

Sur la photoélasticité holographique ¹

par F. de Lamotte, ²

PREMIÈRE PARTIE

UNE CONCEPTION DES BASES DE L'HOLOGRAPHIE

1. Introduction

La découverte par Gabor, en 1948, d'un nouveau domaine de l'interférométrie: l'holographie, apparut vite pleine de promesse. Son développement fut toutefois retardé par le manque de source lumineuse de cohérence suffisante. L'invention du Laser (lumière amplifiée par émission stimulée du rayonnement) par T. H. Maiman, en Amérique, vers 1961, allait être à la base de progrès rapides dans cette technique qui donne lieu actuellement à un nombre considérable d'applications.

L'hologramme est essentiellement un enregistrement photographique qui permet de restituer une onde lumineuse avec ses informations *d'amplitude* et de *phase*.

Une plaque photographique n'est sensible qu'à l'intensité lumineuse et non à la phase. L'information de phase ne peut donc être enregistrée directement, elle doit être *convertie en variation d'intensité*.

On fait dans ce but appel à l'interférométrie: au front d'onde considéré, on en superpose un second, cohérent, appelé front d'onde de référence. Ces deux fronts d'onde donnent naissance dans l'espace à des surfaces d'interférence dont l'intersection par le plan de la plaque est le réseau des franges d'interférence que l'on enregistre et qui constitue l'hologramme.

Les variations spatiales d'amplitude et de phase de l'onde se traduisent ainsi par des variations du contraste des franges et de leurs interfranges. A la prise de l'hologramme, les ondes provenant du sujet ont en quelque sorte été « gelées » dans la position qu'elles occupaient dans l'espace. A la restitution, elles reprendront vie et seront brusquement rendues à la liberté.

Pour restituer, on éclaire convenablement l'hologramme par un faisceau laser, généralement constitué par le faisceau de référence lui-même; cela provoque la restitution de l'onde enregistrée avec toutes ses informations de phase et d'amplitude.

C'est le phénomène de diffraction qui intervient ici.

Lorsqu'on éclaire l'hologramme avec le laser, les franges sombres arrêtent la lumière alors que les claires la laissent passer, mais éclatée par ce filtrage; la lumière se répand dans toutes les directions et, rencontrant celle des zones voisines, interfère avec elle permettant ainsi à l'onde de se reconstituer.

Cette technique interférométrique rend possible la photographie en relief d'un objet à trois dimensions; elle peut s'appliquer aussi bien à des

1. Vu le caractère spécialisé et mathématique de ce sujet, la traduction en espagnol n'a pas semblé nécessaire.

² F. de Lamotte, D^r Sc. au Laboratoire de Photoélasticité de l'Université de Liège. Conférence faite à Cordoba par le Professeur Pirard.

objets opaques (holographie par réflexion et diffusion) qu'à des objets transparents (holographie par transparence et diffusion).

Dans le cadre de l'application à la photoélasticimétrie, nous nous intéresserons ici essentiellement à l'holographie par transparence.

Quand on prend un hologramme d'un objet, par exemple transparent, et que l'on restitue dans des conditions identiques à la prise de vue, objet absent, on voit son image à la place qu'il occupait. Si on a laissé l'objet en place, on voit l'objet et son image qui s'y superpose sans qu'il soit possible de les dissocier.

Si, dans la restitution objet en place, celui-ci a cependant subi une légère modification de position ou d'état physique (mise en charge par exemple) ayant donc pour conséquence un quelconque changement optique par rapport à son état lors de la prise de l'hologramme, il se produit des interférences entre l'image et l'objet; on voit des franges d'interférence sur l'objet, analogues à celles qui se produisent dans un interféromètre de Michelson ou de Mach-Zender.

Ces franges interprètent le changement qui les produit.

C'est une restitution en temps réel qui permet en principe de faire des restitutions cinématographiées. Il ne faut toutefois pas se dissimuler la difficulté de remise en place rigoureuse de la plaque développée et d'éviter les vibrations qui accompagnent normalement la production d'une modification comme une mise en charge, par exemple.

Le même résultat peut être atteint par un seul hologramme pris en deux expositions: une avec l'objet dans le premier état, une seconde avec l'objet dans l'état modifié.

La plaque développée après les deux expositions sur la même plaque, et se succédant dans le temps de peu ou de beaucoup, constitue l'hologramme. Lors de la restitution de celui-ci, modèle absent, on voit l'image enrichie de franges d'interférence qui dépeignent la différence entre les deux états.

La restitution de l'image ne se « préoccupe » pas du temps qui s'est écoulé entre les événements que l'hologramme a enregistrés en deux prises de vue. Le résultat est le même qu'ils soient simultanés ou qu'ils se suivent. La restitution est unique et simultanée et traduit les interférences caractéristiques du changement d'état.

Un hologramme peut ainsi « se souvenir » et mettre en évidence le changement provoqué par la mise en charge d'un modèle par exemple, c'est-à-dire l'effet photoélastique qui se compose de la biréfringence accidentelle et de la dilatation transversale.

2. Interprétation géométrique simplifiée de l'holographie

Nous nous basons dans ce qui suit sur le théorème de la reproduction des familles par moirage énoncé par Monsieur le Professeur Pirard en 1960¹.

Ce théorème montre que si un réseau de franges appelé a (a désignant aussi l'ordre de ses franges) moirant avec un réseau b donne un moiré soustractif appelé c , ce qui s'écrit

$$a - b = c$$

on en tire $a - c = b$ et $b + c = a$ ce qui indique que le moiré soustractif de a et c reproduit le réseau b , et que le moiré additif de b et c reproduit le réseau a .

1. *Considérations sur la méthode du moiré en Photoélasticité* — A. PIRARD, R.U.M. Liège ; n° 4, 1960 pp. 177 à 200.

Dans les combinaisons de la reproduction, il y a toujours dans ce cas deux moirés soustractifs et un additif et il est à noter que si ce sont les franges noires des réseaux a et b qui sont numérotées au départ, les ordres c entiers correspondent à des franges blanches et inversement. En fait, ce sont bien les *familles* qui se reproduisent indépendamment de cette particularité. Les ordres peuvent aussi être écrits de manière conventionnelle sans rien changer au théorème de la reproduction des familles.

Comme il existe, on le conçoit, une réelle analogie entre les franges de moiré et celle d'interférence, ce théorème fournit l'interprétation géométrique la plus simple et la plus fondamentalement dépouillée de l'holographie.

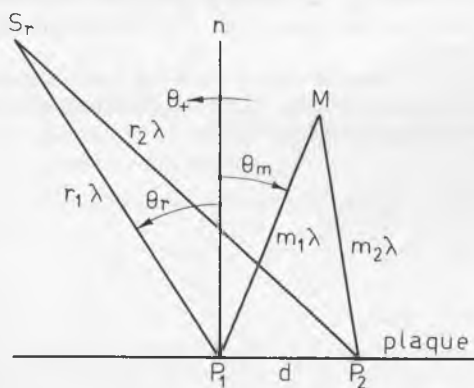


FIG. 1.

Nous considérons la figure 1 où la plaque photographique est représentée par sa trace projection. S_r est le foyer de la lentille qui diverge le faisceau de référence et M un point du modèle transparent. Il est à remarquer que cette figure est irréalisable à une échelle correcte; c'est ainsi que la distance P_1P_2 qui va être définie est comparable à une longueur d'onde alors que les distances S_rP_1 et MP_1 qui valent $r_1\lambda$ et $m_1\lambda$, donc qui seront exprimées en multiples de longueur d'onde, sont comparables au mètre. Dès lors les points S_r et M devraient être situés extrêmement loin. Cela oblige à analyser l'importance relative des termes que l'on obtient dans les équations géométriques retirées de cette figure.

P_1 est un point quelconque de la plaque, par exemple assez central; P_1n est la normale à la plaque. C'est à partir de celle-ci que les angles θ sont comptés, positivement vers la gauche comme indiqué.

Les distances du point S_r et du point M aux points de la plaque sont respectivement des r et des m en multiples de longueur d'onde. Toutes les lignes de la figure sont situées dans le même plan horizontal.

Si, à l'instant t l'onde de référence en S_r est $a \cos \omega t$, l'équation de l'onde en un point quelconque de la plaque est

$$a \cos(\omega t - 2\pi r)$$

Quant à l'onde active venant de M , si on néglige un déphasage initial ϕ éventuel, ce qui n'a aucune espèce d'importance dans le domaine des *familles*, elle s'écrit, arrivée au même point de la plaque

$$b \cos(\omega t - 2\pi m)$$

L'interférence de ces deux ondes créera sur la plaque une intensité

$$I_p = a^2 + b^2 + 2ab \cos 2\pi(m - r) \quad (1)$$

provoquant la « gravure sur plaque ».

Définition du réseau potentiel d'une source

On considère la source lumineuse ponctuelle S_r de la figure 1 qui est reprise figure 2; monochromatique λ , elle envoie dans l'espace des surfaces d'ondes sphériques, toutes centrées sur S_r et équidistantes de λ pour être en phase.

Si on imagine qu'à un instant donné cet ensemble d'ondes sphériques est « figé », son intersection avec un plan, celui de la plaque holographique en l'occurrence, se compose d'une famille de cercles de même centre O_1 , d'ailleurs non équidistants, que nous définissons comme étant le « réseau potentiel » de la source S_r . Ce réseau potentiel n'est enregistrable en tant que tel mais peut être représenté géométriquement sans aucune équivoque.

Tout point M d'un modèle éclairé peut lui aussi être considéré comme une source lumineuse et on peut donc lui associer un réseau potentiel semblable à celui défini pour la source S_r .

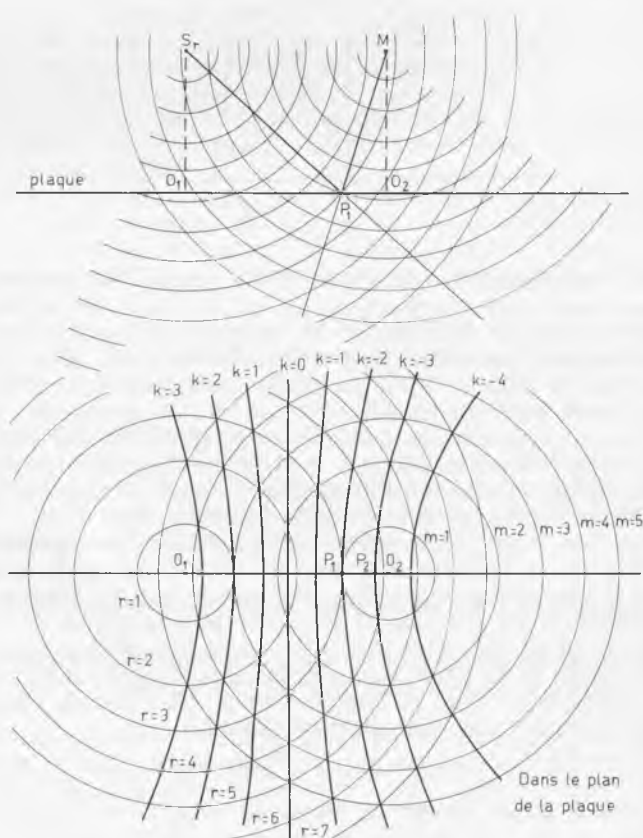


FIG. 2.

La figure 2 montre ces cercles dans le plan de la plaque; pour S_r , ils sont numérotés $r = 1, 2, 3 \dots$ et pour M , $m = 1, 2, 3$ en continuité mais en donnant le numéro un de manière conventionnelle à une courbe quelconque choisie dans chaque réseau.

La gravure sur plaque est un moiré

Alors que les deux réseaux potentiels ne sont représentables que géométriquement et à un instant donné, les interférences spatiales des deux trains d'ondes sphériques créent des surfaces fixes et permanentes d'égale intensité lumineuse. L'intersection de ces surfaces d'interférence par le plan de la plaque est donc un réseau physique enregistré et que nous appelons la gravure sur plaque.

La formule (1) montre que les lieux des points de la plaque où l'intensité est constante sont caractérisés par $m - r = \text{constante}$ et, notamment, ceux correspondant à des maxima de I_p par

$$m - r = k \quad (2)$$

où k est entier.

On voit ainsi, équation (2), que le réseau des franges de la gravure sur plaque est en fait le moiré soustractif des deux réseaux potentiels que nous avons définis.

L'équation (2) ci-dessus est en quelque sorte symbolique de la prise de l'hologramme.

Restitution

Lors de la restitution, l'hologramme présente le réseau k matérialisé. Même si le développement de la plaque inverse les noirs et les blancs, c'est encore la famille k dont les courbes successives sont numérotées $k = 1, 2, 3, \dots$ comme sur la figure 2, de manière conventionnelle. Toutefois, ces franges sur plaque sont un peu comme l'ombre d'une échelle sur le plancher et, sur cette ombre, on ne peut déceler dans quel sens l'échelle monte. Les franges k ne peuvent « se souvenir » des sens de croissance qui les ont provoquées et qui conditionnent le leur. Indépendamment de l'épaisseur de l'émulsion dont nous parlerons plus loin, c'est devenu un phénomène plan!

Le sens de croissance vrai de la figure 2, que nous notons k est perdu; le sens *inverse* sera noté k' ; d'une frange à la suivante il y a un $\Delta k = -\Delta k'$.

Si nous imaginons tout d'abord le cas simple où on éclaire la plaque par une source qui est précisément au point S_r de la figure 2, le réseau potentiel de S_r , soit les cercles r , peut être tracé géométriquement sur la plaque et est exactement celui de la figure 2.

Conformément au théorème de la reproduction des familles par moirage, quand ce sont les réseaux r et k qui sont mis en présence, la relation (2) donne le moiré

$$r + k = m$$

soit le réseau potentiel de M .

Or, de même que le train d'ondes des sphères équidistantes de λ et centrées sur M , à la prise de vue, conduisait au réseau potentiel m sur la plaque, la présence du réseau potentiel à la restitution, quoique dans le plan de la plaque, est liée à l'existence du train d'onde de M par le mécanisme de la diffraction que nous figurerons géométriquement plus loin. Il en résulte que si on aboutit au réseau potentiel m , on verra en M une image I de M qui est appelée l'image directe.

Mais la source S_r se trouve aussi en présence du réseau k' . La famille reproduite sera alors

$$r + k' = m'$$

et le réseau potentiel m' n'est plus du tout le réseau m . En fait, ses lignes sont données par les autres diagonales des mailles r, k .

On obtient ainsi un réseau potentiel auquel correspond dans l'espace un train d'onde qui montrera une image I' , appelée l'image conjuguée, dans une tout autre direction. Il est à noter toutefois que cette image I' , que l'on voit très bien dans certains cas, n'est pas une image parfaite car le réseau potentiel m' n'est plus constitué de cercles parfaits, les surfaces d'onde qui leur correspondent ne sont plus des sphères parfaites et leur centre n'est plus un point précis mais un petit nuage.

Il est clair qu'avec une source de restitution $S_R \neq S_r$, le réseau potentiel R de cette nouvelle source, mis en présence de la gravure sur plaque, donnera lieu à

$$R + k = i \quad (\text{une image directe non parfaite})$$

$$R + k' = i' \quad (\text{une image conjuguée non parfaite}).$$

La gravure sur plaque, donnée par le I_p de la formule (1), dans laquelle on remplace $m - r$ par k , soit

$$I_p = a^2 + b^2 + 2ab \cos 2\pi k$$

bien que possédant un terme modulé par k , est « morte et figée ».

Un faisceau de restitution quelconque, par exemple $\cos \Omega t$, Ω étant la pulsation du laser utilisé, tombe sur la plaque et y est diffracté.

On peut associer à l'onde de restitution un réseau potentiel qui se superposera à la gravure sur plaque k et le théorème de la reproduction des familles par moirage permet d'écrire

$$\Omega t + 2\pi k = 2\pi i$$

à partir des relations ci-dessus.

La vibration restituée aura alors pour équation

$$V_r = 2ab \cos(\Omega t + 2\pi k)$$

soit la seule partie de I_p modulée par k dans laquelle on remplace $2\pi k$ par

$$\Omega t + 2\pi k$$

L'intensité observée est alors celle de V_r , soit dans ce cas

$$I_R = 4a^2b^2.$$

3. Géométrie de la restitution par diffraction

Nous avons vu, dans ce qui précède, que la restitution en holographie était une simple application du théorème de la reproduction des familles par moirage et que, si la prise de vue donnait sur la plaque le réseau k comme moiré soustractif des réseaux potentiels modèle-référence

$$m - r = k$$

on avait de droit, à la restitution

$$\begin{aligned} R + k &= i \\ R + k' &= i' \end{aligned} \quad (3)$$

Nous avons également énoncé que l'existence d'un réseau potentiel sur la plaque était liée à celle du train d'onde dans l'espace par la voie

A la restitution, on éclaire la plaque par une source S_R et tous les points des franges k deviennent des centres de diffraction et émettent des trains d'ondes sphériques centrés sur eux. Il est facile et suffisant de ne travailler que sur les points P_1 et P_2 mais on doit comprendre que parmi toutes les ondelettes sphériques (équidistantes de λ) de chaque point P de la plaque il en existe une, tangente à un plan unique; toutes les suivantes sont tangentes à un plan parallèle décalé de λ . C'est ainsi que le front d'onde de l'image se reconstitue dans l'espace. Il coupe le plan de la plaque suivant le réseau potentiel de l'image. C'est ce phénomène qui explique le passage inverse du réseau potentiel de l'image à son front d'onde dans l'espace.

Pour les points P_1 et P_2 le rayon des ondelettes tangentes à un plan d'onde de i est immédiat à déterminer. On cherche par exemple le front d'onde passant par P_1 , ce qui fait adopter une ondelette de rayon nul en P_1 et on détermine le rayon de l'ondelette en P_2 .

Comme $R + k = i$

$$\text{on a} \quad \Delta R + \Delta k = \Delta i \quad (\text{entre } P_1 \text{ et } P_2) \quad (d)$$

Or, par analogie avec (c)

$$\lambda \Delta R = d \sin \theta_R$$

$$\lambda \Delta i = d \sin \theta_i$$

L'expression (d) s'écrit alors

$$\frac{d}{\lambda} \sin \theta_i = \frac{d}{\lambda} \sin \theta_R + \Delta k$$

ou, moyennant (a)

$$\sin \theta_i = \sin \theta_R + \Delta k (\sin \theta_r - \sin \theta_m)$$

Les deux solutions sont données en faisant $\Delta k = -1$ puis

$$\Delta k' = +1.$$

C'est-à-dire

$$\sin \theta_i = \sin \theta_R - \sin \theta_r + \sin \theta_m \quad (4) \text{ (c'est l'image directe)}$$

$$\sin \theta_i = \sin \theta_R + \sin \theta_r - \sin \theta_m \quad (4') \text{ (c'est l'image conjuguée)}.$$

Ces relations sont une conséquence immédiate du théorème de la reproduction des familles par moirage. On peut remarquer que les images seraient toujours parfaites si les distances étaient vraiment infinies.

Comme la quantité $\lambda \Delta i = d \sin \theta_i$ représente en fait le rayon de l'ondelette en P_2 tangente au front d'onde de i passant par P_1 , on peut exécuter une construction graphique élémentaire donnant les directions θ_i et θ_i' lors d'une restitution quelconque.

Cette construction se fait à une échelle qui représente la longueur d'onde λ par un certain nombre de centimètres, AX, sur nos figures. Si l'on a fait la construction de la figure 3, on connaît la longueur d , sinon on la calcule par (a).

On reporte les points P_1 et P_2 sur un alignement, voir figure 4. Cette figure correspond à une restitution conforme à la prise de vue $\theta_R = \theta_r$. La trace du plan d'onde par P_1 , t_r , est tracée perpendiculaire au rayon venant de S_r . On trace le demi-cercle de centre P_2 tangent à t_r . On note le point A (rotation à gauche à partir du point de tangence). On situe les points X à droite et Y à gauche de A à la distance YA = AX = λ . De X et Y, par rotation à droite on trace les arcs de cercle de

centre P_2 , puis les tangentes de P_1 à ces arcs, t et t' qui sont les plans d'onde respectifs des images directes et conjuguées. Les perpendiculaires à t et t' donnent les directions des images.

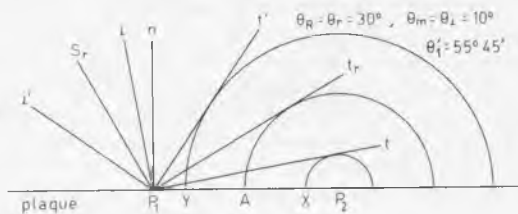


FIG. 4.

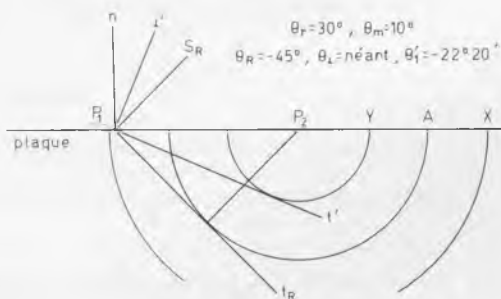


FIG. 5.

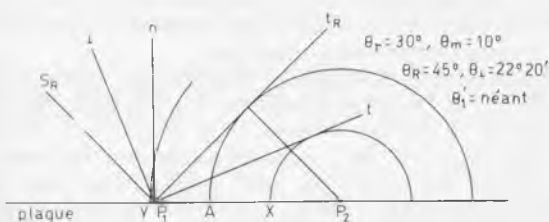


FIG. 6.

On comprend déjà que si le point Y tombait à gauche de P_1 , l'image conjuguée n'existerait pas.

De même, si P_1 était intérieur au cercle de rayon P_2X , ce serait l'image directe qui disparaîtrait.

La figure 5 montre la construction lors d'une restitution différente du même hologramme; remarquer où doit être placé le point A, les points X et Y, et les arcs de cercle. Dans ce cas-ci, l'image directe est inexistante alors que dans le cas de la figure 6, pour une restitution encore différente, c'est l'image conjuguée qui est disparue.

On obtient les distances des images restituées, en différentiant les relations d'orientation

$$\sin \theta_i = \sin \theta_R \mp (\sin \theta_r - \sin \theta_m)$$

pour un dx correspondant à un léger déplacement sur la plaque, on a

$$\cos \theta_i \cdot d\theta_i = \cos \theta_R \cdot d\theta_R \mp (\cos \theta_r \cdot d\theta_r - \cos \theta_m \cdot d\theta_m)$$

qui devient

$$\frac{\cos^2 \theta_i}{i} = \frac{\cos^2 \theta_R}{R} \mp \left(\frac{\cos^2 \theta_r}{r} - \frac{\cos^2 \theta_m}{m} \right) \quad (5)$$

en remarquant sur la figure 7 que $PP' = l d\theta \simeq dx \cos \theta$

soit

$$d\theta = \frac{\cos \theta}{l} \cdot dx$$

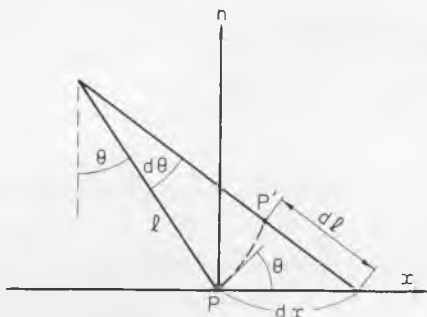


FIG. 7.

Il est certain que les valeurs de i et i' ainsi obtenues (excepté dans le cas de l'image directe en restitution identique) ne sont valables que pour une région infiniment petite sur la plaque. En réalité, à chaque région de la plaque correspondront des i et des i' différents, ce qui confirme ce que nous avons dit précédemment sur la qualité des images conjuguées.

Les formules (4) et (5) donnent donc respectivement les directions et distances des images directes et conjuguées.

On peut constater sans difficulté que l'image directe, en restitution identique ($\theta_R = \theta_r$; $R = r$) est exactement à la place du modèle et lui est conforme.

L'image conjuguée est au contraire totalement inversée par rapport au modèle: elle est retournée de 180° autour d'un axe debout, donc perpendiculaire à son plan frontal; la gauche est passée à droite et le haut en bas. De plus, son relief éventuel est inversé; un point situé en arrière du modèle se voit en avant dans l'image conjuguée.

Le fond d'un creux s'aperçoit comme le sommet d'une colline.

L'explication est immédiate: pour l'image conjuguée

$\sin \theta'_i = \sin \theta_R + \sin \theta_r - \sin \theta_m$ et à un $d\theta_m$ positif correspond un $d\theta'_i$ négatif; le même basculement se fait sur la direction verticale.

Pour son relief, la formule

$$\frac{\cos^2 \theta'_i}{i'} = \frac{\cos^2 \theta_R}{R} + \frac{\cos^2 \theta_r}{r} - \frac{\cos^2 \theta_m}{m}$$

montre qu'à un accroissement de m correspond une diminution de i' .

4. Aspect tridimensionnel de la gravure sur plaque

L'émulsion de la plaque photographique enregistrant l'hologramme n'est pas un plan sans épaisseur. Celle-ci est de l'ordre de 7μ soit 10λ ($\lambda = 632,8 m\mu$). L'aspect en chenal oblique de l'impression des fentes intervient dans la restitution. Son analyse montre que

L'image restituée a le maximum de netteté quand on se replace, à la restitution, dans les mêmes conditions de position angulaire qu'à l'enregistrement.

Dans la restitution, les franges que nous avons assimilées à des fentes, diffractent des ondelettes qui interfèrent entre elles et reproduisent l'image.

En fait, il ne s'agit pas de fentes mais d'une transparence évoluant suivant une loi qui passe d'un maximum à un minimum. L'amplitude des ondelettes diffractées est maximum là où la transparence est maximum, mais tous les autres points diffractent aussi quoiqu'avec moins d'intensité. Les ondes émanant des points où la transparence est minimum arrivent également en phase au point I, mais en opposition de phase avec les précédentes et avec une intensité minimum.

La restitution est le résultat de tout cela et l'intensité restituée est proportionnelle à l'intensité émise par l'objet à la prise de l'hologramme, à même intensité des ondes de référence prise-restitution.

5. Rôle du diffuseur

Une image obtenue par le procédé holographique exposé ci-dessus est assez mal visible. Elle est grandement améliorée par l'emploi d'un diffuseur placé (pour l'observateur) derrière ou devant le modèle.

Sans diffuseur.

La lumière émise par l'objet consiste:

1. En une lumière transmise qui imprime sur la plaque le contour de l'objet, localisé comme son ombre. Cette lumière transmise donne lieu à un hologramme particulier, connu dans la littérature sous le nom de Gabor. Beaucoup de lumière est ainsi employée en dehors du phénomène recherché.
2. En une lumière diffusée par le modèle qui donne lieu à interférence avec le faisceau de référence et fournit l'hologramme avec peu d'intensité.
3. La propriété d'ubiquité dont il sera question ci-dessous est très réduite.

Avec un diffuseur situé derrière le modèle par rapport à l'observateur, soit entre la source active et le modèle, la situation est différente:

1. « L'ombre du modèle » n'existe plus sur la plaque puisque chaque point du modèle est atteint par des rayons arrivant suivant une infinité de directions. Ce fait permet de discerner directement, en voyant un hologramme, s'il a été pris avec ou sans diffuseur.
2. Tout point du modèle émet de la lumière vers tous les points de la plaque; tous les points de la plaque reçoivent donc des informations provenant de tous les points du modèle.

Ceci confère à l'hologramme la propriété « d'ubiquité »; un fragment de plaque cassée restitue l'entièreté de l'image de l'objet. On perd seulement de la liberté dans le changement de point de vue.

3. Enfin, l'image de l'objet est beaucoup plus lumineuse si on emploie un diffuseur; en plus des deux points signalés ci-dessus, ceci provient essentiellement du fait que cette image correspond exactement à ce que l'on voit lors de l'enregistrement, si l'on place l'œil à la place de la plaque. Avec un diffuseur derrière le modèle, celui-ci apparaît éclairé brillamment et se détache sur le fond éclairé du diffuseur, lequel est évidemment aussi visible à la restitution. Sans diffuseur, quoique ce fond éclairé n'existe pas, le modèle apparaît beaucoup moins lumineux.

Remarques :

a) Il est à noter que la position de l'image n'est pas affectée par la présence d'un diffuseur derrière le modèle.

b) En ce qui concerne la position du diffuseur entre source et modèle, il doit être assez éloigné du point de divergence du faisceau objet pour que la tache lumineuse formée sur le diffuseur soit assez large. Près du point de divergence, la tache est petite et l'œil, mis en un point de la plaque, voit très bien une partie du modèle se détachant sur la tache, le reste étant en dehors et moins visible.

La partie bien visible du modèle est différente suivant le point de la plaque d'où on l'observe. Le phénomène se reproduit à la restitution; suivant la partie de la plaque que l'on éclaire, les parties du modèle bien visibles sont différentes.

La propriété d'ubiquité est aussi, et par contre-coup, affectée.

Avec diffuseur situé devant le modèle, soit entre la plaque et le modèle. L'emploi d'un diffuseur devant le modèle répond à des besoins bien précis, notamment lorsque le modèle *doit* être examiné en lumière parallèle.

Le résultat est alors assez différent. L'image du modèle est cette fois projetée sur le diffuseur et c'est cette image que l'hologramme enregistre. La restitution fournit alors l'image *sans relief* et située *dans le plan du diffuseur*. Il va sans dire que l'on perd alors une des propriétés de l'holographie qui est précisément de restituer le relief.

Cette technique est nécessaire sans inconvénient d'ailleurs en photo-élasticité; voir § 10.

6. Des exigences expérimentales

1. Stabilité mécanique

L'enregistrement de microfranges avec une densité de l'ordre de λ , exige la suppression des vibrations de tous les éléments du dispositif. Les déplacements relatifs produiraient des translations microscopiques qui brouilleraient l'hologramme. Le dispositif doit donc être exempt de vibrations différentielles à l'échelle de la longueur d'onde.

Dans notre laboratoire, 3 plaques d'acier de $1^m \times 2^m \times 11^{mm}$ chacune, superposées et reposant sur 4 chambres à air mises sur une table ordinaire, isolent complètement le système des secousses extérieures et permettent des résultats excellents même avec des temps de pose de l'ordre de 2 minutes.

2. Pouvoir résolvant des plaques

Il doit évidemment être très grand: les plaques 8E75 Gévaert permettent 3000 traits/mm. soit 3 traits/ μ et conviennent parfaitement.

3. Cohérence de la source

L'obtention d'un bon hologramme exige une source lumineuse très cohérente, en fait très monochromatique.

Si la longueur d'onde λ s'étend de λ à $\lambda + \Delta\lambda$, les deux ondes extrêmes émises peuvent s'écrire (c vitesse lumière)

$$a \cos \frac{2\pi ct}{\lambda} \quad a \cos \frac{2\pi ct}{\lambda + \Delta\lambda}$$

Leur déphasage

$$\Delta\phi = 2\pi ct \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda + \Delta\lambda} \right) = \frac{2\pi ct \Delta\lambda}{\lambda(\lambda + \Delta\lambda)} \approx \frac{2\pi ct \Delta\lambda}{\lambda^2}$$

Au bout d'un temps t_1 ces deux ondes seront en opposition de phase soit

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} = \frac{2\pi ct_1 \Delta\lambda}{\lambda^2}$$

$$t_1 = \frac{\lambda^2}{4c\Delta\lambda}$$

On définit pour cette source une *longueur de cohérence* L qui est le chemin parcouru quand l'opposition est atteinte.

On a $L = ct_1$

donc

$$L = \frac{\lambda^2}{4\Delta\lambda} \quad (6)$$

Avec un laser cette longueur est grande; c'est cette longueur qui limite la différence de chemin permise entre le rayon de référence et le rayon objet. Une lampe à vapeur de sodium aurait un L incomparablement plus faible.

SECONDE PARTIE

RÉALISATION DES HOLOGRAMMES PHOTOÉLASTIQUES

7. Effet photoélastique et chemins optiques

L'effet photoélastique qui se manifeste lorsque l'on met en charge un modèle transparent se compose

1. De la naissance d'une biréfringence accidentelle (effet optique) qui dédouble l'indice n_0 de la matière sans contrainte en deux indices n_1 et n_2 correspondant respectivement aux vibrations suivant les contraintes principales. Les lois sont

$$n_1 - n_0 = C_1\sigma_1 + C_2\sigma_2 \quad (7)$$

$$n_2 - n_0 = C_2\sigma_1 + C_1\sigma_2$$

avec

$$n_1 - n_2 = (C_1 - C_2)(\sigma_1 - \sigma_2) = C(\sigma_1 - \sigma_2)$$

2. D'une variation de l'épaisseur e_0 du modèle sans charge (effet mécanique) donnée par

$$\Delta e = -\frac{\mu e_0}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad (8)$$

Le chemin optique dans l'air — indice n que l'on fera finalement unitaire — du faisceau de référence, exprimé en multiple de λ et compté du foyer de la lentille jusqu'à un point de la plaque est $rn = r$.

Le chemin optique, en multiple de λ , du faisceau actif depuis le point pris comme origine jusqu'au même point de la plaque, lorsque le modèle n'est pas chargé est m .

Lors de la mise en charge du modèle, le chemin m devient m_1 pour la vibration 1 et l'on a:

$$m_1 = m + \frac{e_0}{\lambda}(n_1 - n_0) + \frac{\Delta e}{\lambda}(n_1 - n)$$

le premier correctif en $(n_1 - n_0)$ indique que, sur l'épaisseur e_0 du modèle, l'indice est passé de n_0 à n_1 ;

le second en $(n_1 - n)$ indique que l'accroissement d'épaisseur Δe pris sur l'air (n) est maintenant en milieu d'indice n_1 .

Dans $\Delta e(n_1 - n)$ on est amené à remplacer n_1 par n_0 car n_1 et n_0 sont très proches.

On écrit:

$$\Delta e(n_1 - n) = \Delta e(n_1 - n_0 + n_0 - n) = \Delta e(n_1 - n_0) + \Delta e(n_0 - n)$$

et le produit $\Delta e(n_1 - n_0)$ prend l'allure d'un $\Delta e \cdot \Delta n$ négligeable à côté de $\Delta e(n_0 - n)$.

L'expression de m_1 devient donc

$$m_1 = m + \frac{e_0}{\lambda}(n_1 - n_0) + \frac{\Delta e}{\lambda}(n_0 - n)$$

qui, moyennant (7) et (8) et avec $n = 1$ s'écrit successivement

$$m_1 = m + \frac{e_0}{\lambda}(C_1\sigma_1 + C_2\sigma_2) - \frac{\mu e_0}{\lambda E}(n_0 - n)(\sigma_1 + \sigma_2)$$

$$m_1 = m + \frac{e_0}{\lambda} \left(C_1 - \frac{\mu n_0}{E} + \frac{\mu}{E} \right) \sigma_1 + \frac{e_0}{\lambda} \left(C_2 - \frac{\mu n_0}{E} + \frac{\mu}{E} \right) \sigma_2$$

Nous posons alors

$$C_1 - \frac{\mu n_0}{E} + \frac{\mu}{E} = D'_1 \quad (9)$$

$$C_2 - \frac{\mu n_0}{E} + \frac{\mu}{E} = D'_2$$

Les constantes D' données en (9) sont différentes des constantes D utilisées en photoélasticité (interféromètre de Fizeau) parce qu'ici le type d'interféromètre est différent.

On constate que

$$D'_1 - D'_2 = C$$

et l'on pose

$$D'_1 + D'_2 = D'$$

Le travail corrélatif sur la vibration suivant 2 conduit à

$$m_1 = m + \frac{e_0}{\lambda}(D'_1\sigma_1 + D'_2\sigma_2) = m + \delta_1 \quad (10)$$

$$m_2 = m + \frac{e_0}{\lambda}(D'_2\sigma_1 + D'_1\sigma_2) = m + \delta_2$$

$$\text{avec} \quad m_1 - m_2 = \delta_1 - \delta_2 = \delta = \frac{C e_0}{\lambda} (\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$m_1 + m_2 = 2m + \delta_1 + \delta_2 = 2m + s$$

$$\delta_1 + \delta_2 = s = \frac{e_0 D'}{\lambda} (\sigma_1 + \sigma_2)$$

Les $\delta = C^{ste}$ correspondent à des $\sigma_1 - \sigma_2 = c^{ste}$
 et les $s = C^{ste}$ correspondent à des $\sigma_1 + \sigma_2 = c^{ste}$.

8. Interférences des rayons polarisés

Puisque les faisceaux actif et de référence font entre eux un angle θ non négligeable, la théorie classique des interférences, qui est applicable à deux rayons de directions de propagation pratiquement coïncidentes, n'est plus valable.

La détermination de l'expression de la gravure sur plaque est alors basée sur une théorie¹ dont les principes fondamentaux sont les suivants.

1. La plaque holographique n'est influencée que par une vibration lumineuse se propageant suivant la normale au plan de la plaque. Si le rayon tombe obliquement sur la plaque, seule sa composante normale à la plaque est enregistrée.
2. Le vecteur champ électrique de Fresnel reste rigidement lié au rayon lumineux auquel il est associé.

L'application de ces deux principes à deux faisceaux lumineux polarisés,

- un faisceau actif repéré par l'angle θ_m fait avec la normale à la plaque, d'amplitude a , de polarisation α et arrivant en un point de la plaque avec un retard $2\pi m$,
 - un faisceau de référence repéré par l'angle θ_r , d'amplitude b , de polarisation α' et arrivant au même point avec un retard $2\pi r$,
- montre que la gravure sur plaque enregistrée se met sous la forme:

$$I_p = a^2 \cos^2 \theta_m + b^2 \cos^2 \theta_r + 2ab \cos \theta_m \cos \theta_r \cdot \cos(\alpha - \alpha') \cdot \cos 2\pi(m - r) \quad (11)$$

Nous avons montré au paragraphe 2 que l'intensité restituée vaut alors

$$I_R = 4a^2 b^2 \cos^2 \theta_m \cdot \cos^2 \theta_r \cdot \cos^2(\alpha - \alpha') \quad (12)$$

9. Les isochromes

Au photoélasticimètre, les isochromes peuvent être obtenues

- soit en lumière polarisée circulaire:
 - modèle entre polariseur et analyseur de même sens: isochromes à fond noir, ordres entiers noirs (visibilité 1).
 - modèle entre polariseur et analyseur de sens contraires: isochromes à fond clair, ordres entiers clairs (visibilité 1).

1. « *Interprétation géométrique de l'holographie. Applications en photoélasticimétrie* »
 — G. PELZER-BAWIN et F. de LAMOTTE, Juin 1970, Université de Liège.

Les vibrations s'écrivent alors:

$$\begin{aligned} v_1 &= a \cos(\omega t - 2\pi m_1) & \text{et} & & v'_1 &= b \cos(\omega t - 2\pi r) \\ v_2 &= a \sin(\omega t - 2\pi m_2) & & & v'_2 &= -b \sin(\omega t - 2\pi r) \end{aligned}$$

Sur la plaque, les interférences sont provoquées par les seules composantes des rayons suivant la normale; les amplitudes efficaces sont donc $a \cos \theta_m$ et $b \cos \theta_r$.

Les interférences de v_1 et v'_1 , v_2 et v'_2 donnent lieu à des intensités enregistrées qui sont:

$$I_1 = a^2 \cos^2 \theta_m + b^2 \cos^2 \theta_r + 2ab \cos \theta_m \cos \theta_r \cdot \cos 2\pi(m_1 - r)$$

$$I_2 = a^2 \cos^2 \theta_m + b^2 \cos^2 \theta_r - 2ab \cos \theta_m \cos \theta_r \cdot \cos 2\pi(m_2 - r),$$

avec $m_1 - r = m + \delta_1 - r = k + \delta_1$ et $m_2 - r = k + \delta_2$ (voir § 7).

La gravure sur plaque est la somme de I_1 et I_2 , soit:

$$\begin{aligned} I_p &= 2a^2 \cos^2 \theta_m + 2b^2 \cos^2 \theta_r \\ &+ 2ab \cos \theta_m \cos \theta_r \cdot (\cos 2\pi(k + \delta_1) - \cos 2\pi(k + \delta_2)) \quad (13) \end{aligned}$$

On obtient l'expression de l'intensité en ne prenant du I_p que les termes modulés par k , et en leur appliquant la formule des interférences, ce qui donne dans le cas présent:

$$I_R = 4a^2 b^2 \cos^2 \theta_m \cos^2 \theta_r \cdot (1 + 1 - 2 \cos 2\pi(\delta_1 - \delta_2))$$

soit aussi
$$I_R = 16a^2 b^2 \cos^2 \theta_m \cdot \cos^2 \theta_r \cdot \sin^2 \pi \delta \quad (14)$$

puisque $\delta_1 - \delta_2 = \delta$.

C'est l'expression des isochromes à fond noir, ordres entiers noirs. La figure 9 montre la restitution d'un hologramme fournissant les isochromes à fond noir obtenues en lumière circulaire.



FIG. 9.

II. Relevé holographique des isochromes à fond clair, en circulaire

Pour obtenir ces isochromes, les polarisations circulaires doivent être de même sens sur les deux faisceaux.

En partant de polarisations circulaires gauches, par exemple, et en conduisant les calculs de manière analogue au cas précédent, on arrive à l'expression

$$I_p = 2a^2 \cos^2 \theta_m + 2b^2 \cos^2 \theta_r + 2ab \cos \theta_m \cos \theta_r \cdot (\cos 2\pi(k + \delta_1) + \cos 2\pi(k + \delta_2)) \quad (15)$$

L'intensité restituée vaut dans ce cas:

$$I_R = 16a^2b^2 \cos^2 \theta_m \cos^2 \theta_r \cdot \cos^2 \pi\delta \quad (16)$$

qui est l'expression des isochromes à fond clair, ordres entiers clairs. L'holographie donne donc la possibilité de relever les isochromes en lumière circulaire, de manière analogue aux procédés classiques.

III. Relevé holographique des isochromes à fond clair, en rectiligne

On prend cette fois deux expositions successives sur la même plaque, le modèle étant dans le même état de charge.

Les polariseurs circulaires de la figure 8 sont remplacés par des polariseurs rectilignes, verticaux tous deux à la première exposition, horizontaux tous deux à la seconde.

La première exposition donne une gravure

$$I_{p_1} = a^2 \cos^2 \theta_m + b^2 \cos^2 \theta_r + 2ab \cos \theta_m \cos \theta_r \cdot (\sin^2 \beta \cos 2\pi(k + \delta_1) + \cos^2 \beta \cos 2\pi(k + \delta_2))$$

et la seconde

$$I_{p_2} = a^2 \cos^2 \theta_m + b^2 \cos^2 \theta_r + 2ab \cos \theta_m \cos \theta_r \cdot (\cos^2 \beta \cos 2\pi(k + \delta_1) + \sin^2 \beta \cos 2\pi(k + \delta_2))$$

L'angle β repère la direction principale 1 par rapport à l'horizontale, au point considéré.

En sommant I_{p_1} et I_{p_2} , on trouve:

$$I_p = 2a^2 \cos^2 \theta_m + 2b^2 \cos^2 \theta_r + 2ab \cos \theta_m \cos \theta_r \cdot (\cos 2\pi(k + \delta_1) + \cos 2\pi(k + \delta_2)) \quad (17)$$

et enfin

$$I_R = 4a^2b^2 \cos^2 \theta_m \cos^2 \theta_r \cdot (2 + 2 \cos 2\pi\delta) \\ I_R = 16a^2b^2 \cos^2 \theta_m \cos^2 \theta_r \cdot \cos^2 \pi\delta, \quad (18)$$

qui est bien l'expression des isochromes à fond clair, ordres entiers clairs.

La figure 10 montre un tel réseau d'isochromes obtenues au moyen d'un hologramme pris en deux expositions rectilignes successives.



FIG. 10.

IV. Remarques

- Les isochromes d'ordres entiers clairs peuvent donc être relevées de deux manières différentes.
- Puisque la rotation des plans de polarisation entre les deux expositions est de 90° , et non pas de 45° comme au photoélasticimètre, cela entraîne l'impossibilité d'obtenir les isochromes à fond noir en polarisation rectiligne.
- Il est curieux de remarquer que si les deux expositions en rectiligne sont prises sur des plaques différentes, les restitutions séparées sont identiques et donnent

$$I_R = 4a^2b^2 \cos^2 \theta_m \cos^2 \theta_r (1 - \sin^2 2\beta \cdot \sin^2 \pi \delta) \quad (19)$$

c'est-à-dire une partie seulement des isochromes et la même partie pour chacune des expositions.

C'est la superposition et l'interférence à la restitution qui donnent le résultat complet.

- Tous les réseaux d'isochromes, en holographie, ont une équidistance $a = \frac{\lambda}{Ce_0}$ qui a la même forme que l'expression correspondante au photoélasticimètre.

10. Les isopachs

Les courbes d'égale somme des contraintes principales ou isopachs peuvent être relevées en holographie de manière remarquable en superposant deux expositions sur la même plaque, une avec modèle non chargé, l'autre avec modèle chargé.

Dans chaque exposition les faisceaux sont polarisés rectilignement et parallèlement c'est-à-dire tous deux verticaux ou tous deux horizontaux pour éviter la rotation à la réflexion sur miroir. La polarisation verticale est en outre plus indiquée puisque la réflexion sur les miroirs introduit déjà un pourcentage important de lumière polarisée verticale sur le faisceau de référence.

Le montage est toujours celui de la figure 8 dans lequel les deux polariseurs circulaires sont remplacés par deux rectilignes de vibrations admises verticales et dans lequel le diffuseur est rejeté entre le modèle et la plaque holographique.

En effet, pour obtenir les isopachs, le modèle doit être traversé normalement et non obliquement par le faisceau objet. C'est la lentille L qui rend ce faisceau parallèle, dans lequel le modèle sera placé perpendiculairement.

Dans les conditions ci-dessus, les gravures sur plaque pour les deux expositions sont:

modèle non chargé: $I_{p_1} = a^2 \cos^2 \theta_m + b^2 \cos^2 \theta_r + 2ab \cos \theta_m \cos \theta_r \cdot \cos 2\pi k$

modèle chargé: $I_{p_2} = a^2 \cos^2 \theta_m + b^2 \cos^2 \theta_r + 2ab \cos \theta_m \cos \theta_r \cdot (\sin^2 \beta \cos 2\pi(k + \delta_1) + \cos^2 \beta \cos 2\pi(k + \delta_2))$

En traitant $I_{p_1} + I_{p_2}$ comme cela a été fait précédemment, on trouve pour le I_R :

$$I_R = 4a^2b^2 \cos^2 \theta_m \cos^2 \theta_r \cdot (2 - \sin^2 2\beta \sin^2 \pi\delta + 2 \cos \pi\delta \cos \pi s + 2 \cos 2\beta \sin \pi\delta \sin \pi s) \quad (20)$$

Si le modèle est réalisé en lucite ou en plexiglas, matières peu biréfringentes pour lesquelles le $\delta \ll 1$ et même voisin de zéro, cette expression devient:

$$I_R = 16a^2b^2 \cos^2 \theta_m \cos^2 \theta_r \cdot \cos^2 \frac{\pi s}{2} \quad (20')$$

Il s'agit des isopachs noirs d'ordre $s = 1, 3, 5, \dots$ avec une équidistance $\frac{2\lambda}{e_0 D}$, voir figure 11.

Les isopachs obtenues en holographie sont très différentes d'aspect de celles que l'on obtient par moiré. Leur apparence est analogue à celle des isochromes et elles restent toujours valables à condition d'éviter tout déplacement cinématique entre les deux expositions.

La comparaison des équidistances des réseaux d'isopachs obtenues en moiré ou en holographie montre que les isopachs sont environ quatre fois moins denses en holographie qu'en moiré pour une même charge.

Remarque :

Avec une matière optiquement très active comme l'araldite, il est possible d'obtenir un document, plus curieux qu'utile, présentant la superposition des isopachs sur les isochromes. On prend pour cela trois expositions sur la même plaque:

1. modèle non chargé, polarisation rectiligne verticale à la référence et à l'actif.
2. modèle chargé, mêmes conditions de polarisation.
3. modèle chargé, polarisation horizontale sur les deux faisceaux.

La recherche de l'intensité restituée conduit à l'expression

$$I_R = 4a^2b^2 \cos^2 \theta_m \cos^2 \theta_r \cdot (5 + 4 \cos \pi\delta \cos \pi s - 4 \sin^2 \pi\delta) \quad (21)$$

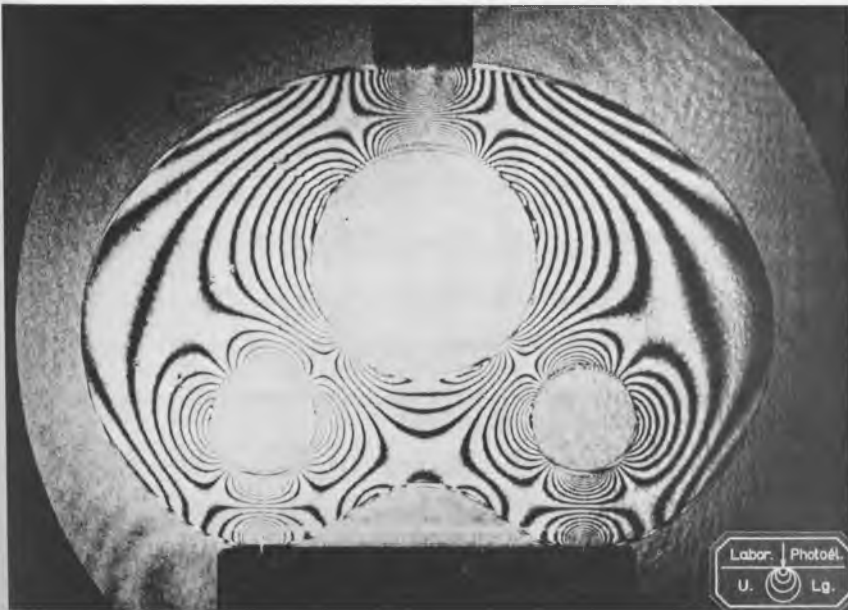


FIG. 11.

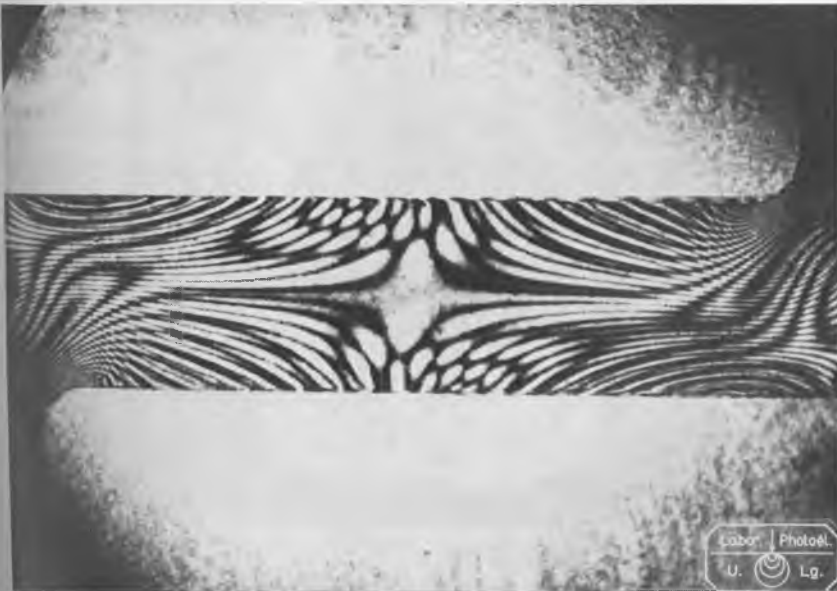


FIG. 12.

Le résultat est montré figure 12; on voit nettement sur ce document que les isochromes sont parfaitement continues alors que les isopachs alternent le noir et le blanc à chaque traversée d'isochrome, ce que l'analyse de l'expression (21) confirme bien.

11. Les isoclines

Pour un hologramme d'isocline, le montage de la figure 8 est modifié comme suit: le polariseur circulaire gauche qui est sur le faisceau actif est remplacé par un polariseur rectiligne dont la direction V admise fait l'angle α avec l'horizontale; le polariseur circulaire droit du faisceau de référence est remplacé par un rectiligne dont la direction V fait l'angle $\alpha + 90^\circ$ avec l'horizontale.

Un calcul classique donne alors l'expression de la gravure sur plaque qui s'écrit

$$I_p = a^2 \cos^2 \theta_m + b^2 \cos^2 \theta_r + ab \cos \theta_m \cos \theta_r \sin 2(\beta - \alpha)(\cos 2\pi(k + \delta_1) - \cos 2\pi(k + \delta_2)) \quad (22)$$

Les termes modulés par k sont seuls conservés et on cherche l'intensité de la vibration restituée qui est

$$I_R = 4a^2 b^2 \cos^2 \theta_m \cos^2 \theta_r \sin^2 2(\beta - \alpha) \sin^2 \pi \delta \quad (23)$$

ce qui donne le même résultat qu'au photoélasticimètre, soit l'isocline α° . La figure 13 montre l'isocline $2^\circ 30'$ dans un anneau, obtenue par ce procédé.

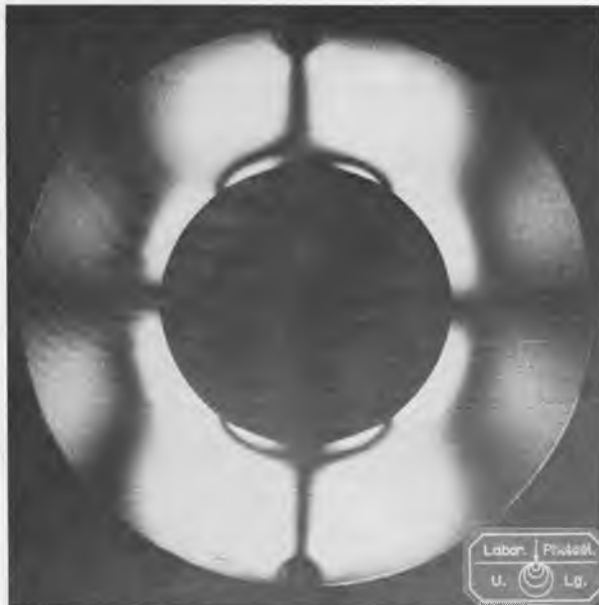


FIG. 13.

12. Conclusions

On peut donc conclure que dans les conditions de travail qui ont été exposées ici, les résultats photoélastiques ont une précision parfaite.

Certes, l'holographie ne concurrence guère la photoélasticité classique en ce qui concerne les isochromes et les isoclines. Pour les isopachs au

contraire, elle en fournit de meilleures que le moiré quoique quatre fois moins denses sous même charge.
C'est peut-être en photoélasticité tridimensionnelle que son succès sera un jour le plus grand.

Bibliographie

- DEVELIS et REYNOLDS – *Theory and applications of holography* – Addison-Wesley Publ. Co., 1967.
- STROKE G.W. – *An introduction to coherent optics and holography* – Academic Press – New York 1969.
- FRANÇON M. – *Holographie* – Masson, Paris 1969.
- SYMPOSIUM OF THE ENGINEERING USES OF HOLOGRAPHY (Glasgow Sept. 1968) – Harvey and Robertson Eds., Cambridge Univ. Press., Londres 1970.
- SYMPOSIUM INTERNATIONAL SUR LES APPLICATIONS DE L'HOLOGRAPHIE (Besançon Juillet 1970) – à paraître.
- FOURNEY M. – *Application of holography to photoelasticity* – Exper. Mechanics, vol. 8, n° 1, Janvier 1968, pp. 33-38.
- FOURNEY M. et MATE K.V. – *Further applications of holography to photoelasticity* – Exper. Mechanics, vol. 10, n° 5, Mai 1970, pp. 177-186.
- FOURNEY M., WAGGOMER A. et MATE K.V. – *Recording polarization effects via holography* – Journal of the Optical Soc. of America, vol. 58, n° 5, Mai 1968, pp. 701-702.
- HOVANESIAN, BRCIC et POWELL – *New experimental Stress-Optic Method : Stress – Holo – Interferometry* – Exper. Mechanics, vol. 8, n° 8- Août 1968, pp. 362-368.
- VIENOT J.Ch. – *Sur quelques essais d'interprétation quantitative des hologrammes dans l'étude des contraintes* – Nouvelle Revue d'Optique appliquée, Tome 1, n° 2, Mars-avril 1970, pp. 91-106.