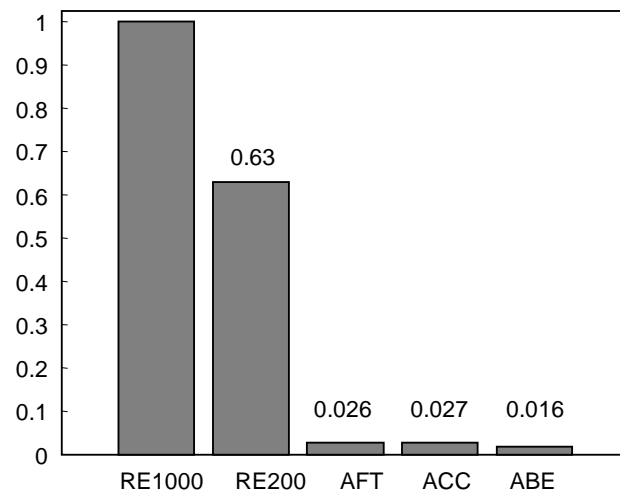
**Figura 3.16 :** Error relativo medido sobre el nivel de los lóbulos de rejilla en función del ángulo de deflexión. AFT (línea a trazos), ACC (línea de puntos), ABE (línea punto-punto- raya) y RE200 (línea continua). De izquierda a derecha aperturas A1, A2 y A3. De arriba a abajo planos:  $x_r = 12.5mm$ ,  $x_r = 25mm$  y  $x_r = 50mm$ .

errores que alcanza, pero mantiene básicamente los mismos niveles en todos los planos.

En general los resultados muestran que las aproximaciones basadas en elementos rectangulares producen mejores resultados cuanto menores son los elementos respecto a la longitud de onda, y cuando el espacio de interés se sitúa en el foco o más allá de él. De cada aproximación se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- La aproximación AFT muestra buenos resultados sobre la apertura A1 empeorando éstos conforme aumenta el tamaño de los elementos. Destaca especialmente el hecho de que esta aproximación no muestra una dependencia fuerte con el ángulo de deflexión.
  - La aproximación ACC muestra para aperturas con elementos pequeños resultados semejantes a los obtenidos para la AFT. Cuando el tamaño de los elementos aumenta la precisión de los resultados está en función del ángulo de deflexión, produciendo para ángulos bajos de deflexión resultados mejores que la AFT.
  - La aproximación ABE muestra la misma dependencia con respecto al ángulo de deflexión que muestra la ACC. Sin embargo presenta una fuerte dependencia con el tamaño de los elementos que sólo la hace operativa en banda ancha cuando los elementos son pequeños (menores de  $\lambda$ ).
- **Coste computacional** El coste computacional, medido respecto al coste de la respuesta exacta RE1000, viene descrito en la figura 3.17. Los resultados evidencian que las aproximaciones tienen un coste significativamente menor que el método exacto. Las aproximaciones AFT y ACC tienen un coste semejante entre sí aunque ambas dependen de la resolución de muestreo temporal o frecuencial que se emplee. La aproximación ABE reduce a la mitad el tiempo de computación respecto a las dos anteriores, con unos márgenes de error semejantes a los de la ACC cuando la deflexión es baja.

Las simulaciones pueden buscar dos tipos de valoraciones, una cualitativa donde se busca una descripción general del campo debido a una apertura, y otra cuantitativa (p.e. evaluación de lóbulos de rejilla) donde se exige mayor precisión en los resultados. Las aproximaciones



**Figura 3.17 :** Coste computacional medido respecto a RE1000.

proporcionan una descripción cualitativa adecuada, que sin embargo pueden resultar pobres para una valoración cuantitativa. En este caso puede resultar conveniente calcular la respuesta exacta, asumiendo su coste computacional.



---

## Capítulo 4

---

---

# Descripción del campo acústico producido por arrays de anillos segmentados

---

### 4.1 Introducción

---

En este capítulo se analiza el campo acústico formado por arrays de anillos segmentados (AAS), tanto en condiciones de excitación de banda ancha como de banda estrecha. A pesar del auge reciente de los arrays bidimensionales para generar imágenes volumétricas, el estudio de los AAS aún no ha sido abordado en profundidad. Este hecho contrasta con la dedicación empleada a los arrays bidimensionales de elementos cuadrados. En efecto, el campo ultrasónico creado por este tipo de aperturas ha sido ampliamente descrito en la literatura [VR74, Mac79, Hoe83], así como las diferentes estrategias para mejorar su uso en aplicaciones de imagen que incluyen: aspectos derivados de geometría de la apertura [Kar98, Mos87, Rew93], métodos para reducir

el número de elementos activos sin deteriorar excesivamente el campo acústico [Loc97, Tur91, Web85], estrategias de apodización [Lu90, Hol98], estrategias de barrido, focalización y formación de imágenes [Lor93, Lig97, Bru82, Lu99, Mar99]. Por el contrario, los AAS aún no han sido tratados en la literatura especializada en ninguno de los aspectos citados, tanto en lo que se refiere al análisis del campo acústico, como al diseño y optimización de este tipo de aperturas para su uso en aplicaciones de imagen. Aunque existen algunos trabajos que describen otras aperturas que podrían ser de utilidad para un estudio comparativo, como por ejemplo, transductores axisimétricos no planos (esféricos [Sal86], cónicos [Yam82], etc), o arrays de anillos [Vos88, Son89], las conclusiones de estos trabajos sólo serían aplicables a los AAS en el caso particular de que no haya deflexión del haz acústico. En cambio, a pesar de que la emisión de haces deflectados es la base para obtener imágenes 3D sin movimiento, su estudio aún no ha sido abordado. En este capítulo se muestran aspectos novedosos del campo ultrasónico de AAS, tanto en cuanto a su metodología como a su contenido.

El campo creado por un AAS depende de la geometría de la apertura y, además, de la estrategia seguida para dar forma al haz ultrasónico: retardos de focalización, apodización, etc. Por un lado, los elementos del array son de geometría irregular y pueden ser muy diferentes entre sí, tanto en cuanto a sus dimensiones como a su orientación. Esta diversidad plantea una dificultad intrínseca a la hora de describir el campo ultrasónico de los AAS, lo que obliga, por un lado, a limitar la variación de las aperturas a aquellos aspectos que se consideren más determinantes y por otro, a usar métodos innovadores de análisis que permitan deducir conclusiones generales. En este sentido, usaremos métodos de análisis basados en la respuesta al impulso (RI), de forma semejante a otros trabajos [Ull92, Ull96] que utilizaron este concepto para describir el campo ultrasónico de un array lineal. El método obtiene información a partir de la respuesta impulsiva de los elementos y, en particular, de su distribución temporal, la cual depende de la geometría de la apertura, de la lente de focalización y de la posición del punto de campo.

Mediante retardos electrónicos se pueden simular lentes de focalización de perfil arbitrario en un AAS. Cambiando la forma de la lente se pueden realizar diferentes estrategias de



focalización, p.e. la focalización esférica se usa para centrar el haz ultrasónico en puntos arbitrarios del espacio, o bien, la focalización cónica distribuye el haz principal a lo largo de una línea. Los AAS permiten también usar otras técnicas de conformación del haz (*beam forming*) mediante control de la amplitud del pulso de excitación de los elementos del array (p.e. diferentes funciones de apodización [Cin99] para controlar los lóbulos laterales, también se pueden usar funciones tipo Fresnel [Sle92] o Bessel [Lu95] que permiten generar haces acústicos con difracción limitada, *nondiffracting beams*). Siendo todos estos problemas muy importantes y de gran interés para la generación de imágenes ultrasónicas, consideramos que caen fuera de la problemática planteada en esta tesis. En nuestro caso, nos limitaremos a describir para ambos modos de excitación, el campo producido por arrays de anillos segmentados a los que se le aplican lentes de focalización esférica y una función de apodización uniforme. Para facilitar el desarrollo de este capítulo, estudiaremos en primer lugar el caso de focalización sin deflexión y, posteriormente, analizaremos algunos aspectos derivados de la deflexión. En los epígrafes que siguen nos centraremos en el haz principal y lóbulos de rejilla, describiendo los siguientes factores que determinan la calidad de las imágenes:

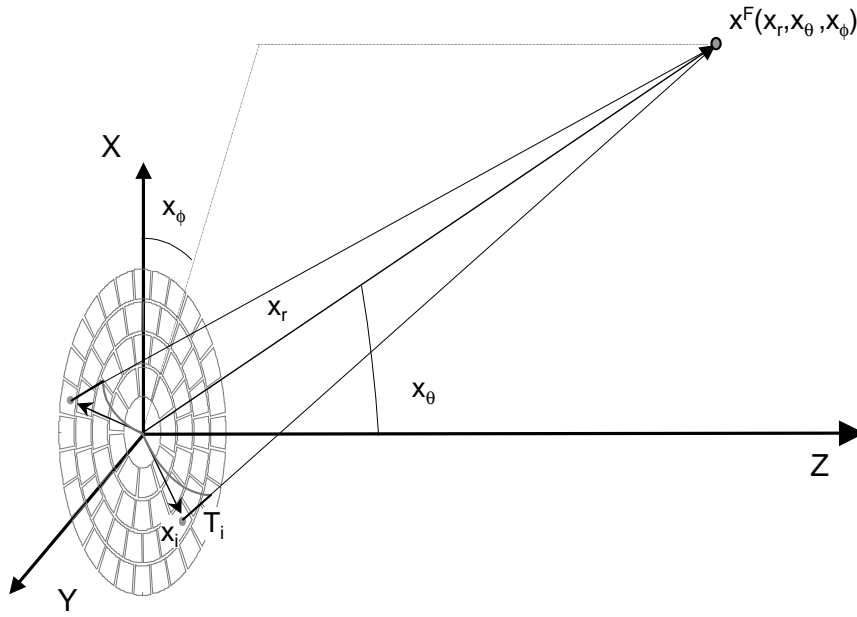
- La distribución del campo en el plano focal. En este sentido se estudiarán:
  - La evolución de la presión focal para diferentes condiciones de focalización: profundidad y ángulo de deflexión.
  - La resolución lateral y cómo ésta varía respecto a la posición del foco y a la configuración geométrica de la apertura (tamaño y relación de aspecto de los elementos).
  - Los lóbulos secundarios, su distribución y en especial su amplitud, que determina el contraste en la imagen.
- La distribución del campo fuera del plano focal, y en particular a lo largo del eje de propagación. En este sentido se analizará la profundidad de foco, que indica hasta qué punto el haz principal mantiene en profundidad las buenas características existentes en el plano focal.

- Los lóbulos de rejilla, que constituyen la más importante fuente de ruido acústico en la elaboración de imágenes, y que dependen en gran manera de la configuración geométrica de la apertura y del ángulo de deflexión del haz.

Para las simulaciones se usarán cinco aperturas tipo, todas ellas descritas en el epígrafe 3.1.1 : la apertura A1 ( $R_A = 1, e = \lambda, N = 302$  elementos), la apertura A2 ( $R_A = 1, e = 2\lambda, N = 75$ ) que manteniendo la relación de aspecto unidad cuadruplica el área emisora de los elementos, la apertura A3 (regular  $8 \times 16, e = \lambda, N = 128$ ) que muestra algunas peculiaridades de los arrays regulares, y la apertura A4 ( $R_A = 4, e = \lambda, N = 75$ ) que cuadruplica el tamaño del elemento aumentando uno de sus lados y A5 ( $R_A = 1, e = 2\lambda, N = 302$ ), cuyos elementos son similares a A2 pero el array dobla su diámetro. Las condiciones de excitación son, por un lado, el pulso de banda ancha coincidente con el que se ha utilizado en anteriores capítulos, cuya frecuencia central es de  $3MHz$  y tiene 50% de ancho de banda a  $-6dB$ , y por otro lado, onda continua de  $3MHz$ . La propagación se considera ideal y sin pérdidas en agua, y tomando una velocidad del sonido de  $1500m/s$ , la longitud de onda es de  $0.5mm$ .

## 4.2 Análisis del haz principal sin deflexión

Focalizar un AAS sin deflexión es equivalente a focalizar un array de anillos, del cual ya existen algunos trabajos en la literatura [Ala76, Son89, DH81]. En nuestro caso nos permite establecer un patrón de comportamiento del array para realizar comparaciones cuando se estudie el campo acústico con deflexión. Para el análisis nos ayudaremos de la respuesta al impulso (RI), cuya forma temporal está básicamente determinada por las características geométricas de la apertura, el punto de campo y los retardos de focalización. En este sentido, es importante recordar que las discontinuidades que aparecen en la RI del array o en su derivada temporal son origen de otras tantas *réplicas* escaladas del pulso de excitación que en conjunto componen el pulso de presión. Dado que la RI del array se obtiene superponiendo las RI de los elementos, la distribución temporal de la contribución de los elementos a la RI del array, es decir, la localización temporal de los intervalos de existencia de las RI de los elementos, resulta determinante para la forma de



**Figura 4.1 :** Geometría del array en focalización.

la RI del array y para situar sus discontinuidades [UII96].

### 4.2.1 Campo en el foco

En el caso de un AAS, la RI de cada elemento  $i$  está centrada en el instante  $t_i$ , el cual es función de la posición  $\vec{x}_i$  del centro del elemento, del punto de campo  $\vec{x}$  y de los retardos de focalización  $T_i^F$  (ver geometría en la figura 4.1):

$$ct_i(\vec{x}) = |\vec{x} - \vec{x}_i| + cT_i^F \quad (4.1)$$

donde los vectores espaciales se dan en coordenadas esféricas  $\vec{x}(x_r, x_\theta, x_\phi)$ . Supondremos que se realiza focalización esférica, que implica introducir retardos  $T_i^F$  en la excitación de los elementos del array de manera que los pulsos procedentes de los centros de los elementos lleguen simultáneamente al foco  $\vec{x}^F$ :

$$cT_i^F(\vec{x}^F) = x_r^F - |\vec{x}^F - \vec{x}_i| \quad (4.2)$$

En los ejemplos que se presentan en este capítulo, los elementos se enumeran comenzando por el anillo de menor diámetro y completando en orden cada anillo a partir del ángulo de acimut del foco  $x_\phi^F$ .

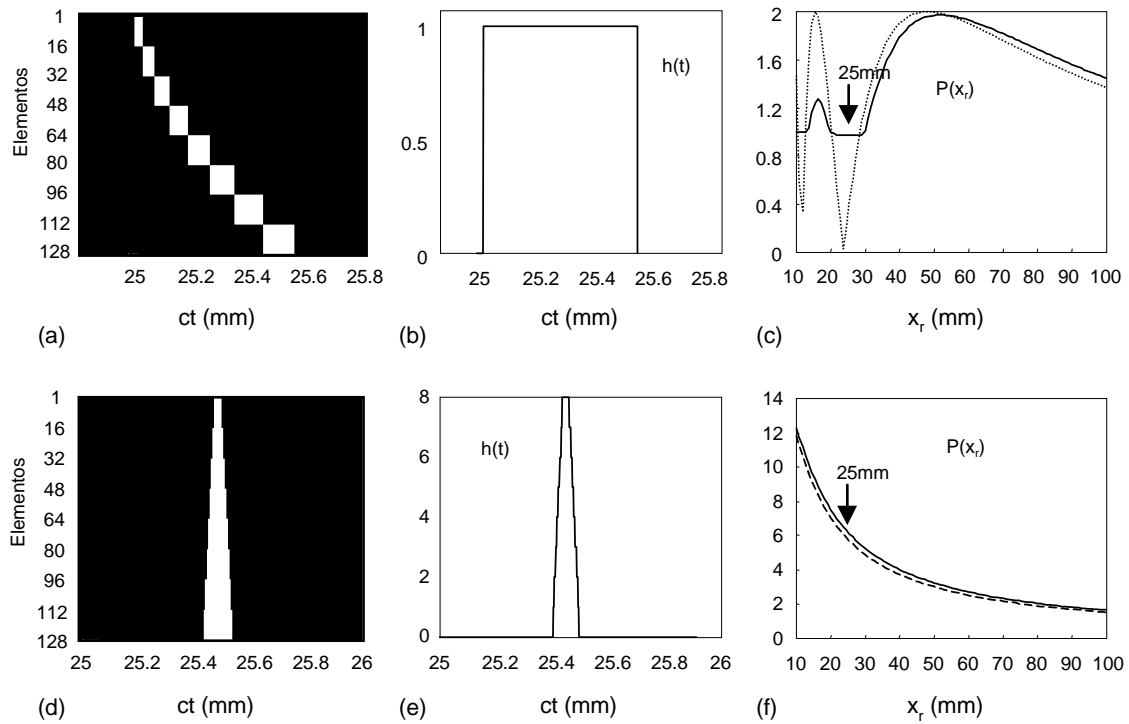
La figura 4.2(a) muestra, en color blanco, la distribución temporal de las RI de los elementos de la apertura A3 sin focalizar ( $T_i^F = 0$ ), para el punto P1 del eje OZ:  $P1(25, 0^\circ, 0^\circ)$ . Es fácil deducir que, en este caso, las RI de los elementos de un anillo tienen entre sí igual posición  $t_i$  y duración  $\Delta T_i$ , las cuales, para un anillo de radio central  $r_i$  y espesor  $e$ , son:

$$ct_i = \sqrt{x_r^2 + r_i^2} \quad (4.3)$$

$$c\Delta T_i \approx \frac{er_i}{x_r} \quad (4.4)$$

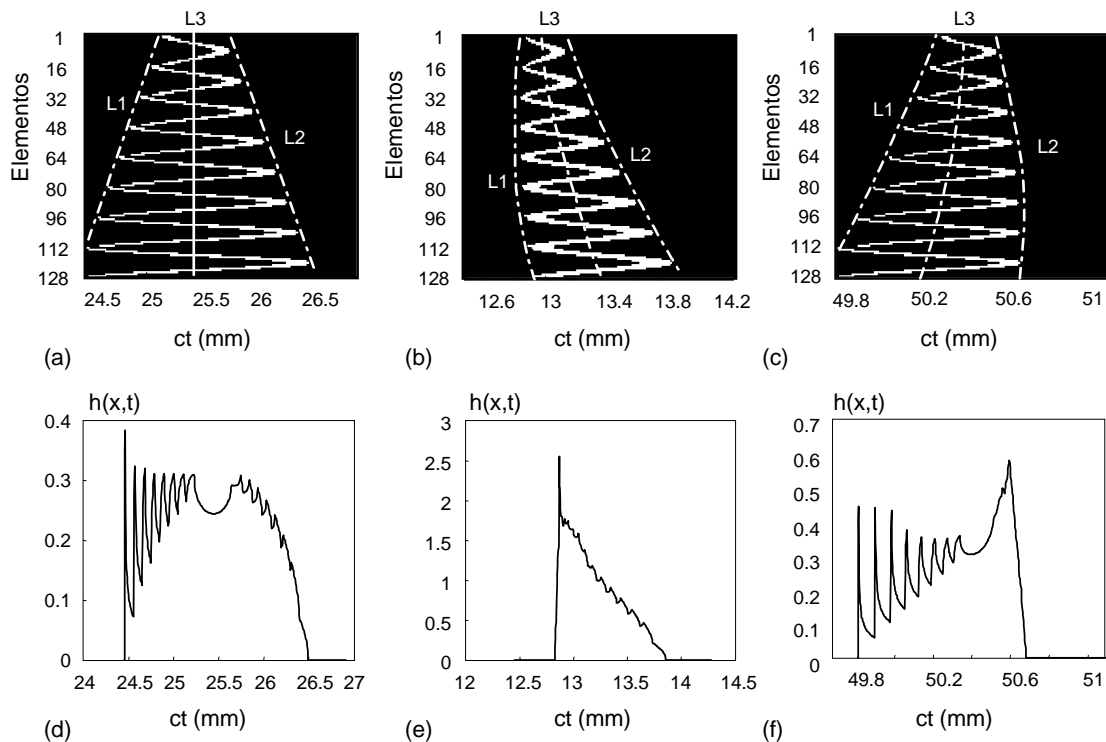
Como resultado de la superposición de las RI de los anillos se obtiene una RI del array de forma rectangular cuya amplitud es la unidad y cuya anchura es  $c\Delta T_A \approx D^2/8x_r$ , que para  $D = 10mm$  y  $x_r = 25mm$ , resulta  $c\Delta T_A \approx 0.5mm = \lambda$ . Como consecuencia, la presión debida al impulso consiste en dos deltas de Dirac de peso unitario que producen *réplicas* de la señal de excitación con diferente signo y separadas un periodo de la señal. Al ser los pulsos de réplica de signo contrario, su interferencia es negativa produciendo un mínimo del campo de presiones en ese punto - para onda continua se puede llegar a anular el campo en el punto, pero para un pulso de banda ancha la influencia de esta interferencia queda muy reducida y la amplitud del pulso de presión se mantiene muy cercana a la unidad- (ver perfiles axiales de la figura 4.2(c)). En cambio, cuando  $c\Delta T_A$  es media longitud de onda, la interferencia entre las dos réplicas del pulso de excitación es positiva - y la onda de presión puede doblarse - . Lógicamente, el campo de un AAS sin focalizar coincide con el de un transductor circular -ampliamente descrito en la literatura [Zem70, Bea74, Har81a]- pero lo incluimos aquí para mostrar nuestro método de análisis basado en la RI.

La figura 4.2(d) muestra la distribución temporal de las RI de los elementos después de aplicar retardos para focalizar en el punto P1 del eje. Como resultado de la focalización, las RI de todos los elementos se hacen simultáneas, situándose en el punto correspondiente al instante



**Figura 4.2 :** Para la apertura A3 sobre el punto  $P1(25, 0, 0)$  se representa: la distribución temporal de las respuestas al impulso, (a) sin focalización (d) con focalización en el punto  $P1(25, 0, 0)$ ; la respuesta al impulso de la apertura (b) sin focalización (e) con focalización en el punto  $P1(25, 0, 0)$ ; perfil axial de presiones en banda estrecha (- -) y banda ancha (-) (c) sin focalización (f) con focalización dinámica.

$ct_i = x_r^F$ , con lo que resulta una RI del array con forma trapezoidal muy estrecha, cuya altura es igual al número de anillos ( $N = 8$  para la apertura A3) y cuya duración está determinada por el tiempo correspondiente al anillo más lejano:  $c\Delta T_A \approx eD/(2x_r^F)$ . Debido al incremento de altura en la RI del array, el pulso de presión adquiere un valor alto en el foco (alrededor de 7 para  $x_r^F = 25mm$ ), pero al contrario de lo que sucede con la RI, su amplitud no es constante con la profundidad. Este hecho se observa en la figura 4.2(f) que representa un perfil axial con focalización dinámica: debido a la variación de  $\Delta T_A$  con la profundidad, el pico del pulso de presión disminuye de forma mantenida aproximadamente en relación inversa a la distancia focal ( $1/x_r^F$ ).



**Figura 4.3 :** Para la apertura A3 se presenta para una focalización sobre el punto  $P1(25, 0^\circ, 0^\circ)$ : las distribuciones temporales de la repuesta al impulso (a) sobre el punto  $P2(25, 12^\circ, 0^\circ)$  (b) sobre el punto  $P3(12.5, 12^\circ, 0^\circ)$  (c) sobre el punto  $P4(50, 12^\circ, 0^\circ)$ .

### 4.2.2 Campo en el plano focal

En la figura 4.3(a) y (d) se muestra la distribución temporal de la RI de los elementos del array y la respuesta impulsiva global del array correspondiente al punto P2 desviado lateralmente del foco:  $P2(25, 12^\circ, 0^\circ)$ , cuando el array A3 está focalizado en  $P1(25, 0^\circ, 0^\circ)$  (cuando nos referimos a focalización sin deflexión, las aperturas A1, A3 y A4 son equivalentes entre sí y por tanto los resultados son aplicables a una u otra indistintamente). La respuesta al impulso en P2 presenta una serie de picos que son consecuencia de la superposición de las RI de los ocho anillos que componen la apertura, también tiene en su centro una pequeña hendidura debida al hueco central del array (recordemos que en el primer capítulo se mostraba que la RI de un anillo tiene aspecto de canoa, con un pico positivo en cada extremo).

Una descripción de la RI del AAS puede darse a partir de las respuestas impulsivas de los

elementos mostradas en la parte (a) de la figura. En ella se observa cómo al separarse el punto de campo del eje de la apertura, las respuestas impulsivas de cada anillo se extienden dentro de los límites determinados por las rectas L1 y L2 (que marcan, respectivamente, los instantes inicial y final de las RI de cada anillo). L1 y L2 están determinadas por sus distancias a la curva L3, la cual indica los tiempos intermedios de las RI de cada anillo. Los valores de L1, L2 y L3 para un punto de campo que se encuentra a una distancia  $x_r$  de la apertura, son:

$$ct_{L1}(k) - ct_{L3}(k) = -(x_{rk} + e/2) \sin x_\theta \quad (4.5)$$

$$ct_{L2}(k) - ct_{L3}(k) = +(x_{rk} + e/2) \sin x_\theta \quad (4.6)$$

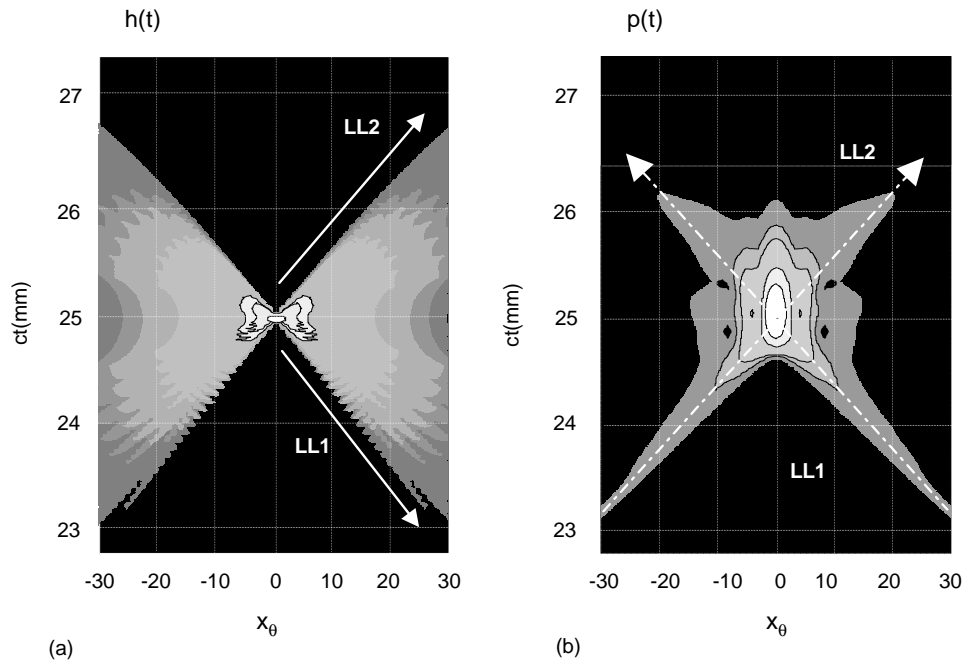
$$ct_{L3}(k) = x_r + \frac{(x_{rk} + e/2)^2}{2} \left( \frac{1}{x_r} - \frac{1}{x_r^F} \right) \quad (4.7)$$

donde  $k = 1, \dots, K$  es el número del anillo y  $x_{rk}$  es el radio central de cada anillo. Para puntos de campo situados en el plano focal ( $x_r = x_r^F$ ), L3 es una línea vertical indicando la distancia focal  $ct_{L3} = x_r^F$ . De esta ecuación también se desprende que el campo producido por un AAS sin focalizar ( $x_r^F = \infty$ ) en puntos de campo lejano ( $x_r \gg D$ ), las curvas de distribución temporal de las RI coinciden con las del plano focal. Este resultado permite equiparar los resultados del campo lejano a los del plano focal, al menos en tanto en cuanto éste no se encuentre excesivamente cerca del transductor.

Particularizando L1 y L2 de la ecuación anterior para cada anillo  $k$ , se obtienen las posiciones de los picos de la RI del array, los cuales se forman debido a los vértices de la curva de distribución temporal de las RI de los elementos. Por otro lado, si se particularizan L1 y L2 para el anillo externo ( $k = K$ ) se obtienen los instantes de los extremos inicial y final de la RI del array, cuya posición varía linealmente con la separación  $x_\theta$  del punto respecto del eje de propagación (rectas LL1 y LL2 de la figura 4.4(a)):

$$ct_{LL1} \approx x_r^F - D \sin x_\theta / 2 \quad (4.8)$$

$$ct_{LL2} \approx x_r^F + D \sin x_\theta / 2 \quad (4.9)$$



**Figura 4.4 :** Para la apertura A3 focalizada sobre el punto  $P1(25, 0^\circ, 0^\circ)$  se presenta en las direcciones de  $x_\theta = \{-30^\circ, \dots, 30^\circ\}$ : (a) las respuestas al impulso de la apertura; (b) la envolvente de la onda de presión.

En consecuencia, la RI del array para puntos del plano focal tiene una anchura temporal proporcional a la desviación  $\sin x_\theta = x_x/x_r$  del punto:

$$c\Delta T_A(\vec{x}) = ct_{LL2} - ct_{LL1} \approx D \sin x_\theta \quad (4.10)$$

Una particularidad de la RI del array es que su área es constante para una profundidad determinada  $x_r$ , y no varía ni con la inclinación del punto ni con la lente de focalización. Por tanto, dado que el ensanchamiento de la RI es proporcional a la desviación lateral del punto de campo, su altura media decrecerá inversamente en relación a este parámetro. Los extremos de la RI del array reproducen dos pulsos de presión con signos contrarios que interfieren entre sí cuando la anchura del pulso es superior a la de la RI. Esta interferencia es positiva cuando la separación entre los bordes es:  $c\Delta T_A = (2m - 1)\lambda/2$ , para  $(m = 1, 2, 3, \dots)$ , por lo que



aparece un máximo de presión en esos puntos:

$$x_{\theta,Max} \approx 1.2 \arcsin \frac{(2m-1)\lambda}{2D} \quad (4.11)$$

La interferencia es negativa cuando  $c\Delta T_A = m\lambda$ , produciéndose un mínimo en tales puntos, que cumplen:

$$x_{\theta,min} \approx 1.2 \arcsin \frac{m\lambda}{D} \quad (4.12)$$

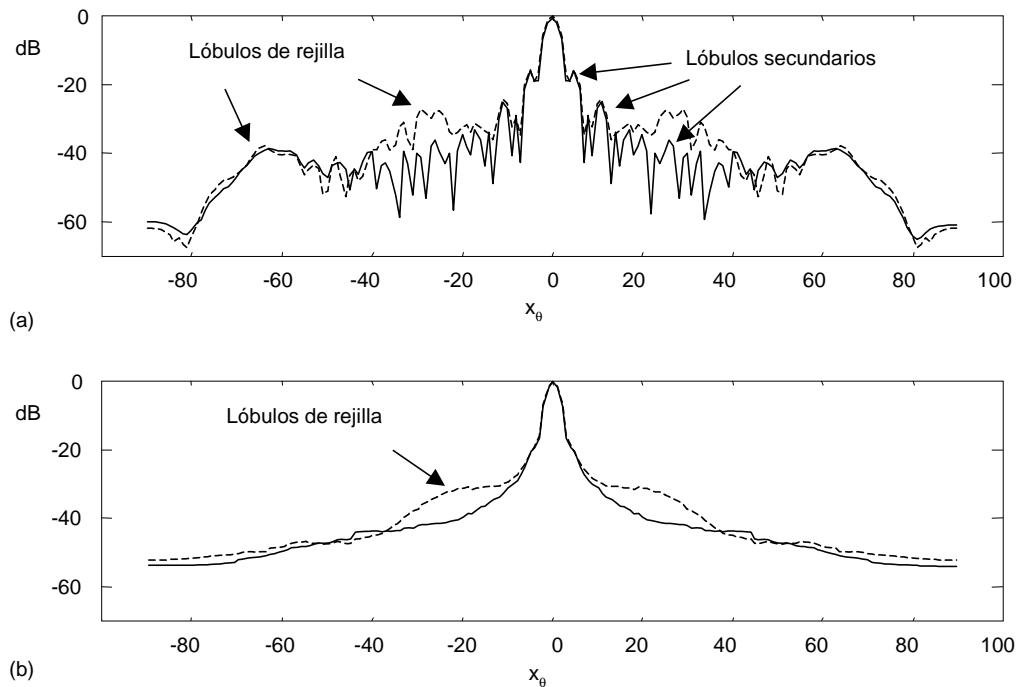
donde el factor 1.2 se debe a que la presión debida al impulso no es una delta de Dirac sino que tiene una duración finita, y sus centros de gravedad están más cercanos que el intervalo  $c\Delta T_A$  entre los extremos de la RI.

Por otro lado, los picos que aparecen en la RI reproducen otras tantas réplicas en presión que en general tienden a contrarrestarse entre sí produciendo un ruido relativamente pequeño en la señal. Únicamente en aquellos puntos de campo en que la separación entre los pulsos se aproxima a una longitud de onda se produce una interferencia positiva dando como resultado lóbulos de rejilla, cuya amplitud es mayor cuanto más ciclos tiene el pulso de excitación. Particularizando la ecuación 4.5 para dos anillos consecutivos y restando, se deduce que los lóbulos de rejilla se producen para una desviación  $x_{\theta,LR}$  dada por:

$$x_{\theta,LR} = \arcsin \frac{m\lambda}{e} \quad (4.13)$$

que tiene soluciones reales entre  $0^\circ$  y  $90^\circ$  solo en el caso de que  $e > \lambda$ .

La figura 4.4(a), muestra para el array A3 focalizado sobre  $P1(25, 0^\circ, 0^\circ)$ , las curvas de nivel de la respuesta al impulso en el plano focal al variar la inclinación del punto  $x_\theta$  entre  $-30^\circ$  y  $30^\circ$ . También muestra las rectas LL1 y LL2 que coinciden con los bordes de la RI. En la figura 4.4(b) se muestra, para el mismo barrido lateral en inclinación, las señales de presión en banda ancha. En la zona más cercana al foco donde la RI es estrecha y de mayor amplitud, se produce un único pulso de presión de gran amplitud que reproduce aproximadamente el pulso de excitación. Para puntos más distanciados en elevación, la RI se ensancha y los pulsos de



**Figura 4.5 :** Campo de presiones a  $x_r = 25mm$  de las aperturas A2 y A3. (a) En banda estrecha, (b) en banda ancha.

presión producidos por sus bordes se separan, con lo que se obtiene una respuesta con aspecto de X formada a lo largo de las rectas LL1 y LL2.

La figura 4.5 muestra también los perfiles laterales en elevación con pulsos de excitación de banda estrecha (a) y de banda ancha (b), para las aperturas A3 (con ocho anillos) y A2 (con cuatro anillos). En ellas se observan el lóbulo principal en el centro, lóbulos secundarios formados especialmente en el caso de banda estrecha, y lóbulos de rejilla, sobre los cuales realizaremos el siguiente análisis:

### ■ Lóbulo principal

El lóbulo principal es el campo correspondiente a la zona más cercana al foco hasta la aparición del primer cero de los lóbulos secundarios. Su amplitud depende principalmente de la superficie del array y su anchura determina la resolución lateral del sistema  $\Delta\theta$ . La distancia entre ceros

	-1.5dB	-3dB	-6dB	-10dB	-12dB
$a_{dB}(BE)$	0.35	0.51	0.69	0.86	0.92
$a_{dB}(BA)$	0.33	0.47	0.65	0.81	0.88

**Table 4.1 :** Tabla de coeficiente para determinar la resolución a distintos niveles de presión

se obtiene haciendo  $m = 1$  en la ecuación 4.12:

$$\Delta\theta = 2.4 \arcsin \frac{\lambda}{D} \quad (4.14)$$

La resolución se puede definir a distintos niveles (p.e.: -3dB) [Kin87], para lo cual se introduce un coeficiente  $a_{dB}$  que permite obtener la resolución para cada nivel de corte:

$$\Delta\theta = 2a_{dB} \arcsin \frac{\lambda}{D} \quad (4.15)$$

La tabla 4.1 presenta para onda continua (BE) y banda ancha (BA) los valores de  $a_{dB}$  computados para la apertura A3 focalizada en P1 los cuales coinciden perfectamente con los que se presentan para banda estrecha en la referencia [Kra90]. La tabla muestra que el lóbulo principal en sus niveles más altos es ligeramente más estrecho para banda ancha que para onda continua. En la figura 4.5 se observa que el lóbulo principal depende principalmente del diámetro del transductor, y no sufre cambios apreciables al usar las aperturas A2 y A3 respectivamente, en las que cambia el número y la anchura de los anillos.

### ■ Lóbulos secundarios

La respuesta lateral del array tiende a seguir la caída progresiva de amplitud comentada anteriormente para la RI (en relación inversa a la distancia en elevación) pero, particularmente en el caso de banda estrecha, se forma una serie de máximos y mínimos que modifican el perfil. Estos lóbulos secundarios son debidos a las interferencias de distinto orden entre las réplicas producidas en los bordes de la RI del array (ver ecuación 4.12). La figura 4.5 muestra también que los lóbulos secundarios para las aperturas A2 y A3 son muy parecidos entre sí (con su

primer y segundo lóbulos secundarios a -15.5dB y -25dB), y las diferencias que aparecen en los perfiles laterales se deben principalmente a los lóbulos de rejilla que produce A2.

Más adelante se hace un estudio más detallado sobre el nivel que alcanzan los lóbulos secundarios de un AAS.

### ■ Lóbulos de rejilla

Los lóbulos de rejilla aparecen en aquellos puntos de campo en que la periodicidad entre los elementos del array es múltiplo de una longitud de onda. Estos puntos vienen dados por la ecuación 4.13. Para el array A2, cuyos anillos tienen un espesor de 1mm ( $e = 2\lambda$ ), aparecen lóbulos de rejilla a  $30^\circ$  cuya amplitud para onda continua es -30dB, aproximadamente 10dB por encima de las señales producidas por la apertura A3. En banda ancha también aparecen los lóbulos de rejilla con parecida intensidad. La apertura A3 tiene, en cambio, los anillos de 0.5mm ( $e = \lambda$ ) y, con excitación de onda continua, presenta lóbulos de rejilla para una inclinación de  $70^\circ$ , cifra algo inferior a la que se obtiene aplicando la ecuación 4.13.

### 4.2.3 Campo fuera del plano focal

Para describir el campo fuera del plano focal nos ayudaremos de nuevo de la distribución temporal de la RI de los elementos, cuyos límites son las curvas L1 y L2 de la ecuación 4.5. Nuestro análisis se basa en que, dado que L1 y L2 contienen los vértices de las curvas de distribución temporal correspondientes a cada anillo del array, son las zonas con mayor aglomeración de aportaciones de elementos, y su estudio permitirá localizar los puntos en que se pueden producir discontinuidades en la RI del array.

Las curvas L1 y L2 definen una función parabólica en función del radio de cada anillo  $x_{rk}$ , que está limitada por el tamaño de la apertura ( $D/2 \geq x_{rk} \geq 0$ ). El vértice ( $t^V, x_{rk}^V$ ) de la rama parabólica se obtiene a partir de la derivada:  $\frac{\delta L1}{\delta x_{rk}} = 0$ , dando como resultado para  $x_{rk}^V$ :

$$x_{rk}^V = \frac{x_r \sin(x_\theta) x_r^F}{x_r^F - x_r} \quad (4.16)$$

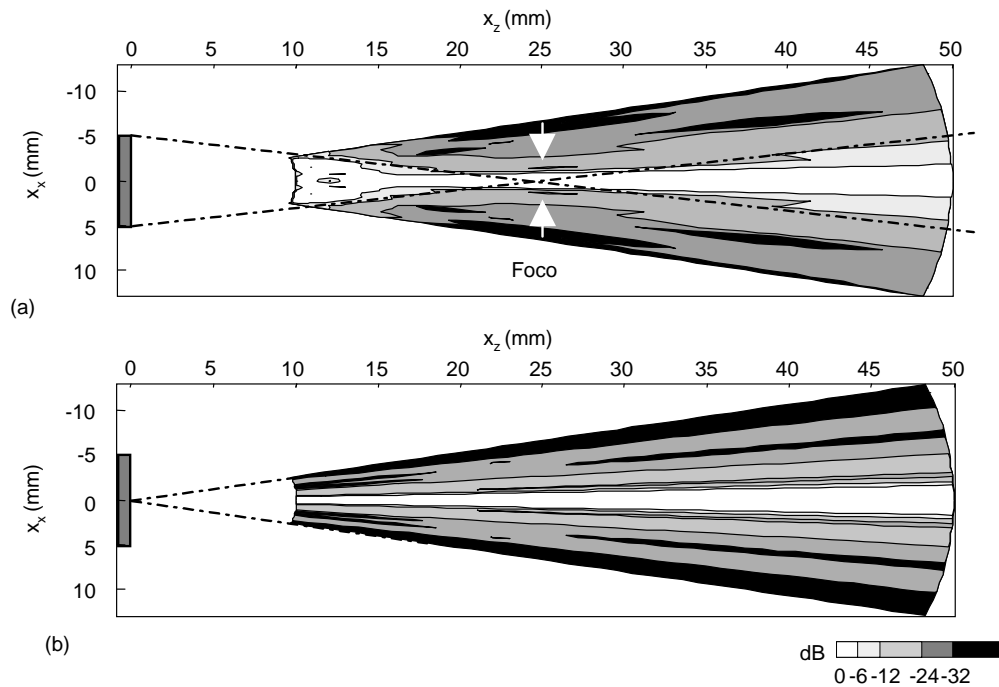
La existencia del vértice dentro del segmento de rama parabólica (L1) implica la presencia de una discontinuidad de primer orden en la respuesta impulsiva del array, que da origen a un pulso de presión de alta amplitud [UII96]. La condición  $|x_{rk}^V| \leq D/2$  determina la región donde la curva L1 contiene al vértice, y por tanto, la zona donde la presión se prevé más alta:

$$|x_r \sin x_\theta| \leq \frac{D|x_r^F - x_r|}{2x_r^F} \quad (4.17)$$

Hay que hacer notar que esta expresión define los puntos de campo contenidos dentro del cono formado por el borde exterior de la apertura y el foco (le llamaremos *cono de focalización*), y es por tanto en esta región donde se espera que el campo sea de mayor amplitud. Por otro lado, la RI para puntos fuera del cono de focalización tiene características semejantes a las descritas para el plano focal, donde el campo acústico cae de forma relativamente rápida.

Además, el plano focal ( $x_r = x_r^F$ ) delimita dos regiones cuyo campo tiene diferentes características. Para puntos dentro del semicono anterior al foco ( $x_r < x_{rf}$ ) es la línea L1 la que presenta un vértice con lo que la RI del array presenta una discontinuidad positiva de primer orden en su parte inicial. En cambio, para puntos posteriores al foco, es L2 quien presenta un vértice por lo que aparece una discontinuidad negativa en la parte final de la RI del array.

La figura 4.3 muestra, también para la apertura A3, los diagramas de distribución temporal y las RI correspondientes a dos puntos de campo situados, ambos en  $x_\theta = 5^\circ$ , uno en el semicono anterior al foco y el otro en el semicono posterior. En el primer caso, debido al vértice de la rama parabólica L1, los cuatro primeros anillos realizan la aportación de sus elementos más cercanos casi simultáneamente, por lo que aparece un escalón en la parte inicial de la RI que produce un pulso de presión de alta amplitud. Después del escalón, la RI decrece paulatinamente hasta cero, presentando picos correspondientes a los elementos más lejanos de cada anillo. En el segundo caso, la RI presenta una subida paulatina desde su comienzo, con picos correspondientes a los elementos más cercanos de cada anillo. Por otra parte, debido al vértice de la rama parabólica L3, los cuatro anillos externos terminan la aportación de sus elementos más lejanos de forma casi simultánea, por lo que aparece un escalón de bajada en la parte final de la RI del array



**Figura 4.6 :** Campo de presiones en clase B de la apertura A3 para una excitación de banda estrecha. (a) Con focalización fija en  $P1(25, 0^\circ, 0^\circ)$  (b) Con focalización dinámica.

que produce un cambio de fase de  $180^\circ$  en el pulso de presión. Ambas RI presentan un aspecto semejante a las descritas por Arditi para un transductor anular cóncavo en [Ard81].

La figura 4.6 (a) representa el campo ultrasónico de un plano en profundidad (clase B) producido por la apertura A3 excitada en onda continua. La imagen se ha obtenido mediante cortes de nivel a partir de las curvas relativas al valor máximo de cada profundidad. En el gráfico se observa cómo el haz se estrecha y después se ensancha siguiendo el cono de focalización. Dentro de esta zona la intensidad de campo se mantiene relativamente alta, de manera que los cortes de nivel de -12dB se mantienen relativamente cerca de los bordes del cono. En el interior del semicono anterior al foco, aparecen mínimos de presión propios de una distribución de campo cercano y excitación continua. Fuera del cono de focalización, aparecen los ceros correspondientes a los lóbulos laterales: en la distancia focal hay un mínimo para  $x_\theta = 3^\circ$ ; a otras distancias antes y después del foco  $x_r \approx 0.8x_r^F$  y  $(1.25 : 1.7)x_r^F$  aparecen mínimos en la posición correspondiente al tercer lóbulo (para  $x_\theta \approx 9^\circ$ ).

El campo a lo largo del eje nos permite realizar algunas reflexiones sobre la profundidad de foco (PF) de este array, entendida ésta como el margen de profundidad dentro del cual la presión mantiene condiciones de amplitud y de resolución equiparables al foco. Una forma de obtener este parámetro es midiendo la distancia en profundidad entre los puntos en que el pico de presión cae a -3dB respecto al máximo. Normalmente la profundidad de foco se expresa mediante:

$$PF = 2\Delta x_r = k_{PF}\lambda \frac{(x_r^F)^2}{D^2} = k_{PF}\lambda F^2 \quad (4.18)$$

donde  $k_{PF}$  es un índice que depende de la geometría de la apertura, lente de focalización, etc. A la relación  $F = x_r^F/D$  se le denomina también número F (*F-number*) de una lente e indica una medida relativa del grado de focalización [Due80]. De la ecuación anterior se deduce que  $PF$  aumenta cuanto más lejos se sitúa el foco. Kino estima para el caso de una lente esférica que  $k_{PF} = 7.1$  para una caída de la amplitud en el eje de  $-3dB$  [Kin87], sufriendo pocas desviaciones con la distancia focal. Se han realizado simulaciones para verificar el valor de  $k_{PF}$  focalizando la apertura A3 a diferentes profundidades. Los resultados indican que  $k_{PF}$  adquiere valores entre 10.5 para  $x_{rf} = 15$ , ( $F = 1.5$ ), y 6.6 para  $x_r^F = 35$ , ( $F = 3.5$ ). El valor propuesto por Kino se alcanza cuando el foco se sitúa a 25mm ( $F = 2.5$ ), a la mitad de la distancia del campo lejano ( $D^2/4\lambda$ ), que para esta apertura está en 50mm. Estos valores de  $k_{PF}$  se mantienen al variar el ancho de banda del pulso de excitación.

■ **La Focalización Dinámica** La profundidad de foco puede aumentarse mediante focalización dinámica en recepción, adaptando en cada instante el foco de la lente a la posición del frente de ondas. La figura 4.6 (b) muestra el campo de presiones resultante de la focalización dinámica para una excitación de banda estrecha. Los resultados son óptimos para la imagen acústica, con una resolución angular constante a lo largo de todo el espacio en profundidad, presentando su primer mínimo a la distancia  $x_\theta = 1.2 \arcsin(\lambda/D)$ . Los picos de los lóbulos secundarios se encuentran en las posiciones  $x_\theta = 1.2 \arcsin((2m+1)\lambda/2D)$ ,  $m = 1, 2, \dots$ , y sus niveles relativos decrecen con  $m$ , siendo de -15dB para  $m=1$ , -25dB para  $m=2$ , etc.

## 4.3 Análisis del haz principal con deflexión

Un gran número de aplicaciones de arrays realizan el barrido de fase (*phase scanning*) focalizando en puntos separados del eje geométrico del array. En el caso de arrays de anillos segmentados, esta capacidad les permite obtener imágenes volumétricas sin necesidad de mover el transductor. El análisis del campo de un AAS con deflexión es un problema nuevo, que nunca ha sido presentado en la literatura. Nosotros basaremos nuestro análisis, al igual que en la sección anterior, en la RI y en los resultados de las simulaciones. También, como caso particular, describiremos el campo de un anillo segmentado sencillo.

### 4.3.1 Análisis temporal con deflexión

El retardo  $T_i^F$  que se debe aplicar a cada elemento  $i$  para focalizar en un punto cualquiera viene determinado por  $(\vec{x}_i - \vec{x}^F)/c$ . Sólo con el ánimo de facilitar el análisis, realizaremos la aproximación binomial de esta ecuación (ec. 1.66) considerando que la distancia del foco es muy superior al diámetro del array:

$$cT_i^F \approx \frac{x_{ri}^2 \cos^2(x_\theta^F)}{2x_r^F} - (x_{ri} \cos x_{\phi i} \cos x_\phi^F + x_{ri} \sin x_{\phi i} \sin x_\phi^F) \sin x_\theta^F \quad (4.19)$$

En este caso, la distribución temporal de las RI de los elementos, para un punto  $\vec{x}$  (también lejano a la apertura para aplicar la misma aproximación) es:

$$ct_i \approx \frac{x_{ri}^2 \cos^2(x_\theta)}{2x_r} - (x_{ri} \cos x_{\phi i} \cos x_\phi + x_{ri} \sin x_{\phi i} \sin x_\phi) \sin x_\theta - cT_i^F \quad (4.20)$$

Si se toman las coordenadas angulares relativas a las direcciones en elevación y acimut del foco:  $\hat{x}_\theta = x_\theta - x_\theta^F$  y  $\hat{x}_\phi = x_\phi - x_\phi^F$ , y considerando que el punto  $\vec{x}$  no se aleja excesivamente de la línea focal ( $\cos \hat{x}_\theta \approx 1$ ), se pueden alcanzar las siguientes expresiones para las curvas L1, L2 y L3 que sitúan la posición temporal de las RI de los elementos del array situados en el plano



$$x_\phi = x_\phi^F:$$

$$ct_{L1}(k) - ct_{L3}(k) = (x_{rk} + e/2) \cos x_\theta^F \sin \hat{x}_\theta \quad (4.21)$$

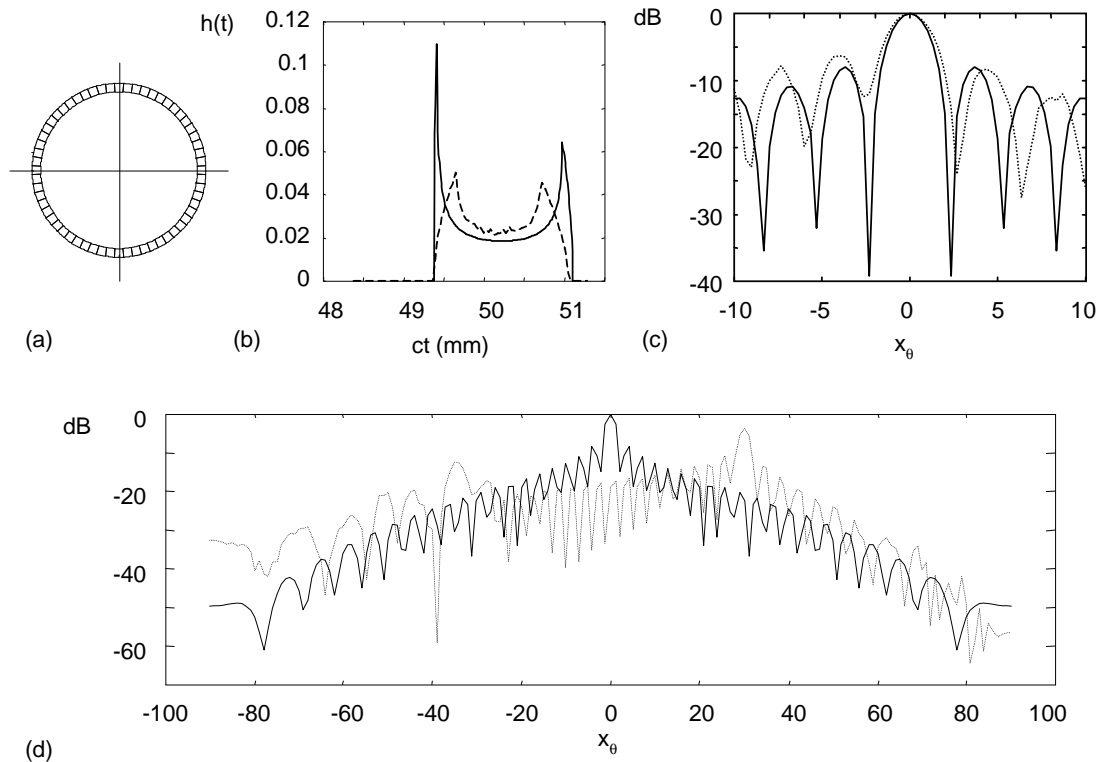
$$ct_{L2}(k) - ct_{L3}(k) = (x_{rk} + e/2) \cos x_\theta^F \sin \hat{x}_\theta \quad (4.22)$$

$$ct_{L3}(k) = x_r + \frac{(x_{rk}^2 + e/2) \cos^2(x_\theta^F)}{2} \left( \frac{1}{x_r} - \frac{1}{x_r^F} \right) \quad (4.23)$$

donde  $x_{rk}$  indica el radio central del anillo  $k$ . Comparando estas ecuaciones con las planteadas cuando no había deflexión del haz, se puede interpretar que *con respecto a la distribución temporal de las RI de los elementos*, aplicar retardos con deflexión es aproximadamente equivalente a desplazar el centro de los elementos a una *apertura virtual* de menor tamaño  $D \cos x_\theta^F$  que se apoya en el plano perpendicular a la línea focal dada por  $(x_\theta = x_\theta^F, x_\phi = x_\phi^F)$ . A partir de este resultado, se pueden deducir algunos aspectos por semejanza al caso sin deflexión, y en ellos nos apoyaremos repetidas veces en los apartados que siguen. A modo de ejemplo, se puede predecir que el haz ultrasónico está dentro de un cono de focalización que une la *apertura virtual* con el foco.

### 4.3.2 Campo producido por un anillo segmentado con deflexión

Los arrays de anillos han sido propuestos para imagen ultrasónica [Son89, DH81, Hol98] porque permiten obtener un campo altamente directivo sin necesidad de aplicar técnicas de focalización dinámica. En la literatura existen diversos trabajos que describen el campo de anillos que emiten en dirección normal a la apertura [Die79, Ard81, Wey80], o de un anillo segmentado aproximando los elementos a puntos radiantes [Fox79, Lar87, Die79], pero no conocemos que haya sido descrito el campo de un anillo considerando la dimensión real de sus elementos. Aunque el estudio del anillo no es el objeto principal de esta tesis, establecemos en este apartado algunas pautas de su comportamiento con deflexión del haz, teniendo en cuenta el tamaño finito de los elementos. Al mismo tiempo, nos sirve de ejemplo ilustrativo sobre el análisis del campo de un array de anillos segmentados con deflexión.



**Figura 4.7 :** Campo creado por el anillo exterior de la apertura A1 sin deflexión (-) y con deflexión de  $30^\circ$  (- -) a la profundidad de  $x_r = 25\text{mm}$ . (a) Geometría de la apertura; (b) respuesta al impulso del anillo sobre  $\hat{x}_\theta = 10^\circ$  en ambos casos; (c) detalle del campo alrededor del foco; (d) Campo de presiones para todo el barrido en elevación.

En la figura 4.7 se muestran algunos resultados del campo creado por el anillo exterior de la apertura A1, cuyo diámetro medio es de  $9.75\text{mm}$ , y que tiene 60 elementos iguales de espesor  $e = 0.5\text{mm}$  y relación de aspecto  $RA = 1$ . En la parte (b) de la figura se muestran las RI del anillo con radiación normal y al deflectar el haz ultrasónico un ángulo  $x_\theta^F = 30^\circ$ , para un punto desviado  $\hat{x}_\theta = 10^\circ$  del eje de propagación en ambos casos.

En el primer caso (línea continua), la RI tiene un flanco de subida brusco debido a la acción del borde más cercano del anillo, y baja casi inmediatamente debido a su pequeño espesor, manteniéndose a un nivel bajo hasta que el arco activo alcanza el borde más lejano del anillo, donde la RI tiene un nuevo pico, presentando el *aspecto de canoa* al que antes aludíamos. El primer flanco (positivo) de la RI y el último (negativo) son los más bruscos y por tanto reproducen réplicas del pulso de excitación con diferente signo. Los flancos intermedios, por

otro lado, tienen una pendiente inferior (que depende del espesor del anillo) y contribuyen en menor cuantía a la formación del campo. Para un punto lejano, la distancia entre los flancos extremos ( $c\Delta T_A \approx D \sin x_\theta^F$ ) determina las interferencias que formarán los lóbulos secundarios, cuyos mínimos se producen cuando ( $c\Delta T_A \approx m\lambda/D$ ), es decir, en:

$$x_{\theta-min} \approx \arcsin m\lambda/D \quad (4.24)$$

Comparando este resultado con el obtenido para el AAS se obtiene que la resolución lateral de un anillo estrecho es ligeramente superior a la de una apertura circular con el mismo diámetro exterior.

Cuando se aplican retardos para deflectar el haz, los flancos extremos de la RI no son tan bruscos, y sus tiempos de subida/bajada se incrementan a:  $c\Delta T_d \approx e \sin x_\theta^F$ . Como consecuencia del ensanchamiento de estos flancos, la amplitud de presión en onda continua es modulada por la función de radiación  $K_d(x_\theta^F)$  de un segmento de anillo [UII96]. Si se considera que los elementos son estrechos y que su relación de aspecto no es excesivamente grande, se puede aproximar dicha función de radiación a la de un emisor rectangular de dimensiones equivalentes, con lo que resulta:

$$K_d \approx \text{sinc}((\lambda/e) \sin x_\theta^F) \quad (4.25)$$

Por otro lado, la distancia media entre ambos pulsos se ve afectada por el factor  $\cos x_\theta^F$  propio de la reducción virtual de la apertura debida a la deflexión.

En la figura 4.7(d) se pueden comparar los perfiles laterales para los casos de radiación normal y  $x_\theta^F = 30^\circ$ . En primer lugar, la amplitud del lóbulo principal cae  $4dB$  con la deflexión, lo cual se aproxima a la función de radiación  $K_d$ , propia de un elemento rectangular de espesor  $e = 0.5mm$ . Por otro lado, con la deflexión se forman lóbulos de rejilla de  $-12dB$  a una distancia angular de  $\hat{x}_\theta \approx 65^\circ$  respecto del lóbulo principal.

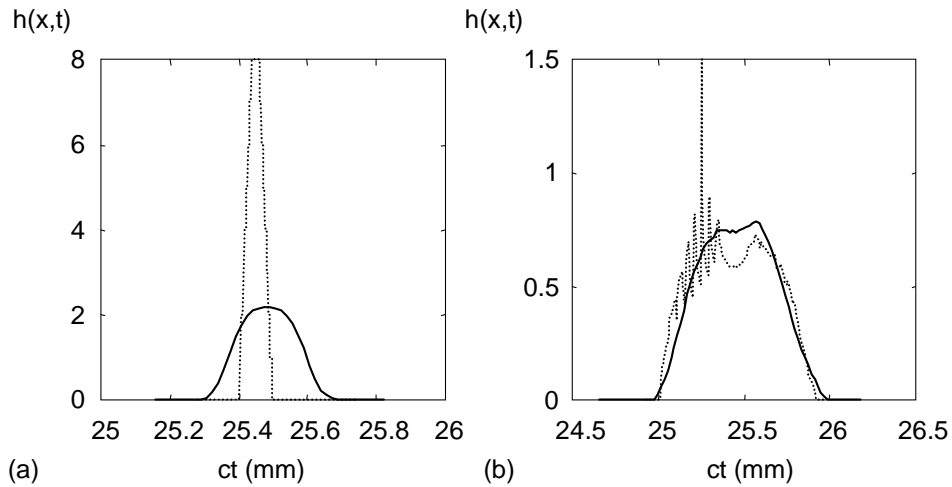
La parte (c) de la misma figura muestra un detalle del haz principal, que nos permite destacar

lo siguiente:

1. El primer mínimo del lóbulo secundario sin deflexión se forma a  $\hat{x}_{\theta \min} \approx \pm 2.5^\circ$ , lo cual se corresponde con la expresión mostrada más arriba.
2. El primer mínimo deflectando  $30^\circ$  se presenta para  $\hat{x}_{\theta \min} \approx \pm 3.1^\circ$ . Su justificación se encuentra en la reducción virtual de la apertura con la deflexión  $D \cos x_\theta^F$ , lo cual produce una pérdida de resolución.
3. Mientras que en el caso de radiación normal el primer lóbulo secundario se encuentra a  $-8dB$ , con deflexión resultan dos lóbulos asimétricos [ $-6dB$  y  $-8dB$ ], siendo superior el que corresponde al punto con menor inclinación respecto a la apertura.

### 4.3.3 Campo radiado por un AAS con deflexión

Los resultados obtenidos en el análisis temporal muestran que se puede analizar el campo producido por un array deflectado siguiendo el mismo camino que cuando la radiación es normal a la apertura. En cambio, existe una particularidad que nos hará desviarnos de ese discurso: mientras que en el caso de radiación normal el campo acústico dependía fundamentalmente del espesor de los anillos, cuando deflectamos el haz principal, la forma, tamaño y distribución de los elementos del array adquieren una importancia singular para las características del haz ultrasónico, de tal manera que, aunque un AAS tiene apariencia axisimétrica, los resultados de campo con deflexión pueden resultar muy lejos de tal simetría. Esta falta de simetría se produce principalmente cuando la relación de aspecto ( $R_A$ ) de los elementos es diferente que uno. Para facilitar el análisis, en un principio basaremos nuestro estudio de la deflexión en la apertura A1, cuyos elementos son relativamente pequeños ( $e = 0.5mm = \lambda$ ) y tienen relación de aspecto igual a la unidad. El análisis se desarrollará a partir de ejemplos focalizando el array A1 en ( $x_r^F = 25mm, x_\theta^F = 30^\circ, x_\phi^F = 0^\circ$ ) para los casos de excitación en onda continua y pulsos de banda ancha. En un apartado posterior se abordarán otros aspectos derivados de usar aperturas cuyos elementos tengan mayor tamaño y/o una relación de aspecto diferente a la unidad.



**Figura 4.8 :** Respuestas al impulso en la apertura A1 focalizando sobre  $x_r = 25\text{mm}$  a  $x_\theta = 30^\circ$  (-) y a  $x_\theta = 0^\circ$  (- -). (a) Sobre el foco (b) a  $5^\circ$  del foco.

### ■ Campo en el plano focal

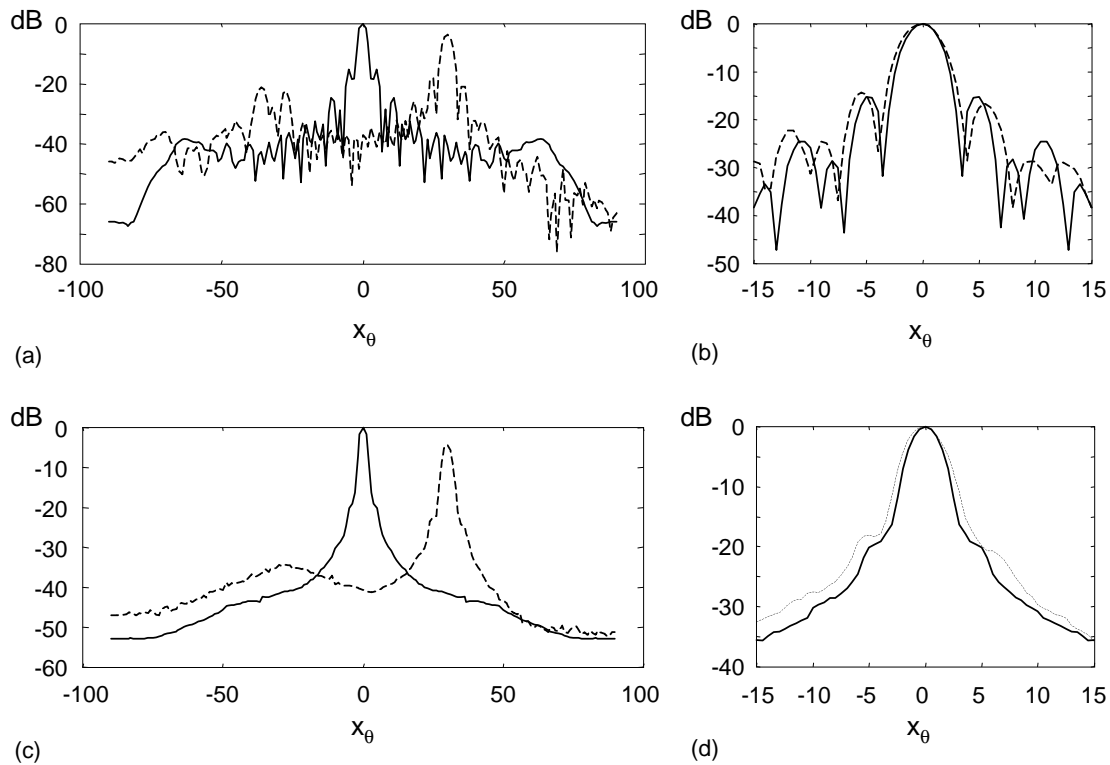
La figura 4.8 permite comparar para la apertura A1 la respuesta impulsiva con y sin deflexión, en dos puntos del plano focal: (a) el foco y (b)  $\hat{x}_\theta = 5^\circ$ . Recordemos que el área encerrada por las curvas de RI se mantiene constante para todos los puntos que se encuentren a la misma distancia del array, independientemente de su inclinación o de la lente de focalización.

Debido a la deflexión, la duración de la RI del array en el foco se incrementa hasta un valor  $c\Delta T_d \approx e \sin x_\theta^F$ , y en consecuencia su amplitud se reduce en un factor inverso. Por ello, de forma semejante a lo que sucedía en el anillo, la amplitud del lóbulo principal en el foco se ve modulada por el factor  $K_d$ :

$$K_d \approx \text{sinc}((\lambda/e) \sin x_\theta^F) \quad (4.26)$$

el cual se aproxima a la función de radiación de un elemento rectangular de espesor equivalente al de los elementos del array. Particularizando para la apertura A1 ( $e = \lambda$ ) y  $x_\theta^F = 30^\circ$  este factor supone una caída de  $-4\text{dB}$ , lo cual está de acuerdo con el perfil lateral mostrado en la figura 4.9(a).

La semejanza existente entre las curvas L1, L2 y L3, que definen desde el punto de vista



**Figura 4.9 :** Campo de presiones producido por la apertura A1 focalizando sobre  $x_r = 25mm$  a  $x_\theta = 0^\circ$  (-) y a  $x_\theta = 30^\circ$  (- -). Para banda estrecha (a) campo de presiones para todo el barrido en elevación, (b) detalle del campo alrededor del foco. Para banda ancha (c) campo de presiones para todo el barrido en elevación, (d) detalle del campo alrededor del foco.

temporal la aportación de los elementos a la RI para los casos de radiación normal (ecuación 4.5) y deflexión (ecuación 4.21), nos permite prever que las respuestas al impulso en ambos casos presentarán rasgos afines para puntos cuyas coordenadas relativas al eje de propagación sean coincidentes entre sí. En la parte (b) de la figura 4.8 se observa que para puntos del plano focal desviados del eje de propagación, las curvas de RI correspondientes a los casos de radiación normal y deflexión son semejantes tanto en cuanto a tiempos como a amplitudes, pero presentan diferencias en dos aspectos: por un lado, disminuye la pendiente de subida y bajada de la RI y, por otro, desaparecen los picos que existían en el caso de radiación normal. En ambos casos se debe al amortiguamiento que sufre la RI del anillo con deflexión.

En el caso del array, igual que ocurría con el anillo segmentado, se produce una ligera pérdida de resolución lateral debido al *estrechamiento virtual* de la apertura (figura 4.9(b)),

por lo que la posición de los mínimos y máximos del perfil lateral se ve afectada por el factor  $1/\cos x_\theta^F$ :

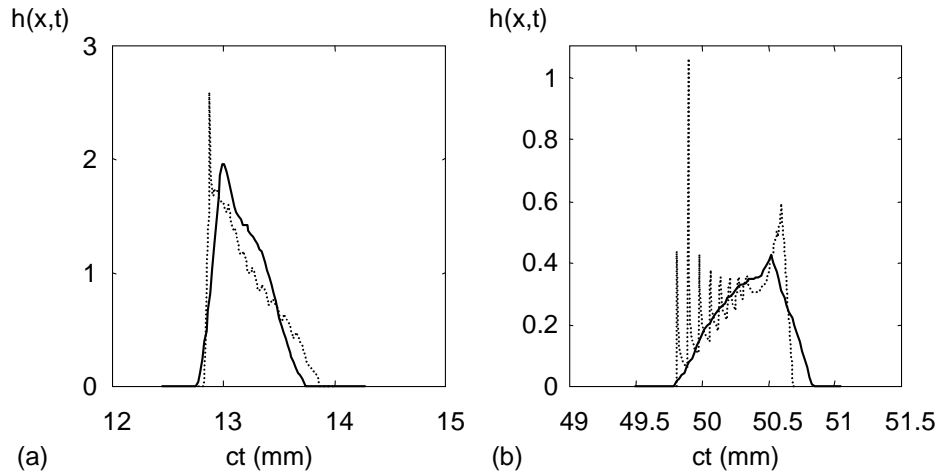
$$x_{\theta,min} \approx 1.2 \arcsin \frac{m\lambda}{D \cos x_\theta^F} \quad (4.27)$$

$$x_{\theta,Max} \approx 1.2 \arcsin \frac{(2m-1)\lambda}{2D \cos x_\theta^F} \quad (4.28)$$

El primer mínimo sin y con deflexión ocurre a  $\hat{x}_\theta = 3.5^\circ$  y  $4^\circ$  respectivamente, valores que coinciden perfectamente con la expresión anterior. Conviene hacer notar que en acimut no se produce esa *reducción virtual* de la apertura, por lo que en esa dirección se mantiene la misma resolución que cuando no hay deflexión, con lo que el haz principal adquiere un aspecto ligeramente ovalado con su mayor diámetro en la dirección de elevación. Los lóbulos secundarios se hacen ligeramente asimétricos con la deflexión, debido al efecto modulador que ejerce la curva de radiación del elemento, pero su amplitud se mantiene en niveles parecidos a los que tenía con radiación normal ( $-15dB$ ).

Dada la importancia de los lóbulos de rejilla en un sistema de imagen acústica dedicaremos posteriormente un apartado completo a su estudio. En este caso, identificaremos únicamente los lóbulos de rejilla para onda continua en la dirección  $\hat{x}_\theta = -65^\circ$  con un nivel de  $-19dB$  respecto de la amplitud en el foco.

Los perfiles laterales para excitación de banda ancha se muestran también en la parte inferior de la figura 4.8. Por un lado, se mantiene la pérdida de amplitud en el foco y una ligera pérdida de resolución debido a la deflexión de forma semejante a lo que ocurre para onda continua. Por otro lado, los lóbulos laterales reducen su amplitud (p.e. el primero tiene una amplitud de  $-19dB$ ). Para finalizar, los lóbulos de rejilla sufren también una reducción importante hasta  $-33dB$ .



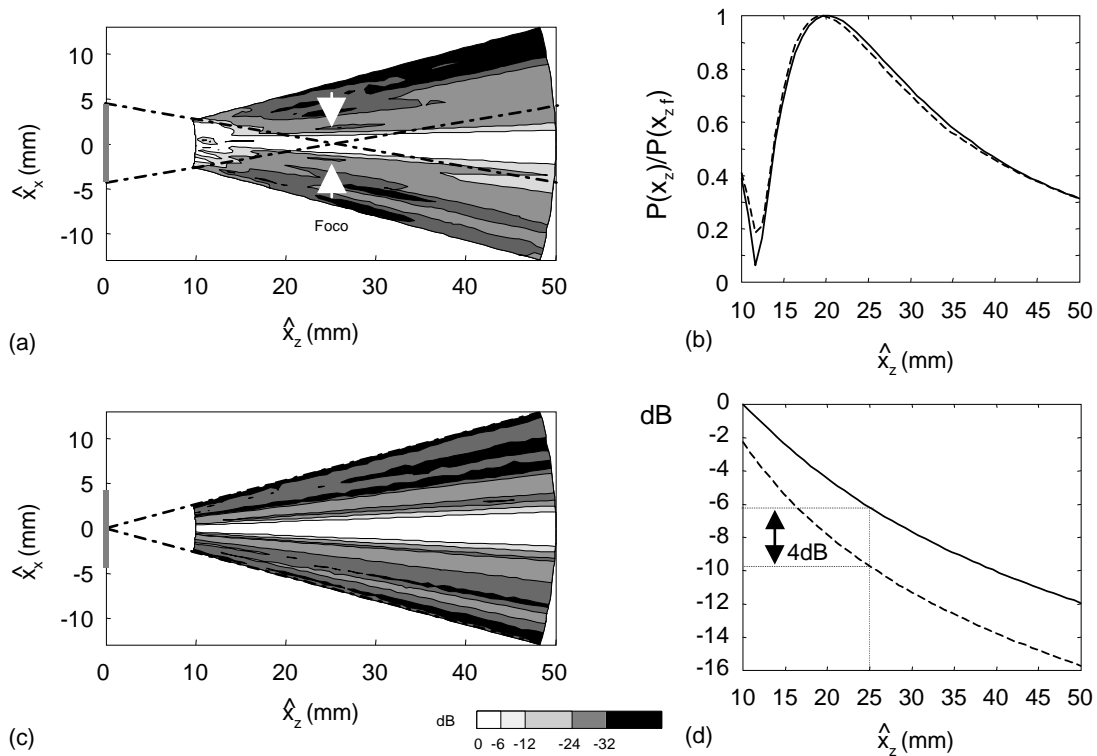
**Figura 4.10 :** Respuestas al impulso en la apertura A1 focalizando sobre  $x_r = 25\text{mm}$  a  $x_\theta = 30^\circ$  (-) y a  $x_\theta = 0^\circ$  ( $\cdots$ ), (a) a  $5^\circ$  del foco en  $x_r = 12.5\text{mm}$  (b) a  $5^\circ$  del foco en  $x_r = 50\text{mm}$ .

### ■ Campo fuera del plano focal

Fuera del plano focal también se mantiene la semejanza de forma, tamaño y duración entre las curvas de RI con y sin deflexión para puntos de coordenadas afines. La figura 4.10 muestra las curvas de RI para dos puntos situados dentro del cono de focalización, antes y después del foco respectivamente. En ambos casos, las curvas de RI con y sin deflexión son muy parecidas tanto en cuanto a la forma (presentan un escalón en el mismo extremo de la RI), como en cuanto a tiempos o amplitudes. Solo existen ciertas diferencias en los mismos aspectos comentados para el plano focal: por un lado, la pendiente del escalón es menos brusca en ambos casos y su duración se ve afectada por la inclinación del foco,  $c\Delta T_d \approx e \sin x_\theta^F$ .

En consecuencia, se puede establecer para la radiación con deflexión un discurso semejante al que se hacía sin deflexión. En primer lugar, los valores de mayor amplitud del campo se recogen dentro del cono de focalización formado al unir la *apertura virtual* con el foco. En la zona anterior al foco el campo adquiere el aspecto típico de campo cercano presentando irregularidades cuando la excitación es de onda continua (figura 4.11(a)). Después del foco, el campo se hace más regular aunque presenta algunas asimetrías debido al efecto de modulación que se produce por el tamaño finito de los elementos. Estas asimetrías son claramente más





**Figura 4.11 :** Campo de presiones en clase B producido por la apertura A1 en banda estrecha focalizando sobre  $x_\theta = 30^\circ$ . (a) Focalización fija a  $x_r = 25\text{mm}$  y (c) para focalización dinámica. (b) Perfil axial con focalización fija a  $x_r = 25\text{mm}$  en banda estrecha (-) y banda ancha (- -). (d) Perfil axial con focalización dinámica, sin deflexión  $x_\theta^F = 0^\circ$  (-) y con deflexión  $x_\theta^F = 30^\circ$  (- -).

significativas cuando aumenta el tamaño de los elementos.

Los perfiles axiales de la figura 4.11(b) indican que apenas existe variación en la evolución de amplitud con la profundidad para distintos ángulos de deflexión, únicamente existe una pérdida general de amplitud respecto al foco dada por  $K_d$  que para  $x_\theta^F = 30^\circ$  resulta de  $-4\text{dB}$ . Es de resaltar que en ambos casos, se produce un adelantamiento del máximo a puntos anteriores al foco geométrico lo que coincide con lo descrito para otras aperturas [Hut87, UII96]. Por otro lado, la profundidad de foco tampoco sufre variaciones notables con el ángulo de deflexión.

Las figuras 4.11(c) y 4.6(b) permiten comparar la focalización dinámica en los casos de deflexión y de radiación normal a la apertura. Existe una gran semejanza en ambos casos, notándose únicamente ciertas diferencias poco importantes en la anchura del haz principal, y el nivel de los lóbulos laterales más distanciados. Por otro lado, los perfiles axiales de la

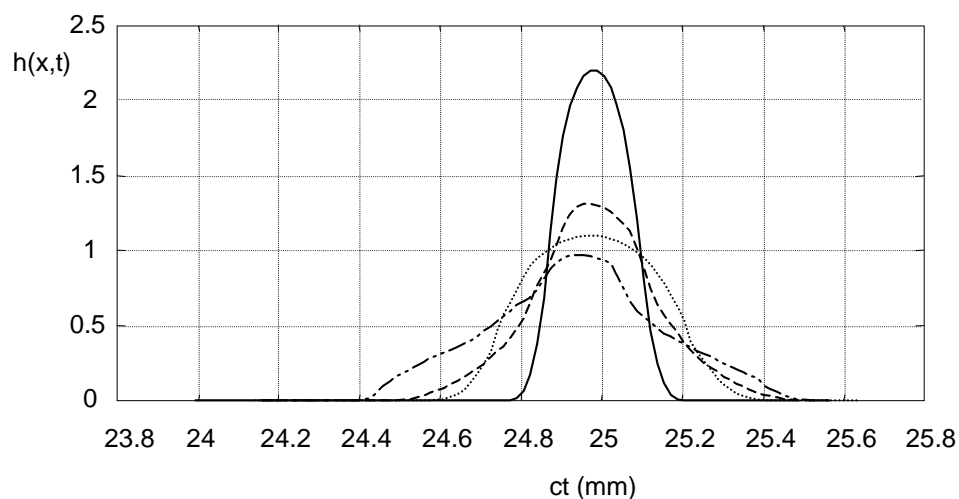
focalización dinámica (figura 4.11(d)) muestran la pérdida de amplitud con la distancia focal deflectando el haz  $30^\circ$ . Estas pérdidas se mantienen constantes a un nivel  $-4dB$  respecto de la radiación normal excepto para la zona más cercana al transductor donde la diferencia de amplitudes es menor. La explicación de este efecto se encuentra en que en la zona más cercana la línea focal se encuentra aún muy dentro de la proyección del transductor.

Para terminar diremos que las conclusiones de este análisis son propias de una apertura de las características de la apertura A1, y no son generalizables a otras aperturas con diferente configuración geométrica, ya sea por que aumenta el tamaño de los elementos, ya por que cambia su relación de aspecto. Para analizar estos casos se desarrolla el apartado siguiente.

#### 4.3.4 Campo de un AAS variando la geometría de los elementos

Recordemos que las simulaciones se hacen sobre las cinco aperturas tipo descritas anteriormente: A1 ( $R_A = 1, e = \lambda, N = 302$ ) que consideramos como patrón, y las aperturas A2 ( $R_A = 1, e = 2\lambda, N = 75$ ), A3 (regular  $8 \times 16, e = \lambda, N = 128$ ), A4 ( $R_A = 4, e = \lambda, N = 75$ ) que cuadruplica el tamaño del elemento aumentando uno de sus lados y A5 ( $R_A = 1, e = 2\lambda, N = 302$ ), cuyos elementos son similares a A2 pero el array dobla su diámetro. Conviene recordar que los resultados entre aperturas de distinto tamaño son comparables para puntos de campo situados en las mismas *coordenadas normalizadas*, en las que la distancia  $x_r$  al transductor se da en términos relativos a la distancia de campo lejano ( $4\lambda x_r / D^2$ ).

El principal problema que se plantea con este tipo de aperturas se deriva de que los elementos se hacen más directivos en una o ambas direcciones principales, con lo que el campo sufre modificaciones que deterioran la imagen ultrasónica. En este apartado se pretende solamente analizar el campo producido por los distintos tipos de apertura, pero no dar normas de diseño para mejorar la imagen, lo cual se abordará en el capítulo siguiente. En este sentido, estudiaremos para esas aperturas tipo el campo en el foco, su variación en elevación o en profundidad, la respuesta en el plano focal, la resolución lateral, los lóbulos secundarios, etc.



**Figura 4.12 :** Respuesta al impulso sobre el foco situado en  $x_{\theta}^F = 30^{\circ}$   $x_r^F = 25mm$  para las aperturas A1 (-), A2 y A5 ( $\cdots$ ), A3 (- -) y A4 (-  $\cdots$  -).

### ■ Campo en el foco

Nuestro propósito es describir el campo de presiones en el foco para las aperturas tipo al variar el ángulo de deflexión o la distancia focal. De esta forma se determina el comportamiento de éstas aperturas con focalización dinámica.

■ **Variaciones en el foco con la deflexión** La pérdida de amplitud en el haz principal como consecuencia de la deflexión puede tomarse como un primer indicador de la capacidad de una apertura para generar imagen 3D. En una primera aproximación, se puede estimar que la amplitud en el foco está modulada en elevación por la función de radiación de los elementos del array. Cuando la relación de aspecto  $R_A$  no es muy alta, esta función se puede aproximar a la de un rectángulo y para elementos con  $R_A \geq 1$  se producen los primeros mínimos en:

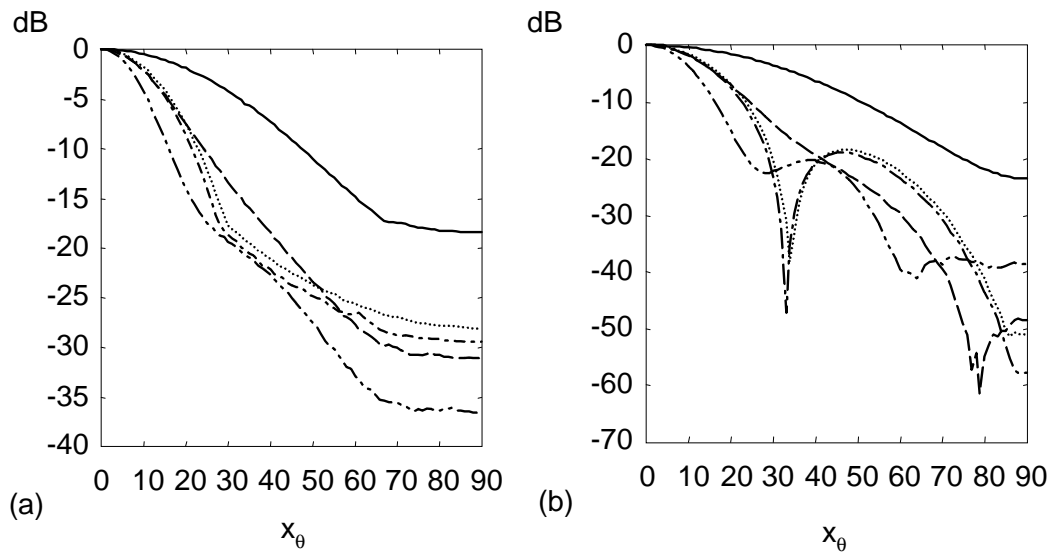
$$x_{\theta, \min} \approx \arcsin \frac{\lambda}{eR_A} \quad (4.29)$$

Esto supone que para las aperturas A2, y A5 en las que sus lados valen  $2\lambda$ , existirá un mínimo en  $x_{\theta}^F \approx 30^{\circ}$ . La apertura A4 presentará sus mínimos en puntos con menor inclinación.

Otro razonamiento se puede hacer a partir de las curvas de RI mostradas en la figura 4.12 para  $x_\theta^F = 30^\circ$ . Asumiendo que las curvas de RI en el foco para profundidades normalizadas equivalentes encierran el mismo área, las variaciones de presión en el foco se justifican únicamente por la forma que adquieren las curvas de RI para las aperturas tipo. La RI de la apertura A1 es alta y estrecha ( $cT_A \approx e \sin x_\theta^F = 0.25mm$ ) debido a que se forma por la superposición sincronizada de muchos elementos iguales y de pequeño tamaño. En cambio, para las aperturas A2 y A5, la RI se ensancha hasta  $cT_A \approx 0.5mm = \lambda$  y al mismo tiempo disminuye la pendiente por lo que se espera, en general, bajas presiones, y en particular, un mínimo de presión en este punto. La apertura A3 correspondiente a un array regular tiene un tramo inicial y otro final con una pendiente muy lenta (debido a los elementos exteriores normales a la dirección acimut del foco:  $x_\phi = x_\phi^F + 90^\circ$ ) los cuales apenas contribuyen al campo, y otro tramo central donde la pendiente es más pronunciada y cuya anchura es solo ligeramente superior que la de la apertura A1. Este tramo central, formado por todos los elementos interiores y los exteriores que se encuentran en la dirección de acimut del foco  $x_\phi = x_\phi^F$ , es quien más contribuye al campo de presión. Un razonamiento parecido al anterior se puede hacer para la apertura A4, pero en este caso, al tener todos los elementos una relación de aspecto alta, los resultados son peores que con la apertura A3.

Los perfiles laterales de presión a la distancia focal se pueden observar en la figura 4.13. La apertura A1 muestra la mejor respuesta debido al tamaño reducido de sus elementos, con rango útil que ocupa todo el espacio en elevación. Debido a las interferencias, la curva de onda continua tiene mayor amplitud que la de banda ancha en la zona alrededor de  $x_\theta = 40^\circ$ , y en cambio baja mucho su amplitud para puntos cercanos a  $x_\theta = 90^\circ$ .

Las aperturas A2 y A5 presentan perfiles muy parecidos entre sí debido a la semejanza entre sus elementos. Además, debido al tamaño de los elementos ( $2\lambda \times 2\lambda$ ) se produce un mínimo para onda continua cercano a  $x_\theta = 33^\circ$ , lo que impide usar estas aperturas en aplicaciones de banda estrecha más allá de esta inclinación. En cambio, para excitación de banda ancha, a pesar de existir una fuerte caída de amplitud hasta  $-20dB$  en los primeros  $30^\circ$ , éste nivel se mantiene con una ligera caída uniforme al aumentar la inclinación del foco. La pérdida de amplitud no

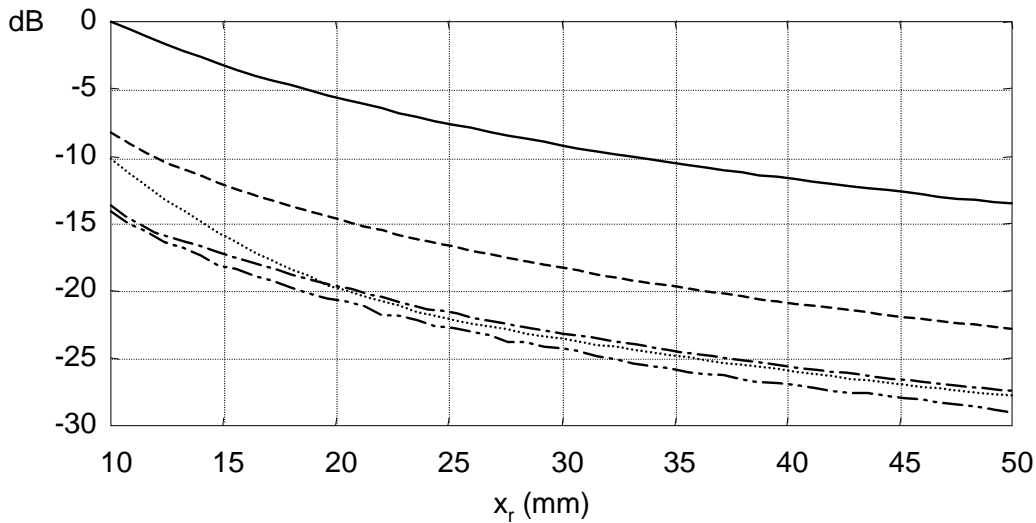


**Figura 4.13 :** Presión en foco para las aperturas A1 (-) ,A2 ( $\cdots$ ), A3 (- -), A4 (-  $\cdot$  -) y A5 (-  $\cdot$  -). (a) Banda ancha, (b) banda estrecha.

supone en sí un inconveniente insalvable porque se puede compensar aumentando la ganancia de los amplificadores para mejorar la imagen. Por tanto, cabe preguntarse si para aplicaciones de banda ancha pueden usarse estas aperturas más allá de la inclinación correspondiente al primer mínimo. Las simulaciones indican que no existe deterioro en el lóbulo principal, y que será principalmente el nivel de los lóbulos de rejilla, lo que determine la capacidad de estas aperturas para formar imágenes de calidad.

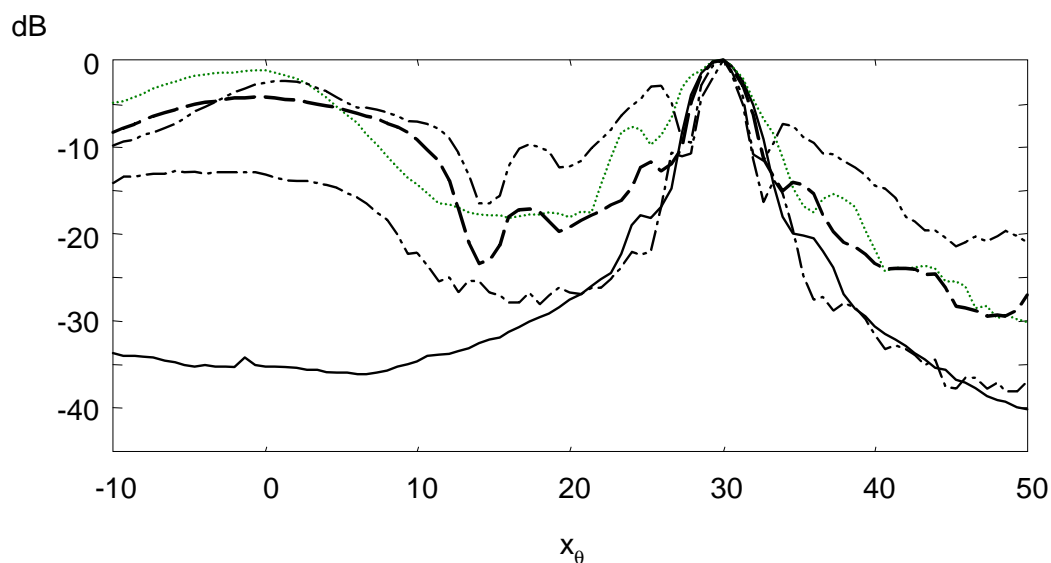
La apertura A4 es la que presenta peores resultados debido a la relación de aspecto alta  $R_A = 4$  de sus elementos. El primer mínimo en onda continua se encuentra a  $x_\theta^F = 25^\circ$  pero su caída es menos pronunciada que cuando los elementos tienen sus lados iguales. En banda ancha su comportamiento también es el peor entre las cinco aperturas presentando una caída de amplitud superior a  $-35dB$  a partir de  $x_\theta^F = 60^\circ$ .

Por último, la respuesta lateral del foco para la apertura regular A3 presenta resultados intermedios entre A1 y A2 con un mínimo para banda estrecha en  $x_\theta^F \approx 75^\circ$ .



**Figura 4.14:** Perfiles axiales de presión de las aperturas A1 (-), A2 ( $\cdots$ ), A3 (- -), A4 ( $-\cdots-$ ) y A5 ( $-\cdot-\cdot-$ ) con excitación de banda ancha, focalizando a cada profundidad en una recta cuya elevación es  $x_{\theta}^F = 30^{\circ}$ .

■ **Variaciones en el foco debido a la distancia focal** La figura 4.14 muestra los perfiles axiales de presión de las aperturas A1:A5 con excitación de banda ancha, focalizando a cada profundidad en una recta cuya elevación es  $x_{\theta}^F = 30^{\circ}$ . Los resultados de onda continua son muy parecidos a los de la figura por lo que omitimos su representación. Ya se comentó anteriormente que los perfiles axiales con focalización dinámica tienen una caída permanente en relación inversa a la distancia focal ( $1/x_r^F$ ). Esta relación se cumple con precisión en todas las aperturas, a excepción en todo caso de la apertura A2 que presenta valores de presión ligeramente más altos en la zona más cercana al transductor. Si se comparan las aperturas entre sí, es de nuevo la apertura A1 la que presenta mejores resultados de presión debido al pequeño tamaño de sus elementos. En cambio, las aperturas A2, A4 y A5 tienen valores de presión  $15dB$  por debajo de A1 para cualquier profundidad, lo cual se explica por el mínimo existente en  $x_{\theta}^F = 30^{\circ}$  para estas aperturas. La apertura A3 muestra un comportamiento intermedio  $8dB$  por debajo de A1.



**Figura 4.15 :** Perfiles laterales de presión de las aperturas A1 (-), A2 ( $\cdots$ ), A3 (- -), A4 (- $\cdots$ -) y A5 (- $\cdot$ - $\cdot$ -) con excitación de banda ancha, focalizando en  $x_{\theta}^F = 30^{\circ}$  y  $x_r^F = D^2/8\lambda$ .

### ■ Respuesta lateral en el plano focal

La figura 4.15 muestra la respuesta lateral en banda ancha para  $x_{\theta}^F = 30^{\circ}$  focalizando las aperturas tipo a la mitad de la distancia de campo lejano:  $x_r^F = D^2/8\lambda$ , es decir, a  $x_r^F = 25mm$  para A1:A4 y a  $x_r^F = 100mm$  para A5. De una primera observación se deduce que las curvas resultantes son realmente complejas, tanto en la parte del haz principal como en los lóbulos secundarios que se forman. Para facilitar nuestro análisis estudiaremos por separado aspectos concretos tales como la resolución lateral, los lóbulos secundarios y de rejilla.

■ **Lóbulo principal. Resolución lateral** Cuando deflectamos el campo, sobre el haz principal existe una deformación mucho más significativa que la citada anteriormente en relación a la *reducción virtual* de la apertura. Esta consiste en que, cuando la relación de aspecto de los elementos dista de la unidad, es decir, cuando el espesor de los elementos es significativamente menor que su dimensión angular, el haz principal toma una forma ovalada, con el eje mayor en la dirección de acimut perpendicular al foco.

En la figura 4.16 se observa esta deformación para la apertura A4 en contraste con el aspecto

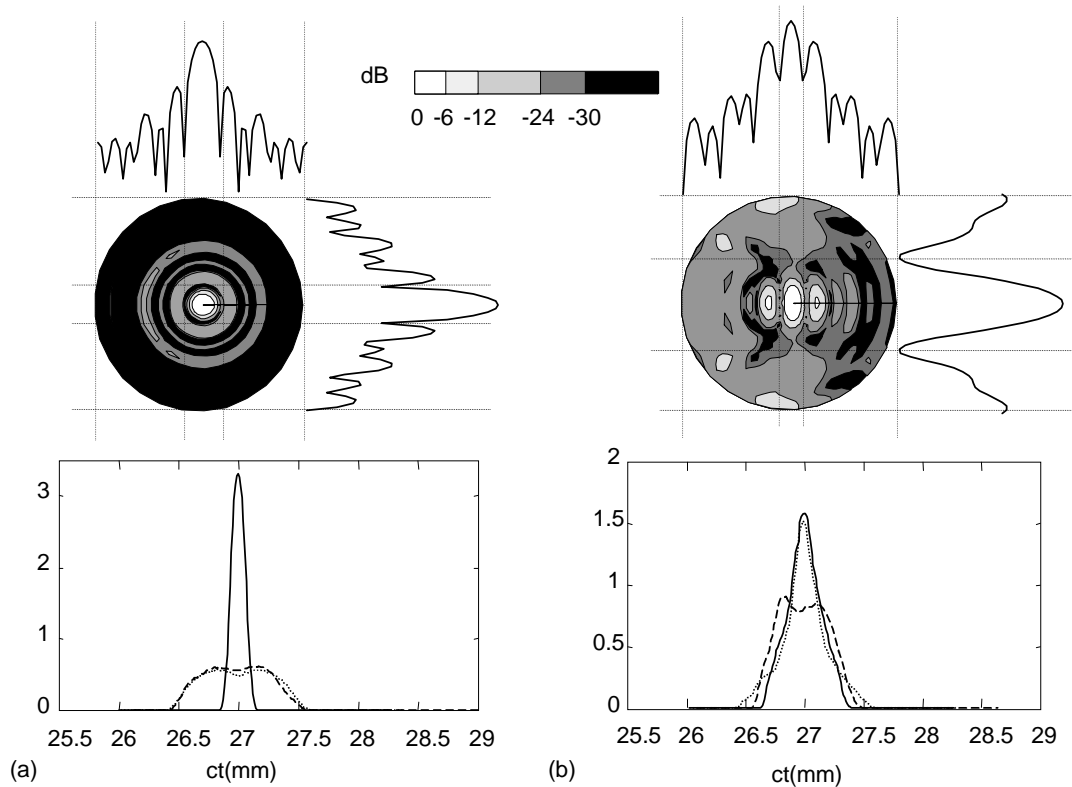
circular del haz de la apertura A1. Una explicación de este caso puede darse a partir de las curvas de RI en los puntos cercanos al foco. En la parte inferior de la figura se observan las respuestas al impulso de ambas aperturas calculadas para tres direcciones distintas, centrando el sistema de referencias sobre el foco; la línea continua corresponde al foco, la línea discontinua corresponde a un desplazamiento en elevación respecto al foco ( $\hat{x}_\theta = 3^\circ, \hat{x}_\phi = 0^\circ$ ), y la línea de puntos corresponde a un movimiento en acimut de  $90^\circ$  respecto al punto anterior ( $\hat{x}_\theta = 3^\circ, \hat{x}_\phi = 90^\circ$ ).

Si consideramos la apertura A1 con elementos pequeños y de relación de aspecto unitaria, se observa que todos colaboran de forma semejante sobre la respuesta al impulso de tal manera que al realizar un desplazamiento en elevación o en acimut se produce un ensanchamiento y reducción de amplitud semejantes para las respuestas al impulso correspondientes a ambas direcciones.

En cambio, en el caso de la apertura A4, para el foco, los elementos cercanos a la dirección de deflexión ( $\hat{x}_\phi = 0^\circ$ ) producen respuestas al impulso estrechas y de gran amplitud, mientras que los situados en la dirección perpendicular ( $\hat{x}_\phi = 90^\circ$ ) contribuyen con respuestas al impulso anchas y de baja amplitud. Cuando el punto de campo se mueve en elevación, los elementos con respuesta al impulso mayor se expanden rápidamente (siguiendo las líneas L1 y L2 anteriormente descritas), y los de menor amplitud se mantienen sin desplazarse en la posición del foco (línea L3), esto hace que la respuesta al impulso del array se ensanche y pierda amplitud rápidamente formando un lóbulo principal estrecho en esa dirección. Cuando el movimiento se realiza en la dirección acimut ( $\hat{x}_\phi = 90^\circ$ ), son las curvas de RI anchas y de menor amplitud las que se expanden ampliando la base de la respuesta al impulso, pero se mantienen fijos en la zona central los elementos que más contribuyen a la RI del array, por lo que ésta permanece con un aspecto semejante a la RI en el foco. En consecuencia, la presión en la dirección ( $\hat{x}_\phi = 90^\circ$ ) no cae de forma tan rápida como ocurría en la dirección del foco, por lo que se pierde resolución lateral en esta dirección.

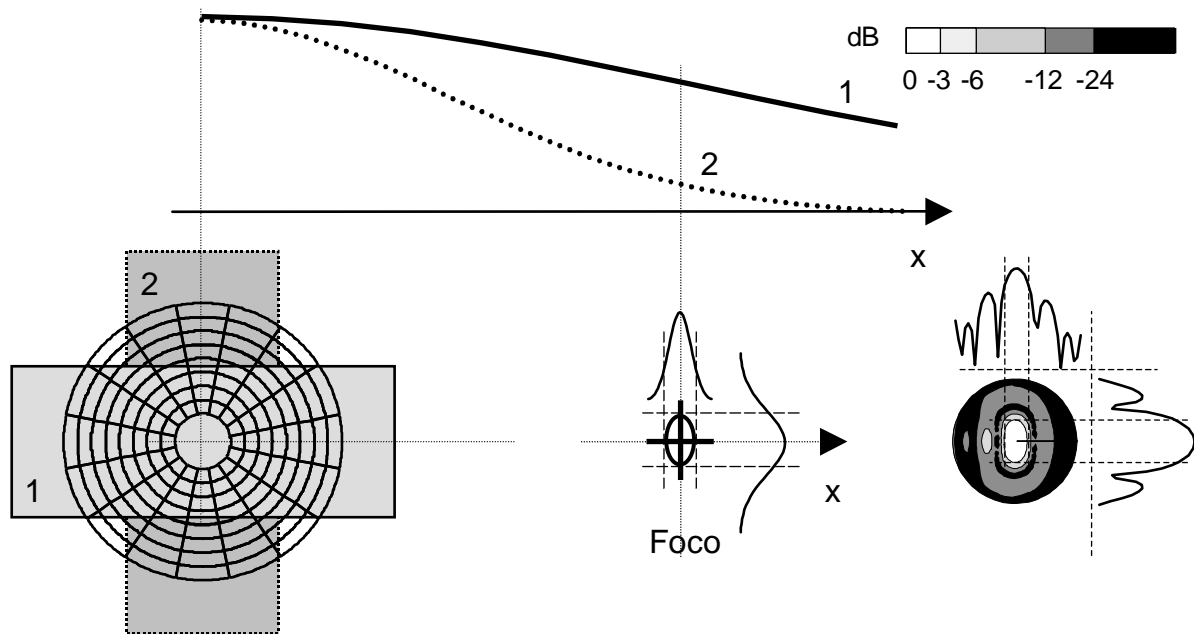
También se puede ofrecer una explicación más intuitiva si consideramos el diagrama de la figura 4.17, donde se ha tomado como referencia la apertura A3 focalizada a  $30^\circ$  en elevación.





**Figura 4.16 :** Formación del haz principal para las aperturas (a) A1 y (b) A4. Respuesta al impulso tres direcciones distintas, centrando el sistema de referencias sobre el foco: en el foco (-); ( $\hat{x}_\theta = 3^\circ, \hat{x}_\phi = 0^\circ$ ) (-); ( $\hat{x}_\theta = 3^\circ, \hat{x}_\phi = 90^\circ$ ) ( $\cdot\cdot\cdot$ ) para las aperturas (c) A1 y (d) A4.

Teniendo en cuenta la forma de los elementos, la apertura se puede dividir en dos regiones: la región 1, donde la mayoría de los elementos orientan su dimensión más estrecha en la dirección de focalización; y la región 2 donde la dimensión más estrecha se orienta en la dirección perpendicular al foco. La acción de los elementos de la región 1 tiene un diagrama de radiación relativamente ancho en la dirección del foco (línea continua, 1 en la figura 4.17) por lo que su contribución al campo en el foco con deflexión es importante; contrariamente, los elementos de la zona 2, al tener un patrón de radiación más estrecho, influyen en mucho menor grado (línea de puntos, 2 en la figura 4.17). Para puntos en la dirección del foco ( $\hat{x}_\phi = 0^\circ$ ), la acción de los elementos de la zona 1 actúa de forma parecida a la de un array lineal focalizado en un punto de su plano central, produciendo un haz principal con buena resolución en elevación, determinada por la frecuencia y el diámetro de la apertura. Para puntos en la dirección perpendicular a la anterior ( $\hat{x}_\phi = 90^\circ$ ) la forma de haz es mucho más ancha debido



**Figura 4.17 :** Formación del haz principal para una apertura con pocos elementos por anillo (apertura regular). Ejemplo de la apertura A3.

a la escasa contribución de los elementos de la zona 2 en la formación del haz, lo que reduce la dimensión virtual de la apertura en esa dirección. Este razonamiento es independiente del ancho de banda del pulso de excitación. La figura 4.17 muestra también que el haz se deforma conforme aumenta la dimensión angular del elemento, con lóbulos secundarios que pueden incluso superar en amplitud al principal, con lo que se produce una pérdida de resolución lateral.

De estos resultados se deduce que la formación del haz no depende exclusivamente de las dimensiones globales de la apertura y que las dimensiones de elementos deben ser consideradas como un factor crítico en el diseño de aperturas de anillos segmentados.

- **Lóbulos secundarios** Según la teoría [Ste76] derivada a partir del Factor de Array que considera elementos puntuales, el fondo de ruido ( $NLS$ ) debido a los lóbulos secundarios depende del número de elementos y del grado de periodicidad existente en la apertura. Concretamente, para un array lineal compuesto por  $N$  elementos,  $NLS$  está en relación inversa

al número de elementos del array:

$$NLS_{min} = 20 \log \frac{1}{N} \quad (4.30)$$

En el caso de un array bidimensional de matriz cuadrada compuesto por  $N$  elementos,  $NLS$  varía según la dirección acimut que se considere. El nivel mínimo de lóbulos secundarios tiene un pico en las direcciones correspondientes a las dos dimensiones principales de la apertura, donde el array 2D se comporta como un array lineal con  $\sqrt{N}$  elementos, por lo que el nivel  $NLS$  en decibelios sube al doble que el anterior:

$$NLS_{Max} = 10 \log \frac{1}{N} \quad (4.31)$$

Si llamamos  $K_{NLS}$  al factor que está fuera del logaritmo en las expresiones anteriores, para el resto de las direcciones de acimut  $K_{NLS}$  adquiere valores entre 10 y 20.

En contraste, los arrays de anillos segmentados permiten introducir dos características que afectan al nivel de lóbulos laterales: por un lado tienen menor periodicidad que los arrays cuadrados, y por otro, presentan un comportamiento casi axisimétrico lo que produce lóbulos secundarios con niveles semejantes en cualquier dirección de acimut, y más reducidos que el pico  $NLS_{Max}$  existente en los arrays cuadrados.

Para observar mejor los lóbulos secundarios producidos por un AAS usaremos perfiles laterales obtenidos también a partir del Factor de Array, donde se consideran elementos puntuales. Esta aproximación tiene la ventaja de que el campo del array en el plano focal es prácticamente invariante con la deflexión. Se han realizado numerosas simulaciones con diferentes aperturas en las que se han variado parámetros tales como el radio exterior (entre  $10\lambda$  y  $40\lambda$ ), el número de anillos (entre 10 y 20), el espesor del anillo (entre  $0.5\lambda$  y  $0.8\lambda$ ), la relación de aspecto (entre 1 y 4), etc. De sus resultados se deducen las siguientes conclusiones:

- Los primeros lóbulos secundarios tienen una amplitud relativa al lóbulo principal que es prácticamente invariante ante cambios realizados en la apertura. Los niveles relativos

Lóbulo	1	2	3	4
A1:A4	-15.5	-29	-24.5	-33
A5	-17.5	-25	-25.4	-31.5

**Table 4.2 :** Amplitud de los lóbulos secundarios más cercanos al foco

correspondientes a estos lóbulos son:  $1^\circ = -17.5dB$ ,  $2^\circ = -23dB$ ,  $3^\circ = -27dB$ ,  $4^\circ = -30dB$ , etc. La posición de estos lóbulos depende del diámetro de la apertura y de la longitud de onda de los pulsos de excitación tal y como se muestra en la expresión 4.12.

- Por otra parte, debido a la simetría, el nivel mínimo de los lóbulos secundarios para los AAS no varía al cambiar la dirección de acimut del punto de campo, y  $K_{NLS}$  adquiere valores intermedios entre los valores mostrados para la apertura cuadrada. Concretamente, para las aperturas no regulares se obtiene el mínimo de los lóbulos secundarios para  $K_{NLS} \approx 15$ . En cambio, las aperturas regulares, debido a que presentan mayor simetría, reducen el nivel de sus lóbulos secundarios, resultando  $K_{NLS} \approx 16$ .
- Los lóbulos de rejilla, se extienden en una zona de elevación muy amplia hacia la vertical de la apertura, por lo que a partir de puntos con inclinación relativamente baja los lóbulos secundarios quedan ocultos.

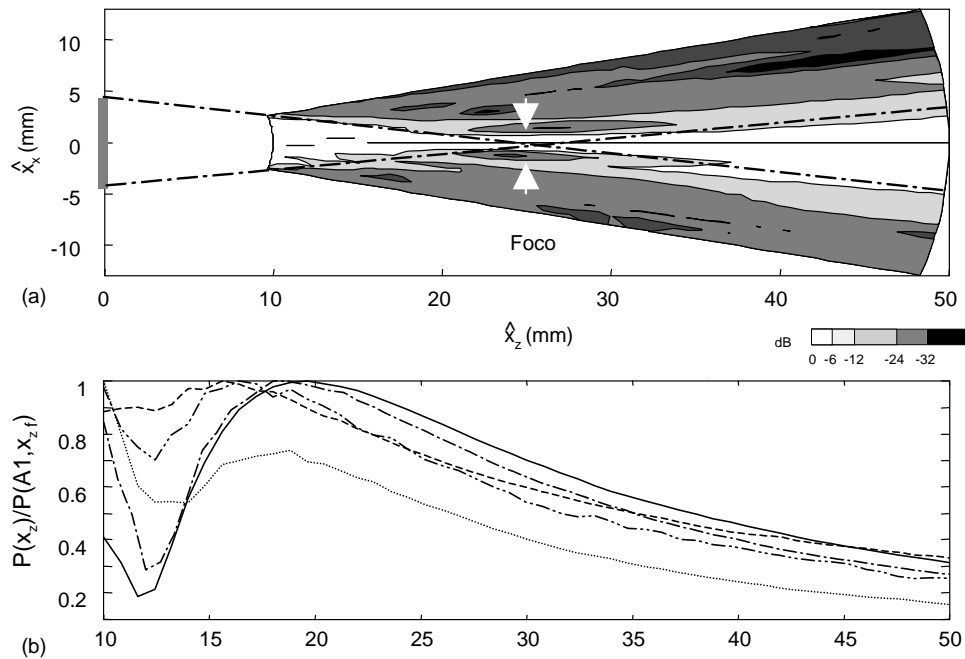
También se han realizado simulaciones para las aperturas A1:A5 considerando el tamaño real de los elementos, en las que se ha variado el ángulo de deflexión entre  $0^\circ$  y  $40^\circ$ . De sus resultados se puede realizar el siguiente análisis:

- Sin deflexión, el nivel de los lóbulos secundarios depende únicamente de los diámetros exterior e interior del array y no de su configuración interna. La tabla 4.2 muestra la amplitud de los lóbulos secundarios más cercanos al haz principal:
- Tanto el lóbulo principal como los secundarios se ven afectados por el patrón de radiación del elemento, lo que produce que en deflexión los perfiles sean asimétricos: incrementando la amplitud en los puntos con menor inclinación respecto a la apertura.

$x_{\theta}^F$	A1	A2	A3	A4	A5
0	-45	-35	-42	-38	-50
10	-37	-28	-24	-12	-36
20	-33	-24	-17	-9	-30
30	-30	-8	-12	-2.5	-15
40	-29	-18	-8	-6	-29

**Table 4.3 :** Nivel mínimo de lóbulos secundarios

- Cuando los elementos tienen relación de aspecto unidad (aperturas A1, A2 y A5), la amplitud de los lóbulos más cercanos a la apertura se incrementan respecto a los valores mostrados en la tabla anterior, mientras que los lóbulos que se alejan de la apertura resultan más bajos, de tal manera que la media de ambos lados se aproxima a los valores mostrados por la tabla. Este efecto se incrementa por un lado, al alejarse el lóbulo secundario del principal y, por otro, al aumentar el ángulo de deflexión.
  - Este comportamiento, sin embargo, no se cumple para ángulos de deflexión cercanos a aquellos en que se producen ceros de amplitud en la presión, donde la amplitud relativa de los primeros lóbulos secundarios sube a valores entre  $-12dB$  y  $-7dB$ .
  - Cuando los elementos tienen relación de aspecto mayor que uno (aperturas A3 y A4), los lóbulos secundarios resultan más asimétricos y más altos que los dados por los valores anteriores. Concretamente, para los ángulos de deflexión cercanos a los ceros de presión, la amplitud del primer lóbulo secundario puede resultar superior al lóbulo principal, con la consiguiente pérdida de resolución.
  - La tabla 4.3 muestra los valores mínimos de  $NLS$  para onda continua considerando las aperturas A1:A5 reales. Dado que los perfiles de presión son asimétricos en relación al lóbulo principal, solo se ha considerado el mínimo por el lado del array. El valor correspondiente al otro lado resulta considerablemente más bajo.
- **Campo ultrasónico en profundidad** Si se compara la representación en clase B correspondiente a la apertura A3 (figura 4.18(a)) con la de la apertura A1 (figura 4.11(a)),



**Figura 4.18 :** (a) Clase B para la apertura A3 focalizada sobre  $x_r^F = 25\text{mm}$  y  $x_\theta^F = 30^\circ$ . (b) Perfil axial para las aperturas A1 (-), A2 ( $\cdots$ ), A3 (- -), A4 (-  $\cdot$  -) y A5 (-  $\cdot$  -), focalizando sobre  $x_r^F = 25\text{mm}$  y  $x_\theta^F = 30^\circ$ .

se observa que para la línea de  $-6\text{dB}$  para la apertura A3 llega a sobrepasar los límites del cono de focalización. Existe un ensanchamiento del haz principal consecuencia de una reducción virtual del tamaño de la apertura. En efecto, dado que los elementos externos de A3 contribuyen en menor medida al campo UT con deflexión, se produce un ensanchamiento del haz principal a cuya formación contribuyen en mayor medida los elementos centrales. Aparte de este ensanchamiento del haz, también se observa que el haz principal sigue en buena medida guiado por el cono de focalización. Por otro lado, solamente el perfil axial correspondiente a la apertura A5 se acerca al que consideramos patrón correspondiente a A1 (figura 4.18(b)). El resto de aperturas se distancian del patrón A1 especialmente en la zona anterior al foco, donde se pueden producir amplitudes superiores a las del foco. La principal razón de este hecho radica en el efecto limitador que tiene el patrón de radiación de los elementos más grandes. Mientras que apenas contribuyen al campo en el foco, en cambio, sí lo hacen para puntos más cercanos que todavía están dentro de la proyección normal de la apertura.

## 4.4 Lóbulos de rejilla.

Los lóbulos de rejilla suponen la mayor limitación en el rango de aplicación de un sistema de imagen ultrasónica 3D. Debido a las periodicidades existentes en el array, las aportaciones al campo de ciertos elementos (parte o todos) están distanciadas entre sí un valor constante, y para determinadas direcciones esta distancia es del orden de una longitud de onda. Sobre esas direcciones las señales de los elementos se combinan en fase produciendo lóbulos (conocidos como lóbulos de rejilla) de gran amplitud y que, por tanto, dan lugar a falsas imágenes que hay que tratar de evitar.

Consideremos un array lineal formado por  $N$  elementos puntuales (Factor de Array) que están separados entre sí una distancia  $d$  y excitados en onda continua con desfases para focalizar en la dirección  $x_\theta^F$ . En este caso, los lóbulos de rejilla adquieren una amplitud igual a la del lóbulo principal y, además, se encuentran en la dirección:

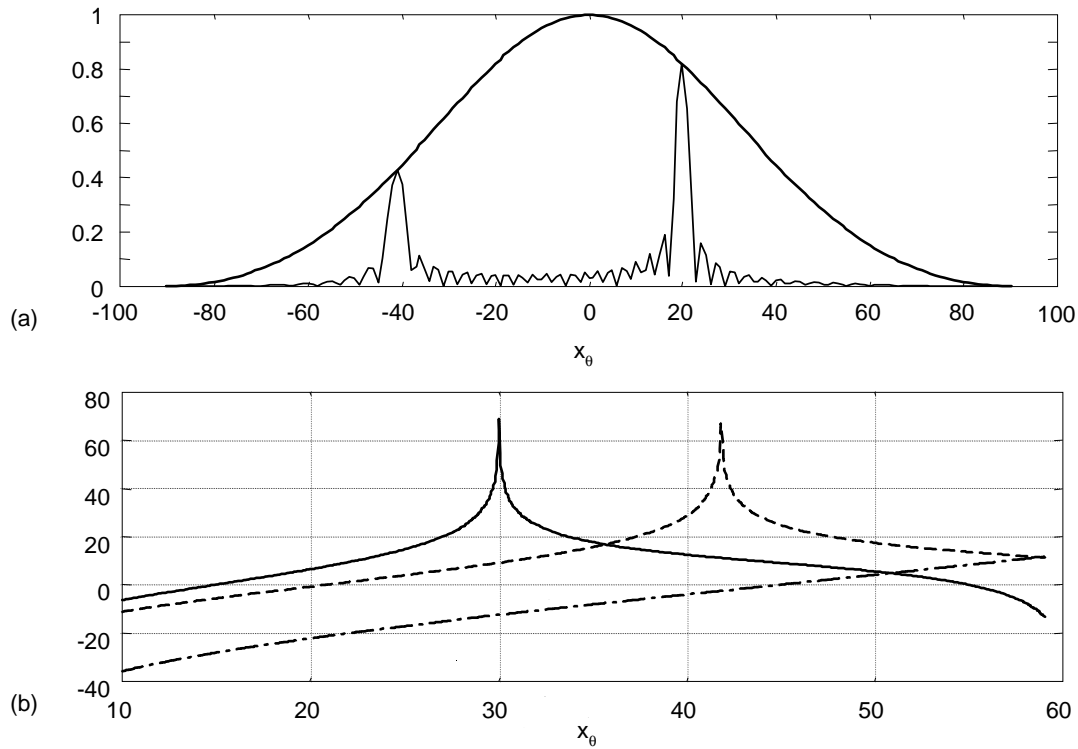
$$x_\theta^R = -\arcsin\left(\frac{\lambda}{d} - \sin x_\theta^F\right) \quad (4.32)$$

En cambio, si se considera el tamaño finito de los elementos, tanto el lóbulo principal como el de rejilla se encuentran modulados por el patrón de difracción del elemento [Mac76], resultando para ambos casos los siguientes valores máximos de amplitud:

$$LP = \text{sinc}\left(\frac{\lambda}{d} \sin x_\theta^F\right) \quad (4.33)$$

$$LR = \text{sinc}\left(\frac{\lambda}{d} \sin x_\theta^R\right) \quad (4.34)$$

donde  $LP$  y  $LR$  indican los máximos del lóbulo principal y de rejilla respectivamente. La figura 4.19 muestra en su parte superior el perfil lateral del campo de un array lineal con  $d = \lambda$  y  $x_\theta = 20^\circ$ , calculado mediante la anterior aproximación. En su parte inferior, se observa el nivel que alcanzan los lóbulos de rejilla (en dB respecto al principal) al variar el ángulo de deflexión, para  $d = \lambda, 1.5\lambda$  y  $2\lambda$ . Para excitación en onda continua los lóbulos de rejilla alcanzan muy pronto el nivel del lóbulo principal aún cuando la separación entre elementos sea



**Figura 4.19 :** Nivel de Lóbulos de Rejilla en un array lineal. (a) Campo de presión para un array lineal de  $10mm$  con elementos  $\lambda$ , deflexionando el campo  $x_\theta = 20^\circ$ . (b) Nivel de lóbulos de rejilla para elementos espaciados:  $2\lambda$  (-),  $0.75\lambda$  (- -) y  $\lambda$  (- . -).

del orden de una longitud de onda.

El nivel de los lóbulos de rejilla (NLR) disminuye al excitar con pulsos de banda ancha, debido a que el número de elementos que contribuyen simultáneamente a la formación de los lóbulos de rejilla está limitado por el número de ciclos que componen el pulso ultrasónico. En este sentido, se puede estimar en una primera aproximación que el número de ciclos de un pulso de banda ancha es igual a la inversa del ancho de banda relativo  $B$  del pulso (p.e. un pulso de  $B = 0.5$ , 50%, tiene dos ciclos). Por tanto, el nivel de lóbulos de rejilla en banda ancha queda modificado respecto al nivel de banda estrecha por la relación:  $1/BN$ :

$$LR = \frac{1}{BN} \text{sinc} \left( \frac{\lambda}{d} \sin x_\theta^R \right) \quad (4.35)$$

lo que supone que la reducción entre los niveles de banda estrecha y banda ancha para  $N = 20$



elementos y  $B = 0.5$ , puede alcanzar  $-20dB$ .

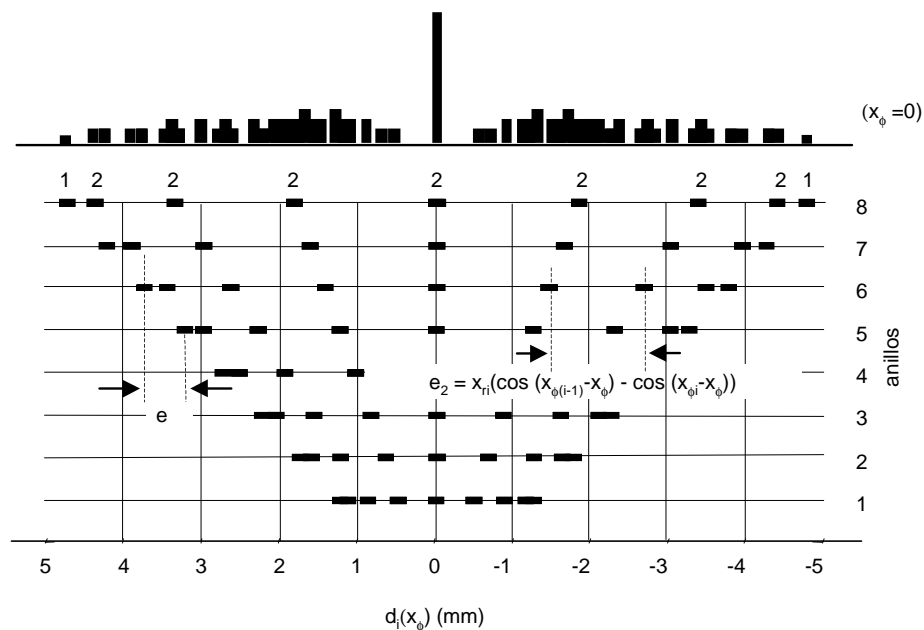
Para un array cuadrado con  $N$  elementos se cumple que en sus direcciones principales se comporta igual que un array lineal de  $\sqrt{N}$  elementos. Por tanto, las curvas presentadas en la figura 4.19 son también válidas para una apertura cuadrada cuyo lado tiene la misma dimensión que el array lineal. De ella se deduce que los lóbulos de rejilla son excesivamente altos cuando la separación entre elementos es igual o superior a una longitud de onda, inclusive para excitación de banda ancha. Por este motivo, en el diseño de arrays lineales -o matriciales- se intenta mantener el espaciado entre elementos en el orden de media longitud de onda, lo cual puede conducir a una complicación excesiva de la electrónica.

Por el contrario, los AAS no presentan un nivel de periodicidad tan fuerte como con las aperturas matriciales, lo cual, en principio, beneficia a la calidad de la imagen porque se producirá una reducción de los lóbulos de rejilla. Pero, a pesar de lo anterior, los AAS sí presentan una serie de regularidades que facilitan la formación de lóbulos de rejilla:

- La primera se produce para cualquier dirección de acimut  $x_\phi$  y es debida a la distancia entre anillos  $e$ .
- La segunda es debida al espaciado entre elementos en cada anillo. La figura 4.20 muestra para la apertura A3 la distribución de elementos sobre el array lineal equivalente según la dirección  $x_\phi = 0$ . En ella se observa cómo varía la distancia entre elementos consecutivos, que para la dirección acimut  $x_\phi$  viene dada por:

$$e_2(x_\phi) = x_{rk}(\cos(x_{\phi(i+1)} - x_\phi) - \cos(x_{\phi i} - x_\phi)) \quad (4.36)$$

indicando que la distancia  $e_2$  depende del radio de cada anillo  $x_{rk}$ , del espaciamiento entre anillos y de la posición acimut del par de elementos relativa al punto de campo. La máxima distancia entre elementos se da para los elementos situados en la dirección acimut perpendicular al foco, y vale  $e_2^M = x_{rk}\alpha_k$ , siendo  $\alpha_k$  la anchura angular de los elementos correspondientes al anillo  $k$ .



**Figura 4.20 :** Formación del Array Lineal Equivalente para la apertura A3, donde se destacan las principales distancias que determinan la aparición de lóbulos de rejilla:  $e$  (espaciado entre anillos) y  $e_2(x_\phi)$  (espaciado de elementos en el anillo).

Para facilitar el análisis de la posición de los lóbulos de rejilla consideraremos en un principio elementos puntuales y excitación de onda continua, evaluando así la apertura a partir del factor de array. Por otro lado, a la hora de estudiar su amplitud, definiremos el concepto denominado *Grado de Periodicidad* de la apertura, como la relación entre el nivel de lóbulos de rejilla de un array cuadrado y un AAS considerando de nuevo el factor de array. En el caso del array cuadrado la periodicidad es máxima para las direcciones principales, y los lóbulos de rejilla alcanzan un valor relativo igual a la unidad. En el caso del AAS, el nivel de los lóbulos de rejilla depende de la configuración concreta de la apertura: relación de aspecto de los elementos, espesor de los anillos, simetrías existentes en la apertura, etc.

En este apartado se aborda el estudio de los lóbulos de rejilla para distintas configuraciones de AAS. En primer lugar se trata el caso del anillo, como un caso particular de AAS. En segundo lugar, se estudia el AAS desde un planteamiento más sencillo derivado del Factor de array, para más tarde considerar las aperturas reales con tamaño finito de los elementos y excitación de

banda ancha.

#### 4.4.1 Lóbulos de rejilla debidos al espaciado entre elementos en un anillo.

Si consideramos una apertura formada por un sólo anillo el factor que determina la posición y amplitud de los lóbulos de rejilla es la distancia entre elementos o dicho de otro modo el número de elementos en la apertura. Para un sólo anillo, el array lineal equivalente describe una apertura no uniforme donde los elementos se concentran más sobre los extremos de la apertura que sobre el centro. Las mayores distancias entre elementos vienen dadas por los elementos cercanos a la perpendicular a la dirección de acimut. La figura 4.21 presenta el factor de array de anillos de 16 elementos con radios  $3.5\lambda$ ,  $5.5\lambda$ ,  $7.5\lambda$  y  $9.5\lambda$ . Los resultados muestran una estructura periódica en la distribución de los lóbulos de rejilla, reflejando la existencia de 16 elementos en la apertura. Al mismo tiempo conforme el radio del anillo aumenta (y en paralelo la distancia entre elementos) los lóbulos de rejilla se acercan más al haz principal. Los lóbulos de rejilla más cercanos al principal se producen por los elementos perpendiculares en acimut a la dirección de deflexión. Progresivamente se añaden nuevos lóbulos de rejilla resultado de las otras periodicidades que se producen sobre el array lineal equivalente al expandirse los elementos de forma proporcional al radio.

Para este tipo de aperturas la posición del primer lóbulo de rejilla se puede aproximar tomando:

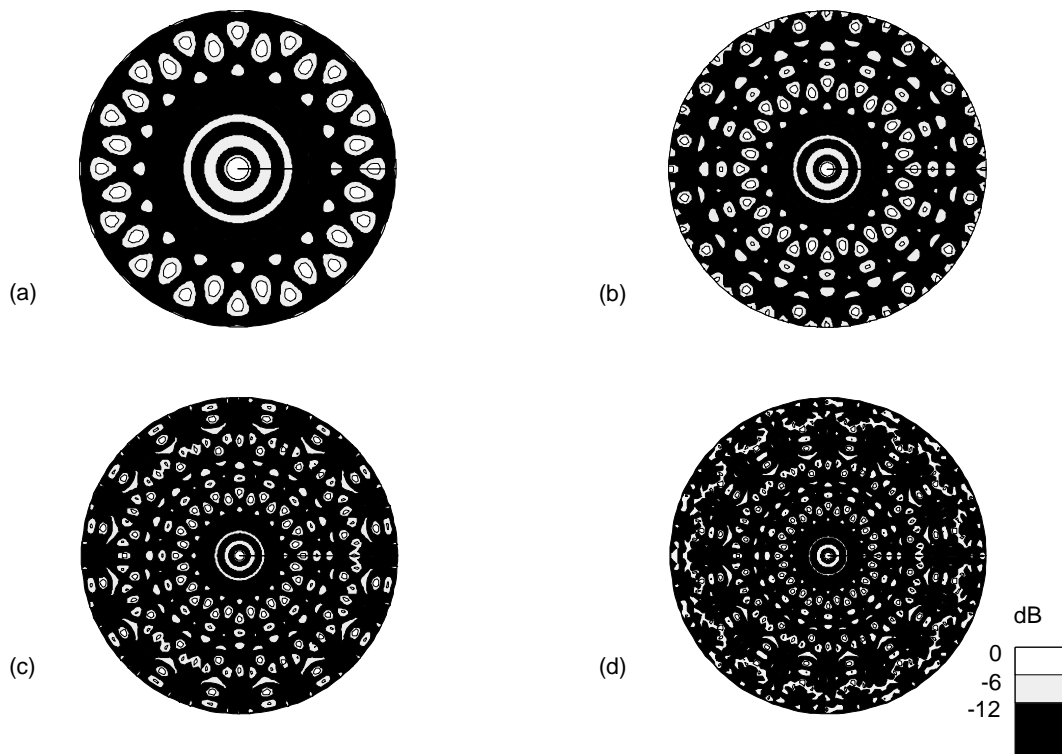
$$e_2^M \approx x_{rk} \frac{2\pi}{N_k} \quad (4.37)$$

Con lo que el ángulo de elevación a la que se encuentra el primer lóbulo de rejilla es:

$$x_\theta^R \approx \arcsin \frac{\lambda}{e_2^M} \quad (4.38)$$

La tabla 4.4 muestra la posición de los lóbulos de rejilla para los anillos de 3.5mm y 7.5mm aplicando la estimación teórica de 4.38, y computando el factor de array:

La disparidad existente entre la estimación teórica y el valor computado mediante el factor



**Figura 4.21 :** Factor de array en banda estrecha producidos por anillos segmentados de 16 elementos con radios (a)  $3.5\lambda$ , (b)  $5.5\lambda$ , (c)  $7.5\lambda$  y (d)  $9.5\lambda$ .

Espaciado	Radio		
	3.5 (Comp.)	Ambas (Teor.)	7.5 (Comp.)
$2\lambda$	36	30	34
$1.5\lambda$	50	41	45
$\lambda$	90	90	90
$0.5\lambda$	-	-	-

**Table 4.4 :** Posición de los lóbulos de rejilla para distintos espacios entre elementos.

de array se debe a que aparece un segundo lóbulo de rejilla a continuación del primero que modifica la posición del máximo.

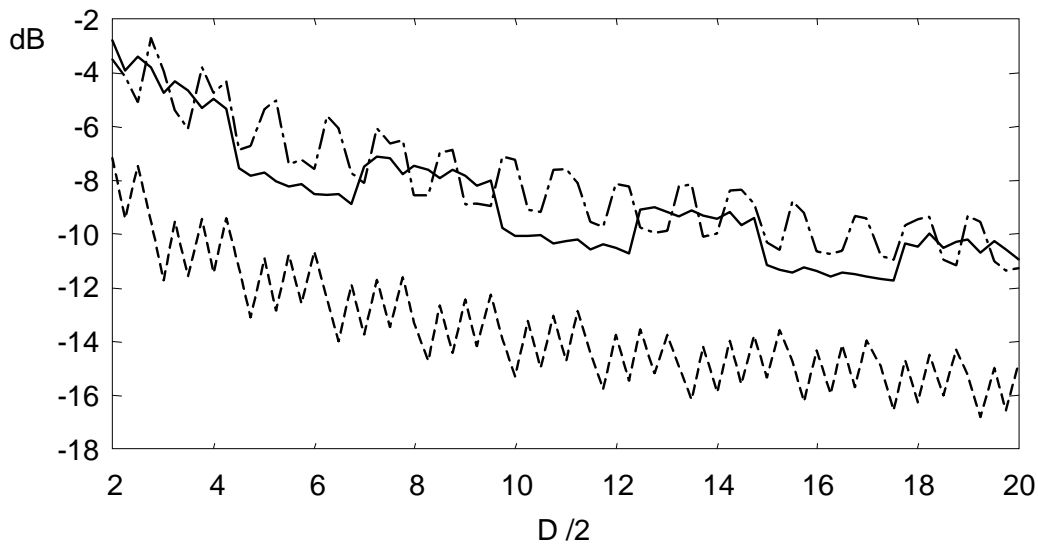
El Factor de Array no ofrece para este tipo de aperturas sectoriales una solución analítica que proporcione el número de elementos que intervienen en la formación del lóbulo de rejilla, como sucede en los arrays lineales y matriciales. Para este caso, consideraremos la relación que existe entre el lóbulo de rejilla y el principal como una medida aproximada del grado de periodicidad o porcentaje de elementos que intervienen en su formación. Para ello se ha computado la amplitud

de los lóbulos de rejilla creados por distintos anillos con espaciados:  $2\lambda$ ,  $1.5\lambda$  y  $\lambda$ , en los que se ha aumentado progresivamente el radio entre  $2mm$  y  $20mm$  (figura 4.22), obteniendo los siguientes resultados:

1. Al aumentar el radio de la apertura, y por tanto el número de elementos del anillo, disminuye la amplitud de los lóbulos de rejilla, o también, el grado de periodicidad de la apertura.
2. Al disminuir la distancia entre elementos también disminuye el grado de periodicidad de la apertura. Este efecto es más significativo cuando el espaciado entre elementos se acerca a una longitud de onda. De la figura se desprende que el nivel de los lóbulos de rejilla (NLR) tienden a estabilizarse alrededor de  $-12dB$  para espaciados mayores que  $\lambda$  (lo que supone que colaboran el 25% de los elementos para la formación del lóbulo) y  $-17dB$  para espaciados iguales a  $\lambda$  (15% de los elementos).
3. Finalmente, las curvas muestran un rizado superior a 2dB, que encuentra explicación en las diferentes simetrías alcanzadas cuando el número de elementos del anillo es par (mayor simetría = mayor amplitud) o impar.

#### 4.4.2 Lóbulos de rejilla debidos al espaciado entre anillos de un AAS.

El espaciado entre anillos es también origen de lóbulos de rejilla que presentan una simetría radial con amplitud constante para cada elevación. A la formación de estos lóbulos contribuyen especialmente los elementos que se encuentran cercanos a la dirección acimut correspondiente al punto de campo. En efecto, para las aperturas regulares, con el mismo número de elementos por anillo, la distancia entre elementos de distintos anillos sobre el array lineal equivalente es constante para cada orientación, presentando aquellos elementos que se orientan en la dirección de  $x_\phi$  la máxima distancia. Para las aperturas no regulares la distancia entre elementos se puede considerar constante para aquellos elementos orientados en la dirección de  $x_\phi$ , presentando el resto de los elementos una distribución irregular sobre el array lineal equivalente. Por otro

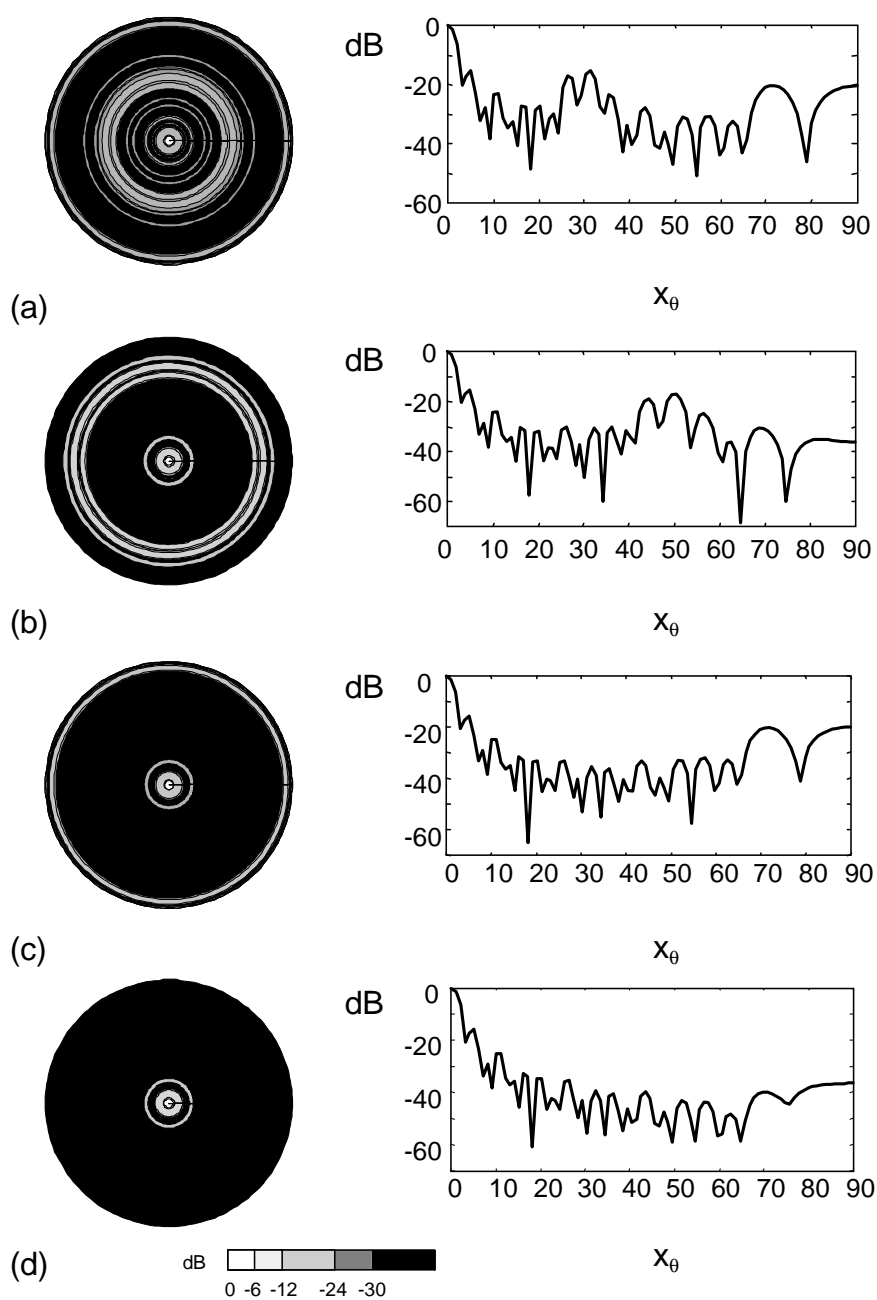


**Figura 4.22 :** Amplitud de los lóbulos de rejilla en función del radio para los anillos con espaciados de  $2\lambda$  (-),  $1.5\lambda$  (- · -) y  $\lambda$  (- -).

lado, los lóbulos de rejilla producidos por el espaciado entre anillos presentan una simetría radial con amplitud constante para cada elevación. Para la computación de este tipo de lóbulos eliminaremos la influencia del espaciado entre elementos en el anillo, lo cual se logra igualando dicho espaciado a  $\lambda/2$ . De este modo, calcularemos los lóbulos de rejilla debidos al espaciado entre anillos para valores de  $e = 2\lambda$ ,  $1.5\lambda$ ,  $\lambda$  y  $0.5\lambda$ , y los resultados se muestran en la figura 4.23. El factor de array de las distintas aperturas muestra el patrón de simetría radial y los lóbulos de rejilla, para este tipo de aperturas, pueden ser localizados mediante:

$$x_{\theta}^R \approx \arcsin \lambda/e \quad (4.39)$$

que corresponde a  $x_{\theta}^R = 30^\circ$  para  $e = 2\lambda$ ,  $40^\circ$  para  $e = 1.5\lambda$  y  $90^\circ$  para  $e = \lambda$ . Para  $e = 0.5\lambda$  no existen lóbulos de rejilla. Sobre el factor de array se presentan además otros lóbulos de amplitud significativa que acompañan a estos: en  $28^\circ$  y  $36^\circ$  para  $e = 2\lambda$ , en  $45^\circ$  para  $e = 1.5\lambda$  y en  $70^\circ$  para  $e = \lambda$ . Las amplitudes de los lóbulos de rejilla debidos al espaciado entre anillos varían entre  $-15dB$  (para  $e = 2\lambda$ ) y  $-20dB$  (para  $e = \lambda$ ), lo que supone que colaboran entre el 17% y el 10% de la apertura. Manteniendo el valor de  $e$  constante, estos porcentajes disminuyen



**Figura 4.23 :** Factor de Array para aperturas de espaciado (a)  $e = 2\lambda$ , (b)  $e = 1.5\lambda$ , (c)  $e = \lambda$  y (d)  $e = 0.5\lambda$ .

conforme la apertura aumenta sus dimensiones globales, lo que significa que aunque aumenta el número de anillos, se reduce el porcentaje de elementos que contribuyen a la formación de estos lóbulos.

### 4.4.3 Lóbulos de rejilla de un AAS. Separación por regiones

De los dos apartados anteriores se desprende que existen dos tipos principales de periodicidad que dan origen a los lóbulos de rejilla de un AAS: por un lado, el espaciado entre elementos en los anillos, y por otro, el espaciado entre anillos. En la figura 4.24 se observa la representación por niveles del plano focal (clase C de la proyección de la semiesfera  $0^\circ \leq x_\theta \leq 90^\circ$  y  $0^\circ \leq x_\phi \leq 360^\circ$  sobre el plano del array) para las aperturas A1:A5 considerando los elementos puntuales y usando ambos tipos de excitación. De la figura se pueden destacar los siguientes comentarios [Mar99]:

- Los lóbulos de rejilla se estructuran como anillos alrededor del foco, que se pueden agrupar atendiendo a su origen en tres regiones (válidas para banda ancha y onda continua), que se pueden identificar mediante las etiquetas dibujadas en cada una de las representaciones de la figura:

**La región R1:** donde comienzan los lóbulos de rejilla debidos a la distancia entre los elementos en cada anillo. La posición teórica de esta región está determinada por la ecuación 4.38, particularizada para la mayor distancia entre elementos en los anillos ( $e_2^M$ ). Su anchura depende de la configuración geométrica del AAS.

**La región R2:** son otros lóbulos debidos a la distancia entre elementos en cada anillo y abarca el espacio en elevación que se extiende más allá de la región R1. Se considera un frente secundario donde se sitúan los lóbulos de rejilla múltiples (de los contenidos en R1) y los correspondientes a otras distancias (menores de  $\max\{e_2^M\}$ ). En el caso de la apertura A4, esta zona resulta más ruidosa que en el resto, debido a la existencia de lóbulos de orden múltiple. La apertura A3, por otro lado, presenta ramificaciones que reproducen la estructura del array a lo largo de esta zona.

**La región R3:** en ella se sitúan los lóbulos producidos por el espaciado entre anillos. Su posición está determinada por la ecuación 4.39, y su anchura normalmente es del mismo orden que la del lóbulo principal.

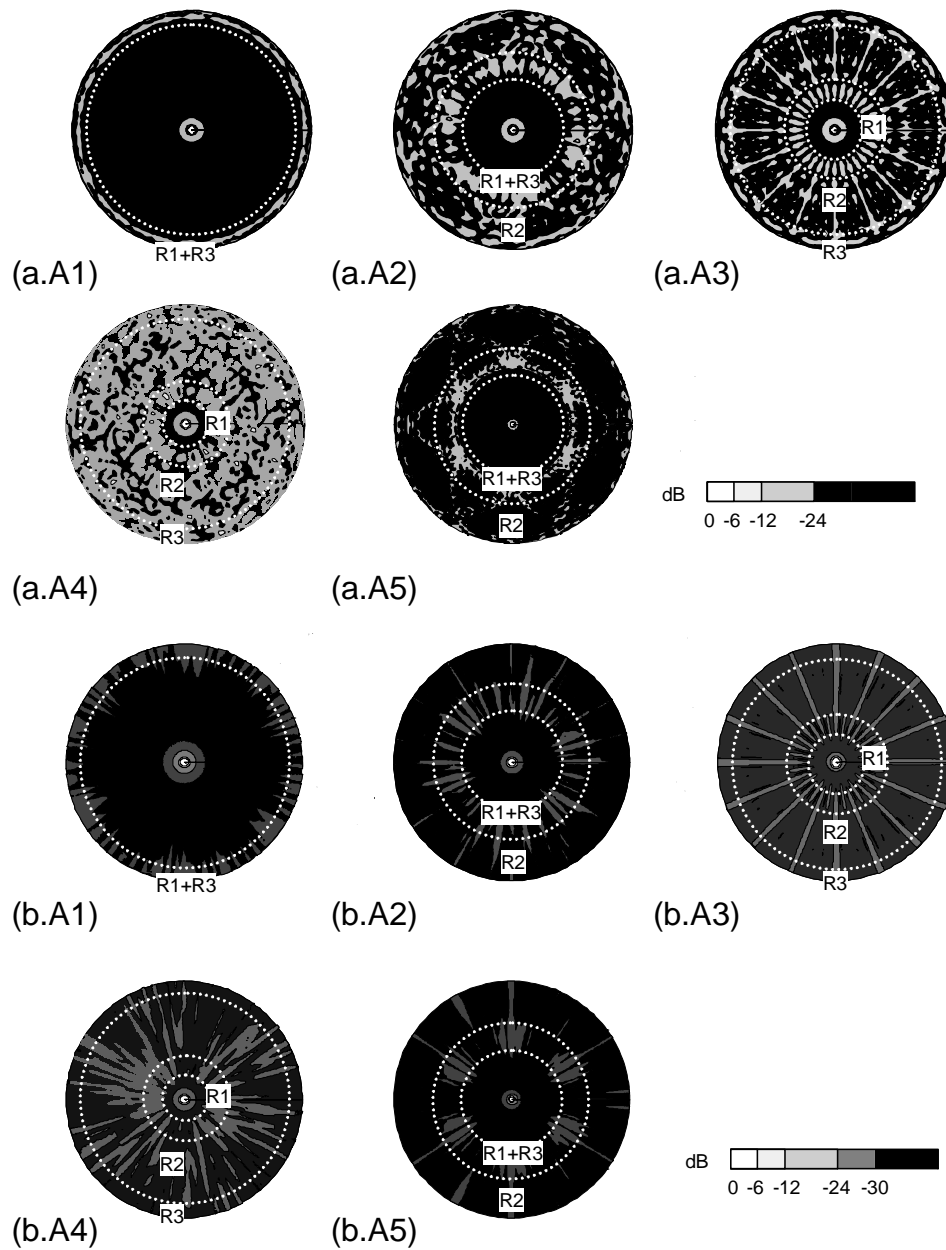


- En las aperturas regulares (p.e.: apertura A3), se producen lóbulos de rejilla en las tres regiones que reproducen la simetría existente en la apertura. La zona R1 es la más cercana al lóbulo principal y se debe a los elementos del anillo externo de la apertura. La zona R2 se debe a la periodicidad existente en los anillos intermedios, y presenta ramificaciones que reproducen la estructura del array a lo largo de esta zona. En esta zona también se observan lóbulos de orden múltiple. Finalmente, la zona R3 es claramente visible y más estrecha que R1 y R2.
- En las aperturas no regulares, cuando el espaciado entre elementos de todos los anillos es constante, todos ellos contribuyen a la formación de los lóbulos de rejilla de la región R1, por lo que la amplitud de los lóbulos de rejilla en esta región ha de ser normalmente alta. Por otro lado, cuando el espaciado entre elementos del anillo coincide con el espaciado entre anillos, las regiones R1 y R3 coinciden y los lóbulos de rejilla de ambas regiones se suman entre sí.

Controlando la relación de aspecto de los elementos y la anchura de cada anillo en este tipo de aperturas se puede reducir en parte la amplitud de los lóbulos de rejilla. Como se dijo anteriormente, las aperturas con menos elementos (A2 y A4) son las que producen más lóbulos de rejilla.

- En las aperturas no regulares también pueden existir estructuras periódicas que favorecen la formación de lóbulos de rejilla más altos, como realmente ocurre en los casos de las aperturas A2 y A5. Introduciendo un desfase,  $\Delta\phi_k$ , entre los distintos anillos se puede disminuir este efecto.
- Este análisis cualitativo es válido para el caso de excitación de banda ancha, donde el principal efecto es que se produce una reducción de nivel aproximadamente de 12dB.

La tabla 4.5 muestra para banda ancha y onda continua el valor máximo de los lóbulos de rejilla correspondientes a aperturas A1:A5 con elementos puntuales y también la posición del máximo. Los resultados se han computado tomando para cada elevación el mayor de todos los



**Figura 4.24 :** Factor de Array en banda estrecha (a) y banda ancha (b) para las aperturas A1, A2, A3, A4 y A5.

valores existentes en acimut.

Los resultados en banda estrecha indican el grado de aportación de los elementos de cada apertura a la formación de los lóbulos de rejilla. Entre paréntesis se añade este parámetro (que

APERTURA	NLR MAXIMO (dB)			POSICION ( $^{\circ}$ )	
	BE	(RER)	BA	BE	BA
A1	-13	(22%)	-25	90	60:90
A2	-6.5	(47%)	-17.5	32	30
A3	-13	(22%)	-17.5	20/65	35:90
A4	-10	(31%)	-16	16/35...	14
A5	-12	(25%)	-25.5	31	30

**Table 4.5 :** Nivel de lóbulos de rejilla y RER en el factor de array, para banda ancha y banda estrecha, de las aperturas A1:A5.

denominaremos RER) como porcentaje. De la tabla realizaremos los siguientes comentarios:

1. En banda estrecha, según se comentó anteriormente, las aperturas A1 y A5 con 302 elementos deben ofrecer mejores resultados que las demás, en cambio no tienen diferencias notables con la apertura A3 que tiene 128 elementos. La razón de este hecho radica en que al tener las aperturas A1 y A5 relación de aspecto unidad, se crea una sola zona de lóbulos de rejilla donde se suman los efectos de la distancia entre anillos (tipo R3) y la distancia entre elementos de cada anillo (tipo R1). Por ello sus lóbulos de rejilla aumentan (aproximadamente en 6dB) con lo que su nivel resulta semejante al de la apertura A3, la cual presenta mayor variedad entre sus elementos. Por otro lado, la apertura A3 tiene sus lóbulos de rejilla extendidos en una zona mayor ocupando todo el rango de elevación a partir de  $x_{\theta} = 20^{\circ}$ . Un efecto semejante se produce entre las aperturas A2 y A4, ambas con 75 elementos, pero en este caso el valor de RER es significativamente mayor. Para disminuir el valor resultante de RER, parece aconsejable usar aperturas con  $R_A$  cercano (pero diferente) a la unidad. En el capítulo siguiente se puede observar este fenómeno con computaciones reales.
2. Las posiciones de los lóbulos de rejilla computadas mediante el factor de array para banda estrecha resultan muy cercanas a las teóricas de la región R1, dada por la ecuación 4.38.
3. En el caso de excitación de banda ancha existe una tendencia a compensar los malos resultados de las aperturas con  $R_A = 1$ . En efecto, estas aperturas reducen su NLR alrededor de 12dB, frente a los 4.5dB o 6dB que disminuyen las aperturas A3 y A4. A

cambio de la reducción de NLR, los lóbulos de rejilla se extienden ocupando una gran zona del rango de elevación en todas las aperturas.

#### 4.4.4 Lóbulos de rejilla de un AAS con dimensión finita de los elementos

Hasta aquí se ha razonado considerando que las aperturas de geometría sectorial tienen sus elementos puntuales. Por tanto, el nivel de lóbulos de rejilla (NLR) calculado por este método, aunque permite estimar algunos aspectos, tales como la posición de los lóbulos de rejilla, o el porcentaje de elementos que contribuyen a su formación, en cambio, no aporta una solución de NLR aplicable a aperturas con tamaño finito de los elementos.

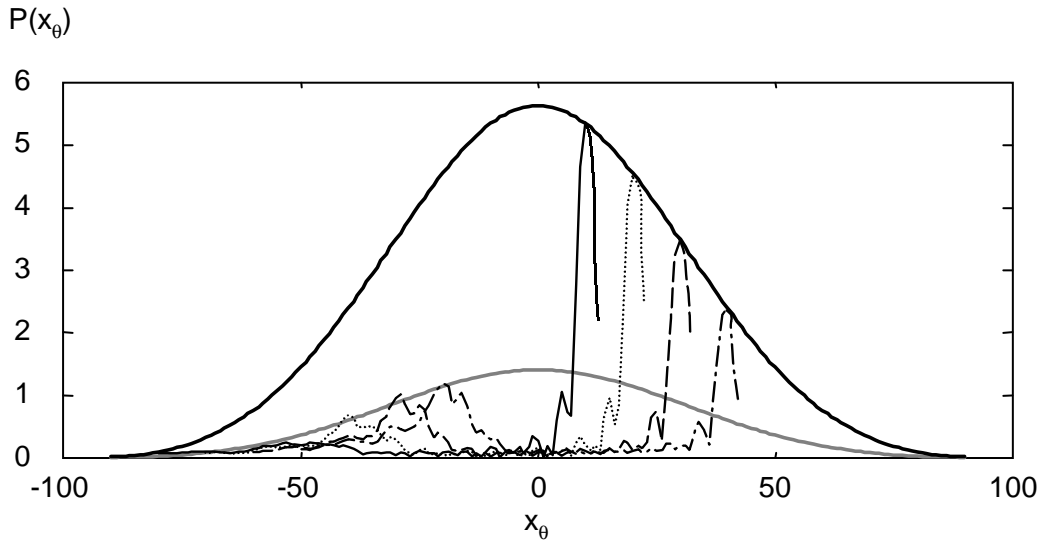
Una primera estimación se podría obtener por un método semejante al seguido con los arrays lineales, pero teniendo en cuenta la relación de elementos (RER) que contribuyen a los lóbulos de rejilla en cada caso:

$$x_{\theta}^R = -\arcsin\left(\frac{\lambda}{d_M} - \sin x_{\theta}^F\right) \quad (4.40)$$

$$LP = \text{sinc}\left(\frac{\lambda}{d_M} \sin x_{\theta}^F\right) \quad (4.41)$$

$$LR = \text{RER} \text{ sinc}\left(\frac{\lambda}{d_M} \sin x_{\theta}^R\right) \quad (4.42)$$

donde  $d_M = \max(e, eR_A)$ . El valor de RER depende de la apertura, y para A1:A5 se encuentra en la tabla del epígrafe anterior. Por ejemplo, tomando un valor medio de  $RER = 0.25$  para las aperturas A1 y/o A5 con 300 elementos y relación de aspecto unidad, se estima que el nivel de lóbulos de rejilla en onda continua está alrededor de  $12dB$  por debajo de un array cuadrado equivalente (que tenga el mismo número de elementos y misma superficie emisora). En la figura 4.25 se muestra el perfil en elevación de máximos de acimut -onda continua- calculado mediante el método exacto, correspondiente a un array semejante a la apertura A1 pero con solo 256 elementos ( $R_A = 1$ ) para varios ángulos de deflexión ( $10^\circ$ ,  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $40^\circ$ ). Se observa cómo la amplitud del lóbulo principal se ajusta a la curva correspondiente al patrón de difracción del elemento dado por la ecuación de  $LP$ , mientras que el pico de los lóbulos de rejilla se ajusta



**Figura 4.25 :** Perfil en elevación del campo de presión de la apertura A1 para 4 direcciones de deflexión:  $x_\theta = 10^\circ$  (-),  $x_\theta = 20^\circ$  ( $\cdots$ ),  $x_\theta = 30^\circ$  (- -) y  $x_\theta = 40^\circ$  (- · -).

a  $LR$  obtenido multiplicando  $LP$  por 0.25. Por otro lado, si se usa una apertura cuya relación de aspecto sea diferente que la unidad, el valor de  $RER$  disminuye y también, en consecuencia, los lóbulos de rejilla. Ahora bien, no conviene distanciarse mucho de  $R_A = 1$  porque los lóbulos de rejilla correspondientes al lado largo del elemento se acercarían en exceso al lóbulo principal.

Lógicamente, dado que el valor de  $RER$  se reduce cuando aumenta el número de elementos del array, la ventaja de los AAS respecto a los arrays cuadrados también se incrementa al crecer el número de elementos. Esta diferencia se dobla (en dB) para un sistema de imagen con ida y vuelta, con lo que el nivel de los lóbulos de rejilla utilizando aperturas del tipo A1 o A5 pueden quedar reducidos en  $25dB$  respecto a un array cuadrado equivalente. Si además se considera que el efecto de utilizar pulsos de banda ancha es prácticamente común para un array lineal y un AAS, estimaremos como primera aproximación que para banda ancha se mantiene el mismo nivel de reducción de NLR entre ambas configuraciones que con onda continua:

$$LR = \frac{RER}{B\sqrt{N}} \operatorname{sinc} \left( \frac{\lambda}{d_M} \sin x_\theta^R \right) \quad (4.43)$$

Lo que significa que cuando el número de elementos es de algunos cientos ( $128 \leq N \leq$

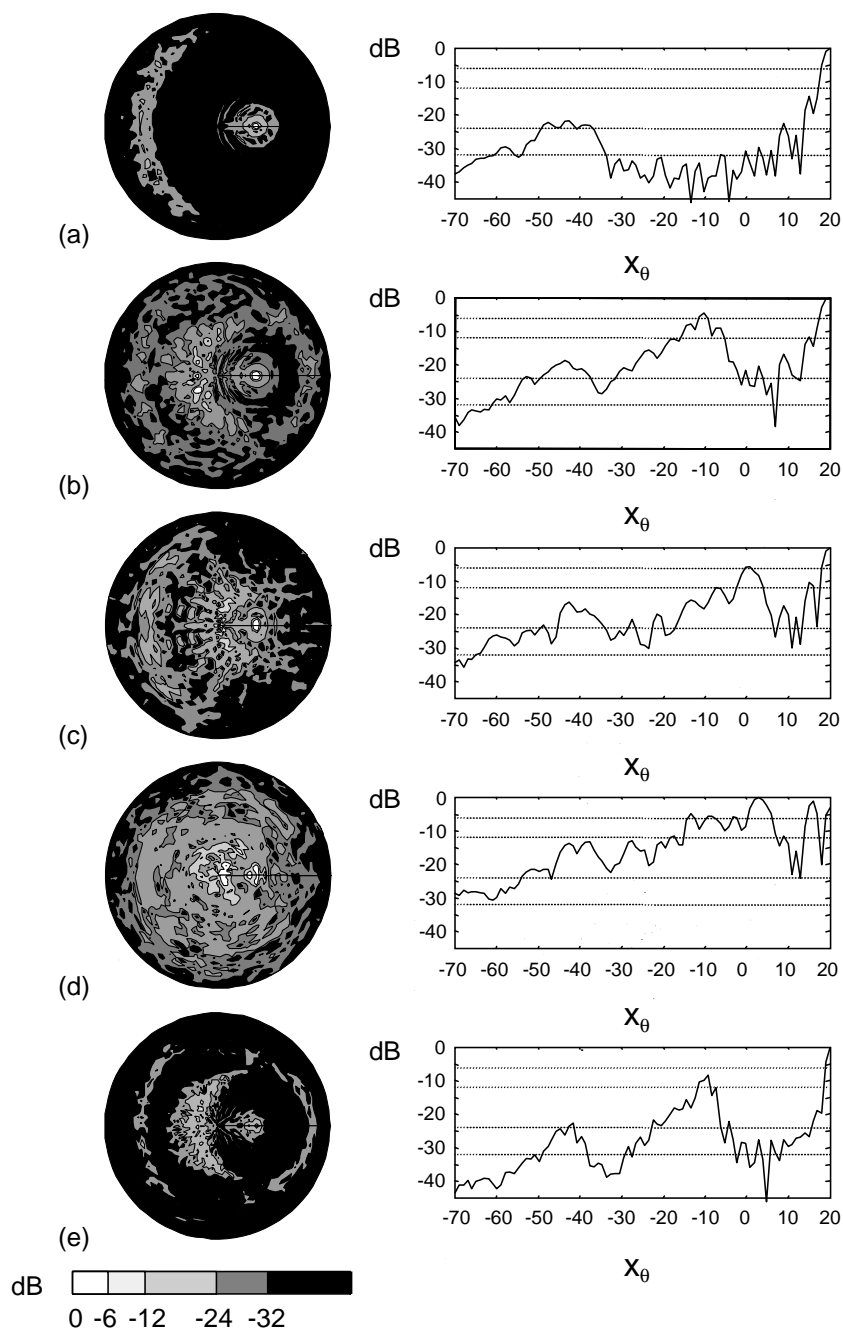
300), y se usan pulsos cuyo ancho de banda relativo es del orden de  $0.4 : 0.5$ , se producirá una reducción en los lóbulos de rejilla respecto a la banda estrecha entre  $10dB$  y  $18dB$ . Concretamente, considerando los lóbulos de rejilla de la apertura A1 calculados mediante el factor de array, la relación entre banda estrecha y banda ancha es de  $-14dB$ .

Además de este análisis aproximado, es de interés describir la formación de lóbulos de rejilla en imágenes 2D, considerando las dimensiones reales de los elementos para las aperturas A1:A5. En este sentido las figuras 4.26 y 4.27 muestran para banda estrecha y banda ancha, por un lado las representaciones en clase C del plano focal focalizando en la mitad del campo lejano ( $x_r^F = D^2/(8\lambda)$ ,  $x_\theta^F = 20^\circ$ ), y por otro, los perfiles en elevación tomando los máximos de cada acimut.

En estos casos, siguen existiendo las tres regiones R1:R3 que se mencionaron más arriba considerando el factor de array, en cambio, al considerar el tamaño finito de los elementos se pierde la simetría axial que aparecía en aquel caso. Ello es debido al efecto modulador del patrón de difracción de los elementos, que tiende a incrementar la zona más cercana a la proyección geométrica de la apertura. Por ello, la zona a la izquierda del foco ( $\hat{x}_\theta < 0$ ) presentan los mayores valores de lóbulos de rejilla.

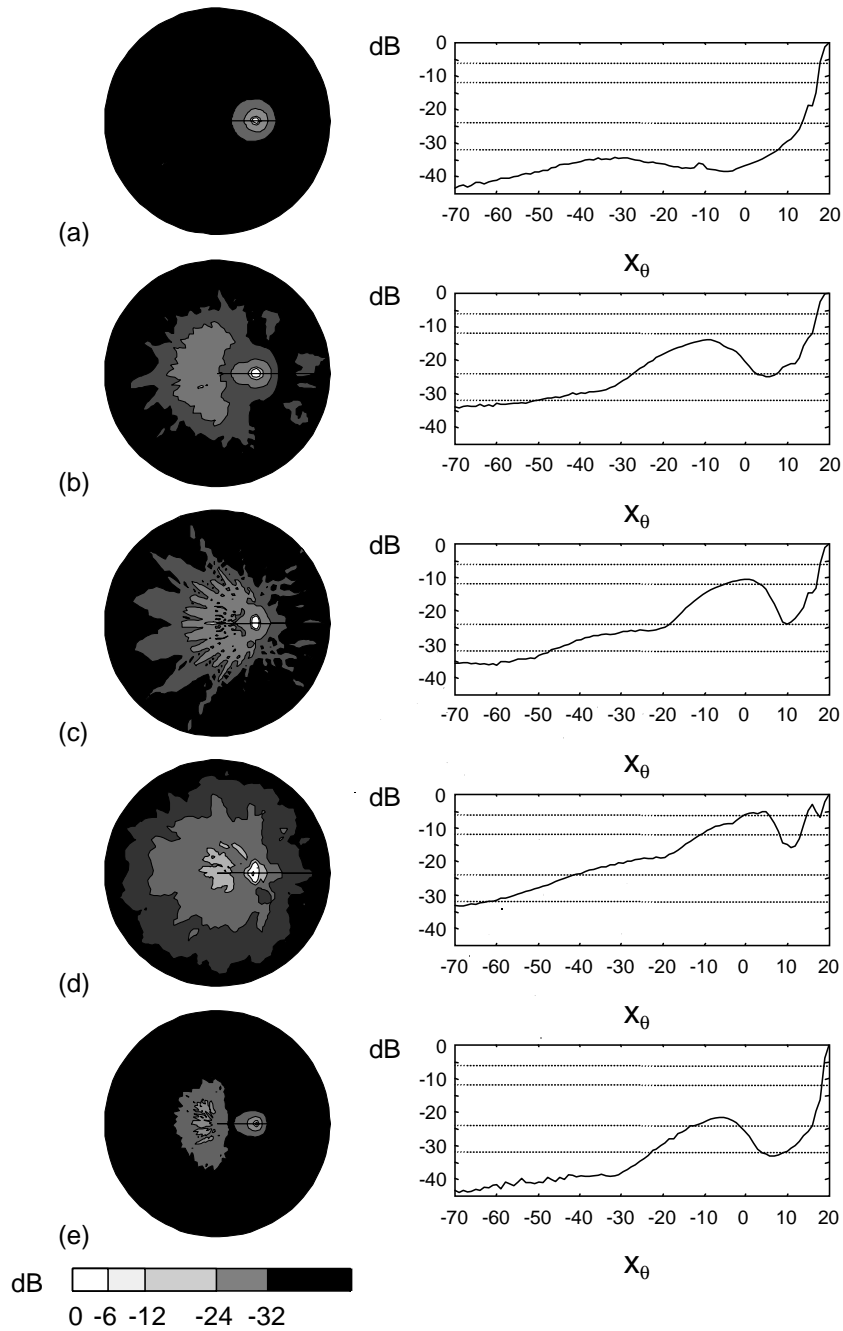
La apertura A1 presenta los mejores resultados de campo entre las cinco aperturas. La amplitud del campo acústico se mantiene relativamente baja en todo el espacio, con sus lóbulos secundarios debajo de  $-32dB$  y sus lóbulos de rejilla alrededor de  $-22dB$ . La posición de los lóbulos de rejilla está a  $\hat{x}_\theta = -65^\circ$  de desviación respecto a la dirección de deflexión, lo cual coincide con los resultados computados con el factor de array. Los valores de amplitud con excitación de banda ancha mejoran los resultados de banda estrecha en aproximadamente  $-12dB$ , con lo que la amplitud en todo el espacio está a  $-32dB$  respecto a la amplitud en el foco.

La imagen en clase C correspondiente a la apertura A2 excitada en onda continua muestra que los lóbulos de rejilla prácticamente invaden todo el espacio a la izquierda del foco, donde aparecen dos zonas correspondientes a las interferencias de primer orden (correspondientes a las zonas R1 y R3 en  $\hat{x}_\theta = -30^\circ$ ) y de segundo orden (en  $\hat{x}_\theta = -65^\circ$ ) respectivamente. El máximo



**Figura 4.26 :** Clase C del campo de presiones en banda estrecha, sobre el plano focal, de las aperturas (a) A1, (b) A2, (c) A3, (d) A4 y (e) A5, focalizando en  $(x_r^F = D^2/(8\lambda), x_\theta^F = 20^\circ)$ .

de amplitud de los lóbulos de rejilla se produce en  $\hat{x}_\theta = -30^\circ$  con una amplitud para onda continua de  $-4dB$ . En el caso de pulsos de banda ancha los lóbulos de rejilla se reducen a las



**Figura 4.27 :** Clase C del campo de presiones en banda ancha, sobre el plano focal, de las aperturas (a) A1, (b) A2, (c) A3, (d) A4 y (e) A5, focalizando en  $(x_r^F = D^2/(8\lambda), x_\theta^F = 20^\circ)$

interferencias de primer orden; por otro lado se extienden a lo largo de un área muy semejante al caso de onda continua pero adquieren una forma alisada con el máximo de amplitud en  $-14dB$ .



El campo correspondiente a la apertura A3 sigue presentando indicios de la regularidad observada al computar el factor de array de la apertura, pero en este caso está más deformado debido al efecto modulador que ejerce el patrón de radiación de los elementos. Como consecuencia, crecen de forma considerable los lóbulos de rejilla correspondientes a la zona R1, que presentan su máximo de  $-5dB$  muy cerca del foco en  $\hat{x}_\theta = -20^\circ$  debido a los elementos del anillo exterior del array. En la zona R3 se suman los efectos de periodicidad propia de la distancia entre anillos y de los elementos interiores del array (cuyo tamaño se acerca a  $\lambda$ ), produciendo un ensanchamiento de esta zona y un máximo relativamente alto ( $-16dB$ ). En banda ancha se sigue observando la estructura regular del array aunque más suavizada. El máximo de amplitud de los lóbulos de rejilla se mantiene relativamente alto ( $-10dB$ ).

La apertura A4 produce los peores resultados debido a que la relación de aspecto de los elementos es muy alta ( $R_A = 4$ ). Las imágenes corresponden a un cero en el foco  $x_\theta^F = 20^\circ$ , por lo que la amplitud del lóbulo principal es inferior a la de los lóbulos de rejilla, que presentan su zona más alta cerca del centro geométrico de la apertura. Los lóbulos de rejilla se mantienen también relativamente altos en toda la zona R2 debido a las interferencias de orden superior, con lo que resulta un campo profundamente deteriorado en todo el espacio. En banda ancha, se reduce el efecto del cero en el foco y los lóbulos de rejilla se reducen hasta  $-5dB$ .

Finalmente, el campo producido por la apertura A5 presenta un aspecto semejante al de la apertura A2 (la cual tiene los elementos de igual tamaño), con máximos en  $\hat{x}_\theta = -30^\circ$  y  $\hat{x}_\theta = -65^\circ$ , pero la amplitud en este caso se reduce en  $-5dB$ . En banda ancha, la amplitud de los lóbulos de rejilla se mantiene por debajo de  $-20dB$ .



---

## Capítulo 5

---

---

# Diseño de Aperturas de Anillos Segmentados

---

---

### 5.1 Introducción

---

Tanto para los arrays lineales como para las aperturas bidimensionales de matriz cuadrada, la distancia entre elementos que no produce lóbulos de rejilla es  $\lambda/2$ . Bajo esta restricción producir una apertura de gran superficie, con alta resolución lateral y axial, y que opere a altas frecuencias, implica utilizar decenas miles de elementos de muy pequeño tamaño [Yen00]. De este hecho se plantean dos limitaciones tecnológicas importantes que dificultan el desarrollo de un sistema de imagen con arrays [Lig98]. Por un lado, la complejidad electrónica que implica manejar un gran número de elementos (actualmente no se han desarrollado sistemas comerciales que manejen más de 256 elementos en emisión y otros tantos en recepción). Por otro lado, la limitación de tamaño a  $\lambda/2$  puede suponer una excesiva miniaturización de la

apertura, especialmente para frecuencias superiores a  $3\text{MHz}$  (p.e. un array de  $5\text{MHz}$  operando en agua tendría sus elementos a  $0.15 \times 0.15\text{mm}$ ).

Para una apertura de tamaño dado ambos aspectos se relacionan: cuanto menos elementos tenga la apertura, mayor es la distancia entre ellos. El diseño de una apertura parte de la necesidad de establecer un compromiso entre la calidad del campo que produce (determinada por la intensidad UT, la resolución y el nivel de los lóbulos secundarios y de rejilla) y los *recursos electrónicos*, entendiéndose por tal el número de canales que componen el sistema.

Habitualmente, cuando el número de elementos es alto se emplean técnicas de diezmado de la apertura, que reducen el número de elementos activos (p.e. a valores por debajo del 15% para 1600 elementos y por debajo del 4% para 6400 elementos), con objeto de no superar los 256 canales. El inconveniente de estas técnicas es que la reducción drástica del número de elementos activos supone una importante reducción de la energía radiada por la apertura y como consecuencia una pérdida de contraste o del margen dinámico.

Para facilitar el análisis el tamaño del elemento se dará de forma *normalizada* ( $E_n$ ), como el tamaño de un cuadrado de área equivalente ( $a_e$ ) dividida en unidades de  $\lambda$ :

$$E_n = \frac{\sqrt{a_e}}{\lambda} = \frac{e}{\lambda} \sqrt{R_A} \quad (5.1)$$

Cuando la relación de aspecto es la unidad,  $E_n$  es también el lado del elemento dado en unidades de  $\lambda$ . En general en este capítulo (como en el resto de la tesis), se ha considerado que el hueco entre elementos es despreciable, por lo que la distancia entre elementos en las direcciones radial y tangencial coincide con el valor de sus lados. Sin embargo el efecto de incrementar el hueco entre elementos debe ser considerado para así adecuar el modelo teórico al real, este hecho se estudia en el apartado [5.2.3](#).

A lo largo del capítulo anterior, hemos visto que un AAS puede operar con valores de  $E_n$  mayores que 1 manteniendo buenas características de campo. Estos resultados abren las posibilidades de diseño de este tipo de aperturas, y nos obligan a plantearnos cuáles son las verdaderas restricciones en que se mueven estas aperturas.

Es por ello que en este capítulo, centrándonos en AAS no regulares, estudiaremos la influencia de distintos parámetros: tamaño y relación de aspecto de los elementos, tamaño de los diámetros interior y exterior, y características de la onda de excitación. De los resultados obtenidos se podrán establecer un conjunto de reglas, que sin entrar en operaciones de optimización del campo, nos permitan diseñar aperturas con un reducido número de elementos y un campo adecuado para la elaboración de imagen ultrasónica en 3D.

En la segunda parte del capítulo se comparan las características del campo producido por un AAS con el de una apertura matricial equivalente, destacándose las mejoras que ofrecen las primeras frente a las aperturas 2D convencionales.

## 5.2 Diseño de Aperturas de Anillos Segmentados

---

Son numerosos los parámetros que se pueden considerar a la hora de evaluar la calidad del campo ultrasónico emitido por una apertura, y en consecuencia de la imagen. Entre ellos destacan principalmente la resolución lateral y axial que determinan la capacidad de discriminar puntos cercanos en la imagen, y el nivel de los lóbulos secundarios y de rejilla, que al estar fuera del lóbulo principal se pueden considerar fuentes de ruido que limitan el contraste o rango dinámico de las señales. De todos ellos, la mayor limitación se produce por los lóbulos de rejilla, que se forman cuando la distancia entre elementos es superior a  $\lambda/2$ , y que son causa de imágenes acústicas fantasmas producidas por ecos de objetos localizados en una dirección distinta de la del haz principal. Es de gran interés a la hora de diseñar un array llegar a un compromiso aceptable entre el nivel de los lóbulos de rejilla (que se reducen al disminuir la distancia entre elementos) y el número de elementos que componen la apertura. En general, la literatura estima que a partir de  $-40dB$  los lóbulos de rejilla no tienen influencia en la imagen. Dado que este valor corresponde a un sistema de emisión/recepción, el nivel máximo exigido para los lóbulos de rejilla se reduce a mitad ( $-20dB$ ) al considerar sólo uno de los sentidos. Obviamente, este nivel ha de mantenerse bajo aún a altos grados de deflexión. En este sentido, en el capítulo se consideran barridos en el rango de  $\pm 40^\circ$ .

### 5.2.1 AAS regulares versus AAS no regulares

En el análisis teórico del campo UT realizado en el capítulo anterior se mostró la relación existente entre los lóbulos de rejilla y la distancia entre los elementos de aperturas del tipo AAS. Se vio que estos lóbulos están muy relacionados con dos distancias concretas: por un lado la distancia entre anillos, que genera lóbulos estrechos con simetría radial (R3), y por otro lado los debidos al espacio entre elementos en el anillo, a partir de los cuales se genera un conjunto de lóbulos cuyo inicio viene marcado precisamente por esa distancia (R1 y R2).

Para las aperturas regulares (AR), con igual número de elementos por anillo, garantizar que los elementos de los anillos exteriores no producen lóbulos de rejilla exige incrementar el número de elementos de todos los anillos, aumentando innecesariamente el número de elementos en los anillos interiores y en definitiva en el total de la apertura. Por ejemplo: para conseguir un espaciado máximo entre elementos del orden de  $\lambda$ , incluido el espaciado entre anillos, en una apertura de diámetro  $D = 20\lambda$  se precisa sobre el anillo exterior 60 elementos, lo que supone un total de 480 elementos en toda la apertura, esto es el 160% los elementos necesarios para la apertura no regular (ANR) equivalente (la apertura A1 que tiene 302 elementos). Si el espaciado entre elementos se limitase a  $\lambda/2$ , la AR precisa de 122 elementos sobre el anillo exterior lo que supone un total de 1952 elementos, frente a los 1207 que emplea la ANR equivalente.

Otro inconveniente es que debido al desigual tamaño de sus elementos, las AR no distribuyen de forma equitativa los recursos electrónicos. Para la apertura anterior la superficie emisora de los elementos de los tres anillos internos son un 26%, un 36% y un 47% de la superficie de un elemento situado en el anillo exterior. Las ANR sin embargo, por su propio diseño garantizan una distribución equitativa de los recursos electrónicos, al mantener aproximadamente la misma superficie radiante para todos los elementos.

En base a estas razones, basaremos el estudio del diseño de AAS fundamentalmente en el caso de ANR. En este sentido los aspectos que se van a tratar a lo largo de este capítulo son:

- La influencia de los parámetros internos (tamaño y forma de elementos), que influyen en

los lóbulos de rejilla manteniendo constante tanto la resolución lateral como los lóbulos secundarios del campo ultrasónico.

- La influencia de los parámetros globales (apertura y onda de excitación), que influyen en todos los aspectos del campo ultrasónico.

### 5.2.2 La influencia de la relación de aspecto

Una de las principales características de las aperturas no regulares es que permiten optimizar el reparto de los recursos electrónicos para obtener la mejor calidad de campo posible.

Como hipótesis de diseño estableceremos que una apertura de diámetro exterior  $D$  y con un hueco de diámetro  $d$  se ocupa al 100% por  $N$  elementos, los cuales entre sí tienen igual área y relación de aspecto  $R_A$ . La anchura de los anillos que componen la apertura viene dada por:

$$e = \sqrt{\frac{\pi}{4NR_A}(D^2 - d^2)} \quad (5.2)$$

Esta ecuación se obtiene de aproximar el área del segmento anular a un elemento rectangular de dimensiones  $e \times eR_A$ .

Tal y como vimos en el capítulo anterior la relación de aspecto determina la distribución entre las regiones donde se sitúan los lóbulos de rejilla R1 y R3, de forma que podemos establecer:

- Para  $R_A > 1$  la región R1 se sitúa mas cerca del foco que R3.
- Para  $R_A = 1$  las regiones R3 y R1 coinciden en su distancia respecto al foco, en una posición de equilibrio.
- Para  $R_A < 1$  la región R3 sitúa mas cerca del foco que R1.

Tomando como diámetro exterior  $D = 20\lambda$ , hemos fijado el número de elementos sobre la apertura en  $N=128, 256$  y  $512$ . Para estos valores de  $N$  hemos calculado qué espesores de

anillo se adecúan más a las relaciones de aspecto  $R_A = \{0.5, 0.75, 1, 1.25, 1.5\}$ . Respecto a las aperturas hay que señalar:

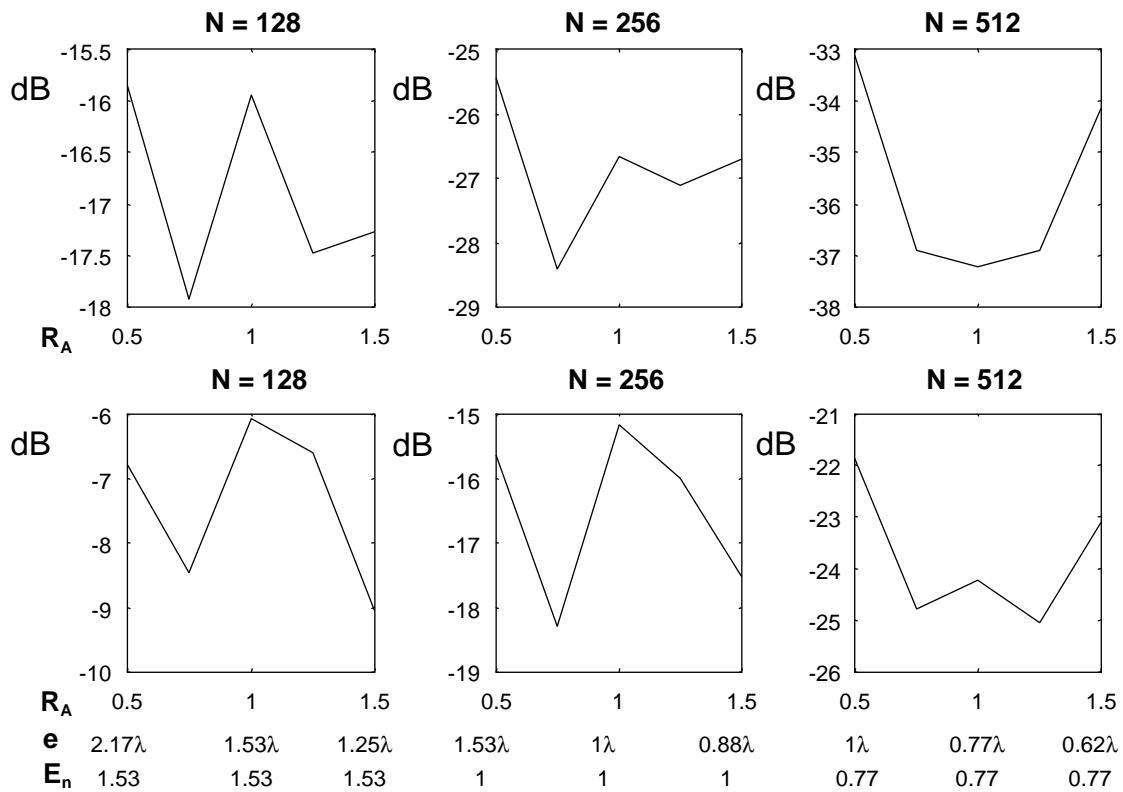
- Para  $N = 128$  elementos, con  $E_n = 1.53$ , el lado mayor del elemento para las diferentes relaciones de aspecto consideradas varía entre  $1.5\lambda$  y  $2.17\lambda$ . Este hecho hace que el diagrama de radiación en banda estrecha del elemento presente mínimos en direcciones que van desde  $x_\theta = 30^\circ$  a  $x_\theta = 67^\circ$  dependiendo de la apertura.
- Para 256 elementos, con  $E_n = 1$ , las dimensiones de los elementos van desde  $1.5\lambda$  a  $0.88\lambda$  de tal manera que los mínimos de radiación en banda estrecha de las aperturas se sitúan ahora entre  $x_\theta = 40^\circ$  a  $x_\theta = 90^\circ$ .
- Para 512 elementos, con  $E_n = 0.77$ , la longitud de los lados de los elementos en todas las aperturas no superan la longitud de onda de la excitación, por lo que no se producen mínimos en el campo. En estas condiciones las aperturas están dotadas de capacidad para garantizar un buen campo en deflexión en todo el espacio.

Se ha simulado el campo emitido por las diferentes aperturas para distintas condiciones de deflexión ( $x_\theta^F = \{10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ\}$ ). En la figura 5.1 se presenta el nivel medio de lóbulos de rejilla para cada apertura, tanto para banda ancha (parte superior de la figura), como para banda estrecha (parte inferior de la figura). En la tabla 5.1 se presenta el valor medio de la diferencia de amplitud entre los lóbulos de rejilla de banda estrecha respecto a banda ancha.

De estos resultados y de la relación de aspecto establece sobre la distribución de los lóbulos de rejilla podemos extraer las siguientes conclusiones:

- Los lóbulos de rejilla alcanzan niveles mayores para las aperturas con  $R_A = 1$ , ya que para estas aperturas las regiones R3 y R1 se combinan aumentando los lóbulos de rejilla.
- Para  $R_A = 0.5$ , los lóbulos de rejilla toman valores altos, debido a que la región R3 alcanza la máxima proximidad respecto al foco.
- El menor nivel en los lóbulos de rejilla se obtiene para valores a  $R_A$  ligeramente menores que la unidad. En nuestros resultados se produce, en la mayoría de los casos, para una





**Figura 5.1** : Media de los lóbulos de rejilla en varias direcciones de deflexión para las aperturas de  $N = 128, 256$  y  $512$  elementos (de izquierda a derecha), con diferentes relaciones de aspecto. En la figura también se señala el valor del espacio entre anillos correspondiente,  $e$ , para cada  $R_A$ . En la parte superior banda ancha, en la parte inferior banda estrecha.

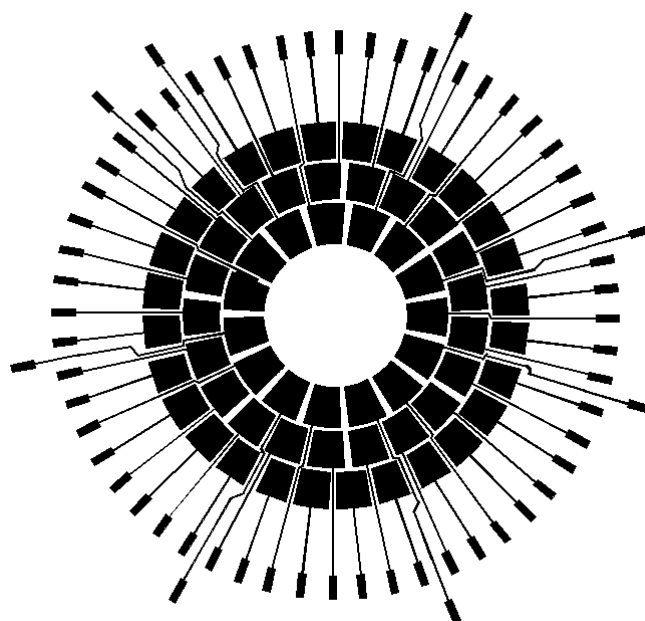
relación de aspecto de 0.75. Para esta relación de aspecto la región de R1 se sitúa ligeramente detrás de R3 de manera que no sólo estas no interfieren entre sí, sino que además R2 tampoco interfiere en R3.

- Otras observaciones interesantes que pueden extraerse:
  - En general doblar el número de elementos supone reducir en  $10dBs$  el nivel de lóbulos de rejilla.
  - De la tabla 5.1 podemos señalar que para cada valor de  $N$  la banda ancha reduce los lóbulos de rejilla respecto a la banda estrecha en  $10dB$ .

De los resultados obtenidos se concluye que la relación de aspecto que produce menores lóbulos de rejilla están en el intervalo  $0.7 \leq R_A < 0.9$ .

N	$R_A$				
	0.5	0.75	1	1.25	1.5
128	9	9.45	9.87	10.87	8.22
256	9.80	10.12	11.5	11.11	9.17
512	11.23	12.12	13	11.85	11.07

**Table 5.1 :** Valor medio de la diferencia de amplitud entre los lóbulos de rejilla de banda estrecha respecto a banda ancha. Valores dados el decibelios.

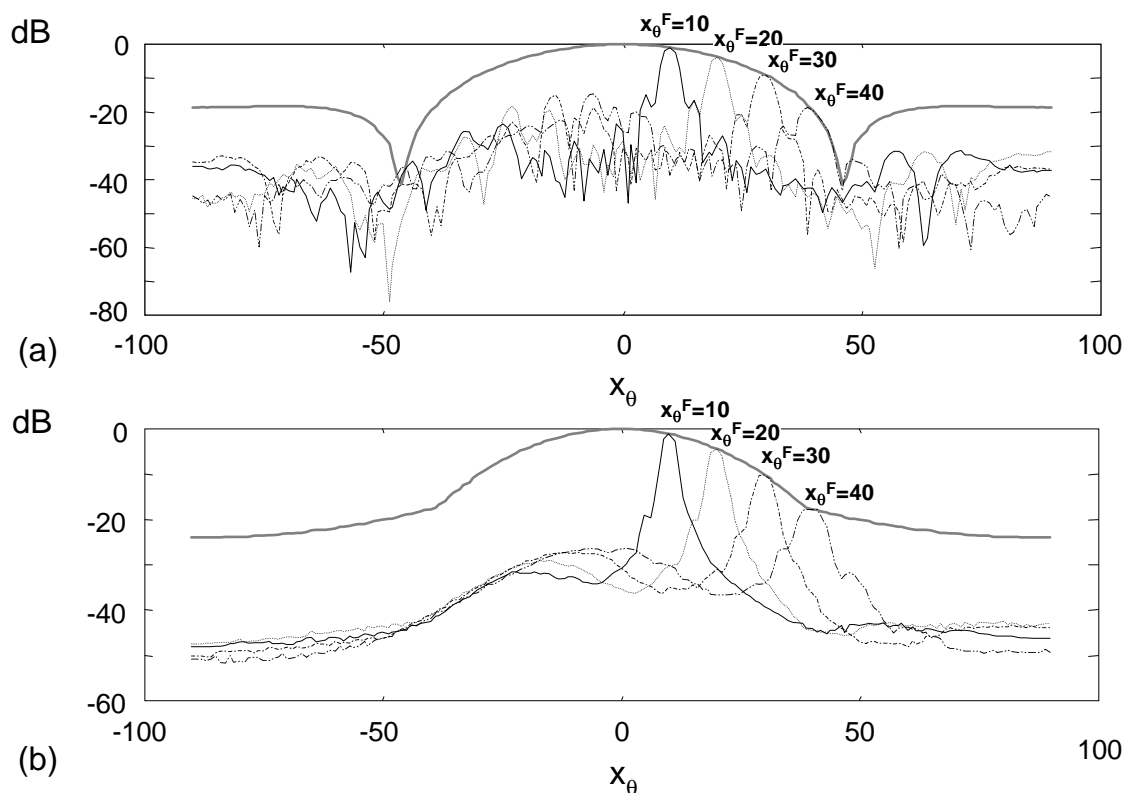


**Figura 5.2 :** Máscara para la fabricación de un array de anillos segmentados de 64 elementos donde se muestran las pistas electrónicas.

### 5.2.3 Variación del hueco entre elementos

La distancia entre los elementos limita su tamaño pero no lo determina. La construcción de un array real debe de disponer de huecos entre los elementos que permitan el trazado de las pistas (*gaps*), estos huecos establecen los verdaderos límites de las dimensiones de los elementos e imponen una reducción de la superficie total de emisión. Al hacer los elementos más pequeños por un lado se reduce la superficie de emisión pero por otro lado se ensancha el patrón de radiación de los elementos.

Hemos visto cómo cuando los elementos son superiores a una longitud de onda introducen



**Figura 5.3 :** Perfil lateral de presión para la apertura de 128 elementos con  $R_A = 1$  y  $E_n = 1.5$  en distintas direcciones de deflexión:  $x_\theta^F = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  y  $40^\circ$ , junto con el patrón de difracción debido al elemento. (a) Onda continua. (b) Banda Ancha.

mínimos sobre el campo en determinadas direcciones que disminuyen la capacidad de deflexión del haz principal al disminuir la relación entre el lóbulo principal y los lóbulos de rejilla. En la figura 5.3 se muestra cómo el patrón de radiación de los elementos influye sobre la deflexión para la apertura de 128 elementos con  $R_A = 1$  y  $E_n = 1.5$ . Esta influencia es mucho más importante en onda continua (figura 5.3(a)) que en banda ancha (figura 5.3(b)), sobre todo cuando la deflexión se realiza cerca de los mínimos que el elemento introduce sobre el campo. Para este tipo de apertura la disminución del tamaño de los elementos puede ser una opción interesante.

La reducción del tamaño del elemento no influye en la posición de los lóbulos de rejilla, y tampoco en la proporción de elementos que colaboran en su formación, sin embargo sí influye en la amplitud de los lóbulos debido al efecto modulador del diagrama de radiación

del elemento.

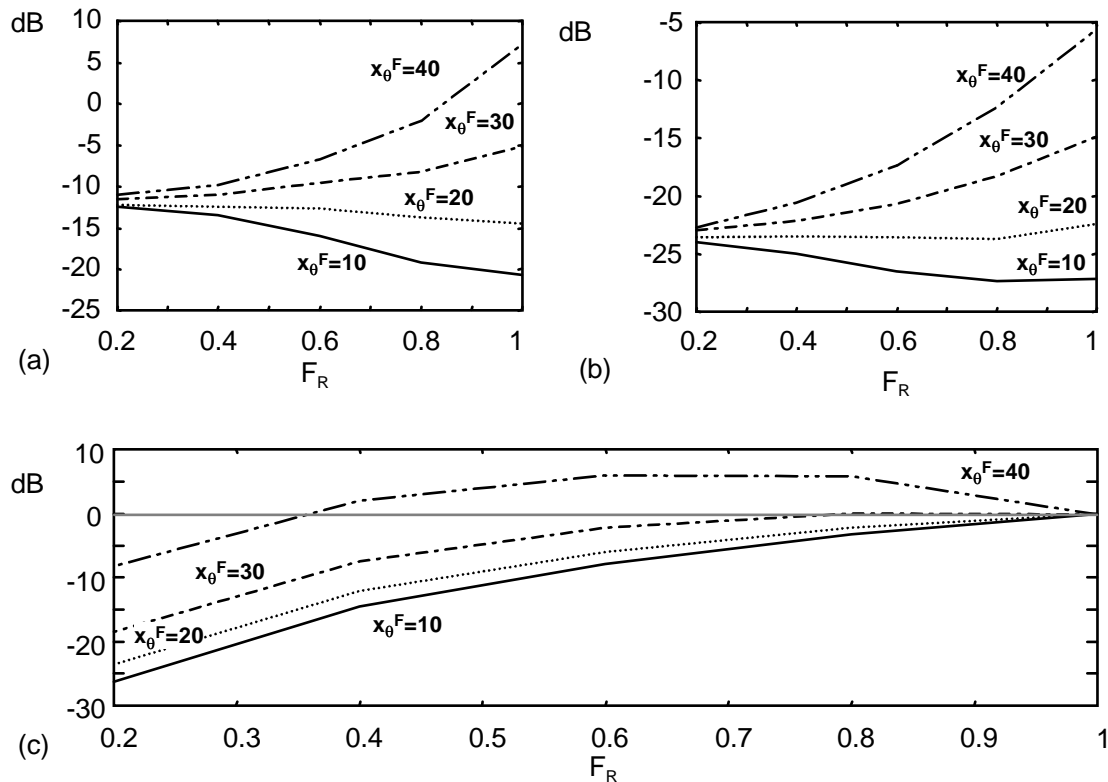
En general, al ensanchar el patrón de difracción del elemento, para deflexiones leves (cuando el haz principal se sitúa cercano al eje Z) los niveles de los lóbulos de rejilla aumentan. Sin embargo cuando la deflexión es fuerte, en aquellas zonas donde el lóbulo principal era antes penalizado por el patrón de difracción del elemento, la amplitud relativa de los lóbulos de rejilla disminuye de forma significativa.

La figura 5.4 muestra el nivel de los lóbulos de rejilla relativo al haz principal en función de un factor de reducción de los lados del elemento  $F_R$  para valores que van desde 0.2 a 1 (donde  $F_R = 1$  indica la ocupación máxima del espacio entre elementos). La reducción del tamaño de los elementos implica una pérdida del área efectiva de la apertura que sigue una ley cuadrática respecto a  $F_R$ , es decir que para  $F_R = \{0.8, 0.6, 0.4, 0.2\}$  el área efectiva se reduce al 64%, 36%, 16% y 4% del área total respectivamente.

Los resultados se presentan tanto para banda estrecha (figura 5.4(a)) como para banda ancha (figura 5.4(b)). Considerando el nivel de los lóbulos de rejilla globalmente para las distintas direcciones de deflexión, el aumento del nivel los lóbulos de rejilla para las direcciones de deflexión leves es insignificante respecto a la disminución obtenida en las direcciones de deflexión fuertes. Para un valor de  $F_R = 0.8$  en banda ancha los lóbulos de rejilla llegan a disminuir hasta  $6dBs$  cuando la deflexión es de  $40^\circ$ .

Hay que tener en cuenta que la reducción progresiva del tamaño del elemento presenta un límite que viene dado por la aproximación de elementos puntuales, por lo que la reducción de los lóbulos de rejilla está limitada por los resultados que proporciona esta aproximación.

Respecto a  $F_R = 1$  la presión en el foco al variar  $F_R$  se ve influenciada tanto por el nuevo patrón de difracción como por la reducción efectiva del área radiante. En la figura 5.4(c) se muestra la presión en el foco para distintos valores de  $F_R$  sobre la apertura de 128 elementos ( $R_A = 0.75$ ) en relación a la obtenida para  $F_R = 1$ . Esta curva no presenta variaciones significativas para ambos modos de excitación. Los resultados muestran que existe un margen de valores dentro de los cuales la pérdida de área radiante puede ser compensada para condiciones de deflexión fuertes por el patrón de radiación del elemento, hasta el punto



**Figura 5.4 :** Nivel relativo de los lóbulos de rejilla para la apertura de 128 elementos ( $R_A = 0.75$ ) con distintos valores de  $F_R$ , focalizando en distintas direcciones de deflexión ( $x_{\theta}^F = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$  y  $40^\circ$ ): (a) onda continua, (b) banda Ancha. (c) Presión en el foco relativa a la obtenida para  $F_R = 1$  (banda ancha).

de aumentar el nivel de presión por encima del que proporciona para  $F_R = 1$ . Para la apertura estudiada esto se produce para valores de  $F_R \geq 0.4$ , existiendo un máximo para  $F_R = 0.7$ . A partir de ese margen el patrón de difracción del elemento ya no es capaz de compensar la pérdida de área efectiva y el nivel de presión siempre es menor que el de la apertura completa.

Combinando los resultados de la figura 5.4 podemos decir que a partir de esta apertura ( $D = 20\lambda, R_A = 0.75, E_n = 1.5, N = 128$ ) se puede conseguir un nivel de lóbulos de rejilla (banda ancha) por debajo de  $-17.5dB$  ( $-35dB$  para una aplicación de pulso eco) en todo el margen de deflexión tomando un valor de  $F_R = 0.6$ . Por otro lado esto supone una pérdida de casi  $8dB$  de presión sobre direcciones cercanas al eje Z, pero un aumento por encima de  $5dB$  para la dirección de máxima deflexión. Para un valor de  $F_R = 0.7$ , reduciendo el área efectiva al 50%, el máximo valor que alcanzan los lóbulos de rejilla es de  $-15dB$ , proporcionan sobre

el eje Z una máxima caída de presión respecto a la apertura completa de  $5dB$  y un incremento en la dirección de máxima deflexión de casi  $5dB$ . En la práctica cualquier valor de  $F_R$  dentro de estos márgenes puede proporcionar un buen compromiso entre el área radiante y la calidad del campo. Tal y como se ha comentado al comienzo del apartado, la fabricación de este tipo de arrays requiere dejar un hueco entre elementos para el trazado de pistas. En general este criterio puede beneficiar la calidad del campo.

#### 5.2.4 Relación entre el diámetro interior y el diámetro exterior

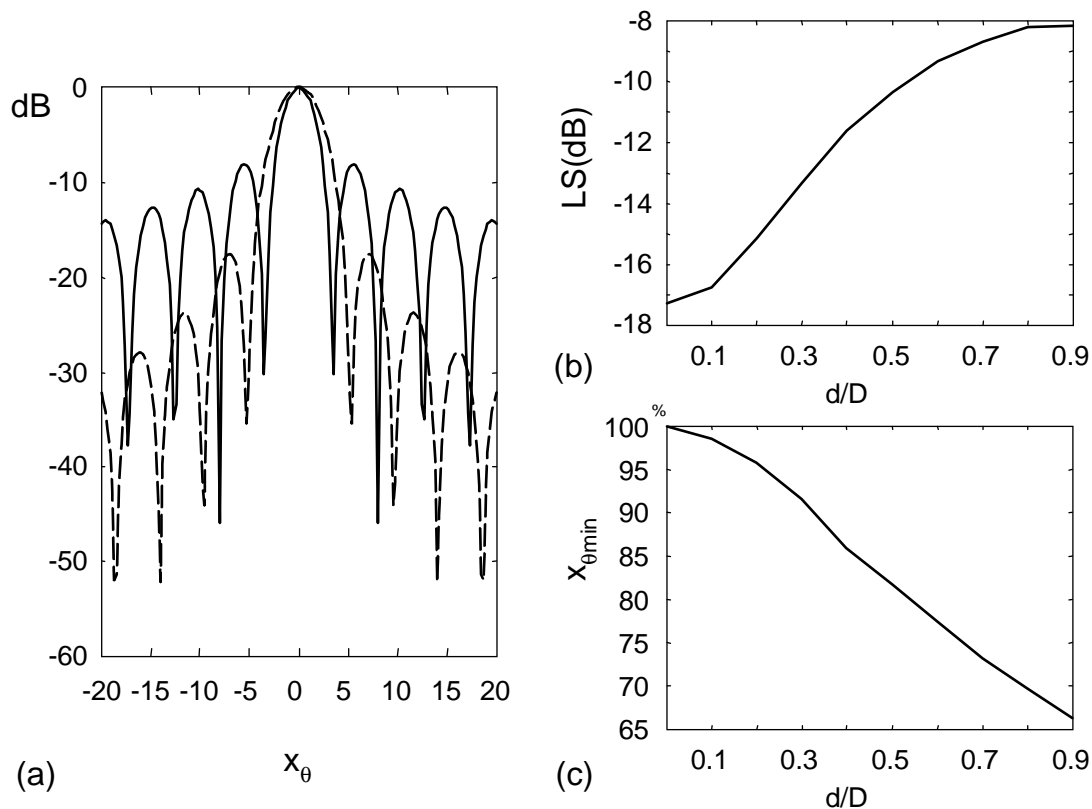
Pese a que la resolución lateral viene determinada por el diámetro exterior de la apertura se ha comprobado que los anillos producen un campo que se conoce como *superdirectivo*, es decir que son capaces de proporcionar mayor resolución que la que proporciona la apertura circular del mismo tamaño exterior. Además, la distancia angular  $x_\theta$  entre ceros permanece constante por lo que no se requieren estrategias de focalización dinámica [Nor92].

La resolución en el caso del anillo aumenta al aumentar la relación entre los diámetros interior y exterior, hasta el punto de reducir la anchura del haz principal más allá del 30% respecto al valor que corresponde a la apertura completa. El coste de este incremento de la resolución viene dado por el aumento del nivel de los lóbulos secundarios, que pueden incrementarse en más de  $9dB$ . La estructura de los arrays de anillos segmentados hace que esta capacidad pueda ser explotada sobre este tipo de aperturas.

La figura 5.5 presenta el nivel de lóbulos secundarios para distintas relaciones de  $d/D$ , así como el estrechamiento del haz principal respecto a una relación entre diámetros de  $d/D = 0.2$ . Estos resultados son validos tanto para una apertura anular como para las AAS.

Para aumentar el diámetro interior de la apertura manteniendo fijo el diámetro exterior se pueden plantear dos estrategias de diseño, que producen los mismos resultados sobre la resolución y el nivel de los lóbulos secundarios.

- Por un lado, si se mantienen las dimensiones de los elementos, es un modo de reducir su número y por lo tanto la cantidad de recursos electrónicos que precisa el array. Con



**Figura 5.5 :** (a) Campo en banda estrecha de dos aperturas: una con apertura plena (- -) y otra con  $d/D = 0.9$  (-). (b) Nivel de los lóbulos secundarios y (c) anchura del haz principal (respecto a la producida por una apertura plena), en función de la relación entre diámetros ( $d/D$ ).

esta estrategia, al mantenerse las distancias entre elementos, mantiene la estructura de distribución de los lóbulos de rejilla. Sin embargo, la amplitud del lóbulo principal se reduce de forma proporcional al número de elementos, por lo que el peso relativo de los lóbulos de rejilla aumenta dependiendo de lo significativa que sea la reducción de elementos.

- Por otro lado, si se mantiene el número de elementos, es un modo de reducir la distancia entre elementos con lo que se modifica la distribución de lóbulos de rejilla, teniendo dos consecuencias:
  - Por un lado, se abre el diagrama de radiación del elemento alejando la influencia de los mínimos.
  - Por otro lado, se aleja la posición de los lóbulos de rejilla respecto al foco y, en

consecuencia, disminuye su amplitud.

Si para  $N = 128$  elementos diseñamos aperturas con las siguientes relaciones entre sus diámetros  $d/D = \{0.3, 0.5, 0.7\}$  y  $R_A = 0.75$ , de tal forma que las dimensiones normalizadas de los elementos son respectivamente  $E_n = \{1.12, 0.99, 0.73\}$ , con una reducción del área emisora del 91%, 75% y del 50%. Simulamos del campo producido con una deflexión de  $x_\theta = 20^\circ$  (figura 5.6).

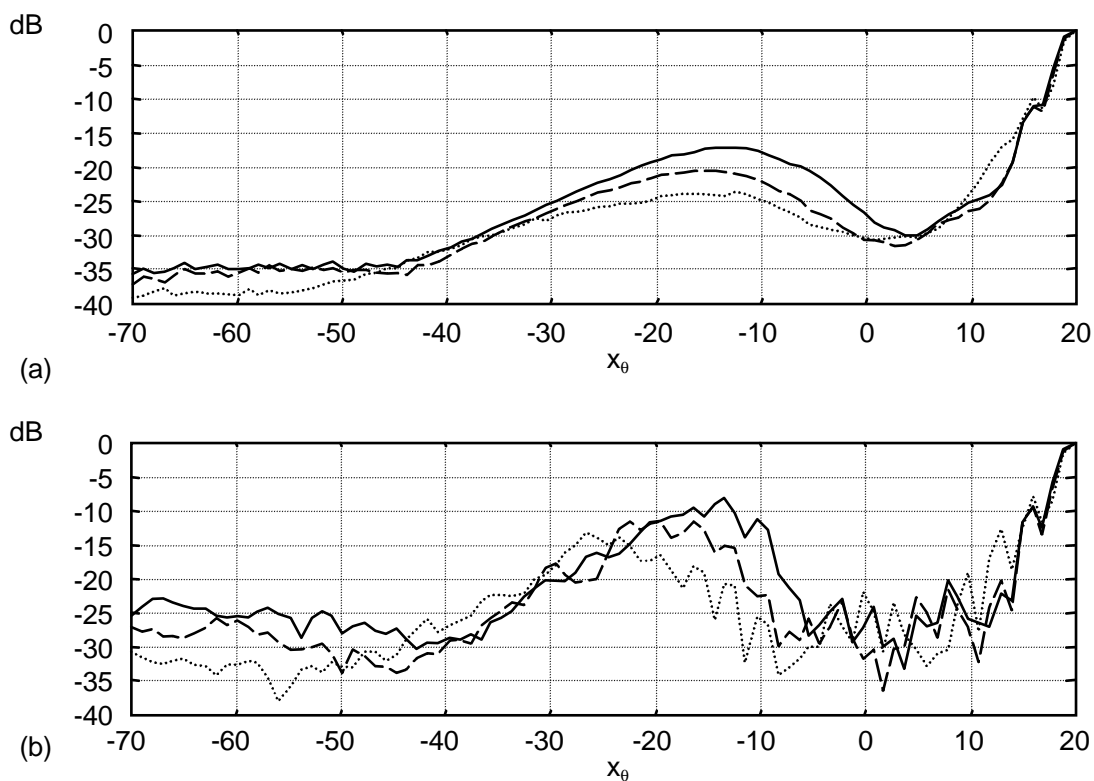
- Los lóbulos de rejilla se sitúan en posiciones muy cercanas entre si.
- El nivel de los lóbulos de rejilla baja cuando aumenta la relación  $d/D$ . En banda estrecha esta reducción es lineal, mientras que en banda ancha ésta es más significativa conforme más aumenta la relación  $d/D$  (el paso de 0.3 a 0.5 disminuye el lóbulo de rejilla en  $3dB$ , mientras que de 0.5 a 0.7 disminuye el lóbulo de rejilla en  $4dB$ )

Si se evalúa el campo alrededor del foco vemos cómo el aumento de la relación entre diámetros si bien estrecha el lóbulo principal aumenta el nivel de energía de los lóbulos secundarios. En banda estrecha este aumento es significativamente más importante conforme se consideran los lóbulos más alejados del foco. Para banda ancha este aumento supone no sólo un aumento del nivel del lóbulo secundario, sino además aumentan el fondo de ruido del campo a partir de éste. Los resultados respecto al primer lóbulo secundario tanto en banda ancha como en banda estrecha se resumen en la tabla 5.2. En general se puede decir:

- En condiciones de deflexión, al cambiar la relación entre diámetros de la apertura el haz principal en el foco muestra pocos cambios en la resolución lateral.
- Para ambos modos de excitación cuando la relación  $d/D$  es grande la caída del campo se hace más lenta. En banda ancha esto se manifiesta en un ensanchamiento del haz ultrasónico a partir del primer lóbulo secundario.

Los resultados muestran que al deflectar el haz el incremento de los lóbulos secundarios es muy ligero, sobre todo en banda ancha. Este hecho nos indica que aumentando la relación  $d/D$





**Figura 5.6 :** Campo de presiones para tres aperturas de 128 elementos con relaciones entre diámetros  $d/D = \{0.3, 0.5, 0.7\}$  (-, --, y  $\cdots$  respectivamente). (a) Banda ancha (b) banda estrecha.

$d/D$	BE	BA
0.3	-9.5dB	-11dB
0.5	-9.5dB	-11dB
0.7	-7dB	-10dB

**Table 5.2 :** Nivel del primer lóbulo secundario.

se puede obtener una significativa reducción de los lóbulos de rejilla sin un coste significativo en cuanto a la calidad del campo en el haz principal, por lo que puede resultar interesante optar por este tipo de soluciones cuando el número de recursos electrónicos esta muy limitado.

### 5.2.5 Variación del diámetro exterior de la apertura

Las mejoras obtenidas en la resolución lateral al aumentar el diámetro interior de la apertura no resultan excesivamente significativas, lo que las hace tan sólo adecuadas para ajustes menores.

Para conseguir un aumento significativo de la resolución hay que aumentar el diámetro exterior. Sin embargo, en estas condiciones, el área radiante aumenta obligando a tomar una decisión respecto al número de recursos a utilizar.

Si se ocupa el máximo de la superficie radiante manteniendo el número de recursos electrónicos se producen dos efectos contraproducentes para la calidad del campo:

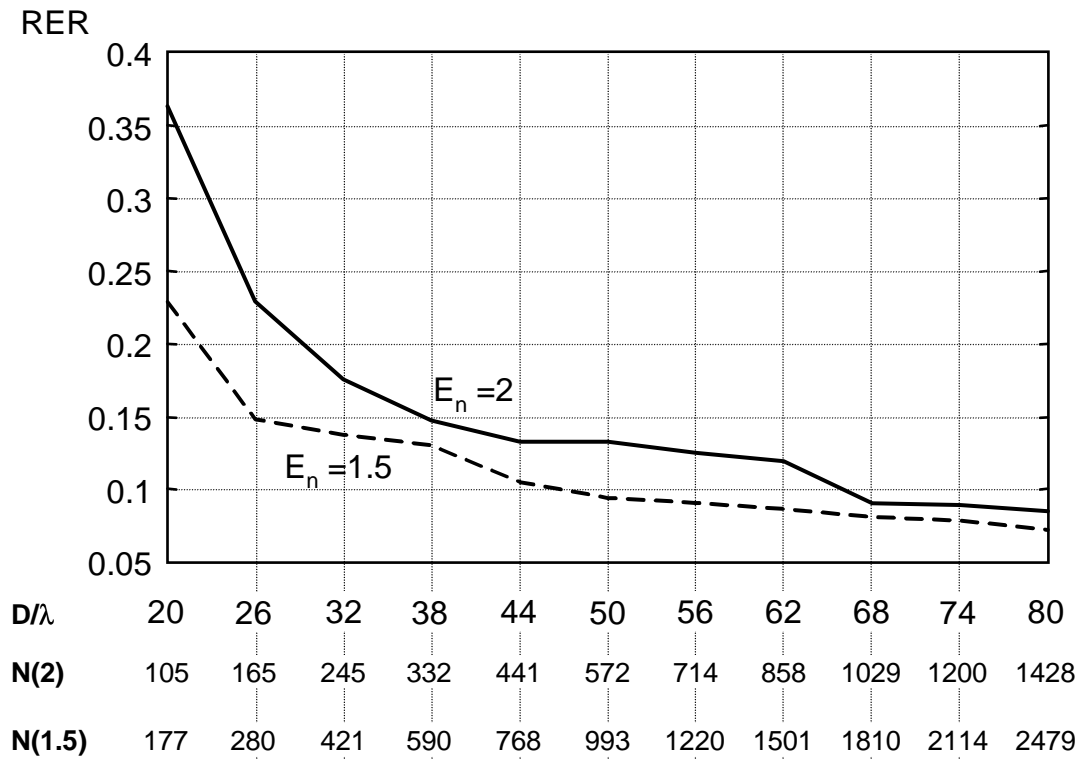
- Por un lado los elementos aumentan sus dimensiones, lo que acerca los mínimos propios del diagrama de radiación del elemento a la normal limitando la capacidad de barrido.
- Por otro lado aumentan la distancia entre los elementos, con lo que se incrementa el nivel de lóbulos de rejilla.

Para reducir estos inconvenientes se pueden aplicar factores de reducción sobre los elementos con las consideraciones que esto implica, ya presentadas en la sección 5.2.3.

En el capítulo anterior, cuando analizamos las aperturas A2 y A5, se vio cómo, pese a que las dimensiones de los elementos se mantenían, al aumentar el diámetro exterior se obtenía una reducción del nivel de los lóbulos de rejilla (manteniendo su posición). Esta opción puede suponer que espaciados entre elementos que no producen buenos resultados para determinado tamaño de la apertura pueden resultar interesantes para aperturas más grandes. Sin embargo hay que considerar que esto exige aumentar los recursos electrónicos.

Esta observación nos lleva a estudiar, tomando un espaciado entre elementos fijo, la variación del RER conforme aumentamos el tamaño de la apertura. Así para espaciados entre elementos de  $E_n = 2$  y  $E_n = 1.5$  (con un factor de forma  $R_A = 0.9$ ) hemos aumentando progresivamente la apertura desde  $D = 20\lambda$  a  $D = 80\lambda$ , manteniendo una relación entre diámetros de  $d/D = 0.2$ . Los resultados se presentan en la figura 5.7, donde además se indica el número de elementos que para cada espaciado implica el diámetro correspondiente.

- A partir de los resultados se destaca que las AAS permiten descender el nivel de lóbulos de rejilla al aumentar el tamaño de la apertura. Esto se debe a que un aumento del número de elementos implica un aumento de la diversidad entre elementos en la apertura.



**Figura 5.7 :** Valores del parámetro  $RER$  para aperturas de  $e = 2\lambda$  (-) y  $e = 1.5\lambda$  (- -) en función del diámetro manteniendo la relación  $d/D = 0.2$ , e indicando el número de elementos que componen cada apertura.

- Las curvas muestran que los descensos más significativos del  $RER$  se producen cuando las aperturas tienen menor número de elementos.
- La curva del  $RER$  presenta una tendencia asintótica que se sitúa alrededor de un valor de  $RER = 0.08$  para  $D = 80\lambda$ .

En la tabla 5.3 se han señalado el número de elementos necesarios para ambas aperturas en que el  $RER$  alcanza los umbrales del 20%, 15% y 10%. Si consideramos que los resultados son orientativos, se deduce que es fácil alcanzar valores de  $RER$  hasta el 15% con un número de recursos razonable ( $N \approx 300$  para ambas aperturas). A partir de ese valor descender el  $RER$  obliga a consumir una gran cantidad de recursos, de hecho para pasar de  $RER = 15\%$  a  $RER = 10\%$  supone multiplicar por 3 el número de elementos.

$RER$	$N$		
	0.2	0.15	0.1
$E_n = 2\lambda$	205	332	950
$E_n = 1.5\lambda$	200	280	840

**Table 5.3 :** Número de elementos necesarios para alcanzar los niveles de  $RER$  0.2, 0.15 y 0.1 para  $e = 2\lambda$  y  $e = 1.5\lambda$ .

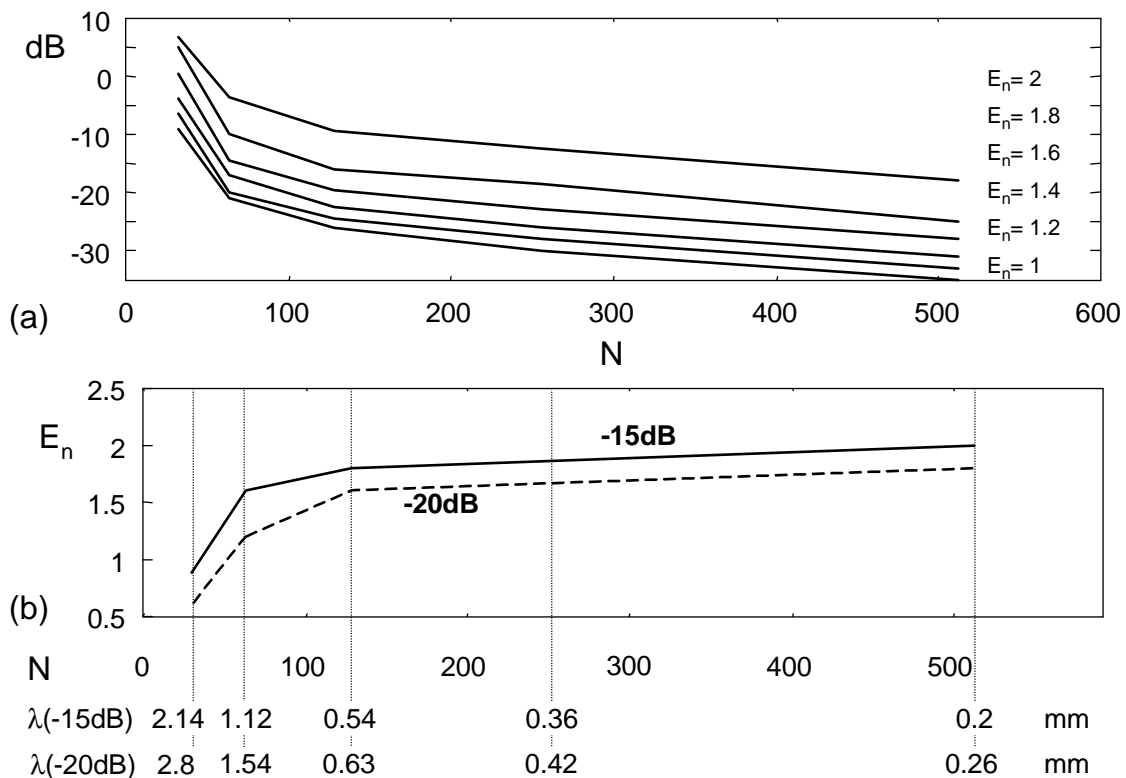
### 5.2.6 Variaciones de la onda de excitación.

A lo largo del capítulo se ha insistido mucho en limitar los recursos electrónicos. Este problema, que hasta ahora ha sido planteado para un tipo de excitación determinada, es susceptible de ser planteado desde otra perspectiva, es decir qué tipo de excitación es más adecuada para un número de recursos dado.

Desde este planteamiento hemos estudiado las variaciones de los lóbulos de rejilla en función de  $\lambda$  para aperturas con  $N = 32, 64, 128, 256$  y  $512$  ( $D = 10mm$ ). Las simulaciones se han realizado con condiciones de banda ancha deflectando el haz principal  $30^\circ$ . Se han tomado distintos valores de  $\lambda$  que hacen variar el tamaño normalizado del elemento entre  $E_n = 1$  y  $E_n = 2$ . Los resultados se muestran en la figura 5.8(a).

- Como puede esperarse los lóbulos de rejilla siempre muestran niveles más bajos cuanto más elementos tenga la apertura y menor sea el tamaño normalizado de los elementos  $E_n$ .
- Para un valor de  $N$  dado aumentar el tamaño del elemento implica un incremento progresivo de los lóbulos de rejilla con pasos entre  $2dB$  y  $3dB$ . La excepción se produce para el paso de  $E_n = 1.8$  a  $E_n = 2$ , valor donde el diagrama de radiación del elemento muestra un mínimo para la dirección de deflexión considerada, lo que hace aumentar al lóbulo de rejilla en aproximadamente  $8dB$ .

Si tomamos como umbral de utilización de una apertura un nivel mínimo de lóbulos de rejilla, a partir del cual el campo se considera *bueno*, se puede determinar que para cada tamaño normalizado  $E_n$  existe un número mínimo de elementos a partir del cual una apertura posee la diversidad suficiente como para ser operativa (figura 5.8(b)).



**Figura 5.8 :** Para una excitación de banda ancha para aperturas de  $D = 10mm$ , deflectando el haz principal  $30^\circ$ : (a) Nivel de los lóbulos de rejilla en función del número de elementos para tamaños del elemento normalizado entre  $E_n = 1$  y  $E_n = 2$ . (b) Número de elementos en función del valor normalizado del elemento para unos lóbulos de rejilla de  $-15dB$  y  $-20dB$ , se indican también las longitudes de onda correspondientes.

- Estableciendo el umbral a  $-15dB$  (lo que en un proceso de pulso-eco sitúa al lóbulo de rejilla a  $-30dB$ ), bastan 64 elementos con  $E_n = 1.5$  para obtener un buen campo a  $30^\circ$ . Al aumentar el número de elementos se puede también aumentar el tamaño normalizado de los elementos sin incrementar el nivel de los lóbulos de rejilla, de tal forma que con 512 elementos alcanzamos  $E_n = 2$ .
- Si el umbral se fija en  $-20dB$ , se requieren más de 100 elementos con  $E_n = 1.5$  para obtener un buen campo a  $30^\circ$ . Para 512 elementos  $E_n$  alcanza un valor de 1.8.

Fijando  $D = 10mm$ , en la figura 5.8(b) junto a cada apertura se indica la longitud de onda que correspondería si las dimensiones del elemento fueran equivalentes a la dimensión normalizada. Se puede deducir de ello que con aperturas de 128 elementos se puede obtener un

campo con lóbulos de rejilla por debajo de  $-15dB$  (para  $x_{\theta}^F = 30^{\circ}$ ), con  $\lambda = 0,5mm$  (es decir para aplicaciones de 3Mhz en agua, de 6Mhz en plásticos, y de 10Mhz en metales tales como el hierro o el aluminio) y  $-20dB$  con  $\lambda = 0.63mm$  (para aplicaciones de 2.4Mhz en agua).

Como resultado de estas observaciones podemos establecer que:

- Es posible diseñar aperturas que garanticen un buen campo ultrasónico con un número bajo de elementos, cuyo tamaño es superior a la longitud de onda.
- A partir de un valor de  $E_n = 1.5$ , para mejorar el campo con un tamaño del elemento mayor es necesario aumentar considerablemente el número de elementos.
- Para un determinado tamaño del elemento  $E_n$  (p.e.  $E_n = 1.5$ ), doblar el número de elementos significa bajar en  $5dB$  el nivel de los lóbulos de rejilla.

También se ha estudiado la variación de los lóbulos de rejilla en función del ancho de banda de las señales. Concretamente se han considerado los valores de ancho de banda relativos a las frecuencias central de 34%, 50% y 95%, medidos a  $-6dB$ . Los resultados muestran que si bien el campo empeora con anchos de banda más bajos (aparecen lóbulos secundarios más marcados y aumentan los lóbulos de rejilla), para anchos de banda mayores que el 50% no se produce una mejora significativa.

### **5.3 Comparación entre AAS y arrays matriciales (AM).**

---

A lo largo de todo este trabajo nos hemos referido en repetidas ocasiones a los arrays matriciales (AM) y nos hemos servido de ellos para evaluar teóricamente algunos de los conceptos que hemos manejado (p.e. lóbulos de rejilla, lóbulos secundarios, etc.). La mención continua a este tipo de aperturas se basa en el hecho de que su comportamiento es sobradamente conocido, son muy populares, y sobre ellas se fundamentan los actuales sistemas de imagen ultrasónica 3D. En esta sección queremos insistir en las prestaciones que los AAS ofrecen frente a los arrays matriciales cuadrados, destacando así la alternativa que aquellos representan.

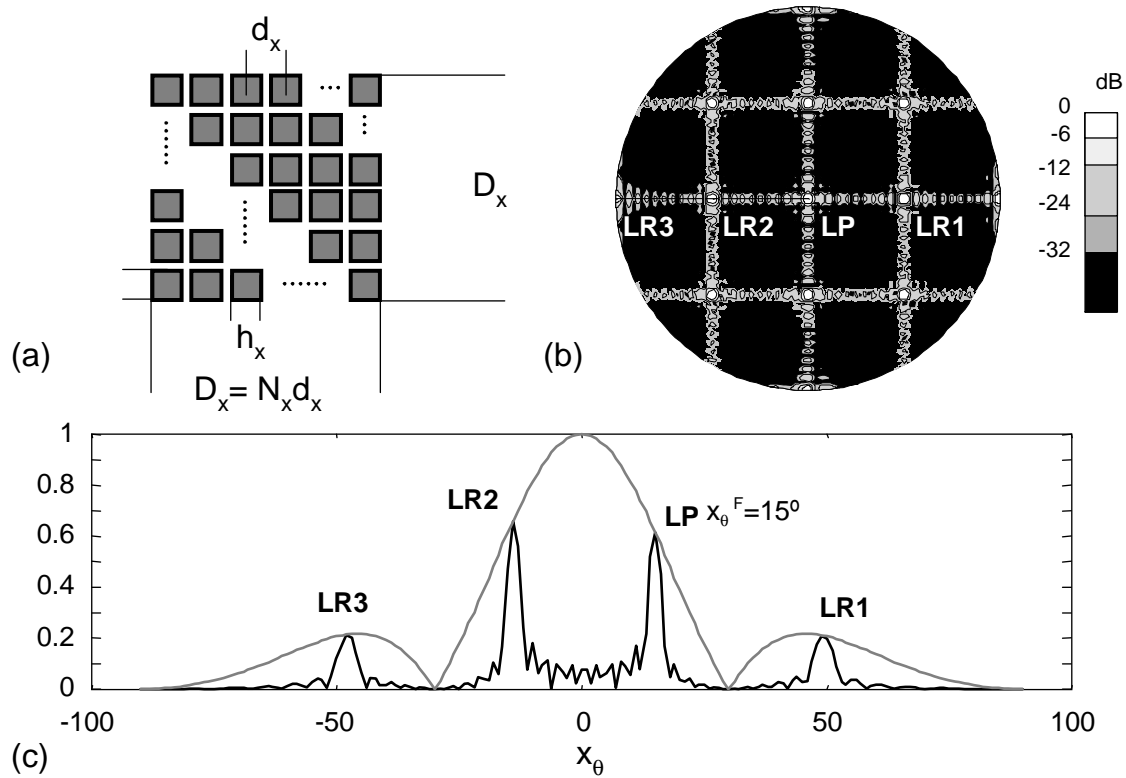
En este sentido, conviene señalar que la mayoría de autores [Mac76, Ste76, VR91] estiman que, dada la fuerte periodicidad existente en las aperturas matriciales, es conveniente usar aperturas con elementos muy pequeños (del orden de  $\lambda/2$ ), y realizar posteriormente un submuestreo de la apertura (aperturas dispersas). En cambio, como se dijo anteriormente, esta solución puede traer consigo graves problemas de contraste en la imagen. También existen algunos trabajos que plantean usar la apertura plena (con todos sus elementos activos), y estudian métodos para reducir los lóbulos de rejilla en estas condiciones [Tur92, Dav94, Loc95, Loc97, Sch98], manteniendo dimensiones de los elementos superiores a  $\lambda/2$ . En nuestro caso, realizaremos la comparación entre ambos tipos de aperturas en condiciones de apertura plena.

### 5.3.1 Campo ultrasónico de una apertura matricial

Las AM están compuestas por elementos de cuadrados que se agrupan en una estructura matricial cuadrada. Este tipo de geometría permite obtener unas expresiones sencillas del campo lejano que producen en condiciones de banda estrecha, a partir de las cuales se puede analizar fácilmente las pautas de su comportamiento. Este tipo de aperturas ha sido sobradamente estudiadas [Mac76, Ste76, Bal82], tanto en el área de los ultrasonidos como del electromagnetismo, la descripción que sigue por tanto es tan sólo orientativa para el desarrollo de nuestro discurso.

Para una excitación de onda continua la amplitud del campo en un punto lejano situado en la dirección  $(x_\theta, x_\phi)$  debido a un array matricial de  $N$  elementos,  $N = N_x \times N_y$ , de dimensiones  $h_x \times h_y$  y espaciado entre elementos  $d_x \times d_y$  (ver figura 5.9(a)) se puede aproximar por la expresión:

$$|P(\vec{x})| = \left| \begin{array}{cc} \text{sinc} \frac{h_x \cos x_\phi \sin x_\theta}{\lambda} & \text{sinc} \frac{h_x \sin x_\phi \sin x_\theta}{\lambda} \\ \frac{\sin \frac{N_x}{2} (d_x k \cos x_\phi \sin x_\theta + \beta_x)}{N_x \sin \frac{1}{2} (d_x k \cos x_\phi \sin x_\theta + \beta_x)} & \\ \frac{\sin \frac{N_x}{2} (d_x k \sin x_\phi \sin x_\theta + \beta_y)}{N_x \sin \frac{1}{2} (d_x k \sin x_\phi \sin x_\theta + \beta_y)} & \end{array} \right| \quad (5.3)$$



**Figura 5.9 :** (a) Configuración geométrica de una apertura matricial. (b) Factor de array de una apertura  $d_x = 2\lambda$ . (c) Campo de presiones para  $x_\theta^F = 20^\circ$  en la dirección  $x_\phi = 0^\circ$ , en gris se muestra el diagrama de radiación del elemento (LP: lóbulo principal, LR: lóbulo de rejilla).

donde  $k$  es el número de onda  $k = 2\pi/\lambda$ . De la expresión del campo destacan dos términos: el primero representa el diagrama de radiación del elemento; el segundo, representa el factor de array de la apertura. Los términos  $\beta_y$  y  $\beta_x$  son desfases independientes que permiten controlar la deflexión del haz principal.

$$\beta_x = -kd_x \sin x_\theta^F \cos x_\phi^F \quad (5.4)$$

$$\beta_y = -kd_x \sin x_\theta^F \sin x_\phi^F \quad (5.5)$$

A partir de las ecuaciones pueden extraerse una serie de conclusiones:

- Los lóbulos de rejilla aparecen cuando el espaciado entre elementos es mayor de  $\lambda/2$ .
- En las direcciones principales del array (ejes X, Y) todos los elementos contribuyen



simultáneamente a la formación de los lóbulos de rejilla. Por ello, el campo presenta una estructura reticular, donde los valores máximos de los lóbulos de rejilla y los lóbulos secundarios se presentan en las citadas direcciones principales.

- La posición de los lóbulos de rejilla viene dada por:

$$x_{\phi-R} = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ \rightarrow x_{\theta-R} = \arcsin \frac{\lambda}{d_x} \quad (5.6)$$

$$x_{\phi-R} = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ \rightarrow x_{\theta-R} = \arcsin \frac{\lambda}{\sqrt{2d_x^2}} \quad (5.7)$$

y sus correspondientes múltiplos.

- Los principales lóbulos secundarios se distribuyen según una estructura reticular uniendo el lóbulo principal con los lóbulos de rejilla más cercanos, y estos entre si con los más próximos, en las direcciones de los ejes X e Y. El nivel mínimo de estos lóbulos en ambas direcciones es superior a  $10 \log(1/N)$ .

En la figura 5.9(b) se muestra la estructura de lóbulos de rejilla para una apertura cuadrada con 121 elementos de dimensiones  $d_x = h_x = 2\lambda$  y una apertura total de  $D_x = 11mm$ . Al aplicar el factor de array se descubren los lóbulos de rejilla que forman una estructura reticular unida por los lóbulos secundarios que se orientan en las direcciones principales (ejes X e Y). Si se considera el tamaño finito de los elementos, el diagrama de radiación del elemento modula la amplitud del campo introduciendo ceros sobre los lóbulos de rejilla cuando la deflexión es nula, esta estructura queda descubierta cuando se aplica deflexión. En la figura 5.9(c) se observa el campo en la dirección principal  $x_\phi = 0^\circ$  cuando la deflexión se realiza sobre  $\vec{x}^F(x_\theta = 15^\circ, x_\phi = 0^\circ)$ .

Para la simulación del comportamiento de las AM utilizaremos un modelo exacto basado en la respuesta al impulso [UII92], que nos permite simular el comportamiento de este tipo de aperturas tanto en banda estrecha como en banda ancha.

### 5.3.2 Comparación entre ambas aperturas

El estudio comparativo de ambas aperturas se realizará asumiendo las siguientes condiciones de equivalencia entre ellas:

- Se tomará para ambas aperturas las mismas condiciones de focalización y excitación.
- Ambas aperturas serán diseñadas con igual área. Esto supone igual energía radiada.
- Ambas aperturas estarán formadas por el mismo número de elementos, lo que significa igual complejidad electrónica.
- Mantendremos las dimensiones de los elementos en ambas aperturas sin considerar reducciones en el tamaño del elemento ( $F_R = 1$ ).

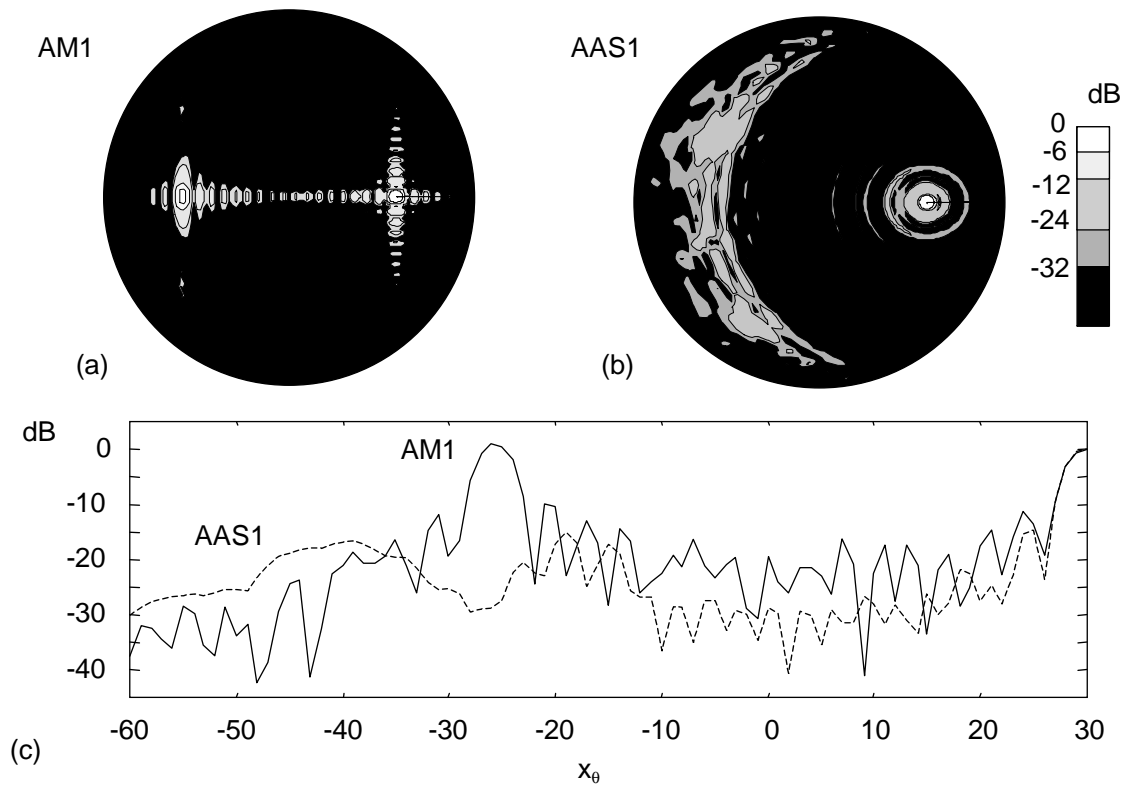
Asumiendo una excitación de  $f = 3\text{MHz}$  ( $\lambda = 0.5\text{mm}$  en agua), y una superficie total de radiación de  $75\text{mm}^2$  de área se han diseñado dos aperturas:

- Una AM formada por  $16 \times 16 = 256$  elementos con unas dimensiones de  $D_y = D_x = 8.6\text{mm}$ , con un espaciado entre elementos cercano a  $\lambda$ . La denominaremos AM1.
- Una AAS formada por 7 anillos con un diámetro exterior de  $10\text{mm}$  y una relación entre diámetros  $d/D = 0.24$ , con un total de 256 elementos y una relación de aspecto de  $R_A = 0.75$  ( $E_n = 1$ ). La denominaremos AAS1.

Consideremos el campo que producen ambas aperturas tomando  $\vec{x}^F(x_r = 25\text{mm}, x_\theta = 30^\circ, x_\phi = 0^\circ)$ , los resultados para banda estrecha se presentan en la figura 5.10

El campo producido por AM1 presenta un lóbulo de rejilla muy localizado, con una anchura cercana a la del lóbulo principal y un nivel superior a  $0\text{dB}$ . Los lóbulos secundarios partiendo del foco se distribuyen entre ambos lóbulos, y en la dirección perpendicular, con niveles que se mantienen por encima de  $-20\text{dB}$  (figura 5.10-(a)).

En el campo producido por ASS1 los lóbulos de rejilla se distribuyen a partir de un arco de circunferencia alrededor del foco extendiéndose hacia el exterior y alcanzando un nivel máximo

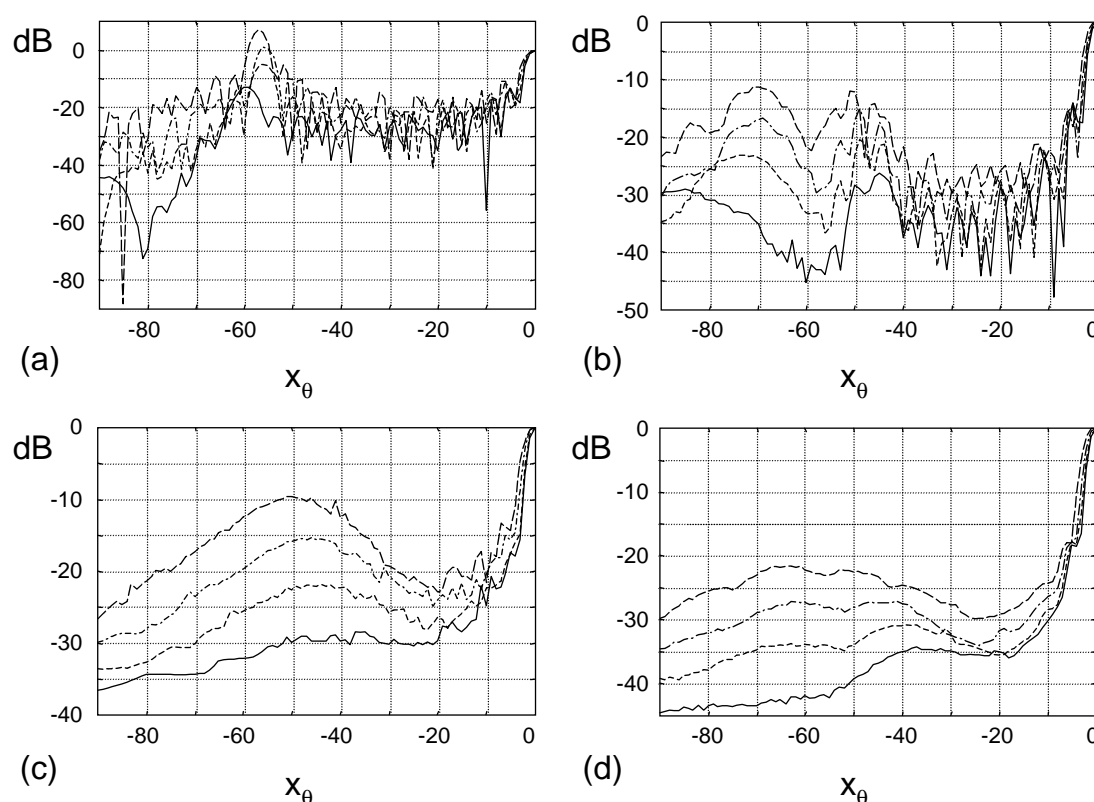


**Figura 5.10 :** Campo de presiones en banda estrecha sobre la semiesfera  $x_\phi = -60^\circ : 60^\circ$  y  $x_r = 25mm$  para (a) AM1 y (b) AAS1 ( $R_A = .75$ ), ambas aperturas con 256 elementos. (c) Corte de máximos acimut alrededor del foco para ambas aperturas.

cercano a los  $-15dB$ . Los lóbulos secundarios son anillos alrededor del foco que se mantienen cercanos a  $-30dB$  (figura 5.10-(b)).

De la comparación entre ambas aperturas se extrae:

- Tomando los máximos en acimut alrededor del foco para ambas aperturas (figura 5.10-(c)), observamos como los lóbulos secundarios de la apertura AAS1 se mantienen siempre por debajo de los producidos por AM1, incluido el primer lóbulo secundario que se sitúa  $3.5dB$  por debajo del matricial.
- Sobre los lóbulos de rejilla se observa que AAS1 presenta su máximo  $16dB$  por debajo del lóbulo de AM1 y expanden su influencia por una superficie mucho mayor que en el caso de la apertura matricial.



**Figura 5.11 :** Máximo de presiones en acimut alrededor del foco para la apertura matricial AM1 -(a) banda estrecha, (c) banda ancha- y la AAS1 -(b) banda estrecha, (d) banda ancha- para distintas direcciones de deflexión:  $x_{\theta}^F = 40^{\circ}, 30^{\circ}, 20^{\circ}$  y  $10^{\circ}$  (línea de trazo largo, línea punto- raya, línea de trazo corto y línea continua respectivamente).

Los resultados de evaluar el funcionamiento de ambas aperturas para distintas direcciones de deflexión ( $x_{\theta}^F = \{10^{\circ}, 20^{\circ}, 30^{\circ}, 40^{\circ}\}$ ) pueden verse en la figura 5.11.

Para banda estrecha, los lóbulos de rejilla de AM1 están formados por la acción de todos los elementos, este hecho supone que el nivel de amplitud de los lóbulos principal y de rejilla va a venir determinado por el patrón de difracción del elemento y en consecuencia por su distancia respecto al eje Z, es decir (figura 5.11(a)):

- Cuando el lóbulo principal se localiza más cercano al eje Z que el lóbulo de rejilla su amplitud es mayor ( $x_{\theta}^F = 10^{\circ}$  y  $x_{\theta}^F = 20^{\circ}$ ). Para la figura el lóbulo de rejilla se sitúa a  $x_{\theta}^F = 10^{\circ}$  a  $-13dB$  y para  $x_{\theta}^F = 20^{\circ}$  a  $-5dB$ .
- Cuando ambos lóbulos equidistan del eje Z ( $x_{\theta}^F = 30^{\circ}$ ) el nivel de ambos lóbulos es el

mismo. Para la figura el lóbulo de rejilla se sitúa a  $0dB$ .

- Cuando el lóbulo de rejilla está más cercano al eje Z ( $x_{\theta}^F = 40^{\circ}$ ), éste es mayor que el lóbulo principal ( $7dB$ ).

Este comportamiento contrasta con el de AAS1 (figura 5.11(b)):

- Al ser significativamente menor el número de elementos que contribuyen a formar los lóbulos de rejilla, su nivel resulta inferior al del nivel del haz principal para todos los ángulos de deflexión (ver tabla 5.4).
- Los lóbulos de rejilla se extienden sobre una superficie mucho mayor que la ocupada en AM1.
- También se observa que, para cualquier dirección de deflexión, los lóbulos secundarios de la apertura AAS1 se encuentran cerca de  $10dB$  por debajo del nivel correspondiente a la apertura matricial AM1.

Para excitación de banda ancha (figura 5.11(c)-(d)) la duración de la señal emitida determina el grado de interferencia que crea los lóbulos de rejilla. Esto hace que, pese a que los niveles de periodicidad entre elementos se mantengan, las amplitudes resultan menores a las que se alcanzaban en banda estrecha. De las figuras se puede destacar:

- Los lóbulos de rejilla en banda ancha se encuentran por debajo del lóbulo principal para cualquier dirección de deflexión. Pese a esto el comportamiento de AAS1 es mejor que el de la apertura matricial equivalente AM1 tal y como se extrae de la tabla 5.4. En general las diferencias en los lóbulos de rejilla son más bajas en banda ancha que en banda estrecha. Mientras que en banda estrecha las diferencias aumentan con la deflexión entre  $14$  y  $19dB$ , en banda ancha las diferencias a favor de AAS1 se sitúan entre  $5$  y  $12dB$ .
- Otro aspecto a destacar es que AM1 aumenta sus lóbulos de rejilla con la deflexión  $20dB$ , tanto en banda ancha como en banda estrecha, mientras que para AAS1 este aumento no supera los  $15dB$  en onda continua y los  $13dB$  en banda ancha.

$x_{\theta}^F$	BE		BA	
	AM	AAS	AM	AAS
10°	-13dB	-27dB	-30dB	-35dB
20°	-5dB	-22dB	-22dB	-31dB
30°	0dB	-15dB	-15dB	-27dB
40°	7dB	-12dB	-10dB	-22dB

**Table 5.4 :** Nivel máximo de los lóbulos de rejilla para las aperturas matricial (AM) y de anillos segmentados (AAS) para distintas direcciones de deflexión en elevación y excitaciones.

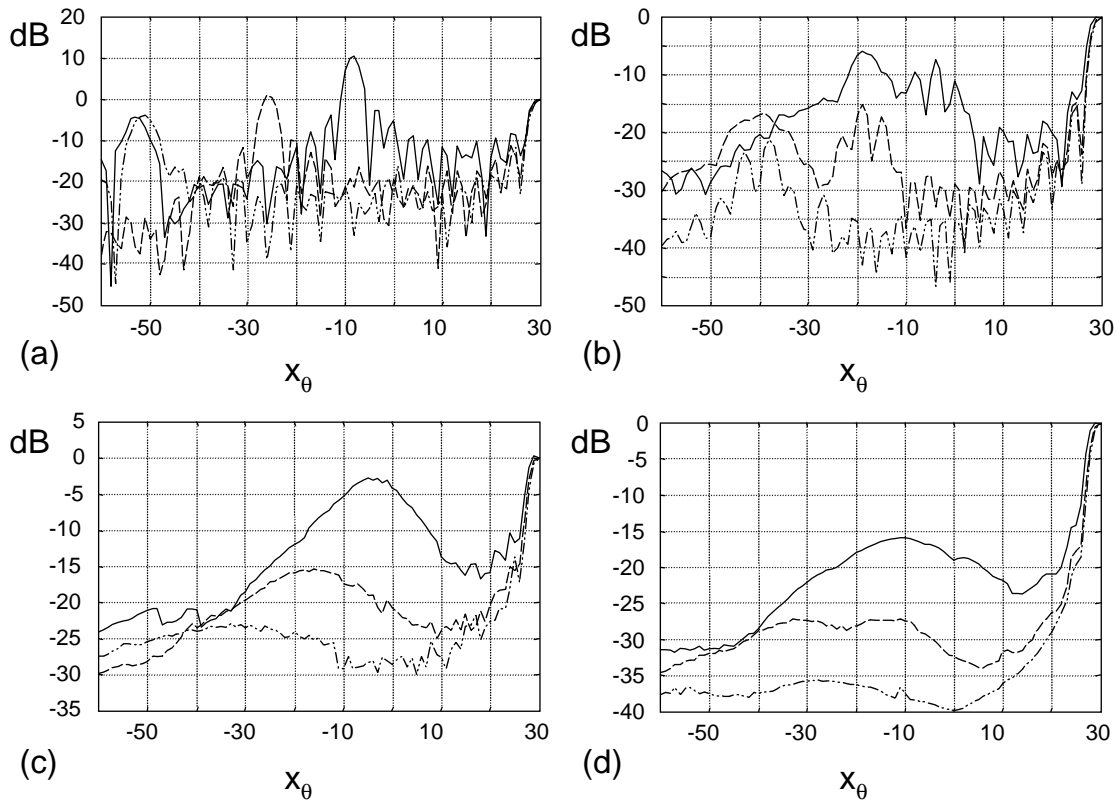
- Respecto al nivel de los lóbulos secundarios se observa que la diferencia entre ambas aperturas en banda ancha es ahora de  $5dB$ , menor que la obtenida para banda estrecha. Por otro lado si consideramos el nivel del primer lóbulo secundario se observa que para la apertura matricial este aumenta con la deflexión, mientras que en para AAS éste se mantiene constante. Este comportamiento es común para ambos modos de excitación.

Aunque estos resultados ya muestran un mejor comportamiento de las aperturas AAS frente a las AM, ampliaremos el estudio comparativo a otras aperturas.

■ **Variación del número de elementos.** Partiendo del hecho de que con frecuencia el diseño de sistemas parte de que existe un limitado número de recursos (número de canales) hemos estudiado el campo producido por ambas aperturas con 128, 256 y 512 elementos. Las aperturas fueron diseñadas para que todas mantuvieran el mismo área radiante ( $75mm^2$ ) y una resolución lateral similar.

Las simulaciones han sido realizadas para banda estrecha y banda ancha respectivamente y un ángulo de deflexión  $x_{\theta}^F = 30^{\circ}$ . Los resultados se presentan en la figura 5.12. Se pueden destacar dos aspectos:

- Los resultados para los lóbulos secundarios muestran que el nivel mínimo de los ASS se mantiene alrededor de  $10dB$  por debajo de las AM, y las diferencias entre ambas aperturas disminuyen ligeramente conforme aumenta el número de elementos.
- Respecto al nivel de lóbulos de rejilla se comprueba fácilmente que en banda estrecha los lóbulos de las AAS están alrededor de  $17dB$  por debajo de las AM. Esta diferencia



**Figura 5.12 :** Máximo de presiones para aperturas matricial -(a) banda estrecha, (c) banda ancha- y AAS -(b) banda estrecha, (d) banda ancha- con 128, 256 y 512 elementos (-, -- y - · - · - respectivamente), deflectando el haz principal en  $x_\theta = 30^\circ$ . AAS diseñadas con  $R_A = 0.75$ .

$N$	BE		BA	
	AM	AAS	AM	AAS
128	10dB	-7dB	-3dB	-16dB
256	0dB	-17dB	-16dB	-27dB
512	-5dB	-20dB	-23dB	-35dB

**Table 5.5 :** Nivel máximo de los lóbulos de rejilla para las aperturas matricial (AM) y de anillos segmentados (AAS) con distinto número de elementos para una deflexión en elevación de  $x_\theta^F = 30^\circ$ .

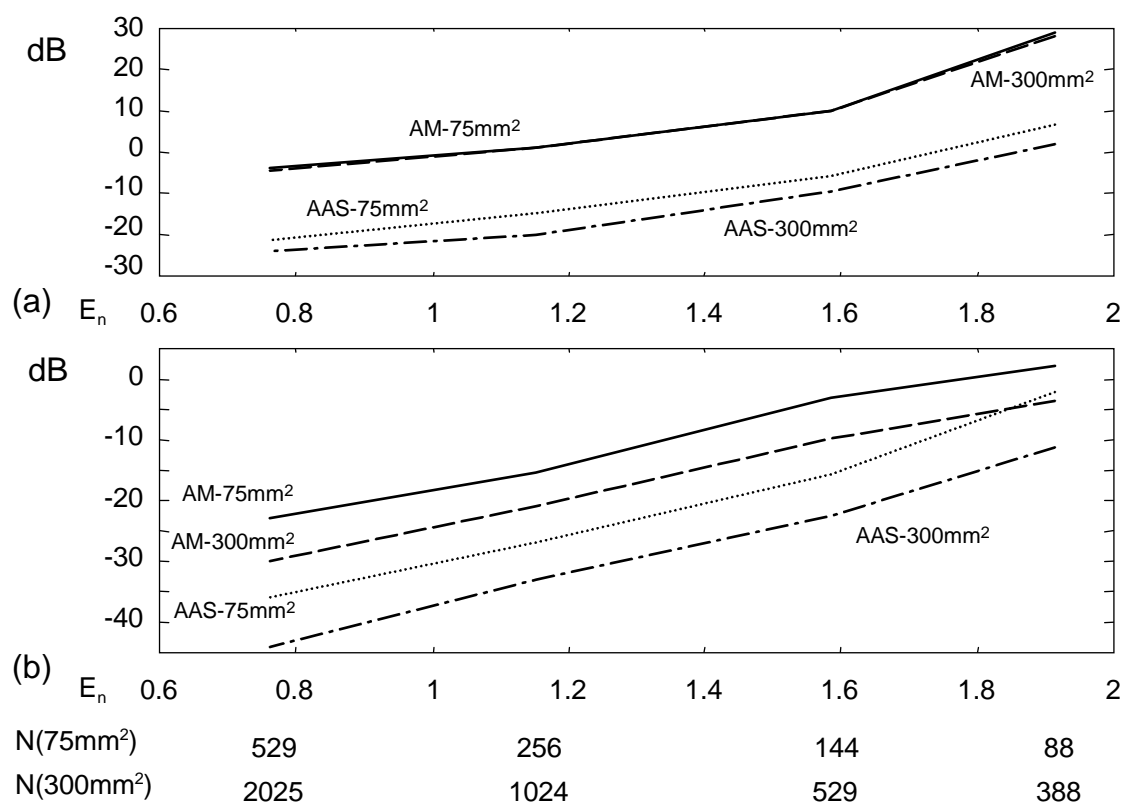
disminuye a  $12dB$  en banda ancha (ver tabla 5.5). La diferencia de nivel de los lóbulos de rejilla permanece bastante estable al variar el número de elementos.

Estos resultados indican que una apertura AAS no sólo mejora el resultado de la apertura matricial sino que es capaz de operar con menos elementos proporcionando resultados equivalentes o incluso mejores de los que proporciona la apertura matricial.

Si consideramos un incremento del área radiante los resultados también ofrecen conclusiones interesantes. En base al tamaño normalizado del elemento ( $E_n = \{0.75, 1.1, 1.5, 1.92\}$ ) hemos diseñado un conjunto de aperturas para áreas de  $75mm^2$  y  $300mm^2$  (las AAS se han tomado con  $R_A \approx 0.8$ ). Sobre estas aperturas se ha evaluado el nivel de los lóbulos de rejilla en banda estrecha y banda ancha. De los resultados, presentados en la figura 5.13, podemos hacer las siguientes observaciones:

- En general la reducción del nivel de los lóbulos de rejilla conforme disminuye  $E_n$  es equivalente para cada apertura e independiente del área de la apertura. Contrasta el hecho de que para las AM la mejora sea más significativa en banda estrecha ( $32dB$ ) que en banda ancha ( $25dB$ ), mientras que para las AAS el efecto es el contrario, la banda ancha tiene una mayor caída que la banda estrecha ( $26dB$  y  $32dB$  respectivamente).
- Para banda estrecha (figura 5.13(a)) los resultados sobre las AM muestran que el aumento del área no introduce variaciones en el nivel de sus lóbulos de rejilla, como por otro lado era esperado. Las AAS sin embargo producen una mejora entre 4 y  $6dB$  al aumentar el área (este resultado se puede adelantar de lo comentado en la sección 5.2.5). La mejora en banda estrecha de una apertura respecto a la otra es de  $16dB$  para un área de  $75mm^2$  y de  $20dB$  para  $300mm^2$ .
- En banda ancha los resultados son distintos (figura 5.13(b)). Para las AM al aumentar la apertura la relación de elementos que contribuyen a la formación de los lóbulos de rejilla disminuyen, para el caso estudiado esto supone una mejora de  $6dB$  que se mantiene casi constante para cualquier valor de  $E_n$ . Para las AAS la mejora es mayor, en torno a los  $7.5dB$ , y aumenta ligeramente con el valor de  $E_n$  hasta alcanzar un valor de  $9dB$  para  $E_n = 1.92$ .
- Comparando ambas aperturas en banda ancha, las AAS se mantienen  $13dB$  por debajo de su correspondiente AM. Sin embargo para valores altos del factor de mérito estas diferencias se reducen a 8 para un área de  $300mm^2$  y a  $4dB$  para el área de  $75mm^2$ .





**Figura 5.13 :** Nivel de lóbulos de rejilla al deflectar el haz  $x_\theta = 30^\circ$ , variando el tamaño del elemento  $E_n$  para las aperturas con  $75mm^2$  de área (línea continua para AM, línea de puntos para AAS) y con  $300mm^2$  de área ( - - para AM, - · - para AAS). (a) Banda estrecha y (b) banda ancha.

Esta subida en la pendiente de los lóbulos de rejilla del AAS es debida a la influencia del mínimo del diagrama de radiación del elemento sectorial que afecta al foco.

## ■ Conclusiones de la comparación

De los diferentes aspectos tratados en la comparación podemos extraer las siguientes conclusiones:

- Mientras que en las AM el campo mantiene una estructura reticular, en las apertura AAS el campo sigue una distribución axisimétrica respecto al foco, lo que resulta más adecuado para generar imagen 3D.
- Debido a la geometría de la apertura los lóbulos secundarios, para la apertura AAS siguen

el patrón que produce una apertura circular, mientras que las AM distribuyen sus lóbulos secundarios según el patrón del elemento cuadrado. Esto supone:

- El nivel de los lóbulos secundarios en las aperturas AAS es independiente de la dirección  $x_\phi$ , y presenta un mínimo de  $15 \log(1/N)$ . Al contrario que en las AM donde los lóbulos presentan más amplitud en las direcciones de los ejes X e Y donde los lóbulos alcanzan el nivel de  $10 \log(1/N)$ .
  - Por otro lado los lóbulos secundarios de las AAS no varían significativamente con la deflexión, al contrario en las AM donde aumentan con la deflexión.
- Respecto a los lóbulos de rejilla en banda estrecha:
    - En el caso de AM, para las direcciones principales, todos los elementos de la apertura contribuyen a formar los lóbulos de rejilla, por lo que éstos resultan muy superiores a los AAS.
    - Este efecto es sensible a las dimensiones de la apertura. De tal forma que si se mantiene constantes las dimensiones de los elementos y se incrementan las dimensiones de la apertura, los lóbulos de rejilla de las AAS se reducen mientras que las AM se mantienen constantes.
    - Por otro lado las AM presentan lóbulos de rejilla muy localizados, con la misma anchura que el haz principal. En las AAS los lóbulos se distribuyen sobre una superficie muy amplia con una anchura mayor a la del haz principal.
  - Respecto a los lóbulos de rejilla en banda ancha:
    - La diferencia entre el nivel de los lóbulos de rejilla de ambas aperturas, pese a ser importante, no es tan elevado como para la excitación de onda continua.
    - Al aumentar la apertura, manteniendo las dimensiones de los elementos ambas aperturas mejoran el nivel de los lóbulos de rejilla, si bien esta mejora es mayor en las AAS que en las aperturas matriciales.

- Respecto al aumento de los lóbulos de rejilla con la deflexión este es significativamente menor en las AAS que en las AM.
- Por último hay decir que para un mismo número de elementos las AAS proporcionan para ambas excitaciones mejor campo que las AM.

Los resultados obtenidos muestran que las aperturas de anillos segmentados proporcionan un mejor compromiso entre los recursos electrónicos (el coste económico) y la calidad del campo, abriendo la posibilidad de diseñar buenas aperturas con un menor consumo de recursos electrónicos. Desde este punto de vista constituyen una alternativa al empleo de aperturas matriciales para la obtención de imágenes 3D.



---

## Capítulo 6

---

---

# Tecnología de fabricación de AAS y pruebas experimentales

---

---

### 6.1 Sobre la fabricación de arrays cuadrados regulares

---

Los arrays basados en piezocomposites con conectividad 1-3, que comprenden cortes en la piezocerámica activa rellenos mediante polímeros inertes, están teniendo un fuerte auge. Un criterio de construcción de piezocomposites, si se quiere que el modo de vibración sea de tipo *barra*, es que el ancho y largo del elemento deben ser muy inferiores a la altura de la cerámica. La altura del composite, por otro lado, está determinada por la frecuencia del pulso ultrasónico (media longitud de onda a la velocidad de transmisión en el material piezoelectrico) lo que supone una altura de  $0.5mm$  para 5MHz, o  $0.8mm$  para 3MHz. Otro criterio de construcción de arrays cuadrados (mencionado repetidas veces) consiste en elegir los elementos de manera que las distancias entre ellos se aproximen a media longitud de onda (a la velocidad de transmisión

Array	Espacio EE	Elementos	Diámetro	Conexiones	Fabricación
2.5MHz	0.35mm	40 × 40	13mm	440	-
2.5MHz-rnd	0.35mm	80 × 80	25mm	392	multilayer
3.5MHz	0.35mm	40 × 40	13mm	440	epoxi perf.
5MHz	0.20mm	60 × 60	11mm	440	polym perf las
5MHz	0.20mm	10 × 10	2mm	70	idem

**Table 6.1 :** Prototipos fabricados de arrays cuadrados

en el medio de propagación) para reducir los lóbulos de rejilla. Por tanto, ambos criterios conducen a similares restricciones sobre los lados del elemento: para aplicaciones médicas supone usar elementos de anchura alrededor de  $0.2mm$  para excitaciones de 5MHz o  $0.3mm$  para 3MHz. En la tabla 6.1 se muestran algunos prototipos fabricados de arrays cuadrados que han sido presentados en la literatura [Lig98], y que dan una idea de los límites de la tecnología actual.

Como puede observarse, la distancia entre elementos es alrededor de  $0.67\lambda$ , mientras que su tamaño (teniendo en cuenta el corte) es muy cercano a  $0.5\lambda$ ; el número de elementos que contiene la apertura llega a superar los 6000. De entre ellos, el número de elementos activos está determinado por el número de canales electrónicos disponibles en los sistemas comerciales de control de arrays, que para los sistemas actuales más avanzados viene a ser de 256 canales en emisión y 256 canales en recepción. Por tanto, usando arrays cuadrados se requiere submuestrear la apertura para lo que se han investigado diversas técnicas de reducción (distribuciones aleatorias, periódicas, aperturas complementarias, etc) varias veces citadas en esa tesis. Frecuentemente se hace que las aperturas en emisión y recepción no sean coincidentes, y en tal caso el número de elementos implicados es alrededor de 450, considerando que para lograr buenos resultados tiene que haber alrededor de un 15% de elementos comunes [Lig98, Dav94]. Cuando las aperturas en emisión y recepción son comunes el número de elementos implicados es de 256. De cualquier modo, la reducción de área activa de la apertura puede llegar a ser superior a  $1/25$ , lo que significa un problema serio de rango dinámico o contraste en la imagen.

Las conexiones eléctricas también suponen un reto tecnológico debido a la alta densidad de

elementos de un array. En tales casos se suelen usar técnicas especiales basadas en circuitos flexibles multicapa [Pow96b, Pow96a] y taladros sobre polímeros que pueden llegar a  $0.1mm$  de diámetro, realizados mediante técnicas laser u otras equivalentes.

Por último, la anchura y profundidad de corte de la fresa de corte determina un límite mínimo en la anchura del elemento de forma que no se pierda un elevado porcentaje del material. El límite actual de los discos de corte viene a ser de  $0.03 - 0.05mm$  de anchura, con una profundidad máxima alrededor de 15 veces la anchura del disco. En este sentido, parece razonable que con una fresa de  $0.05mm$  de ancho no se corten elementos menores que  $0.2mm$ , por lo que el límite de frecuencia de este tipo de arrays es del orden de  $5MHz$  en agua.

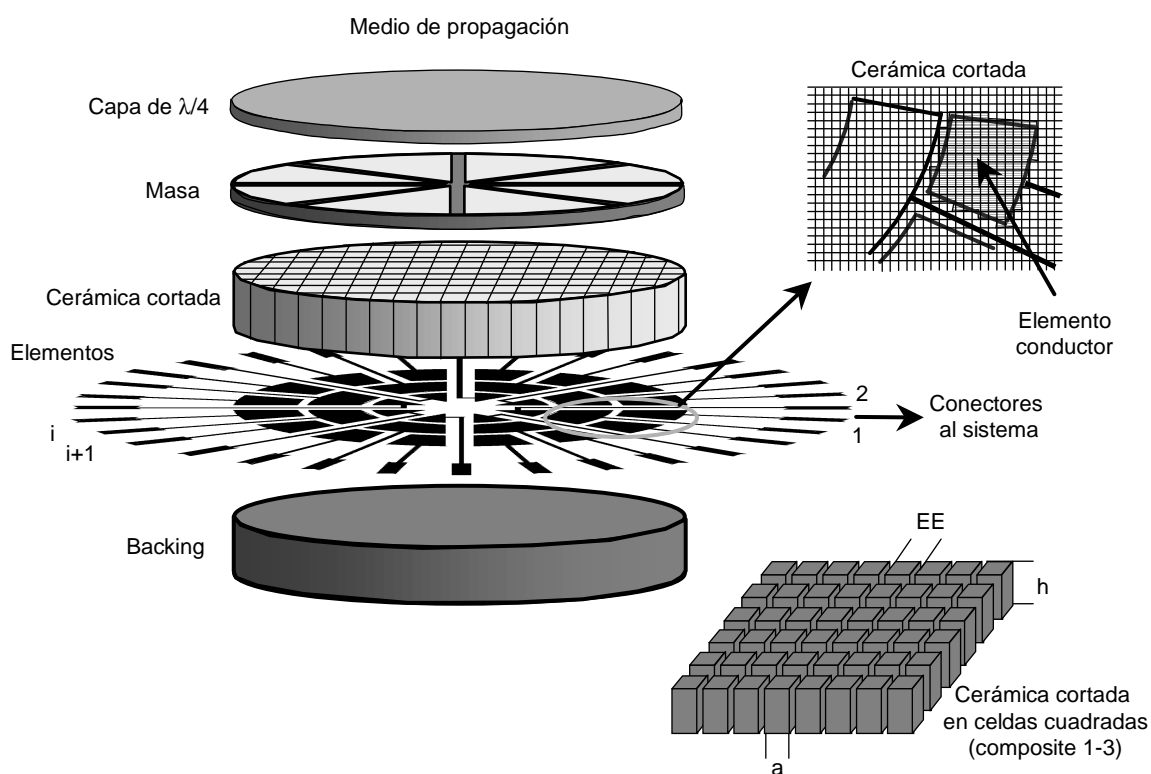
## 6.2 Sobre la fabricación de AAS

---

Las aplicaciones de imagen ultrasónica basadas en arrays de anillos segmentados son aún más escasas que las que usan elementos cuadrados. Los diseños que han aparecido en la literatura [Rei96, Gie92, Fji97, Sch87, Cha95] usan una estructura monolítica y elementos relativamente grandes, para aplicaciones de 1 a  $2MHz$ , con propagación en sólidos con lo que la longitud de onda de los pulsos ultrasónicos es considerablemente mayor en los líquidos.

La forma del elemento en un array monolítico está definida por la forma del electrodo que está conectado con la cerámica. Ahora bien, es conocido que con este tipo de construcción existen problemas en la emisión-recepción debido al fuerte acoplamiento mecánico y eléctrico existente entre los elementos [Del79] que prácticamente se elimina al cortar la cerámica. Un problema añadido de las estructuras monolíticas es que la forma de los pulsos emitidos depende de la forma y tamaño de los elementos, por lo que estos pueden emitir pulsos diferentes a lo largo de la apertura.

Aunque es aconsejable aislar los elementos entre sí, dada la irregularidad geométrica de los AAS, no es posible separarlos con las herramientas convencionales: p.e. fresas de disco. Otras soluciones (p.e. Laser) producen despolarización, son caras, y deterioran la resonancia del material piezoeléctrico.



**Figura 6.1** : Fabricación de un array AAS.

Para optimizar los resultados de esta tesis, nos hemos planteado también el problema del diseño y fabricación de AAS, en este caso, en colaboración con especialistas del Instituto de Acústica de CSIC [Akh99]<sup>1</sup>. El planteamiento de partida ha sido usar las técnicas de piezocomposites tipo 1-3 con vibración tipo barra como base para la fabricación de AAS. En primer término, se planteó mejorar las técnicas de fabricación a partir de un array con pocos elementos (32), para pasar más tarde a aperturas con mayor densidad de elementos (64, 128, etc.)

La fabricación de AAS mediante composites debe usar técnicas de fabricación novedosas que resuelvan los problemas derivados de la densidad de componentes y de la irregularidad de la apertura (figura 6.1), ya que esta irregularidad impide usar matrices de conectores regulares que se sueldan al componente [Akh99]. En nuestros primeros diseños, se utiliza un circuito

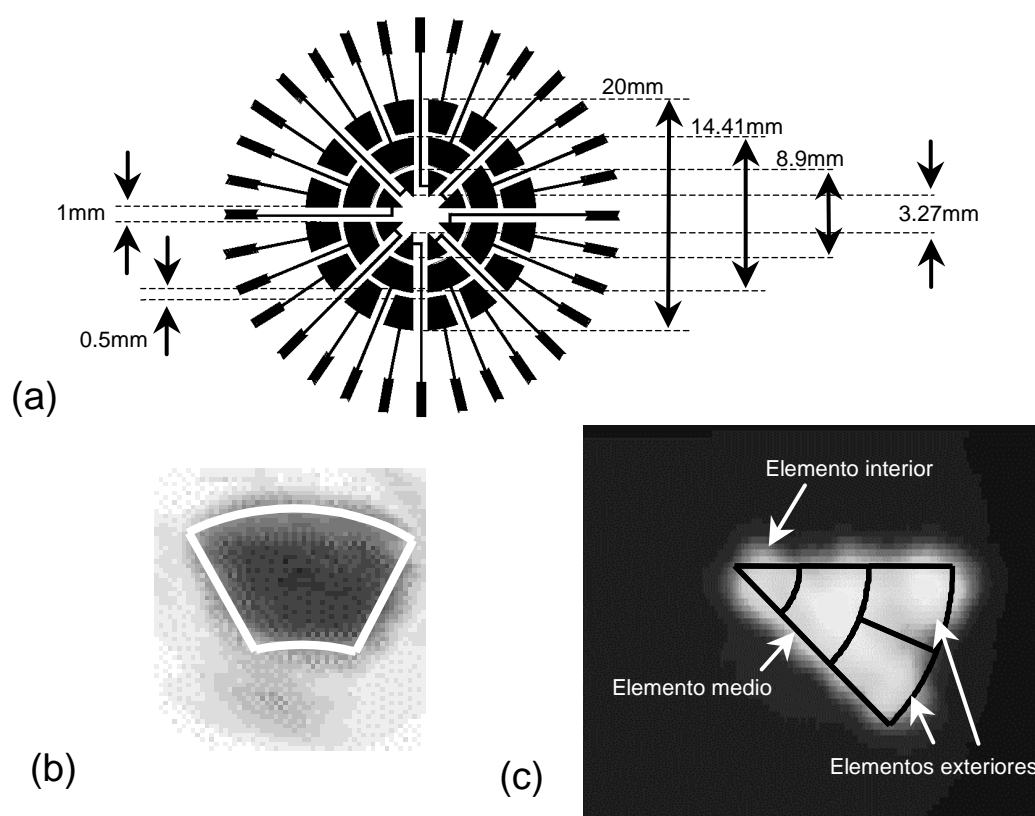
<sup>1</sup>, Proyecto FEDER *Técnicas para generación de imagen ultrasónica 3D a partir de arrays bidimensionales*



flexible pegado al piezocomposite, y el dibujo realizado sobre la capa de cobre determina la configuración del array. Para reducir las pérdidas es determinante usar circuitos flexibles muy delgados: en nuestro caso, se usa material de  $0.03mm$  con una lámina de cobre de  $0.02mm$  (0.05 globales).

Para hacer el composite se mecaniza el material en forma de malla mediante cortes de paso mínimo de manera que no se pierda excesivo material (p.e.: cortar celdas entre  $0.2mm$  y  $0.3mm$  con un disco de  $0.05mm$  de espesor). Como extremos de la técnica se pueden tomar los siguientes parámetros: celdas de  $0.15$ , corte de  $0.05$  o  $0.03mm$ , pero la pérdida de material con la fresa de  $0.05mm$ . alcanza niveles superiores al 30%. La profundidad de corte también puede suponer una limitación, especialmente en el caso de frecuencias de vibración relativamente bajas.

La técnica de fabricación de AAS basada en composites exige que el área de los elementos sea muy superior al tamaño de cada celda del composite (p.e. lado del elemento  $> 3$  veces el lado del composite) de manera que las celdas se ajusten bien a la geometría del elemento. Esta condición indica que la capacidad de miniaturización de las celdas del composite limita la longitud de onda de la aplicación. Podría pensarse que el hecho de que los elementos ocupen tantas celdas del composite limitaría la frecuencia de utilización de los AAS en relación a las aperturas cuadradas. En cambio, como se ha visto a lo largo de esta tesis, los arrays de anillos segmentados permiten usar elementos más grandes que  $\lambda$  sin que se produzca un deterioro excesivo de las características de la imagen, y debido a ello se pueden mantener las características de frecuencia en relación a las aperturas matriciales. Por ejemplo, mecanizando celdas de  $0.25mm$  (con fresa de  $0.05mm$ ), el lado del elemento ha de ser superior a  $0.75mm$ . Con estas cifras, las aplicaciones quedan limitadas a aquellas cuya longitud de onda no sea inferior que  $0.5mm$ . (p.e.: 3MHz en agua, o 6MHz para plásticos o fibra de carbono, o 10 MHz para metales como hierro o aluminio).



**Figura 6.2 :** (a) Máscara para la fabricación de un array de anillos segmentados de 32 elementos (prototipo AAS1). (b) Vibración de un elemento central. (c) Vibración de un sector del array.

### 6.3 Caracterización del array AAS1

Las primeras experiencias de fabricación de AAS irregulares en Instituto de Acústica han dado como resultado un array de 32 elementos, cuya geometría se muestra en la figura 6.2(a), y que denominaremos AAS1. En la actualidad se está trabajando para doblar la densidad de elementos a 64, como paso previo a una apertura de 128 elementos, la cual se ha mostrado que para ciertas aplicaciones pueden generar imágenes 3D de buena calidad.

El array AAS1 está formado por 32 elementos organizados en tres anillos: un anillo interior de 8 elementos con dimensiones que van desde  $d = 3.27mm$  a  $D = 8.9mm$  (diámetro interior y exterior respectivamente), un anillo intermedio de 8 elementos ( $d = 9.4mm$ ,  $D = 14.41mm$ ), y un anillo externo de 16 elementos con dimensiones ( $d = 14.91mm$ ,  $D = 20mm$ ). Por otro lado los elementos se espacian entre sí: radialmente  $0.5mm$  y angularmente  $1mm$ . Esta configuración hace que las dimensiones de los elementos no sean equivalentes en todos los

anillos por lo que no van a radiar con la misma intensidad. El array fue diseñado para operar a una frecuencia central de  $2.5\text{MHz}$ . Hay que hacer notar que al ser un prototipo de laboratorio, no incorpora la capa de  $\lambda/4$  (esto es así debido a que en las primeras etapas de fabricación interesa medir la vibración de la cara frontal del transductor) por lo que la anchura de banda de los pulsos emitidos no es óptima.

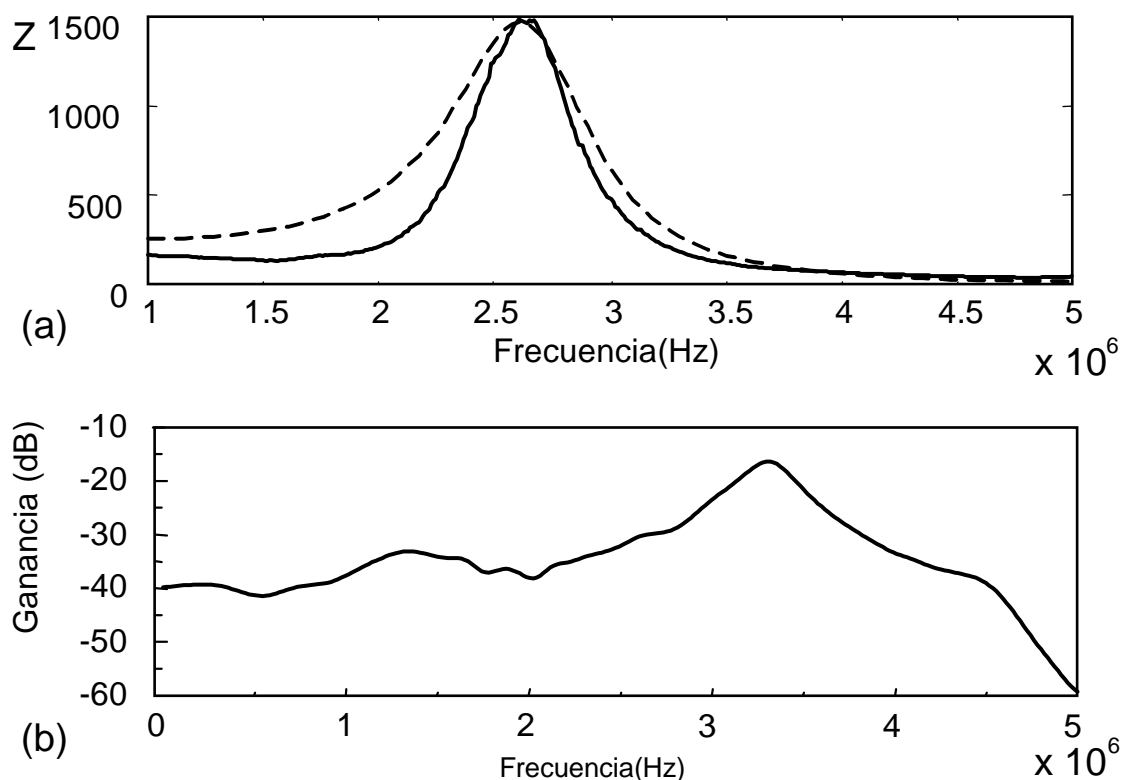
Para caracterizar el array AAS1 se ha realizado una serie de medidas, tales como, la impedancia eléctrica de entrada a los elementos, el acoplamiento entre elementos y las diferencias en la amplitud de vibración entre los diferentes elementos. Estas medidas han sido realizadas por el equipo que fabricó el array, con los medios propios del Instituto de Acústica.

En primer lugar, se ha medido la impedancia eléctrica de entrada de los elementos, los cuales no han mostrado diferencias significativas respecto a su resonancia. En la figura 6.3(a) se muestra la impedancia medida y simulada para los elementos centrales del array. La pequeña diferencia existente en la parte anterior a la frecuencia de resonancia puede deberse a la capacidad de la capa flexible entre el cobre y el composite. La resonancia se observa limpia y acorde con la simulación teórica.

Se hizo una segunda prueba para comprobar el acoplamiento entre elementos. La medida se realiza excitando un elemento y midiendo la señal en el elemento adyacente. La figura 6.3(b) muestra la respuesta sin poner *backing* en el transductor. Para la frecuencia de resonancia, se mantiene un factor de acoplamiento de  $-40\text{dB}$ , pero este valor se incrementa a  $-20\text{dB}$  para  $3.5\text{MHz}$ , debido a la propagación plana de los modos asociados con la periodicidad del composite. Al poner el *backing* este modo desaparece por completo.

También se midió el acoplamiento poniendo un hidrófono de aguja pegado a la cara del array, y excitando un elemento se midió una caída de  $-30\text{dB}$  entre el elemento excitado y el adyacente. La figura 6.2(b) muestra la vibración de un elemento del anillo central. Debido al bajo acoplamiento del composite, la parte acústicamente activa coincide con la geometría del electrodo como se esperaba.

Para medir las diferencias en la intensidad de vibración de los diferentes elementos se excitaron en paralelo los cinco elementos correspondientes a un sector (figura 6.2(c)),



**Figura 6.3 :** (a) Impedancia medida (línea continua) y simulada (línea discontinua) para los elementos centrales del array. (b) Medida del acoplamiento entre elementos, sin *backing*.

obteniendo una máxima diferencia de  $4dB$ .

## 6.4 Medidas experimentales del campo producido por la apertura AAS1

El trabajo experimental se ha centrado en la realización de medidas del campo irradiado por algunos anillos que componen la apertura AAS1, para así contrastar los resultados experimentales con los teóricos calculados a partir de las simulaciones obtenidas de la solución exacta expuesta en el segundo capítulo. Ahora bien, a la hora de confrontar las simulaciones con los resultados experimentales deben tenerse en cuenta una serie de fenómenos que por sus características no se consideran en la hipótesis de partida del modelo teórico, y que influyen en los resultados reales provocando ciertas desviaciones entre los datos experimentales y los

predichos por la teoría. Una consideración teórica más detallada de estos aspectos no ideales sería objeto de trabajos futuros.

Podemos adelantar que las diferencias que encontraremos entre los resultados experimentales y las simulaciones pueden ser debidas, entre otras, a las siguientes causas:

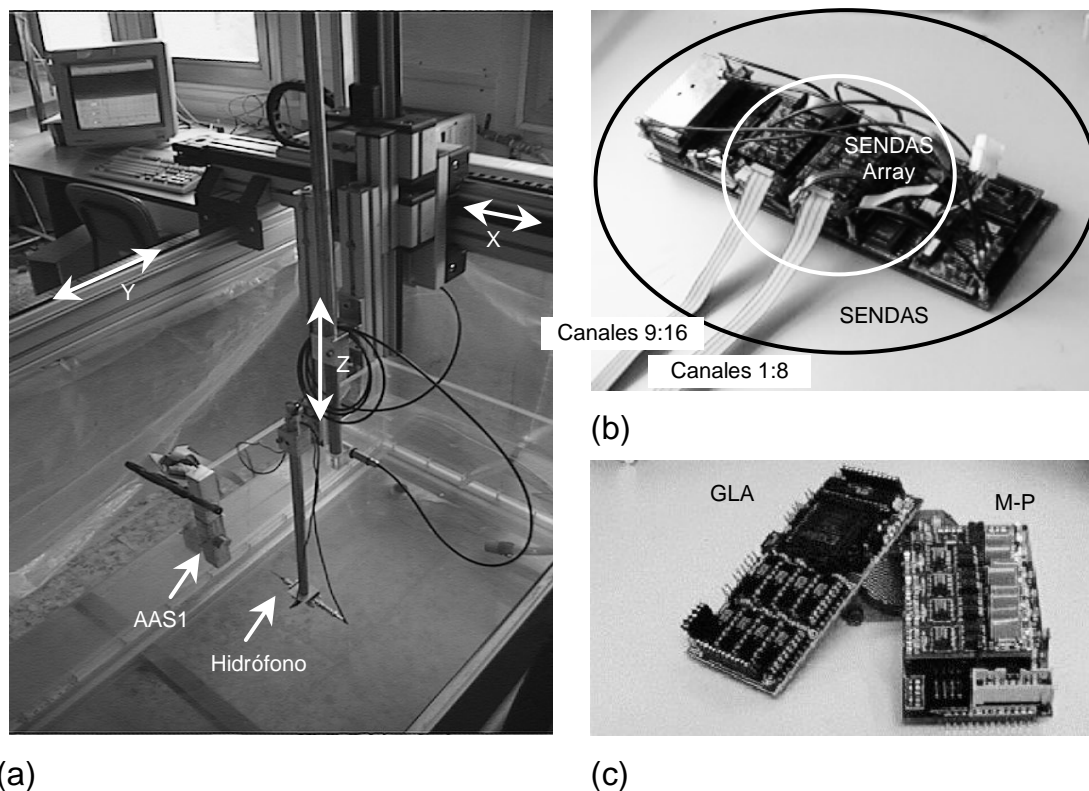
- Anomalías geométricas constructivas [Rie89] que no han sido consideradas en la simulación. Concretamente, existen diferencias dado que las simulaciones no consideran el espaciado entre celdas del composite, ni el posible efecto de las pistas de conexión de los elementos, ni tampoco la deformación del elemento ideal debido a la discretización de las celdas, etc.
- Anomalías funcionales del array p.e. vibraciones laterales de los elementos radiantes [Hay79, Har83, Bab84], frente al comportamiento ideal como un pistón en baffle perfectamente rígido [Sel80]; o bien el acoplamiento mecánico y eléctrico entre elementos, siempre presente en mayor o menor medida [Bru79, Fle82]; así mismo también se han detectado diferencias en la capacidad de radiación de los elementos, pudiendo incluso llegar a anularse alguno de estos [Mon89].
- Limitaciones físicas inevitables en el sistema de medida, p.e.: errores de alineamiento y posicionamiento (tanto del array, que puede presentar ligeras inclinaciones, como del hidrófono, debidas a las holguras del sistema mecánico de barrido), ruido eléctrico y acústico inducido en la cadena de medida (especialmente el ruido inducido por los motores del sistema de barrido), banda frecuencial de la respuesta no perfectamente plana, etc.
- Aspectos de propagación en un medio real, p.e.: los efectos no lineales o de saturación acústica que aumentan con la intensidad de campo y la distancia a la fuente [Bar89], la atenuación selectiva del medio, los cambios de velocidad de propagación con la temperatura, las burbujas de aire que se acumulan sobre la superficie del transductor, etc.

- Errores de discretización de las señales y al margen dinámico del sistema, así como los debidos a la discretización de los retardos de focalización [Pet84, Lan87a, Lan87b].
- Por último los debidos a las limitaciones del modelo teórico desarrollado para este array, tanto los que se refieren a la simulación de la onda de excitación (obtenida experimentalmente en la cara del pistón) como de la propia forma de los elementos como se verá cuando se discuta el modelo.

### 6.4.1 El sistema de experimentación

Las pruebas experimentales se han realizado en una piscina con agua como fluido de propagación preparada para tal efecto. El sistema para la experimentación consta de una piscina, con un sistema de ejes controlados electrónicamente que permite posicionar a un hidrófono en cualquier posición del espacio 3D situado frente al array, y un sistema de ultrasonidos SENDAS para generación de pulsos UT, adquisición y procesamiento de señales. En la figura 6.4(a) se muestra una fotografía de la instalación.

El equipo de generación y adquisiciones de señales UT es un sistemas de desarrollo propio [Fri95, Mar97] basado en el sistema SENDAS: Sistema de Evaluación no Destructiva de Arquitectura Segmentada. La figura 6.5 muestra un esquema del circuito de control de la emisión-recepción de un array. El SENDAS es un sistema avanzado de generación, adquisición y procesamiento de señales ultrasónicas, basado en una arquitectura *pipeline* que permite el procesamiento paralelo de señales a una velocidad global de 10 *Megamuestras/segundo*. Esta arquitectura segmentada admite que cada etapa de procesamiento, incluida las tareas de control del array en emisión, se integre en el sistema por medio de módulos físicos haciendo al sistema fácilmente escalable y configurable para cada aplicación. SENDAS esta soportado por un PC central, quien a través del Bus realiza las tareas de configuración y programación de los módulos, sincronismo de adquisición y lectura de resultados. Por otro lado, SENDAS, consta de dos subsistemas ambos integrados en la misma tarjeta base: SENDAS Array que realiza el control de emisión de los pulsos UT del array, y una Etapa de Recepción que realiza la

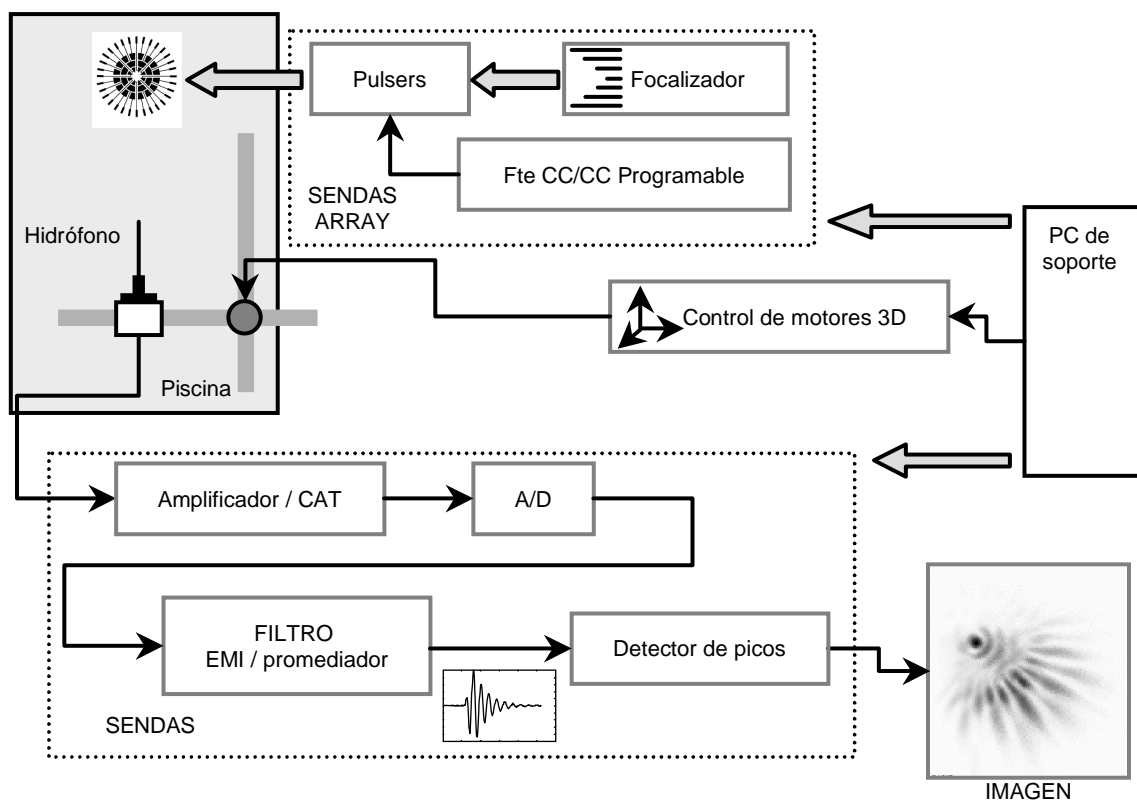


**Figura 6.4 :** (a) Instalación de experimentación para medir el campo acústico. (b) Equipo SENDAS con el SENDAS Array integrado. (c) SENDAS Array: módulos de Generación de Lentes acústicas (GLA) y Multipulser (M-P).

adquisición y el procesamiento de las señales recibidas por el hidrófono de medida.

El sistema se divide en los siguientes bloques (figura 6.5):

1. PC central: el sistema de experimentación está soportado por un PC, que realiza las funciones de:
  - Programación y dirección del sistema que controla el movimiento de los ejes de la piscina.
  - Programación, sincronismo y adquisición de resultados del sistema de ultrasonidos.
  - Presentación de señales e imágenes e interfase con el usuario.
  
2. Piscina de experimentación: de dimensiones útiles  $100 \times 60 \times 30\text{cm}$ , dispone de tres ejes de posicionamiento controlado con una resolución de  $10\mu\text{m}$ . Permite realizar pruebas de



**Figura 6.5 :** Esquema del circuito de control de emisión recepción de un array.

pulso-eco y transmisión de componentes hasta de medio tamaño.

3. Sistema de control de motores: Es un sistema autónomo que se comunica con el PC central por medio de un cable de comunicación serie a  $5\text{Mbits/s}$  por el cual se transmiten comandos y datos de posición de los tres ejes. El sistema autónomo consta de circuitos para controlar 3 motores de c.c. que conducen el movimiento a lo largo de los 3 ejes principales de la piscina con una resolución de  $10\mu\text{m}$ .
4. Equipo de ultrasonidos, que consta de dos subsistemas (figura 6.4(b)):

**Sendas Array:** Etapa de emisión capaz de controlar  $N$  canales con retardos de disparo programables para cada canal y consta de dos tipos de módulos (figura 6.4(c)):

- Módulo Generador de Lentes Acústicas (GLA), que genera los retardos para controlar de forma independiente el instante de disparo de hasta 8 canales. Los



retardos disponen de un margen muy amplio, con valores que pueden variar entre 0 y  $25\mu s$  con una resolución temporal de  $5ns$ , permitiendo deflectar y focalizar el haz acústico en puntos arbitrarios del espacio. De la misma forma el disparo de cada canal puede ser inhabilitado individualmente.

- Modulo Multipulser (M-P), que genera el pulso de excitación de hasta 8 transductores o elementos del array. Su estructura física permite al conexión en sandwich con el módulo anterior. Un módulo independiente contiene la fuente de alimentación de alto voltaje para 5 módulos multipulser. En nuestra experimentación los elementos son excitados con pulso de  $150volts$  de  $50ns$  de duración.

El sistema empleado dispone de dos módulos de cada tipo, lo que le permite controlar 16 canales ocupando un volumen reducido (figura 6.4(c))

**Etapa de Recepción:** la etapa de recepción esta conectada al hidrófono realiza el procesamiento analógico y digital de las señales. Esta formada por los siguientes módulos:

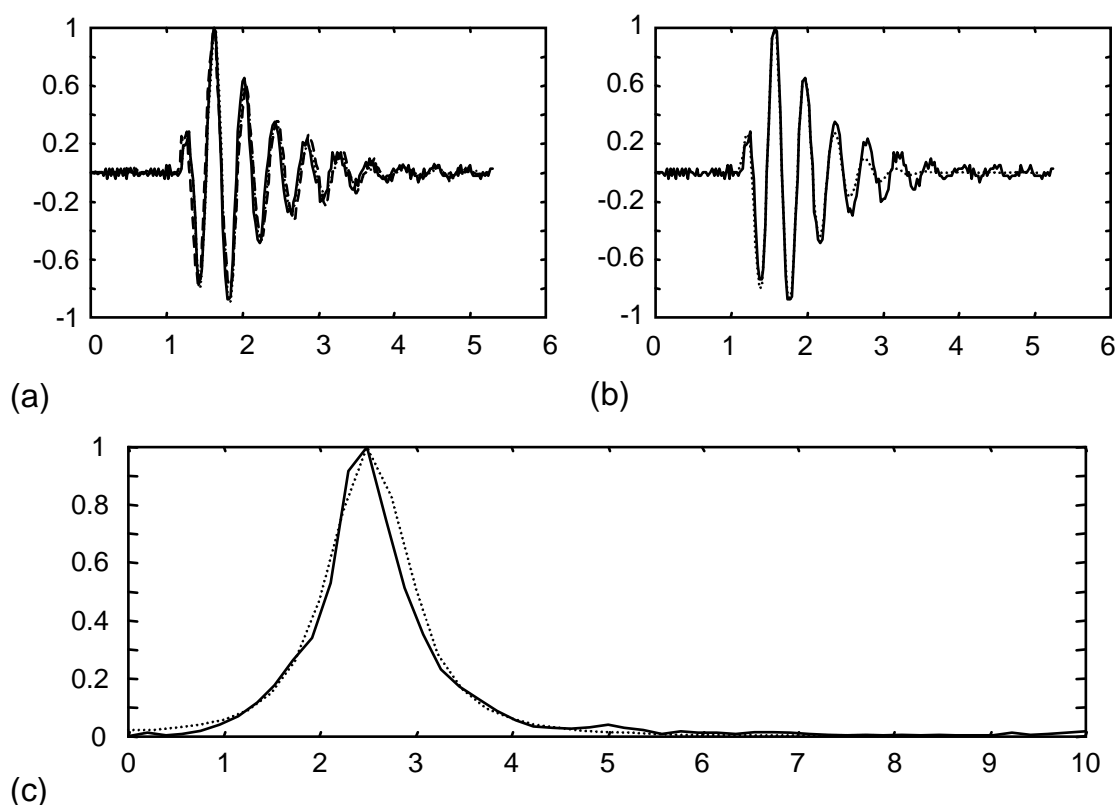
- Módulo de Amplificación lineal que acondiciona y amplifica las señales en un rango de 80 dB, con un ancho de banda de 25 MHz. Incluye un detector de envolvente analógica y un conmutador programable permiten seleccionar la señal de RF o de vídeo. El módulo incorpora algunos filtros paso banda de baja Q (programables) que permiten mejorar la relación S/R.
- Módulo de conversión Analógico-Digital de 8bits, con una frecuencia de muestreo programable hasta 80 MHz. Generalmente es el primer módulo de la cadena de procesamiento y permite la adquisición y el procesamiento simultáneos.
- Módulo de procesamiento digital multitraza que puede ser programado para actuar como promediador o como filtro no lineal de orden. Este módulo se utiliza para eliminar el ruido impulsivo producido por motores y otros factores

ambientales (ruido EMI). En este caso se emplea como filtro de selección de mínimos para eliminar los pulsos de interferencia producidos por los motores de la piscina.

- Módulo reductor de datos: reduce las trazas a-scan a pares del tipo amplitud de pico y posición, en múltiples ventanas temporales, programables con una resolución de un periodo de muestreo. A partir de este módulo se pueden generar las imágenes acústicas tipo B (representa en intensidad de grises el máximo de amplitud de los puntos de un plano perpendicular al transductor), tipo C (idem de un plano paralelo al transductor) o tipo D (representa en intensidad de gris la profundidad a la que se encuentra el máximo de amplitud), sin necesidad de transmitir los datos de todas las trazas.

Las medidas de campo acústico se han realizado con un hidrófono de aguja, que dispone de un transductor de banda ancha de  $0.3mm$  de diámetro en la punta. El hidrófono opera en una banda muy ancha y para la frecuencia de  $2.5MHz$  presenta una sensibilidad máxima de  $-140dB$  y una baja directividad, que en  $x_\theta = 60^\circ$  es de  $-5dB$  y en  $x_\theta = 90^\circ$  es de  $-10dB$ , lo que permite considerarlo como omnidireccional. Junto con el hidrófono se dispone de un pequeño amplificador previo de  $10dB$  con un ancho de banda a  $-3dB$  de  $1kHz$  a  $50MHz$ .

Reiteramos, que no se dispone en el mercado de arrays de anillos segmentados para realizar las pruebas experimentales, y que hemos recibido del equipo del instituto de Acústica un prototipo de laboratorio para hacer las pruebas de campo. También se ha dicho anteriormente que el diseño del array no ha sido aún optimizado, ni en cuanto al ancho de banda del pulso (de hecho no tiene todavía acoplada la capa de  $\lambda/4$ ), ni en cuanto a su geometría, siendo los elementos del array excesivamente grandes para obtener un campo de calidad. En cambio, sí nos vale perfectamente para contrastar los algoritmos de cálculo de conjuntos de elementos con retardos controlados. Las imágenes que siguen a continuación muestran estos aspectos. En este sentido hemos centrado las pruebas experimentales y simulaciones, de forma independiente, en los tres anillos que componen el array: anillo exterior de 16 elementos, y anillos medio e interior cada uno con 8 elementos.



**Figura 6.6 :** (a) Ondas de excitación de los elementos. (b) Onda de excitación real (-) y simulada (..). (c) Espectro en frecuencias de la onda de excitación real (-) y simulada (..)

## 6.4.2 Modelo teórico del ASS1

Para comparar los resultados experimentales con los resultados teóricos se ha elaborado un modelo teórico del array así como un modelo teórico de la onda de excitación.

Sobre la forma del pulso emitido, con el fin de determinar las características de la onda de excitación producida por los diferentes elementos del array se capturó a  $3mm$  de la apertura la onda emitida por tres elementos situados en los diferentes anillos. Los resultados se presentan en la figura 6.6(a). Los tres pulsos emitidos presentan formas muy similares y tan sólo se distinguen en la amplitud debido a la diferencia de área radiante. La frecuencia central del pulso es de  $2.5MHz$  y tiene un ancho de banda relativo del 30%, valor relativamente bajo debido a la falta de la capa de  $\lambda/4$  (figura 6.6(a)-(c)).

Nuestro modelo de simulación utiliza una onda de excitación, generada analíticamente, con

la misma frecuencia central y un ancho de banda similar al pulso emitido (figura 6.6(b)-(c)). La coincidencia de los tres primeros ciclos es suficiente para proporcionar resultados satisfactorios.

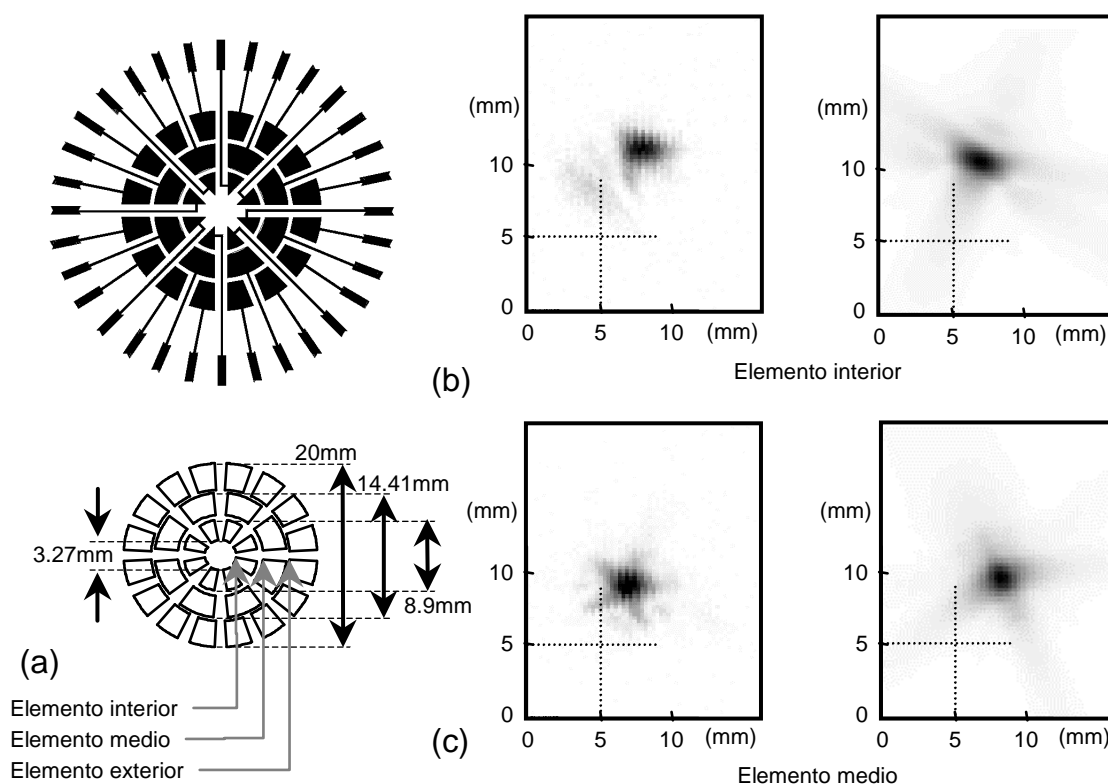
Sobre la geometría del array ASS1 hay que hacer también unas consideraciones. El prototipo se realizó dividiendo la apertura en tres anillos y un hueco central cuyas dimensiones se muestran en la figura 6.2(a). Para trazar las pistas de conexión de los elementos hacia el exterior del array fueron trazados caminos delimitados por rectas paralelas, con lo que los elementos quedaron deformados respecto de la geometría teórica de un anillo segmentado, en el que estas líneas tienen direcciones que convergen en el centro del array. Esta deformación es más evidente para los elementos más interiores, los cuales se asemejan más a un sector circular que a un segmento anular.

En nuestro modelo teórico se han considerado segmentos de anillo manteniendo las medidas de los anillos y el área de los elementos de cada anillo (figura 6.7(a)). Pero lógicamente muestra discrepancias respecto al prototipo en la forma del elemento, especialmente en los anillos más interiores. Para evaluar de qué forma esto incide sobre nuestros resultados se ha medido el campo que producen los elementos de los dos anillos más interiores tanto experimentalmente como por simulación (figura 6.7(b)-(c)).

Los resultados muestran que las mayores discrepancias se producen en los elementos del anillo interior como se había supuesto. Las medidas experimentales muestran diferencias respecto a la simulación especialmente en la amplitud de los lóbulos secundarios que son más bajos que en las simulaciones. El elemento interior además presenta una sombra probablemente producida por la pista que conecta al elemento que no ha sido correctamente aislada. El elemento intermedio, al ser más grande presenta una estructura de lóbulos secundarios más clara, que a su vez es perfectamente identificable en las medidas experimentales.

Sobre la amplitud de radiación de los elementos, para completar el modelo teórico hay que determinar las diferencias que debidas a los problemas de fabricación se producen en la amplitud de vibración de los elementos. En este sentido se ha medido la amplitud con que radian los elementos del anillo exterior, sobre el que principalmente centraremos la experimentación.

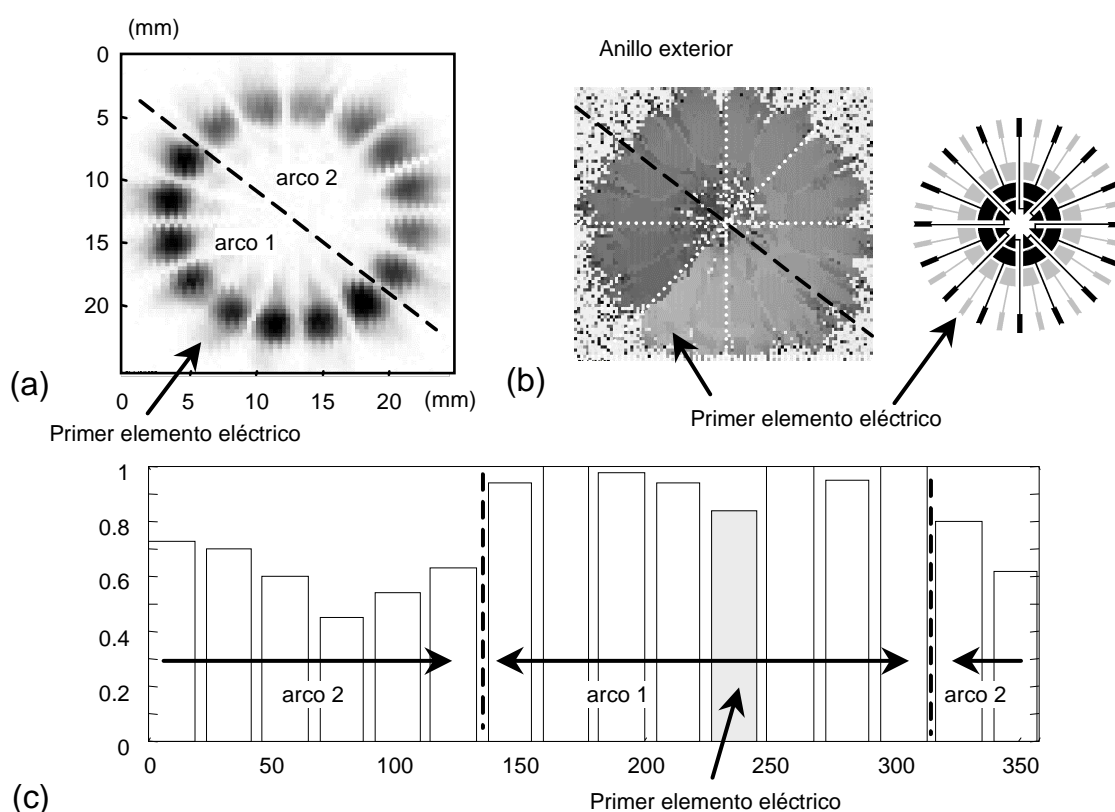
Con el objeto de reducir las interferencias entre los elementos, se colocó el hidrófono a



**Figura 6.7 :** (a) Prototipo del AAS1 y el modelo empleado en las simulaciones. (b) Campo ultrasónico (clase C) producido por un elemento del anillo interior (izq. experimental, der. real) en el espacio rectangular  $x_x = -8 : 0.3 : 8mm$ ,  $x_y = 10 : 0.3 : -10mm$ ,  $x_z = 3mm$ . (c) Campo ultrasónico producido por un elemento del anillo medio (izq. experimental, der. real), clase C sobre el mismo espacio rectangular.

una distancia de  $5mm$  de la superficie del transductor (campo relativamente cercano) y además se generó una secuencia de retardos entre elementos de  $200ns$ . En un barrido de clase C de la apertura, el máximo de la ventana temporal que comprende a todos los elementos será el correspondiente al elemento enfrentado al hidrófono, lo que permite obtener una medida de la amplitud con que radia cada elemento. Los resultados se presentan en la figura 6.8. Si el disparo de los elementos fuera simultáneo, la interferencia entre elementos cambiaría sustancialmente las medidas.

El campo de presiones obtenido (figura 6.8(a)) muestra que los elementos radian con distinta intensidad, distinguiéndose dos zonas diferenciadas que están señaladas en la figura como *arco 1* (elementos cuya intensidad está por encima del 80% del máximo) y *arco 2* (elementos cuya intensidad es más baja, variando entre el 45% y el 80% del máximo). Una inspección visual,



**Figura 6.8 :** Evaluación de la capacidad de radiación de los elementos del anillo exterior (a) Presión acústica producida por cada elemento. (b) Orden de disparo de los elementos. (c) máscara de apodización que simula las diferencias de radiación entre los elementos.

mostró que la pérdida de intensidad en los elementos de *arco 2* puede ser debida a una pérdida de metalización de las masas del array. A partir de estos resultados elaboramos una máscara de apodización que será utilizada en las simulaciones.

Debido a la temporización dada a los elementos, examinando la representación de la posición temporal del máximo (clase D de la figura 6.8(b)) podemos determinar de forma sencilla la posición del primer elemento eléctrico y el correcto conexionado de los elementos del anillo.

### 6.4.3 Medidas de campo acústico

Se han realizado medidas 2D y 3D del campo irradiado por los distintos anillos del array, que se comentan a continuación.

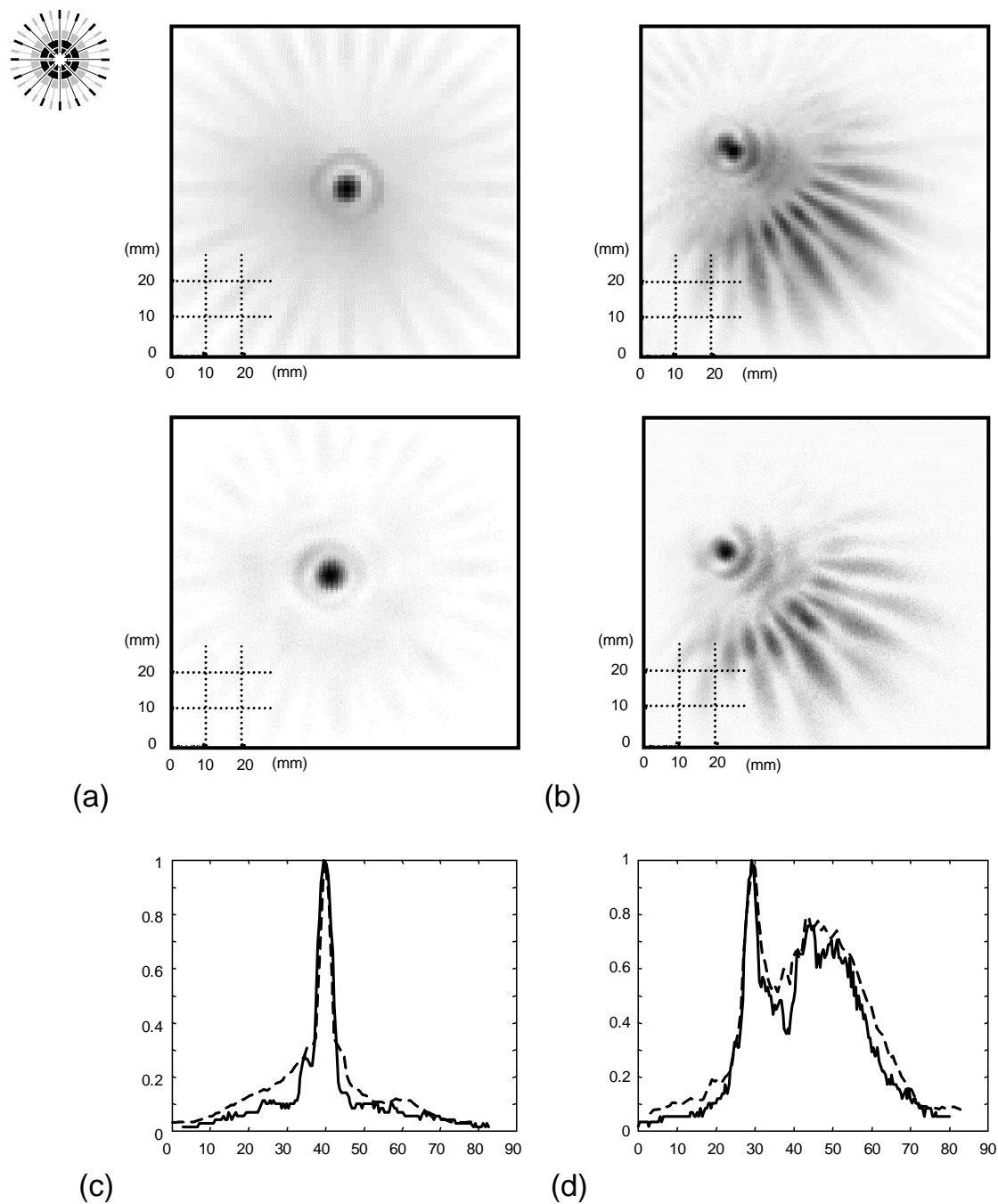
## ■ Campo producido por el anillo exterior. Resultados en clase C

La figura 6.9 muestra el campo ultrasónico en clase C producido por el anillo exterior a una distancia  $x_z = 140mm$ . Se han considerado los casos de radiación normal a la apertura (figura 6.9(a)) y la deflexión en la dirección  $\vec{x}^F (x_\theta^F = 10^\circ, x_\phi^F = 135^\circ)$  (figura 6.9(b)). En la figura junto a los resultados experimentales (izquierda) se muestran los resultados de las simulaciones (derecha).

Lo primero que hay que destacar es que en ambos casos, tanto en los resultados experimentales como en las simulaciones, el campo presenta una estructura muy parecida. Las diferencias relativas entre la medida y la simulación en el nivel de presión de que alcanzan los diferentes elementos del campo (lóbulos de rejilla, lóbulos secundarios, etc.), viene dadas por la representación del máximo de cada línea vertical. En general el campo simulado presenta unos niveles fondo ruido de mayor intensidad que la experimentación,  $-20dB$  para la simulación y  $-25dB$  para la experimentación. En cambio los lóbulos secundarios y de rejilla correspondientes a los resultados experimentales son muy similares a las simulaciones.

Las proyecciones del campo de presiones sobre el eje Y de ambos resultados muestran cómo, aunque el fondo de señal de la simulación es superior al obtenido en la experimentación, la resolución del haz principal, la posición y los niveles de los lóbulos de rejilla y secundarios correspondientes a ambos resultados coinciden.

En la figura 6.10(a) se muestra una serie de medidas experimentales en clase C, obtenidas a distintas profundidades donde se observa, cómo el campo se va formando para  $x_\theta^F = -10^\circ$  y  $x_\phi^F = 0^\circ$ . En el campo cercano de la apertura se localizan una serie de lóbulos formados por los elementos que describen un patrón de pétalos. Conforme nos alejamos en profundidad de la apertura el haz principal se separa del resto de los lóbulos de rejilla, los cuales se distribuyen en dirección opuesta al haz, abriendo su posición de tal forma que mantienen un ángulo de desviación constante respecto al haz principal para todas las profundidades. Debido a las características geométricas de la apertura, los lóbulos de rejilla mantienen un nivel de presión importante (tan sólo 2 o 3dB por debajo del haz principal). Los lóbulos secundarios se



**Figura 6.9 :** Campo en clase C producido por el anillo exterior en  $x_z = 140\text{mm}$  con deflexión (a)  $x_\theta^F = 0^\circ$ , (b)  $x_\theta^F = 10^\circ$  y  $x_\phi^F = 135^\circ$  (abajo resultados experimentales, arriba simulación). (c) Proyección de los niveles máximos de presión en el eje Y para  $x_\theta^F = 0^\circ$ , experimental (-) y simulación ( $\cdots$ ). (d) Proyección de los niveles máximos de presión en el eje Y para  $x_\theta^F = 10^\circ$  y  $x_\phi^F = 135^\circ$ , experimental (-) y simulación (-).



distribuyen alrededor del foco, manteniendo su distancia angular constante con la profundidad, pero presentando una estructura alrededor del haz más asimétrica de lo que cabría de esperar debido a que no todos los elementos radian con igual intensidad.

En la figura 6.10(c) observamos una imagen en clase B, emitiendo el array en las condiciones anteriormente descritas. El haz aparece perfectamente formado a partir de  $x_z = 30mm$  y los lóbulos de rejilla se mantienen a la misma distancia angular en todo momento a partir de esa profundidad. Contrastando estos resultados con la simulación (figura 6.10(b)), se puede decir que ambas imágenes son similares, si bien en campo cercano los resultados experimentales proporcionan valores mayores debido a un exceso de ganancia que satura la señal en los puntos próximos al transductor.

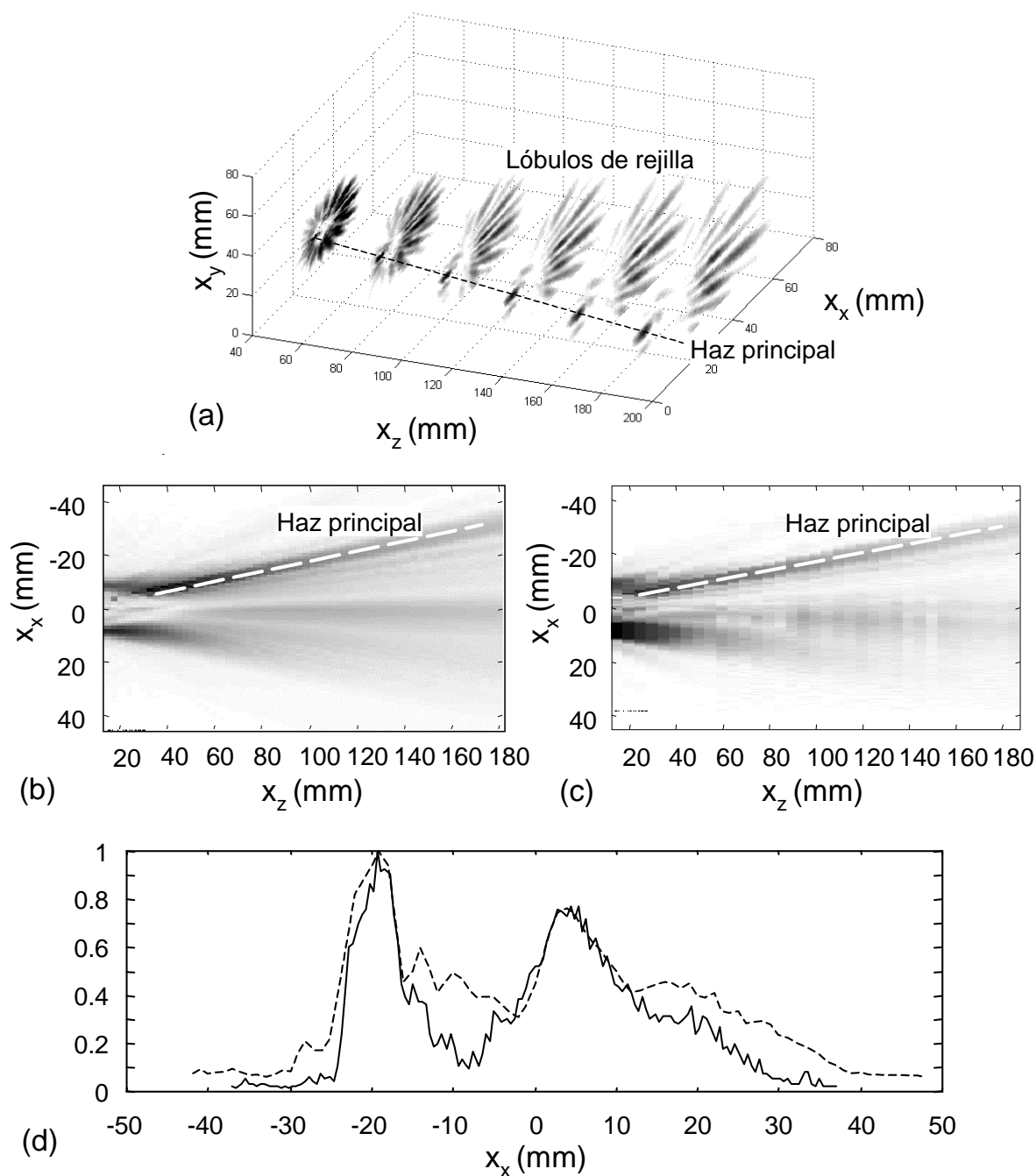
En la figura 6.10(d) se muestra un corte de ambos resultados obtenido para  $x_z = 120mm$ . Ambas curvas son coincidentes tanto en lo que se refiere a su lóbulo principal (situado en  $x_x = -20mm$ ), como en cuanto a la forma, posición y el nivel alcanzado por su lóbulo de rejilla (en  $x_x = 5mm$  a  $-2.5dB$  del lóbulo principal). Las principales diferencias se centran en los lóbulos secundarios ( $-4.5$  para la simulación y  $-7$  para los resultados experimentales), y en el nivel de fondo de ruido que alcanza el campo (siendo la simulación aproximadamente  $-20dB$  y los resultados experimentales de  $-25dB$ ).

La coincidencia de los resultados entre las curvas experimentales y las simuladas, al menos en lo que los aspectos fundamentales del campo se refiere, ratifican la validez de los resultados de nuestros algoritmos de cálculo del campo ultrasónico.

### ■ Campo creado por el anillo interior y medio

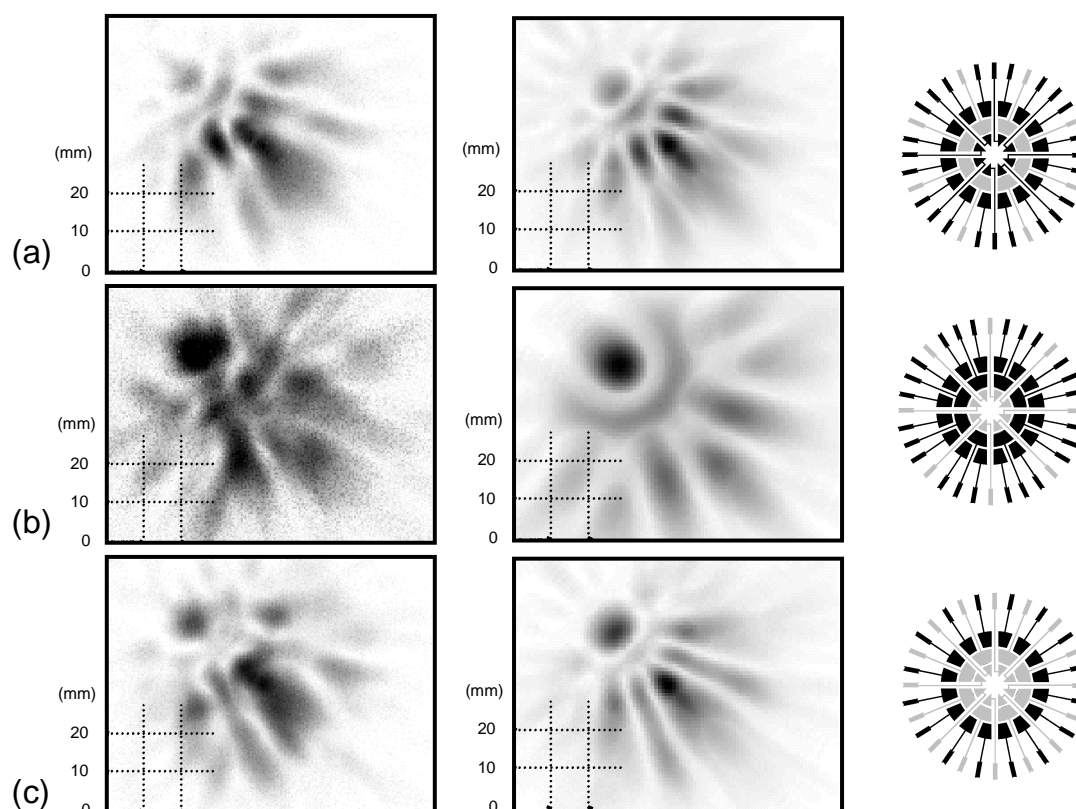
La figura 6.11 presenta los resultados de deflectar el haz en la dirección  $\vec{x}^F = 10^\circ$  el anillo medio del array (figura 6.11(a)), el anillo interior (figura 6.11(b)) y el array interior formado por la combinación de ambos anillos (figura 6.11(c)).

Respecto a los resultados obtenidos para el anillo medio puede decirse que ambas imágenes muestren una estructura similar, con un nivel de fondo de ruido en trono a  $-25dB$  y unos lóbulos



**Figura 6.10 :** (a) Secuencia de cortes en clase C que muestra la formación del campo para una focalización de  $x_\theta^F = -10^\circ$  y  $x_\phi^F = 0^\circ$ . (b) Simulación y (c) resultados experimentales en clase B, para la misma focalización. (d) Corte del campo para  $x_z = 120$  mm, resultados experimentales (-) y simulación (- -).

de secundarios y de rejilla con similar nivel de amplitud, en torno  $2dB$  y  $6dB$  por encima del foco respectivamente (los resultados experimentales un  $1dB$  por debajo de las simulaciones).



**Figura 6.11 :** Campo en clase C en  $x_z = 140mm$  con deflexión  $x_\theta^F = 10^\circ$  y  $x_\phi^F = 135^\circ$ , producido por las configuraciones: (a) anillo medio, (b) anillo interior, (c) anillos interior y medio combinados. (izquierda resultados experimentales, derecha simulación).

Las mismas conclusiones pueden extraerse para el anillo interior. Ambas imágenes presentan una estructura semejante, más definida en el caso de las simulaciones, con un fondo de ruido en torno a  $-20dB$  y con unos lóbulos de rejilla y secundarios de un nivel parecido ( $-5dB$  para ambos lóbulos).

Cuando ambos anillos actúan simultáneamente las gráficas correspondientes a la simulación y experimentación, mantienen la misma estructura. En ambos casos los lóbulos de rejilla se encuentran por encima del foco ( $3dB$  para el campo simulado y  $2dB$  para las medidas experimentales). Hay que hacer notar que en los resultados experimentales este nivel se mantiene sobre una región más extensa que la correspondiente a las simulaciones y da a los lóbulos un aspecto más ancho, pero manteniendo la estructura. Mientras que en la simulación es el lóbulo principal quien parece ligeramente más ancho que en los resultados experimentales.



---

## Capítulo 7

---

---

# Resultados, conclusiones y líneas de futuro

---

Exceptuando el primer capítulo, donde se han expuesto los aspectos básicos de la teoría de difracción, en el resto de los capítulos encontramos aportaciones propias. A modo de conclusiones vamos a hacer un pequeño resumen de aquellas aportaciones que consideramos más fundamentales y de las líneas de futuro que pueden derivarse de este trabajo.

- En primer lugar se ha elaborado un conjunto de herramientas, basadas en la respuesta al impulso, que permiten calcular el campo de ultrasónico producido por un array de anillos segmentados (AAS) en un punto arbitrario del espacio, capaces de aceptar cualquier perfil de lente acústica, onda de excitación y función de apodización. En este sentido, se ha desarrollado un método que obtiene una expresión analítica exacta para la respuesta al impulso de un transductor plano de perfil complejo, cuyos lados están formados por arcos de circunferencias y segmentos rectos. Como caso particular se ha presentado una

expresión analítica de la respuesta al impulso de un sector anular, componente básico de los AAS. La solución presentada ha mostrado ser computacionalmente más eficiente que otras soluciones elaboradas a partir de otros métodos.

- Con ánimo de reducir el coste computacional de la solución exacta, se han desarrollado también distintos algoritmos aproximados, basados en sustituir el sector anular por un elemento rectangular equivalente (misma área y relación de aspecto). Los errores cometidos al usar estas aproximaciones disminuyen cuando los elementos del array son más pequeños y cuando su relación de aspecto se aproxima más a la unidad. En cambio, son más grandes en la zona anterior al plano focal y al incrementar el ángulo de deflexión. Las aproximaciones han ofrecido resultados tales que permiten su uso para una estimación cualitativa del campo acústico, mientras que su tiempo de computación llega a ser 50 veces inferior al método exacto. En líneas generales, la aproximación que modela la respuesta al impulso de los elementos por funciones trapezoidales (AFT) es la que produce una distribución de errores más uniforme en condiciones de banda ancha y para diferentes ángulos de deflexión.
- Por primera vez se ha presentado un análisis detallado del campo ultrasónico irradiado por este tipo de aperturas. Para el análisis nos hemos ayudado de la respuesta al impulso, y más concretamente, de la distribución temporal de las respuestas impulsivas de los elementos. Por este método se han definido dos conceptos útiles para el análisis del campo con deflexión: (a) La apertura virtual que se forma proyectando la apertura real sobre un plano perpendicular a la dirección de deflexión, (b) El cono de focalización, donde está concentrado el campo de mayor intensidad, que se obtiene uniendo la apertura virtual con el foco. En el análisis también se ha usado la aproximación clásica, basada en considerar el campo formado por elementos puntuales vibrantes, y modulando espacialmente la amplitud del campo por el patrón 2D de radiación del elemento. En nuestro caso, el anillo segmentado ha sido aproximado a un rectángulo de misma área y relación de aspecto. Usando esta aproximación nos ha permitido explicar el comportamiento lateral del AAS

en el plano focal, incluyendo los lóbulos secundarios y de rejilla.

- Con la ayuda de cinco aperturas tipo, se ha descrito el campo en condiciones de focalización esférica con deflexión. Los resultados obtenidos muestran que:
  - La forma del haz principal con deflexión viene condicionada por la reducción virtual de la apertura y por la relación de aspecto de los elementos. Este último factor es causante de una deformación del haz dando origen a una falta de simetría axial, que crece cuanto más lejana es la relación de aspecto de la unidad.
  - La posición y amplitud de los lóbulos secundarios están determinados principalmente por la apertura global del array, y en menor medida por su configuración interna. Sin deflexión, los lóbulos muestran simetría radial y alcanzan un nivel de fondo de ruido del orden de  $15 \log \frac{1}{N}$ , donde  $N$  es el número de elementos del array. Con deflexión, cuando los elementos del array son relativamente grandes ( $\text{lado} > 1.5\lambda$ ), el efecto modulador del elemento causa una asimetría entre los lóbulos secundarios a uno y otro lado del lóbulo principal.
  - Los lóbulos de rejilla se distribuyen en tres regiones que son debidas bien al espacio entre elementos en cada anillo, o bien al espaciado entre anillos. La configuración interna del array, y muy especialmente la relación de aspecto, determinan cómo se distribuyen en el espacio estas regiones.
  - Debido a la configuración geométrica de un AAS, el grado de periodicidad entre sus elementos es limitado por lo que no todos los elementos colaboran en la formación de los lóbulos de rejilla. Se ha desarrollado un método para estimar la amplitud de los lóbulos de rejilla en banda estrecha, basado en aplicar un factor a la estimación clásica para un array lineal, el cual depende del grado de periodicidad espacial de los elementos del AAS.
- A partir de los resultados anteriores, nos hemos centrado en las aperturas no regulares para elaborar una serie de normas de diseño de AAS, que permitan obtener un campo

ultrasónico de buena calidad, implicando al mismo tiempo un número reducido de elementos en el array. En este sentido, se han alcanzado las siguientes conclusiones:

- Los arrays cuyos elementos tienen una relación de aspecto ligeramente menor que uno (p.e. 0.8) producen lóbulos de rejilla con menor intensidad.
  - Cuando el tamaño de los elementos es grande (p.e.  $lado > 1.5\lambda$ ) ligeras reducciones en su tamaño, manteniendo la distribución de los elementos, pueden mejorar las características del campo (alejando del foco los mínimos que se producen por el efecto modulador de los elementos), sin que esto implique una reducción significativa del nivel de presión emitido.
  - También se ha visto que aumentar la relación entre diámetros incrementa la resolución lateral y reduce los lóbulos de rejilla, lo que produce una mejor distribución de los recursos electrónicos. En cambio, aumenta el nivel de los lóbulos secundarios.
  - Aumentar el número de elementos en la apertura reduce el porcentaje de elementos que colaboran a la formación de los lóbulos de rejilla, y por tanto, reduce el nivel de dichos lóbulos. En este sentido, es posible llegar fácilmente a porcentajes del 15% con un número de elementos asumible por la tecnología actual (p.e. 300 elementos). Para superar este umbral se requiere un aumento significativo del número de elementos en el transductor.
  - Usando las reglas anteriores, se ha comprobado que es posible diseñar AAS con elementos de tamaño relativamente grande ( $1.5\lambda$ ), y obtener un nivel de lóbulos de rejilla inferior a -30dB en pulso-eco, usando aperturas de 128 elementos.
- Al comparar los resultados de campo de un AAS con los producidos por un array matricial cuadrado en condiciones equivalentes, se ha comprobado que los primeros presentan niveles más bajos tanto en cuanto a los lóbulos secundarios como a los lóbulos de rejilla. Concretamente, para onda continua y pulso eco, los lóbulos de rejilla de un AAS pueden resultar -40dB respecto a los de un array matricial. Para excitación de banda ancha, esta



diferencia se reduce a -26dB también a favor de los AAS. Por tanto, los AAS constituyen una alternativa viable al empleo de arrays matriciales para la generación de imagen 3D, tanto en lo que respecta a la calidad del campo como al número de recursos que este tipo de aperturas requiere.

Un resultado colateral de este trabajo ha sido que se han iniciado las investigaciones (por parte de otro equipo del Instituto de Acústica del CSIC) para fabricar este tipo de arrays que no existen en el mercado. En este sentido, hemos dispuesto de un prototipo con 32 elementos que, a pesar de que no es el más adecuado para obtener un campo de calidad, nos ha permitido realizar pruebas experimentales para validar los modelos desarrollados en esta tesis.

Respecto a los trabajos futuros que se derivan de esta tesis podemos destacar los siguientes:

- Avanzar en el estudio de arrays de anillos segmentados, planteando otros modelos geométricos que incrementen la diversidad espacial (p.e. variando el espesor de los anillos, o el tamaño de los elementos de un anillo, etc.).
- Desarrollar métodos para optimizar la calidad del campo ultrasónico minimizando al mismo tiempo el número de elementos de la apertura. La optimización se refiere tanto a la geometría de la apertura como a las condiciones de radiación (p.e. usando filtros espaciales de apodización, etc.)
- Extender el uso de lentes con deflexión a otras diferentes a la focalización esférica (p.e. cónica, toroidal, etc.).
- Aplicar otros modelos de cálculo del campo ultrasónico a este tipo de aperturas. Por ejemplo, aplicar modelos basados en el *angular spectrum* para estudiar la propagación en sólidos y materiales con interfases.
- Desarrollar y perfeccionar métodos de fabricación de arrays con alta densidad de elementos. Más concretamente, desarrollar nuevos métodos para fabricar AAS, los cuales aún no están siendo comercializados.

- Diseñar nuevos métodos electrónicos para controlar arrays 2D que implican un volumen alto de canales.
- Diseñar nuevos métodos para procesar e interpretar imagen ultrasónica 3D en tiempo real.

---

# Bibliografía

---

---

- [Akh99] M. Akhnak, O. Martínez, L.G. Ullate, y F. Montero. Piezoelectric sectorial 2d array for 3d acoustic imaging. *Euroensors XIII, Proc.*, 1:493–496, 1999.
- [Ala76] P. Alais y M. Fink. Fresnel zone focusing of linear arrays applied to b and c echography. *Acoustical Holography*, 7:509–522, 1976.
- [Apo86] M.T. Apostol. *Calculus*, volumen 2. Ed. reverté, s.a., Barcelona, 1986.
- [Ard81] M. Arditi, F.S. Foster, y J.W. Hunt. Transient fields of concave annular arrays. *Ultrasonic Imaging*, 3:37–61, 1981.
- [Bab84] J.C. Baboux, F. Lakestani, y M. Perdrix. Theoretical and experimental study of the contribution of radial modes to the pulsed ultrasonic field radiated by a thick piezoelectric disk. *J.A.S.A.*, 75(6):1722–1731, 1984.
- [Bal82] C.A. Balanis. *Antenna theory - Analysis and Desing*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1982.
- [Bar81] B.G. Bardsley y D.A. Christensen. Beam patterns from pulsed ultrasonic transducers using linear system theory. *J.A.S.A.*, 69:25–30, 1981.

- [Bar89] Barker. Non linear propagation in pulsed ultrasonic fields. *Ultrason. Internat.* 89, pages 6691–969, 1989.
- [Bea74] W.L. Beaver. Sonic nearfields of a pulsed piston radiator. *J.A.S.A.*, 56(4):1043–1048, 1974.
- [Bru79] C. Bruneel, B. Delannoy, y R. Torguet. Electrical coupling effects in an ultrasonic transducer array. *Ultrasonics*, Nov.:255–260, 1979.
- [Bru82] D. Bruck, M. Fischer, K.J. Langenberg, y V. Schmitz. Comparison of different synthetic aperture reconstruction algorithms. In *IEEE Ultrasonic Symposium*, pages 994–999, 1982.
- [Bru97] S.S. Brunke y G.R. Lockwood. Broad-bandwidth radiation patterns of sparse two-dimensional vernier arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 44(5):1101–1109, 1997.
- [Cha95] N. Chackroun, A. Fink, y F. Wu. Time reversal processing in ultrasonic nondestructive testing. *IEEE Trans. on UFFC*, 42(6):1087–1098, 1995.
- [Cin99] G. Cincotti, G. Cardone, P. Gori, y M. Pappalardo. Efficient transmit beamforming in pulse-echo ultrasonic imaging. *IEEE Trans. on UFFC*, 46(6):1450–1458, 1999.
- [Coc90] A. Cochran, D. Reilly, G. Hayward, y A. McNab. Beam forming in solids using monolithic ultrasonic array. *Proc. IEEE Ultrasonic Symp.*, 1990.
- [Cro97] P. Crombie, P.A.J. Bascom, S.C. Richard, y S.C. Cobbold. Calculating the pulsed response of linear arrays: Accuracy versus computational efficiency. *IEEE Trans. on UFFC*, 44(5):997–1009, 1997.
- [Dav94] R.E. Davidsen, J.A. Jensen, y S.W. Smith. Two-dimensional random arrays for real time volumetric imaging. *Ultrasonic Imaging*, 16:143–163, 1994.
- [Del79] B. Delannoy, H. Lasota, C. Bruneel, R. Torguet, y E. Bridoux. The infinite planar baffles problem in acoustic radiation and its experimental verification. *J. Appl. Phys.*, 50(8):5189–5195, 1979.

- [Den85] N. Denisenko, G. Scarano, M. Matteucci, y M. Pappalardo. An approximate solution of the transient acoustic field. *IEEE, T. Son. Ultrason.*, 32(6):821–827, 1985.
- [DH81] J.P. Do-Huu y P. Hartemann. Annular array transducer for deep acoustic hyperthermia. In *Ultrasonic Symposium*, pages 705–710, 1981.
- [Die79] D.R. Dietz, S.I. Parks, y M. Linzer. Expanding-aperture annular array. *Ultrasonic Imaging*, 1(1):56–75, 1979.
- [Due80] A.J. Duerinckx. Matched gaussian apodization of pulsed acoustic phased arrays. *Acoustic Imaging*, 9:445–492, 1980.
- [Due81] A.J. Duerinckx. Modeling wavefronts from acoustic phased arrays by computer. *IEEE Trans. on Biomedical Engineering*, 28(2):221–234, 1981.
- [Dur87] J. Durnin, J.J. Miceli, y J.H. Eberly. Diffraction-free beams. *Physical Review Letters*, 58(15):1499–1501, 1987.
- [Fau94] P. Faure, D. Cathignol, y J.Y. Chapelon. Diffraction impulse response of arbitrary polygon plane transducers. *Acta Acustica*, 2:257–263, 1994.
- [Fji97] T. Fjield y K. Hynynen. The combined concentric-ring and sector-vortex phased array for mri guided ultrasound surgery. *IEEE Trans. on UFFC*, 44(5):1157–1167, 1997.
- [Fle82] J. Fleming. An experimental investigation of the cross-coupling between elements of an acoustic imaging array transducer. *Ultrasonic Imaging*, 4:44–55, 1982.
- [Fox79] D.R. Fox y R.E. Reilly. A two-dimensional phased array with an extended depth of focus: some preliminary results. *Acoustical imaging: visualization and characterization*, 9:381–390, 1979.
- [Fre70] A. Freedman. Transient fields of acoustic radiators. *J.A.S.A.*, 48(1-2):135–138, 1970.

- [Fri95] C. Fritsch, T. Sanchez, J.J. Anaya, A. Ibañez, L.G. Ullate, M. Parrilla, y M.A.G Izquierdo. A pipelined architecture for high speed automated nde. In *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 833–836, 1995.
- [Gie92] J.J. Giesey, P.L. Carson, W.F. Dale, y C.R. Meyer. Speckle reduction in pulse-echo ultrasonic imaging using a two-dimensional receiving array. *IEEE Trans. on UFFC*, 39(2):167–173, 1992.
- [God97] L.C. Godara. Application of antenna arrays to mobile communications, part ii: Beam-forming and direction-of-arrival considerations. *Proceedings of the IEEE*, 85(8), 1997.
- [Goo68] J.W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. Physical and Quantum Electronics series. McGraw-Hill, New York, 1968.
- [Guy85] D. Guyomar y J. Powers. Boundary effects on transient radiation fields from vibrating surfaces. *The Journal of the Acoustic Society of America*, 77(3):907–915, 1985.
- [Har81a] G.R. Harris. Review of transient field theory for a baffled planar piston. *The Journal of the Acoustic Society of America*, 70(1):10–20, 1981.
- [Har81b] G.R. Harris. Transient field of a baffled piston having an arbitrary vibration amplitude distribution. *The Journal of the Acoustic Society of America*, 70:186–204, 1981.
- [Har83] G.R. Harris, E.F. Carome, y H.D. Darly. An analysis of pulsed ultrasonic fields as measured by pvdf spot-poled membrane hydrophones. *IEEE Trans. on Son. Ultrasonics*, 30(5):295–303, 1983.
- [Hay79] A.J. Hayman y J.P. Weight. Transmissino and reception of short ultrasonic pulses by circular and square transducers. *J.A.S.A.*, 66(4):945–951, 1979.

- [Hoe83] P.J. Hoen. Influence of component errors on the directivity function of pulsed ultrasonographic linear arrays. *Ultrasonics*, Nov:275–279, 1983.
- [Hol97] S. Holm, B. Elgetn, y G. Dahl. Properties of the beampattern of weight- and layout-optimized sparse arrays. *IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 44(5):983–991, 1997.
- [Hol98] S. Holm. Bessel and conical beams approximation with annular arrays. *IEEE Trans. on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 45(3):712–717, 1998.
- [Hos84] S. Hosseini, S.O. Harrold, y J.M. Reeves. Computer controlled focused ultrasonic transmitting arrays. *IEEE Trans. on Son. Ultras.*, 31(4):432–435, 1984.
- [Hos85] S. Hosseini, S.O. Harrold, y J.M. Reeves. Resolution studies on an electronically focused ultrasonic array. *British Journal of NDT*, Jul.:234–238, 1985.
- [Hut87] D.A. Hutchins, H.D. Mair, y R.G. Taylor. Transient pressure fields of pvdf transducers. *J.A.S.A.*, 82(1):183–192, 1987.
- [Jac85] G. Jacovitti, A. Neri, y G. Scarano. Pulsed response of focused arrays in echographic b-mode systems. *IEEE Trans on Son. and Ultras.*, 32(6):850–860, 1985.
- [Jen92] J.A. Jensen y N.B. Svendsen. Calculation of pressure fields from arbitrarily shaped, apodized, and excited ultrasound transducers. *IEEE Trans. on UFFC*, 39:262–267, 1992.
- [Jen96] J.A. Jensen. Ultrasound fields from triangle apertures. *J.A.S.A.*, 100-4:2049–2056, 1996.
- [Jen97] J.A. Jensen. A new approach to calculating spatial impulse responses. *IEEE International Ultrasonics Symposium - Toronto, Canada*, 1, 1997.
- [Kar98] M. Karaman y M. O'Donnell. Subaperture processing for ultrasonic imaging. *IEEE Trans. on UFFC*, 45(1):126–135, 1998.

- [Kin87] G.S. Kino. *Acoustic waves: devices, imaging, and analog signal processing*. Prentice Hall Inc., 1987.
- [Kra90] J. Krautkramer y H. Krautkramer. *Ultrasonic Testing of Materials*. Ed. Springer-Verlag, 1990.
- [Lan87a] C.T. Lancee, J.M. Vissers, S. Mientki, C.M. Ligtoet, y N. Bom. Influence of amplitude error on beam-steered phased arrays. *Ultrasonics*, 25:147–153, 1987.
- [Lan87b] C.T. Lancee, J.M. Vissers, S. Mientki, C.M. Ligtoet, y N. Bom. Influence of phase errors on beam-steered phased arrays. *Ultrasonics*, 25:154–159, 1987.
- [Lar87] J. Lardies. An optimal broadband constant beamwidth concentric ring array. *Acoustic Letters*, 11(1):5–8, 1987.
- [Lig97] C.M. Ligtoet, J. Ridder, F. Hageneijer, y J.W. Wladimiroff. A dynamically focussed ultrasound system. *Ultrasonics Internatinal*, 1:111–120, 1997.
- [Lig98] E.D. Light, R.E. Davinsen, J.O. Fiering, T.A. Hruschka, y S.W. Smith. Progress in two-dimensional arrays for real-time volumetric imaging. *Ultrasonic Imaging*, 20:1–15, 1998.
- [Loc73] J.C. Lockwood y J.G. Willette. High-speed method for computing the exact solution for the pressure variations in the nearfield of baffled piston. *The Journal of the Acoustic Society of America*, 53(3):735–741, 1973.
- [Loc95] G. Lockwood y F.S. Foster. Desing of sparse array imaging systems. *IEEE Ultrasonic Symposium*, 1:1237–1243, 1995.
- [Loc97] G. Lockwood y F.S. Foster. Optimizing the radiation pattern of sparse periodic two dimensional arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 43(1):15–19, 1997.
- [Lor93] M. Lorenz, L.F. Van Der Wal, y A.J. Berkhout. Optimization of ultrasonic defect reconstruction with multi-saft. *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*, 12:851–857, 1993.



- [Lu90] J. Lu y J.F. Greenleaf. Ultrasonic nondiffracting transducer for medical imaging. *IEEE Trans. on UFFC*, 37(5):438–447, 1990.
- [Lu94] J. Lu y J.F. Greenleaf. A study of two-dimensional array transducers for limited diffraction beams. *IEEE Trans. on UFFC*, 41(5):724–739, 1994.
- [Lu95] J. Lu y J.F. Greenleaf. Comparison of sidelobes of limited diffraction beams and localized waves. *Acoustical Imaging*, 21:145–152, 1995.
- [Lu99] J. Lu y H. Shiping. High frame rate imaging with a small number of array elements. *IEEE Trans. on UFFC*, 46(6):1416–1421, 1999.
- [Mac76] A. Macovski. *Theory in imaging with arrays*, volumen Acousting Imag., pages 111–126. G.Wade - Plenum Press, New York, 1976.
- [Mac79] A. Macovski. Ultrasonic imaging using arrays. *Proc. IEEE*, 67(4):484–495, 1979.
- [Mac83] A. Macovski. *Medical Imaging*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1983.
- [Mai88] H.D. Mair, L. Bresse, y D.A. Hutchins. Diffraction effects of planar transducers using a numerical expression for edge waves. *J.A.S.A.*, 84(4):1517–1525, 1988.
- [Mar97] O. Martínez, J. Jiménez, M.A.G. Izquierdo, L.G. Ullate, y A. Ibañez. Application of digital signal processing techniques to synthetic aperture focusing technique images. *Patente*, ES 2 136 022, 1997.
- [Mar99] O. Martínez, M. Parrilla, M.A.G. Izquierdo, y L.G. Ullate. Application of digital signal processing techniques to synthetic aperture focusing technique images. *Sensors and Actuators. A - Physical*, 76:448–456, 1999.
- [Mon89] F.R. Montero, A. Ramos, E. Riera, J.L. San Emeterio, J.L. Sanz, y L.G. Ullate. Estudio, diseño y desarrollo de un transductor lineal de banda ancha para uso ecográfico. *XXII Bienal de la R.S.E.F.*, pages 327–328, 1989.

- [Mos87] M. Moshfeghi. Side-lobe suppression for ultrasonic imaging arrays. *Ultrasonics*, 25:323–327, 1987.
- [Nor76] S.J. Norton. *Theory of Acoustic Imaging*. PhD thesis, Stanford U., Stanford Elect. Lab., Dic 1976.
- [Nor92] S.J. Norton. Annular array imaging with full-aperture resolution. *J.A.S.A.*, 92(6):3202–3206, 1992.
- [Ono86] M. Onozawa y Y. Ishii. The industrial application of improved narrow-beam probes for ultrasonic inspection. *British Journal of NDT*, Junary:23–26, 1986.
- [Opp89] A.V. Oppenheim y R.W. Schafer. *Discrete-Time Signal Processing*. Prentice Hall Signal Processing Series. Prentice Hall International, London, 1989.
- [Pap83] M. Pappalardo y N. Denisenko. Description of the pulsed acoustic field of a linear diagnostic ultrasond array using a simple aproximate expression. *Acoustical Imaging*, 13:129, 1983.
- [Pat82] M.S. Patterson y F.S. Foster. Acoustic fields on conical radiators. *IEEE Trans. on UFFC*, 29(2):83–92, 1982.
- [Pet84] D.K. Peterson y G.S. Kino. Real-time digital image reconstruction: A description of image hardware and a analysis of quantization errors. *IEEE, Trans. on Son. Ultrason.*, 13(4):337–351, 1984.
- [Piw89] B. Piwakowski y B. Delannoy. Method for computing spatial pulse response: Time-domain approach. *The Journal of the Acoustic Society of America*, 86(6):2422–2432, 1989.
- [Piw99] B. Piwakowski y S. Khalid. A new approach to calculate the field radiated from arbitrarily structured transducer arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 46(2):422–440, 1999.

- [Pow96a] D.J. Powell y G. Hayward. Flexible ultrasonic transducer for nondestructive evaluation applications- part ii: Performance assessment of different array configurations. *IEEE Trans. on UFFC*, 43(3):393–402, 1996.
- [Pow96b] D.J. Powell y G. Hayward. Flexible ultrasonic transducer for nondestructive evaluation applications- part i: The theoretical model approach. *IEEE Trans. on UFFC*, 43(3):385–391, 1996.
- [Rei96] A. Reilly y G. Hayward. Radiation from segmented annular apertures into solid media. *IEEE Trans. on UFFC*, 43(2):263–269, 1996.
- [Rew93] C.Y. Rew, S.B. Park, y J.B. Ra. Elimination of all grating lobes in ultrasonic synthetic focusing using a linear array. *Electronics letters*, 29(19):1729–1731, 1993.
- [Rie89] E. Riera, A. Ramos, y L.G. Ullate. Use of narrow temporal gates in the measure of transient ultrasonic patterns. *Ultrasonics International*, pages 780–785, 1989.
- [Rob74] D.E. Robinson, S. Lees, y L. Bees. Near field transient radiator patterns for circular pistons. *IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 22(6):395–402, 1974.
- [Sal86] G. Salomonson y B. Mandersson. On ultrasound transducers with curved surfaces for improvement of lateral resolution. *IEEE Trans. on UFFC*, 33(6):740–746, 1986.
- [Sch87] H.P. Schwarz. Development of a divided ring array for three-dimensional beam steering in ultrasonic nondestructive testing. *IEEE Ultrasonics Symposium*, 1:859–861, 1987.
- [Sch98] J.L. Schwartz y B.D. Steinberg. Ultrasparse, ultrawideband arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 45(2):376–393, 1998.
- [Sel80] A.R. Selfridge, G.S. Kino, y B.T. Khuri-Yabug. A theory for the radiation pattern of a narrow strip acoustic transducer. *J. Appl. Phys.*, 37:35–36, 1980.

- [Sle92] M.Z. Sleva y D. Hunt. *Transient Analysis of a PVDF Fresnel Zone Plate*, volumen Ultrasonics Symposium, pages 593–596. IEEE, 1992.
- [Smi91] S.W. Smith, O.T. Von Ramm, y H.G. Pavy. High-speed ultrasound volumetric imaging system - part i: Transducer desing and beam steering. *IEEE Trans. on UFFC*, 38(2):101–108, 1991.
- [Som68] J.C. Somer. Electronic sector scanning for ultrasonic diagnosis. *Ultrasonics*, pages 153–159, 1968.
- [Son89] T.K. Song y B. Park. Optimum focusing in an ultrasonic annular array imaging system using a nonspherical lens. *Ultrasonic Imaging*, 11:197–214, 1989.
- [Ste71] P.R. Stepanishen. Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle. *The Journal of the Acoustic Society of America*, 49(5-2):1629–1638, 1971.
- [Ste72] P.R. Stepanishen. Comments on: Farfield of pulsed rectangular acoustic radiator. *The Journal of the Acoustic Society of America*, 52:434–436, 1972.
- [Ste76] B.D. Steinberg. *Pinciples of Aperture and Array System Design: Including Random and Adaptative Arrays*. Wiley, New York, 1976.
- [Ste91] P.R. Stepanishen, M. Forbes, y S. Letcher. The relationship between the impulse response and the angular spectrum methods to evaluate acoustic transient filed. *J.A.S.A.*, 90(5):2794–2798, 1991.
- [Thu74] F.L. Thurstone. *Electronic beam scanning for ultrasonic diagnosis*. Ultrasonics in Medicine. M. de Vlieger, D.N. White, V.R. McCready, 1974.
- [Tru99] A. Trucco. Thinning and weighting of large planar arrays by simulated annealing. *IEEE Trans. on UFFC*, 46(2):347–355, 1999.
- [Tup69] G.E. Tupholme. Generation of acoustic pulses by baffled pistons. *Mathematika*, 16:209–224, 1969.

- [Tur91] D.H. Turnbull y F.S. Foster. Beam steering with pulsed two-dimensional transducer arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 38(4):320–333, 1991.
- [Tur92] D.H. Turnbull, P.K. Lum, A.T. Kerr, y F.S. Foster. Simulation of b-scan images from two dimensional transducer arrays: Part i - methods and quantitative contrast measurements. *Ultrason. Imaging*, 14:323–243, 1992.
- [Ull90] L.G. Ullate. *Análisis del campo ultrasónico transitorio emitido por arrays lineales sometidos a excitaciones temporales arbitrarias*. PhD thesis, Instituto Católico de Artes e Industria, Universidad Pontificia de Comillas, 1990.
- [Ull92] L.G. Ullate y J.L. San Emeterio. A new algorithm to calculate the transient near-field of ultrasonic phased array. *IEEE Trans. on UFFC*, 39(6):745–753, 1992.
- [Ull96] L.G. Ullate, J.L. San Emeterio, y A. Ramos. Analysis of the ultrasonic field radiated by time delay cylindrically focused linear arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 41(5):749–760, 1996.
- [Vos88] H.C.L. Vos, R. Schepers, y J.A. Vogel. An ultrasonic circular array transducer for pipeline and borehole inspection. *Ultrasonic Symposium*, 1:659–662, 1988.
- [VR74] O.T. Von Ramm y S.W. Smith. Beam steering with linear arrays. *IEEE Trans. on Biom. Eng.*, 30(8):438–452, 1974.
- [VR91] O.T. Von Ramm, S.W. Smith, y H.G. Pavy. High-speed ultrasound volumetric imaging system - part ii: Parallel processing and image display. *IEEE Trans. on UFFC*, 38(2):109–115, 1991.
- [VV88] B.D. Van Veen y K.M. Buckley. Beamforming: A versatile approach to spatial filtering. *IEEE ASSP Magazine*, 5(2):4–24, 1988.
- [Web85] P.K. Weber, R.M. Schmitt, B.D. Tylkowski, y J. Steck. Optimization of random sparse 2d transducer arrays for 3d electronic beam steering and focussing. In *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 1503–1506, 1985.

- [Wey80] A. Weyns. Radiation field calculations of pulsed ultrasonic transducer. *Ultrasonics*, July:183–188, 1980.
- [Wil97] D.G. Wildes, R.Y. Chiao, M.W. Daft, K.W. Rigby, L.S. Smith, y K.E. Thomenius. Elevation performance of 1,25d and 1,5d transducer arrays. *IEEE Trans. on UFFC*, 44(5):1027–1037, 1997.
- [Wri85] J.N. Wright. Resolution issues in medical ultrasound. In *Proc. IEEE Ultrasonics Symposium*, pages 793–799, 1985.
- [Yam82] K. Yamada y H. Shimizu. *Conical and Toroidal Piezoelectric Polymer transducers for long range focusing*, volumen Ultrasonics Symposium, pages 837–840. IEEE, 1982.
- [Yen00] J.T. Yen, J.P. Steinberg, W.S. Stephen, y W. Smith. Sparse 2-d array desing for real time rectilinear volumetric imaging. *IEEE Trans. on UFFC*, 47(1):93–108, 2000.
- [Zem70] J. Zemanek. Beam behavior within the nearfield of a vibrating piston. *J.A.S.A.*, 49(1):181–191, 1970.