CÁLCULO ESTOCÁSTICO DE LA RENTABILIDAD FINANCIERO-FISCAL DE UNA OPERACIÓN DE CAPITAL AL FINAL DEL PERIODO DE FALLECIMIENTO DEL ASEGURADO.

María José Pérez-Fructuoso*[1] y Antonio Alegre Escolano**[2]
*Departamento de Ade y Economía, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales
Madrid Open University (MOU)
**Departament de Matemàtica Econòmica, Financiera i Actuarial, Facultat d'Economia i Empresa
Universidat de Barcelona

ABSTRACT
Since 2014, the Spanish legislation on insurance establishes the obligation to inform the insured on life insurance operations' expected return they hire. Consequently, this paper develops a financial-actuarial methodology to calculate it by defining the probability distribution of a random variable that we call "current value of the product benefit" for a simple insurance operation where the payment of the benefit to the beneficiaries takes place only in the event that the insured dies within a certain period. The probability distribution of the operation's "annual interest rate" random variable allows us to obtain a risk index which measures the maximum return suitable to be obtained and under what conditions it would be possible. The paper will also analyze, both theoretically and practically, the effects of considering the expenses applied by the company to obtain the commercial premium (management expenses) on both maximum return and expected return, as well as the effects of taxes on the capital obtained by beneficiaries with the operation.

KEYWORDS: Expected return, maximun return, capital at the end of the insured's year of death, product's benefit current value random variable, annual interest rate random variable

MSC: 62P05

RESUMEN
Desde 2014, la legislación española en materia de seguros establece la obligación de informar a los asegurados de la rentabilidad esperada en las operaciones de seguros de vida que contratan. Como consecuencia de ello, el presente trabajo desarrolla una metodología financiero-actuarial para calcularla, a través de la definición de la distribución de probabilidad de una variable aleatoria que denominamos *valor actual del beneficio del producto*, para una operación de seguros simple en la que se produce el pago de la prestación a los beneficiarios, solo en el caso de que el asegurado fallezca en un determinado periodo. Además, la distribución de probabilidad de la variable aleatoria *tanto efectivo anual de rendimiento* de la operación, permitirá obtener un índice de riesgo que mida la rentabilidad máxima que puede obtenerse con la operación y bajo qué condiciones. En el trabajo también se analizarán, tanto de forma teórica como práctica, los efectos sobre la rentabilidad máxima y la rentabilidad esperada, de considerar los gastos que aplica la compañía para obtener la prima comercial (gastos de gestión), así como de los impuestos que han de afrontar los beneficiarios sobre el capital obtenido por la operación.

PALABRAS CLAVE: Rentabilidad esperada, rentabilidad máxima, capital al final del año de fallecimiento del asegurado, variable aleatoria valor actual del beneficio del producto, variable aleatoria tanto efectivo anual de rendimiento.

1. INTRODUCCIÓN

A partir de la aprobación en España de la Ley 26/1988, de 29 de julio, sobre Disciplina e Intervención de la Entidades de Crédito, el ministerio de Economía y Hacienda se postula como el encargado de "proteger los legítimos intereses de los clientes de las entidades de crédito, establecer un conjunto de obligaciones específicas aplicables a las relaciones contractuales entre unas y otros y exigir la comunicación de las condiciones de ciertas operaciones a las autoridades administrativas encargadas de su control".
Una de las consecuencias de esta designación fue la creación de un indicador, generalmente aceptado por toda la comunidad, que permitiera comparar las diversas operaciones financieras que podían realizarse entre las

[1] mariajose.perez@udima.es
[2] aalegre@ub.edu

entidades de crédito y sus clientes, posibilitando, de esa forma, conocer el coste o rendimiento real de las mimas (Devesa, et al., 2016). Dicho indicador se mencionó por primera vez en la Circular 15/1988, del Banco de España, de 5 de diciembre, sobre las obligaciones de información de las Entidades de Depósito a la clientela, donde se hace referencia al concepto de TAE, cuando en la norma séptima de la misma se indica que "los tipos de interés de las operaciones activas más frecuentes se expresarán en tasas anuales pagaderas a término vencido equivalentes" y se definen dichas tasas como "aquellas que igualan en cualquier fecha el valor de la operación, por todos los conceptos, incluido el saldo remanente a su término". Esta Circular fue derogada por la Circular 8/1990, de 7 de septiembre, a Entidades de Crédito, sobre transparencia de las operaciones y protección de la clientela, que, no obstante, mantiene esta definición en los mismos términos, que posteriormente fue substituida por la Circular 5/2012, de 27 de junio, del Banco de España, a entidades de crédito y proveedores de servicios de pago, sobre transparencia de los servicios bancarios y responsabilidad en la concesión de préstamos. En esta última circular, se define la Tasa Anual Equivalente (TAE) como "aquel tipo de interés vencido que iguala en cualquier fecha el valor actual, calculado aplicando un régimen financiero de interés compuesto, de los efectivos entregados y recibidos a lo largo de la operación". Podemos decir, por tanto, que la TAE se configura como una medida homogénea y estandarizada del coste efectivo, si se trata de operaciones de activo, o del rendimiento, si hablamos de operaciones de pasivo, de las operaciones bancarias (Alegre, P. et al., 1991).
A nivel europeo, la Directiva 2014/17/UE del Parlamento Europeo y del Consejo, de 4 de febrero de 2014, sobre los contratos de crédito celebrados con los consumidores para bienes inmuebles de uso residencial y por la que se modifican las Directivas 2008/48/CE y 2013/36/UE y el Reglamento (UE) nº 1093/2010, establece en su artículo 17 perteneciente al Capítulo 5, cómo debe calcularse la TAE de forma teórica y en el Anexo I de la misma, la ecuación que debe aplicarse para su cálculo.
En el mundo asegurador, por el contrario, hasta hace relativamente poco no ha habido criterios homogéneos de información al consumidor de seguros sobre la rentabilidad de la operación contratada o los precios de dichas operaciones. La complejidad de las operaciones de seguros de vida ha imposibilitado su comprensión por parte de los ahorradores tradicionales, lo que ha llevado al propio sector asegurador a crear un sistema que permita medir la rentabilidad de los seguros de vida y ahorro en términos similares a los de otros productos financieros, como sucede con la TAE en las operaciones bancarias.
A la vista de la situación recién descrita, la Orden ECC/2329/2014, de 12 de diciembre, relativa al cálculo de la rentabilidad esperada de las operaciones de seguros de vida, surgió precisamente para regular de forma transparente y eficaz los mercados de seguros y proteger a los ahorradores y tenedores de pólizas, ofreciéndoles un instrumento que les permita comparar las diferentes operaciones disponibles en el mercado, y de esa forma poder llevar a cabo más adecuadamente sus decisiones de inversión. Ese instrumento es la rentabilidad esperada, que el artículo 2 de dicha Orden definía como "el tipo de interés anual que iguala los valores actuales de las prestaciones esperadas que se puedan percibir en la operación por todos los conceptos y los pagos esperados de prima". Además, la mencionada Orden establecía, en su artículo 3, la obligación para las entidades aseguradoras de informar de la rentabilidad esperada de la operación de seguro de vida en la que el tomador no asume el riesgo de la inversión, en armonía con la misma previsión establecida en el segundo párrafo del artículo 96.3 de la Ley 20/2015, de 14 de julio, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras. En ambos casos, se excluyen de este deber de información los contratos temporales que incluyan únicamente prestaciones en caso de fallecimiento o invalidez u otras garantías complementarias de riesgo y las rentas vitalicias y temporales sin contraseguro. Finalmente, el artículo 124 del Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras, en la línea de las dos legislaciones anteriores establece en su punto 5 que "En los seguros de vida en que el tomador no asuma el riesgo de la inversión y haya que dotar provisión matemática se informará de la rentabilidad esperada de la operación, con las exclusiones que determine el Ministro de Economía y Competitividad por existir un componente principal de riesgo biométrico…Mediante circular se regulará el mecanismo de cálculo de esta rentabilidad esperada, considerando al menos los factores del período al que afecta la garantía, las tablas biométricas, el pago de primas futuras o la posible existencia de participación en beneficios…Se habilita a la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones para que mediante resolución pueda precisar las operaciones de seguros de vida que tengan un alto grado de componente biométrico que se excluyan de la obligación de información de la rentabilidad esperada".
El objetivo de esta normativa es dotar de mayor transparencia al mercado asegurador, ya que obliga a todas las aseguradoras a informar a sus asegurados de la rentabilidad que obtienen al contratar una determinada operación de ahorro, además de posibilitar la comparación de las operaciones de seguros con otras estrictamente financieras, o que tengan características comerciales y fiscales diferentes (Devesa, J.E. et al.

2013). Sin embargo, se observan dos carencias importantes tanto en la ley como en el Real Decreto que deberían tenerse en cuenta para el establecimiento de la rentabilidad esperada como un indicador homogéneo del coste o la rentabilidad de las operaciones actuariales. Por una parte, la normativa carece de concreción acerca de la metodología a seguir para calcular dicha rentabilidad esperada, a diferencia de lo que sucede con la TAE, cuyo cálculo queda perfectamente definido en el Anexo I del Reglamento (UE) nº 1093/2010, puesto que la circular a la que se refiere el Real Decreto no ha sido todavía redactada. Además, no obliga a informarla en todas las operaciones de seguros, lo que resultaría muy conveniente especialmente en aquellas de operaciones en las que transcurre mucho tiempo desde que se contrata el seguro hasta que se produce la prestación, como por ejemplo, los seguros de fallecimiento o de invalidez. En cualquier caso, hay que tener presente que en las operaciones actuariales interviene una componente de riesgo, medida a través de la supervivencia o del fallecimiento del asegurado, que convierte a dichas operaciones en estocásticas.
Centrándonos en una operación de seguros de vida simple en la que se establece el pago de un capital al final del año de fallecimiento del asegurado si este se produce entre las edades $x+n$ y $x+n+1$, el objetivo del presente trabajo será desarrollar las expresiones que permitan calcular la rentabilidad esperada de la misma bajo diferentes escenarios de gastos, desgravaciones fiscales e impuestos, y proporcionar unos índices de riesgo que midan la confianza del asegurado en no perder con la operación y en obtener una rentabilidad máxima como mínimo igual al rendimiento esperado calculado.
El cálculo de la rentabilidad esperada exigirá utilizar una metodología que incorpore la distribución de probabilidad de la contingencia cubierta en la operación para estudiar el comportamiento aleatorio del rendimiento de la misma (Moreno R., et al. 2017). Sin embargo, al utilizar el interés compuesto para valorar financieramente estas operaciones, cuya periodicidad se extiende al medio o largo plazo, la transformación no será lineal y, por consiguiente, el rendimiento medio no coincidirá con la esperanza matemática de la variable aleatoria tanto de rendimiento efectivo anual. Entonces, para determinar el rendimiento esperado, en términos de equilibrio financiero actuarial, utilizaremos la misma metodología que la empleada para calcular la prima pura de las operaciones de seguros. Esto es, haremos que la esperanza matemática del valor actual de las prestaciones y contraprestaciones sea la misma, o dicho de otro modo, que el valor actual del beneficio o pérdida para el asegurado sea nulo en términos esperados. Adicionalmente, el análisis de la variable aleatoria *tanto efectivo anual de rendimiento* permitirá obtener unos coeficientes o indicadores de riesgo que informarán acerca la bondad del rendimiento esperado alcanzado a través de las probabilidades de no pérdida, y de que el rendimiento real obtenido sea superior al esperado. La rentabilidad esperada, por su parte, se determinará definiendo la variable aleatoria *función valor actual financiero del beneficio del producto* y a partir de su distribución de probabilidad, dicha rentabilidad será la que resulte de igualar a cero su valor esperado.
El artículo está estructurado de la siguiente forma. En la sección 2 se establece el marco teórico general sobre el que se va a desarrollar el estudio. La Sección 3 desarrolla las expresiones que permiten obtener la rentabilidad máxima y de la rentabilidad esperada de una operación de capital al final del año de fallecimiento del asegurado a prima única bajo los siguientes supuestos: prima pura, prima comercial, prima pura y prima comercial ambas con pago de impuestos sobre el capital obtenido por los beneficiarios. En la Sección 4, se extienden los cálculos realizados en la sección anterior, es decir, se obtienen las rentabilidades máxima y esperada de la misma operación y bajo los mismos cuatro supuestos considerados, al caso de que la prima pagada por el asegurado sea periódica. En la Sección 5 se realiza un análisis de la sensibilidad de la rentabilidades obtenidas en la sección anterior en función de la duración de la operación y de la edad del asegurado y se presentan los resultados derivados de los diferentes escenarios planteados. Finalmente, la Sección 6 expone las principales conclusiones alcanzadas con el estudio.

2. MARCO TEÓRICO

La rentabilidad de las operaciones actuariales sobre la vida se diferencia del análisis de la rentabilidad de las operaciones financieras clásicas en la introducción de la contingencia relacionada con la supervivencia de una o varias personas. Por ello, el cálculo de este rendimiento, requerirá aplicar métodos estadísticos de variables aleatorias, puesto que su comportamiento estará íntimamente relacionado con la distribución de probabilidad de la contingencia cubierta en la operación.
En este trabajo se obtiene el tipo de interés efectivo anual aleatorio y la rentabilidad esperada de una operación de seguros de vida simple denominada *capital al final del año de fallecimiento del asegurado*. Dicha operación consiste en el pago en el momento $n+1$, de una cuantía de C unidades monetarias a los beneficiarios de la operación, si el asegurado de edad actual x, fallece entre las edades $x+n$ y $x+n+1$ (Gerber,

H., 1997). Por tanto, en este caso, la distribución de probabilidad de la variable aleatoria *tanto efectivo anual de rendimiento* (Boyle, 1976), viene dada por la siguiente expresión,

$$\begin{array}{cc} \underline{Valores\ \tilde{\imath}} & \underline{Probabilidades} \\ i_1 & 1 - {}_{n/1}q_x \\ i_2 & \underline{{}_{n/1}q_x} \\ & 1 \end{array} \qquad (1)$$

A partir de (1), el valor de las diferentes rentabilidades se obtiene igualando el valor actual financiero de las prestaciones y contraprestaciones de la operación en cada periodo, valoradas al tipo de interés i_j:

$$VA_{i_j}(prestaciones) = VA_{i_j}(contraprestaciones) \quad \forall j = 1,2,\dots,n+1 \qquad (2)$$

Por otra parte, definiremos el *rendimiento* o *rentabilidad esperada* de una operación genérica relacionada con la supervivencia o el fallecimiento del asegurado, como el tipo de interés efectivo que anula, en términos esperados, la variable aleatoria valor actual del beneficio (o, alternativamente, pérdida) del producto. Dicho de otro modo, la rentabilidad esperada será aquella que se obtenga de igualar la esperanza matemática del valor actual de las prestaciones y de las contraprestaciones en el momento inicial de la operación.

En una operación de capital al final del año de fallecimiento del asegurado, la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto* contemplará como prestación, únicamente, el valor actual de una cuantía determinada que se paga en el momento *n+1* si el asegurado fallece entre los momentos *n* y *n*+1. En cuanto a la contraprestación, tendremos el valor actual de la renta asociada al pago de las primas. De esta forma, la distribución de probabilidad de la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto*, simbolizada por $\tilde{B}$, vendrá dada por la siguiente expresión,

$$\begin{array}{cc} \underline{Valores\ de\ \tilde{B}} & \underline{Probabilidades} \\ -P_0 & {}_{/1}q_x \\ -\dfrac{(V\ddot{a})_{\overline{2}|i*}}{[u(t)=f(P)]} & {}_{1/1}q_x \\ -\dfrac{(V\ddot{a})_{\overline{3}|i*}}{[u(t)=f(P)]} & {}_{2/1}q_x \\ \vdots & \vdots \\ -\dfrac{(V\ddot{a})_{\overline{k-1}|i*}}{[u(t)=f(P)]} & {}_{m-2/1}q_x \\ -\dfrac{(V\ddot{a})_{\overline{k}|i*}}{[u(t)=f(P)]} & {}_{m-1/1}q_x + {}_{m}p_x - {}_{n/1}q_x \\ -\dfrac{(V\ddot{a})_{\overline{k}|i*}}{[u(t)=f(P)]} + C(1+i*)^{-(n+1)} & \underline{{}_{n/1}q_x} \\ & 1 \end{array} \qquad (3)$$

donde:

- $\dfrac{(V\ddot{a})_{\overline{k}|i*}}{[u(t)=f(P)]}$ es el valor actual de una renta inmediata, anticipada, temporal *k* años, valorada al tipo de interés *i** o rentabilidad esperada, de cuantía inicial P_0, con $u(t) = f(P)$ la función de cuantía de la renta cuya forma dependerá de cómo se establezca el pago de las primas por parte del asegurado, pudiendo ser constantes o variables según una función determinada (lineal, geométrica, etc.)
- $C(1+i*)^{-(n+1)}$ es el valor actual de la cuantía neta que cobran los beneficiarios en caso de que el asegurado fallezca entre los años *n* y *n*+1 e *i** es la rentabilidad esperada de la operación.
- ${}_{s/1}q_x = \frac{l_{x+s}-l_{x+s+1}}{l_x}$ $\forall s = 1,2,\dots,k,\dots,m+n-2$ es la probabilidad de fallecimiento, diferida *s* años y temporal 1 año, cuyo cálculo se realiza a partir del número de personas vivas a cada edad, l_x.
- ${}_{t}p_x = \frac{l_{x+t}}{l_x}$ es la probabilidad de que una persona de edad *x* llegue viva a cumplir la edad *x*+*t*, calculada a partir del número de personas vivas a cada edad, l_x.

El desarrollo matemático del cálculo de las rentabilidades máxima y esperada y de los indicadores de riesgos de la operación así como el análisis empírico de la misma se desarrollará tanto para el caso de que la operación se contrate a prima pura como a prima comercial, únicas o periódicas (Vegas, J., et al. 1993), en ambos casos constante, y considerando como característica fiscal, el pago de un impuesto sobre el capital obtenido de la operación en el momento del cobro de la prestación, que iría a cargo de los beneficiarios de la misma.

3. CÁLCULO DE LAS RENTABILIDADES EN UNA OPERACIÓN SIMPLE DE CAPITAL AL FINAL DEL AÑO DE FALLECIMIENTO DEL ASEGURADO A PRIMA (PURA Y COMERCIAL) ÚNICA

3.1. Capital al final del año de fallecimiento a prima pura única

Consideramos una operación de seguros que paga *C* unidades monetarias en el momento *n*+1 a los beneficiarios de dicha operación, si el asegurado de edad actual *x*, fallece entre *x*+*n* y *x*+*n*+1 (Bowers, N., et al., 1997). El valor actual financiero de esta prestación, es una variable aleatoria dicotómica, cuya distribución de probabilidad viene dada por la siguiente expresión:

$$\begin{array}{cc} \underline{Valores} & \underline{Probabilidades} \\ 0 & 1-{}_{n/1}q_x \\ C(1+i)^{-(n+1)} & {}_{n/1}q_x \\ & \overline{\quad 1 \quad} \end{array} \tag{4}$$

La prima pura única de una operación de estas características, simbolizada por *P*, viene definida por la ecuación de equilibrio financiero-actuarial al principio de la misma, esto es,

$$P = C(1+i)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x \tag{5}$$

siendo *i* el tipo de interés técnico aplicado, ${}_{n/1}q_x$ la probabilidad diferida de fallecimiento o la probabilidad de que una persona de *x* años de edad llegue con vida a cumplir la edad *x*+*n* y fallezca entre las edades *x*+*n* y *x*+*n*+1 y *P* la prima pura o el importe cobrado por el asegurador para afrontar las pérdidas esperadas, sin cargas por gastos de gestión, impuestos, contingencias ni margen de beneficios (Promislow, S.D., 2015).
A partir de la ecuación (5), el capital asociado al pago de una prima pura de *P* unidades monetarias será:

$$C = \frac{P(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x} \tag{6}$$

3.1.1. Cálculo de la rentabilidad máxima

La *rentabilidad* de una operación de capital pagadero al final del año de fallecimiento del asegurado a prima pura única, es una variable aleatoria dicotómica cuya distribución de probabilidad, o función de cuantía, viene dada por los siguientes valores:

$$\begin{array}{cc} \underline{Valores\ \tilde{\imath}} & \underline{Probabilidades} \\ i_1=-1 & 1-{}_{n/1}q_x \\ i_2 & {}_{n/1}q_x \\ & \overline{\quad 1 \quad} \end{array} \tag{7}$$

Así, si el asegurado fallece antes de la edad *x*+*n* y o sigue vivo a la edad *x*+*n*+1 la rentabilidad de esta operación es $i_1 = -1$, puesto que pierde la prima pagada y sus beneficiarios, al no fallecer el asegurado entre *x*+*n* y *x*+*n*+1, no reciben ninguna prestación. Sin embargo, si el asegurado fallece entre las edades *x*+*n* y *x*+*n*+1, la rentabilidad i_2 , o rentabilidad máxima, es la resultante de igualar el valor final en términos financieros (o, equivalentemente, el valor actual, con las correcciones por actualización necesarias) de las contraprestaciones y prestaciones de la operación, esto es:

$$P(1+i_2)^{(n+1)} = C \tag{8}$$

Substituyendo *C* por su valor obtenido en (6), resulta,

$$P(1+i_2)^{(n+1)} = \frac{P(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x} \tag{9}$$

de forma que, operando, el valor de la rentabilidad máxima es,

$$i_2 = \frac{1+i}{\left({}_{n/1}q_x\right)^{\frac{1}{n}}} - 1 \tag{10}$$

con $i_2 > i$.
Como coeficiente de riesgo, en este trabajo, utilizaremos la confianza del asegurado en obtener una rentabilidad real superior o igual a la rentabilidad esperada, que en este caso, al tratarse de una variable

aleatoria dicotómica coincidirá con la confianza del asegurado en obtener la rentabilidad máxima de la operación. Esta circunstancia se producirá si el asegurado fallece entre las edades x+n y x+n+1, y el coeficiente de riesgo viene dado por la probabilidad de que los beneficiarios cobren la prestación contratada y por tanto, por la probabilidad de fallecimiento diferida n años y temporal 1 año.

3.1.2. Cálculo de la rentabilidad esperada

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto* en una operación de capital al final del año de fallecimiento a prima pura única es,

$$\begin{array}{cc} \underline{Valores\ \tilde{B}} & \underline{Probabilidades} \\ -P & 1 - {}_{n/1}q_x \\ -P + C(1+i^*)^{-(n+1)} & \dfrac{{}_{n/1}q_x}{1} \end{array} \qquad (11)$$

con i* el *tipo de interés anual efectivo esperado* o *rentabilidad esperada* de la operación.
Para obtener i*, calculamos la esperanza matemática de la variable aleatoria $\tilde{B}$ e igualamos a cero como sigue:

$$-P\big(1 - {}_{n/1}q_x\big) - P\,{}_{n/1}q_x + C(1+i^*)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x = 0 \Leftrightarrow -P + C(1+i^*)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x = 0 \qquad (12)$$

Substituyendo el valor de C por su expresión dada en (6) y operando resulta,

$$0 = -P + \frac{P(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x}(1+i^*)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x \Leftrightarrow (1+i^*)^{-(n+1)} = \frac{1}{(1+i)^{(n+1)}} \Leftrightarrow (1+i^*)^{-(n+1)} = (1+i)^{(n+1)} \qquad (13)$$

el valor de la rentabilidad esperada, que en este caso, al tratarse de una operación calculada a prima pura, y, por tanto, neta de gastos de gestión, margen de beneficios e impuestos, coincide con el tipo de interés técnico de la misma.

3.2. Capital al final del año de fallecimiento a prima pura única con pago de impuestos sobre el capital obtenido por parte de los beneficiarios

Sea una operación actuarial consistente en el pago en el momento t=0 de una prima pura única de importe P unidades monetarias, a cambio de que los beneficiarios del contrato reciban, en el momento t=n+1un capital de C unidades monetarias si el asegurado de edad actual x llega con vida a cumplir la edad x+n y fallece entre las edades x+n y x+n+*1*. Por esta operación los beneficiarios, en el momento del cobro de la prestación, afrontaran el pago de unos impuestos por el capital obtenido de la misma, por valor de,

$$Prestación\colon C - C\delta = C(1-\delta) \qquad (14)$$

Siendo $0 \leq \delta \leq 1$ el tipo impositivo pagadero al vencimiento de la operación.

3.2.1. Cálculo de la rentabilidad máxima

La variable aleatoria dicotómica *rentabilidad* de la operación, $\tilde{\imath}$ coincide con la dada por la expresión (7) de forma que i_2 se obtiene igualando el valor final de las prestaciones y contraprestaciones, en este caso,

$$P(1+i_2)^{(n+1)} = C(1-\delta) \qquad (15)$$

donde substituyendo C por su valor obtenido en (6) y operando tenemos:

$$P(1+i_2)^{(n+1)} = \frac{P(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x}(1-\delta) \Leftrightarrow (1+i_2)^{(n+1)} = \frac{(1+i)^{(n+1)}(1-\delta)}{{}_{n/1}q_x} \qquad (16)$$

Finalmente, despejando, el valor de i_2 resulta:

$$i_2 = \left[\frac{(1+i)^{n+1}(1-\delta)}{{}_{n/1}q_x}\right]^{\frac{1}{n+1}} - 1 \qquad (17)$$

3.2.2. Cálculo de la rentabilidad esperada

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto* en este caso, toma los siguientes valores,

$$
\begin{array}{cc}
\underline{Valores\ \tilde{B}} & \underline{Probabilidades} \\
-P & 1-{}_{n/1}q_x \\
-P+C(1-\delta)(1+i^*)^{-(n+1)} & \underline{{}_{n/1}q_x} \\
 & 1
\end{array}
\quad (18)
$$

de forma que i* es el tipo de interés efectivo esperado que se obtiene calculando la esperanza matemática de la variable aleatoria $\tilde{B}$ e igualando a cero como sigue:

$$-P\left(1-{}_{\frac{n}{1}}q_x\right)-P\,{}_{\frac{n}{1}}q_x+C(1-\delta)(1+i^*)^{-(n+1)}\,{}_{\frac{n}{1}}q_x=0$$

$$\Leftrightarrow -P+C(1-\delta)(1+i^*)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x=0 \quad (19)$$

Substituyendo el valor de *C* por su expresión dada en (6), y operando, resulta:

$$0=-P+\frac{P(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x}(1-\delta)(1+i^*)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x \Leftrightarrow (1+i^*)^{n+1}=(1+i)^{(n+1)}(1-\delta) \quad (20)$$

Por tanto, cuando la operación de capital al final del año de fallecimiento del asegurado se pacta a prima pura única y se considera el pago de impuestos en el momento del cobro de la prestación por parte de los beneficiarios, sobre el capital obtenido, el valor de la rentabilidad esperada *i** es,

$$i_2=[(1+i)^{n+1}(1-\delta)]^{\frac{1}{n+1}}-1 \quad (21)$$

con $i^*<i$.

3.3. Capital al final del año de fallecimiento a prima comercial única

La prima comercial se define como aquella destinada a cubrir los costes directos por siniestralidad y los costes indirectos tanto de gestión interna como de gestión externa o comerciales y el margen de beneficios. Por tanto, la prima comercial única se calculará a partir de la prima pura establecida en (5), añadiendo un recargo por gastos de gestión y el margen de beneficios definidos como un porcentaje sobre la prima pura,

$$P'=P(1+g) \quad (22)$$

siendo $0\le g\le 1$.

3.3.1. Cálculo de la rentabilidad máxima

La *rentabilidad* de una operación de capital al final del año de fallecimiento a prima comercial única, $\tilde{\imath}$, es también una variable aleatoria dicotómica cuya función de cuantía viene dada por la ecuación (7) de forma que la rentabilidad máxima i'_2 se obtiene igualando el valor final de las prestaciones y contraprestaciones, en este caso:

$$P'(1+i'_2)^{(n+1)}=C \quad (23)$$

Substituyendo *C* por su valor obtenido en (6) y P' por su valor en función de la prima pura dado por (22), tenemos,

$$P(1+i'_2)^{(n+1)}=\frac{P(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x} \Leftrightarrow P(1+g)(1+i'_2)^{(n+1)}=\frac{P(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x} \quad (24)$$

de forma que operando, i'_2 resulta,

$$(1+i'_2)^{(n+1)}=\frac{(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x(1+g)} \Leftrightarrow i'_2=\frac{1+i}{\left[{}_{n/1}q_x(1+g)\right]^{\frac{1}{n+1}}} \quad (25)$$

con $i'_2<i$.

3.3.2. Cálculo de la rentabilidad esperada

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto* en una operación de capital al final del año de fallecimiento del asegurado a prima comercial única es,

$$
\begin{array}{cc}
\underline{Valores\ \tilde{B}} & \underline{Probabilidades} \\
-P' & 1-{}_{n/1}q_x \\
-P'+C(1+i\,*)^{-(n+1)} & \underline{{}_{n/1}q_x} \\
 & 1
\end{array}
\quad (26)
$$

con i* el tipo de interés efectivo esperado o rentabilidad esperada de la operación.
Siguiendo el procedimiento desarrollado en los puntos anteriores para el cálculo de la rentabilidad esperada, calculamos la esperanza matemática de la variable aleatoria $\tilde{B}$ e igualamos a cero como sigue,

$$-P'\left(1-{}_{n/1}q_x\right)-P'{}_{n/1}q_x+C(1+i*)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x=0 \tag{27}$$

de forma que operando y simplificando resulta:

$$P'=C(1+i*)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x \tag{28}$$

Substituyendo los valores de C y P', obtenidos en (6) y (22) respectivamente, se obtiene,

$$0=-P(1+g)+\frac{P(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x}(1+i*)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x \tag{29}$$

de donde simplificando llegamos a la siguiente igualdad:

$$(1+i*)^{(n+1)}=\frac{(1+i)^{n+1}}{(1+g)} \tag{30}$$

Entonces, despejando i* de la ecuación (30), resulta,

$$i^*=\frac{1+i}{(1+g)^{\frac{1}{n+1}}}-1 \tag{31}$$

el valor de la rentabilidad esperada en el caso de una operación de capital al final del año de fallecimiento del asegurado a prima comercial única, con $i^*<i$.

3.4. Capital al final del año de fallecimiento a prima comercial única con pago de impuestos sobre el capital obtenido por parte de los beneficiarios

Consideramos ahora la operación actuarial definida en el subepígrafe 3.2. en la que la prima pagada es la prima comercial cuya expresión se determinaba en la ecuación (22).

3.4.1. Cálculo de la rentabilidad máxima

A partir de la distribución de probabilidad de la variable aleatoria *rentabilidad* dada por la ecuación (7), el valor de la rentabilidad máxima se obtiene igualando prestaciones y contraprestaciones al final de la operación, como sigue:

$$P'(1+i'_2)^{(n+1)}=C(1-\delta) \tag{32}$$

Substituyendo C y P' por sus valores dados por (6) y (22) respectivamente,

$$P(1+i'_2)^{(n+1)}=\frac{P(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x}(1-\delta) \tag{33}$$

y operando,

$$(1+g)(1+i'_2)^{(n+1)}=\frac{(1+i)^{(n+1)}(1-\delta)}{{}_{n/1}q_x}\Leftrightarrow(1+i'_2)^{(n+1)}=\frac{(1+i)^{(n+1)}(1-\delta)}{{}_{n/1}q_x(1+g)} \tag{34}$$

el valor de la rentabilidad máxima resulta:

$$i'_2=\left[\frac{(1+i)^{(n+1)}(1-\delta)}{{}_{n/1}q_x(1+g)}\right]^{\frac{1}{n+1}}-1 \tag{35}$$

3.4.2. Cálculo de la rentabilidad esperada

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto* en una operación de capital al final del año de fallecimiento del asegurado a prima comercial única con pago de impuestos sobre el capital obtenido es,

$$\begin{array}{cc} \underline{Valores\ \tilde{B}} & \underline{Probabilidades} \\ -P' & 1-{}_{n/1}q_x \\ -P'+C(1-\delta)(1+i^*)^{-(n+1)} & \dfrac{{}_{n/1}q_x}{1} \end{array} \tag{36}$$

con i* el tipo de interés efectivo anual esperado o rentabilidad esperada de la operación.
Calculando la esperanza matemática de $\tilde{B}$ igual a cero y operando resulta:

$$-P'+C(1-\delta)(1+i^*)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x=0 \tag{37}$$

Substituyendo los valores de C y P' obtenidos en (6) y (22) respectivamente, se obtiene,

$$0=-P(1+g)+\frac{P(1+i)^{(n+1)}}{{}_{n/1}q_x}(1-\delta)(1+i^*)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x \Leftrightarrow$$

$$-(1+g)+(1+i^*)^{-(n+1)}\left[(1-\delta)(1+i)^{(n+1)}\right]=0 \quad (38)$$

de donde simplificando llegamos a la siguiente igualdad:

$$(1+i^*)^{(n+1)}=\frac{(1+i)^{n+1}(1-\delta)}{1+g} \quad (39)$$

Por tanto, en el caso de una operación de capital al final del año de fallecimiento del asegurado a prima comercial única con pago de impuestos al final del periodo sobre el capital obtenido, la rentabilidad esperada es:

$$i^*=\left[\frac{(1+i)^{n+1}(1-\delta)}{1+g}\right]^{\frac{1}{n+1}}-1 \quad (40)$$

4. CÁLCULO DE LAS RENTABILIDADES EN UNA OPERACIÓN SIMPLE DE CAPITAL AL FINAL DEL AÑO DE FALLECIMIENTO DEL ASEGURADO A PRIMA (PURA Y COMERCIAL) PERIÓDICA

4.1. Capital al final del año de fallecimiento a prima pura periódica

Supongamos ahora una operación de seguros de vida simple que paga un capital de *C* euros en *t=n+1* a los beneficiarios, si el asegurado de edad actual *x*, fallece entre los años *x+n* y *x+n*+1. A cambio de esta prestación, el asegurado reintegra durante *m* años, con $m \leq n$, una prima pura constante, anticipada y de importe *P* unidades monetarias.
La prima pura periódica de una operación de estas características, *P*, viene definida por la ecuación de equilibrio financiero-actuarial al principio de la misma, esto es,

$$P\,{}_{/m}\ddot{a}_x=C(1+i)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x \quad (41)$$

con ${}_{/m}\ddot{a}_x=\sum_{t=0}^{m}\ {}_tp_x(1+i)^{-t}$ el valor actual actuarial de una renta constante, unitaria, prepagable, inmediata y temporal *m* años, y donde el sumatorio hace referencia a la suma para *t=0,1,2,…,m-1.*
El capital asociado al pago de una determinada prima pura periódica se obtiene fácilmente, despejando *C* en la ecuación (41) como sigue:

$$P\,{}_{/m}\ddot{a}_x=C(1+i)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x \Leftrightarrow P\sum_{t=0}^{m}\ {}_tp_x(1+i)^{-t}=C(1+i)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x \Leftrightarrow C=\frac{P\sum_{t=0}^{m}\ {}_tp_x(1+i)^{-t}}{(1+i)^{-(n+1)}{}_{n/1}q_x} \quad (42)$$

4.1.1. Cálculo de la rentabilidad máxima

La *rentabilidad* de una operación de capital al final del año de fallecimiento del asegurado a prima pura periódica, es una variable aleatoria dicotómica cuya distribución de probabilidad es la misma que la definida por la expresión (7) y en la que la rentabilidad máxima, i_2, se obtiene igualando el valor actual de las prestaciones y contraprestaciones de la operación, en este caso:

$$P\ddot{a}_{\overline{m}|i_2}=C(1+i_2)^{-(n+1)} \quad (43)$$

Substituyendo *C* por su valor obtenido en (43),

$$P\frac{1-(1+i_2)^{-m}}{i_2}(1+i_2)=\frac{P\sum_{t=0}^{m}\ {}_tp_x(1+i)^{-t}}{{}_{n/1}q_x(1+i)^{-(n+1)}}(1+i_2)^{-(n+1)} \quad (44)$$

y operando, obtenemos la ecuación que permite determinar el valor de i_2 mediante un proceso iterativo:

$$\frac{1-(1+i_2)^{-m}}{i_2}(1+i_2)^{n+2}=(1+i)^{n+1}\frac{\sum_{t=0}^{m}\ {}_tp_x(1+i)^{-t}}{{}_{n/1}q_x} \quad (45)$$

4.1.2. Cálculo de la rentabilidad esperada

Para calcular el valor de la rentabilidad esperada de la operación, determinamos en primer lugar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto* como sigue:

$$
\begin{array}{cc}
\underline{Valores\ de\ \tilde{B}} & \underline{Probabilidades} \\
-P & {}_{/1}q_x \\
-P\ddot{a}_{\overline{2}|i^*} & {}_{1/1}q_x \\
-P\ddot{a}_{\overline{3}|i^*} & {}_{2/1}q_x \\
\vdots & \vdots \\
-P\ddot{a}_{\overline{m-1}|i^*} & {}_{m-2/1}q_x \\
-P\ddot{a}_{\overline{m}|i*} & {}_{m-1/1}q_x + {}_m p_x - {}_{n/1}q_x \\
-P\ddot{a}_{\overline{m}|i^*} + C(1+i^*)^{-(n+1)} & \underline{{}_{n/1}q_x} \\
 & 1
\end{array}
\tag{46}
$$

A continuación calculamos la esperanza matemática de la variable aleatoria $\tilde{B}$ igual a cero:

$$-P\,{}_{/1}q_x - P\ddot{a}_{\overline{2}|i^*}\,{}_{1/1}q_x - \cdots - P\ddot{a}_{\overline{m}|i*}\,{}_{m-1/1}q_x - P\ddot{a}_{\overline{m}|i*}\,{}_m p_x + C(1+i^*)^{-(n+1)}\,{}_{n/1}q_x = 0 \tag{47}$$

Substituyendo el valor de *C* obtenido en (42), y simplificando se obtiene:

$$(1+i^*)^{n+1}\left[\sum_{t=0}^{m} \ddot{a}_{\overline{t+1}|i^*}\,{}_{t/1}q_x + \ddot{a}_{\overline{m}|i*}\,{}_m p_x\right] = (1+i)^{n+1}\sum_{t=0}^{m}(1+i)^{-t}\ {}_t p_x \tag{48}$$

Calculando la suma dentro del corchete,

$$\sum_{t=0}^{m} \ddot{a}_{\overline{t+1}|i^*}\,{}_{t/1}q_x = \sum_{t=0}^{m}\left(\sum_{s=0}^{m}(1+i^*)^{-s}\right)_{t/1}q_x \tag{49}$$

y cambiando el orden de la suma, resulta:

$$\sum_{t=0}^{m}\left(\sum_{s=0}^{m}(1+i^*)^{-s}\right)_{t/1}q_x = \sum_{s=0}^{m}(1+i^*)^{-s}\sum_{t=s}^{m}{}_{s/1}q_x = \sum_{s=0}^{m}(1+i^*)^{-s}\left({}_s p_x - {}_m p_x\right)$$

$$\Leftrightarrow \sum_{s=0}^{m}(1+i^*)^{-s}\ {}_s p_x - \ddot{a}_{\overline{m}|i*}\,{}_m p_x \tag{50}$$

De forma que, substituyendo (50) en (48),

$$(1+i^*)^{n+1}\sum_{s=0}^{m}(1+i^*)^{-s}\ {}_s p_x = (1+i)^{n+1}\sum_{s=0}^{m}(1+i)^{-t}\ {}_t p_x \tag{51}$$

y operando, llegamos a la siguiente expresión,

$$\sum_{s=0}^{m}(1+i^*)^{n+1-s}\ {}_s p_x = \sum_{s=0}^{m}(1+i)^{n+1-t}\ {}_t p_x \tag{52}$$

que es un polinomio de grado *n*+1 en $(1+i^*)$ y de donde se deduce que la rentabilidad esperada de una operación de capital al año de fallecimiento del asegurado, contratada a prima pura periódica coincide con el tipo de interés técnico de la misma:

$$i^* = i \tag{53}$$

4.2. Capital al final del año de fallecimiento a prima pura periódica con pago de impuestos sobre el capital obtenido por parte de los beneficiarios

En este caso el asegurado de edad *x*, paga durante *m* años, con $m \le n$, una prima pura constante, anticipada y de importe *P* unidades monetarias, cuyo valor actual actuarial viene dado por la expresión (42). A cambio, los beneficiarios reciben en el momento *t*=*n*+1, un capital de *C* unidades monetarias, si el asegurado vive a la edad *x*+*n* y fallece entre *x*+*n* y *x*+*n+1*. Por esta operación los beneficiarios, en el momento del cobro de la prestación, afrontan el pago de unos impuestos sobre el capital obtenido, de forma el montante final a percibir viene dado por la ecuación (14).

4.2.1. Cálculo de la rentabilidad máxima

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria dicotómica *rentabilidad* de la operación viene dada por la expresión (7), de forma que igualando prestaciones y contraprestaciones resulta:

$$P\ddot{a}_{\overline{m}|i_2} = [C(1-\delta)](1+i_2)^{-(n+1)} \tag{54}$$

Entonces, siguiendo el mismo procedimiento que el utilizado para calcular la rentabilidad máxima en el apartado 4.1.1., el valor de dicha rentabilidad en este caso resulta:

$$\frac{1-(1+i_2)^{-m}}{i_2}(1+i_2)^{n+2} = (1+i)^{n+1}(1-\delta)\frac{\sum_{t=0}^{m}\ {}_t p_x(1+i)^{-t}}{{}_{n/1}q_x} \tag{55}$$

4.2.2. Cálculo de la rentabilidad esperada

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto* viene dada por la siguiente expresión:

$$
\begin{array}{cc}
\underline{Valores\ de\ \tilde{B}} & \underline{Probabilidades} \\
-P & {}_{/1}q_x \\
-P\ddot{a}_{\overline{2}|i^*} & {}_{1/1}q_x \\
-P\ddot{a}_{\overline{3}|i^*} & {}_{2/1}q_x \\
\vdots & \vdots \\
-P\ddot{a}_{\overline{m-1}|i^*} & {}_{m-2/1}q_x \\
-P\ddot{a}_{\overline{m}|i*} & {}_{m-1/1}q_x + {}_m p_x - {}_{n/1}q_x \\
-P\ddot{a}_{\overline{m}|i^*} + C(1-\delta)(1+i^*)^{-(n+1)} & \underline{{}_{n/1}q_x} \\
 & 1
\end{array}
\tag{56}
$$

Siguiendo el mismo procedimiento que el utilizado para calcular la rentabilidad esperada en el apartado 4.1.2., la ecuación que permite calcular el valor de dicha rentabilidad, resulta,

$$\sum_{s=0}^{m}(1+i^*)^{n+1-s}\ \ {}_s p_x = (1-\delta)\sum_{s=0}^{m}(1+i)^{n+1-t}\ \ {}_t p_x \tag{57}$$

con $i^* < i$.

4.3. Capital al final del año de fallecimiento a prima comercial periódica

4.3.1. Cálculo de la rentabilidad máxima

Teniendo en cuenta la distribución de probabilidad de la variable aleatoria *tipo de interés anual de rentabilidad* de la operación definida en (7), la rentabilidad máxima, cuando el capital al final del año de fallecimiento del asegurado se contrata a prima comercial periódica, se obtiene a partir de la siguiente ecuación de equilibrio al inicio de la operación,

$$P'\ddot{a}_{\overline{m}|i_2} = C(1+i'_2)^{-(n+1)} \tag{58}$$

de donde, substituyendo *C* por su valor obtenido en (42) y la prima comercial por su valor en función de la prima pura dado por la expresión (22), y operando, obtenemos la ecuación que permite determinar el valor de mediante un proceso iterativo:

$$\frac{1-(1+i'_2)^{-m}}{i'_2}(1+i'_2)^{n+2} = \frac{(1+i)^{n+1}}{(1+g)\,{}_{n/1}q_x}\sum_{t=0}^{m}\ {}_t p_x(1+i)^{-t} \tag{59}$$

4.3.2. Cálculo de la rentabilidad esperada

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto* en este caso viene dada por la siguiente expresión:

$$
\begin{array}{cc}
\underline{Valores\ de\ \tilde{B}} & \underline{Probabilidades} \\
-P' & {}_{/1}q_x \\
-P'\ddot{a}_{\overline{2}|i^*} & {}_{1/1}q_x \\
-P'\ddot{a}_{\overline{3}|i^*} & {}_{2/1}q_x \\
\vdots & \vdots \\
-P'\ddot{a}_{\overline{m-1}|i^*} & {}_{m-2/1}q_x \\
-P'\ddot{a}_{\overline{m}|i*} & {}_{m-1/1}q_x + {}_m p_x - {}_{n/1}q_x \\
-P'\ddot{a}_{\overline{m}|i^*} + C(1+i^*)^{-(n+1)} & \underline{{}_{n/1}q_x} \\
 & 1
\end{array}
\tag{60}
$$

Siguiendo el procedimiento desarrollado en el punto 4.1.2., la ecuación que permite calcular la rentabilidad esperada de la operación, i^*, mediante un proceso iterativo, es:

$$\sum_{s=0}^{m}(1+i^*)^{n+1-s}\ \ {}_s p_x = \frac{1}{1+g}\sum_{s=0}^{m}(1+i)^{n+1-t}\ \ {}_t p_x \tag{61}$$

4.4. Capital al final del año de fallecimiento a prima comercial periódica con pago de impuestos sobre el capital obtenido por parte de los beneficiarios

4.4.1. Cálculo de la rentabilidad máxima

Considerando la distribución de probabilidad de la variable aleatoria *rentabilidad* de la operación definida en (7), la rentabilidad máxima de una operación de capital al final del año de fallecimiento del asegurado contratada a prima comercial periódica que considera el pago, por parte de los beneficiarios, de impuestos sobre el capital obtenido, se obtiene a partir de la ecuación de equilibrio al inicio de la operación,

$$P'\ddot{a}_{\overline{m}|i_2} = [C(1-\delta)](1+i'_2)^{-(n+1)} \tag{62}$$

de donde, substituyendo *C* por su valor obtenido en (42) y la prima comercial por su valor en función de la prima pura dado por la expresión (22), y operando, obtenemos la ecuación que permite determinar el valor de i'_2 mediante un proceso iterativo:

$$\frac{1-(1+i'_2)^{-m}}{i'_2}(1+i'_2)^{n+2} = \frac{(1+i)^{n+1}(1-\delta)}{(1+g)\,{}_{n/1}q_x}\sum_{t=0}^{m} {}_tp_x(1+i)^{-t} \tag{63}$$

4.4.2. Cálculo de la rentabilidad esperada

La distribución de probabilidad de la variable aleatoria *valor actual del beneficio del producto* en este caso es,

$$\begin{array}{cc}
\underline{Valores\ de\ \tilde{B}} & \underline{Probabilidades} \\
-P' & {}_{/1}q_x \\
-P'\ddot{a}_{\overline{2}|i^*} & {}_{1/1}q_x \\
-P'\ddot{a}_{\overline{3}|i^*} & {}_{2/1}q_x \\
\vdots & \vdots \\
-P'\ddot{a}_{\overline{m-1}|i^*} & {}_{m-2/1}q_x \\
-P'\ddot{a}_{\overline{m}|i^*} & {}_{m-1/1}q_x + {}_mp_x - {}_{n/1}q_x \\
-P'\ddot{a}_{\overline{m}|i^*} + C(1-\delta)(1+i^*)^{-(n+1)} & \underline{{}_{n/1}q_x} \\
 & 1
\end{array} \tag{64}$$

de forma que, aplicando el proceso desarrollado en el punto 4.1.2., la rentabilidad esperada de la operación *i**, se obtiene, mediante un proceso iterativo, de la siguiente ecuación:

$$\sum_{s=0}^{m}(1+i^*)^{n+1-s}\ {}_sp_x = \frac{1-\delta}{1+g}\sum_{s=0}^{m}(1+i)^{n+1-t}\ {}_tp_x \tag{65}$$

5. ANÁLISIS EMPÍRICO

Una vez establecida la forma teórica de calcular la rentabilidad máxima y la rentabilidad esperada de una operación de seguros simple denominada capital al final del año de fallecimiento del asegurado a prima pura y a prima comercial, únicas y periódicas, presentamos a continuación el análisis empírico de ambas rentabilidades en los diferentes casos analizados, estableciendo, en primer lugar, las hipótesis con las que vamos a desarrollar el estudio.

5.1. Análisis de la sensibilidad de la operación en función de la temporalidad

Consideramos un asegurado de edad actual 45 años que paga una prima pura única de 1 euro, por contratar una operación de capital al final del periodo de fallecimiento del asegurado cuya contraprestación es el pago de una cuantía monetaria de *C* unidades monetarias a los beneficiarios establecidos en el contrato si llega con vida a cumplir 45+*n* años y fallece entre $45+n$ y $45+n+1$, siendo $n = \{1,5,10,15,20,25,30,35,40,45,50,55,60,65\}$. El tipo de interés técnico de la operación es i=0,0109, los gastos de gestión interna y externa y el margen de beneficios se definen como un g=5% sobre la prima pura, el tipo impositivo que han de pagar los beneficiarios por recibir la prestación en caso de fallecimiento del asegurado asciende al δ=20% del capital obtenido y las tablas de mortalidad utilizadas para realizar los cálculos son las PASEM 2010. Para el caso de que la prima sea periódica, se considera una temporalidad en el pago de las primas de m=10.

Tabla 1: Rentabilidad Máxima (i_2). Primas Pura y Comercial Únicas; Hombre; x=45; n variable; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

n	i_2 *P Única*	i_2 *P Única con Impuestos*	i_2 *P' Única*	i_2 *P' Única con Impuestos*	***Coeficiente de riesgo*** $_{n/1}q_{45}=(l_{45+n}-l_{45+n+1})/l_{45}$
1	18,38187983	16,33568033	17,91477794	15,9178917	0,002720349
5	1,524484878	1,432322206	1,504039778	1,412623506	0,004122992
10	0,599927081	0,567798297	0,592846368	0,560859774	0,006407492
15	0,356667888	0,337878485	0,352537187	0,333804992	0,009031386
20	0,252583869	0,239344524	0,249677068	0,236468446	0,011089936
25	0,179580978	0,169500609	0,177369517	0,167308047	0,018092198
30	0,130126656	0,12202101	0,128349375	0,120256476	0,031551021
35	0,099884351	0,093087878	0,098394707	0,091607439	0,047973593
40	0,091596445	0,085671541	0,090298213	0,084380356	0,042903176
45	0,098208122	0,092893673	0,097043919	0,091735104	0,022135181
50	0,123211362	0,118307639	0,122137333	0,117238299	0,004640686
55	0,16789695	0,163252483	0,166879859	0,162239437	0,000308323
60	0,242603504	0,238066251	0,241610019	0,237076393	3,41125E-06
65	0,389532705	0,384842679	0,388505879	0,38381932	7,6103E-10

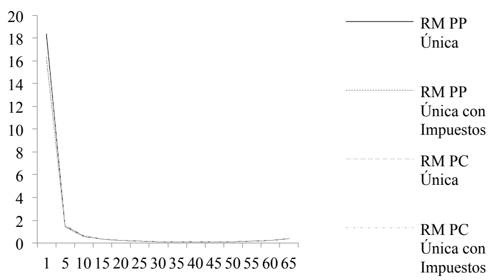

Figura 1a: Rentabilidad Máxima (i_2). Primas Pura y Comercial Únicas; Hombre; x=45; n variable; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

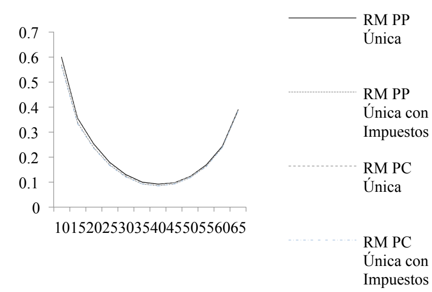

Figura 1b: Rentabilidad Máxima (i_2). Primas Pura y Comercial Únicas; Hombre; x=45; n variable sin n=1 y n=5; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

La rentabilidad máxima y la rentabilidad esperada de esta operación de capital al final del año de fallecimiento, en función del número de periodos de duración y para los casos analizados de prima pura y prima comercial únicas, sin considerar y considerando el pago de impuestos, además del indicador de riesgo determinado por la probabilidad de fallecimiento diferida n años y temporal un año, que da lugar a que los beneficiarios cobren la prestación si el asegurado, de edad actual 45 años, fallece entre las edades $x+n$ y $x+n+1$, se recogen en las Tablas y Figuras de la 1 a la 4:

Tabla 2: Rentabilidad Esperada (i^*). Primas Pura y Comercial Únicas; Hombre; x=45; n variable; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

n	i^* *P Única*	i^* *P Única con Impuestos*	i^* *P' Única*	i^* *P' Única con Impuestos*
1	0,0109	-0,095823553	-0,013462616	-0,117614139
5	0,0109	-0,026005448	0,002713003	-0,033893558
10	0,0109	-0,009400293	0,006426113	-0,013784338
15	0,0109	-0,003100632	0,007822072	-0,006135932
20	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
25	0,0109	0,002261131	0,00900478	0,000382107
30	0,0109	0,003649487	0,00931022	0,00207111
35	0,0109	0,004653385	0,009530873	0,003292718
40	0,0109	0,005413096	0,00969774	0,004217362
45	0,0109	0,006008053	0,009828352	0,00494159
50	0,0109	0,006486607	0,009933365	0,005524192

55	0,0109	0,006879875	0,010019634	0,00600301
60	0,0109	0,007208791	0,010091766	0,006403509
65	0,0109	0,007487956	0,010152973	0,006743451

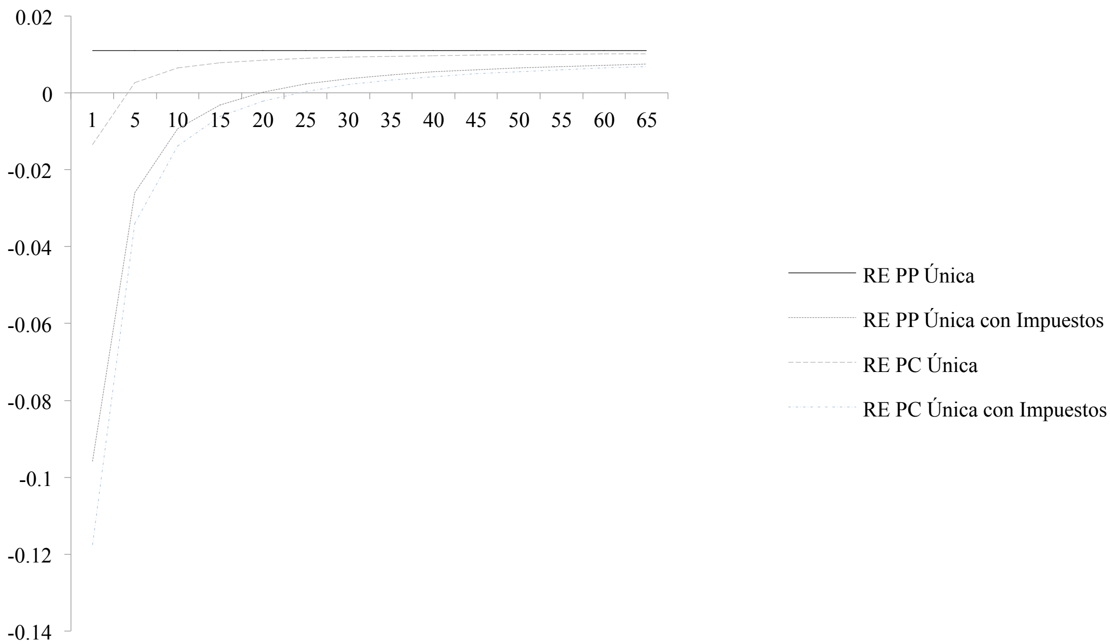

Figura 2: Rentabilidad Esperada (i^*). Primas Pura y Comercial Únicas; Hombre; x=45; n variable; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

Tabla 3: Rentabilidad Máxima (i_2). Primas Pura y Comercial Periódicas; Hombre; x=45; n variable; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

n	***i_2 P Periódica***	***i_2 P Periódica con Impuestos***	***i_2 P' Periódica***	***i_2 P' Periódica con Impuestos***	***Coeficiente de riesgo $_{n/1}q_{45}=(l_{45+n}-l_{45+n+1})/l_{45}$***
10	0,8250394	0,78390361	0,81597689	0,77498626	0,002720349
15	0,4530531	0,43009051	0,44799281	0,42509909	0,004122992
20	0,3048268	0,28911663	0,30139154	0,28569951	0,006407492
25	0,2093488	0,19761093	0,20678466	0,19506965	0,009031386
30	0,1477658	0,13851171	0,14576168	0,13650660	0,011089936
35	0,1111117	0,10346772	0,10943652	0,10180242	0,018092198
40	0,1004347	0,09385036	0,09898522	0,09243074	0,031551021
45	0,1066192	0,10079055	0,10534455	0,09952129	0,047973593
50	0,132811	0,12752044	0,1316882	0,12636277	0,042903176
55	0,1798842	0,17486374	0,17877453	0,17382416	0,022135181
60	0,2582222	0,25338694	0,25719366	0,25234009	0,004640686
65	0,4115926	0,40667722	0,41051599	0,40560561	0,000308323

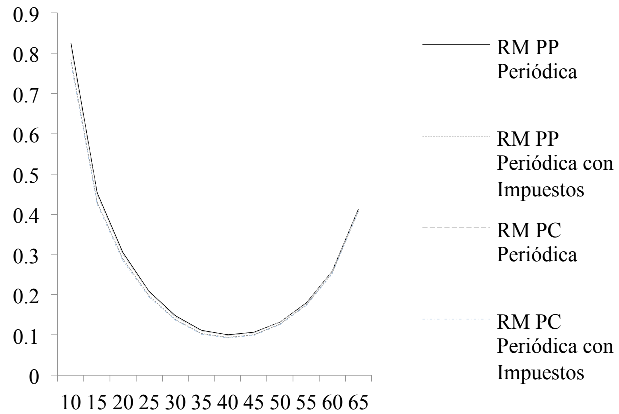

Figura 3: Rentabilidad Máxima (i_2). Prima Puras y Comercial Periódicas; Hombre; x=45; n variable; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

Tabla 4: Rentabilidad Esperada (i^*). Primas Pura y Comercial Periódicas; Hombre; x=45; n variable; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

n	*i* P Periódica*	*i* P Periódica con Impuestos*	*i* P' Periódica*	*i* P' Periódica con Impuestos*
10	0,0109	-0,03166251	0,003422203	-0,03923632
15	0,0109	-0,008456763	0,006659776	-0,01267084
20	0,0109	-0,002646223	0,007937704	-0,00557061
25	0,0109	0,00053677	0,009006231	-0,001857825
30	0,0109	0,002451061	0,009021056	0,0006102179
35	0,0109	0,003785425	0,00935049	0,002234622
40	0,0109	0,004767734	0,009545968	0,003416478
45	0,0109	0,005496883	0,009722833	0,004313363
50	0,0109	0,006041435	0,009857017	0,005026913
55	0,0109	0,006543398	0,009969201	0,005588099
60	0,0109	0,006945661	0,01000624	0,006063884
65	0,0109	0,007229862	0,01009534	0,006420955

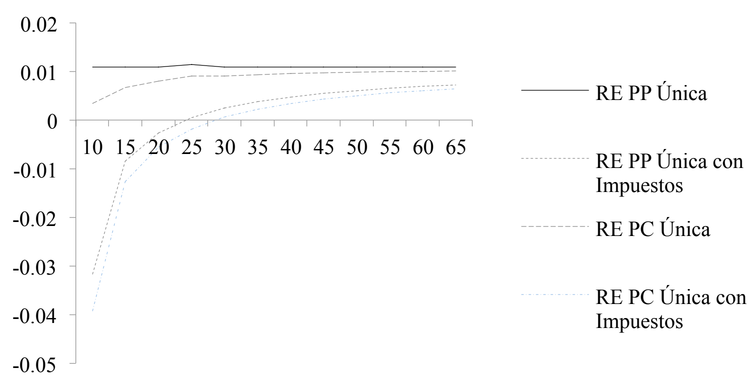

Figura 4: Rentabilidad Esperada (i^*). Primas Pura y Comercial Periódicas; Hombre; x=45; n variable; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

Como puede observarse en las Tablas y Figuras anteriores, la rentabilidad máxima es mayor cuanto menor es la duración de la operación hasta n=40 o, dicho de otra forma, cuando el asegurado analizado tiene una edad de 85 años. Para duraciones superiores a n=40, la rentabilidad de la operación pasa a ser creciente en todos los

casos. El mayor valor de la rentabilidad máxima se produce para temporalidades del contrato de n=1 o n=5 años cuando la prima es única (pura o comercial) y para cualquiera de los casos analizados, ya que para estas duraciones la probabilidad diferida de fallecimiento es muy baja y por tanto también es baja la realización efectiva de la prestación. Se ha de tener en cuenta que en el caso de la prima periódica, la prestación no puede realizarse durante el periodo de pago de primas, por tanto, no se han considerado las temporalidades n=1 y n=5 porque el pago de las primas se extiende hasta el momento m=10. En este caso, igualmente, el mayor valor para la rentabilidad máxima se produce para n=10, es decir para las duraciones menores de la operación.
Para todos los escenarios analizados, y respecto a la rentabilidad máxima, se mantienen las siguientes desigualdades:
i_2 PC única con impuestos < i_2 PP única con impuestos < i_2 PC única < i_2 PP única
i_2 PC periódica impuestos < i_2 PP periódica impuestos < i_2 PC periódica < i_2 PP periódica
Para la rentabilidad esperada, i^*, resulta evidente que, en el caso de prima pura única o de prima pura periódica sin ningún tipo de impuesto, coincide con el tipo de interés técnico de la operación, i, y se mantiene constante sea cual sea la duración de la misma. Sin embargo, si la prima pagada es única, en el resto de supuestos, la rentabilidad esperada es negativa para duraciones comprendidas entre n=1 y n=15 años y a partir de n=20, la rentabilidad esperada pasa a ser positiva y creciente con el número de periodos. Cuando la prima es periódica, como no se consideran las duraciones inferiores a n=10 por no poder coincidir el pago de la prestación con el de la contraprestación, los periodos n=10, 15 y 20 cuando no hay impuestos y n=10, 15, 20 y 25 cuando si los hay, presentan valores negativos de rentabilidad. El resto de periodos dan lugar a valores positivos de la misma aunque siempre inferiores al tipo de interés técnico de la operación.
En todos los casos y duraciones analizadas, la rentabilidad esperada se mantiene por debajo del tipo de interés técnico y, por tanto, por debajo de la rentabilidad esperada cuando la operación se contrata a prima pura única o a prima pura periódica de forma que se mantienen las siguientes desigualdades:
i^* PC única con impuestos < i^* PP única con impuestos < i^* PC única < i^* PP única
i^* PC periódica impuestos < i^* PP periódica impuestos < i^* PC periódica < i^* PP periódica
En resumen, podemos decir que el tipo impositivo y los gastos de gestión reducen el tipo de interés técnico de forma proporcional al plazo.

5.2. Análisis de la sensibilidad de la operación en función de la edad

Supongamos ahora una operación de capital al final del año de fallecimiento que paga C unidades monetarias a los beneficiarios, si el asegurado de edad variable $x = \{25,30,35,40,45,50,55,60,65,70,75,80,84\}$ llega con vida a la edad $x+n$ y fallece entre las edades $x+n$ y $x+n+1$. La duración de la operación en este caso es fija e igual a n=20 años, la prima pura única es 1 euro, el tipo de interés técnico es i=0,0109, los gastos de gestión y el margen de beneficios son del g=5% sobre la prima pura, el tipo impositivo sobre los rendimientos de la operación ascienden al δ=20% y las tablas de mortalidad utilizadas para realizar los cálculos son las PASEM 2010. Cuando la prima pura sea periódica, la temporalidad en el pago de las primas será de m=10.
La rentabilidad máxima y la rentabilidad esperada, en una operación contratada a prima pura o a prima comercial únicas y periódicas, con y sin la consideración del pago de impuestos y en función de la edad del asegurado y el coeficiente de riesgo, que viene dado por la probabilidad de fallecimiento diferida 20 años y temporal 1 año y que refleja la probabilidad de cobro de la prestación por parte de los beneficiarios de la operación de seguros simple al fallecimiento del asegurado de x años de edad, se recoge en la Tablas y Figuras de la 5 a la 8:

Tabla 5: Rentabilidad Máxima (i_2). Prima Pura y Comercial Únicas; Hombre; Edad variable; n=20; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

x	***i_2 P Única***	***i_2 P Única con Impuestos***	***i_2 P' Única***	***i_2 P' Única con Impuestos***	***Coeficiente de riesgo $_{20/1}q_x=(l_{45+n}-l_{45+n+1})/l_{45}$***
25	0,347668196	0,333423844	0,344540737	0,330329442	0,002385775
30	0,31413951	0,300249544	0,311089859	0,297232127	0,004049498
35	0,286599994	0,273001111	0,283614253	0,270046928	0,006317681
40	0,265417709	0,252042714	0,262481125	0,249137169	0,01
45	0,252583869	0,239344524	0,249677068	0,236468446	0,011089936
50	0,222830347	0,209905485	0,219992592	0,207097724	0,018373071
55	0,189418759	0,176847045	0,186658542	0,174116002	0,032873176
60	0,163705974	0,151406035	0,161005427	0,148734031	0,05201919

65	0,166861485	0,154528193	0,164153614	0,151848943	0,049143572
70	0,199613815	0,186934343	0,196829938	0,184179891	0,027479036
75	0,282891195	0,269331512	0,279914061	0,266385845	0,006712523
80	0,436738222	0,421552433	0,433404064	0,418253516	0,000622217
84	0,64877145	0,631344549	0,644945238	0,627558778	3,45543E-05

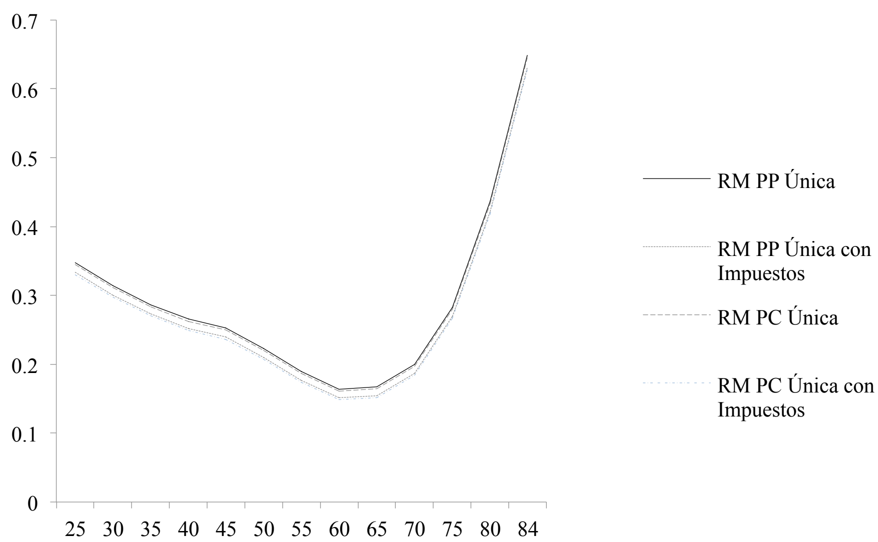

Figura 5: Rentabilidad Máxima (i_2). Prima Pura y Prima Comercial Únicas
Hombre; *x* variable; n=20; *P*=1; g=0,05; δ=0,2; *i*=0,0109

Tabla 6: Rentabilidad Esperada (*i**). Primas Pura y Comercial Únicas; Hombre; Edad variable; n=20; *P*=1; g=0,05; δ=0,2; *i*=0,0109

x	*i* P Única*	*i* P Única con Impuestos*	*i* P' Única*	*i* P' Única con Impuestos*
25	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
30	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
35	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
40	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
45	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
50	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
55	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
60	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
65	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
70	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
75	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
80	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981
84	0,0109	0,000215163	0,008554061	-0,002105981

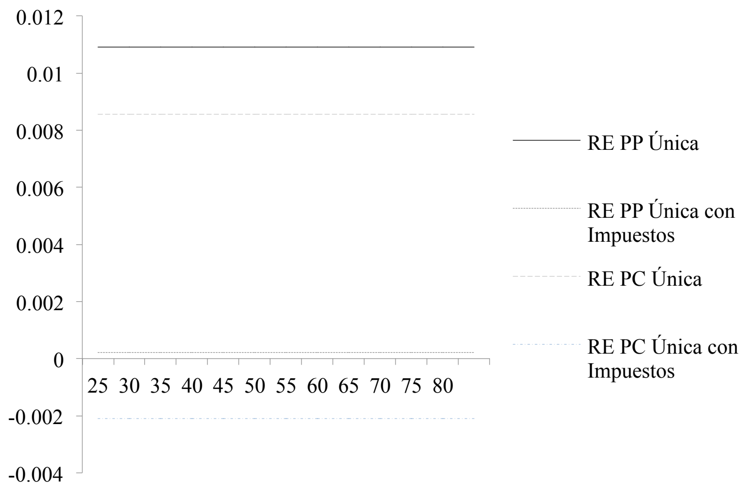

Figura 6: Rentabilidad Esperada (i^*). Primas Pura y Comercial Únicas
Hombre; x variable; n=20; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

Tabla 7: Rentabilidad Máxima (i_2). Primas Pura y Comercial Periódicas; Hombre; Edad variable; n=20; P=1; g=0,05; δ=0,2; i=0,0109

x	***i_2 P Periódica***	***i_2 P Periódica con Impuestos***	***i_2 P' Periódica***	***i_2 P' Periódica con Impuestos***	***Coeficiente de riesgo $_{20/1}q_x=(l_{45+n}-l_{45+n+1})/l_{45}$***
25	0,4165503	0,39991422	0,4128985	0,39629573	0,002385775
30	0,3773376	0,36103602	0,37376152	0,35749084	0,004049498
35	0,3449607	0,32892921	0,34145302	0,32546695	0,006317681
40	0,3200054	0,30418716	0,3165292	0,30075374	0,01
45	0,3048268	0,28911663	0,30139154	0,28569951	0,011089936
50	0,2694559	0,25406376	0,26610614	0,25070935	0,018373071
55	0,2295435	0,21442949	0,22623199	0,21113046	0,032873176
60	0,198576	0,18370872	0,19531483	0,18049698	0,05201919
65	0,2023843	0,18748601	0,19911637	0,18424472	0,049143572
70	0,2417588	0,22656296	0,23842577	0,22324032	0,027479036
75	0,340603	0,32462253	0,33710085	0,32117225	0,006712523
80	0,5199354	0,50237789	0,51608267	0,49856051	0,000622217
84	0,7628996	0,74305085	0,75853677	0,73871348	3,45543E-05

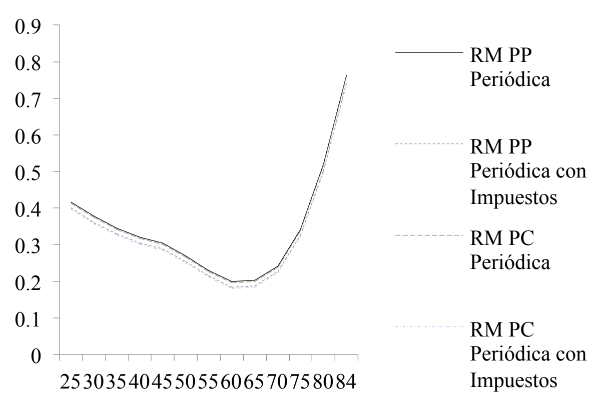

Figura 7: Rentabilidad Máxima (i_2). Primas Pura y Prima Comercial Periódicas
Hombre; *x* variable; n=20; *P*=1; g=0,05; δ=0,2; *i*=0,0109

Tabla 8: Rentabilidad Esperada (*i**). Primas Pura y Comercial Periódicas; Hombre; Edad variable; *n*=20; *P*=1; g=0,05; δ=0,2;*i*=0,0109

x	***i* P Periódica***	***i* P Periódica con Impuestos***	***i* P' Periódica***	***i* P' Periódica con Impuestos***
25	0,0109	-0,002667139	0,007933158	-0,005595622
30	0,0109	-0,002666608	0,007933273	-0,005594985
35	0,0109	-0,002663585	0,007933929	-0,00559137
40	0,0109	-0,002657264	0,007935303	-0,005583811
45	0,0109	-0,002646223	0,007937704	-0,00557061
50	0,0109	-0,002630129	0,007941207	-0,005551368
55	0,0109	-0,002609919	0,007945611	-0,005527205
60	0,0109	-0,002586931	0,007950616	-0,005499705
65	0,0109	-0,002531164	0,007962735	-0,005432934
70	0,0109	-0,002392638	0,007992899	-0,005266928
75	0,0109	-0,002109779	0,008054778	-0,004927291
80	0,0109	-0,001717689	0,008141266	-0,00445493
84	0,0109	-0,001336887	0,008226218	-0,003994352

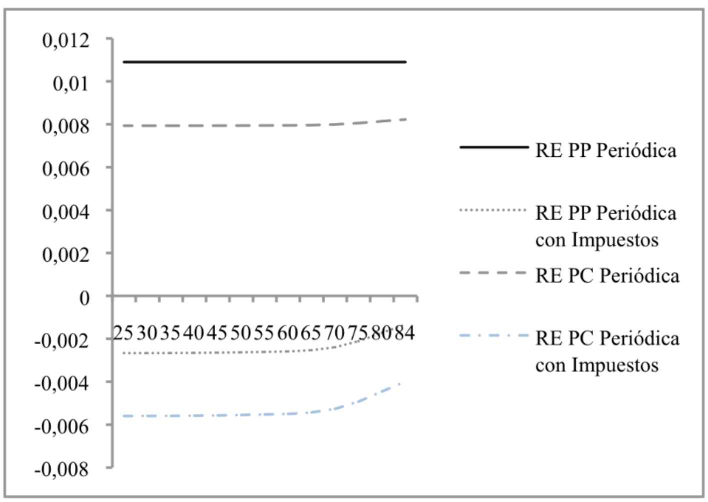

Figura 8: Rentabilidad Esperada (*i**). Primas Pura y Comercial Periódicas
Hombre; *x* variable; n=20; *P*=1; g=0,05; δ=0,2; *i*=0,0109

La rentabilidad máxima sigue presentando el mismo comportamiento que en el caso en que la temporalidad es variable. Cuanto mayor es la edad del asegurado, menor es la rentabilidad maxima de forma que el mayor valor de dicha rentabilidad se produce para *x*=25, momento en el que la probabilidad diferida de fallecimiento es muy baja y por tanto, también es baja la realización efectiva de la prestación. Para una edad de *x*=75 la rentabilidad máxima de la operación pasa a ser creciente en todos los casos.
Cuando el periodo es constante y variamos la edad, la rentabilidad esperada coincide con el tipo de interés técnico de la operación si la prima pura es única, y dicha rentabilidad se mantiene constante independientemente de la edad del asegurado para los cuatro casos analizados. Cuando la prima es periódica, dicha rentabilidad también coincide con el tipo de interés técnico cuando la prima es pura. En el resto de supuestos, la rentabilidad esperada es creciente, especialmente en las últimas edades consideradas. Además los valores negativos que aparecen si la prima pura periódica considera el pago de impuestos, se deben precisamente al efecto de los impuestos, cuyo valor es muy elevado comparado con el tipo de interés técnico aplicado, que reducen la rentabilidad esperada por debajo del tipo de interés técnico. En el mismo escenario pero cuando la prima es comercial, además de los impuestos, la reducción de la rentabilidad esperada es

mayor como consecuencia de los gastos de gestión que aplica la entidad, que también son bastante más elevados que el tipo de interés técnico considerado.

6. CONCLUSIONES

La regulación en España de la rentabilidad esperada, fue impulsada por el sector asegurador para facilitar la comprensión de los seguros de vida/ahorro a los inversores proporcionando una herramienta similar a la TAE que les permitiera medir la rentabilidad de las operaciones que contrataban a la vez que se dotaba de mayor transparencia al sector. Sin embargo, esta obligación de informar de la rentabilidad esperada de la operación, no se aplica a todas las modalidades de este tipo de seguros lo cual no resulta comprensible sí, como parece, el objetivo es disponer de un elemento que posibilite la toma de decisiones por parte del asegurado en este tipo de operaciones, cosa que no era necesaria en las operaciones financieras ciertas.
En cuanto al cálculo de la rentabilidad esperada, cabe decir en primer lugar que, toda operación actuarial tiene como característica intrínseca que su resultado, depende de la contingencia aleatoria en que se basa. Por ello, el rendimiento desde el punto de vista del asegurado, es aleatorio y debe realizarse un enfoque estocástico de la distribución de la variable aleatoria *tanto efectivo anual de rendimiento*, lo que nos permite obtener, mediante el análisis de su distribución de probabilidad, la rentabilidad máxima derivada de la operación, si la misma se ajusta a los términos del contrato. El cálculo de esta rentabilidad máxima, se realiza de forma simple, igualando, en términos financieros, el valor final de las prestaciones y las contraprestaciones de la operación, en cada uno de los casos analizados.
Dar información relacionada con la distribución de probabilidad de la tasa de rentabilidad anual efectiva, permite al asegurado tomar decisiones sobre la contratación de la operación, utilizando criterios que incorporen dicha información.
Para determinar la rentabilidad esperada utilizamos la variable aleatoria *valor actual financiero del beneficio del producto* de forma que dicha rentabilidad se obtiene haciendo cero su valor esperado. El cálculo de dicha rentabilidad resulta sencillo una vez determinada la distribución de probabilidad de la variable aleatoria que recoge el valor actual financiero de las prestaciones y contraprestaciones de la operación.
El análisis se ha realizado para el caso de que la prima pagada sea pura, y por tanto solo considere la cobertura estricta del riesgo cedido por el asegurado, y cuando se incorporan los gastos que aplica la compañía para obtener la prima comercial. Y para dos escenarios de prima única y prima periódica.
Finalmente, también se ha incluido el pago de impuestos por parte del beneficiario si se produce la contingencia prevista en el contrato, obteniendo en ese contexto la rentabilidad financiero fiscal de la operación.
La metodología propuesta en este trabajo permitirá extender el análisis a operaciones más complejas, temporales y vitalicias, así como a seguros mixtos que incorporen capitales diferidos o rentas en caso de supervivencia.

RECEIVED:DECEMBER, 2018.
REVISED: MARCH, 2019.

REFERENCIAS

[1] ALEGRE ESCOLANO, P. and SÁEZ MADRID, J. (1991): Sobre la denominada tasa de rentabilidad financiero fiscal. **Revista Española de Financiación y Contabilidad**, 67, 465–487.
[2] BOWERS, N.L., GERBER, H., HICKMAN, J.C. JONES, D.A. AND NESBITT, C.J. (1997): **Actuarial Mathematics**. The Society of Actuaries, Illinois.
[3] BOYLE, P.P. (1976): Rates of return as random variables. **The Journal of Risk and Insurance**, 43(4), 693-713.
[4] Circular 5/2012, de 27 de junio, del Banco de España, a entidades de crédito y proveedores de servicios de pago, sobre transparencia de los servicios bancarios y responsabilidad en la concesión de préstamos. Banco de España, 2012. Disponible en https://www.boe.es/boe/dias/2012/07/06/pdfs/BOE-A-2012-9058.pdf. **Consultado** 12-7, 2018.
[5] Circular 8/1990, de 7 de septiembre, a Entidades de Crédito, sobre transparencia de las operaciones y protección de la clientela. Banco de España, 1990. Disponible en https://www.boe.es/boe/dias/1990/09/20/pdfs/A27498-27508.pdf. **Consultado** 11-9, 2018

[6] Circular 15/1988, de 5 de diciembre, sobre las obligaciones de información de las Entidades de Depósito a la clientela. Banco de España, 1988. Disponible en https://www.boe.es/boe/dias/1988/12/16/pdfs/A35268-35274.pdf. **Consultado** 23-7, 2018.
[7] DEVESA CARPIO, J.E., DEVESA CARPIO, M., ALONSO FERNÁNDEZ, J.J., DOMÍNGUEZ FABIÁN, I., MENEU GAYA, R. and ENCINAS GOENECHEA, B. (2016). El reto de las entidades aseguradoras ante la introducción de la rentabilidad esperada en España. **Universia Business Review**, 52**,** 168-197.
[8] DEVESA CARPIO, J.E., DEVESA CARPIO, M., ALONSO PERNÁNDEZ, J.J., DOMÍNGUEZ FABIÁN, I., ENCINAS COENECHEA, B. and MENEU GAYA, R. (2013). La rentabilidad actuarial como método de comparación de las operaciones financieras y aseguradoras. En Gómez, E., Guillén, M., Vázquez, F. **Investigaciones en Seguros y Gestión de Riesgos: Riesgo 2013**, 85-98. Fundación Mapfre, Madrid.
[9] Directiva 2014/17/UE del Parlamento Europeo y del Consejo de 4 de febrero de 2014 sobre los contratos de crédito celebrados con los consumidores para bienes inmuebles de uso residencial y por la que se modifican las Directivas 2008/48/CE y 2013/36/UE y el Reglamento (UE) nº1093/2010. Parlamento Europeo y Consejo de la Unión Europea, 2014. Disponible en https://www.boe.es/doue/2014/060/L00034-00085.pdf. **Consultado** 12-7, 2018.
[10] GERBER, H. (1997): **Insurance Mathematics**. Springer, Berlín.
[11] Ley 20/2015, de 14 de julio, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras. Cortes Generales, 2015. Disponible en https://www.boe.es/boe/dias/2015/07/15/pdfs/BOE-A-2015-7897.pdf. **Consultado** 11-9, 2018.
[12] Ley 26/1988, de 29 de julio, sobre Disciplina e intervención de las Entidades de Crédito. Cortes Generales, 1988. Disponible en https://www.boe.es/boe/dias/1988/07/30/pdfs/A23524-23534.pdf. **Consultado** 23-7, 2018.
[13] MORENO RUIZ, R., TRIGO MARTÍNEZ, E., GÓMEZ PÉREZ-CACHO, O. and ESCOBAR LÓPEZ, R.N. (2017): Rentabilidad esperada en seguros de vida: análisis actuarial de la metodología de cálculo a la luz de la Orden ECC/2329/2014, de 12 de diciembre. **Anales del Instituto de Actuarios Españoles**, 4ª época, 23, 102-128.
[14] Orden ECC/2329/2014, de 12 de diciembre, por la que se regula el cálculo de la rentabilidad esperada de las operaciones de seguro de vida. Ministerio de Economía y Competitividad, 2014. Disponible en https://www.boe.es/buscar/doc.php?id=BOE-A-2014-12974. **Consultado** 5-6, 2018.
[15] PROMISLOW, S.D. (2015): **Fundamentals of Actuarial Mathematics, 3rd Edition**. Ringgold Inc, Beaverton.
[16] VEGAS, J. AND NIETO DE ALBA, U. (1993): **Matemática actuarial**. Mapfre, Madrid.