5肢選択テストにおけるランダム・ゲッシング・モデルの拡張

川崎医科大学　数学教室
有　田　清　三　郎
川崎医科大学　薬理学教室
斎　藤　泰　一
川崎学園　コンピューター・センター
堀　義　巳

（昭和57年6月22日受付）

Expansion of the Random-Guessing-Model in the Multiple Choice Test

Seizaburo Arita
Department of Mathematics, Kawasaki Medical School
Taiichi Saito
Department of Pharmacology, Kawasaki Medical School
Yoshimi Hori
Department of Computer-Center, Kawasaki Medical School

(Accepted on June 22, 1982)

多肢選択テストにおける受験者の不十分な知識による得点増加を研究するため，従来のランダム・ゲッシング・モデルを拡張し，その得点分布や合格率について検討した．

k 個の選択肢が与えられたとき，ランダム・ゲッシング・モデルでは，受験者は問題を正しく理解できて確率 1 で正答するか，問題が全く理解できずあて推量で（確率 1/**k** で）正答するかのいずれかと考えたが，受験者が解答の一部分を知っている場合には，さらに二者択一，三者択一などの選択を行う．このことを考慮して，受験者の知識の度合いを正答率 1，1/2，…，1/**k** で解答される問題の割合で特徴づけ，いろいろなタイプの正答率分布に対する得点分布を求めた．

また合格基準を 100 点満点中 60 点以上と定めたとき，出題数が 100 問以上では，平均得点 50 点未満の受験者が合格する割合はきわめて少ないことが示された．

To study the contribution of the partial knowledge of examinees to their scores on multiple-choice tests, we have proposed a mathematical model, which is an expansion of the simple random-guessing-model. In this model, an examinee chooses a correct choice from k choices provided in the test with the probability of 1, 1/2, . . . , 1/(k-1) or 1/k, depending on the extent of his knowledge.

By this model, we derived distributions of scores for one-best-response type of questions. Numerical results by this model were compared with those by the simple random-guessing-model.

We also obtained the percentage of successful candidates who score better than 60 percent of the full mark.

1. はじめに

医師国家試験には論述式テストと面接試験が併用されていたが，1972年春より多肢選択テストに切換えられた．論述式テストでは受験者によってさまざまな解答が与えられるため，採点基準が定めにくく，その評点も採点者の主観的な判断に大きく影響される．これに対して多肢選択テストでは，受験者の解答は与えられた数個の選択肢の番号または記号で表わされる．すなわち受験者の解答がコード化されるため採点そのものが客観的に行われ，またコンピュータ採点などにより採点の労力も軽減される．

しかしながらこの多肢選択テストでは与えられた選択肢の中に正解が必ず存在する．このことから受験者は正解を知らなくても<あて推量>で正答できる場合が生ずる．

このようなあて推量による得点増加について考察した数学モデルのひとつに，ランダム・ゲッシング・モデルがある（印東太郎ら[1]，池田[2]参照）．このモデルは問題の集団を正解のわかった問題と全くわからない問題に分け，正解のわかった問題は確率1で正解でき，わからなかった問題についてはあて推量で，すなわちm個の選択肢が与えられていれば，確率$1/m$で正答できるという前提に基づいている．したがってまた受験者の得点は正答率1の確実な知識による得点と正答率$1/m$のあて推量による得点の合計となる．

しかしながら現実の多肢選択テストで，解答の一部分がわかった問題については，受験者は二者択一や三者択一などのいろいろな選択を行うわけであるから，正答率は1か$1/m$ではなく，ランダム・ゲッシング・モデルの正答率にさらに，$1/2, 1/3, \cdots, 1/(m-1)$を加えたものが現実の受験者の正答率を表わしていると考えられる．また正答率$1, 1/2, \cdots, 1/(m-1), 1/m$で解答される問題数の割合で受験者の知識の度合いを特徴づけることができる．Chernoff[3]（1962）は実際の得点分布と他の事前情報から，ある特定の問題についての受験者の正答率分布の推定を試みている．

本稿では多肢選択テストにおける受験者の不十分な知識に基づくあて推量にスポットをあて，受験者の知識の度合いを正答率分布で表現し，いろいろなタイプの正答率分布についての得点分布を比較検討した．またこれらの得点分布は出題数と，正答率分布から得られる平均正答率のみによって規定されることを示した．

多肢選択テストは，その出題形式により1正解形式（単純真偽形式），多真偽形式，組合せ形式などに分類されている．Hubbard[4]（1971），吉岡[5]（1977），中山[6]（1979）には医師国家試験における出題形式別の具体的考察がなされているが，ここでは1正解形式に限定して議論する．

また多肢選択テストではあて推量でも正答できるため，実力のない受験者でもこのテストによって合格できるのではないかという危惧がつきまとっている．これを検討するために合格基準を100点満点中60点以上と定め，出題数，平均得点と合格率の関係を求めた．この結果，平均得点が50点の受験者では，出題数が20問，50問，100問，260問での合格率はそれぞれ16％，8％，2％，0.1％となり，出題数が100問以上であれば，平均得点が50点未満の受験者があて推量で合格する割合はきわめて小さいことが示された．

2. 正答率分布

m個の選択肢で構成されている1正解形式の選択肢テストの問題が出されたとき，正解の可

能性のある選択肢が受験者の知識の度合いに応じて m 個の選択肢のうち何個に限定されるかによって各問題を次の m 種類の問題グループに分類する.

E_1: 正解が一つの選択肢に限定される問題, すなわち確率1で正答できる問題, 換言すれば正解がわかった問題.

E_2: 正解が二つの選択肢のいずれかであることがわかっている問題, すなわち確率1/2で正答できる問題.

E_m: どれが正解か全くわからない問題.

以上の各問題グループをまとめると次のように定義できる.

E_i $(i=1, 2, \cdots, m)$: 正解が i 個の選択肢のいずれかであることがわかっている問題すなわち確率 $1/i$ で正答できる問題.

$m=5$, すなわち5肢選択における問題グループと正答率は **Table 1** で示される.

Table 1　5肢選択におけるいろいろな正答率

	事		象			正 統 率	事象の生起する割合
E_1	○ ?	□ ×	□ ×	□ ×	□ ×	1	P_1
E_2	?	?	×	×	×	1/2	P_2
E_3	?	?	?	×	×	1/3	P_3
E_4	?	?	?	?	×	1/4	P_4
E_5	?	?	?	?	?	1/5	P_5

(記号の説明)
○……正選択肢を理解できたとき
×……不正選択肢を理解できたとき
?……選択肢の正, 不正が理解できなかったとき
□……×または?

また各問題グループ E_i の割合を p_i とすると,

$$\sum_{i=1}^{m} p_i = 1, \qquad (1)$$

$$0 \leqq p_i \leqq 1 \ (i=1,2,\cdots,m) \qquad (2)$$

となる. 確率 p_i はある受験者が出題された問題数に対して, 正答率 $1/i$ で正解できる問題数の割合を表わしている.

このような確率の組 $(p_1, p_2, \cdots, p_m)=\mathbb{P}$ を考え, これを受験者の「正答率分布」と名づける. この正答率分布は, 受験者の知識の度合いを表現したものである. p_1 は確実な知識の割合, $p_2, \cdots, p_{m-1}$ は不十分な知識の割合, p_m は全く知識のなかった割合を示す. また不十分な知識の正答率分布による表現を「正答率モデル」と名づける. 従来のランダム・ゲッシング・モデルをこの正答率分布で表現すれば $\mathbb{P}^*=(p_1, 0, 0, \cdots 0, p_m)$; $i \neq 1, m$ のすべての i に対して $p_i=0$, $p_m=1-p_1$ となる. この意味からもこの正答率モデルはランダム・ゲッシング・モデルを拡張したものになっている.

多肢選択テストにおける平均正答率として,

$$\bar{p} = \sum_{i=1}^{m} \{p_i/i\} \qquad (3)$$

を定義する. ランダム・ゲッシング・モデルでは,

$$\bar{p}^* = p_1 + (1-p_1)/m \qquad (4)$$

となる.

3. 正答率モデルによる得点分布

受験者の知識の度合を表現した正答率分布に基づく得点を求めるため, まず次の仮定を設定する.

仮定1) 受験者は与えられた問題の正解を知っている, いないにかかわらず, 与えられたすべての問題について解答するものとする. すなわち, 無解答はないものとする. したがって, 受験者の解答は正答か誤答かのいずれかであるとする.

仮定2) 与えられた問題は受験者の知識の度合いに応じて, さきの問題グループ $E_1, E_2, \cdots, E_m$ のいずれかに分類される.

仮定3) 各問題グループ $E_1, E_2, \cdots, E_m$ における受験者の正答率はそれぞれ1, 1/2, 1/3, …, $1/m$ とする. すなわち問題グループ E_1 については受験者は正解を知っているため確率1で正答する. また問題グループ $E_2, E_3, \cdots, E_m$

については，正解がそれぞれ2個，3個，…，m個の未知選択肢の中にあるため，受験者は未知選択肢の中からあて推量で解答を選ぶものとする．したがって運よく正しい選択肢を選んで正答する確率はそれぞれ1/2，1/3，…，$1/m$．また正しくない選択肢を選んで誤答する確率はそれぞれ1/2，1−1/3，…，$1-1/m$となる．

仮定4）問題グループ別に分類される割合及びその正答率は各問題とも同じであるとする．また各問題は互いに独立に与えられているものとする．

仮定5）選択肢を選ぶ方法は$E_2, E_3, \cdots, E_m$間では互いに独立であるとする．また選択肢を選ぶ方法は各問題間では互いに独立であるとする．

この仮定のもとに，m個の選択肢で構成されている問題がn問出題されたとき，正答率分布$\mathbb{P}$による正答数について次の定理が得られる．

〔定理1〕 正答率分布$\mathbb{P}$による正答数Xの平均値$E(X)$及び分散$V(X)$は，出題数nと平均正答率$\bar{p}$によってそれぞれ次のように表わされる．

$$E(X) = n\bar{p} \qquad (5)$$

$$V(X) = n(\bar{p}-\bar{p}^2) \qquad (6)$$

（証　明）

問題に番号$j\,(j=1, 2, \cdots, n)$をつける．受験者は各問題に対して正答のとき1点，誤答のとき0点を得るものとする．また正答された問題の集合をCとする．j番目の問題が正答率$1/i$で正答できる問題すなわち問題グループE_iに属するとき$(j\in E_i)$，その問題が正答される$(j\in C)$か誤答される$(j\notin C)$かについて次に定義される確率変数X_{ij}を導入する．

$$X_{ij} = \begin{cases} 1\,(j\in E_i \text{ かつ } j\in C) \\ 0\,(\text{その他}) \end{cases} \qquad (7)$$

Table 2 はX_{ij}と問題j，グループE_iの関係を例示したものである．**Table 2** の列に注目する．第1番目の問題がE_2に属していて，それが正答されたとすると$X_{21}=1$, $X_{i1}=0\;(i\neq 2)$となる．また第2番目の問題がE_mに属しかつそれが誤答されたとするとすべてのiに対して$X_{i2}=0$となる．すなわち **Table 2** の第2列ではすべて0となる．

Table 2　X_{ij}と問題j，グループE_iの関係

問題番号 / グループ	1	2	……	j	……	n	計
E1							X1.
E2	正答						X2.
⋮							⋮
Ei				Xij			Xi.
⋮							⋮
Em		誤答					Xm.
計	X·1	X·2	……	X·j	……	X·n	X

$X_{ij}=1$となる確率は，

$$\begin{aligned} &P_r(j\in E_i \text{ かつ } j\in C) \\ &\quad = P_r(j\in E_i)\,P_r(j\in C\mid j\in E_i) \\ &\quad = p_i \times \left(\frac{1}{i}\right) \qquad (8) \end{aligned}$$

$X_{ij}=0$となるのは$(j\in E_i$ かつ $j\notin C)$すなわちj番目の問題がグループE_iに属しかつ誤答された場合と，$(j\notin E_i)$すなわちj番目の問題がグループE_iに属する問題ではなかった場合であるから$X_{ij}=0$となる確率は$(1-p_i/i)$となる．

次に，

$$X_{\cdot j} = \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \qquad (9)$$

$$X = \sum_{j=1}^{m} X_{\cdot j} \qquad (10)$$

とおくと$X_{\cdot j}$はj番目の問題が正答されたか誤答されたか（すなわち正答ならば$X_{\cdot j}=1$，誤答ならば$X_{\cdot j}=0$）を表わす．したがってまたXはn問中の正答数を表わす．

$X_{\cdot j}=1$となるのは第j列のどこかのE_iで$X_{ij}=1$となるからその確率は，

$$\begin{aligned} P_r(X_{\cdot j}=1) &= \sum_{i=1}^{m} P_r(X_{ij}=1) \\ &= \sum_{i=1}^{m}\left\{p_i \times \left(\frac{1}{i}\right)\right\} = \bar{p} \qquad (11) \end{aligned}$$

となる．同様にして$X_{\cdot j}=0$となる確率は$1-\bar{p}$

となる．以上の議論と（仮定５）より正答数 X は確率 $\bar{p}$, 項数 n の２項分布に従い，その平均値 $E(X)$, 及び分散 $V(X)$ は定理１の如く求められる．（証明終）

この証明はまた表２の行に注目して，

$$X_{i\cdot} = \sum_{j=1}^{n} X_{ij} \qquad (12)$$

$$X = \sum_{i=1}^{m} X_{j\cdot} \qquad (13)$$

とおくと $(X_{1\cdot}, X_{2\cdot}, \cdots, X_{m\cdot})$ が確率 p_i/i, 項数 n の多項分布に従うことを用いて証明することもできる．

上の定理より正答数 X の分布は出題数 n が一定のとき平均正答率 $\bar{p}$ のみによって特徴づけられることがわかる．

正答数 X を100点満点に換算した値を"得点"と名づけ，それを S で表わすと得点 S について次の系を得る．

〔系〕 平均得点 $E(S)$ 及び得点の分散 $V(S)$ は，出題数 n と平均正答率 $\bar{p}$ によって次のように表わされる．

$$E(S) = 100\,\bar{p} \qquad (14)$$

$$V(S) = \frac{100^2}{n}(\bar{p} - \bar{p}^2) \qquad (15)$$

また，

$$\tilde{p} = p_1 + p_2/2 + \cdots + p_{m-1}/m-1 \quad (16)$$

とおく．正答率 $1/m$ の問題だけが全く知識のなかった問題だと解釈すれば，$\tilde{p}$ は不十分ながら少しでも知識のある場合についての平均正答率を表わす．換言すれば $\tilde{p}$ は全く知識のない場合のあて推量を除いた平均正答率である．$\tilde{p}$ が一定のとき正答率分布のどんなタイプが平均得点を最大にするかについて考察する．

$$\begin{aligned}\bar{P} &= \tilde{p} + p_m/m \\ &= \tilde{p} + (1-\tilde{p})/m - [p_2/2 + 2p_3/3 + \\ &\quad \cdots + (m-2)\,p_{m-1}/(m-1)]/m\end{aligned} \qquad (17)$$

$\tilde{p}$ が一定のとき $p_1, \cdots, p_{m-1}$ の中から $(m-2)$ 個の変数を任意の値にとることができるから，

$$p_2 = p_3 = \cdots\cdots = p_{m-1} = 0 \qquad (18)$$

とすれば $\bar{P}$ は最大になる．すなわち $\tilde{p}$ が一定のとき平均得点を最大にする type は $(p, 0, \cdots, 0, 1-p)$ のランダム・ゲッシング type である．これは $\tilde{p}$ が一定のとき正答率の高い問題グループの割合が大きいほど高い平均得点を得ることを示しているが，ランダム・ゲッシング type はこの意味からも不確実な知識を E_1 に縮約させた典型的な正答率分布であるといえる．

4. 数値例―正答率分布のいろいろなタイプによる得点分布

選択肢数を $m=5$, つまり通常よく使用されている５肢選択方式のテストで正答率分布のいろいろなタイプによる得点分布を求める．

正答率分布について次の４つのタイプを考える．

Type-1) p_1 ; $p_2 > p_3 > p_4 > p_5$
Type-2) p_1 ; $p_2 > p_3$, $p_4 = 0$, $p_5 = p_2$
Type-3) p_1 ; $p_2 = p_3 = p_4 = p_5$
Type-4) p_1 ; $p_2 = p_3 = p_4 = 0$, $p_5 = 1-p$

上記の各 Type は p_1 を固定させたときの p_2, p_3, p_4, p_5 の関係が示されている．

$(p_1, p_2, \cdots, p_5)$ が $\sum_{i=1}^{5} p_i = 1$ の関係を満足するように次のような重み $w_i (i=2, 3, \cdots, 5)$ を設定する．

$$p_i = w_i(1 - p_1) \qquad (19)$$

$$\sum_{i=2}^{5} w_i = 1,\ 0 \leqq w_i \leqq 1 \qquad (20)$$

この重み w_i に数値を与えれば上記の各 Type は具体的に与えられたことになる．また p_1 が一定のとき，各 Type による平均正答率は，

$$\bar{P} = p_1 + (1-p_1)\sum_{i=2}^{5}\{w^i/i\} \qquad (21)$$

となる．

Type 1～4 における重みをそれぞれ，

Type 1 ; $W_1 = (0.4, 0.3, 0.2, 0.1)$
Type 2 ; $W_2 = (0.4, 0.2, 0.0, 0.4)$
Type 3 ; $W_3 = (0.25, 0.25, 0.25, 0.25)$
Type 4 ; $W_4 = (0, 0, 0, 1.0)$

で与えたとき，$n=100$, $p_1 = 0.30, 0.40, 0.50$ における平均得点を **Table 3** で示した．

Table 3 各 Type での合格率の比較
(5肢選択，出題数100問：P_1 は各 Type とも共通)

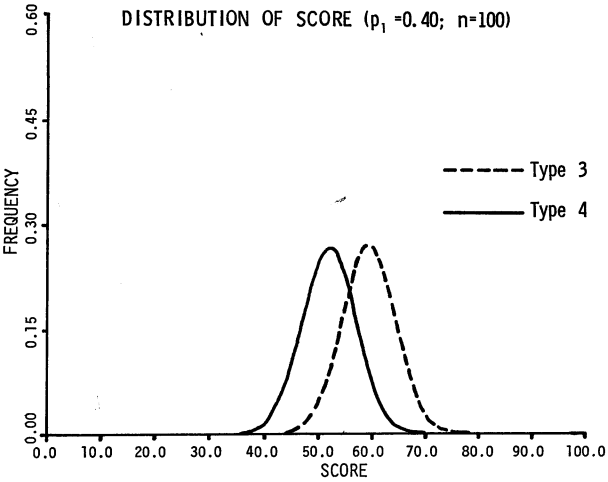
	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	平均得点
Type-1	.30	.28	.21	.14	.07	55.90
Type-2	.30	.28	.14	.00	.28	54.27
Type-3	.30	.18	.18	.18	.18	52.46
Type-4	.30	.00	.00	.00	.70	44.00

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	平均得点
Type-1	.40	.24	.18	.12	.06	62.20
Type-2	.40	.24	.12	.00	.24	60.80
Type-3	.40	.15	.15	.15	.15	59.25
Type-4	.40	.00	.00	.00	.60	52.00

	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	平均得点
Type-1	.50	.20	.15	.10	.05	68.50
Type-2	.50	.20	.10	.00	.20	67.33
Type-3	.50	.13	.12	.12	.12	66.04
Type-4	.50	.00	.00	.00	.50	60.00

Type 4 は従来のランダム・ゲッシング・モデルである．**Table 3** より Type 4 にくらべて他の Type がかなり高い平均得点を示しているが，これは正答率 1/5 のあて推量に少しでも知識が加われば，二者択一，三者択一などが行われ，平均得点が増加することを示している．実際 (21) 式で $w_2=1$ のとき $\bar{P}$ は最大となり，$w_5=1$ のとき $\bar{P}$ は最小となる．

n が十分大きいとき正答数 X の分布は平均 $E(X)$，分散 $V(X)$ の正規分布で近似できるから，出題数 n と平均正答率 $\bar{P}$ が与えられると，正規近似による得点分布が得られる．出題数 100 問（すなわち $n=100$）のとき $p_1=0.40$ に対する Type 3 と Type 4 の得点分布を正規近似で表わしたものが **Fig. 1** である．



Type 3　$\mathbb{P}=\left(p_1, \frac{1-p_1}{4}, \frac{1-p_1}{4}, \frac{1-p_1}{4}, \frac{1-p_1}{4}\right)$

Type 4　$\mathbb{P}=(p_1, 0, 0, 0, 1-p_1)$

Fig. 1 p_1 を固定したときの Type 3, 4 の得点分布 ($p_1=0.40$；$n=100$)

5. 正答率モデルと合格率

多肢選択テストの合格基準を 100 点満点中 60 点以上の得点を得ることと定めると，正答率分布 $\mathbb{P}$ による得点 S が合格ラインを越える割合，換言すれば，正答率分布 $\mathbb{P}$ による合格率を求めることができる．

n が十分大きいとき得点 S は平均 $E(S)$，分散 $V(S)$ の正規分布に近似的に従うと考えることができるから，この合格率について次の定理を得る．

〔定理 2〕 正答率分布 $\mathbb{P}$ による合格率 P は，平均得点 $E(S)$ と出題数 n のみによって次のように求められる．

$$P = P_r\{S \geqq 60\} = P_r\left\{z \geqq \frac{60-E(S)}{\sqrt{V(S)}}\right\} \qquad (22)$$

ただし，$E(S)$，$V(S)$ はそれぞれ (14)，(15) 式で与えられる．また z は平均 0，分散 1 の標準正規分布に従い，n は十分大きいものとする．

(22) 式を n と $\bar{p}$ で表わすと，

$$P = P_r\left\{z \geqq \sqrt{n}\cdot\frac{0.6-\bar{p}}{\sqrt{\bar{p}-\bar{p}^2}}\right\} \qquad (23)$$

となる．

(23) 式より合格率は出題数 n と平均正答率 $\bar{p}$ のみによって規定されることがわかる．したがって，出題数が一定のとき正答率モデルのタイプが異なっていても，モデルの平均正答率，

言い換えれば平均得点が等しければ，それらのモデルによる合格率も等しいことがわかる．

6. 出題数ちがいによる合格率

定理2により，正答率分布のタイプが異なっても，合格率は正答率分布によって得られる平均正答率と出題数のみによって決定される．

(23) 式の右辺において，

$$z(n,\ \bar{p}) = \sqrt{n}(0.6-\bar{p})/\sqrt{\bar{p}-\bar{p}^2} \tag{24}$$

Table 4　出題数のちがいによる合格率（平均得点は100点満点に換算）

平均得点＼出題数	20問	50問	100問	260問
30	0.002	0.000	0.000	0.000
40	0.034	0.002	0.000	0.000
50	0.161	0.079	0.023	0.001
51	0.209	0.102	0.036	0.002
52	0.236	0.156	0.054	0.005
53	0.264	0.181	0.078	0.012
54	0.295	0.198	0.109	0.026
55	0.326	0.239	0.156	0.053
56	0.359	0.284	0.209	0.099
57	0.394	0.334	0.271	0.164
58	0.429	0.386	0.341	0.258
59	0.464	0.444	0.421	0.371
60	0.500	0.500	0.500	0.500

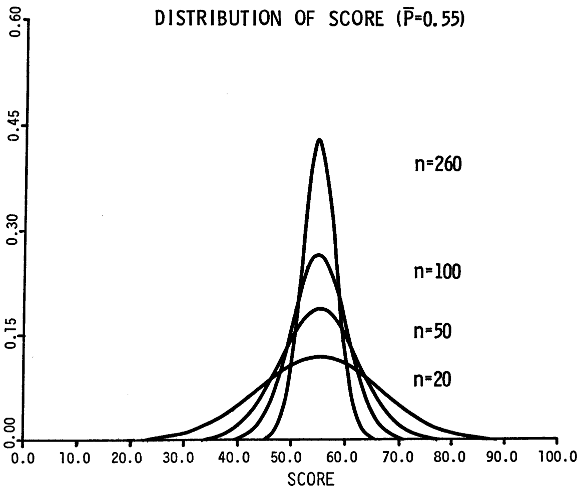


Fig. 2　平均得点が55点のときの出題数のちがいによる得点分布の比較

とおくと，$z(n,\ \bar{p})$ が小さくなるほど合格率 P は大きくなる．出題数 n が一定のとき $z(n,\ \bar{p})$ は $\bar{p}$ の単調減少関数だから，$\bar{p}$ が大きいほど合格率が大きい．すなわち出題数が一定のとき平均得点が高いほど合格率も高い．

一方，$\bar{p}$ が一定のとき n が大きくなるほど合格率 P は小さくなる．換言すれば平均得点が一定のとき出題数が多いほど合格率は低くなる．このことから平均得点が60点に満たない受験者があて推量で合格できる割合を小さくするためには，多肢選択テストの出題数を多くしなければならないことがわかる．

平均得点が60点未満の受験者が出題数に応じて，60点以上の得点をとって合格する割合がどの程度かを調べるために，平均得点が50点から60点までの合否のボーダーライン上にある受験者による，出題数が20問，50問，100問，260問の場合の合格率を求め，平均得点，出題数と合格率の関係を **Table 4** で示した．

Table 4 より，合格率が10％以下になる平均得点は260問，100問，50問，20問について，それぞれ56点，54点，51点，50点未満である．逆に平均得点が50点以下の受験者が10％以下しか合格できないような出題数は50問以上である．**Fig. 2** は平均得点55点の場合の出題数のちがいによる得点分布を示したものである．

7. 考　　察

ここに提案した正答率分布は，多肢選択テストにおける受験者の不確実な知識が得点増加にいかに寄与するかを評価するために提案した数学モデルである．ここで使用された正答率はいわゆるランダム・ゲッシングの考えには基づいているが，従来の正答率が1か，$1/m$ に限定されていたのに対し，ここでは，さらに $1/2,\ 1/3,\ \cdots,\ 1/(m-1)$ の正答率を加えて，不十分な知識による得点増加について検討した．したがってこの正答率分布は従来のランダム・ゲッシング・モデ

ルを拡張したものになっている.

またこのモデルでは，全くわからない問題に対するあて推量による得点に，さらに二者択一，三者択一などの得点が増加されるため，通常のランダム・ゲッシング・モデルよりも高い平均得点を得ることになる.

定理1より正答率分布のいろいろなタイプによる得点分布は出題数と平均正答率によって決定されるから，得点分布については正答率分布がどのようなタイプをとろうとも，正答率分布は平均正答率が同一のランダム・ゲッシング・モデルに換算して考えることもできる. また，(16)式で定義した $\tilde{p}$ を一定にすると，ランダム・ゲッシング・モデルは正答率分布が E_1 すなわち正答率の最も高い問題グループに集中しているため，$\tilde{p}$ 一定でのもっとも高い平均得点を得，したがって高い合格率を得る. このような意味からもランダム・ゲッシング・モデルはシンプルではあるがいろいろな特性をもった典型的な得点モデルであることがわかる.

合格率は出題数によっても異なるが，実力が合格基準に満たない受験者が合格する割合を小さくするには，合格率の観点だけから言えば，出題数をできるだけ多くすれば良いが，試験問題を作成する側からは出題数をあまり多くすることができないため，さらに何らかの評価基準を設けて出題数を決定しなければならないであろう.

本論文の要旨は，第9回日本行動計量学会大会（名古屋，1981年9月）にて発表し，またその一部は医学教育第12巻・第5号[7]で報告した.

なお，この研究は操風会教育研究奨励金の援助を受けた.

文　　献

1) 印東太郎，小野 茂，池田 央：心理測定・学習理論（テスト・スコアの理論）. 東京，森北出版. 1975，pp. 56—68

2) 池田 央：テストII. 東京，東京大学出版会. 1973，pp. 255—259

3) Chernoff, H.: The scoring of multipel choice questionnaires. Ann. Math. Stat. 33 : 375—393, 1962

4) Hubbard, J. P.: The test and test procedures of the national board of medical education. Philadelphia, Lea & Febiger. 1971
吉岡昭正訳. 医学教育測定，医歯薬出版

5) 吉岡昭正：医師国家試験の統計学的分析. 医学教育 8 : 247—262，1977

6) 中山健太郎：客観試験問題の作り方. 医学教育 10 : 74—79，1979

7) 斎藤泰一，有田清三郎：多肢選択問題の正答率に及ぼす不十分な知識の影響. 医学教育 12 : 356—360, 1981