

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique  
**Université Mohamed Khider - Biskra**  
**Faculté des sciences et sciences de l'ingénieur**



Département de génie civil

Laboratoire de génie civil

N° D'ordre: .....

Série: .....

# THESE

Pour obtenir

## LE DIPLÔME DE MAGISTÈRE

Génie Civil : Structure et mécanique du sol

par

**Laoubi Khadidja**

(Ingénieur d'État de l'Université de Constantine)

### ETUDE DU COMPORTEMENT RHEOLOGIQUE DE LA FLEXION DES POUTRES SOUMISES A L'ACTION SIMULTANEE DES CHARGES STATIQUES ET DYNAMIQUES

Soutenu le: ----/----/ 2004 devant la commission d'examen.

**Jury MM.**

Benmebarek sadok, Maître de conférence, Université de Biskra	Président du jury.
Lahmar Ali, Chargé de cours, Université de Biskra,	Rapporteur.
Belarbi Mohamed Tahar, Maître de conférence, Université de Biskra,	Examineur 1.
Chebili Rachid, Chargé de cours, Université de Biskra,	Examineur 2.
Mamache Amar, Chargé de cours, Université de Biskra,	Examineur 3.

**A  
MA FAMILLE.**

## Remerciements

Ce travail est un fruit non seulement d'un effort individuel, mais celui de plusieurs personnes que je tiens à remercier et leurs exprimer ma sincère reconnaissance .

Je tiens tout d'abord à remercier ma famille en particulier mes parents qui m'ont soutenu pour réaliser mes études. Je leur exprime toute ma reconnaissance d'avoir su créer les conditions pour favoriser l'épanouissement de leur enfants .

Je tiens à remercier particulièrement mon encadreur de thèse, le professeur Lahmar Ali, pour son aide, de m'avoir fait partager ses connaissances, d'avoir pu me bénéficier de ces conseils, de sa compétence scientifique et ces qualités humaines. Je le remercie pour la confiance qu'il m'a témoignée et de m'avoir encouragé à mener à terme ce travail.

Messieurs les Professeurs: Benmebarek S, Belarbi M.T, Chbili R, Mamache A, ont accepté d'examiner ce travail. Je leur adresse mes plus vifs remerciements.

Mes remerciements s'adressent également au professeur Meftah Fékri, Maître de Conférence à l'Université de Marne la Vallée, France pour son aide précieuse et à tous mes professeurs qui ont assuré ma formation à l'université de Biskra, ainsi qu'à mes professeurs et collègues de l'université de Batna; pour leur soutien incessant aussi bien moral que matériel.

# Résumé

Le fluage dynamique est le fluage constaté dans le cas où la charge appliquée sur le matériau est composée essentiellement d'une charge statique et d'une autre dynamique relativement faible. L'étude expérimentale de ce phénomène est menée depuis longtemps, toutefois les difficultés de réalisation de ces essais ont fait que le nombre des travaux réalisés demeure relativement réduit. La théorie du fluage dynamique du béton en tant que matériau se trouve encore à ses premières étapes de son développement. En comparaison avec le fluage statique, le fluage dynamique ne dispose d'aucun appareil mathématique permettant de faire le calcul des structures, en témoigne l'absence totale des exemples de calculs dans les ouvrages de référence. cependant les conditions du fluage dynamique sont habituelles pour certaines structures, particulièrement les ponts; dont le transport constitue la source des vibrations. Le but de cette étude est d'utiliser le modèle rhéologique destiné à la formulation linéaire (relative à la contrainte cyclique moyenne) de la loi du comportement du fluage dynamique d'un vieux béton à hygrométrie constante à l'étude du comportement rhéologique de la flexion des poutres soumises à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques.

**Mots clés:** rhéologie, comportement, vibration, viscosité, fluage.

### Abstract

The dynamic creep is the creep observed in the case, where the applied load on the material is made essentially, of a static load and relatively weak dynamic load. The experimental study of this phénomène has been conducted for a long time. Nevertheless, the difficulties in realizing those tests are the main reasons which reduced the number of work research. The dynamic creep theory of concrete as a material is in its first steps of development. Comparing to the static creep the dynamic creep does not have any mathematical apparatus allowing the design of structures; the lack of design examples confirms this statement. However the dynamic creep conditions are regular for certain structures, especially the bridges, for which the vibrations are induced by carriage. The goal of this study is to use a rhéological model intended to a linear formulation ( in respect to a mean cyclic stress ), of the dynamic creep behavior low, of an aged concrete with a constante hygrometry and intended to a study, of the rhéological behavior, of the bending, of beams subjected to a simultaneous actions of static and dynamic loads .

**Keywords :** rhéology, behavior, vibration, viscosity, creep.

## Sommaire

### **CHAPITRE I : INTRODUCTION GÉNÉRALE**

Introduction générale.....	2
----------------------------	---

### **CHAPITRE II : ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE DU FLUAGE DU BÉTON**

<b>I. Introduction.....</b>	<b>5</b>
<b>II. Fluage du béton.....</b>	<b>5</b>
<b>III. Explication des mécanismes de transport de l'eau dans le béton .....</b>	<b>8</b>
3-1. L'eau dans le béton .....	8
3-2. Etat de l'eau dans le béton .....	9
a.) L'eau chimiquement liée .....	9
b.) L'eau absorbée .....	9
c.) L'eau capillaire .....	9
d.) L'eau libre .....	10
<b>IV. Type de fluage.....</b>	<b>10</b>
4-1. Le fluage propre .....	10
4-2. Le fluage de dessiccation .....	10
4-3. Etude du fluage propre.....	12
a. Fluage à court terme .....	12
b. Fluage à long terme .....	13
4-4. Etude du fluage de dessiccation .....	15
<b>V. Effets du fluage .....</b>	<b>15</b>
<b>VI. Paramètres affectant le fluage... ..</b>	<b>16</b>
6.1. Influence de la contrainte et de la résistance .....	17
6.2. Influence des propriétés de ciment .....	17
6.3. Influence de l'humidité relative .....	18
6.4. Influence de la température .....	19
<b>VII. Conclusion.....</b>	<b>20</b>

<b><u>CHAPITRE III : DONNÉES EXPÉRIMENTALES</u></b>	
<b>I. Introduction.....</b>	<b>23</b>
<b>II. Principe de superposition et ses limites d'application .....</b>	<b>23</b>
<b>III. Données et méthodes expérimentales.....</b>	<b>24</b>
<b>IV. Formules utilisées .....</b>	<b>26</b>
<b>V. Résultats expérimentaux .....</b>	<b>27</b>
<b><u>CHAPITRE IV : CARACTÉRISTIQUES DU MODÈLE RHÉOLOGIQUE DU FLUAGE DYNAMIQUE DU BÉTON</u></b>	
<b>I. Introduction.....</b>	<b>32</b>
<b>II. Modèle rhéologique .....</b>	<b>32</b>
<b>III. Etude du modèle .....</b>	<b>33</b>
<b>IV. Détermination les relations entre amplitude de contrainte et amplitude de déformations du fluage dynamique.....</b>	<b>34</b>
<b>V. Conclusion .....</b>	<b>37</b>
<b><u>CHAPITRE V : ÉTUDE DU FLUAGE DYNAMIQUE DE LA FLEXION DE LA POUTRE</u></b>	
<b>I. Introduction .....</b>	<b>39</b>
<b>II. Étude de la poutre .....</b>	<b>39</b>
2.1. Moment fléchissant de la poutre dû à la composante dynamique de la charge.....	41
<b>III. Détermination des paramètres rhéologique relatifs au fluage dynamique.....</b>	<b>42</b>
<b>IV. Détermination de la flèche du fluage dynamique .....</b>	<b>46</b>
<b>V. Application numérique.....</b>	<b>47</b>
<b>VI. Confrontation des résultats théoriques avec les résultats expérimentaux... ..</b>	<b>50</b>
6.1. Variation de la flèche dynamique en fonction du temps.....	50
6.2. Confrontation des résultats théorique et expérimentaux .....	51
<b>VII. Conclusion.....</b>	<b>53</b>
<b><u>CONCLUSION GÉNÉRALE</u> .....</b>	<b>54</b>
<b><u>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u> .....</b>	<b>57</b>

**CHAPITRE I**  
INTRODUCTION GENERALE



## Introduction générale

Le fluage dynamique est le fluage constaté dans le cas où la charge appliquée sur le matériau est composée essentiellement d'une charge statique et d'une autre vibratoire relativement faible. Le surplus d'une telle charge vibratoire change les caractéristiques rhéologiques de matériau, ce qui se traduit par l'accélération du processus du fluage, l'augmentation des déformations finales et l'accentuation de la non linéarité des relations rhéologique contraintes - déformations. Ce phénomène concerne tous les matériaux actifs à la rhéologie.

Le fluage dynamique est dévoilé plusieurs décennies après le fluage statique. La réalisation des essais du fluage dynamique est liée à de grandes difficultés particulièrement : la réalisation de la charge vibratoire moyennant par un électromoteur, l'exactitude des mesures des déformations, l'impossibilité de veiller constamment et assez longtemps sur les essais et l'influence du bruit aux alentours.

Les paramètres supplémentaires de la charge tels que: la pulsation, la contrainte maximale, la contrainte minimale et le coefficient asymétrique compliquent substantiellement la régularité du fluage dynamique en comparaison avec le fluage statique. Le fluage dynamique ne dispose d'aucun outil mathématique permettant de faire le calcul de construction, en témoigne l'absence totale des exemples de calculs dans la littérature spécifique.

Cependant les conditions du fluage dynamique sont ordinaires pour un nombre important de constructions, particulièrement les ponts. Le nombre d'essais ayant traité ce phénomène est réduit et les résultats sont peu convergents. Les résultats fondamentaux des recherches expérimentales peuvent être obtenues des travaux [L.A]. L'unique étude théorique du fluage dynamique est exposée dans les travaux [A.L], ou on propose un modèle rhéologique, à nombre variable d'éléments élastiques et visqueux, gérant le comportement uniaxial du matériau ( qui sera explicité dans le chapitre IV).

Dans cette étude on montre théoriquement que l'unique paramètre de la charge influant sur les caractéristiques rhéologiques du matériaux est l'amplitude de la charge (amplitude de la contrainte).

Le but de notre traité est d'utiliser ce même modèle rhéologique pour l'étude des poutres soumises à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques. Dans ce cas la poutre sera non homogène par rapport à ses caractéristiques rhéologiques étant donné que l'amplitude de la contrainte varie le long de la portée et sur la hauteur de sa section.

L'amplitude de la charge sera t-il l'unique paramètre duquel dépendant les caractéristiques rhéologiques des poutres?.

La pulsation aura t-elle une influence sur ces caractéristiques comme le confirment les résultats expérimentaux ?.

Dans cette recherche on essaiera de répondre à ces questions et d'éclaircir des domaines touchant ce phénomène.

**CHAPITRE II**  
ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE DU FLUAGE  
DU BETON

## **Etude bibliographique du fluage du béton**

### **I. INTRODUCTION**

Le béton est un matériau vieillissant: sa structure interne et ses caractéristiques mécaniques évoluent dans le temps. Sous une sollicitation donnée, le béton a une réponse instantanée mais de plus, il est le siège de déformations différées sous charge de longue durée: charges permanentes, précontraints, etc.,.

La réalisation d'ouvrages d'Art en béton, en particulier ceux qui subissent des contraintes permanentes importantes, comme les centrales nucléaires, les ponts précontraints ou les structures de grande hauteur construits pour une durée de vie de l'ordre de 50 à 100 ans, nécessitent de bien connaître ce comportement à long terme.

Lorsqu'un béton est soumis à une charge constante, la déformation augmente avec le temps, cette augmentation graduelle de la déformation est due au fluage du béton qui est l'objectif de notre étude.

### **II. FLUAGE DU BETON**

Le fluage est une déformation en fonction du temps sous chargement constant. On distingue trois phases dans l'évolution de la déformation de fluage sous sollicitation constante (Figure 2.1.).

- a.) Pendant le fluage primaire, la grande vitesse de déformation initial décroît continuellement jusqu'à devenir constante.
- b.) La vitesse constante de déformation définit le fluage secondaire .
- c.) Le fluage tertiaire, se caractérise par une augmentation de la vitesse de déformation et conduit à la ruine du matériau .

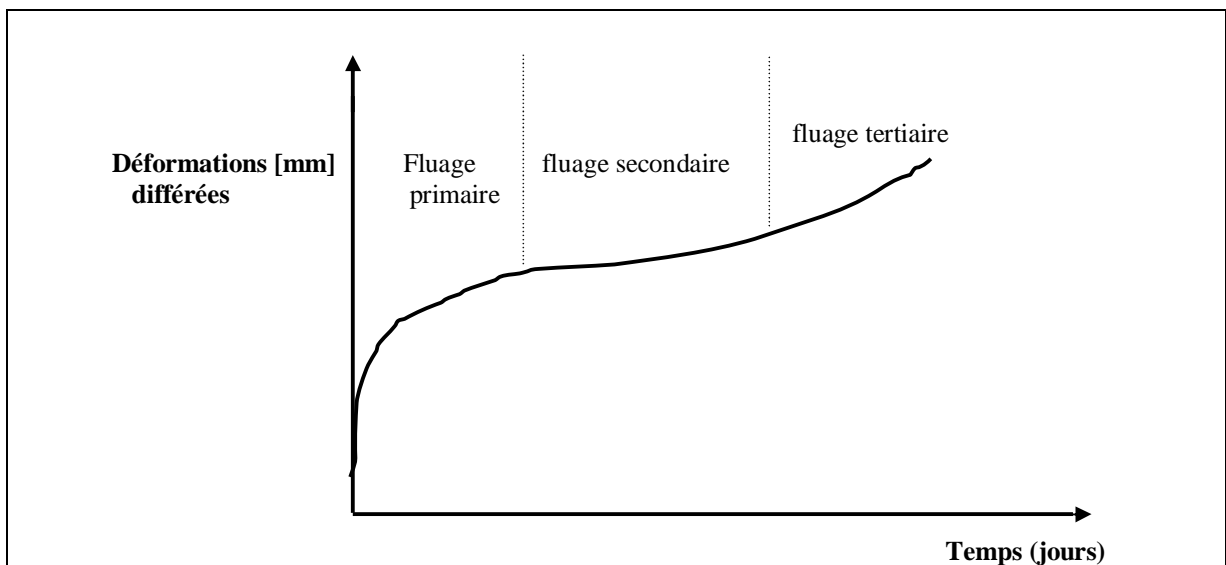


Figure 2.1. Phénomène du fluage

La plupart des explications des phénomènes de fluage reposent sur les mouvements de fluide au sein du matériau, donc le phénomène du fluage semble être lié à la présence d'eau dans le matériau .

Il existe plusieurs théories tentant d'expliquer les mécanismes responsables du fluage qui sont:

- a.) GRANGER[GRA95 ], propose la théorie de la consolidation s'inspire de celle que l'on retrouve en mécanique des sols, ou une redistribution de contraintes apparaît entre l'eau interstitielles et le squelette granulaire suite à une conduction de l'eau par perméabilité; cette explication conduit cependant, pour le béton à des échelles de temps beaucoup plus faibles que celles constatées expérimentalement, a ce fait cette théorie a été rejetée par la communauté scientifique.
- b.) La théorie plastique proposée comme pour l'acier, des mouvements de cristaux au sein de la matière, mais cette explication n'est cependant pas acceptée non plus pour des contraintes inférieur à 70% de la résistance à la rupture.
- c.) Fluage pourrait être lié au rôle lubrificateur de l'eau contenu dans le gel C.S.H dont les particules peuvent glisser les unes sur les autres: cette théorie semble cependant en contradiction avec le fait que le fluage propre soit proportionnel à l'humidité relative, puisque l'eau interfeuillet et l'eau dans les microspores du gel C.S.H n'est directement touchée par le séchage que pour les très faibles valeurs d'humidité relative.
- d.) Rossi, propose un couplage entre les fissures créées à l'intérieur du matériau [ ROSS 93 ]. Il en résulterait des tensions capillaires dans la zone entourant la fissure .Le phénomène est entretenu par le fait que les tensions capillaires vont à leurs tour engendrer de nouvelles fissures. Cependant aucun essai ne permet de savoir s'il s'agit là d'une cause ou d'une conséquence du phénomène de fluage.

- e.) Le fluage pourrait être lié à une diffusion sous contrainte de l'eau absorbée entre les particules du gel. A la pression occasionnée par la charge s'ajoute celle de la tension capillaire engendrée par le séchage faisant ainsi apparaître un couplage séchage / fluage.
- f.) Le fluage pourrait être lié à un processus de pression, dissolution des hydrates qui se diffusent dans le milieu interstitiel pour se redéposer sous contrainte nulle dans des zones moins chargées et de porosité suffisante pour se solidifier.

De cette longue liste, aucun des mécanismes proposés n'a pu réellement s'imposer. Il est aujourd'hui impossible d'établir une formulation mathématique des déformations de fluage à partir de la description élémentaire des plusieurs mécanismes physico-chimique à l'échelle microscopique.

### **III. EXPLICATION DES MECANISMES DE TRANSPORT DE L'EAU DANS LE BETON**

#### **3-1. L'eau dans le béton**

Les vides dans la matrice solide du béton sont plus au moins remplis d'eau. Cet état hydrique dépend essentiellement du degré d'hydratation du matériau, de l'humidité relative régnant dans le réseau poreux. L'eau présente est un des constituants à part entière de la microstructure du matériau. En effet l'eau absorbée des microspores du gel, par exemple de part sa structuration et grâce aux forces qui la lient au solide participe avec lui à la cohésion et à la résistance mécanique du matériau. Il en est de même pour l'eau capillaire liée au solide par des forces de tension superficielles dont les mouvements entraînent des déformations de la matrice cimentaire.

l'eau va donc jouer un rôle essentiel dans le comportement des matériaux durcis, non seulement sur le plan mécanique (résistance, retrait de dessiccation et fissuration induite dus à l'évaporation de l'eau des pores, fluage, ect..) mais aussi sur celui de la durabilité, par l'intermédiaire de paramètres tels que la perméabilité aux liquides et aux gaz réagissant les transports d'agents agressifs au sein du matériau.

### **3-2. Etat de l'eau dans le béton**

L'eau introduite au cours de la fabrication est présente sous de multiples états dans le béton durci. [BAR94], donne la classification simplifiée suivante:

#### **a.) L'eau chimiquement liée**

Qui participe à la réaction d'hydratation pour donner principalement le gel de C. S. H.

#### **b.) L'eau absorbée**

Il s'agit principalement des premières couches d'eau soumises au champ des forces superficielles au niveau des surfaces du réseau poreux.

#### **c.) L'eau capillaire**

Est constituée de la phase condensée remplissant ( par condensation capillaire ) le volume poreux au-delà de la couche adsorbée et séparée de la phase gazeuse par des ménisques. Elle obéit donc aux lois de la capillarité de: ( Jurin, Kelvin-Laplace ).



**d.) L'eau libre**

Qui n'est plus sous le champ d'influence des forces superficielles. Elle se trouve principalement dans les pores capillaires et les macropores. Elle représente, en fait un cas particulier de l'eau capillaire et rentre dans la plupart des études, dans cette dernière classe.

**IV. TYPE DU FLUAGE**

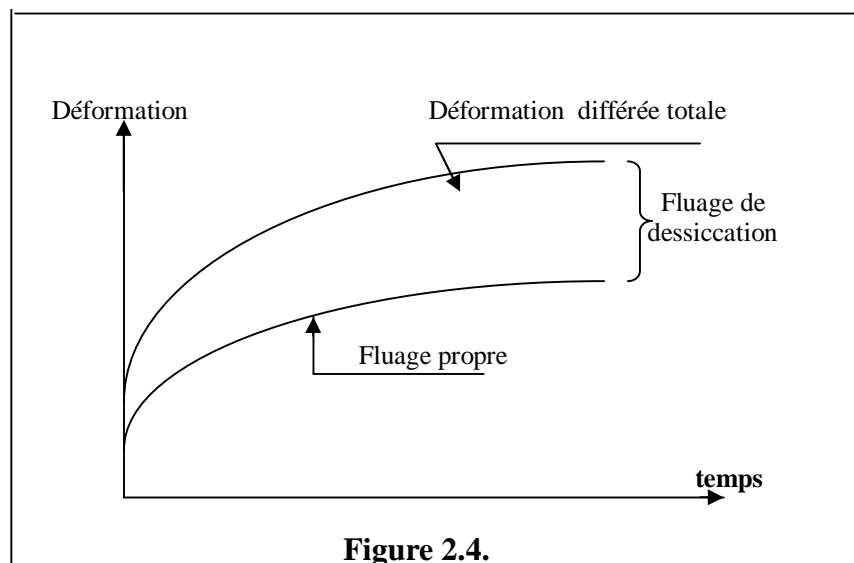
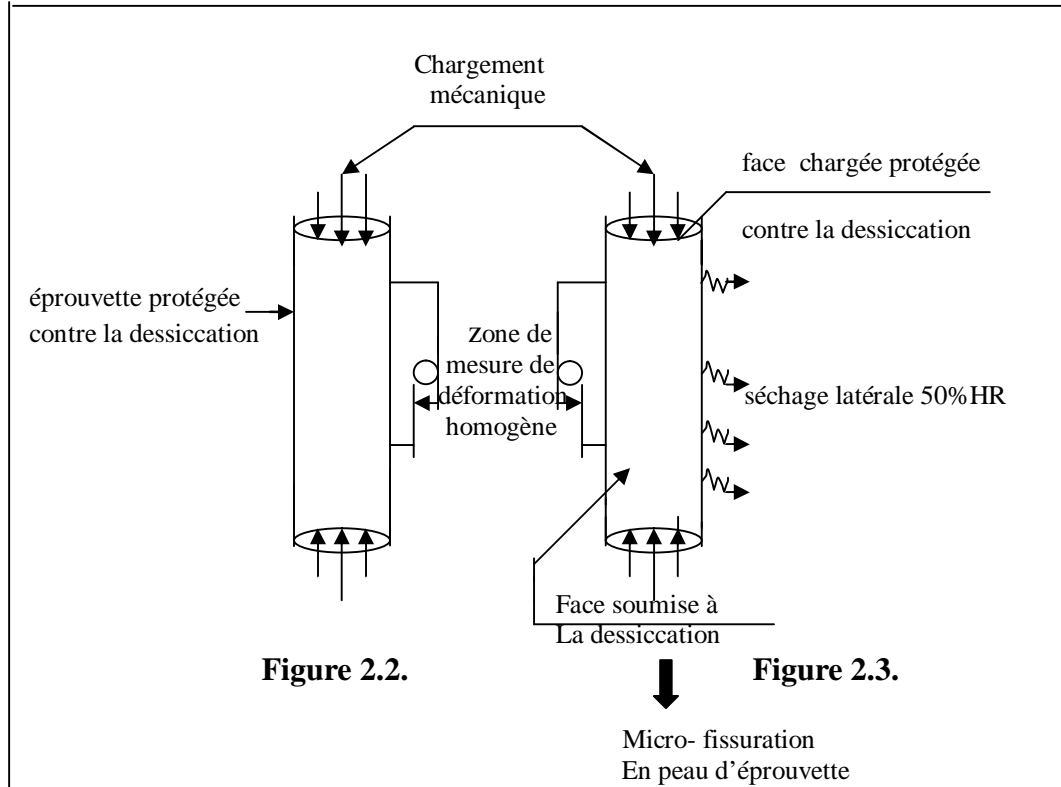
Il est conventionnellement admis dans la communauté scientifique [ACK83], de décomposer la déformation de fluage en deux composantes distinctes, qui correspondent donc à au moins deux mécanismes physico – chimique différents:

**4-1. Le fluage propre (ou fluage spécifique )**

Défini comme la déformation mesurée sur une éprouvette de béton en équilibre hydrique et donc sans échange d'humidité avec le milieu extérieur (Fig 2.2.) ( A Basic Creep ).

**4-2. Le fluage de dessiccation**

Défini comme la part supplémentaire que l'on mesure lorsque l'éprouvette chargée est soumise à une dessiccation simultanée (Fig 2.3, 2.4.). (Drying Creep ).



Identification expérimentale des composantes de fluage

#### 4-3. Etude du fluage propre

L'analyse cinétique de cette déformation différée [RUE68, ULM98] pour différents bétons permet de mettre en évidence deux régimes cinétiques distincts: fluage à court terme et un fluage à long terme.

##### a.) Fluage à court terme

Qui se développe rapidement, pendant quelques jours après le chargement, il est associé à un processus de microdiffusion de l'eau capillaire sous l'action des efforts extérieurs appliqués [WIT 82, ULM 98]. La mesure de l'énergie d'activation associée au fluage à court terme 25KJ/mol [DAY83], proche de celle associée à un phénomène de migration d'eau libre (eau capillaire et physiquement adsorbée). De plus, d'après les essais expérimentaux [ULM98], la cinétique du fluage à court terme est influencée par le rapport  $e/c$ .

La diffusion s'amorce sous l'action des efforts extérieurs lorsque les contraintes sont retransmises à l'échelle microscopique à travers l'assemblage des produits d'hydratation qui entourent les pores capillaires (Figure 2.5.). Ce transfert d'effort microscopique induit localement un déséquilibre thermodynamique entre les molécules d'eau en adsorption libre dans ces zones de transmission et celles qui sont plus loin. Pour restituer l'équilibre, les molécules d'eau diffusent dans les couches d'eau adsorbée (diffusion surfacique) vers des zones libres, entraînant la déformation du squelette solide.

**b.) Fluage à long terme**

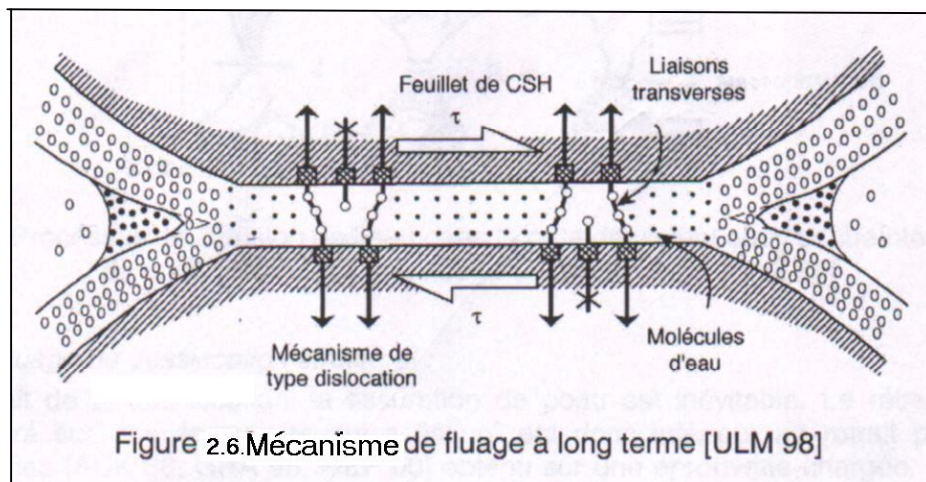
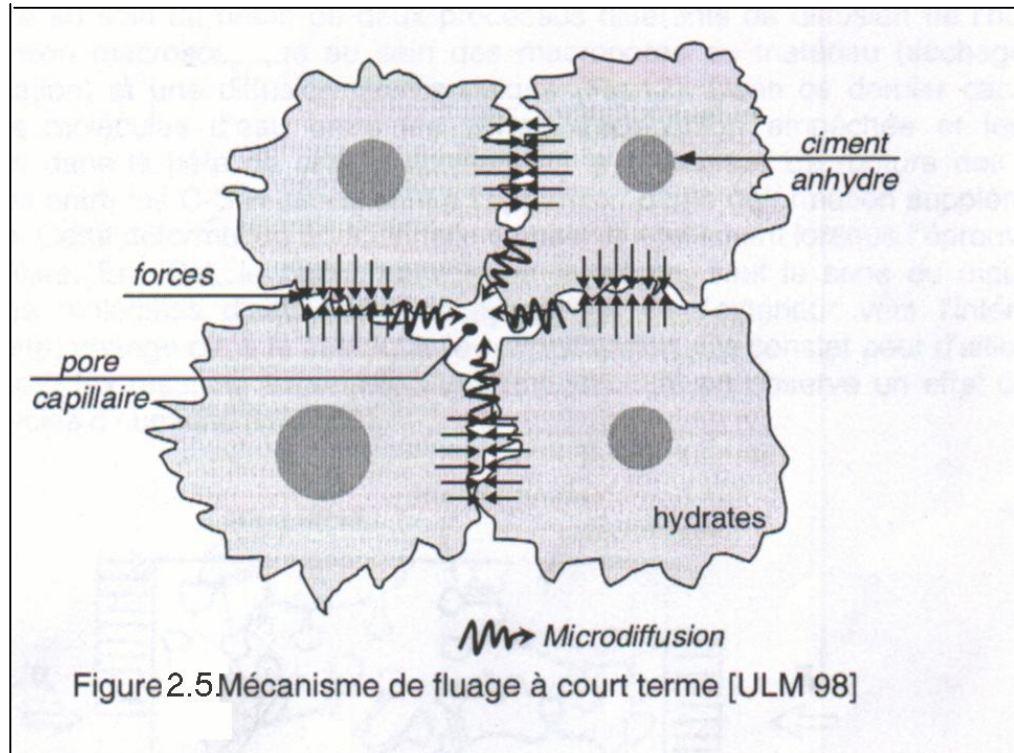
Il semble que la cinétique du fluage propre à long terme soit indépendante du type de béton [ ULM 98]. Ceci situerait donc son origine dans les pores d'hydrates ( nanopores ). Selon les considérations portant sur le rôle joué par la pression de disjonction, le mécanisme ne peut pas être rattaché à une microdiffusion de l'eau ( phénomène de courte durée et asymptotique ).

Il semblerait que son origine soit plutôt mécanique dans les zones d'adsorption empêchée; les surfaces solides adjacentes sont liées par attraction mutuelle ou par liaison atomiques directes ces forces de liaison équilibrent la pression de disjonction induite. Ces liaisons sur - tendues localement et instables sont susceptibles de se rompre. Elles se reforment dans les zones adjacentes de moindres surtensions du fait du glissement du feuillet de C. S. H. ( Figure 2.6. ).

Ce processus en chaîne épuisé successivement les sites de fluage qui ont été activés par le chargement mécanique. Cet épuisement conduit au vieillissement observé au niveau de la cinétique du fluage en fonction de l'âge du matériau.

Il est à noter qu'a priori, la contrainte macroscopique, du fait de son ordre de grandeur bien inférieur à celui de la pression de disjonction ne modifierait pas, de façon significative, l'amplitude des forces de liaison au niveau des nanopores le processus de dislocation résulte alors de l'instabilité intrinsèque aux hydrates.

Il est à préciser que ces mécanismes et l'explication donnée quant à leur origine restent hypothétiques. L'échelle de leur occurrence n'est pas accessible par les techniques actuelles disponibles, leur confirmation expérimentales est inexistante.



#### 4-4. Etude du fluage de dessiccation

Lorsqu'une éprouvette est soumise simultanément à la dessiccation et à un chargement mécanique (Figure 2.3.), le mécanisme du fluage ayant lieu est affecté par la variation de la teneur en plus de sa distribution non homogène (du fait du séchage) au sein du spécimen. La déformation de fluage de dessiccation est alors la part de la déformation différée obtenue en ôtant de la déformation totale différée, la déformation de fluage propre et de retrait.

### V. EFFETS DU FLUAGE

Le fluage influence les déformations et les déflexions et souvent également la distribution des contraintes mais ces effets varient selon le type de structure, parmi ces effet on a:

- a.) Le fluage d'un béton quelconque n'affecte pas en soi la résistance bien que, sous des contraintes très élevées, le fluage accélère l'approche de la déformation limite pour laquelle la rupture se produit. Ceci concerne uniquement les cas où la charge maintenue dépasse environ les 85 % ou 90 % de la charge de rupture statique appliquée rapidement .
- b.) Dans les poteaux en béton armé, le fluage a pour effet de transférer graduellement la charge du béton aux armatures. Une fois que l'acier cède, l'augmentation de charge est reprise par le béton en sorte que la résistance globale du béton et de l'acier est mobilisée avant que la rupture ne se produise.
- c.) Dans les poteaux supportant une charge excentrée, le fluage augmente la flèche latérale et peut conduire à la rupture par flambement .

- d.) Dans les structures hyperstatique, le fluage peut soulager les zones de concentration de contrainte induite par retrait, par variation thermique ou par mouvement d'appui.
- e.) Dans une structure précontrainte, le fluage cause une certaine perte de la précontrainte et ainsi une augmentation des déformations, ce qui peut nuire à l'aptitude au service de la structure.
- f.) Le fluage peut également provoquer des déflexions excessives dans des membrures de structures et être à l'origine d'autres problèmes d'exploitation, spécialement dans les bâtiment de grande hauteur et les ponts de grande portée.

## **VI. PARAMETRES AFFECTANT LE FLUAGE**

Le fluage du béton et la vitesse de son développement dans le temps sont influencés par plusieurs paramètres liés à la composition du béton, aux conditions ambiantes et aux conditions de chargement.

Ces paramètres sont les suivants:

- Influence de la contrainte et de la résistance.
- Influence des propriétés du ciment.
- Influence de L'humidité relative.
- Influence de la température.

### 6.1. Influence de la contrainte et de la résistance

Il y a une proportionnalité directe entre le fluage et la contrainte appliquée, il n'y a pas de limite inférieure à cette proportionnalité du fait que le béton subit un fluage sous de très faibles contraintes, alors que la limite supérieure de la proportionnalité est atteinte lorsque se développe une importante microfissuration.

Le fluage augmente avec la contrainte à une vitesse croissante. Le fluage augmente la déformation totale jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur limite qui correspond à la déformation ultime du béton considéré. La résistance du béton a une influence majeure sur le fluage.

### 6-2. Influence des propriétés du ciment

Le type de ciment influence le fluage dans la mesure où il a un effet sur la résistance du béton au moment de l'application de la charge. La finesse du ciment affecte le développement de la résistance au jeune âge et influence même le fluage. Il est possible que la structure du ciment hydraté en présence de différents matériaux cimentaires puisse influencer le fluage; par exemple, l'utilisation de laitier de haut fourneau réduit le fluage propre mais, augmente le fluage de séchage car les différents matériaux cimentaires ont des vitesses d'hydratation différentes et par conséquent, de gain de résistance alors que le béton est sous charge.

Les essais réalisés par Buil, et Acker, donnent un exemple de l'influence de l'hydratation sur le fluage, ils ont trouvé que la fumée de silice n'a pas d'effet sur le fluage propre, mais réduit de façon significative le fluage de séchage. L'explication tient probablement au fait que les réactions d'hydratation de la fumée de silice réduisent la quantité d'eau disponible pour les mouvements d'eau hors du gel.

Dans un grand nombre d'études, les différences de fluage observées sont de même ordre de grandeur que la dispersion des résultats pour une seule série d'essais. Il n'est donc pas raisonnable de considérer ces différences comme significatives et elles ne peuvent pas être utilisées comme base d'estimation.



### 6-3. Influence de l'humidité relative

L'humidité relative de l'air ambiant est l'un des paramètres externes qui a le plus d'influence sur le fluage. Le fluage pour un béton donné est d'autant plus important que l'humidité relative est basse. L'influence de l'humidité relative est beaucoup plus faible, voire nulle, dans le cas d'une éprouvette ayant atteint l'équilibre hygrométrique avec le milieu ambiant avant l'application de la charge la (Figure 2.7.) illustre le comportement d'éprouvettes mûries à une humidité relative de 100% puis chargées et exposées à différents taux d'humidité.

En conséquence, ce n'est pas tant l'humidité relative qui influence le fluage que le processus de séchage, c'est à dire l'élément qui provoque le fluage de séchage. Day et Illson ont également trouvé que de très petites éprouvettes de pâtes de ciment hydraté étaient sujettes au fluage de séchage et ont conclu que le fluage de séchage est une propriété intrinsèque de la pâte de ciment hydraté.

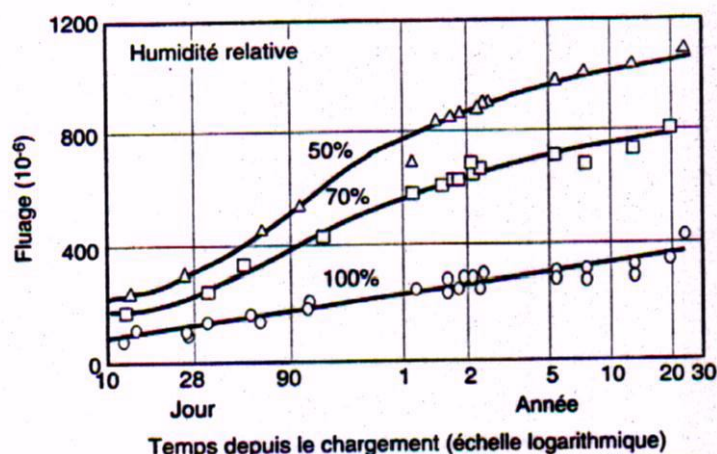


Figure 2.7. Fluage de bétons mûris dans une chambre humide pendant 28 jours puis chargés et conservés à différents degrés d'humidité relative

#### 6-4. Influence de la température

L'influence de la température sur le fluage présente un grand intérêt dans le cas de certains types de structures, tel que les ponts, les enceintes nucléaires, le taux de fluage augmente avec la température jusqu'à environ 70°C.

On pense que ce comportement est dû à la désorption de l'eau à la surface du gel, de sorte que le gel devient lui même progressivement la seule phase ou une diffusion moléculaire et un écoulement visqueux se produisent, causant alors une diminution du taux de fluage.

Il est aussi possible qu'une partie de l'augmentation du fluage du béton chargé à haute température soit due à la plus faible résistance du béton à température élevée. La plupart des résultats d'essais sur le fluage ont été obtenus sous une contrainte maintenue constante, mais dans quelque cas, la charge réelle oscillait entre certaines limites.

Il semble que le chargement cyclique induit un taux de fluage plus élevé à court terme et conduit à des valeurs supérieures à long terme. La (Figure 2.9.) illustre le cas où la charge oscillait à l'intérieur d'un rapport contrainte / résistance compris entre 0.35 et 0.05, tandis que la charge statique avait un rapport contrainte/ résistance de 0.35.

Au plus tout ce qui précédé faisait référence à une compression uniaxial, mais le fluage se produit également dans d'autres cas de charge et les informations relatives au fluage dans ces autres conditions sont particulièrement utiles pour comprendre la nature du fluage mais malheureusement, les résultats expérimentaux sont peu nombreux et dans plusieurs cas, il n'est pas possible de faire d'évaluation quantitative ni de pouvoir résoudre certains problèmes de conception.

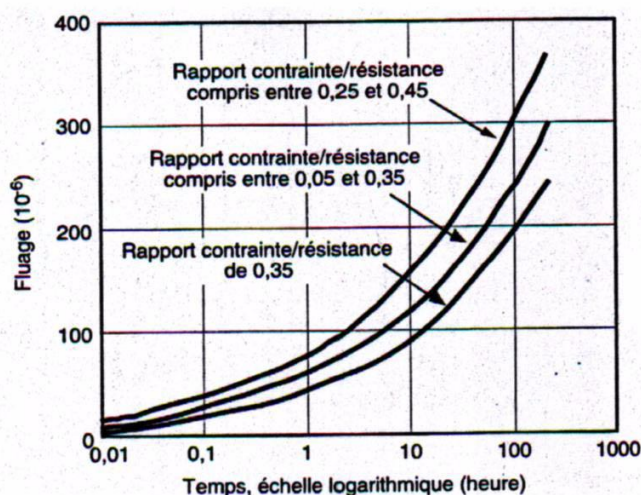


Figure 2.8. Fluage sous chargement alterné et sous chargement constant

## VII. CONCLUSION

Le siège du fluage est la pâte de ciment hydraté et le fluage est lié au mouvement interne de l'eau adsorbée ou de l'eau intra - cristalline.

Il apparaît que le fluage est une fonction de la quantité relative de vides non remplis et on peut spéculer que ce sont les vides dans le gel qui gouvernent à la fois la résistance et le fluage. Les vides peuvent donc être liés à la percolation interne de l'eau. Evidemment le volume des vides est fonction du rapport eau/ciment et influencé par le degré d'hydratation. Cependant, du fluage a été mesuré après plus de 30ans, en conséquence, il est probable que la partie lente et à long terme du fluage est due à d'autres causes que la percolation, mais que la présence d'eau évaporable demeure indispensable pour que la déformation puisse se développer, ceci supposerait un écoulement visqueux ou un glissement entre les particules du gel.

De tels mécanismes sont compatibles avec l'influence de la température sur le fluage et peuvent également expliquer le caractère largement irréversible du fluage à long terme. Alors que d'autres résultats expérimentaux sur le fluage en traction et en compression supposent que le comportement est mieux expliqué par une combinaison des théories de la percolation et du glissement visqueux.

Tout cela étant dit, on doit admettre que le mécanisme exact du fluage demeure mal connu . Il est donc fort difficile de raisonner à l'échelle de l' infiniment petit ou les transpositions de phénomènes et des lois habituelles deviennent hasardeuses.

Aucune vérification directe n'est possible si ce n'est par voie de conséquence . C'est pourquoi on a préféré s'en tenir au simple point de vue phénoménologique sans chercher à trop approfondir le mécanisme intime au delà de ce que l'observation nous avait permis de constater et de mesurer.

Expliquer physiquement le phénomène du fluage dynamique serait certainement plus complexe que le fluage statique. Ceci nous a amené à utiliser le modèle rhéologique à nombre d'élément variable, proposé pour le fluage dynamique uniaxial à l'étude du comportement rhéologique de la flexion des poutre soumises à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques.

# **CHAPITRE III**

## **DONNEES EXPERIMENTALES**

## Données expérimentales

### I. INTRODUCTION

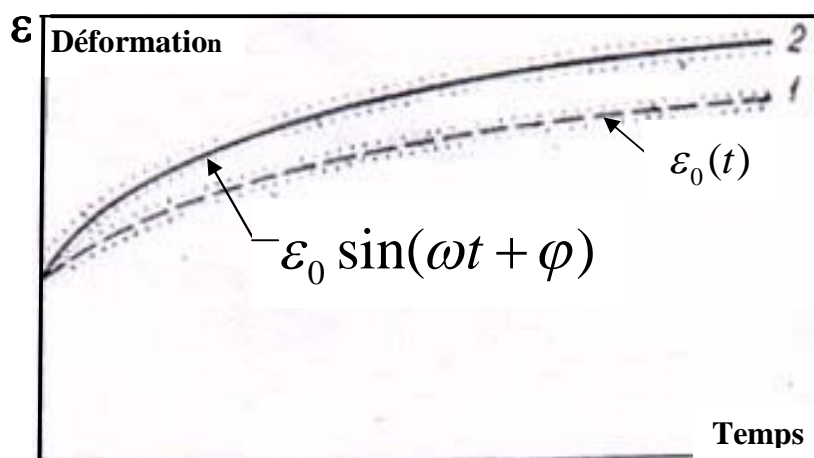
On étudie dans les travaux [L.A], le comportement des constructions en béton armé sur lesquelles agissent simultanément une charge statique et une autre vibratoire permanente ( de longue durée), dans la littérature ce problème n'est pas encore étudié. Dans les travaux [L.A ] sont donnés les premiers résultats approximatifs obtenus de l'expérimentation.

### II. PRINCIPE DE SUPERPOSITION ET SES LIMITES D'APPLICATION

Le principe de superposition s'exprime par le fait que les déformations dans une structure dues à l'action d'un système quelconque de forces sont égales à la somme algébrique des forces ou des déformations de chaque force séparément. le principe de superposition est un principe d'approximation, mais pour la plupart des matériaux de constructions, ce principe est conforme aux résultats expérimentaux pour les valeurs de contraintes utilisées en pratique.

Les études de N. K. Aroutiniane, et de P ivalissev, montrent que le principe de superposition peut être appliqué dans le calcul des structures en béton armé en tenant compte du phénomène du fluage sous l'action des charges permanentes statiques. Cependant ce principe n'est pas totalement justifié si la charge change de signe dans le temps ou si après un temps de repos de déchargement d'élément en béton se produit de nouveau un autre chargement.

Les essais préliminaires avec les poutres en béton armé soumises à l'action de charge statique et sujettes aux vibrations ont montré que dans ce cas la courbe du fluage ne coïncide pas avec celle de la théorie adoptant le principe de superposition.



**Figure 3.1.** 1-courbe théorique du fluage (en adoptant le principe de superposition )  
2-courbe effective du fluage du béton armé dans le cas d'action simultanée des charges statiques et vibratoires

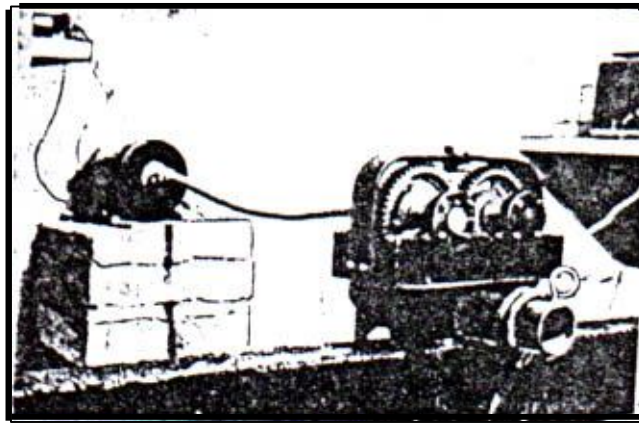
Il s'est avéré donc que les vibrations font croître les déformations du fluage statique. Par conséquent, dans le cas où sur les matériaux fluant s'exercent en plus des charges statiques, des charges dynamiques, le principe de superposition ne peut être appliqué.

Le but des essais est de définir la variation de l'intensité du fluage dans les poutres en béton armé soumises à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques en fonction des valeurs de pulsations et d'amplitudes des vibrations.

### III. DONNEES ET METHODE EXPERIMENTALE

L'étude expérimentale de l'influence des vibrations sur le comportement des poutres est faite sur des poutres en béton armé de section (7 x 10)cm et de longueur 220cm. les poutres ont été chargées par des charges statiques bien déterminées et vibrées à l'aide d'un moteur vibreur (Figure 3.2).

Afin d'obtenir un régime constant au cours du travail de la machine vibratoire les mesures prises sont:



**Figure 3.2.** Vue générale de la machine vibrante

1. Pour stabiliser l'intensité électrique, un stabilisateur de tension de type ST - 200 est utilisé à la sortie, la tension varie de 1 à 2 volts pour une tension dans le câble de 40 à 50 volts.
2. La tension et la force électrique sont constamment contrôlées à l'aide d'un voltmètre et un ampèremètre.
3. La flèche au milieu de la poutre est mesurée à l'aide d'un indicateur dont l'exactitude est de 0.01mm.



Dix huit poutres soumises à une longue durée de chargement, de béton ordinaire, l'armature est constituée de deux barres de diamètre H.A. 8mm.

Toutes les poutres sont chargées par la charge statique  $P= 150\text{kg}$  ( $0.27 P_{\text{rupture}}$ ), mais seulement neuf sont chargées en plus de la charge statique par une charge vibratoire de fréquences: 500, 1000, 1500 tours/min et une amplitude de: (2,6 et 10%) de la flèche élastique initiale.

Les poutres sont chargées à l'âge de 28 jours et maintenues sous chargement Pendant 30jours, six poutres étaient maintenues pendant 120 jours.

#### IV. FORMULES UTILISEES

Afin de réaliser les régimes de vibration indiqués ci-dessus, les valeurs nécessaires se définissent à partir de la formule bien connu dans la résistance des matériaux:

$$A = \frac{S_{Max}}{\frac{P}{g}(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad \text{avec} \quad S_{Max} = \frac{\omega^2}{g}qr \quad \text{la plus grande valeur de la force excitatrice}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{f^{st}}} \quad \Rightarrow \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{981}{0.211}} \quad \Rightarrow \quad \omega = 68s^{-1}$$

A: Amplitude des vibrations.

q: Poids excentrique de la machine vibrante.

r: Distance entre l'axe de l'arbre de la machine vibrante au centre de gravité du poids excentré.

$\omega_0$ : Pulsation propre des vibrations.

$\omega$ : Pulsation des vibrations forcées.

P: Charge globale tenant compte de la charge réduite au milieu de la travée du au poids propre de la poutre.

g: Accélération de la pesanteur.

## V. RESULTATS EXPERIMENTAUX

N° de poutre	Pulsation des vibrations forcées ( $\omega$ ) ( $s^{-1}$ )	Amplitudes (vibrations) ( $\Delta W_{th}^{vf}$ ) (mm)	Moment (q r) (kg .cm)	Poids excentrique (q) (kg)	Distance (r) (cm)	Mesure( $\Delta W_{exp}$ ) Expérimentale d'amplitude (mm)
1	52.4	0.04	0.52	0.25	2.0	0.05
2	52.4	0.12	1.56	0.63	2.5	0.11
3	52.4	0.20	2.60	0.90	2.9	0.22
4	104.8	0.04	0.37	0.25	1.5	0.035
5	104.8	0.12	1.11	0.43	2.6	0.10
6	104.8	0.20	1.85	0.63	3.0	1.195
7	157.2	0.04	0.53	0.25	2.0	0.195
8	157.2	0.12	1.59	0.63	2.5	0.195
9	157.2	0.20	2.65	0.90	2.9	0.195

Tableau 3.1.

Dans le tableau 3.1. sont données aussi les mesures expérimentales d'amplitudes pour un régime de vibration défini. Il a été possible de mesurer seulement les amplitudes correspondant aux cas de vibrations de fréquence: 500, 1000 et 1500 tours par minute. les essais ont donné des résultats très proche des amplitudes calculées théoriquement.

La machine vibratoire n'était mise en marche seulement pendant 9 heures le jour. La courbe de variation de la flèche maximale de la poutre sous charge statique est représentée sur la figure 3.1. (courbe1) et celle de la charge dynamique correspondant à  $n = 1000$  tours/ minute et  $A = 0.12$  mm est représentée sur la figure 3.1.( courbe2) ( la déformation élastique n'est pas montré ).

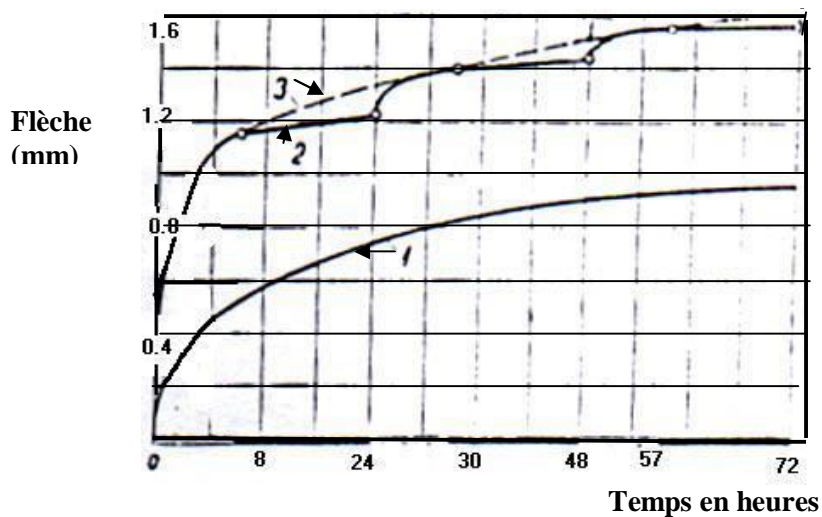
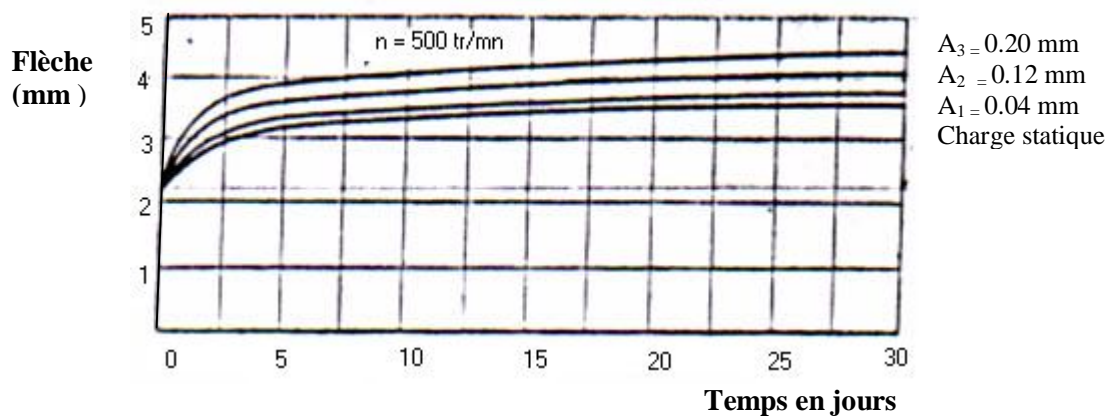


Figure 3.3. Courbe de fluage

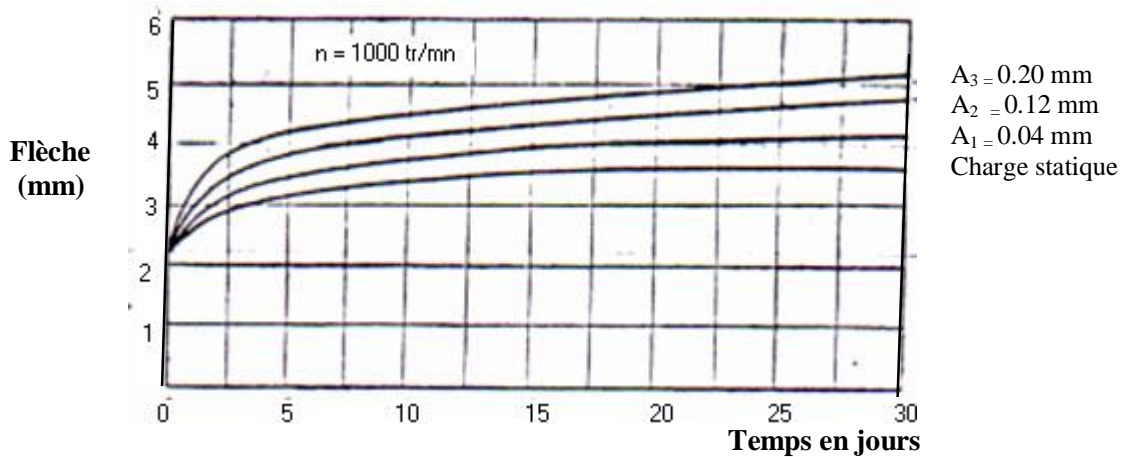
1. Poutre en béton armé sous charge statique.
2. Poutre en béton armé sous charge statique et dynamique.
3. Courbe enveloppe de la poutre en béton armé sous charge statique et dynamique.

Les valeurs des flèches initiales (instantanées) des poutres se différencient les uns des autres (de 1.80 à 2.45 mm). Tenant compte de cette donnée toutes les flèches initiales sont déterminées arithmétiquement pour une valeur moyenne  $f_{st} = 2.11 \pm 0.15$  mm, à partir de cela un coefficient correcteur a été défini pour toutes les courbes de fluage.

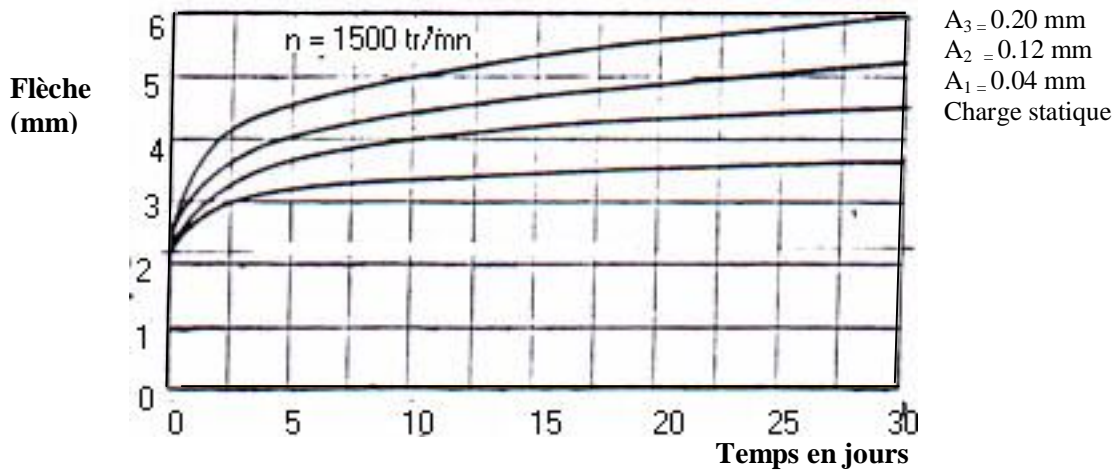
Ainsi on obtient les courbes du fluage statique et dynamique des poutres montrées sur les figures 3.4, 3.5, 3.6. et 3.7.



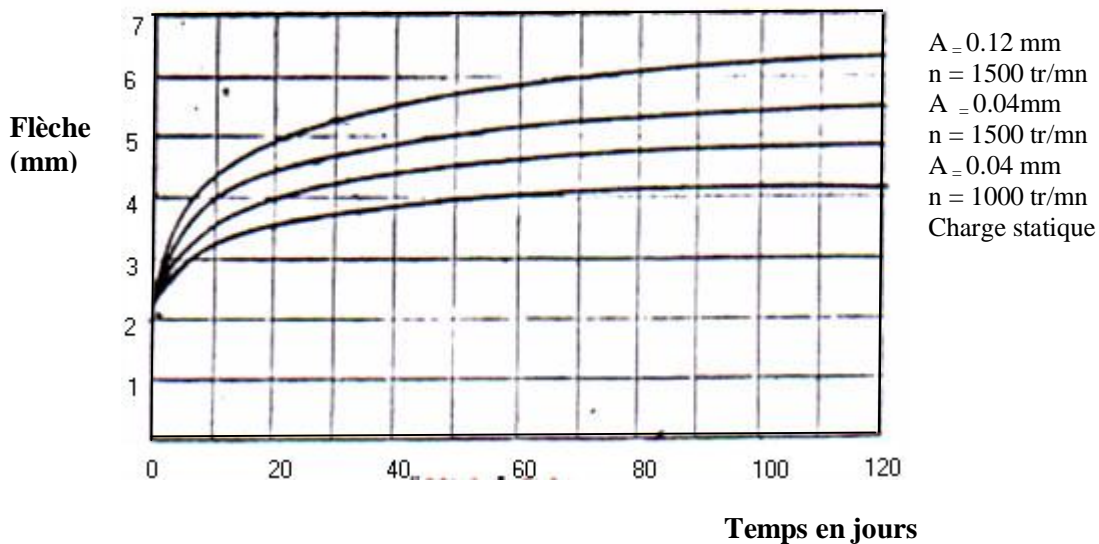
**Figure 3.4.** Courbe de fluage statique et dynamique  
 Pour une fréquence de 500 tr / mn



**Figure 3.5.** Courbe de fluage dynamique et statique  
 Pour une fréquence de 1000 tr/mn



**Figure 3.6.** Courbe de fluage statique et dynamique  
Pour une fréquence de 1500 tr/mn



**Figure 3.7.** Courbe de fluage statique et dynamique  
à 120 jours de chargement

## **CHAPITRE IV**

### **CARACTÉRISTIQUES DU MODÈLE RHÉOLOGIQUE DU FLUAGE DYNAMIQUE DU BÉTON**

## Caractéristiques du modèle rhéologique du fluage dynamique du béton

### I. INTRODUCTION

Dans ce chapitre on donne certaines caractéristiques du modèle rhéologique relatif à l'étude uniaxial du fluage dynamique exposé dans les travaux [L. A] , et ce dans le but de l'utiliser par la suite pour l'étude du fluage dynamique des poutre.

### II. MODÈLE RHÉOLOGIQUE

Le modèle rhéologique utilisé est analogue à celui de Kelvin –Voigt. La différence fondamentale entre ces deux modèles est que le nombre de liaison élastiques et visqueuses du modèle proposé dépend de l'état de vibration du matériau. On postule que la composante vibratoire de la charge provoque un endommagement interne de la structure du matériau. Cet endommagement est exprimé par la diminution du nombre d'élément élastique et visqueux.

En conséquence les valeurs normales des termes  $\mu$ ,  $\lambda$  (respectivement coefficients de rigidité et de viscosité) diminueront jusqu'aux valeurs  $\mu^d$ ,  $\lambda^d$ .

Lors de l'interruption des vibrations, les éléments rompus se rétablissent et les coefficients  $\mu$ ,  $\lambda$  reprennent leurs valeurs initiales.

Le passage du modèle d'un état à un autre est considéré comme étant instantané. Il est important de noter que les valeurs  $\mu^d$ ,  $\lambda^d$  sont des fonctions ( et non des fonctionnelles ) de l'état de vibration du matériau. elles sont complètement déterminées en fonction des valeurs des paramètres de la charge, l'histoire de chargement n'influe en aucune manière sur ces valeurs .

### III. ÉTUDE DU MODÈLE

Le modèle permet d'envisager un régime quelconque de chargement ( charges dynamiques à paramètres variables ). Le cas présentant un intérêt d'étude de première importance est celui de la charge stationnaire dont l'allure est exprimée par:

$$\sigma_t^d = \sigma + \Delta\sigma \sin \omega t \quad (IV.1)$$

Dans ce cas les paramètres rhéologique du modèle ( $\mu^d, \lambda^d$ ) ne dépendent pas du temps ( puisque  $\Delta\sigma, \omega$  sont constants ), on parle alors de déformation visco-élastique définie par l'équation rhéologique suivante:

$$\lambda^d \dot{\varepsilon}_t^d + \mu^d \varepsilon_t^d = \sigma_t^d, \quad \varepsilon_0^d = 0 \quad (IV.2)$$

dont la solution est:

$$\varepsilon_t^d = \varepsilon_t + \Delta\varepsilon \sin \omega t \quad \text{avec} \quad \varepsilon_t = \frac{\sigma}{\mu^d} - \left( A + \frac{\sigma}{\mu^d} \right) e^{-\gamma t}, \quad \Delta\varepsilon = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\varphi = \arctg(A/B), \quad B = -\frac{\gamma}{\omega} A \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\mu^d}{\lambda^d}$$

Par les déformations du fluage dynamique, il serait commode de considérer les déformations moyennes du cycle  $\varepsilon_t \equiv \varepsilon_t^{fd}$  et non toutes les déformations dynamiques  $\varepsilon_t$  pour les valeurs intéressantes en pratique de  $\sigma$ , on trouve que:

$$A \ll \sigma / \mu^d \quad \text{Par conséquent} \quad \varepsilon_t = \frac{\sigma}{\mu^d} (1 - e^{-\gamma t}) \quad (IV.3)$$

$$\text{Avec} \quad \mu^d = \mu^{st} e^{-K\Delta\sigma}, \quad \mu^{st} = C_\infty^{-1}, \quad \frac{\mu^{st}}{\lambda^{st}} = \frac{\mu^d}{\lambda^d} = \frac{\mu}{\lambda} = \gamma = cte$$

cette équation est la solution de l'équation rhéologique (IV. 2) ainsi, pour déterminer les déformations du fluage dynamique  $\varepsilon_t^{fd}$  et les contraintes ainsi que leur relations on utilise le modèle en question avec les paramètres dynamiques  $\mu^d, \lambda^d$  et la charge statique  $\sigma$ .

On remarque que le seul paramètre de la charge influant sur les caractéristiques rhéologique du modèle est l'amplitude de la contrainte.



#### IV. DÉTERMINATION DE LA RELATION ENTRE AMPLITUDE DE CONTRAINTE ET AMPLITUDE DE DÉFORMATION DU FLUAGE DYNAMIQUE

Afin de pouvoir utiliser le modèle en question pour l'étude du fluage dynamique des poutres, on doit établir une relation entre amplitude de contrainte et amplitude de déformation. La connaissance de la relation entre contrainte et déformation sur toute l'étendu de leurs domaines respectifs est d'un intérêt capital pour la conception des structures.

on a:

$$\sigma_t^T = \sigma_t + \Delta\sigma \sin \omega t$$

$$\varepsilon_t^T = \varepsilon_t + \Delta\varepsilon \sin(\omega t + \varphi)$$

L'équation rhéologique du modèle est de la forme suivante à étudier afin de déterminer les relations existantes entre contraintes et déformations:

$$\sigma_t = \mu^d \varepsilon_t + \lambda^d \dot{\varepsilon}_t \quad (IV.4)$$

avec  $\sigma_t^T = \sigma_t + \sigma_t^d$ ,  $\varepsilon_t^T = \varepsilon_t + \varepsilon_t^d$ ,  $\varepsilon_t^T = \varepsilon_E + \varepsilon_\mu = \varepsilon_E + \varepsilon_\lambda$ ,  $\sigma_E = E\varepsilon_t$ ,  $\sigma_\lambda = \lambda^d \varepsilon_\lambda$

$$\sigma_t^T = E\varepsilon_E, \quad \sigma_\mu = \mu^d \varepsilon_\mu \quad ; \quad \varepsilon_t^T = \frac{\sigma_t^T}{E} + \varepsilon_\lambda$$

remplaçant dans l'équation (IV.4) on aura:

$$\sigma_t^T = \mu^d \left( \varepsilon_t^T - \frac{\sigma_t^T}{E} \right) + \lambda^d \left( \dot{\varepsilon}_t^T - \frac{\dot{\sigma}_t^T}{E} \right)$$

en développant l'équations on aboutit à un système de deux équation qui sont:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_t^d = \lambda^d \frac{d}{dt} \left( \varepsilon_t^d - \frac{\sigma_t^d}{E} \right) + \mu^d \left( \varepsilon_t^d - \frac{\sigma_t^d}{E} \right) \end{array} \right. \quad (IV.6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_t = \lambda^d \frac{d}{dt} \left( \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E} \right) + \mu^d \left( \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E} \right) \end{array} \right. \quad (IV.7)$$

L'étude de la première équation détermine la relation qui existe entre l'amplitude de la contrainte et celle de la déformation, par contre l'étude de la deuxième équation détermine la relation entre la contrainte totale et la déformation totale du modèle.

L'étude de ces deux équations concernant le comportement dynamique du fluage servant comme hypothèses et données de base à l'étude du comportement rhéologique de la flexion des poutres soumises à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques.

a.) Étudions l'équation (IV.6) du système:

$$\sigma_t^d = \lambda^d \frac{d}{dt} \left( \varepsilon_t^d - \frac{\sigma_t^d}{E} \right) + \mu^d \left( \varepsilon_t^d - \frac{\sigma_t^d}{E} \right) \quad (IV.6)$$

avec  $\sigma_t^d = \Delta\sigma \sin \omega t$ ,  $\varepsilon_t^d = \Delta\varepsilon \sin(\omega t + \varphi)$

remplaçant dans l'équation (IV.6) on aura:

$$\sigma_t^d = \lambda^d \left( \dot{\varepsilon}_t^d - \frac{\dot{\sigma}_t^d}{E} \right) + \mu^d \left( \varepsilon_t^d - \frac{\sigma_t^d}{E} \right)$$

$$\Delta\sigma \sin \omega t = \lambda^d \left[ \Delta\varepsilon \omega \cos(\omega t + \varphi) - \frac{\Delta\sigma \omega \cos \omega t}{E} \right] + \mu^d \left[ \Delta\varepsilon \sin(\omega t + \varphi) - \frac{\Delta\sigma \sin \omega t}{E} \right]$$

Développant l'équation on aboutit à l'étude d'un nouveau système à deux équations:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\varepsilon (\mu^d \sin \varphi + \lambda^d \omega \cos \varphi) = \Delta\sigma \left( \frac{\lambda^d}{E} \omega \right) \end{array} \right. \quad (IV.8)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\varepsilon (\mu^d \cos \varphi - \lambda^d \omega \sin \varphi) = \Delta\sigma \left( 1 + \frac{\mu^d}{E} \right) \end{array} \right. \quad (IV.9)$$

**b.)** Étudions l'équation (IV.8) du système:

$$\Delta\varepsilon \left( \mu^d \sin \varphi + \lambda^d \omega \cos \varphi \right) = \Delta\sigma \left( \frac{\lambda^d}{E} \omega \right) \quad (IV.8)$$

Avec :  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{A}{B}$  ;  $B = -\frac{\gamma}{\omega} A$  ,  $\gamma = \frac{\mu}{\lambda}$   
 $\operatorname{tg} \varphi \rightarrow \infty$

Après simplification on aura donc:

$$\Delta\varepsilon \cos \varphi = \frac{\Delta\sigma}{E} \quad (IV.10)$$

**c.)** Étudions l'équation (IV.9) du système:

$$\Delta\varepsilon \left( \mu^d \cos \varphi - \lambda^d \omega \sin \varphi \right) = \Delta\sigma \left( 1 + \frac{\mu^d}{E} \right) \quad (IV.9)$$

Après simplification on aboutit à un autre système de deux équations suivant:

$$\begin{cases} \Delta\varepsilon \cos \varphi = \frac{\Delta\sigma}{E} & (IV.10) \\ \Delta\varepsilon \sin \varphi = -\frac{\Delta\sigma}{\mu^d \omega} \gamma & (IV.11) \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} \varphi \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad \varphi = k\pi$$

l'équation (IV.10) devient :

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} \quad \Rightarrow \quad \Delta\sigma = E\Delta\varepsilon \quad (IV.12)$$

**d.)** Étudions l'équation (IV.7) :

$$\sigma_t = \lambda^d \left( \dot{\varepsilon}_t - \frac{\dot{\sigma}_t}{E} \right) + \mu^d \left( \varepsilon_t - \frac{\sigma_t}{E} \right) \quad (IV.7)$$

avec  $\sigma_t = cte$  ;  $\dot{\sigma}_t = 0$  ;  $\dot{\varepsilon}_t = 0$ .

Après simplification on aura:

$$\varepsilon_t = \sigma_t \left( \frac{1}{\mu^d} + \frac{1}{E} \right) \quad (\text{IV.13})$$

Avec  $\mu^d = \mu^{st} e^{-K\Delta\sigma}$ ,  $\mu^{st} = C_\infty^{-1}$

On aura:  $\sigma_t = \varepsilon_t \left( \frac{E}{1 + C_\infty^{+1} e^{+K\Delta\sigma}} \right)$  à  $t \rightarrow \infty$  (IV.14)

## V. CONCLUSION

- On conclue que la relation entre l'amplitude des contrainte et déformation dynamique (  $\Delta\sigma$  et  $\Delta\varepsilon$  ) est une relation élastique ( relation de Hook)  $\Delta\sigma = E\Delta\varepsilon$  ce qui permet de définir aisément l'amplitude de la contrainte à n'importe quel point de la section .
- On a aussi la non homogénéisation rhéologique des poutres, étant donné que les caractéristiques rhéologiques du matériau dépendent de l'amplitude de la contrainte qui dans le cas des poutres varie sur la longueur de la poutre et sur sa section.

# **CHAPITRE V**

## **ÉTUDE DU FLUAGE DYNAMIQUE DE LA FLEXION DE LA POUTRE**

## Étude du fluage dynamique de la flexion de la poutre

### I. INTRODUCTION

Dans ce chapitre on applique les caractéristiques du modèle rhéologique du fluage dynamique du béton étudiés dans le chapitre IV, à l'étude du fluage dynamique de la flexion d'une poutre soumise à un chargement statique et dynamique.

### II. ÉTUDE DE LA POUTRE

On prend en qualité de données expérimentales des travaux [L.A] considérés comme les plus informatifs. Etudions le cas de la flexion d'une poutre sous un chargement statique et dynamique.

L'étude expérimentale est faite sur une poutre isostatique, de longueur entre appuis de 2.20m, de section rectangulaire constante 0.10 m x 0.07 m (Figure 5.1.), la poutre est soumise simultanément à un chargement statique (P) et dynamique ( $\Delta P \sin \omega t$ ), avec  $\Delta P = m_0 \omega^2 r$ ,  $P = 150 \text{ kg} = 0.27 P_{rup}$ ,  $P = m g$ ,  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$  ou:

$P_{rup}$  : Charge de rupture.

P: Charge globale tenant compte de la charge réduite au milieu de la travée due au poids propre de la poutre assimilé à une masse (m) au milieu de la travée.

$m_0$ : Masse excentrique de l'électro – moteur.

r: Rayon d'électro – moteur.

$\omega$ : Pulsation de la force excitatrice.

$\omega_0$ : Pulsation propre du système (poutre).

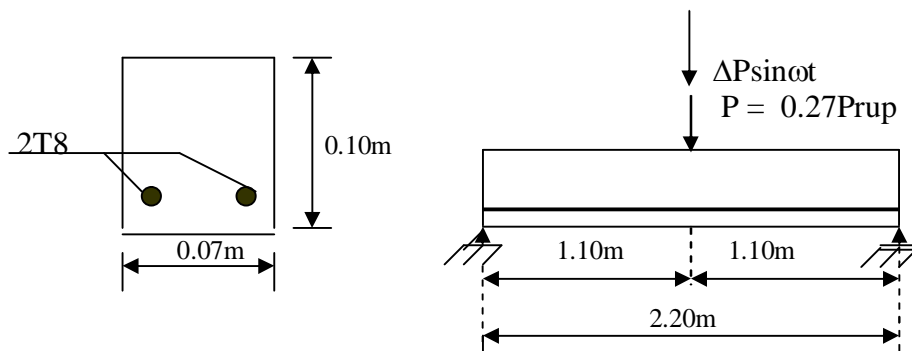


Figure 5.1. Géométrie de la poutre étudiée

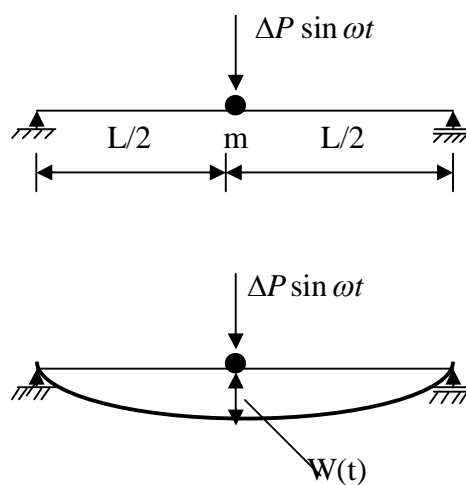


Figure 5.2. Flèche dynamique

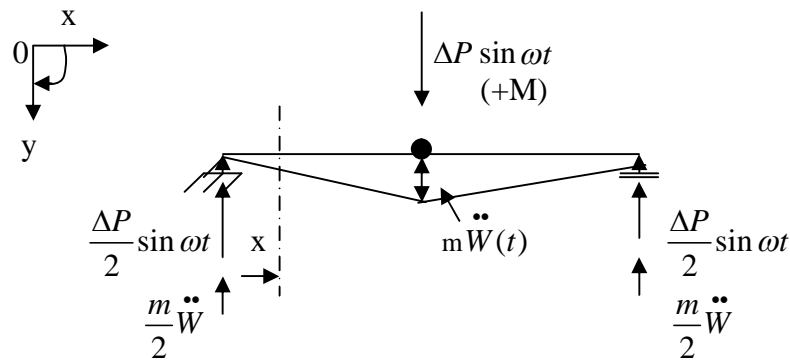
$$W(t) = \Delta W \sin \omega t \quad \text{avec} \quad \Delta W = \frac{\Delta P}{m|\omega_0^2 - \omega^2|}$$

On remarque que l'amplitude de la flèche dépend de l'amplitude de la charge dynamique et la différence des pulsations est prise en valeur absolue pour tenir compte des résultats physiques obtenus dans les travaux [L.A], et qui suppose que les valeurs des paramètres rhéologiques du modèle doivent diminuer lors de l'application de la charge dynamique de la charge.

**2.1. Moment fléchissant de la poutre dû à la composante dynamique de la charge**

L'expression du moment fléchissant dynamique prend la même forme que celle de la flèche d'amplitude  $\Delta M$  à déterminer:

$$M^d(x,t) = \Delta M \sin \omega t$$



**Figure 5.3.** Poutre sous charge statique et dynamique

En appliquant le théorème de la loi fondamentale de la dynamique on aura:

$$M^d(x,t) = x \frac{\Delta P}{2} \sin \omega t - \frac{1}{2} m \ddot{w} x \tag{V.1}$$



En remplaçant dans l'équation (V.1):  $\ddot{W} = \frac{d^2W}{dt^2}$ ,  $\ddot{W} = -\Delta W \omega^2 \sin \omega t$

l'équation (V.1) devient:

$$M^d(x,t) = \left[ \frac{\Delta P}{2} \sin \omega t - \frac{1}{2} m (-\Delta W \omega^2 \sin \omega t) \right] x$$

On déduit donc: 
$$\Delta M = \frac{\Delta P}{2} x \left( 1 + \frac{1}{\left| 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right|} \right) \quad (V.2)$$

D'où l'expression générale du moment fléchissant dynamique prend la forme suivante:

$$M^d(x,t) = \frac{\Delta P}{2} x \left( \frac{1}{\left| 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 \right|} \right) \sin \omega t \quad (V.3)$$

### III. DÉTERMINATION DES PARAMÈTRES RHÉOLOGIQUES RELATIFS AU FLUAGE DYNAMIQUE

Étant donné que, les expérimentateurs ne mentionnent pas l'apparition des fissures dans la zone tendue du béton, on considère que la section transversale travaille sur toute sa hauteur.

Évaluons la flèche totale du fluage dynamique; en utilisant les expressions d'amplitude de contrainte ainsi que les relations classiques de la résistance des matériaux.

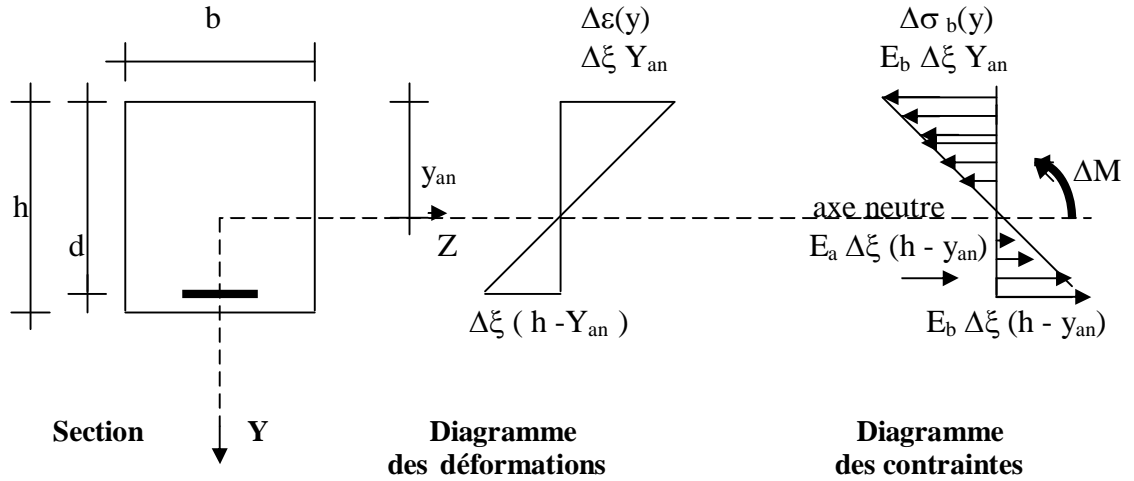


Figure 5.4. Diagramme déformations et contraintes

- 1.) Somme des forces suivant l'axe z est égale à zéro:  $\sum F_z = 0$

$$F_{bc} - F_{bt} - F_a = 0$$

En fonction des contraintes on a:

$$\sigma_{bc} A_{bc} - \sigma_{bt} A_{bt} - \sigma_a A_a = 0$$

Les déformations dues à la flexion sont obtenues par le calcul des courbures qui détermine la position de l'axe neutre d'ou:

$$E_b \Delta \xi y_{an} \frac{1}{2} y_{an} b - E_b \Delta \xi (h - y_{an}) \frac{1}{2} b (h - y_{an}) - E_a \Delta \xi (h - y_{an}) A_a = 0$$

Après développement et simplification on aboutit au résultat suivant:

$$y_{an} = \frac{E_b A_b + 2 E_a A_a}{2 E_b A_b + 2 E_a A_a} h \tag{V.4}$$

- 2.) La somme des moments extérieurs suivant l'axe neutre est égal à la somme des moments intérieurs par rapport à cet axe: 
$$\Delta M_{ext} = \sum_{an} \Delta M_{int}$$

Les formules classique de la résistance des matériaux donnent pour une section rectangulaire soumise à une flexion simple les expression suivantes:

$$\Delta M = \int_A \Delta \sigma y dA + E_a \Delta \xi A_a (h - y_{an})^2 \quad \text{avec} \quad \Delta \sigma = E_b \Delta \varepsilon \quad \text{et} \quad \Delta \varepsilon = \Delta \xi y \quad (V.5)$$

En introduisant l'expression de l'amplitude de la courbure: 
$$\Delta \xi = \frac{\Delta M}{E_b I_{eq}}$$
 dans

l'équation (V.5) on obtient l'équation suivante:

$$\Delta M = \frac{\Delta M}{I_{eq}} \int_A y^2 dA + A_a \frac{\Delta M}{I} \frac{E_a}{E_b} (h - y_{an})^2$$

d'ou la déduction de l'expression du moment d'inertie équivalent élastique suivante:

$$I_{eq} = \int_{-y_{an}}^{(h-y_{an})} b y^2 dy + A_a \frac{E_a}{E_b} (h - y_{an})^2 \quad \text{après intégration on aura:}$$

$$I_{eq} = b \frac{(h - y_{an})^3}{3} + \frac{b}{3} y_{an}^3 + A_a \frac{E_a}{E_b} (h - y_{an})^2 \quad (V.6)$$

- 3.) Évaluons le moment du fluage dynamique de la poutre, en fonction des déformations différées et des relations entre contrainte et déformation obtenues.

$$\sigma_b(x, y, t) = \varepsilon_b(x, y, t) \frac{E_b}{1 + E_b C_\infty e^{\beta(x)|y|}} \quad , \quad \beta(x) = \frac{K|\Delta\sigma|}{R}$$

à  $t \rightarrow \infty$

ainsi le moment du fluage dynamique de la poutre est donnée par la formule suivante:

$$M^{fd}(x) = \int_{-y_{an}}^{h-y_{an}} \sigma_b(x, y) y b dy + A_a E_a (h - y_{an})^2 \xi(x) \quad (V.7)$$

Introduire les expressions de courbures et de contrainte dans l'équation (V.6):

$$\xi(x) = \frac{M^{fd}(x)}{E_b I_{eq}^{fd}}; \quad \varepsilon(x, y) = y \xi(x)$$

L'équation devient:

$$E_b I_{eq}^{fd} \xi(x) = \int_{-y_{an}}^{h-y_{an}} \frac{E_b y^2 \xi(x)}{1 + E_b C_\infty e^{\beta(x)|y|}} b dy + A_a E_a (h - y_{an})^2 \xi(x)$$

Après développement et simplification, on déduit l'expression du moment d'inertie équivalent du fluage dynamique:

$$I_{eq}^{fd} = b \int_{-y_{an}}^{h-y_{an}} \frac{y^2}{1 + E_b C_\infty e^{\beta(x)|y|}} dy + A_a \frac{E_a}{E_b} (h - y_{an})^2 \quad (V.7)$$

avec: 
$$\beta(x) = \frac{K}{2 R I_{eq}} m \Delta W (|\omega^2 - \omega_0^2| + \omega^2) x$$

K: Coefficient sans dimension déterminé expérimentalement .

R: Résistance du béton à la compression .

Dans le cas ou:  $\beta(x, y) = 0$ , on déduit l'expression du moment d'inertie équivalent du fluage statique qui représente un cas particulier du moment d'inertie du fluage dynamique:

$$I_{eq}^{fst} = b \int_{-y_{an}}^{h-y_{an}} \frac{y^2}{1 + E_b C_\infty} dy + \frac{E_a}{E_b} A_a (h - y_{an})^2$$

d'expression générale après intégration

sera:

$$I_{eq}^{fst} = \frac{(h - y_{an})^3 b}{3(1 + E_b C_\infty)} + \frac{y_{an}^3 b}{3(1 + E_b C_\infty)} + \frac{E_a}{E_b} A_a (h - y_{an})^2$$

De même, dans le cas ou les déformations spécifiques du fluage statique sont nulles:  $C_\infty = 0$ , on déduit l'expression du moment d'inertie équivalent élastique qui représente un cas particulier du moment d'inertie équivalent du fluage dynamique:

$$I_{eq} = b \frac{(h - y_{an})^3}{3} + \frac{b}{3} y_{an}^3 + A_a \frac{E_a}{E_b} (h - y_{an})^2$$

#### IV. DÉTERMINATION DE LA FLÈCHE DU FLUAGE DYNAMIQUE

En tenant compte des déformations différées et du moment d'inertie équivalent du fluage dynamique, on détermine la flèche du fluage dynamique à mi-travée d'une poutre soumise à un chargement simultané statique et dynamique.

on aura:

$$f^{fd} = 2 \int_0^{l/2} \frac{M(x)M_1(x)}{E_b I_{eq}^{fd}(x)} dx$$

avec:

$$1.) \quad M(x) = \frac{P}{2} x$$

$M(x)$ : moment dû à la charge statique .

(P): appliquée au milieu de la travée de la poutre .

$$2.) \quad M_1(x) = \frac{1}{2} x$$

$M_1(x)$ : moment unité dû à la charge statique appliquée au milieu de la travée de la poutre .

$$3.) \quad I_{eq}^{fd} = b \int_{-y_{an}}^{h-y_{an}} \frac{y^2}{1+E_b C_\infty e^{\beta(x)|y|}} dy + A_a \frac{E_\alpha}{E_b} (h-y_{an})^2$$

d'ou l'expression générale de la flèche du fluage dynamique:

$$f^{fd} = \frac{P}{2E_b} \int_0^{l/2} \frac{x^2}{b \int_{-y_{an}}^{h-y_{an}} \frac{y^2}{1+E_b C_\infty e^{\beta(x)|y|}} dy + A_a \frac{E_\alpha}{E_b} (h-y_{an})^2} dx \quad (V.8)$$

## V. APPLICATION NUMÉRIQUE

Les données expérimentales sont:

$$E_b = 2.10^5 \text{ kg/cm}^2, \quad E_a = 2.10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad A_b = 70 \text{ cm}^2, \quad A_a = 1.0048 \text{ cm}^2$$

$$\omega_0 = 68 \text{ s}^{-1}, \quad h = 10 \text{ cm}, \quad b = 7 \text{ cm}.$$

a.) Position de l'axe neutre

$$y_{an} = \frac{E_b A_b + 2 E_a A_a}{2 E_b A_b + 2 E_a A_a} h \quad \Rightarrow \quad y_{an} = 5.6 \text{ cm}$$

b.) Moment d'inertie équivalent élastique

$$I_{eq} = b \frac{(h - y_{an})^3}{3} + \frac{b}{3} y_{an}^3 + A_a \frac{E_a}{E_b} (h - y_{an})^2$$

$$I_{eq} = 802 \text{ cm}^4$$

c.) Moment d'inertie équivalent du fluage statique

$$I_{eq}^{fst} = \frac{(h - y_{an})^3 b}{3(1 + E_b C_\infty)} + \frac{y_{an}^3 b}{3(1 + E_b C_\infty)} + \frac{E_a}{E_b} A_a (h - y_{an})^2$$

On utilise les expressions de résistance des matériaux concernant la flèche.

on aura:

$$f^{fst} = \frac{pl^3}{48 E_b I_{eq}^{fst}} \quad \text{avec} \quad I_{eq}^{fst} = \frac{pl^3}{48 E_b f^{fst}}$$

Suivant les résultats expérimentaux [L.A], la valeur de  $f^{fst}$  est de 4.2mm par conséquent:

$$I_{eq}^{fst} = 396 \text{ cm}^4 \text{ remplaçant cette valeur dans l'équation théorique obtenue du moment}$$

d'inertie équivalent du fluage statique et déduisons la valeur de  $E_b C_\infty$ ;  $E_b C_\infty = 2$

est la valeur caractéristique du fluage statique du béton utilisé dans les essais.

d.) Moment d'inertie équivalent du fluage dynamique

$$I_{eq}^{fd} = b \int_{-y_{an}}^{h-y_{an}} \frac{y^2}{1+E_b C_\infty e^{\beta(x)|y|}} dy + A_a \frac{E_\alpha}{E_b} (h - y_{an})^2 \quad \text{avec}$$

$$\beta(x) = \frac{K}{2RI_{eq}} m \Delta W (|\omega^2 - \omega_0^2| + \omega^2) x$$

On remarque que l'intégrale du moment d'inertie équivalent du fluage dynamique ne peut se faire analytiquement d'où la nécessité d'un calcul numérique.

e.) Flèche du fluage dynamique

$$f^{fd} = \frac{P}{2E_b} \int_0^{l/2} \frac{x^2}{b \int_{-y_{an}}^{h-y_{an}} \frac{y^2}{1+E_b C_\infty e^{\beta(x)|y|}} dy + A_a \frac{E_\alpha}{E_b} (h - y_{an})^2} dx$$

avec :

$$K/R = 0.29429 \quad (\text{donnée expérimentale})$$

Le calcul de cette intégrale double est fait numériquement à l'aide du logiciel de calcul MathCAD 2000. Les résultats sont dressés dans le tableau 5.1.

Fréquence	Fréquence	Amplitude de flèche expérimentale	Flèche théorique à $t \rightarrow \infty$	Flèche expérimentale à 30 jours	Flèche expérimentale à 120 jours
$\omega_0$ ( $s^{-1}$ )	$\omega$ ( $s^{-1}$ )	$\Delta W$ ( cm )	$f_{t \rightarrow \infty}^{fd(th)}$ (mm)	$f_{t \rightarrow 30j}^{fd(exp)}$ (mm)	$f_{t \rightarrow 120j}^{fd(exp)}$ (mm)
68	52	0.004	4.44	3.70	---
		0.012	4.96	4.08	----
		0.020	5.48	4.40	-----
	104.8	0.004	5.15	4.20	4.90
		0.012	6.82	4.70	----
		0.020	7.70	5.20	-----
	157.2	0.004	6.54	4.50	5.50
		0.012	8.20	5.20	6.30
		0.020	8.47	6.00	----

Tableau 5.1. Résultats expérimentaux et théoriques de la flèche du fluage dynamique

$$\frac{K}{R} = 0.29429, \quad R = 27 \text{ kg/cm}^2, \quad \text{on aura:} \quad K = 7.9458$$

- Pour une fréquence donnée on varie chaque fois l'amplitude ( $\Delta W$ ) et on déduit la valeur de la flèche pour t tend vers l'infini.
- On remarque que la théorie donne de bon résultats qualitatifs.



## VI. CONFRONTATION DES RÉSULTATS THÉORIQUES AVEC LES RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

### 6.1. Variation de la flèche dynamique en fonction du temps

Ayant trouvé la flèche dynamique pour un temps  $t$  tendant vers l'infinie, on peut définir le coefficient du fluage dynamique ( $K_f^{fd}$ ), relatif à la flèche de la poutre comme étant le rapport entre la flèche dynamique et la flèche statique.

$$\text{On a:} \quad K_f^{fd} = \frac{W_f^{fd}}{W_f^{fs}} \quad (\text{V.9})$$

Par suite, on peut écrire la fonction de l'évolution de la flèche comme étant la somme de deux fonctions exponentielles dont l'une exprime la flèche due au fluage dynamique à long terme et l'autre due au fluage dynamique à court terme.

$$W_f^{fd} = W_1^{fs} \cdot K_f^{fd} \cdot (1 - e^{-\alpha_1 t}) + W_2^{fs} \cdot (1 - e^{-\alpha_2(t-\tau)}) + W^{st} \quad (\text{V.10})$$

avec:

$W^{st} = 2.11 \text{ mm}$  : flèche statique,  $W^{fs} = 2.09 \text{ mm}$ : flèche du fluage statique

$W_f^{fd}$  : flèche due au fluage dynamique

$W^{fs} = W_1^{fs} + W_2^{fs}$  : valeur de la flèche statique pour  $t \rightarrow \infty$

$K_f^{fd}$  : coefficient du fluage dynamique correspondant au calcul de flèche

$\alpha_1, \alpha_2$  : paramètres définissant la vitesse d'apparition des flèches  $W_1^{fs} \cdot K_f^{fd}$  et  $W_2^{fs} \cdot K_f^{fd}$

$W_1^{fs}$  : flèche due au fluage statique à court terme

$W_2^{fs}$  : flèche due au fluage statique à long terme

## 6.2. Confrontation des résultats théoriques et expérimentaux

### a.) Détermination des valeurs des paramètres $\alpha_1$ et $\alpha_2$

A partir du graphe du fluage statique représenté sur la figure 3.7., on trouve:  
 $\alpha_1 = 0.084 \text{ jour}^{-1}$ ,  $\alpha_2 = 0.005 \text{ jour}^{-1}$

### b.) Détermination du coefficient de fluage dynamique $K_f^{fd}$

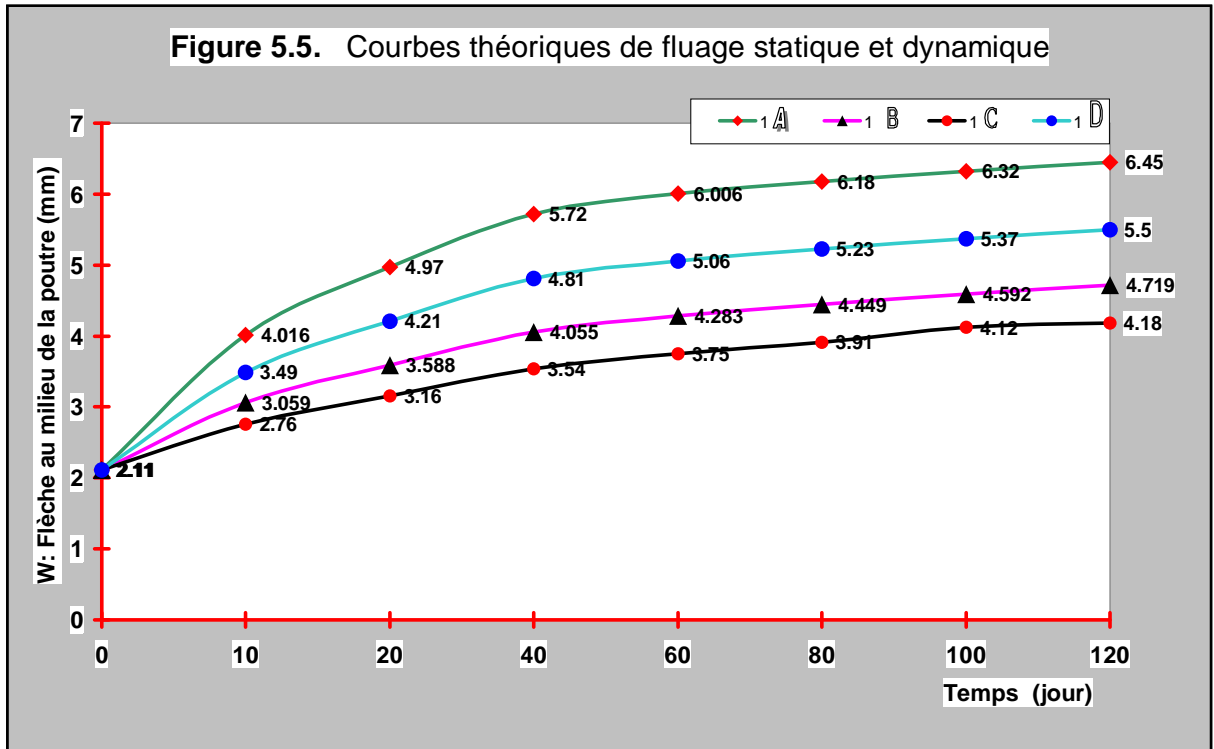
A partir du graphe du fluage statique représenté sur la figure 3.7, on tire les valeurs du coefficient du fluage dynamique  $K_f^{fd}$ ; correspondant aux différents cas de pulsation et d'amplitude de flèche (Tableau 5.2).

n ( tr /mn)	A (mm)	$K_f^{fd}$
1500	0.12	2.91
1500	0.04	2.11
1000	0.04	2.09

**Tableau 5.2.**

### c.) Confrontation des résultats théoriques et expérimentaux

Les résultats théoriques de l'étude de la flèche du fluage statique et dynamique sont présentés ici sous forme de courbes théoriques de fluage statique et dynamique illustrent l'évolution de la flèche au milieu de la poutre. (Figure 5.5.) et (Tableau 5.3.).



Temps (jour)	$W_{f_A}^{fd}$	$W_{f_B}^{fd}$	$W_{f_C}^{fd}$	$W_{f_D}^{fd}$
0	2.110	2.110	2.110	2.110
10	4.016	3.059	2.760	3.490
20	4.970	3.588	3.160	4.210
40	5.720	4.055	3.540	4.810
60	6.006	4.283	3.750	5.060
80	6.180	4.449	3.910	5.230
100	6.320	4.592	4.120	5.370
120	6.450	4.719	4.180	5.500

Tableau 5.3.

**Remarque:**

On remarque d'après les courbes de la figure 3.7, que la différence entre la courbe du fluage statique et ceux du fluage dynamique se réalise essentiellement au stade du fluage à court terme et reste presque stable au stade du fluage à long terme.

Afin de tenir compte de ce phénomène on applique le coefficient dynamique  $K_f^{fd}$  uniquement à la partie des déformations dues au fluage rapide.

**VII. CONCLUSION**

- On remarque que la théorie donne de bons résultats qualitatifs.
- Ces résultats qualitatifs confirment donc la validité de notre étude théorique et rhéologique du fluage dynamique de la flexion de la poutre .
- les résultats expérimentaux sont peu nombreux et dans plusieurs cas , il n'est pas possible de faire d'évaluation quantitative ni de pouvoir résoudre certains problèmes de conception .

# **CONCLUSION GÉNÉRALE**

## Conclusion générale

---

### Conclusion générale

Le but de ce travail est de mettre à l'épreuve le modèle rhéologique (destiné à la formulation linéaire de la loi du comportement du fluage dynamique d'un béton vieux à hygrométrie constante), à l'étude des poutres soumises à l'action simultanée des charges statiques et dynamiques d'une part et d'autre part mettre en évidence les différents paramètres de la charge influant sur le comportement rhéologique dynamique des poutres.

Etant donné que, dans le cas du comportement uniaxial du matériau, les coefficients respectifs élastiques et visqueux dépendent de l'amplitude de la contrainte et l'amplitude de la déformation. Cette relation s'est avérée linéaire, ce qui permet de définir aisément l'amplitude de contrainte à n'importe quel point de la poutre.

De plus on note que la variation de l'amplitude de contrainte d'un point à un autre donne lieu à un comportement rhéologique non homogène de la poutre.

Pour des raisons de simplification la relation différentielle entre déformations et contraintes est prise pour un temps suffisamment long afin de la convertir en une relation algébrique.

Une expression de l'inertie équivalente dynamique a été établie. D'où on peut en déduire les cas particuliers de l'inertie équivalente du fluage statique et de l'inertie équivalente élastique.

La loi permettant le calcul de la flèche a été établie, ce qui a permis la confrontation des résultats théoriques avec ceux des essais expérimentaux.

Le calcul de l'inertie équivalente dynamique et celui de la flèche ont fait l'objet d'un calcul numérique.

## **Conclusion générale**

---

La théorie a montré que le seul paramètre de la charge influant le comportement du fluage dynamique des poutres est la pulsation, ce qui est en conformité avec les résultats expérimentaux. On note aussi que la théorie ne contient qu'un seul paramètre d'ajustement avec les essais expérimentaux.

L'écart entre les résultats théoriques et les résultats expérimentaux est dû au fait que la théorie donne des résultats pour un temps tendant vers l'infini, alors que les résultats expérimentaux correspondent à des temps respectifs de trente, quatre vingt dix, et cent vingt jours.

Le but de cette confrontation est beaucoup plus d'ordre qualitatif que quantitatif.

**RE:FE:RENCES  
BIBLIOGRAPHIQUES**



### Références bibliographiques

[ACK 83] **Acker .P.(1983)**, «De la controverse sur les lois de fluage du béton et des moyens d'en sortir », Cement and concrete research ,13,p.580-582.

**Adam M.Neville.** « Propriétés des bétons » CRIB . Centre de Recherche Universitaire sur le béton ,Sherbrooke-Laval.

[A.L] « **2ieme Colloque Maghrébin en génie - civil** », Biskra 10 et 11 décembre 2002, page 247 à 252.

**Annales de l'institut technique du bâtiment et des travaux publics série: béton N°191.** « Contribution a l'étude du fluage et du retour de fluage » par **Georges Dreux , Francis Gorisse.**

[BAR 94] **Baroghel - Bouny V. (1994)** « caractérisations des pâtes de ciment et des bétons. Méthodes, analyse, interprétation ». Thèse de doctorat de l'E.N.P.C., Paris.

**Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées .** « Le fluage dans les ouvrages en béton ».

[DAY 83] **Day R.L. , Gamblir B.R. (1983)** « The effect of changes in structure on the activation energy for the creep of concrete » Cement and concrete research 13,p.529-540.

**Fékri -Meftah., Farid Benboudjema .,Grégory Heinfling : E.D.F/Septen.** « Partie 3: Effet différés –6.Fluage et retrait ». Traité mécanique et ingénierie des matériaux , série matériaux de construction , ouvrage comportement mécanique du béton ,Edition Hermès, Paris.

## **Références bibliographiques**

---

[GRA 95] **Granger L.(1995)**, « Comportement différé du béton dans les enceintes de centrales nucléaires : analyse et modélisation », Thèse de Doctorat ,Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.

**Jean - Pierre Mouglin.** « cours de béton armé B.A.E.L . 91 », « calcul des structure simple et des structures de bâtiments ».

**J . Lemaitre ., J - L . Chaboche.** « Mécanique des matériaux solides ».

**Kedjour Nasr - eddine** , « Propriétés et pathologie du béton » Office des Publications Universitaires.

[L.A]. « **essais K.K.CHKERBELIS** », " Influence des vibrations sur le fluage des construction en béton armé ", Institut d'Architecture et de Construction de LATVI 1956 - 1986, page 27 à 35.

**Leonard Meirovitch .** « Eléments of vibration analysis » College of Engineering Virginia Polytechnic Institute and State University.

**Lucia Dobrescu ., Alexandru** «Dynamique des structures et simologie de l'ingénieur ». Office des Publication Universitaire l'Algérie.

**Masson., Cie.** « La rhéologie ». Monographies du Centre d'Actualisation Scientifique et Technique de l'I.N.S.A 3.

**Renaud Favre ., Jean - Paul Jaccoud ., Olivier Burdet ., Hazem Charif.** «Dimensionnement des structures en béton » traité de génie – civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (volume 8).

## **Références bibliographiques**

---

**Richard – Witasse .,** « Contribution à la compréhension du comportement d'une coque d'aéroréfrigérant vieilli : définition d'un état initial , influence des effets différés sous sollicitations hydro – mécanique » Thèse de doctorat : Institut National des Sciences Appliquées de Lyon .

[RUE68] **Ruet W., (1986),** « A hypothesis for creep of hardened cement paste and the influence of simultaneous shrinkage », Proceeding of International Conference on the structure of concrète , Cement and concrète association ,London, England , p.365 - 387.

[ULM 98] **ULM F.J., Acker P.(1998),** « le point sur le fluage et la recouvrance des bétons » Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées ,Spécial XX, p.73-82.

[WIT82] **Wittmann F H.(1982),** « Creep and shrinkage mechanisme , creep and shrinkage in concrète structures», Edited by **Z.P.Bazant and F.Hwittmann,** New york.

