

CAPÍTULO 7

DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE PARA ESTIMATIVA DA CHUVA MENSAL

DOI: [http:// dx.doi.org/10.18616/plansus07](http://dx.doi.org/10.18616/plansus07)

Fernanda Martins Bonfante

Sabrina Baesso Cadorin

Álvaro José Back

VOLTAR AO SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O conhecimento da frequência das chuvas e da sua distribuição ao longo do ano é de extrema valia para várias atividades, como a agricultura, a engenharia e o meio ambiente. Esse conhecimento das ocorrências pluviométricas se faz necessário uma vez que, tanto em excesso quanto em escassez, elas causam efeitos potencialmente danosos. Além dos efeitos desfavoráveis, o planejamento das atividades na agricultura, o cronograma das obras de engenharia, as atividades econômicas, assim como o abastecimento de água das cidades são também influenciados pelas frequências das chuvas.

A precipitação pluvial pode ser estimada de diversas formas, sendo uma delas a probabilística. Para isso, utilizam-se modelos teóricos de distribuição ajustados à determinada série histórica de dados de chuva observada. Os resultados são analisados mediante a comparação da frequência observada e a frequência teórica dada por uma distribuição de probabilidades, obtendo-se, assim, uma probabilidade pluviométrica teórica (MURTA *et al.*, 2005).

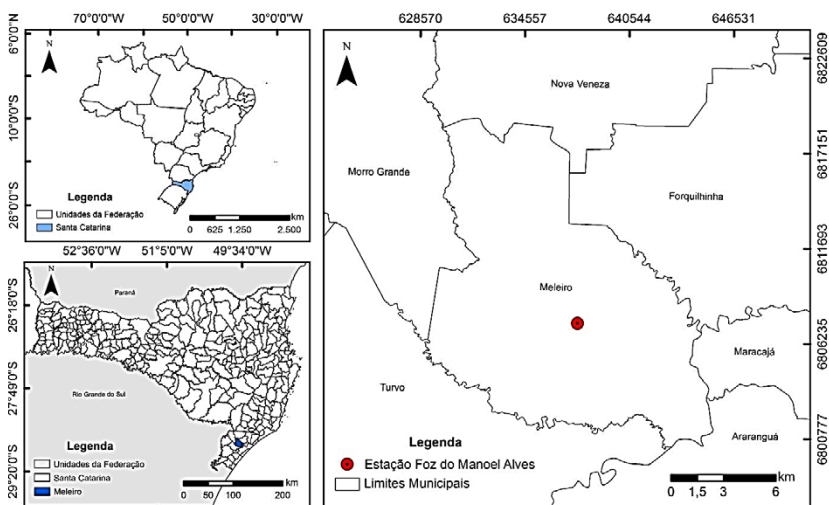
Diversos modelos estatísticos de distribuição podem ser utilizados, dentre eles a distribuição Normal, a distribuição Gama – geralmente utilizada – e a distribuição Exponencial Geométrica Estendida (EGE). A distribuição Normal possui grande importância, uma vez que muitos dos fenômenos naturais retratam uma distribuição normal ou aproximadamente normal. Já a distribuição Gama, conforme Ramos (2014, p. 25), “[...] é comumente utilizada para se resolver problemas em análise de confiabilidade, previsões do tempo, para modelar seguros de crédito, entre outros”.

A distribuição EGE é utilizada para várias áreas de pesquisa, como biologia, demografia, confiabilidade de produtos eletrônicos e também nos fenômenos meteorológicos, incluindo a precipitação pluviométrica (RAMOS; MOALA, 2014). Esta última distribuição possui estudos mais recentes que as anteriores, porém já se mostrou eficaz para algumas séries de dados. Sendo assim, o objetivo deste estudo é analisar qual das distribuições mencionadas anteriormente melhor se ajusta para a análise dos dados do município de Meleiro, SC.

METODOLOGIA

Os dados sobre o regime hidrológico da bacia foram obtidos pela estação pluviométrica Foz do Manuel Alves, código 2849024, da Rede Hidrometeorológica Nacional (RHN), coordenada pela Agência Nacional de Águas (ANA). A estação é de responsabilidade da ANA e operada pela Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina (EPAGRI). A estação está localizada no município de Meleiro, nas seguintes coordenadas: 28° 51' 12,96" S, 49° 35' 22,92" W, a 15 metros de altitude, conforme ilustrado na Figura 1. Foram utilizados os dados diários de chuva da série histórica compreendida no período de 1978 a 2018.

Figura 1 - Estação pluviométrica convencional Foz do Manoel Alves



Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

Por meio do *software Microsoft Office Excel*, foi elaborada uma planilha com o intuito de analisar e comparar algumas distribuições de probabilidade – sendo selecionadas as distribuições Normal e Gama –, a qual foi obtida a partir do Método dos Momentos e do Método da Máxima Verossimilhança

e da distribuição Exponencial Geométrica Estendida, com parâmetros estimados pelo método dos L-momentos. Como critério para determinar a distribuição de frequência mais adequada para cada mês, foi utilizado o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov ao nível de significância de 5%.

Para a obtenção da distribuição de frequência de cada mês, primeiramente foram obtidas as séries de precipitações mensais.

A função de densidade de probabilidade, denominada Gama, conforme Lanna (2002, p. 133), pode ser determinada pela Equação 1. A variável aleatória x , neste capítulo, é referente à precipitação mensal que se deseja obter na distribuição teórica. Para a distribuição Gama, utilizaram-se dois métodos de estimativa de parâmetros, o método dos momentos e o método da máxima verossimilhança.

$$f(x, \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^{\alpha} \Gamma(\alpha)} \cdot x^{\alpha-1} \cdot e^{-\frac{x}{\beta}} \quad \text{Eq. (1)}$$

O Método dos Momentos, segundo Casimiro, Lopes e Emídio ([21-?], p. 1), é uma forma de resolver equações integrais complexas por meio da redução delas a um sistema de equações lineares simples. Para o presente estudo, foram utilizados os parâmetros α e β , definidos pelas Equações 2 e 3, respectivamente. Para $0 < x < \infty$; $\alpha > 0$ e $\beta > 0$.

$$\alpha = \frac{s^2}{\bar{x}} \quad \text{Eq. (2)}$$

$$\beta = \frac{\bar{x}^2}{s^2} \quad \text{Eq. (3)}$$

O método da Máxima Verossimilhança consiste em estimar os parâmetros α e β de um modelo, utilizando-se as estimativas que tornam máximo o valor da função de verossimilhança (BATISTA, 2009). Para a utilização do método em questão, foram necessários os valores da função de Log-Normal para todos os dados de precipitação teórica.

Após as funções Log-Normal já estarem calculadas, com as equações 4 e 5, encontraram-se os valores dos parâmetros α e β , respectivamente.

$$\alpha = \frac{x_t}{\beta} \quad \text{Eq. (4)}$$

$$\beta = \frac{1 + \sqrt{1 + 4\frac{A}{3}}}{4A} \quad \text{Eq. (5)}$$

Em que:

$$A = \ln \ln(\bar{x}) - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad \text{Eq. (6)}$$

A distribuição Normal, de acordo com Lanna (2002, p. 137), tem a função densidade de probabilidade, conforme a Equação 7, em que os parâmetros μ correspondem à média aritmética x e σ ao desvio padrão s da variável aleatória. Para $-\infty < x < +\infty$.

$$f(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-0,5 \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2} \quad \text{Eq. (7)}$$

A distribuição exponencial geométrica, conforme Ramos e Moala (2014), foi proposta a princípio por Adamidis e Loukas com dois parâmetros, cuja função de risco é decrescente. Seguidamente, Adamidis *et al.* exploraram uma ampliação da distribuição exponencial geométrica, chamando-a de distribuição exponencial geométrica estendida, a qual é denominada EGE e possui como uma de suas particularidades que sua função de risco pode ser crescente ou decrescente, dependendo dos valores de seus parâmetros (RAMOS; MOALA, 2014).

Para a estimativa dos parâmetros, foi utilizado o método dos L-Momentos, descritos em Ramos e Moala (2014). Utilizando os valores de y e λ obtidos, foram encontradas as precipitações observadas com o auxílio da Equação 8:

$$f(x, \gamma, \lambda) = \frac{\lambda \gamma e^{-\lambda x}}{(1 - (1 - \lambda)e^{-\lambda x})^2} \quad \text{Eq. (8)}$$

Em que γ e λ são os parâmetros da distribuição.

O ajuste da distribuição de probabilidade às frequências observadas de um conjunto de dados foi avaliado com a utilização do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov ou K-S. Esse teste consiste em determinar a diferença máxima (Equação 9) entre as frequências teóricas e as frequências observadas, isto é:

$$D_{max} = \text{Max} |f_{observada} - f_{teórica}| \quad \text{Eq. (9)}$$

Em que a frequência observada foi calculada pela expressão:

$$f_{observada} = \frac{i}{n+1} \quad \text{Eq. (10)}$$

Se o valor de $D_{máx}$ é menor que o valor crítico, a distribuição de probabilidade é considerada adequada. Para este estudo, adotou-se o valor crítico ao nível de significância de 5%. Quando mais de uma distribuição foi considerada adequada, utilizou-se o critério de menor valor de $D_{máx}$ para selecionar a distribuição mais adequada.

Para obter a provável precipitação pluvial total mensal, foram utilizadas as estimativas dos parâmetros já obtidos para todas as distribuições utilizadas, aos quais foi aplicada a função inversa do *software Excel* para as distribuições Normal, Gama e EGE dadas pela Equação (11).

$$x_p = \frac{\ln(-p\gamma + \gamma + p) - \ln(p)}{\lambda}, 0 \leq p \leq 1 \quad \text{Eq. (11)}$$

Para a análise dos resultados, foram obtidas as probabilidades de ocorrência de precipitações pluviométricas mensais de 2, 5, 10, 50, 90, 95 e 98%.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Apresenta-se, na Tabela 1, um resumo estatístico das séries de precipitações mensais da estação pluviométrica Foz do Manoel Alves, no qual constam a média, o desvio padrão, o coeficiente de variação (CV%), o coeficiente de assimetria (As) e o número de dados disponíveis na série histórica correspondente a cada mês (N).

Tabela 1 - Resumo estatístico dos dados pluviométricos mensais

Mês	Média (mm)	Desvio padrão (mm)	CV%	As	N
Jan.	204,21	98,55	48,26	0,4116	41
Fev.	181,23	92,37	50,97	1,0997	41
Mar.	145,12	64,59	44,51	0,6559	41
Abr.	104,61	44,93	42,95	0,3836	40
Mai.	111,89	91,40	81,69	1,8505	41
Jun.	96,10	57,29	59,62	0,8989	41
Jul.	114,00	79,38	68,56	1,7302	41
Ago.	117,46	90,98	77,45	1,5690	41
Set.	141,23	90,09	63,79	2,2123	41
Out.	146,14	61,06	41,79	0,6946	41
Nov.	135,83	61,84	45,53	0,2001	39
Dez.	148,14	77,21	52,12	0,8855	41

Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

A partir dos dados da tabela, percebe-se que somente dois meses, abril e outubro, apresentaram falhas de leitura ao longo da série histórica utilizada. Quando se analisam os coeficientes de assimetria obtidos, sabe-se que quanto mais próximo de zero ($As = 0$) mais simétrica é a distribuição dos dados e maior é a tendência de que a distribuição que melhor se adéque seja a Normal. A precipitação tem sazonalidade bem definida, com maiores valores no verão e menores no inverno. Somente no mês de junho é que a média foi inferior a 100 mm. Todas as séries apresentaram coeficiente da variação acima

de 40%, com valores mais altos nos meses de inverno, mostrando a maior dispersão dos dados nessa época do ano.

Na Tabela 2, constam os parâmetros obtidos para cada uma das distribuições, de acordo com os meses. Para a distribuição Gama, constam os parâmetros obtidos pelo Método dos Momentos (MM) e pelo Método da Máxima-Verossimilhança (MV).

De acordo com o teste de aderência de K-S, todas as distribuições apresentaram $D_{\text{máx}}$ inferiores aos $D_{\text{críticos}}$ dos respectivos meses, como observado na Tabela 3. A Distribuição Normal apresentou melhor ajuste para os meses de julho e novembro, enquanto a Distribuição Gama-MV teve melhor aderência nos meses de fevereiro e abril, e a Distribuição EGE no mês de janeiro. Os demais meses apresentaram melhores resultados com a Distribuição Gama-MM.

Tabela 2 - Parâmetros obtidos para cada distribuição

Mês	Normal		Gama - MM		Gama - MV		EGE	
	μ	Σ	α	β	γ	β	Λ	Γ
Jan.	204,21	98,55	4,29	47,56	3,71	55,05	0,0159	22,13
Fev.	181,23	92,37	3,85	47,08	4,36	41,53	0,0178	21,53
Mar.	145,12	64,59	5,05	28,75	4,39	33,03	0,0256	36,91
Abr.	104,61	44,93	5,42	19,30	4,65	22,50	0,0365	41,31
Mai.	111,89	91,40	1,50	74,66	2,04	54,84	0,0148	3,06
Jun.	96,10	57,29	2,81	34,16	2,83	33,97	0,0256	8,86
Jul.	114,00	79,38	2,06	55,28	2,31	49,28	0,0188	6,22
Ago.	117,46	90,98	1,67	70,47	1,97	59,77	0,0147	3,36
Set.	141,23	90,09	2,46	57,47	3,28	43,11	0,0186	10,84
Out.	146,14	61,06	2,46	57,47	6,13	23,83	0,0272	48,90
Nov.	135,83	61,84	4,82	28,16	4,22	32,16	0,0255	28,04
Dez.	148,14	77,21	3,68	40,24	3,60	41,17	0,0204	17,14

Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

Coan, Back e Bonetti (2014), comparando as distribuições Gama e Normal para 92 estações pluviométricas de Santa Catarina, concluíram que a distribuição Gama se mostrou mais adequada para estimar a precipitação

mensal. Denski e Back (2015) mostraram que a distribuição Gama também pode ser usada na análise de frequência de dados de evapotranspiração.

Soccol, Cardoso e Miquelluti (2010) determinaram a precipitação pluviométrica mensal provável para o município de Lages, SC. Os resultados obtidos demonstraram que a distribuição Gama se ajustou bem à série de dados de precipitação mensal.

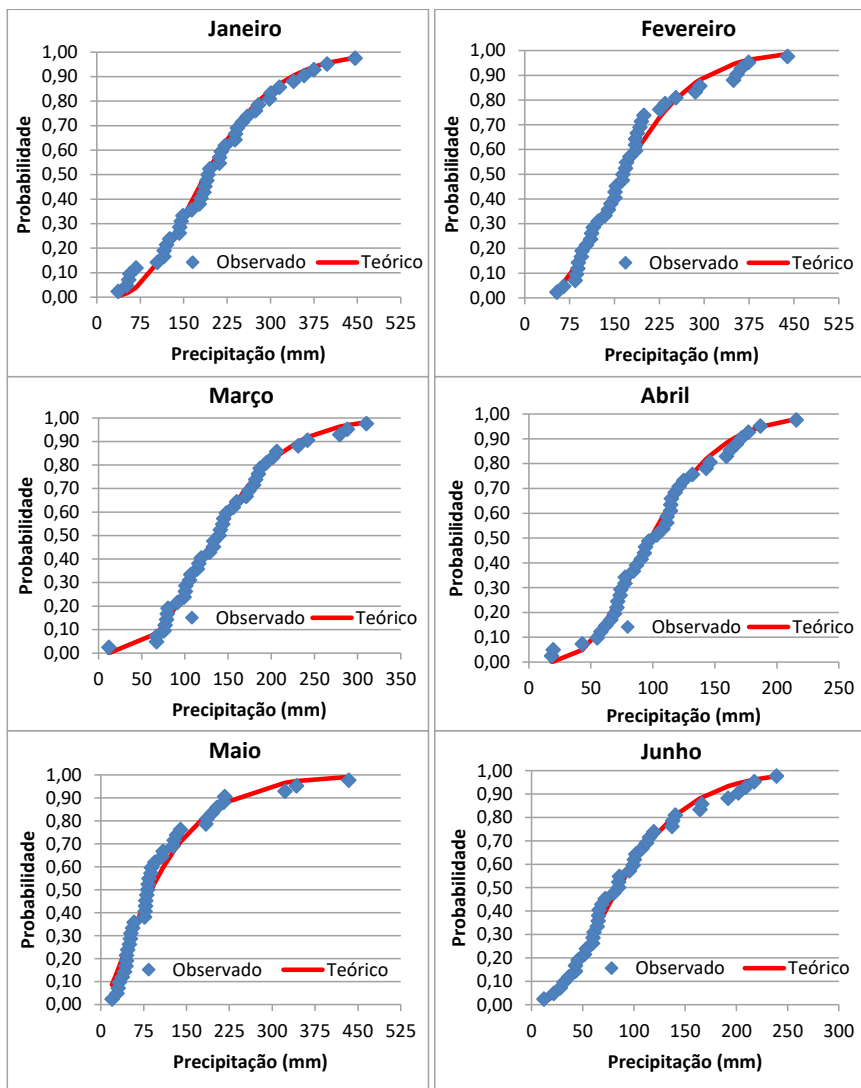
Tabela 3 - Dmáx para cada distribuição em relação ao mês

Dmáx	Normal	Gama-MM	Gama-MV	EGE	Dcrítico
Jan.	0,0611	0,0805	0,0820	0,0394	0,2076
Fev.	0,1618	0,0990	0,0984	0,1310	0,2076
Mar.	0,0781	0,0437	0,0549	0,0620	0,2076
Abr.	0,0671	0,0540	0,0534	0,0625	0,2101
Mai.	0,1962	0,0938	0,1282	0,1244	0,2076
Jun.	0,1196	0,0588	0,0596	0,0786	0,2076
Jul.	0,0611	0,1115	0,1061	0,0904	0,2076
Ago.	0,2037	0,1042	0,1204	0,1300	0,2076
Set.	0,1486	0,0889	0,1260	0,1380	0,2076
Out.	0,1185	0,0727	0,0782	0,1093	0,2076
Nov.	0,0879	0,1619	0,1595	0,1317	0,2127
Dez.	0,0879	0,0321	0,0357	0,0585	0,2076

Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

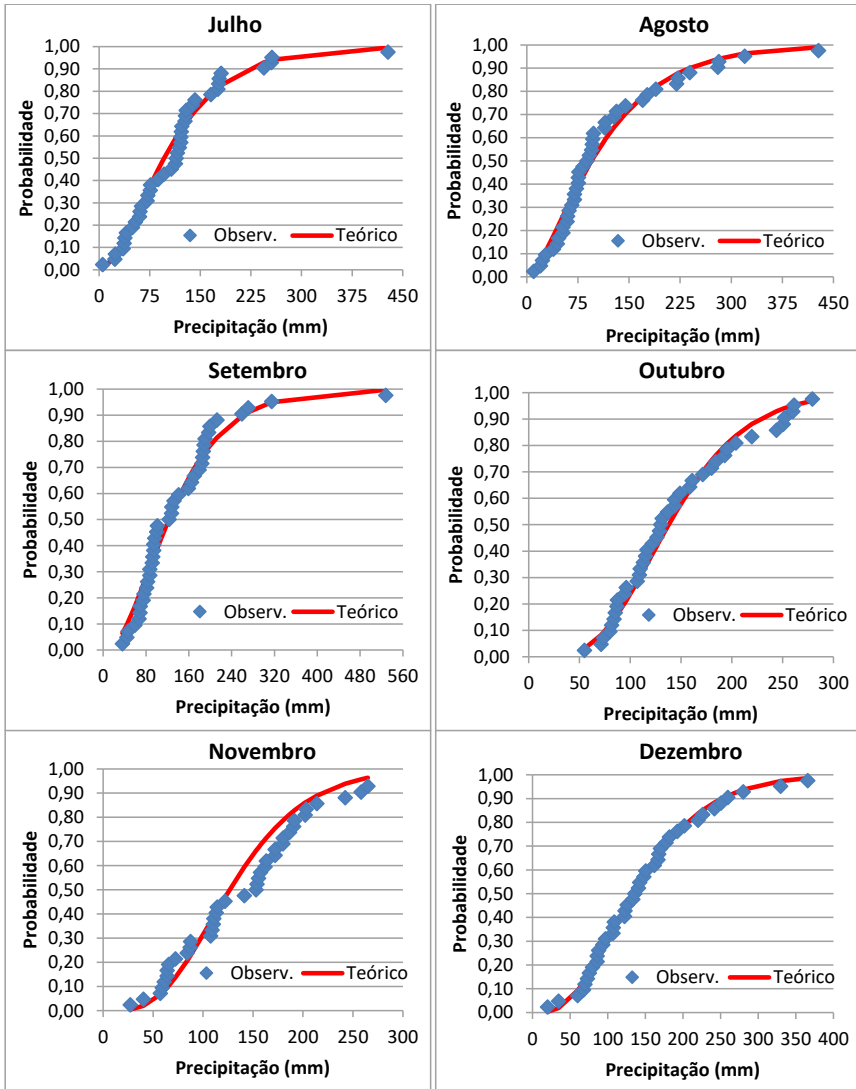
A Distribuição Gama-MM apresentou melhor aderência em 58% dos meses do ano. Dessa forma, optou-se por adotá-la para a análise dos resultados. Nas Figuras 2 e 3, constam as representações das aderências das séries de chuvas mensais às distribuições Gama-MM ajustadas.

Figura 2 - Aderência das séries de precipitações mensais à distribuição Gama-MM (janeiro a junho)



Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

Figura 3 - Aderência das séries de precipitações mensais à distribuição Gama-MM (julho a dezembro)



Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

Utilizando-se a distribuição Gama com as estimativas dos parâmetros obtidos pelo Método dos Momentos, dadas na Tabela 2, é possível estimar a provável precipitação pluvial total mensal de cada mês. A Tabela 4 apresenta os níveis de retorno da provável precipitação pluvial total para Meleiro e região, para os níveis de 2, 5, 10, 50, 90, 95 e 98% estimados pela distribuição Gama-MM.

Tabela 4 - Provável precipitação pluvial mensal

Mês	Probabilidade (%)						
	2	5	10	50	90	95	98
Jan.	55,2	73,2	92,4	188,6	336,3	388,6	453,2
Fev.	44,4	60,2	77,4	165,8	305,1	354,9	416,8
Mar.	44,7	57,5	70,9	135,7	231,6	265,0	306,2
Abr.	34,0	43,2	52,7	98,2	164,7	187,8	216,0
Mai.	6,9	13,1	21,8	88,2	233,2	291,5	367,0
Jun.	16,8	24,7	33,8	85,0	172,9	205,5	246,4
Jul.	12,9	21,0	31,2	96,2	220,1	267,8	328,6
Ago.	9,0	16,3	25,9	95,0	238,6	295,5	368,7
Set.	20,7	31,8	44,9	122,6	261,9	314,3	380,6
Out.	49,3	62,1	75,4	137,7	227,8	258,9	296,9
Nov.	40,4	52,4	65,0	126,6	218,6	250,9	290,6
Dez.	34,8	47,7	61,7	135,0	251,7	293,6	345,8

Fonte: Elaborada pelos Autores (2019).

Os níveis em questão retratam a probabilidade inerente de ocorrência de uma provável precipitação mensal. Por exemplo: de acordo com os dados pluviométricos da estação de Foz do Manoel Alves, localizada em Meleiro, existe uma chance de 90% de a precipitação acumulada ser igual ou superior a 233,2 mm no mês de maio.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados obtidos, identificou-se que o teste de Kolmogorov-Smirnov não rejeitou nenhuma das distribuições utilizadas. Por esse critério, a distribuição Exponencial Geométrica Estendida (EGE) só apresentou melhor aderência para a série do mês de janeiro. Para a série histórica estudada, identificou-se que a Distribuição Gama, com os parâmetros obtidos pelo Método dos Momentos, foi a que melhor se ajustou para os dados utilizados.

Identificar a distribuição mais adequada é de extrema valia para compreender o comportamento das chuvas em uma determinada região. Como aplicação desses dados, destaca-se o uso em projetos e planejamentos agrícolas, na gestão agropecuária e em obras de engenharia.

REFERÊNCIAS

BACK, Á. J. **Chuvas intensas e chuva para dimensionamento de estruturas de drenagem para o Estado de Santa Catarina (com programa HidroChuSC para cálculos)**. Florianópolis: Epagri, 2013. 193 p.

BATISTA, J. L. F. **Verossimilhança e Máxima Verossimilhança**. Piracicaba, SP: CMQ/ESALQ/USP, 2009, p.1-27. Disponível em: <http://cmq.esalq.usp.br/BIE5781/lib/exe/fetch.php?media=leituras:verossim.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2020.

CASIMIRO, A.; LOPES, V.; EMÍDIO, F. **Métodos dos Momentos**. [S.l.: s.n.], [21--?], p. 1-3. Disponível em: https://sapientia.ualg.pt/bitstream/10400.1/119/1/13_13.pdf. Acesso em: 15 mar. 2020.

COAN, B. P.; BACK, Á. J.; BONETTI, A. V. Precipitação mensal e anual provável no estado de Santa Catarina. **Revista Brasileira de Climatologia**, [S.l.], v. 15, p. 122-142, 2014.

DENSKI, A. P. N.; BACK, Á. J. Aderência de distribuições de probabilidades aos dados de evapotranspiração de referência decendial. **Revista Brasileira de Climatologia**, [S.l.], v. 17, p. 30-43, 2015.

LANNA, A. E. Elementos de Estatística e Probabilidades. *In*: TUCCI, C. E. M. **Hidrologia: ciência e aplicação**. Porto Alegre: Ed. da Universidade/UFRGS/ABRH, 2002, p. 79-176.

MURTA, R. M.; TEODORO, S. M.; BONOMO, P.; CHAVES, M. A. Precipitação Pluvial Mensal em Níveis de Probabilidade pela Distribuição Gama para duas localidades do Sudoeste da Bahia. **Ciênc. Agrotec**, Lavras, v. 29, n. 5, p. 988-994, out. 2005.

RAMOS, P. L. **Aspectos Computacionais para Inferência na Distribuição Gama Generalizada**. 2014. 164 f. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada e Computacional) - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2014.

RAMOS, P. L.; MOALA, F. A. A aplicação da Distribuição Exponencial Geométrica estendida para modelagem de dados pluviométricos. **Revista Brasileira de Meteorologia**, Presidente Prudente, SP, v. 29, n. 4, p. 613-620, jun. 2014.

SOCCOL, O. J.; CARDOSO, C. O.; MIQUELLUTI D. J. Análise da precipitação mensal provável para o município de Lages, SC. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, PB, v. 14, n. 6, p. 569-574, 2010.