

Славко Ангелевски*, Невена Серафимова*, Катерина Митковска-Трендова*

МОДЕЛИРАЊЕ И СИМУЛАЦИЈА ЗА ПРЕДВИДУВАЊЕ ГУБИТОЦИ ВО БОРБЕНИ ДЕЈСТВА БАЗИРАНО ВРЗ МОДЕЛИ НА МАРКОВИ ВЕРИГИ

Абстракт:

Во рамките на трудов презентирани е математичко моделирање и симулација на борбени дејства помеѓу две спротивставени единици, во услови кога постојат различни претпоставки во однос на аквизицијата на цели, координацијата при селекција на цели и можноста за самоуништување. Моделирањето е базирано врз деривирани модели на Маркови вериги за континуирана транзиција. Моделите и софтверското решение се наменети за ситуации кога се изведуваат воздушни дуели, дејство од воздух на земја и изведување копнени дејства. Се претпоставува дека секоја од единиците е хомогена, односно подеува борбени платформи од ист вид и опремени со идентично вооружување. Моделите ја следат трагата за веројатноста на бројот на платформи во секоја од единиците, што може да се користи за предвидување на процесот за нанесување губитоци и трошење на вооружувањето во текот на мисијата, кога се дадени одредени параметри за системот на вооружување. Резултирачките модели за просторот на состојбата, со бројот на платформи, вооружување и локација на единиците како состојби, се корисни за планирање на борбени мисии и реално-временска контрола на движењето на единиците и отварањето оган. Врз база на дизајнот на софтверското решение за симулацискиот модел, што ја симулира динамиката на борбените активности преку следење на трагата за веројатноста за уништување (бројот на уништени платформи), изведени се симулациски експерименти за различни борбени сценарија. На ваков начин се промовира минималистичкиот пристап во симулациски поддржуваната воена обука, што претставува едноставен и педагошки дизајниран систем за симулациска поддршка на обуката на воените лидери. Ваквиот вид на обука се фокусира врз изградба и извежбување на способности кај воените лидери за брзо формирање ментална слика за борбени/конфликтни ситуации и интуитивно предвидување на можните резултати од динамиката за владеење со ситуацијата, како и за донесување одлуки за справување со ситуацијата.

Slavko Angelevski, Nevena Serafimova, Katerina Mitkovska - Trendova

MODELING AND SIMULATION OF COMBAT ATTRITION PREDICTION BASED ON MARKOV CHAIN MODELS

Abstract:

Mathematical modeling and simulation of combat between two opposing units, under different assumptions concerning target acquisition, target selection coordination and self-attrition, based on derived continuous-transition Markov chain models, is presented in this paper. The models and software solution is intended for air-to-air, air-to-ground and ground-to ground engagements. Each unit is assumed to be homogeneous, i.e., its platforms are of the same type and equipped with the same type of weapons. The models keep track of the probability for the number of platforms in each unit, and they can be used for predicting attrition and weapons expenditure during a mission, given certain parameters of the weapons systems. The resulting state-space models, with number of platforms, weapons and unit locations as states, are useful in mission planning and real-time control of unit

* Воена Академија - Скопје

motion and firing. Based on the design and the software solution for the simulation model that simulated dynamics of the combat activities through tracking of the attrition probability (number of destroyed platforms) for the opposing sides in combat, simulation experiments are conducted for the different combat scenarios. In this way, the minimalist approach of the simulation based military training, which is a very simple and pedagogically designed simulation-supported system for use in the training of military leaders, is promoted. This kind of training is focused on building and rehearsing the leader's ability to form a quick mental image of a combat/conflict situation, and intuitively to comprehend what are the likely combined outcomes of the inherent dynamics governing the situation, and the decisions made to act upon the situation.

Вовед

Изведувачето борбени дејства, разгледувани како сложен социо-технички систем, претставуваат комплексна појава. Се работи за стохастички, нелинеарни, дискретни и повеќестепенени процеси, што се одвиваат за ограничено време и на одреден простор. Со текот на ваквите процеси може да се управува со помош на технички системи (различни видови вооружување и специјална опрема) и примена на различни доктрини и тактики на дејство од страна на учесниците во конфликтот (луѓето), секогаш земајќи го предвид противдејството на противничката страна. Сите борбени системи што се фклучени во текот на борбените дејства по правило се сложени и проучувањето на нивното однесување во практиката е скапо и сложено, а често и невозможно.

Матеметичкото моделирање на одреден процес се состои во изнаоѓање математички релации со помош на кои се изразува функционирањето на системот. Математички гледано, процесот е одреден со почетната состојба на системот (почетни услови) и со релации за однесувањето на системот во текот на времето (промена на состојбата на системот).

Различни нивоа на модели на борбени дејства

Симулациските модели на сложени борбени дејства (или сложени кризни ситуации) овозможуваат корисни согледувања во разрешувањето на многу проблеми од доменот на военото раководење и менаџирањето на кризни ситуации. При дизајнирањето на ваквите сложени модели се прават обиди да се постигне што е можно поверна репрезентација на текот на борбените дејства. Во зависност од сложеноста на воените формации што учествуваат во изведување на борбени дејства се градат модели со различен ниво на деталност во репрезентацијата на објектите што се предмет на симулацијата, а притоа и самите модели се со различен ниво на резолуција. За моделирање на дејствата на воени формации од понизок ниво, а со цел да се постигне поголема веродостојност на нивното претставување, се користат модели на ниво на ентитети и со висока резолуција. Меѓутоа, за моделирање на дејствата на сложени вени формации, составени од голем број ентитети чие однесување треба да се моделира, а со цел да се овозможи симулацијата да се одвива во рамките на можностите за процесирање што ги дозволува хардверската конфигурација на компјутерот и потребното време за нивна егзекуција, се користат агрегирани симулациски модели со низок ниво на резолуција.

Во моделите на борбени дејства со висока резолуција прикажувањето на детален поглед на текот на нивното изведување се постигнува со репрезентација на секој индивидуален учесник како засебен ентитет. Притоа, секој ентитет има свои бројни атрибути што ја дефинираат неговата уникатна позиција во рамките

на воената формација, неговото уникатно перципирање на бојното поле и непријателот, неговите способности и неговите активности во секој момент од симулациското време. Процесот на изведување борбени дејства е претставен како декомпозиција на високо-резулуциски секвенци на настани и активности. Комплексниот механизам за претставување на времето во текот на симулацијата ги координира секвенците на настани за бројните учесници во борбеното дејство и на тој начин може да се моделираат суптилните елементи на комплексната структура [1].

Моделирање на борбени дејства на ниво на ентитети (високо-резулуциско)

Целта што треба да се постигне преку високо-резулуциските симулации е да се моделира секој борбен феномен, така што резултатите можат да бидат следени (преку математички формули и логика што може да се разбере и прифати како репрезентација на борбените акции) до одредено ниво на податоци за физичка претстава, или одредени специфични претпоставки за однесувањето. Постоенето на ваков механизам за следење и проверка е една од најголемите предности на добро дизајнираните високо-резулуциски модели. Ова овозможува да се изврши евалуација на суптилните разлики во вооружувањето, сензорите или тактиката, како и да се разбере зошто различните влезни податоци за параметрите водат кон подобрување (или деградација) на борбените способности.

Во рамките на трудов е презентираан еден од начините за моделирање на борбените дејства на ниво на ентитети и со висока резолуција. Се работи за модел на борбени дејства помеѓу две спротивставени страни базиран на теоријата на Маркови вериги, при што се воведуваат различни претпоставки поврзани со: аквизиција на целите, координација при селекција на целите и нанесување губитоци. Намената на ваквите модели е да се користат за симулација на ангажирањето на сили при изведување копнени дејства и дејства од воздушниот простор на копно. Основните поставки на ваквиот модел се дадени во литературата [2, 5, 8].

Во рамките на моделот, се претпоставува дека секоја борбена единица е хомогена (платформите – системите на вооружување од кои се лансира/истрелува проектил се од ист вид и се опремени со исто вооружување). Моделот ја следи трагата за веројатноста за бројот на преостанати платформи за секоја од страните во судирот и тоа може да се користи за предвидување на текот на процесот за нанесување губитоци и потрошувачка на вооружувањето во текот на борбената мисија, давајќи одредени параметри за системите на вооружување. Исто така, изведени се обичните диференцијални равенки (*Ordinary Differential Equation - ODE*) што ја апроксимираат динамиката на очекуваниот процес за нанесување губитоци.

Корисноста од примената на ваков модел се состои во тоа што резултирачките модели во просторот на состојбата (*state space models*), заедно со бројот на платформи, вооружувањето и локацијата на единиците како состојба, се корисни податоци при планирањето на мисии и реално-временската контрола на движењето на единиците и отварањето на оган.

Основни поставки на моделот

Следејќи го природот на редуција при моделирањето на борбените дејства, се разгледува динамиката на изведување борба што се состои во отварање оган (лансирање/истрелување проектили) помеѓу две спротивставени страни (сина и црвена). Секоја од страните во судирот е составена од платформи (системи на вооружување, како што се: тенкови, хеликоптери, авиони, артилериски орудија, ракетни лансери и слично), при што секоја платформа носи одредено вооружување (стрелчко, артилериско, ракетно, бомби и слично). Се претпоставува дека единиците се хомогени, односно дека сите платформи од едната страна се од исти вид и носат ист вид на вооружување, притоа противничките платформи и вооружувањето можат да бидат од друг (различен) вид. Бидејќи, единиците додека отвораат оган можат истовремено и да се движат, самата динамика е хибридна по природа, односно претставува комбинација на движење, што е детерминистичко и реално-временско, и нанесување губитоци (уништување на платформи), што се случува во дискретни временски точки и зависи од веројатноста (стохастички процес). И покрај тоа што е исправен процесот на градење симулациски модели за вакви хибридни процеси, со цел да се врши предвидување на процесот за нанесување губитоци и други статистички пресметки, сепак се препорачува да се гради модел со користење на детерминистички обични диференцијални равенки со цел да се дизајнираат законите за управување (*control laws*), како што е на пример користењето на диференцијалната теорија на игри. Еден од начините да се постигне компромис помеѓу верноста на физичкиот процес и математичката погодност е да се изврши апроксимација на еволуцијата на очекуваните вредности на хибридно-стохастичкиот модел преку модел со обични диференцијални равенки.

Поаѓајќи од четири различни збира на претпоставки поврзани со аквизицијата на целите и координацијата на нивната селекција, прво ќе се деривираат (изведат) модели на Маркови вериги на континуална транзиција за одредување на динамиката на платформите. Потоа, преку аналитичка пресметка на очекувањата, или преку примена на некои хеуристички аргументи, ќе се добијат приближни (апроксимативни) еволуциски равенки за очекувањата. Ефикасноста на апроксимацијата подоцна ќе биде тестирана преку симулациски експерименти.

При процесот на моделирање, за величините што им припаѓаат на “сината” (*Blue*) и на “црвената” (*Red*) страна ќе се користат ознаки со фуснота (*superscript*).^B и ^R, респективно. Ако не постои ваква ознака, тоа значи дека симболот се однесува на двете страни. На претпоставките што одговараат на одредена ситуација што се моделира ќе им претходи ознаката **M**. На поедноставените претпоставки, што се воведуваат поради математичка погодност, меѓутоа не се секогаш валидни, им претходи ознаката **S**. На постулатите, за кои се верува дека ја рефлектираат “природата на работите” и кои треба да задоволуваат одредено тврдење (освен во ретки исклучоци), им претходи ознаката **P**.

Варијабли на состојбата

Со воведување на лимитирањето, дека постои една “сина” и една “црвена” единица, нивните позиции ќе се означуваат со ξ^B и ξ^R , респективно, што претставуваат детерминистички величини. Бидејќи, бројот на платформи што се активни во одредено време ќе зависи од веројатноста нешто да се случи, за претпоставување на ваква ситуација се дефинираат две случајни варијабли:

$X^B(t) \stackrel{def}{=} \text{број на платформи во единицата на сината страна во времето } t;$

$X^R(t) \stackrel{def}{=} \text{број на платформи во единицата на црвената страна во времето } t.$

За овие две варијабли познати се иницијалните (почетни) вредности $X^B(0)=N^B$ и $X^R(0)=N^R$. Во било кој временски момент, командантите (или системот за раководење и командување) може да имаат увид само во **очекуваните вредности за број на платформи што ги поседуваат единиците на страните во судирот** (*expected values - E*), означени со:

$$\eta^B(t) \stackrel{def}{=} E[X^B(t)]$$

$$\eta^R(t) \stackrel{def}{=} E[X^R(t)]$$

$$\eta^B = [\eta^B, \eta^R]^T$$

Во текот на ангажирањето, секоја од платформите трага по непријателски платформи (на копно, во воздух и слично). Кога одредена платформа е лоцирана, идентификувана како непријателска и се одредени елементите со кои треба да се гаѓа (завршен е процесот на нишанење), тогаш се вели дека е извршена “аквизиција” на целта (*target is acquired*). Секоја единица поседува систем за управување (контрола) со интензитетот на оган $\nu \in [0, 1]$, чија вредност се одредува од страна на командантот на мисијата. Ова може да се интерпретира како фреквенција на отварање оган од одредено вооружување према поединечна “аквизирана” цел, односно веројатност да се отвори оган во ситуација кога целта е “аквизирана”.

После аквизицијата на целта, платформата истрелува плотун од s орудија (со веројатност ν). Се претпоставува дека големината (интензитетот) на плотунот, согледувајќи го секое поединечно вооружување и одреден вид противничка платформа, е предодредна преку обуката за употреба на вооружувањето што ја има поминатао операторот на платформата (командир/нишанџија на тенк, пилот на авион или хеликоптер и слично) и е во согласност со дадената борбена мисија.

Поради што, управувањето со интензитетот на огнот се врши преку детерминистички величини $\nu = \nu(t, \xi, \eta, \zeta)$.

Ако претпоставиме дека сина единица отвора оган кон црвена единица, нека **веројатноста за уништување** (*probability of kill*) **за секое вооружување** (од кое се отвара оган и со кое располага сината единица) биде:

$$P \{ \text{уништени цели / истрелани проектили} \} \text{ или } (P\{wkill^B / fired^B\})$$

Веројатноста дека целта ќе биде уништена кога отвора оган сината страна (при отварање оган со плутон од s^B орудија, под претпоставка дека се врши симултано истрелување/лансирање на проектили), изнесува:

$$P_k^B = P\{wkill^B / fired^B\} = \begin{cases} \left[1 - (1 - P\{wkill^B / fired^B\})^{s^B} \right] & \text{if } W^B(t) > 0, \\ 0 & \text{if } W^B(t) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Моделирање на различни начини на селекција на цели

Селекцијата на целите може да биде извршена на различни начини:

- некоординирана селекција на цели со независна аквизиција на цели;
- некоординирана селекција на цели со зависна аквизиција на цели;
- координирана селекција на цели со независно појавување на рунди без преклопување на доделените цели; и
- координирана селекција на цели со независно појавување на рунди со преклопување на доделените цели;

Овдека ќе биде подетално разработен случајот на некоординирана селекција на цели, доедека математичкото моделирање се изведува на сличен начин за останатите видови селекција.

Во случај на некоординирана селекција на цели, командирот на секоја платформа има слобода да врши избор на противничка цел (платформа) што ќе ја гаѓа (нападне), под претпоставка дека е извршена аквизиција на противничката цел. Аквизицијата на целта е стохастички процес, во чии рамки појавувањето на настани се одвива во неповрзани (неправилни) временски интервали и е независно. Ваквиот начин на согледување на процесот е прикладен за ситуација кога се појавуваат ретки (поединечни) цели, односно кога интензитетот на појавување на непријателски цели на бојното поле е мал и кога истите превземаат мерки за избегнување на детекцијата (маскирање).

Следните претпоставки можат да бидат земени предвид во ситуација на изведување оперции на копно и воздушно-копнени дејства, при користење на модерни електронски наведувани борбени средства и системи на вооружување:

MNCO (No Coordination) – пријателските платформи не комуницираат при селекција на цели (некоординирана селекција).;

MPKD (P_k depends on Distance) – веројатноста за уништување на целта зависи исклучиво од растојанието помеѓу единиците (растојание на кое се гаѓа);

MNWT (Neglible Weapon reach Time) – времето што е потребно за проектилот, ракетата, бомбата или друг вид вооружување да ја достигне целта не е значајно (неговото влијание врз погодувањето на целта може да се занемари).

Во случај на **MPKD** равенката (1) за веројатноста за уништување на целта ќе зависи од далечината помеѓу платформата и целта што се гаѓа, односно од растојанието помеѓу спротивставените единиците што се ангажирани во изведување борбени дејства. Ова може да се изрази преку функцијата $\psi: \mathbf{R} \rightarrow [0,1]$, што зависи од позицијата на секоја од единиците $\psi^B(\|\xi^B - \xi^R\|)$. Према тоа, веројатноста одредена платформа да уништи противничка цел, што и е нејзе доделена, изнесува $P_k \psi$.

Се дефинира функција за сината страна $\sigma: N \rightarrow \mathbf{R}$, како:

$$\sigma^B(m) = \begin{cases} 1 & m \geq \sigma_0^B, \\ \frac{m}{\sigma_0^B} & m < \sigma_0^B \end{cases} \quad (2)$$

Овдека, σ_0^B е вредност кога брзината на аквизиција на платформите од сината страна задоволува. Ако $\sigma_0^B = 1$, тогаш брзината на аквизиција не зависи од бројот на платформи.

Ако претпопоставиме дека сините единици отвараат оган кон црвените, нека α^B биде максималната брзина со која платформите од сината страна вршат аквизиција на цели од црвената страна. Ако е дадено дека $X^B(t) = n$ и $X^R(t) = m$ од **МРКД** во согласност со равенките (1) и (2), степенот на губитоци (*loss rate*) на црвените платформи поради дејство (отварање оган) од една од плавите платформи ќе биде:

$$\sigma^B(m)\lambda^R$$

$$\lambda^R \stackrel{\text{def}}{=} P_k^B \psi^B \left(\|\xi^B - \xi^R\| \right) \alpha^B \nu^B$$

Степенот на губитоци на црвените платформи поради дејство (отварање оган) од сите плави платформи ќе биде: $\sigma^B(m)\lambda^R(t)n$. Степенот на губитоци за сините платформи ќе биде $\sigma^R(m)\lambda^B(t)m$, што произлегува од симетријата.

Дефинирање на Маркови вериги

Врз база на однапред воведени претпоставки, може да се постулираат дводимензионални, нехомогени и со континуална транзиција Маркови вериги, со што ќе се опише динамиката на платформите. Притоа, просторот на состојбата (*state space*) ќе биде $\{0, \dots, N^B\} \times \{0, \dots, N^R\}$, со специфицирање на веројатностите за транзиција на состојбата (*state transition probabilities*) од времето t до времето $t+h$, каде h е инфинитезимала (бескрајно мала величина):

PDI (Disjoint intervals Independent) – бројот на губитоци во неповрзани временски интервали е независен;

РКВ (Kill Blue) – веројатноста да биде уништена само една плава платформа:

$$P \{ \text{exactly one Blue killed} \} =$$

$$= P \{ X^B(t+h) = n-1, X^R(t+h) = m \mid X^B(t) = n, X^R(t) = m \} =$$

$$= (m\sigma^R(n)\lambda^B(t) + n\beta^B)h + o(h)$$

РКР (Kill Red) – веројатноста да биде уништена само една црвена платформа:

$$P \{ \text{exactly one Red killed} \} =$$

$$= P \{ X^B(t+h) = n, X^R(t+h) = m-1 \mid X^B(t) = n, X^R(t) = m \} =$$

$$= (n\sigma^B(m)\lambda^R(t) + m\beta^R)h + o(h)$$

PMD (Multiple Deaths) – веројатност да дојде до истовремено уништување на две или повеќе платформи:

$$P \{ \text{two or more deaths} \} = \begin{cases} o(h) & n+m \geq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

PRE (REsurrection) – веројатност за “воскреснување”, односно поново појавување на веќе уништена (исфрлена од stroj платформа), преку нејзина поправка или оспособување на друг начин:

$$P \{ \text{resurrection} \} =$$

$$= P \{ X^B(t+h) > n \cup X^R(t+h) > m \mid X^B(t) = n, X^R(t) = m \} = 0$$

PND (No Death) – веројатност да не дојде до уништување:

$$\begin{aligned}
P \{no\ death\} &= \\
&= P\{X^B(t+h) = n, X^R(t+h) = m \mid X^B(t) = n, X^R(t) = m\} = \\
&= 1 - (m\sigma^R(n)\lambda^B(t) + n\beta^B + n\sigma^B(m)\lambda^R(t) + m\beta^R)h + o(h)
\end{aligned}$$

Користејќи ја стандардната нотација

$$\Pi_{n,m}(t) \stackrel{def}{=} P\{X^B(t) = n, X^R(t) = m\},$$

еволуцијата на состојбата на веројатностите е опишана преку следната диференцијална равенка:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt}\Pi_{n,m}(t) &= -[m\sigma^R(n)\lambda^B(t) + n\beta^B + n\sigma^B(m)\lambda^R(t) + m\beta^R]\Pi_{n,m} \\
&\quad + [m\sigma^R(n+1)\lambda^B + (n+1)\beta^B]\Pi_{n+1,m} \\
&\quad + [n\sigma^B(m+1)\lambda^R + (m+1)\beta^R]\Pi_{n,m+1}
\end{aligned} \quad (3)$$

каде временските аргументи се отфрлени поради краткотрајноста. Ако ги групираме сите компоненти на $\Pi_{n,m}$ во реден вектор Π , со елементи $(N^B + 1)(N^R + 1)$, претходната диференцијална равенка може да се напише како:

$$\frac{d}{dt}\Pi(t) = \Pi(t)Q(t) \quad (4)$$

каде што Q се нарекува *матрица на брзината на транзиција* или *инфинитезимален генератор на процесот*.

Евалуација на очекуваните резултати

Овдека ќе бидат изградени модели со користење на детерминистички обични диференцијални равенки (*ordinary differential equation - ODE*) што ја апроксимираат еволуцијата на очекуваниот број на платформи за секој од претходните стохастички модели. Притоа, самоуништувањето ќе биде игнорирано ($\beta = 0$), бидејќи лесно може да се инкорпорира во резултирачките модели како дополнителен фактор.

Еволуција на очекуваниите резултати за некоординирана селекција на цели

Модел 1: Независна аквизиција на цели

При независна аквизиција на цели, имаме дека $\sigma = 1$. Во ваква ситуација, се добива еволуција на очекуваниот број на сини платформи, со користење на равенката (3) и со примена на дополнителна алгебра се добива:

$$\begin{aligned}
\dot{\eta}^B(t) &= \frac{d}{dt} \sum_{n=0}^{N^B} \sum_{m=0}^{N^R} n \Pi_{n,m}(t) \\
&= -\lambda^B(t) \eta^R(t) + \lambda^B(t) \sum_{m=1}^{N^R} m \Pi_{0,m}(t)
\end{aligned} \quad (4)$$

Слично, се добива еволуција на очекуваниот број на црвени платформи:

$$\begin{aligned}
\dot{\eta}^R(t) &= \frac{d}{dt} \sum_{n=0}^{N^B} \sum_{m=0}^{N^R} m \Pi_{n,m}(t) \\
&= -\lambda^R(t) \eta^B(t) + \lambda^R(t) \sum_{n=1}^{N^B} n \Pi_{n,0}(t)
\end{aligned} \quad (5)$$

Вторите изрази во (4) и (5) кореспондираат со ситуација кога постои нула преживевани платформи во одредено време t . Оваа веројатност, за секоја од страните, ќе биде мала на почетокот од ангажирањето, меѓутоа може да почне да расте подоцна. Еден од начините за апроксимација на еволуцијата е да се напуштат овие услови, а ова ќе доведе до детерминистички обични диференцијални равенки (ODE) што ќе ги апроксимираат очекуваните вредности за платформите како:

$$\dot{\hat{\eta}}^B = -\hat{\eta}^R P_k^R \psi^R \nu^R \alpha^R, \quad (6)$$

$$\dot{\hat{\eta}}^R = -\hat{\eta}^B P_k^B \psi^B \nu^B \alpha^B. \quad (7)$$

Овие равенки се слични со Ланчестеровиот модел за отварање директен оган (за што ќе стане подоцна збор во рамките на агрегираните модели на борбени дејства), при што степенот на нанесување губитоци се добива директно од карактеристиките на вооружувањето и системот за набљудување (откривање на цели).

Модел 2: Зависна аквизиција на цели

За ваков случај, аналитичкото решение, повторно со користење на равенката (3), води кон следниот израз:

$$\dot{\hat{\eta}}^B = -\frac{1}{\sigma_0^R} \lambda^B E[X^B X^R] \quad (8)$$

За да се изрази десната страна на равенката со користење само на очекуваните вредности, разгледувајќи кратки интервали $[t, t+\Delta t]$, во кои степенот на губитоци на сината страна е апроксимиран со:

$$m\sigma^R(n)\lambda^B \approx \hat{\eta}^R \sigma^R \left(\hat{\eta}^B \right) \lambda^B = \hat{\eta}^R \hat{\eta}^B \frac{1}{\sigma_0^R} \lambda^B.$$

Тогаш, губитоците на сината страна се пресметуваат како:

$$\hat{\eta}^B(t + \Delta t) = \hat{\eta}^B(t) - \hat{\eta}^R(t) \hat{\eta}^B(t) \frac{1}{\sigma_0^R} \lambda^B(t) \Delta t,$$

со земање предвид на лимитот $\Delta t \rightarrow 0$, ќе се добие:

$$\dot{\hat{\eta}}^B = -\hat{\eta}^B \hat{\eta}^R P_k^R \psi^R \nu^R \frac{\alpha^R}{\sigma_0^R}. \quad (9)$$

Слично, за црвената страна ќе се добие:

$$\dot{\hat{\eta}}^R = -\hat{\eta}^R \hat{\eta}^B P_k^B \psi^B \nu^B \frac{\alpha^B}{\sigma_0^B}. \quad (10)$$

Ваквите равенки се слични со Ланчестеровите равенки за отварање на оган по површински цели (*area fire*).

Еволуција на очекуваниите резултати за координирана селекција на цели

Модел 3: Без преклопување на цели

Еден од начините (груб) за апроксимација на очекуваните вредности е да се користат очекувани вредности за извршените истрели и за процесот на настанување на рундите.

Во рамките на секоја рунда двете страни имаат минимум (η^B, η^R) доделувања на цели, така што ќе се очекува црвената страна да изгуби минимум $(\eta^B, \eta^R) P_k^B \psi^B v^B$ платформи, додека сината страна ќе изгуби минимум $(\eta^B, \eta^R) P_k^R \psi^R v^R$ платформи во секоја рунда. Во временски интервал што трае Δt , очекуваниот број на рунди е $\rho \Delta t$. Под претпоставка дека во текот на рундите η^B и η^R не се менуваат значително (ваквата претпоставка често може да биде пореметена), може да се изврши следната апроксимација:

$$\hat{\eta}^B(t + \Delta t) = \hat{\eta}^B(t) - \rho \Delta t \min \left(\hat{\eta}^B, \hat{\eta}^R \right) P_k^R \psi^R v^R.$$

Потоа, со земање предвид на лимитот $\Delta t \rightarrow 0$, ќе се добие еволуциска равенка за очекуваниот број на сини платформи:

$$\dot{\hat{\eta}}^B(t) = - \min \left(\hat{\eta}^B, \hat{\eta}^R \right) P_k^R \psi^R v^R \rho. \quad (11)$$

Да претпоставиме дека сината страна има предност во бројноста (поседува поголем број системи на вооружување во однос на црвената). Тогаш (11) е иста како за Моделот 1 (равенката (6)), ако брзината за аквизиција на цели е еднаква на времето за појавување на рундите. Во ваква ситуација, синиот ќе трпи подеднакви губитоци, додека црвениот ќе трпи помалку, во споредба со Моделот 1 (некоординиран, независен случај).

Ако постои потреба да се замени изразот $\min \left(\hat{\eta}^B, \hat{\eta}^R \right)$ со поравномерна

функција, една од можностите е да се користи:

$$\frac{\min \left(\hat{\eta}^B, \hat{\eta}^R \right)}{\hat{\eta}^B} = \min \left(\frac{\hat{\eta}^R}{\hat{\eta}^B}, 1 \right) \approx 1 - e^{-2 \frac{\hat{\eta}^R}{\hat{\eta}^B}}.$$

На таков начин се добива:

$$\dot{\hat{\eta}}^B(t) = - \hat{\eta}^B \left[1 - e^{-2 \frac{\hat{\eta}^R}{\hat{\eta}^B}} \right] P_k^R \psi^R v^R \rho. \quad (12)$$

Сепак, воочено е дека ваквата замена резултира во слаба апроксимација кога едната од силите има супериорност во бројноста на силите.

Модел 4: Со ѝреклойување на цели

Да претпоставиме дека сина единица отвара оган врз црвена единица. Просечниот број на истрели по платформа што ќе ги трпи црвената единица изнесува n/m . Во секоја рунда, очекуваните губитоци на црвената страна во сумата од очекувани губитоци во групите “ f^B ” и “ $f^B + 1$ ” изнесува:

$$\left[m(f^B + 1) - n \left[1 - (1 - P_k^B \psi^B \nu^B)^{f^B} \right] \right] + (m - mf^B) \left[1 - (1 - P_k^B \psi^B \nu^B)^{f^B + 1} \right]$$

Ако $n \geq m$, може да се апроксимира f^B преку n/m , со што претходната количина се поедноставува на:

$$m \left[1 - (1 - P_k^B \psi^B \nu^B)^{\frac{n}{m}} \right].$$

Ако $n < m$, тогаш $f^B = 0$. Следејќи ја истата логика како во претходниот случај, се добива:

$$\dot{\hat{\eta}}^R(t) = - \min \left(\hat{\eta}^B, \hat{\eta}^R \right) \left[1 - (1 - P_k^B \psi^B \nu^B)^{\min \left(\frac{\hat{\eta}^B}{\hat{\eta}^B, \hat{\eta}^R} \right)} \right] \rho. \quad (13)$$

Софтверско решение за моделирање на различни сценарија изработено со помош на програмскиот пакет MATLAB

Софтверското решение за моделите на борбени дејства изведено е со помош на програмскиот пакет MATLAB. Изборот на овај софтверски пакет беше базиран на фактот, што флексибилниот, интерактивен MATLAB јазик со проширените нумеричко-пресметувачки методи и графика, овозможува едноставно тестирање и истражување на алтернативните идеи, додека интегрираната развојна околина овозможува добивање брзи резултати.

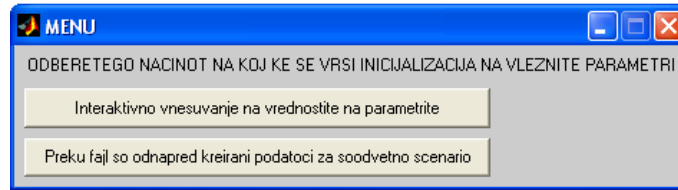
Структурата на софтверското решение ја сочинуваат следните целини:

- иницијализација на влезните параметри;
- избор на моделот – начинот на кој се врши селекција и аквизиција на цели;
- решавање на диференцијалните равенки за различни сценарија; и
- графички приказ на резултатите од борбените дејства.

Веднаш при стартувањето на програмата се појавува дијалог прозорец за избор на начинот на кој ќе се врши иницијализација на влезните параметри за симулацијата (Слика 1). Изборот се врши со кликање на дугмето на кое е наведена опцијата.

Ако се избере опцијата за инетарктивно внесување на податоците, тогаш се појавува низ од интерактивни менија преку кои се иницијализираат вредностите на параметрите за двете спротивставени страни (за што ќе стане збор подолу во текстот). Ако се избере опцијата за вчитување на податоците од претходно креиран фајл, тогаш треба да се креира фајл што ги содржи

вредностите за сите потребни параметри за соодветно сценарио. Фајлот може да се креира во било кој текст едитор, а податоците се во форма на нумерички запис.



Слика 1 - Мени за избор на начинот на кој ќе се врши иницијализација на влезните параметри за симулацијата

За изведување на симулацијата треба претходно да се одредат и внесат вредностите за повеќе влезни параметри. При интерактивен внес на податоците, последователно се јавуваат менија преку кои се внесуваат конкретните податоци. Влезните параметри за кои треба да се одредат вредностите за да може успешно да се изврши симулацијата се следни:

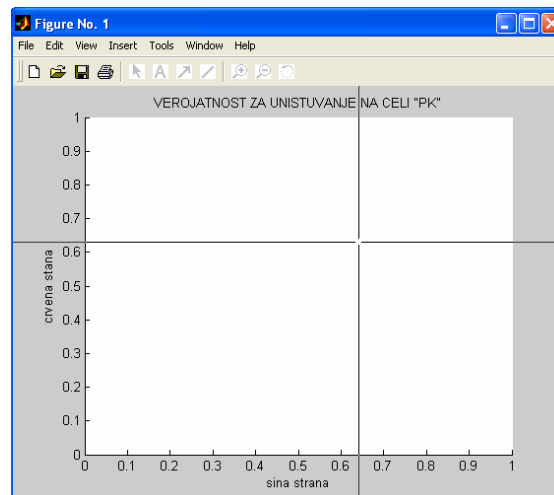
⇒ Број на платформи што се наоѓаат на почетокот ги поседуваат страниите во судирот:

$X^B(t)$ = број на платформи во единицата на сината страна во времето t ;

$X^R(t)$ = број на платформи во единицата на црвената страна во времето t .

⇒ Време на прејдење на симулацијата (t_{kon});

Следните параметри што треба да се иницијализираат се во форма на веројатности $[0,1]$, притоа симултано треба да се внесат вредности за соодветниот параметар за "сината" и за "црвената" страна (Слика 2).



Слика 2 – Интерактивно мени за иницијализација на влезните параметри

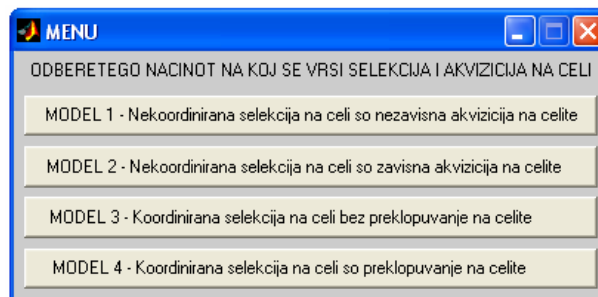
⇒ Веројатности за погодување на целта (Probability of hit - P_h^B, P_h^R) и веројатности за уништување на целта (Probability of kill - P_k^B, P_k^R).

Бидејќи врз веројатноста за погодување на целта влијаат голем број фактори (како што се: далечината до целта, маскирањето, користењето на сензори, бројот и видот на вооружувањето што се наоѓа на платформата, карактеристиките на

системот за управување со оган, начинот на аквизиција и селекција на цели, брзината на гаѓање и слично), одредувањето на истата е доста комплицирано. Поради тоа, софтверот нуди можност да се внесе вредност "1" за оваа веројатност, односно да се претпостави дека целта секогаш се погодува, а потоа да се внесат веројатностите за влијанието на останатите параметри врз процесот на гаѓање. Тоа се следните веројатности (чиј вредности интерактивно се внесуваат како влезни параметри за симулацијата):

- ⇒ Веројатност за влијание на растојанието и позицијата на единиците (ψ);
- ⇒ Веројатност за интензитетот на отварање оган (ν);
- ⇒ Веројатност за степен на самоуништување (β);
- ⇒ Веројатност за брзината на аквизиција на целите (α);
- ⇒ Веројатност за брзината на појавување на рундите
- ⇒ Веројатност за задоволување на брзината на аквизиција на цели (σ);

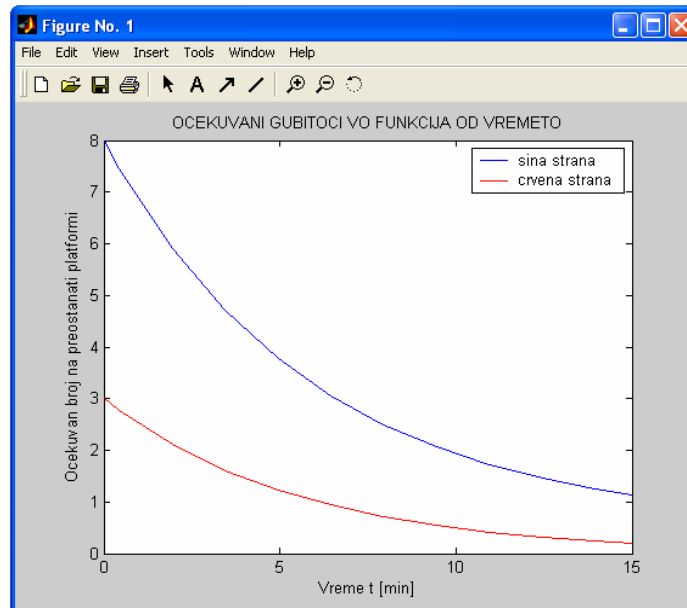
Софтверското решение нуди можност преку мени да се изврши избор на моделот што најмногу одговара на конкретниот случај на изведување на борбените дејства, односно избор на моделот во согласност со начинот на селекција и аквизиција на целите (Слика 3).



Слика 3 – Мени за избор на моделот за изведување на борбените дејства

Пресметката за различни сценарија се состои во решавање на апроксимативните обични диференцијални равенки (*Ordinaru Diferencial Equation - ODE*), што ја апроксимираат динамиката на очекуваниот процес за нанесување губитоци ($\hat{\eta}$). Решавањето на овие диференцијални равенки е извршено со користење на посебен MATLAB модул кој содржи дополнителни функции за решавање и оптимизација на нелинеарни равенства (*Оптимизацион Тоолбоц*). Се работи за функции што при решавање на диференцијални равенки имплементираат нумерички методи на интеграција.

После иницијализацијата на почетните вредности на параметрите и изборот на соодветниот модел, како резултат од нумеричката интеграција се добива решение за динамиката на очекуваниот процес за нанесување губитоци ($\hat{\eta}$). Преостанатиот број платформи од двете страни во судирот во функција од времето се прикажува во форма на дијаграм (Слика 4). Со помош на ваквиот дијаграм може да се врши анализа на текот на борбените дејства.



Слика 4 - Графички приказ на резултатите од симулацијата на борбено дејство

Изведување симулациски експерименти со помош на моделот

Во рамките на трудов презентирани е конкретен пристап за подобрување на едукацијата и оперативната обука на воени лидери, преку фокусирање врз интуицијата за динамиката на одвивање на борбени дејства и останати сложени социо-технички процеси. Ваквиот пристап во литературата е познат како “интуиција за борбената динамика” (*Combat Dynamic Intuition – CDI*), што подразбира способност за интуитивно разбирање на можните последици (резултати) од инхерентната динамика при овладување со одредена ситуација, како и донесување одлуки со цел да се реагира во согласност со одредена ситуација.

Врз база на дизајнот и софтверското решение за симулациски модел, изведени се симулациски експерименти со користење на моделот за различни борбени сценарија. Ваквите сценарија, понатака се искористени за дизајнирање на практичен експеримент за евалуација на можностите за примена на симулацискиот модел во обуката на младите воени лидери, во рамките на минималистичкиот пристап на симулациски подржувана обука. Експериментот се изведе со група питомци од завршната година на студиите на Воената академија - слушатели на “Курс за командири на водови – воени лидери”.

Замислата за изведување на експериментот се состоеше во тоа што прво на слушателите им беше дадено да решаваат тактички задача према одредени сценарија на класичен начин, а потоа да решаваат слични тактички задачи (према други сценарија), при што во процесот на нивната обука и во текот на процесот за донесување одлуки се користеше дизајнираниот симулациски модел. Преку презентација, анализа, дискусија и споредба на резултатите постигнати на двата начина на работа во текот на решавањето на тактичките задачи, како и со користење на одредени инструменти и методолошки техники во емпириското истражување, беше извршена евалуација и изведени одредени заклучоци поврзани со корисноста од примена на симулацискиот модел и минималистичкиот пристап во симулациски подржуваната обука на воени лидери.

Преку евалуацијата на резултатите од експериментот потврдена е хипотезата дека примената на симулацискиот модел во рамките на обуката на воени лидери и неговата примена како инструмент за поддршка во текот на процесот за донесување одлуки претставува современ и ефикасен метод со кој се подига квалитетот на обуката, се олеснува процесот за донесување одлуки и се зголемува ефективноста (квалитетот на донесените одлуки). Исто така, при евалуацијата на експериментот согледано е позитивното мислење што испитаниците го изградиле во однос на примената на симулациски модели и останати форми на симулациска поддршка во рамките на обуката на воени лидери. Задоволството на учесниците не беше последица само на фактот дека тие виделе и учествувале во нешто ново, интересно и различно од она што веќе го виделе. Тоа задоволство е последица на свесноста дека преку примената на симулациските методи и технологии во рамките на воената обука тие ќе можат да стекнат и поседуваат квалитетни знаења и вештини.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Caldwell, B., Hartman, J., Parry, S., Washburn, A., Youngren, M. (2000), *Aggregated Combat Models*, Operations Research Department, Naval Postgraduate School, Monterey, California, USA.
- [2] Technology for the United States Navy and Marine Corps 2000-2035, Becoming a 21st-Century Force: *Volume 9: Modeling and Simulation*, http://www.nap.edu/html/tech_21st/msindex.htm
- [3] Bakken, B.T., Gillijam, M., Bakken, B.E. (2001), *Improving Combat Dynamic Intuition – The Minimalist Approach*, Paper presented at the RTA/MSG Conference on “Future Modelling and Simulation Challenges”, held in Breda, Netherlands, 12-14 November, 2001.
- [4] Bakken, B.T. et al. (2001), *An experiment on minimalist decision training (Technical report – forthcoming)*, Norwegian Defence Research Establishment (FFI), Kjeller, Norway.
- [5] Tunay, I., Goodwin, J., Mukai, H. (2000), “*Markov Chain Combat Models for Attrition Prediction and Mission Control*”, Department of Systems Science and Mathematics, Washington University, Washington, USA, www.ssm.wustl.edu/Publications/ilker.pdf
- [6] Buss, A., Jackson, L.A. (1997), *Standard Army Modeling and Simulation Objects: Interim Report*, US Army TRADOC Analysis Center – Montarey, California, USA.
- [7] Stockfish, J.A.(1975), *Models, Data and War: A Critique of the Study of Conventional Forces*, Report R-1526-PR, RAND Corporation.
- [8] Dupuy, T.N. (1995), *Attrition: Forecasting Battle Casualties and Equipment Losses in Modern War*, Falls Church, Virginia: Nova, USA.
- [9] Sean, N.P., Mc Bride, D.K., Venkat, S. (2000), *Computer Generated Forces Based on Tactical Application of Principles of Combat Survivability*, Paper presented at the RTO NMS Conference on “The Second NATO Modeling and Simulation Conference, held in Shrivenham, UK, 24-26 October 2000, and published in MP-071.
- [10] Olson, W.K. (1994), *Military Operation Research Analyst's Handbook Volume I*, The Military Operations Research Society, Alexandria, Virginia, USA.
- [11] Ehrhart, L.S., Bigbee, A.J. (1999), *Co-Evolving C2 Organizational Processes, Decision Support Technology and Education/Training: The Role Of Evaluation and Cognitive Systems Engineering*, Paper presented at the RTO SAS Symposium on "Modelling and Analysis of Command and Control", held at Issy les Moulineaux, France, 12-14 January 1999, and published in RTO MP-38.