



UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS DA UNICAMP  
REPOSITÓRIO DA PRODUÇÃO CIENTÍFICA E INTELLECTUAL DA UNICAMP

**Versão do arquivo anexado / Version of attached file:**

Versão do Editor / Published Version

**Mais informações no site da editora / Further information on publisher's website:**

<https://ieeexplore.ieee.org/document/8291458>

**DOI: 10.1109/TLA.2018.8291458**

**Direitos autorais / Publisher's copyright statement:**

©2018 by Institute of Electrical and Electronics Engineers. All rights reserved.

DIRETORIA DE TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO

Cidade Universitária Zeferino Vaz Barão Geraldo

CEP 13083-970 – Campinas SP

Fone: (19) 3521-6493

<http://www.repositorio.unicamp.br>

# Squat Vertical Jump of a 3DOF Robot Leg over an Inclined Plane: Analysis with Joint Torque Profile Approximation

A. N. Miyadaira, M. K. Madrid, J. C. García, D. Gualda and A. L. Delai

**Abstract**— This work shows an analysis of the movement of a robot with an articulated leg (without a toe) of 3 degrees of freedom (3DOF) when performing a squat vertical jump over an inclined plane. We propose two different approaches to model this problem. The first method estimates the ankle position and foot orientation at the landing time, using the non-zero angular momentum and the plane tilt angle; thus, the foot orientation can be corrected during the time in the air, which achieves greater contact area when the robot land. The second method adjusts the relative position of the CoM (Center of Mass) to the horizontal axis in order to infer the joint torque profile in different tilt angles of the plane. Matlab simulation results show that, the ankle is the most affected joint whereas the plane tilts with the same jump pattern. Having a range of inclination values of  $\pm \pi/18$ , the torque variation changes from 35.82% to 2.59%, which proves the efficiency of the evaluated cases.

**Keywords**— Articulated leg, vertical jump, jump stability, inclined plane.

## I. INTRODUCCIÓN

LA implementación del salto vertical, en estructuras robóticas sobre piernas articuladas, es una tarea compleja que requiere que las articulaciones generen movimientos rápidos y coordinados de modo que el CoM del robot desarrolle una trayectoria concreta, planificada para realizar el salto con la velocidad de lanzamiento deseada y adecuada estabilidad dinámica. Además, los movimientos de las articulaciones deben ser cuidadosamente planificados para que el momento angular total, en relación al CoM del robot, sea cercano a cero. Debido a la conservación del momento angular en la fase aérea, si éste fuese diferente de cero el robot presentaría un desplazamiento angular sobre su CoM que puede comprometer el aterrizaje; esto es debido a que la proyección del CoG (Centro de Gravedad) sobre el suelo debe estar dentro del polígono de soporte para asegurar que la estructura toque el suelo en una condición momentánea de estabilidad.

En la actualidad, hay diversos estudios de investigación sobre la generación del movimiento de salto en estructuras sobre piernas articuladas con resultados de interés (referencias

principales: [1]-[11]). Sin embargo, los métodos de planificación del movimiento de salto utilizan normalmente un perfil de momento angular y/o ZMP (Punto de Momento Cero) en las ecuaciones para la planificación de la trayectoria de las juntas, lo que puede perjudicar la búsqueda de soluciones donde la postura inicial y la altura del salto son factores críticos, principalmente cuando se desea realizar un salto del tipo semi-agachado con una determinada trayectoria para el CoM del robot. Además, en los trabajos citados no se observan análisis sobre la influencia de la inclinación del suelo en un salto vertical, así como una estimación de la postura del robot en el instante del aterrizaje en un suelo inclinado cuando el momento angular es diferente de cero en la fase aérea.

Con intención de contribuir a los estudios relacionados con la reproducción del salto vertical del tipo semi-agachado en estructuras robóticas sobre piernas articuladas, este trabajo hace un análisis sobre la influencia de la inclinación del suelo sobre el movimiento de salto y propone métodos, tanto para estimar la postura del tobillo en el instante del aterrizaje como para aproximar el perfil de par en las articulaciones para distintos ángulos de inclinación del suelo.

El modelo de robot utilizado en este estudio se comprende 3GDL y está aplicado a una pierna articulada sin actuación del dedo. El método aplicado en la planificación del movimiento de las juntas está basado en [12], donde la curva de aceleración del CoM del robot se describe por un polinomio de tercer grado. A diferencia de la mayoría de los métodos presentados por otros autores, en éste no se añaden las ecuaciones de ZMP y momento angular en la planificación del movimiento de las juntas con objeto de simplificar la búsqueda de soluciones a partir de la cinemática inversa; sin embargo, aquellas ecuaciones se usan al final de la planificación del salto para verificar la estabilidad del movimiento de impulsión y del aterrizaje.

Este artículo está organizado como se detalla a continuación. En la sección II, se analiza el modelo cinemático y dinámico. La sección III describe la estrategia propuesta para la generación del movimiento de salto. En la sección IV se presentan los resultados de las simulaciones realizadas. Finalmente, las conclusiones se detallan en la sección V.

## II. MODELO DEL ROBOT

El modelo virtual del robot propuesto en este trabajo fue desarrollado a partir de la herramienta SolidWorks. Para que los parámetros se aproximen a los de una estructura real, se han tomado los valores aproximados de la masa, CoM y

A. N. Miyadaira, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Medianeira, Paraná, Brasil, miyadaira@utfpr.edu.br

M. K. Madrid, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, São Paulo, Brasil, madrid@dsce.fee.unicamp.br

J. C. G. García, Universidad de Alcalá (UAH), Alcalá de Henares, Madrid, España, jcarlos@depeca.uah.es

D. Gualda, Universidad de Alcalá (UAH), Alcalá de Henares, Madrid, España, david.gualda@depeca.uah.es

A. L. Delai, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, São Paulo, Brasil, delai@dca.fee.unicamp.br

momento angular de los actuadores que serán utilizados en una futura estructura física, actualmente en desarrollo. En dicha estructura, los eslabones del robot se construirán en ABS mediante una impresora 3D, con un porcentaje de relleno del 50%. El modelo tiene 3GDL y está compuesto por cuatro eslabones, los cuales se corresponden con las siguientes partes del cuerpo humano: pie, pierna, muslo y tronco. En cada eslabón las dimensiones y posiciones del CoM son representadas por  $l_j$  y  $lc_j$ , respectivamente; por su lado, la longitud del pie ( $l_{pie}$ ) es de 0,134m. Los parámetros del robot se ilustran en la Fig. 1 y se presentan en la Tabla I, donde  $m_j$  es la masa,  $I_{zj}$  es el momento de inercia, mientras que  $\theta_3$ ,  $\theta_4$  y  $\theta_5$ , son los ángulos de las juntas del tobillo, rodilla y cadera, respectivamente. El ángulo  $\theta_1$  corresponde a la inclinación del suelo sumado con  $-\pi/2$  y  $\theta_2$  es  $\pi/2$ .

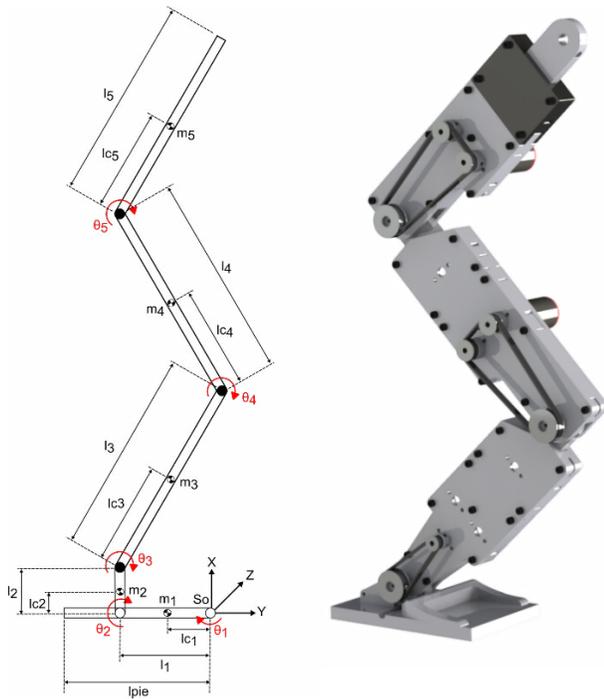


Figura 1. Modelo del robot y nomenclatura.

TABLA I: PARÁMETROS DEL ROBOT

Eslabon	$L_j$ [M]	$L_{c_j}$ [M]	$M_j$ [KG]	$I_{z_j}$ [kg.m <sup>2</sup> ]
Pie	0,084	0,068	0,105	1,45e-04
	0,021	0,019	0,017	1,54e-06
Pierna	0,200	0,092	0,240	8,02e-04
Muslo	0,200	0,094	0,363	8,35e-04
Tronco	0,200	0,114	0,627	1,30e-03

La masa total ( $M$ ) y la posición del CoM ( $c$ ) del robot se calculan a partir de las ecuaciones (1) y (2), respectivamente, dónde  $c_j$  ( $3 \times 1$ ) es el vector posición del CoM del eslabón  $j$ .

$$M = \sum_{j=1}^N m_j \quad (1)$$

$$c = (\sum_{j=1}^N m_j \cdot c_j) / M \quad (2)$$

La posición y orientación de cada eslabón en relación al sistema de coordenadas  $S_o$ , localizado en la extremidad del pie, se calculan a partir de la matriz de transformación homogénea  $T$  ( $4 \times 4$ ) representada por (3), dónde  $R$  es la matriz de rotación ( $3 \times 3$ ) y  $d$  es el vector de traslación ( $3 \times 1$ ) [13][14].

$$T_0^n = \begin{bmatrix} R_0^n & d_0^n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Las velocidades, aceleraciones lineales ( $\dot{d}, \ddot{d}$ ) y angulares ( $w, \alpha$ ) son calculadas por (4) y (5), donde  $J$  es la matriz Jacobiana ( $6 \times n$ ) y  $q$  es el vector de coordenadas articulares ( $n \times 1$ ) [13][14].

$$\begin{bmatrix} \dot{d} \\ w \end{bmatrix} = J \cdot \dot{q} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} \ddot{d} \\ \alpha \end{bmatrix} = J \cdot \ddot{q} + \dot{J} \cdot \dot{q} \quad (5)$$

El momento angular total del robot ( $L_{Total}$ ) sobre su CoM se calcula a partir de la ecuación (6), donde  $r_j$  ( $3 \times 1$ ) describe la posición del CoM del eslabón  $j$  en relación al CoM del robot, mientras que  $I_j$  ( $3 \times 3$ ) es el tensor de inercia del eslabón  $j$  en relación a su CoM [15][16].

$$L = \sum_{j=1}^N r_j \times m_j \cdot (v_j - \dot{c}) + \sum_{j=1}^N I_j \cdot w_j \quad (6)$$

El par en las juntas se estima a partir del modelo dinámico (7), obtenido a partir de la formulación de Euler-Lagrange, en donde  $H$  ( $n \times n$ ) es la matriz de inercia,  $C$  ( $n \times 1$ ) es la matriz de fuerzas centrípetas y de Coriolis,  $G$  ( $n \times 1$ ) es el vector gravitacional y  $\Gamma$  ( $n \times 1$ ) es el vector de fuerzas generalizadas. [13][14].

$$H(q) \cdot \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + G(q) = \Gamma \quad (7)$$

### III. PLANIFICACIÓN DEL MOVIMIENTO DE SALTO

La planificación del movimiento de salto se resume en el diagrama de bloques de la Fig. 2, donde los términos  $t_0$  y  $t_{i0}$  se corresponden a los instantes inicial y final del movimiento de impulsión, respectivamente.

El bloque '1' define la postura inicial y final del robot, durante la fase de impulsión, a partir de la posición angular final de la articulación de la cadera ( $\theta_5(t_{i0})$ ), la posición inicial del CoM en relación al eje horizontal ( $y_{CoM}(t_0)$ ) y el ángulo de inclinación del suelo ( $\phi$ ).

El bloque '1' informa de la posición inicial y final del CoM del robot al bloque '2' que, junto con la velocidad de lanzamiento ( $v_{CoM}(t_{i0})$ ), define la trayectoria de las juntas basada en la curva de aceleración, velocidad y posición del CoM propuesto en [12].

Finalmente el bloque '3' recibe las informaciones del movimiento de las articulaciones y analiza la estabilidad dinámica a partir de la ecuación de ZMP y estima el desplazamiento angular del robot en la fase aérea. Si la trayectoria del ZMP y la proyección del CoG estuvieran dentro de la región de estabilidad, el movimiento de salto es considerado valido, de lo contrario, se califica como inválido.

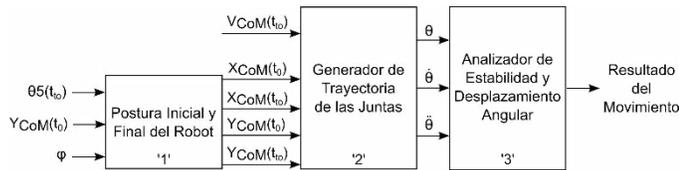


Figura 2. Diagrama de planificación del movimiento de salto.

### A. Postura Inicial y Final del Movimiento de Salto

La postura inicial del robot se determina suponiendo que el ángulo de la rodilla es  $-\pi/2$  ( $\theta_4(t_0)$ ), el ángulo de la cadera es  $\pi/2$  ( $\theta_5(t_0)$ ) y la posición del CoM en relación al eje horizontal ( $y_{CoM}(t_0) = y_{CoM}(t_0)$ ) está dentro de la región de estabilidad, definida por  $-l_{pie} \cdot |\cos \varphi| \leq y_{CoM}(t) \leq 0$ . El ángulo inicial del tobillo ( $\theta_3(t_0)$ ) se obtiene a partir de la solución de (8).

$$y_{CoM}(t) = c_y = \frac{1}{M} \cdot \sum_{j=1}^N m_j \cdot c_{j,y} \quad (8)$$

A continuación, la altura inicial del CoM del robot se calcula sustituyendo las variables  $\theta_3(t_0)$ ,  $\theta_4(t_0)$  y  $\theta_5(t_0)$  en (9).

$$x_{CoM}(t) = c_x = \frac{1}{M} \cdot \sum_{j=1}^N m_j \cdot c_{j,x} \quad (9)$$

De mismo modo que para la postura inicial, la postura final puede ser definida atribuyendo un valor para la posición angular  $\theta_5(t_{to})$ , que debe estar entre 0 y  $\pi/2$ . Suponiendo que  $\theta_4(t_{to}) = -\theta_5(t_{to})$ , el ángulo  $\theta_3(t_{to})$  y la altura del CoM del robot se obtienen a partir de las ecuaciones (8) y (9), respectivamente. La Fig. 3 ilustra el movimiento de impulsión del robot para los siguientes parámetros de entrada:  $\varphi = \pi/18$ ,  $\theta_4(t_{to}) = -\pi/4$ ,  $\theta_5(t_{to}) = \pi/4$ , y  $y_{CoM}(t_0) = y_{CoM}(t_{to}) = -0,050\text{m}$ .

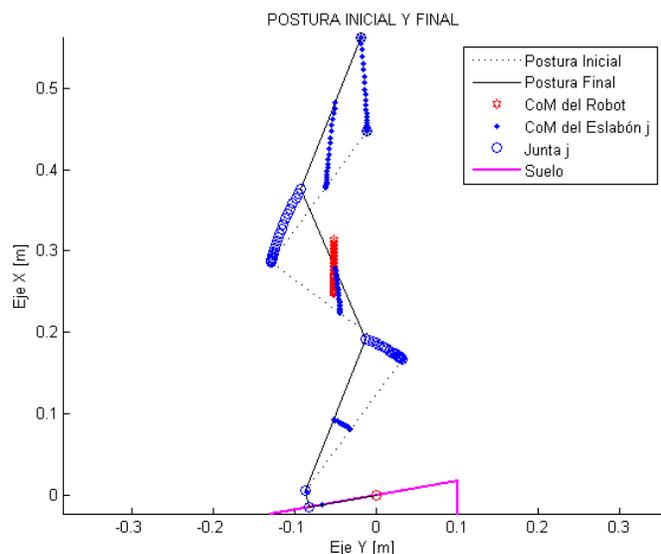


Figura 3. Postura inicial y final del robot.

### B. Planificación de la Trayectoria de las Juntas

En la planificación de la trayectoria de las juntas, se utiliza la función de aproximación de la curva de aceleración del CoM del robot propuesta en [12], la cual se representa por el polinomio (10).

$$\ddot{x}_{CoM} = f_1(t) = a_1 \cdot t^3 + b_1 \cdot t^2 \quad (10)$$

Las componentes  $a_1$ ,  $b_1$  y el período de la fase de impulsión  $t_{to}$ , se obtienen a partir del sistema representado en (11), donde  $g$  es la aceleración de la gravedad.

$$f_1(t_{to}) = -g$$

$$\int f_1(t_{to}) dt = v_{CoM}(t_{to}) \quad (11)$$

$$\int \int f_1(t_{to}) dt = x_{CoM}(t_{to}) - x_{CoM}(t_0)$$

Las trayectorias de los ángulos de las juntas ( $\theta_3$ ,  $\theta_4$  y  $\theta_5$ ) se calculan a partir de la solución del sistema representado en (8) y (9), en el dominio discreto, siendo  $\theta_4(t) = -\theta_5(t)$ .

### C. Inclinación del Suelo

La nomenclatura adoptada en este trabajo para el estudio del salto vertical sobre un suelo inclinado se presenta en la Fig. 4, donde  $\varphi$  es el ángulo de inclinación del suelo,  $F_{at}$  es la fuerza de fricción entre el suelo y la planta del pie,  $P$  es el peso del robot y  $N$  es la fuerza normal al suelo.

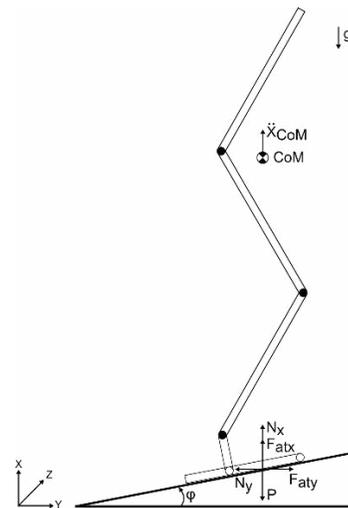


Figura 4. Nomenclatura para el suelo inclinado.

Las ecuaciones (12) y (13) representan el equilibrio de las fuerzas presentadas en la Fig. 4.

$$N_x = P - F_{atx} + M \cdot \ddot{x}_{CoM} \quad (12)$$

$$N_y = F_{aty} \quad (13)$$

Los valores de  $P$ ,  $N$  y  $F_{at}$  pueden obtenerse a partir de las ecuaciones (14), (15) y (16), respectivamente, siendo  $\mu$  el coeficiente de fricción entre la planta del pie y el suelo.

$$P = M \cdot g \quad (14)$$

$$N = \frac{P + M \cdot \ddot{x}_{CoM}}{\cos \varphi + \mu \cdot \sin \varphi} \quad (15)$$

$$F_{at} = \mu \cdot N = \tan \varphi \cdot N \quad (16)$$

Los valores de las componentes de las fuerzas  $N$  y  $F_{at}$  pueden ser estimadas a partir de las ecuaciones (17) a (20).

$$F_{atx} = F_{at} \cdot \sin \varphi \quad (17)$$

$$F_{aty} = F_{at} \cdot \cos \varphi \quad (18)$$

$$N_x = N \cdot \cos \varphi \quad (19)$$

$$N_y = N \cdot \sin \varphi \quad (20)$$

En este trabajo se supone que el pie está en una condición estática durante todo el movimiento de impulsión, luego el pie no resbala sobre el suelo.

#### D. Ajuste de la Posición del $y_{CoM}$

Si el movimiento de impulsión se planifica con  $y_{CoM}$  fijo para cualquier ángulo de inclinación del suelo, la distancia de la articulación del tobillo hasta el CoM del robot, en relación al eje  $Y$ , cambia de acuerdo con la inclinación y afecta principalmente al par aplicado en esta articulación. El método propuesto para aproximar el patrón de par en las juntas para distintos ángulos de inclinación del suelo consiste en ajustar la posición de  $y_{CoM}$  planeada para un suelo plano a uno inclinado, de modo que la distancia entre el tobillo y el  $y_{CoM}$  permanezca constante.

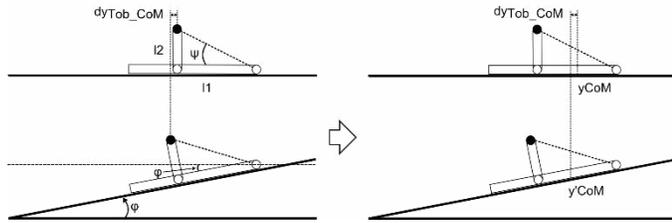


Figura 5. Nomenclatura para el ajuste del  $y_{CoM}$ .

La nomenclatura adoptada se presenta en la Fig. 5, donde  $\psi$  es el ángulo entre la extremidad del pie y el tobillo, y  $dy_{Tob\_CoM}$  es el desplazamiento del tobillo en relación al eje  $Y$ . Estos valores pueden ser calculados a partir de las ecuaciones (21) y (22), respectivamente.

$$\Psi = \tan^{-1} \left( \frac{l_2}{l_1} \right) \quad (21)$$

$$dy_{Tob\_CoM} = l_1 - \left( \sqrt{l_1^2 + l_2^2} \right) \cdot \cos(\Psi - \varphi) \quad (22)$$

Asumiendo que el desplazamiento  $dy_{Tob\_CoM}$  equivale a la variación de la distancia entre el tobillo y el  $y_{CoM}$  en relación al eje horizontal, la posición del  $y_{CoM}$  puede ser ajustada para superficies inclinadas a partir de (23).

$$y_{CoM}' = y_{CoM} + dy_{Tob\_CoM} \quad (23)$$

#### E. Estabilidad del Movimiento de Salto

La calidad de la estabilidad del movimiento de salto, durante la fase de impulsión, se evalúa a partir del concepto de

ZMP introducido por Miomir Vukobratović, cuya ecuación para el análisis en el plano sagital se muestra en (24), donde  $m_j$ ,  $c_j$ ,  $\ddot{c}_j$  y  $\alpha_j$  son la masa, el vector posición, la aceleración lineal y la aceleración angular del eslabón  $j$ , respectivamente [17][18].

$$y_{ZMP} = \frac{\sum_{j=1}^N m_j (\ddot{c}_{j,x} + g) c_{j,y} - \sum_{j=1}^N m_j \ddot{c}_{j,y} c_{j,x} - \sum_{j=1}^N I_{j,z} \alpha_{j,z}}{\sum_{j=1}^N m_j (\ddot{c}_{j,x} + g)} \quad (24)$$

La región estable está delimitada por la superficie inferior del pie, cuyo valor de  $y_{ZMP}$  debe estar dentro del rango de valores de (25), y cuanto más distante de las extremidades mejor para la calidad de la estabilidad.

$$-l_{pie} \cdot |\cos \varphi| \leq y_{ZMP} \leq 0 \quad (25)$$

#### F. Estabilidad del Movimiento de Salto

El método propuesto para estimar el movimiento en el periodo de fase aérea y la posición del tobillo en el instante del aterrizaje, deriva de un análisis geométrico de la estructura.

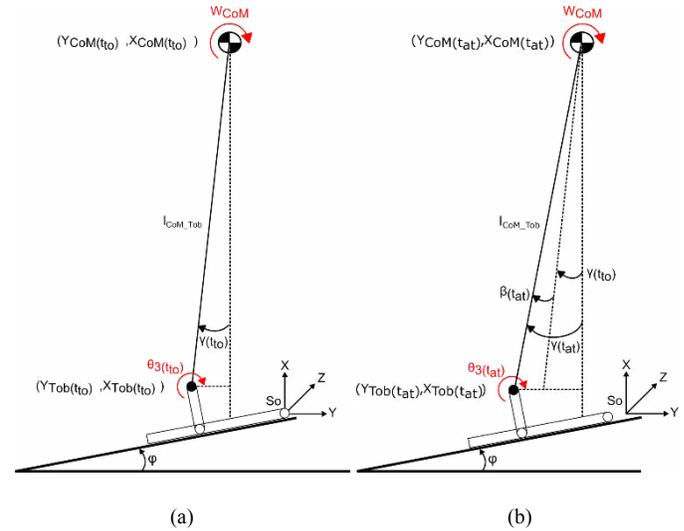


Figura 6. Posición del CoM y del tobillo del robot, en el instante inicial (a) y final (b) de la fase aérea.

En la Fig. 6 se muestra dicha geometría en los instantes inicial ( $t_0$ ) y final ( $t_{at}$ ) de la fase aérea; el parámetro  $l_{CoM\_Tor}$  es la distancia entre el CoM y el tobillo;  $w_{CoM}$  es la velocidad angular del robot sobre su CoM;  $\beta_{CoM}$  es el desplazamiento angular total del CoM en la fase aérea; y  $\gamma(t)$  es el ángulo entre la proyección del CoG en el suelo y el segmento de recta  $l_{CoM\_Tor}$ . Sus valores pueden ser calculados a partir de las ecuaciones (26), (27), (28) y (29), respectivamente.

$$l_{CoM\_Tob} = \sqrt{(y_{CoM}(t) - y_{Tob}(t))^2 + (x_{CoM}(t) - x_{Tob}(t))^2} \quad (26)$$

$$\gamma(t) = \tan^{-1} \left( \frac{y_{CoM}(t) - y_{Tob}(t)}{x_{CoM}(t) - x_{Tob}(t)} \right) = \gamma(t_0) + \beta_{CoM}(t) \quad (27)$$

$$\beta_{CoM}(t) = w_{CoM} \cdot t \quad (28)$$

$$w_{CoM} = \frac{L_{total}(t_{to})}{l'_{total}(t_{to})} \quad (29)$$

El periodo de tiempo de la fase aérea ( $t_{aérea}$ ) se estima sumando el tiempo de subida ( $t_{subida}$ ) y de caída libre ( $t_{caída}$ ) del robot. El valor de  $t_{subida}$  puede ser calculado a partir de (30).

$$t_{subida} = \frac{v_{CoM}(t_{to})}{g} \quad (30)$$

Luego en el instante  $t_{subida}$ , la altura máxima del tobillo ( $h_{max\_Tob}$ ) y su desplazamiento en relación al eje Y ( $\Delta y_{Tob}(t_{subida})$ ), pueden ser estimados a partir de las ecuaciones (31) y (32), respectivamente.

$$h_{max\_Tob} = \frac{(v_{CoM}(t_{to}))^2}{2 \cdot g} + l_{CoM\_Tob} \cdot \cos \gamma(t_{to}) - l_{CoM\_Tob} \cdot \cos \gamma(t_{subida}) \quad (31)$$

$$\Delta y_{Tob}(t_{subida}) = l_{CoM\_Tob} \cdot \sin \gamma(t_{to}) - l_{CoM\_Tob} \cdot \sin \gamma(t_{subida}) \quad (32)$$

El tiempo de caída libre del robot  $t_{caída}$  se deduce a partir de la solución de (33), cuyo término izquierdo es la diferencia de altura del suelo debido a su ángulo de inclinación y al desplazamiento lineal del tobillo en relación al eje Y, provocado por el momento angular diferente de cero en la fase aérea.

$$\begin{aligned} -\tan \varphi \cdot l_{CoM\_Tob} \cdot \{ \sin \gamma(t_{to}) \\ - \sin[\gamma(t_{subida}) + \beta_{CoM}(t_{caída})] \} \\ = h_{max\_tob} \\ + l_{CoM\_Tob} \cdot \cos \gamma(t_{subida}) \\ - l_{CoM\_Tob} \cdot \cos[\gamma(t_{subida}) \\ + \beta_{CoM}(t_{caída})] - g \cdot \frac{t_{caída}^2}{2} \end{aligned} \quad (33)$$

Por lo tanto, el periodo de la fase aérea puede ser obtenido por (34), mientras que la posición del CoM del robot y del tobillo durante la fase aérea pueden ser estimados a partir de las ecuaciones (35), (36), (37) y (38).

$$t_{aérea} = t_{subida} + t_{caída} \quad (34)$$

$$y_{CoM_{aérea}}(t) = y_{CoM}(t_{to}) \quad (35)$$

$$x_{CoM_{aérea}}(t) = x_{CoM}(t_{to}) + v_{CoM}(t_{to}) \cdot t - g \cdot \frac{t^2}{2} \quad (36)$$

$$y_{Tob_{aérea}}(t) = y_{CoM}(t_{to}) - l_{CoM\_Tob} \cdot \sin(\gamma(t_{to}) + \beta_{CoM}(t)) \quad (37)$$

$$x_{Tob_{aérea}}(t) = x_{CoM_{aérea}}(t) - l_{CoM\_Tob} \cdot \cos(\gamma(t_{to}) + \beta_{CoM}(t)) \quad (38)$$

Para compensar la inclinación del pie en relación al suelo, debido al momento angular, la junta 3 puede ser compensada de acuerdo con la ecuación (39). El desplazamiento de la parte superior puede despreciarse, pues el momento de inercia del

pie en relación a la junta de rotación es bastante inferior al del resto del cuerpo (alrededor de  $1,49e-04 \text{ kg.m}^2$  para el pie y  $3,46e-02 \text{ kg.m}^2$  para el resto del cuerpo), los cuales están relacionados en la siguiente proporción  $\Delta \theta_{cuerpo} = 0,043 \cdot \Delta \theta_{pie}$ .

$$\theta_3(t_{at}) = \theta_3(t_{to}) - \beta_{CoM}(t_{aérea}) \quad (39)$$

Luego si toda la superficie del pie toca el suelo en el instante del aterrizaje, la proyección del CoG debe estar entre las posiciones  $y_{dedo\_pie} = y_{Tob_{aérea}}(t_{aérea}) + (l_1 - d)y_{Tob\_CoM}$  e  $y_{talón} = y_{dedo\_pie} - |\cos \varphi| \cdot l_{pie}$  para garantizar que la estructura esté en una condición de estabilidad en el momento de tocar el suelo. La Fig. 7 ilustra la trayectoria del pie sin y con corrección de su inclinación, generada por el desplazamiento angular en la fase aérea, cuyos parámetros del salto son:  $\varphi = \pi/18$ ,  $v_{CoM\_X}(t_{to}) = 0,500$ ,  $v_{CoM\_Y}(t_{to}) = 0$ ,  $\theta_4(t_{to}) = -\pi/4$ ,  $\theta_5(t_{to}) = \pi/4$ , y  $y_{CoM}(t_0) = y_{CoM}(t_{to}) = -0,05$ .

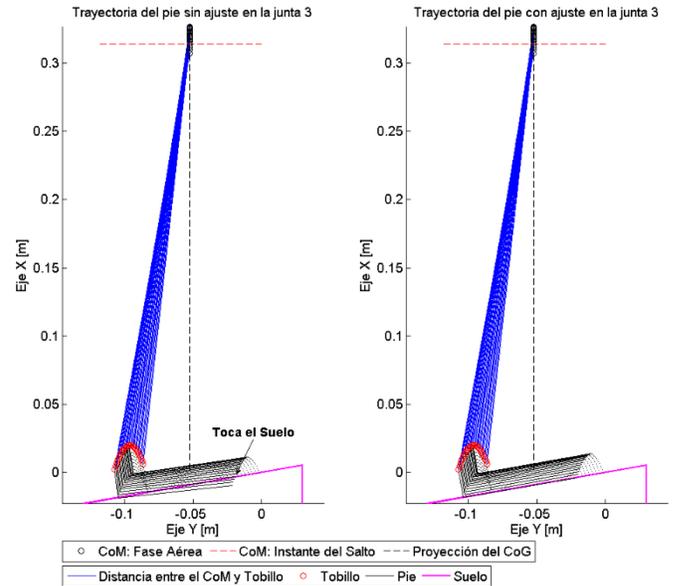


Figura 7. Trayectoria del pie sin/con corrección de la junta 3.

En el ejemplo de la Fig. 7 es posible identificar que, en el caso sin corrección de la junta 3, el aterrizaje se anticipa ya que la punta del pie toca el suelo antes que el talón. Esto también genera inestabilidad, dado que la posición del punto de contacto actúa como un eje alrededor del CoM del robot que giraría hasta que el talón tocara el suelo.

#### IV. SIMULACIONES Y RESULTADOS

Aquí se presentan los resultados de las simulaciones del salto vertical, de tipo semi-agachado, para distintos ángulos de inclinación del suelo, cuyo margen de estabilidad en el movimiento de impulsión y la estabilidad momentánea en el instante del aterrizaje se presentan en la Tabla II. En dicha tabla  $v_{CoM}(t_{to}) = 0,500 \text{ m/s}$ ,  $\theta_5(t_0) = \pi/2$ ,  $\theta_5(t_{to}) = \pi/4$ ,  $\theta_4(t) = -\theta_5(t)$  y la resistencia del aire es nula.

TABLA II: PARÁMETROS DE ENTRADA Y RESULTADOS

	Parámetros de Entrada			Resultados			
	Caso	$\varphi$ [rad]	$y_{CoM}$ [m]	$y'_{CoM}$ [m/s]	$L_{total}(t_{to})$ [kg.m <sup>2</sup> /s]	$y_{Tob}(t_{at})$ [mm]	Margen de Estabilidad [m]
Sin ajuste del $y_{CoM}$	1	$\pi/18$	-0,05	-0,0500	2,67e-2	-105,51	0,0509
	2	$\pi/36$	-0,05	-0,0500	2,68e-2	-105,22	0,0506
	3	0	-0,05	-0,0500	2,70e-2	-103,25	0,0498
	4	$-\pi/36$	-0,05	-0,0500	2,74e-2	-100,72	0,0485
	5	$-\pi/18$	-0,05	-0,0500	2,80e-2	-97,62	0,0467
Con ajuste del $y_{CoM}$	6	$\pi/18$	-0,05	-0,0524	2,73e-2	-107,14	0,0513
	7	$\pi/36$	-0,05	-0,0515	2,71e-2	-105,50	0,0509
	8	0	-0,05	-0,0500	2,70e-2	-103,25	0,0498
	9	$-\pi/36$	-0,05	-0,0479	2,69e-2	-100,37	0,0482
	10	$-\pi/18$	-0,05	-0,0451	2,67e-2	-96,87	0,0450

Los resultados presentados en la Tabla II apuntan a que el modelo de robot propuesto es capaz de realizar un salto vertical sobre un suelo inclinado, con buen margen de estabilidad en el movimiento de impulsión y momentánea en el instante del aterrizaje ( $y_{Tob}(t_{at})$ ) para todos los casos evaluados. Sin embargo, se ve que la variación del momento angular en el instante del salto es menor para los casos donde se ajusta la posición de  $y_{CoM}$ , cuya variación entre las inclinaciones  $-\pi/18$  y  $\pi/18$  es de  $0,0006\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ ; sin ajuste, el momento angular varía  $-0,0013\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$  (un aumento del 116,67%). La Fig. 8 presenta la trayectoria del ZMP y del momento angular para los casos descritos en la Tabla II.

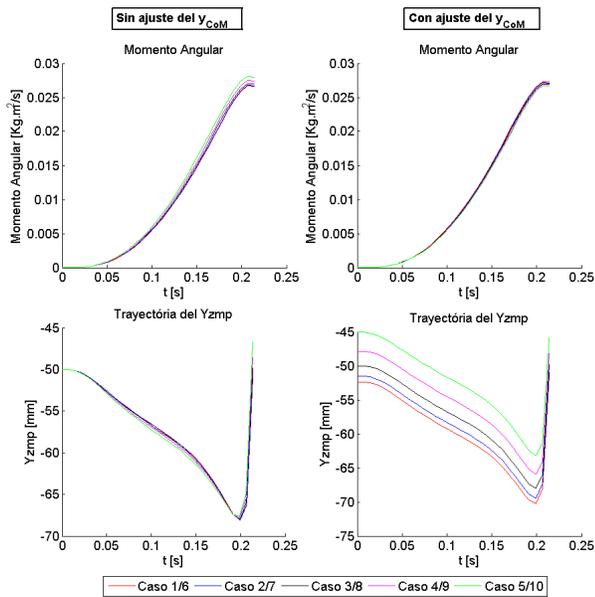


Figura 8. Trayectorias del ZMP y momento angular.

Respecto al margen de estabilidad, se observa que la mayor variación entre los extremos se verifica en los casos donde el  $y_{CoM}$  es ajustado, siendo de  $0,0063\text{m}$ , mientras que para el no ajustado es de  $0,0042\text{m}$ . Sin embargo, para todos los casos evaluados el movimiento de impulsión presenta buen margen de estabilidad una vez que el ZMP está distante de los extremos del pie. La Fig. 9 presenta las curvas de par en las articulaciones, donde se ve una menor variación en los casos donde el  $y_{CoM}$  es ajustado.

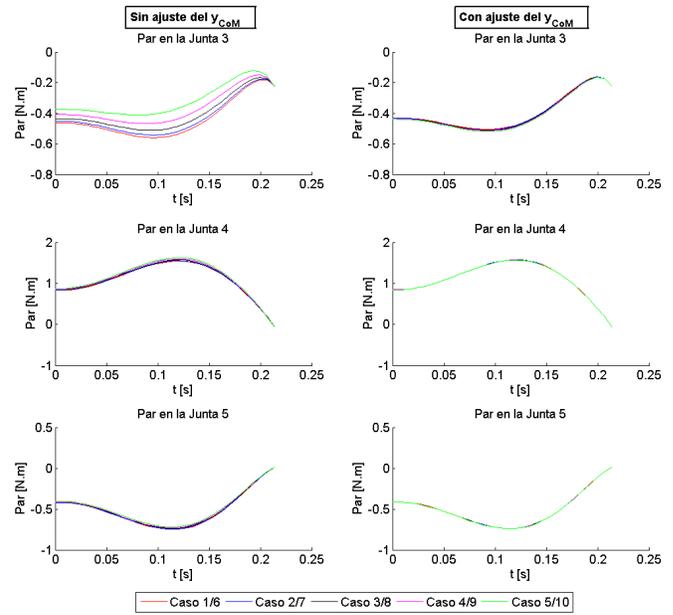


Figura 9. Trayectorias del par de las juntas.

De acuerdo con los valores de par presentados en la Tabla III, se aprecia que para los casos donde el  $y_{CoM}$  es ajustado, el par máximo aplicado en las juntas prácticamente se mantiene para los diferentes ángulos de inclinación evaluados. Se ve que la máxima variación para las juntas 3, 4 y 5 es de 2,59%, 0,45% y 0,33%, respectivamente. Por otro lado, para los casos donde el  $y_{CoM}$  no es ajustado, se verifica una variación del 35,82%, 5,45% y 4,13% para las juntas 3, 4 y 5, respectivamente, las cuales son como mínimo un 1.126% superiores a las verificadas en  $y_{CoM}$  ajustado.

TABLA III: PAR EN LAS JUNTAS

	Caso	Resultados		
		$\tau_{3\_max}$ [N.m]	$\tau_{4\_max}$ [N.m]	$\tau_{5\_max}$ [N.m]
Sin ajuste del $y_{CoM}$	1	-0,5596	1,5441	-0,7486
	2	-0,5430	1,5533	-0,7454
	3	-0,5118	1,5706	-0,7393
	4	-0,4679	1,5957	-0,7305
	5	-0,4120	1,6283	-0,7189
Con ajuste del $y_{CoM}$	6	-0,5057	1,5739	-0,7382
	7	-0,5086	1,5723	-0,7387
	8	-0,5118	1,5706	-0,7393
	9	-0,5152	1,5687	-0,7400
	10	-0,5188	1,5667	-0,7407

Del análisis de los datos presentados en la Tabla III, comparando los pares máximos de cada junta entre los casos 1-5 y 6-10, los beneficios de ajustar el  $y_{CoM}$  son más evidentes, dado que la planificación del salto sin ajuste del  $y_{CoM}$  resulta en un aumento de par del 7,86%, 3,45% y 1,06% para las juntas 3, 4 y 5, respectivamente. La Tabla IV presenta los valores máximos de las velocidades y aceleraciones angulares de todas las juntas.

TABLA IV: VELOCIDAD Y ACELERACIÓN ANGULAR

Caso	Resultados						
	$\dot{\theta}_{3\_max}$ [rad/s]	$\dot{\theta}_{4\_max}$ [rad/s]	$\dot{\theta}_{5\_max}$ [rad/s]	$\ddot{\theta}_{3\_max}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	$\ddot{\theta}_{4\_max}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	$\ddot{\theta}_{5\_max}$ [rad/s <sup>2</sup> ]	
Sin ajuste del $y_{CoM}$	1	-3,1303	8,9790	-8,9790	-28,6636	77,7532	-77,7532
	2	-3,1264	8,9811	-8,9811	-28,6542	77,7872	-77,7872
	3	-3,1190	8,9849	-8,9849	-28,6359	77,8489	-77,8489
	4	-3,1081	8,9903	-8,9903	-28,6263	77,9344	-77,9344
	5	-3,0937	8,9967	-8,9967	-28,6252	78,0380	-78,0380
Con ajuste del $y_{CoM}$	6	-3,1175	8,9857	-8,9857	-28,6322	77,8607	-77,8607
	7	-3,1182	8,9853	-8,9853	-28,6340	77,8550	-77,8550
	8	-3,1190	8,9849	-8,9849	-28,6359	77,8489	-77,8489
	9	-3,1198	8,9845	-8,9845	-28,6379	77,8423	-77,8423
	10	-3,1206	8,9841	-8,9841	-28,6401	77,8353	-77,8353

A partir del análisis de los datos presentados en la Tabla IV y las ilustraciones de las Figs. 10 y 11, se nota que las curvas de velocidad y aceleración de las articulaciones son similares para todos los casos, resultando que las máximas variaciones de velocidad y aceleración se observan con  $y_{CoM}$  no ajustado, siendo del 1,18% para la velocidad de la junta 3 y del 0,36% para las aceleraciones de las juntas 4 y 5. Al comparar los valores máximos de velocidad y aceleración de cada junta entre los casos 1-5 y 6-10, se constata que no hay un cambio significativo entre los actuadores, donde la planificación del salto sin ajuste del  $y_{CoM}$  presenta un aumento de velocidad del 0,31% y el 0,12% para las juntas 3 y 4-5, respectivamente, y un aumento de aceleración para la junta 3 del 0,08% y del 0,22% para las juntas 4 y 5.

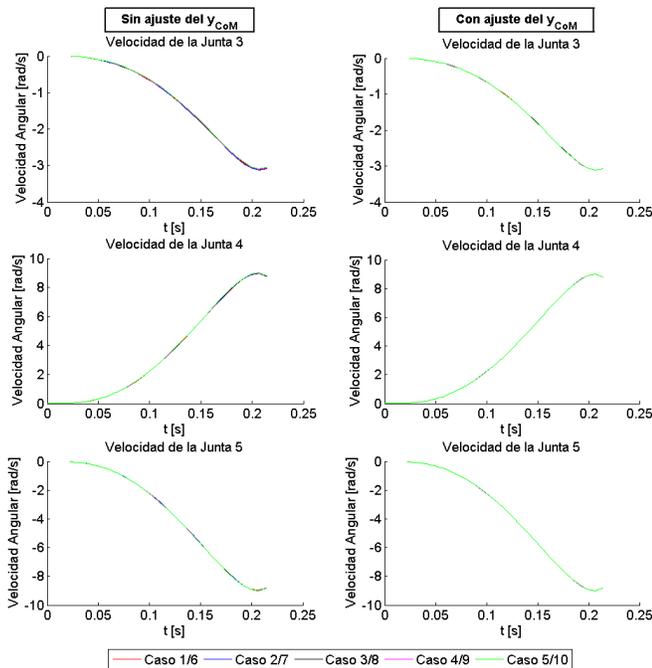


Figura 10. Trayectorias de la velocidad de las juntas.

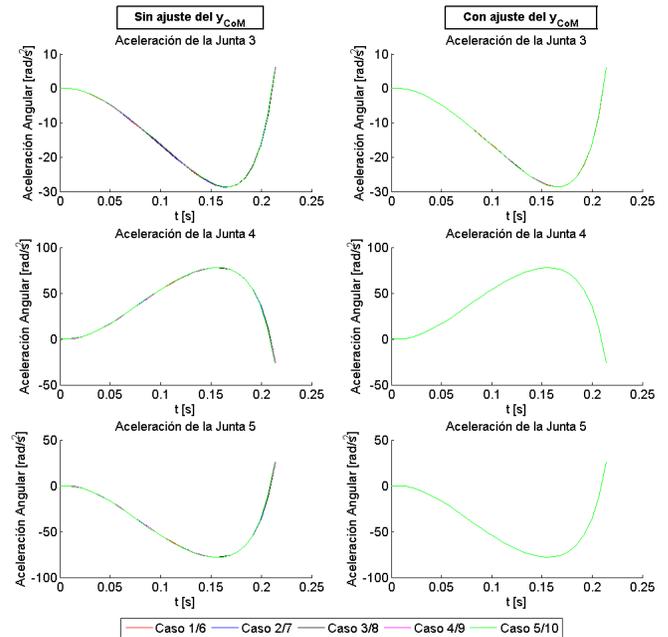


Figura 11. Trayectorias de la aceleración de las juntas.

## V. CONCLUSIONES

Los resultados presentados en este trabajo confirman que, para todos los casos evaluados, el modelo del robot propuesto es capaz de realizar un salto vertical con estabilidad sobre un suelo ligeramente inclinado ( $\pm\pi/18$ ), manteniendo el patrón de par en las articulaciones a partir del ajuste de la proyección del CoM del robot sobre el eje horizontal. Este ajuste también colabora en la reducción de la variación del momento angular y en el coste de los actuadores por la reducción del par necesario. Además, como el método propuesto para la estimación de la postura del tobillo en el instante del aterrizaje considera la inclinación del suelo y el momento angular diferente de cero, se posibilita una corrección eficiente de la orientación del pie en la fase aérea con objeto de obtener una buena superficie de contacto. En trabajos futuros, se pretende desarrollar una estructura física para comprobar la eficiencia del método en un entorno real y ampliar el estudio a saltos horizontales.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo fue elaborado durante una beca de estudios del Programa de Cooperación Internacional de la CAPES (Proceso PDSE - 99999.006184/2015-04) en la Universidad de Alcalá (UAH, España). Financiado por: CAPES - Coordinación de Perfeccionamiento de Personal de Nivel Superior del Ministerio de Educación y Deportes (MEC) de la República Federativa de Brasil. Con el apoyo de: Universidad Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR, Brasil) y Universidad Estadual de Campinas (UNICAMP, Brasil).

## REFERENCIAS

- [1] G. J. Zeglin, *Uniroo: A One-Legged Dynamic Hopping Robot*. BS Thesis, Department of Mechanical Engineering, MIT, Cambridge, Massachusetts, 1991.
- [2] T. Hirano, T. Sueyoshi and A. Kawamura, *Development Of ROCOS (Robot Control Simulator) Jump Of Human-Type Biped Robot By The Adaptive Impedance Control*. IEEE International Workshop on Advanced Motion Control, pp. 606-611, 2000.
- [3] S.H. Hyon and T. Mita, *Development of a Biologically Inspired Hopping Robot – “Kenken”*. In ‘ICRA’, IEEE Press, Washington, DC, pp. 3984-3991, 2002.
- [4] S. Kajita, T. Nagasaki, K. Kaneko, K. Yokoi and K. Tanie, *A Hop Towards Running Humanoid Biped*. in Proc. IEEE Conf. Robotics and Automation, New Orleans, US, pp. 629-635, 2004.
- [5] J. Babič, D. Omrčen, and J. Lenaric, *Balance and Control of Human Inspired Jumping Robot*, in Advances in Robot Kinematics: Mechanisms and Motion, Springer, Dordrecht, pp. 147–156, 2006.
- [6] R. Tajima and K. Suga, *Motion Having a Flight Phase: Experiments Involving a OneLegged Robot*, in Proc. IEEE Conf. Intelligent Robots and Systems, Beijing, China, pp. 1726-1731, 2006.
- [7] B. Ugurlu and A. Kawamura, *Research On Maximum Speed Of One Legged Jumping Robot*. in 25th Japan Robotics Society, 1G35, 2007.
- [8] Z. Xu, T. Lü and F. Ling, *Trajectory Planning of Jumping over Obstacles for Hopping Robot*, J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng., vol.30, no.4, pp.327-334, 2008.
- [9] D. Kato, K. Sekiguchi and M. Sampei, *Vertical Jumping Motion Control for 4-link Robot*. Proceedings of SICE Annual Conference (SICE), pp. 550-555, 2011.
- [10] V. Janardhan and R. P. Kumar, *Kinematic Analysis of Biped Robot Forward Jump for Safe Locomotion*, Proceedings of the 1st International and 16th National Conference on Machines and Mechanisms (iNaCoMM 2013), IIT Roorkee, India, pp. 1078-1082, 2013.
- [11] T. Otani, K. Hashimoto, M. Yahara, S. Miyamae, T. Isomichi, M. Sakaguchi, Y. Kawakami, H.O. Lim and A. Takanishi, *Running with Lower-Body Robot That Mimics Joint Stiffness of Humans*, Proc. of the 2015 IROS, pp.1644-1650, 2015
- [12] A.N. Miyadaira and M.K. Madrid, *Robot's Weight Distribution Influence on Angular Momentum Produced by a Standing Vertical Jump*, Vol. 14, no. 4, 2006.
- [13] K.S. Fu, R.C. Gonzalez and C.S.G. Lee, *Robotics: Control, Sensing, Vision, and Intelligence*. McGraw-Hill Book Company, Singapore. 1987.
- [14] M.W. Spong and M. Vidyasagar, *Robot Dynamics and Control*, Wiley. 1989.
- [15] H. Herr and M. Popovic, *Angular momentum in human walking*, The Journal of Experimental Biology 211, pp 467-481. 2008
- [16] P. M. McGinnis, *Biomecânica do Esporte e do Exercício*, 3a ed. Porto Alegre: Artmed Editora, 2015.
- [17] Q. Huang, K. Yokoi, S. Kajita, K. Kaneko, H. Arai, N. Koyachi and K. Tanie, *Planning Walking Patterns for a Biped Robot*, IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 17, No. 3, pp. 280–289, 2001.
- [18] P. Sardain and G. Bessonnet, *Forces Acting on a Biped Robot. Center of Pressure-Zero Moment Point*, IEEE Transactions On Systems, Man, And Cybernetics—Part A: Systems And Humans, Vol. 34, No. 5, pp. 630 – 637, 2004.



**Alberto Noboru Miyadaira** se graduó como Ingeniero de Control y Automática en 2007 en la Facultad Assis Gurgacz (FAG, Brasil), obtuvo el grado de master en Ingeniería Eléctrica en 2011 en la Universidad Estadual de Campinas (UNICAMP, Brasil). Actualmente, es profesor de Ingeniería Eléctrica en la Universidad Tecnológica Federal del Paraná (UTFPR-MD, Brasil) y estudiante de doctorado en Ingeniería Eléctrica en la UNICAMP y Universidad de Alcalá (UAH, España).



**Marconi Kolm Madrid** se graduó como Ingeniero Electricista en 1985 en la Pontificia Universidad Católica do Rio Grande do Sul (PUC-RS, Brasil), obtuvo el grado de master, doctorado y Phd en Ingeniería Eléctrica en 1988, 1994 y 1996 en la Universidad Estadual de Campinas (UNICAMP, Brasil). Actualmente, es profesor de Ingeniería Eléctrica en la UNICAMP y responsable del Laboratorio de Sistemas Modulares Avanzados (LSMR). Sus áreas de interés abarcan control de trayectorias continuas, búsqueda heurística, mecatrónica y robots modulares.



**Juan Carlos García García** es Doctor Ingeniero de Telecomunicación y premio extraordinario por la Universidad de Alcalá en 2001, habiendo obtenido la titulación de Ingeniero de Telecomunicación por la UPM. Tras diversas actividades en la industria privada, compartidas con la docencia universitaria, es profesor titular de la UAH desde 1990. Su campo de trabajo se centra en la Robótica de Servicio y de Campo, principalmente en el campo de las Tecnologías de Apoyo. Sus áreas de interés abarcan Robótica Móvil, Visión Artificial, Sistemas Empotrados, Sensores y Sistemas Inalámbricos, Integración de Sistemas e Interfaces Hombre-Máquina. Actualmente es miembro del Grupo de Espacios Inteligentes y Transporte (GEINTRA) de la UAH.



**David Gualda Gómez** se graduó como Ingeniero Técnico Industrial y Máster en Sistemas Electrónicos Avanzados en 2009 y 2011 respectivamente en la Universidad de Alcalá; y finalizó los estudios de doctorado en Electrónica en 2016. Actualmente trabaja como investigador postdoctoral en el departamento de electrónica de la Universidad de Alcalá. Está interesado en áreas relacionadas con robótica móvil, sistemas de posicionamiento en interiores, procesamiento de señales y fusión de información.



**Andre Luiz Delai** se graduó como Ingeniero de Computación en la Universidad Norte do Paraná en 2004 (Unopar, Brasil), obtuvo el grado de master en Ingeniería Eléctrica en 2008 en la Universidad Estadual de Campinas (UNICAMP, Brasil), donde sigue estudiando para la realización de un doctorado también en ingeniería eléctrica. Trabajó en temas relacionados con el control de servo mecanismos con heurísticas bioinspiradas. Actualmente trabaja con inteligencia artificial aplicada al diseño de antenas de microondas.