

3D objektumok lineáris deformációinak becslése*

Tanács Attila¹, Joakim Lindblad², Nataša Sladoje³, Kató Zoltán¹

¹ Képfeldolgozás és Számítógépes Grafika Tanszék
Szegedi Tudományegyetem

{tanacs,kato}@inf.u-szeged.hu

² Centre for Image Analysis
Swedish University of Agricultural Sciences, Uppsala, Sweden
joakim@cb.uu.se

³ Faculty of Technical Sciences
University of Novi Sad, Serbia
sladoje@uns.ac.rs

Absztrakt. A cikkben egy olyan regisztrációs módszert ismertetünk, amely 3D objektumok és affin deformáltjaik közötti geometriai eltéréseket határozza meg. A megoldáshoz egy túlhatározott polinomiális egyenletrendszer kerül felépítésre és megoldásra. Képpont lefedettség információ felhasználásával pontosabb objektum körvonal leírás kapható, ami a regisztráció pontosságát növeli. Az iteratív egyenletrendszer megoldás alkalmazásával lehetőség nyílik alacsonyabb szabadsági fokkal rendelkező, pl. merev-test vagy hasonlósági transzformációk meghatározására is. Szintetikus tesztek segítségével bemutatjuk a képpont lefedettség információ alkalmazásnak előnyeit, valamint rávilágítunk a módszerünk robusztuságára többféle szegmentálási hiba típus esetén. A módszerünket valós CT képeken is teszteltük.

1. Bevezetés

A 3D képkalkotás orvosi és ipari alkalmazásokban manapság általánosan elterjedt. Ugyanarról vagy hasonló objektumról különböző időpontokban készült képek felvetik a *képregisztráció* problémáját, vagyis a képek közötti geometriai megfeleltetések meghatározását. Az utóbbi évtizedekben számos regisztrációs módszer került publikálásra igen széles alkalmazási körben [1].

A regisztrációs problémát a klasszikus módszerek általában vagy geometriai jellemzők kinyerésével, vagy a képpontintenzitások közvetlen felhasználásával oldják meg. Az adatok közötti megfeleltetéseket rendszerint iteratív keresés segítségével próbálják meghatározni. A leggyakrabban alkalmazott geometriai jellemzők közé a pontok, felszínek [2], vázak tartoznak. A módszer sebessége szintén fontos tényező; közel valós idejű megoldás szükséges pl. műtétek közben a műtét

* A cikk eredményei az alábbi publikációban jelentek meg: A. Tanács, J. Lindblad, N. Sladoje, and Z. Kato. "Estimation of Linear Deformations of 3D Objects," in *Proceedings of 2010 IEEE 17th International Conference on Image Processing*. 2010, pp. 153–156.

előtti és közbeni vizsgálatok illesztésére. Zhang és munkatársai áttekintést adtak a felszín-alapú illesztő technikákról, és egy olyan új eljárást javasoltak, amely 15-ször gyorsabb a klasszikus ICP (Iterative Closest Point – iteratív legközelebbi pont) módszernél [2]. Azonban még így is kb. 1 percet vesz igénybe egy nagy felbontású CT képből kinyert csigolya objektum illesztése. Képpontok hasonlóságán alapuló módszerek jellemzően nem-bináris képek esetén kerülnek alkalmazásra, de bináris esetben is felhasználhatók [3]. Mivel az iteratív keresés ezen módszerek esetében minden lépésben felhasználja a képjellemző/intenzitás adatokat, emiatt nagy méretű képi adatok esetében a megoldás időigénye jelentősen megnő. Burel és munkatársai egy direkt módszert javasoltak, amely a 3D objektum felszínének szférikus harmonikus felbontásából nyeri ki az orientációs eltéréseket, ezzel gyors megoldást szolgáltatva merev-test problémákra [4]. Ez a módszer viszont affin eltérésekre közvetlenül nem használható.

Jelen cikkünkben egy korábbi 2D affin módszerünket [5] terjesztjük ki 3D esetre. A kiterjesztés nem triviális; 3D esetben célszerű túlhatározott egyenletrendszert felírni, amelynek általános esetben nincs megoldása. A legkisebb négyzetes értelemben optimális megoldást a Levenberg-Marquardt módszerrel határozzuk meg. Az egyenletrendszer meghatározásához elegendő egyszer végigjárni a képpontokat, nincs szükség megfeleltetések keresésére, emiatt a megoldás időigénye még nagy méretű képek esetén is alacsony. Amennyiben rendelkezésre áll, a képpont lefedettségi információ felhasználásával a regisztráció pontossága tovább növelhető.

2. Regisztrációs keretrendszer

Jelölje $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{P}^3$ a *sablon* és a *megfigyelés* objektumpontjait a projektív térben. Jelölje \mathbf{A} a meghatározandó ismeretlen, nemszinguláris affin transzformáció 4×4 méretű homogén mátrixát. A sablon és a megfigyelés között ez az alábbi kapcsolatot adja:

$$\mathbf{Ax} = \mathbf{y} \quad \Leftrightarrow \quad \mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}. \quad (1)$$

A fenti egyenletek akkor is érvényben maradnak, ha megfelelően megválasztott $\omega : \mathbb{P}^3 \rightarrow \mathbb{P}^3$ függvényt alkalmazunk mindkét oldalon [6]:

$$\omega(\mathbf{Ax}) = \omega(\mathbf{y}) \quad \Leftrightarrow \quad \omega(\mathbf{x}) = \omega(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}). \quad (2)$$

A pontmegfeleltetések elkerülése érdekében a sablon és megfigyelés objektumok \mathcal{F}_t és \mathcal{F}_o előtér tartományán integrálunk [6]:

$$|\mathbf{A}| \int_{\mathcal{F}_t} \omega(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \int_{\mathcal{F}_o} \omega(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{y}) d\mathbf{y}, \quad \text{és} \quad (3)$$

$$\int_{\mathcal{F}_t} \omega(\mathbf{Ax}) d\mathbf{x} = \frac{1}{|\mathbf{A}|} \int_{\mathcal{F}_o} \omega(\mathbf{y}) d\mathbf{y}. \quad (4)$$

A transzformáció Jakobi mátrixa megkapható az alábbi alakban:

$$|\mathbf{A}| = \frac{\int_{\mathcal{F}_o} d\mathbf{y}}{\int_{\mathcal{F}_t} d\mathbf{x}}.$$

A módszerünk alapötlete az, hogy a szükséges számú, lineárisan független egyenletet a (3)–(4) relációk segítségével előállítsunk. Egy 3D affin transzformáció szabad paramétereinek száma 12, így legalább ennyi egyenletre van szükségünk. A cél elérése érdekében olyan ω függvényeket választunk, amelyek a pontok k -adik koordinátájára az alábbi alakot ölti: $\omega(\mathbf{x})_{f,g,h}^{(k)} = x_1^f \cdot x_2^g \cdot x_3^h$, ahol $f, g, h \in \mathbb{N}$, $f + g + h = d$, és $d \in \{1, 2, 3\}$. A (3)-ból ezek az alábbi polinomiális egyenleteket generálják:

$$|\mathbf{A}| \int_{\mathcal{F}_t} x_a d\mathbf{x} = \sum_{i=1}^4 q_{ai} \int_{\mathcal{F}_o} y_i dy, \quad (5)$$

$$|\mathbf{A}| \int_{\mathcal{F}_t} x_a x_b d\mathbf{x} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 q_{ai} q_{bj} \int_{\mathcal{F}_o} y_i y_j dy, \quad (6)$$

$$|\mathbf{A}| \int_{\mathcal{F}_t} x_a x_b x_c d\mathbf{x} = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 q_{ai} q_{bj} q_{ck} \int_{\mathcal{F}_o} y_i y_j y_k dy \quad (7)$$

ahol $1 \leq a, b, c \leq 3$, $a \leq b \leq c$, és q_{ij} jelöli az inverz \mathbf{A}^{-1} transzformáció ismeretlen elemeit. Ez összesen $3 + 6 + 10 = 19$ egyenletet jelent. A numerikus stabilitás növelése érdekében újabb 19 egyenletet nyerhetünk (4) alkalmazásával, vagyis az \mathbf{x} és \mathbf{y} ponthalmazok felcserélésével. Megjegyezzük, hogy ez a lépés nem vezet be új ismeretleneket, mivel a nemszinguláris esetben az \mathbf{A} mátrix elemei egyértelműen meghatározottak a q_{ij} paraméterek ismeretében. Az így előállított egyenletrendszer harmadfokú és túlhatározott.

2.1. Képpont lefedettségen alapuló objektum reprezentáció

A digitális képtér csak korlátozott pontosságot képes biztosítani, így az (5)–(7) egyenletekben szereplő integrálok csak közelíthetők diszkrét összegként. A digitális adatábrázolás lehetőségeinek jobb kihasználása érdekében az objektumok képpont lefedettségi reprezentációjának felhasználását javasoljuk, ahol a képpontok számértéke arányos a képpont térrészének a valós objektum által történő lefedettségével. Bizonyításra került, hogy egyező térbeli felbontás esetén a bináris reprezentációhoz képest egy ilyen reprezentáció nagyobb pontosságot biztosít egyes képjellemzők becslésében [8].

A korábbi [5] cikkünkben tárgyalathoz hasonlóan most is a geometriai momentumok nagy pontosságú becslése a fontos számunkra, figyelembe véve hogy az (5)–(7) egyenletek együtthatói a sablon és a megfigyelés képek (folytonos) geometriai momentumai. Egy folytonos 3D objektum $i + j + k$ rendű folytonos momentumai, vagyis az (5)–(7) egyenletek integráljai közelíthetők az alábbi módon [7]:

$$\int_{\mathcal{F}_t} x_1^i x_2^j x_3^k d\mathbf{x} \approx \sum_{\mathbf{x} \in X_t} \mu_t(\mathbf{x}) x_1^i x_2^j x_3^k, \quad (8)$$

ahol $\mu_t(\mathbf{x})$ jelöli a képpont lefedettségének mértékét a sablon képen. Hasonló módon adható közelítés \mathcal{F}_o tartományra, μ_o lefedettséggel. A Jakobi mátrix az

alábbi módon közelíthető:

$$|\mathbf{A}| = \frac{\sum_{\mathbf{y} \in X_o} \mu_o(\mathbf{y})}{\sum_{\mathbf{x} \in X_t} \mu_t(\mathbf{x})}. \quad (9)$$

ahol X_t és X_o jelöli a sablon és a megfigyelt kép diszkrét tartományait. A közelítő diszkrét polinomiális egyenletrendszer ezek után előállítható a közelítések (5)–(7) egyenletekbe történő beillesztésével.

A μ lefedettségi értékek közelítése kinyerhető megfelelő szegmentáló módszerek eredményéből, ilyen lehet például egy korábbi szegmentáló módszerünk [8] 3D kiterjesztése.

3. Numerikus megoldás

Az (5)–(7) polinomiális egyenletrendszer legkisebb négyzetes értelemben optimális megoldása megkapható a klasszikus Levenberg-Marquardt (LM) módszer alkalmazásával. Az iteratív LM módszer hátránya a direkt megoldásokhoz képest az, hogy a keresés elakadhat lokális optimumokban, valamint a keresés futásideje nagyobb lehet. Másrészt viszont előnye, hogy akkor is szolgáltat egy közelítő eredményt, amennyiben az egyenletrendszer algebrai hibája nagy, ami a direkt megoldást megakadályozná.

A numerikus stabilitás növelése érdekében az objektumpontok koordinátáit a $[-0.5, 0.5]$ intervallumba skálázzuk egy előkészítő lépésben az \mathbf{N}_t és \mathbf{N}_o (eltolási és skálázó) transzformációk alkalmazásával. Vegyük észre, hogy az (5)–(7) egyenletekben az összes ismeretlen az integrálokon kívül található, így az integrálokat elegendő egyszer kiszámítani. Ennek időkomplexitása $\mathcal{O}(N)$, ahol N az objektumpontok száma, mivel az összegzések elvégzéséhez elegendő egyszer bejárni a képek objektumpontjait.

Azt tapasztaltuk, hogy a kiindulási elforgatási paraméterek nagymértékben befolyásolják a regisztrációs eredményt. A lokális optimumba futás esélyének csökkentésére a keresést 27 különböző orientációból indítjuk, a 3 térbeli tengely körüli 120°-os elforgatásoknak megfelelően. A skálázási, nyírási és eltolási paraméterek beállítása az identikus transzformáció megfelelő paraméterértékeinek megfelelően történt. Ha egy optimumhoz közeli pozícióból indítjuk a keresést, az algebrai hiba gyors csökkenést mutat. Ez lehetővé teszi az egyes keresések leállítását néhány iterációs lépés (esetűnben ezt 20 iterációra állítottuk be) után. Ezek után a legkisebb hibát eredményező keresési ágban egy teljes keresés indítunk. Amennyiben bármely kezdő pozíció esetén 20 iteráció után az algebrai hiba egy konstans érték alatti (esetűnben ez az érték 100 volt), úgy vesszük, hogy ez elegendően közel található az optimumhoz és a további kezdőpozíciók vizsgálatát kihagyjuk. A fenti konstans paraméterek meghatározása tapasztalati úton történt.

Egy általános \mathbf{A} transzformációs mátrix tükrözéseket is tartalmazhat, ami több valós alkalmazás esetében nem kívánatos. A tükrözések elkerülése érdekében megszorításokat alkalmazhatunk a transzformációs paraméterekre a keresés közben: amennyiben $|\mathbf{A}| < 0$, vagyis tartalmaz tükrözést is, algebrai hibaként egy nagy konstans értéket adunk vissza (esetűnben ez 10^{50} volt).

Mivel az \mathbf{A} mátrix segítségével alacsonyabb szabadsági fokú transzformációk megadására is lehetőség van, a módszerünket könnyen átalakíthatjuk ilyen, pl. merev-test vagy hasonlósági transzformáció keresésére is. Az algebrai hiba meghatározásakor az alacsonyabb szabadságú fokú transzformáció paramétereiből kiszámítjuk az \mathbf{A} mátrixot, vagyis megkapjuk az adott transzformációt leíró 12 affin paraméter értékét. Ezek alapján az algebrai hiba az affinnal egyező módon kiszámítható.

Az 1. algoritmus összefoglalja a javasolt módszerünk lépéseit.

Algorithm 1: 3D objektumok affin regisztrációja

Bement: Sablon és megfigyelés 3D képek.

Kimenet: Transzformációs paraméterek \mathbf{A} mátrixa.

1. lépés Objektum képpontok kinyerése és \mathbf{N}_t , \mathbf{N}_o normalizáló transzformációk alkalmazása
 2. lépés (8)–(9) alapján polinomiális egyenletrendszer készítése
 3. lépés Legkisebb négyzetes megoldás
 - LM megoldó inicializálása (27 orientáció, egyenként 20 iteráció)
 - Minden iterációs lépésben az E algebrai hiba számítása
Megszorítások alkalmazása a paraméterekre, ha szükséges
Ha $E < 100$, a további pozíciók figyelmen kívül hagyása
 - \mathbf{A}^* = A legjobb pozícióból indított teljes keresés eredménye
 4. lépés Normalizálás inverzének alkalmazása: $\mathbf{A} = \mathbf{N}_o^{-1} \cdot \mathbf{A}^* \cdot \mathbf{N}_t$
-

4. Szintetikus és valós tesztek

A javasolt módszerünk hatékonyságának kiértékelését egy 3D objektumokat tartalmazó adatbázison végeztük. Az adatbázisunk 15 különböző 3D objektumot és annak objektumonként 100 transzformált képét tartalmazta. Az objektumok képpontjainak száma 200000–2 millió között változott. A transzformáció paramétereit véletlenszerűen kerültek meghatározásra az alábbi intervallumokból: forgatási szögek: $[0, 2\pi)$; skálázási paraméterek: $[0.5, 1.5]$ (egyenlő mértékben kicsinyítés és nagyítás); nyírás: $[-1, 1]$; eltolás: $[0, 1]$ (a normalizáló lépés miatt nagyobb mértékű eltolások irrelevánsak).

Minden sablon objektumra 100 transzformációt alkalmaztunk, ezek közül 25 volt merev-test, 25 merev-test kiegészítve nem-uniform skálázással, valamint 50 teljes affin. Az 1. ábra mutat néhány példát az adatbázisból. Az eredmények számszerű kiértékeléséhez az alábbi két hibamértéket használtuk:

$$\epsilon = \frac{1}{|T|} \sum_{\mathbf{p} \in T} \|(\mathbf{A} - \hat{\mathbf{A}})\mathbf{p}\|, \quad \text{and} \quad \delta = \frac{|R \Delta O|}{|R| + |O|} \cdot 100\%,$$

ahol Δ jelöli a szimmetrikus különbséget, míg T , R és O jelölik a sablon, a regisztrált és a megfigyelt objektum képpontjainak halmazát. A módszerünket

Matlab 7.7 alatt implementáltuk, és egy 2.4 GHz-es Intel Core2 Duo processzorral rendelkező asztali számítógépen futtattuk.



1. ábra: Példák a képi adatbázisból: sablon objektumok (felül) és affin módon deformált megfigyelt képek (alul).

4.1. Képpont lefedettségi szintek hatása

A megfigyelt objektumok képpont lefedettségi reprezentációjának elkészítése a képpontok térfogatának $n \times n \times n$ méretű felülmintavételezésével történt, a lefedettség az objektumon belülré eső elemeknek a teljeshez viszonyított arányával került közelítésre. A δ hiba kiértékelése előtt az objektumok binarizálásra kerültek. A regisztrációs módszer pontosságát különböző lefedettségi felbontások esetére az 1. táblázat mutatja.

1. táblázat: Medián hiba értékek különböző n felülmintavételezési szintekre. A regisztrációs eredmények azon százaléka, amelyekre $\delta > 1$, valamint $\delta > 10$ szintén feltüntetésre került ($0 < \delta < 1$ kitűnő eredmény, $1 < \delta < 10$ jó és elfogadható eredmény, $10 < \delta$ túl nagy hiba).

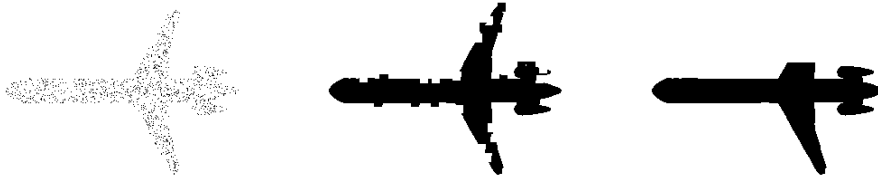
n	ϵ	δ	$\delta > 1\%$	$\delta > 10\%$	Idő (mp.)
1	0.0361	0.1555	10.67	2.13	1.54
2	0.0108	0.0627	3.13	2.27	1.56
4	0.0069	0.0470	2.47	2.20	1.54
8	0.0065	0.0402	2.47	2.20	1.52

A számítási idő nem tartalmazza az egyenletrendszer felépítésének idejét, amihez a jelenlegi, nem optimalizált implementációban 1.5–2 másodperc szükséges. Ez jelentősen gyorsítható lenne. Az eredmények azt mutatják, hogy már a bináris reprezentáció is kiváló eredményeket szolgáltat. Azonban akár a leg-
alacsonyabb képpont fedettségi reprezentáció is jól látható javulást okoz. $n = 4$

szint felett a javulás mértéke már nem számottevő. A számítási idő független n értékétől.

4.2. Robusztussági tesztek

A gyakorlatban a képpárokban, objektumokon többféle degradáció is megjelenik, ilyenek például a hiányzó adatok, szegmentációs hibák. A módszerünk robusztusságának tesztelésére háromféle degradációtípust modelleztünk a bináris képeinken. A hiányzó képpontok tesztelésére adott százalékos képpont került az objektumból véletlenszerűen törlésre. A szegmentációs hiba modellezésére az objektum körvonala mentén véletlenszerűen kis méretű régiókat távolítottunk el az objektumból vagy adtunk hozzá az objektumhoz. A hiányzó térfogatrészek vizsgálatához egy véletlenszerűen kiválasztott objektumpont környezetéből távolítottunk el adott mennyiségű objektumpontot. A különböző degradáció típusokra mutat példát a 2. ábra. Az így kapott regisztrációs eredményeket a 2. táblázat mutatja.



2. ábra: Példák képedegradációkra egy 3D objektum 2D szeletén: Képpontok 90%-nak véletlenszerű eltávolítása (balról), képpontok 10%-nak módosítása a határ mentén kis méretű régiókban (középen), és a 5%-nak eltávolítása egy képpontból kiindulva (jobbról).

2. táblázat: Képi degradációk által okozott regisztrációs hibák

	Hiányzó képpontok		Szegmentációs hiba		Hiányzó térfogatrész	
	50%	90%	5%	25%	1%	2%
ϵ (képpont)	0.22	0.65	0.30	1.79	1.77	3.82
δ (%)	0.83	2.20	1.15	5.76	5.22	9.92
$\delta > 5\%$	7.3%	25%	7.4%	61%	53%	84%
$\delta > 10\%$	3.3%	7.6%	2.8%	28%	23%	49%
Idő (mp.)	2.0	3.4	3.7	6.6	5.3	5.8

Az egyenletesen eltávolított objektumpontok általában nem okoznak problémát, akár 90% eltávolítása után is elfogadhatók az eredmények. A szegmentációs hiba esetében 25%-os degradációs szintnél az esetek 70%-ban az objektumok

illeszkedése elfogadható. Mint általában a terület-alapú módszerek, a mi megközelítésünk is érzékeny a hiányzó térfogatrészekre. 1 – 2%-os degradációs szint felett az eredmények megbízhatatlanná válnak. Észrevehetjük azt is, hogy mivel az algebrai hiba magasabb degradációs szint esetén jelentősen növekedhet, több kezdő orientáció vizsgálatára van szükség, ami megnöveli a számítási időt. Összefoglalásként elmondhatjuk, hogy a módszerünk rendszerint jól teljesít, amíg az objektumunk geometriai momentumai nem változnak meg nagymértékben a degradáció hatására.

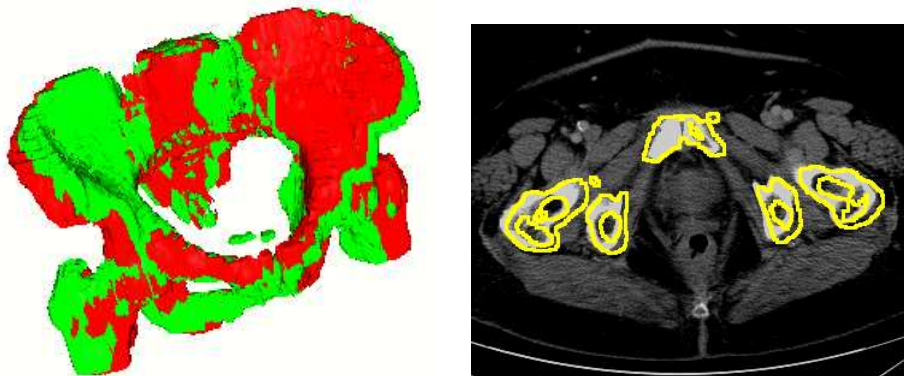
4.3. Összehasonlítás a kölcsönös információtartalom alapuló módszerrel

Az eredményeinket összehasonlítottuk egy klasszikus képponthasonlóságon alapuló módszerével, amely a képek kölcsönös információtartalmán (mutual information – MI) alapul és egy többfelbontású piramis reprezentációt használ fel [3]. Mivel az MI módszer általában megköveteli a keresés optimumhoz közeli indítását, a legalacsonyabb piramis szinten ugyanazt a 27 kezdő pozíciót használtuk, amit a mi módszerünk esetén is. Az így kapott optimális eredmény került továbbadásra a magasabb piramis szintekre, ott már nem történt keresés több irányból. 200 merev-test regisztrációs problémát figyelembe véve a módszerünk egyértelműen felülmúlja az MI módszert. Az MI módszer átlagos számítási ideje 2 perc körüli, összehasonlítva a mi módszerünk pár másodperces időigényével. A δ hiba mediánja 0.42 az MI módszer esetén, míg 0.05 a mi módszerünkénél. Továbbá, az esetek 40%-ban az MI módszer elfogadhatatlanul nagy regisztrációs hibát produkált (vagyis $\delta > 10\%$), míg a mi módszerünk minden esetben kiváló eredményt ért el (a maximális δ hiba értéke 1.14% volt).

4.4. Tesztelés valós CT képeken

Módszerünket valós orvosi képekből kinyert objektumokon is teszteltük, amelyhez ugyanazon személyről különböző időpontokban készült medence-környéki CT képeket használtunk fel. A CT képek térbeli felbontása $0.8 \times 0.8 \times 5$ mm volt, az így szegmentált objektumok 400–500 ezer képpontot tartalmaztak. A csont régiók küszöböléssel, majd a szükségtelen részek (pl. bélrendszerben látható kontrasztanyagot tartalmazó területek) eltávolításával kerültek meghatározásra.

Nagy kihívást jelentett a gyenge térbeli felbontás, a nagymértékű szegmentálási hibák jelenléte, valamint a combcsont felső részének medencecsonthoz viszonyított eltérő pozíciója. A CT képalkotás biztosítja, hogy a szegmentált objektumok orientációjában nagy eltérés nincs, így elegendő volt csak egyetlen keresési kezdőpozíciót (az identikus transzformációnak megfelelő) figyelembe venni. A csontok alakja és mérete a vizsgálatok ideje alatt nem változik, emiatt a módszerünkben a merev-test megszorítást alkalmaztuk. Az egyenletrendszer elkészítése fél másodpercet, a megoldása 0.2 másodpercet igényelt. Vizuális ellenőrzés alapján a kapott regisztrációs eredmény megfelelő volt (lásd a 3. ábrát).



3. ábra: Valós CT adatból származó objektumok illesztése: egymásra helyezett csontfelszín-modellek (bal oldal), és a regisztrált sablon objektum sárga színnel jelölt csontkörvonala a megfigyelt képre vetítve (jobb oldal).

5. Összegzés

Ebben a cikkben egy olyan regisztrációs módszert javasoltunk, amely képes 3D objektumok között többféle típusú lineáris deformáció becslésére. A megoldást egy polinom egyenletrendszer megoldásával kapjuk meg. Az egyenletrendszer felépítésének időkomplexitása lineáris. A legkisebb négyzetes értelemben optimális megoldás a kezdeti paraméterek megfelelő választásával kontrollálható, időigénye független az adat méretétől, így nagy méretű adatok regisztrációs problémája gyorsan és hatékonyan oldható meg az alkalmazásával. A módszerünk megfelelő mértékben robusztusnak bizonyult többféle hibával szemben. A szintetikus kiértékelés megerősítette a képpont lefedettségi adatok felhasználásával kapcsolatos elméleti eredményeket, vagyis ezen információ felhasználásával a regisztráció pontossága növelhető.

Köszönetnyilvánítás

A szegedi szerzők munkáját az OTKA K75637 számú pályázat támogatta. A munkát részben támogatta a Magyar Nemzeti Fejlesztési Ügynökség TÁMOP-4.2.2/08/1/2008-0008 programja.

N. Sladoje és J. Lindblad munkáját anyagilag támogatta a Szerb Köztársaság Tudományos Minisztériuma az ON144018 és ON144029 projekteken keresztül.

Köszönetet mondunk Niku Corneának, aki a szintetikus képek egy részét biztosította számunkra, valamint Dr. Perényi Ádámnak és Dr. Palkó András professzor úrnak a CT vizsgálatok összegyűjtéséért.

Irodalom

1. B. Zitová and J. Flusser, “Image registration methods: A survey,” *Image Vision Comput.*, vol. 21, no. 11, pp. 977–1000, 2003.
2. J. Zhang, Y. Ge, S. H. Ong, C. K. Chui, S. H. Teoh, and C. H. Yan, “Rapid surface registration of 3D volumes using a neural network approach,” *Image Vision Comput.*, vol. 26, no. 2, pp. 201–210, 2008.
3. J.P.W. Pluim, J.B.A. Maintz, and M.A. Viergever, “Mutual-information-based registration of medical images: a survey,” *Medical Imaging*, vol. 22, no. 8, pp. 986–1004, 2003.
4. G. Burel, H. Henocq, and J.-Y. Catros, “Registration of 3D objects using linear algebra,” in *CVRMed*, 1995, pp. 252–256.
5. A. Tanács, C. Domokos, N. Sladoje, J. Lindblad, and Z. Kato, “Recovering affine deformations of fuzzy shapes,” in *Proceedings of SCIA*. 2009, vol. 5575 of *LNCS*, pp. 735–744, Springer.
6. C. Domokos and Z. Kato, “Parametric estimation of affine deformations of planar shapes,” *Pattern Recognition*, vol. 43, no. 3, pp. 569–578, 2010.
7. N. Sladoje and J. Lindblad, “Estimation of moments of digitized objects with fuzzy borders,” in *Proceedings of ICIAP*. 2005, vol. 3617 of *LNCS*, pp. 188–195, Springer.
8. N. Sladoje and J. Lindblad, “Pixel coverage segmentation for improved feature estimation,” in *Proceedings of ICIAP*. 2009, vol. 5716 of *LNCS*, pp. 929–938, Springer.