

ISBN: 978-602-98559-2-0

# PROSIDING SEMINAR

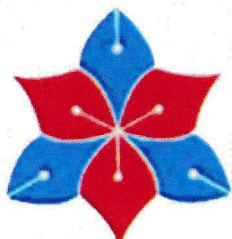
**Bidang Matematika dan Informatika**

**SEMINAR DAN RAPAT TAHUNAN**

**BIDANG ILMU MIPA 2013**

**BKS PTN BARAT**

**Universitas Lampung, 10-12 Mei 2013**



**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS LAMPUNG**

**Universitas Lampung, 10-12 Mei 2013**

**Didukung oleh:**



# PROSIDING

## SEMINAR DAN RAPAT TAHUNAN

Bidang MIPA BKS PTN Wilayah Barat Tahun 2013  
Bandar Lampung, 10 - 12 Mei 2013

ISBN 978-602-98559-2-0

### *Dewan Penyunting*

Warsito  
Sutopo Hadi  
Tati Suhartati  
Simon Sembiring  
Mulyono  
Muslim Ansori  
Mustofa Usman  
Kurnia Muludi  
Endang Linirin W  
Sumardi  
Buhani  
Suripto Dwi Yuwono  
Jani Master  
Sugeng Sutiarmo  
Abdurrahman  
Nismah Nukmal

### *Penyunting Pelaksana*

Heri Satria  
Kamisah D Pandiangan  
Elly Lestari  
Febriandi Hasibuan  
Rifqi Almusawi R



Diterbitkan oleh FMIPA Universitas Lampung  
Bandar Lampung

Penyunting: Warsito dkk.  
ISBN 978-602-98559-2-0  
Cetakan Pertama, Tahun 2013  
©copyright FMIPA Unila

## DAFTAR ISI

	Halaman
KATA PENGANTAR	i
DAFTAR ISI	ii
 PEMBENTUKAN RING FAKTOR PADA RING DERET PANGKAT TERITLAK MIRING <i>Ahmad Faisol</i>	 1-5
 PENGARUH PENDEKATAN RME DAN KEMANDIRIAN BELAJAR TERHADAP KEMAMAMPUAN MATEMATIS SISWA <i>Ahmad Fauzan dan Yerizon</i>	 7-14
 ESTIMASI TINGKAT KEMATIAN BAYI DAN HARAPAN HIDUP BAYI PROVINSI LAMPUNG TAHUN 2005 DENGAN MENGUNAKAN METODE TRUSSEL <i>Ahmad Iqbal Baqi</i>	 15-20
 PENGOLAHAN CITRA DIJITAL PENYAKIT TANAMAN PADI MENGUNAKAN METODE MAKSIMUM ENTROPY <i>Aidil fitriansyah</i>	 21-24
 TAKSIRAN PARAMETER DISTRIBUSI WEIBULL DENGAN MENGUNAKAN METODE MOMEN DAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD <i>Arisman Adnan, Eka Meri Kristin, Sigit Sugiarto</i>	 25-28
 PENERAPAN ALGORITMA GENETIKA PADA PERINGKASAN TEKS DOKUMEN BAHASA INDONESIA <i>Aristoteles</i>	 29-34
 GRAF LOBSTER BERBILANGAN KROMATIK LOKASI EMPAT <i>Asmiati</i>	 35-38
 PENGUNAAN METODE ARIMA UNTUK MERAMALKAN JUMLAH WISATAWAN MANCANEGERA YANG DATANG KE SUMATERA UTARA MELALUI FASILITAS BANDARA INTERNASIONAL POLONIA MEDAN <i>Atus Amadi Putra, Arija Ardial</i>	 39-46
 METODE FINITEDIFFERENCE INTERVAL UNTUK MENYELESAIKAN PERSAMAAN PANAS <i>Aziskhan, Mardhika W.A, Syamsudhuha</i>	 47-54
 INVESTIGASI NILAI BARISAN INTEGRAL DARI PELL DAN PELL- LUCAS POLINOMIAL <i>Baki Swita</i>	 55-60
 MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA SISWA KELAS XSMA ADIGUNA BANDAR LAMPUNG MELALUI MODELPEMBELAJARAN INVESTIGASI KELOMPOK <i>Buang Saryantono</i>	 61-68

FILTERKALMAN DETERMINISTIK PADA INTERVAL SEMI-INFINITE <i>Budi Rudianto, Narwen</i>	69-72
TEOREMA JACOBSON DENSITY <i>Budi Santoso, Fitriani, Ahmad Faisol</i>	73-82
SOLUSI NUMERIK SISTEM PERSAMAAN NONLINIERDENGAN MENGGUNAKAN METODE HOMOTOPY <i>Bukti Ginting</i>	83-88
ISOMETRI TERHADAP GEOMETRI INSIDENSI TERURUT <i>Damay Lisdiana, Muslim Ansori, Amanto</i>	89-94
PERBANDINGAN PERHITUNGAN JUMLAH PENDUDUK TAHUNAN DENGAN INTERPOLASI SPLINE DAN SIMULASI ASUMSI GOMPERTZ <i>Des Alwine Zayanti</i>	95-100
KETERHUBUNGAN SUATU GRAF DIPANDANG DARITEOREMA WHITNEY DAN TEOREMA MENGER <i>Devi Octaria Siahaan, Wamiliana, dan Fitriani</i>	101-108
IDENTIFIKASI GAYA BELAJAR DAN PENGARUHNYA TERHADAP HASI BELAJAR SISWA PADA MATERI KUBUS DAN BALOK DI KELAS VIII SMPN 2 KERINCI <i>Dewi Iriani, Mutia Len</i>	109-114
PENGGUNAAN VEDICS MATHEMATICS DALAM OPERASI PEMANGKATAN BILANGAN <i>Dewi Murni, Vivi Angriani</i>	115-120
PENGGUNAAN MICROSOFT POWERPOINT UNTUK MENGAKTIFKAN MAHASISWA PADA MATA KULIAH KALKULUS INTEGRAL PROGRAM PAGMIPABI <i>Dewi Rahimah, S.Pd., M.Ed.</i>	121-126
ANALISIS TINGKAT KEPUASAN MAHASISWA TERHADAP PELAYANAN BIMBINGAN TUGAS AKHIR DI JURUSAN MATEMATIKA FAKULTAS MIPA UNIVERSITAS SRIWIJAYA <i>Dian Cahyawati S., Sugandi Yahdin, Yulia Puspitasari</i>	127-130
PEMBENTUKAN HAMILTONIAN CYCLE PADA DOUBLE LOOP NETWORKS <i>Dina Fitri Aliana, Wamiliana dan Fitriani</i>	131-140
APLIKASI HOMOTOPY ANALYSIS METHOD (HAM) PADA PDB SEDERHANA <i>Dorrah Azis</i>	141-144
PERANCANGAN PROTOTIPE AWAL MODEL PEMBELAJARAN GEOMETRI BERBASIS PENDIDIKAN MATEMATIKA REALISTIK <i>Dr. Edwin Musdi, M.Pd</i>	145-160
SIMULASI MODEL POPULASI NYAMUKDENGAN FUNGSI KARAKTERISASI HABITAT <i>Efendi</i>	161-166
PERANCANGAN SISTEM INFORMASI GEOGRAFIS (SIG) BERBASIS WEB UNTUK PENYEDIAAN INFORMASI FASILITAS DAN PERSONALIA DI UNIVERSITAS LAMPUNG <i>Eko Priyanto, Kurnia Muludi dan Anie Rose Irawati</i>	167-172

MODEL PERTUMBUHAN BENEFITASURANSI JIWA BERJANGKA MENGUNAKAN DERET MATEMATIKA <i>Endang Sri Kresnawati</i>	173-178
<b>MODEL SPASIAL BAYES DALAM PENDUGAAN AREA KECIL DENGAN PEUBAH RESPON BINER</b> <i>Etis Sunandi, Khairil A Notodiputro, Anik Djuraidah</i>	<b>179-184</b>
KLUSTERING DATA EKSPRESI GEN DENGAN METODA- METODA BERBASIS DEKOMPOSISI NILAI SINGULAR STUDI KASUS: DATA EKSPRESI GEN KANKER PARU <i>Evi Noviani, Yoga Satria Putra, Kuntjoro Adji Sidarto</i>	185-192
ANALISA ALGORITMA PEMAHAMAN KALIMAT PADA <i>ALICE CHATBOT</i> DENGAN MENGGUNAKAN <i>ARTIFICIAL INTELLIGENCE MARKUP LANGUAGE (AIML)</i> <i>Evfi Mahdiyah, Yanti Andriyani</i>	193-202
METODE ORDINARY KRIGING BLOK PADA PENAKSIRAN KETEBALAN CADANGAN BATUBARA (STUDI KASUS : DATA KETEBALAN BATUBARA PADA LAPANGAN EKSPLORASI X) <i>Fachri Faisal</i>	203-208
PROSES <i>DATA MINING</i> DALAM MENINGKATKAN SISTEM PEMBELAJARAN PADA PENDIDIKAN SEKOLAH MENENGAH PERTAMA <i>Fatayat, Joko Risanto</i>	209-216
SISTEM PENCARIAN DATA TEKS DENGAN MENGGUNAKAN METODE KLASIFIKASI ROCCHIO(STUDI KASUS:DOKUMEN TEKS SKRIPSI) <i>Favorisen Rosyking Lumbanraja</i>	217-224
PENGARUH PENDEKATAN PENDIDIKAN REALISTIK MATEMATIKA DALAMMENINGKATKAN KEMAMPUAN KOMUNIKASI MATEMATISSISWA SEKOLAH DASAR <i>Fitriana Rahmawati</i>	225-238
SYARAT PERLU SUATU MODUL MERUPAKAN MODUL DISTRIBUTIF LEMAH DAN RING ENDOMORFISMA DARI MODUL DISTRIBUTIF LEMAH <i>Fitriani</i>	239-246
PENAKSIR MAKSIMUM LIKELIHOOD DENGAN METODE ITERASI NEWTON - RAPHSON <i>Haposan Sirait dan Rustam Efendi</i>	247-252
ASURANSI PENSIUN NORMAL PADA STATUS HIDUP GABUNGAN <i>Hasriati, Aziskhan, Miftahul Jannah</i>	253-256
EFEKTIVITAS PENERAPAN PENDEKATAN KONTEKSTUAL DALAM MENINGKATKAN KEMAMPUAN PEMECAHAN MASALAH MATEMATIKA SISWA KELAS VIII SMPN 9 PADANG <i>Hastuti Febrianti, Armiami, Mukhni</i>	257-264
MODEL REGRESI LOGISTIK KELAS LATEN PADAPERFORMA STUDI PENERIMA BEASISWA <i>Henry Kurniawan</i>	265-274

## MODEL SPASIAL BAYES DALAM PENDUGAAN AREA KECIL DENGAN PEUBAH RESPON BINER

Etis Sunandi<sup>1)</sup>, Khairil A Notodiputro<sup>2)</sup>, Anik Djuraidah<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup> Jurusan Matematika FMIPA Universitas Bengkulu

<sup>2)</sup> Jurusan Statistika, FMIPA, IPB

<sup>1)</sup> etiss18@gmail.com

**Abstrak.** Model-model dalam pendugaan area kecil mengasumsikan bahwa pengaruh acak galat area saling bebas. Namun dalam beberapa kasus, asumsi ini sering dilanggar. Penyebabnya adalah keragaman suatu area dipengaruhi area sekitarnya, sehingga efek spasial dapat dimasukkan ke dalam pengaruh acak area. Rao (2003) menyatakan bahwa salah satu model dalam pendugaan area kecil yang dapat dipengaruhi oleh efek spasial adalah model Logit-Normal. Model tersebut digunakan untuk menduga proporsi melalui metode Bayes berhirarki (*Hierarchical Bayes/BB*). Tujuan pertama dari penelitian ini adalah mengembangkan metode Bayes untuk data peubah respon biner dengan menambahkan efek spasial. Tujuan selanjutnya adalah membandingkan sifat-sifat statistik penduga proporsi Logit-Normal Bayes berhirarki dengan pembobot spasial tetangga terdekat (BB1) dan model Logit-Normal Bayes berhirarki tanpa pembobot spasial (BB2). Studi kasus dilakukan pada data simulasi. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pengaruh spasial dapat memperbaiki pendugaan parameter pada area kecil yang diindikasikan dengan nilai menurunnya nilai *Root mean Square Error/RMSE* (29%). Bila dilihat dari rata-rata persentase bias relatif (*Rbias*), BB1 memiliki nilai *Rbias* lebih kecil yaitu sebesar 33.36%. sedangkan *Rbias* BB2 sebesar 44.54%. Sehingga dapat disimpulkan penduga proporsi Logit-Normal Bayes berhirarki dengan pembobot spasial tetangga terdekat lebih baik daripada penduga proporsi Logit-Normal Bayes berhirarki tanpa pembobot spasial.

**Kata Kunci :** Proporsi Bayes berhirarki, pendugaan area kecil, pembobot spasial

### PENDAHULUAN

Pendugaan area kecil merupakan suatu metode statistika untuk menduga parameter pada suatu subpopulasi dengan jumlah contohnya berukuran kecil atau bahkan tidak ada. Metode ini memanfaatkan data dari domain besar untuk menduga peubah yang menjadi perhatian pada domain yang lebih kecil. Statistik area kecil (*small area statistic*) telah menjadi perhatian para statistisi dunia secara sangat serius sejak sepuluh tahun terakhir ini [1].

Menurut Russo *et al.* tahun 2005 [2] pendekatan klasik untuk menduga parameter area kecil didasarkan pada aplikasi model desain penarikan contoh dan dikenal sebagai metode pendugaan langsung. Kelemahan metode ini pada

subpopulasi adalah tidak memiliki presisi yang memadai yang disebabkan oleh kecilnya jumlah contoh yang digunakan untuk memperoleh dugaan tersebut. Oleh karena itu, dikembangkan metode pendugaan secara tidak langsung. Tujuan dari metode pendugaan ini adalah untuk meningkatkan keefektifan ukuran contoh dan menurunkan keragaman sehingga lebih akurat. Menurut Lahiri (2008) dalam Sadik (2009) [3], metode pendugaan tidak langsung pada area kecil pada dasarnya memanfaatkan kekuatan area sekitar dan sumber data di luar area yang statistiknya ingin diperoleh.

Model-model dalam pendugaan area kecil mengasumsikan bahwa pengaruh acak galat area saling bebas. Namun dalam beberapa kasus, asumsi ini sering dilanggar.



Penyebabnya adalah keragaman suatu area dipengaruhi area sekitarnya, sehingga efek spasial dapat dimasukkan ke dalam pengaruh acak. Efek spasial merupakan hal yang lazim terjadi antara satu area dengan area yang lain, ini berarti bahwa area yang satu mempengaruhi area lainnya. Dalam statistika, model yang dapat menjelaskan hubungan antara suatu area dengan area sekitarnya adalah model spasial

Penelitian ini membentuk model spasial Bayes pada pendugaan daerah kecil dengan model Logit-Normal. Penelitian ini akan menggunakan peubah respon yang menyebar menurut Binomial (Logit) dan pengaruh area yang menyebar menurut distribusi Normal. Hal ini yang mendasari pemakaian Model Logit-Normal.

Penelitian ini bertujuan mengembangkan metode Bayes berhirarki khusus untuk data peubah respon biner dengan menambahkan pengaruh spasial. Tujuan selanjutnya adalah membandingkan sifat-sifat statistik penduga proporsi Logit-Normal Bayes berhirarki dengan pembobot spasial tetangga terdekat (BB1) dan model Logit-Normal Bayes berhirarki tanpa pembobot spasial (BB2)

## METODOLOGI PENELITIAN

Studi kasus dilakukan pada data simulasi. Simulasi digunakan untuk mengetahui berbagai karakteristik pendugaan pada beberapa pembobot spasial yang berbeda pada Model Logit-Normal Bayes berhirarki berdasarkan pendugaan area kecil. Penelitian ini menggunakan bahasa pemrograman R 2.11.2.

### Model Spasial Otoregresif Bersyarat (Conditional Autoregressive/ Car)

Menurut Banerjee *et al.* (2004) [4], CAR didefinisikan sebagai model spasial yang menyebar Normal. Model CAR

pengaruh acak  $v_i$  bergantung pada pengaruh area lain. Untuk diskrinasi bersama  $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_m)$  diperoleh  $\mathbf{v} \sim N_m(\mathbf{0}, (I - \rho Q)^{-1} M)$  dengan  $\mathbf{v}$  merupakan vector pengaruh acak area  $i$  adalah matriks pembobot spasial yang menunjukkan hubungan area- $i$  dengan area- $l$ , dan  $M$  yaitu Matriks diagonal ragam pengaruh acak area- $i$   $\text{diag}(\sigma_{v,1}^2, \dots, \sigma_{v,m}^2)$ . Matriks  $(I - \rho Q)^{-1}$  bersifat simetriks dan definit positif. Sementara itu korelasi spasial diperoleh dari  $\rho = \frac{1}{\lambda_1}$ ;  $-1 \leq \rho \leq 1$ . Menurut Rao 2003 [5],  $\lambda_1$  merupakan nilai ciri terbesar matriks pembobot spasial. Jika  $\rho = 0$ , maka model ini diasumsikan pengaruh acak area- $i$  yang bebas.

Beberapa tipe pola pembentukan matriks pembobot spasial. Pembobot yang digunakan dalam penelitian ini adalah tetangga terdekat. Matriks ini mempunyai aturan sebagai berikut :

$$Q_{il} = \begin{cases} 1, & |r_{il}| \geq 0.5 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$$

dengan  $r_{il}$  adalah korelasi antara area- $i$  dan area- $l$ .

### Model Logit-Normal

Rao (2003) [5] mendefinisikan model Logit-Normal melalui Bayes bernilai sebagai berikut:

$$y_i | p_i \sim \text{ind Binomial}(n_i, p_i) \\ \theta = \text{logit}(p) = X'\beta + v, v \sim N_m(\mathbf{0}, I\sigma_v^2) \\ \beta \text{ dan } \sigma_v^2 \text{ saling bebas } f(\beta) \propto 1$$

$$\frac{1}{\sigma_v^2} \sim \text{gamma}(a, b); a \geq 0, b > 0$$

Pendugaan parameter menggunakan Bayes berhirarki tidak dapat diselesaikan secara analitik. Guna mempermudah dibutuhkan pendekatan numerik. MCMC adalah solusinya. MCMC yang terkenal adalah MCMC bersyarat. Menurut Rao (2003) [5] MCMC bersyarat untuk model ini adalah:

1.  $[\beta | p, \sigma_v^2, y] \sim N_p[\beta^*, \sigma_v^2 (\sum_{i=1}^m x_i x_i')^{-1}]$
2.  $[\sigma_v^2 | \beta, p, y] \sim \text{Gamma} \left[ \frac{m}{2} + a, \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m (y_i - x_i' \beta)^2 + b \right]$  (1)
3.  $f(p_i | \beta, \sigma_v^2, y) \propto h(p_i | \beta, \sigma_v^2) k(p_i)$



Pendugaan parameter  $\beta$  dan  $\sigma_v^2$  dibangkitkan secara langsung dari (i) dan (ii). Parameter  $\beta^*$  pada bagian (i) persamaan (1) dinyatakan oleh  $\beta^* = (\sum_{i=1}^m x'_i x_i)^{-1} (\sum_{i=1}^m x'_i \theta_i)$ . Sementara itu, bagian (iii) persamaan (1) dinyatakan sebagai:

- a)  $f(p_i | \beta, \sigma_v^2, y) \propto h(p_i | \beta, \sigma_v^2) k(p_i)$
- b)  $h(p_i | \beta, \sigma_v^2) = \frac{\partial \theta_i}{\partial p_i} \exp \left\{ -\frac{(\theta_i - x'_i \beta)^2}{2\sigma_v^2} \right\}$
- c)  $k(p_i) = p_i^{y_i} (1 - p_i)^{n - y_i}$

Nilai proporsi Bayes berhirarki akan diduga melalui simulasi *Gibbs Sampling* Metropolis-Hasting (M-H). Sampel gibbs MCMC dapat dibangkitkan langsung dari (c) pada persamaan (2). Adapun algoritma M-H adalah sebagai berikut:

1. Diambil sebarang nilai  $p_i^*$  dari sebaran uniform (0,1).
2. Dibangkitkan  $\theta \sim \text{ind} N(X'\beta, ((I - \rho Q)^{-1} M))$ , lalu dicari nilai  $p_i^{(0)} = g^{-1}(\theta_i)$ .
3. Dihitung dengan  $r(p_i^{(k)}, p_i^*) = \min \left\{ \frac{k(p_i^*)}{k(p_i^{(k)})}, 1 \right\}; k = 0, 1, \dots, D$
4. Dibangkitkan  $u$  dari distribusi uniform (0,1).
5. Dipilih  $p_i^{(k+1)} = p_i^*$  jika  $u \leq r(p_i^{(k)}, p_i^*)$ .
6. Diulangi langkah 3 sampai diperoleh D sampel.

Setelah dilakukan simulasi M-H, diperoleh barisan penduga proporsi sebagai berikut  $\{p_1^{(k)}, \dots, p_m^{(k)}; k = 1, \dots, D\}$ . Kemudian besaran posterior yang sedang diamati dapat dihitung. Penduga proporsi Bayes berhirarki ( $p_i^{BB}$ ) adalah  $p_i^{BB} \approx \frac{1}{D} \sum_{k=1}^D p_i^{(k)} = p_i^{(.)}$ . Sedangkan ragam penduga proporsi Bayes berhirarki ( $\tilde{p}_i^{BB}$ ) adalah

$$V(p_i^{BB} | \hat{p}) = \frac{1}{D} \sum_{k=1}^D (p_i^{(k)} - p_i^{(.)})^2$$

Di sisi lain, sifat-sifat statistik proporsi Bayes berhirarki yang diduga adalah MSE dan bias. MSE merupakan suatu besaran untuk mengukur keragaman penduga area kecil. Sedangkan, bias merupakan

selisih antara penduga dengan parameternya. Semakin kecil nilai MSE dan bias, maka penduga parameter akan semakin baik. Secara matematika dituliskan sebagai berikut:

$$\text{Bias}(p_i^{BB}) = \frac{1}{D} \sum_{q=1}^D [p_i^{(q)} - p_i^{(BB)}]$$

$$\text{MSE}(p_i^{BB}) = \frac{1}{D} \sum_{q=1}^D [p_i^{(q)} - p_i^{(BB)}]^2$$

Sebagai ukuran akurasi dan validasi pendugaan proporsi Bayes berhirarki digunakan persentase bias relatif dan akar kuadrat tengah galat (*Root Mean Square Error/RMSE*). RMSE diartikan sebagai akar perbedaan rata-rata jumlah kuadrat proporsi sebenarnya dan pendugnya. Jadi, pendugaan yang paling akurat akan mengarahkan nilai RMSE terkecil menuju nol. Sedangkan persentase bias relatif untuk setiap area diperoleh dari

$$\text{RBias}(p_i^{BB}) = \frac{\text{Bias}(p_i^{BB})}{p_i} \times 100\%$$

$$\text{RMSE} = \sqrt{\text{MSE}}$$

## HASIL DAN PEMBAHASAN

$$y_i | p_i \sim \text{ind Binomial}(n_i, p_i)$$

$$\theta = \text{logit}(p) = X'\beta + v, v \sim N_m(0, (I - \rho Q)^{-1} M)$$

$$\beta \text{ dan } \sigma_v^2 \text{ saling bebas } f(\beta)$$

$$\propto 1 \frac{1}{\sigma_v^2} \sim \text{gamma}(a, b); a \geq 0, b > 0$$

### Model Logit-Normal Dengan Pengaruh Spasial

Perbedaan yang mendasar antara model Logit-Normal dengan pengaruh spasial dan model Logit-Normal tanpa pengaruh spasial terletak pada matriks varian kovarian pengamatan  $ke-i$ .

Model Logit-Normal dengan pengaruh spasial yang digunakan dalam pendugaan proporsi area- $i$  melalui metode Bayes berhirarki adalah sebagai berikut:

Seperti Model Logit-Normal, Model Logit-Normal dengan spasial diduga





melalui pembangkitan sampling MCMC. Prosedur MCMC yang terkenal adalah Gibbs bersyarat. Menurut Sunandi, dkk (2011) [6] untuk model ini adalah

- i.  $[\beta|p, \sigma_v^2, y] \sim N_p[\beta^*, \sigma_v^2(\sum_{i=1}^m x_i x_i')^{-1}]$
- ii.  $[\sigma_v^2|\beta, p, y] \sim \text{Gamma}[\frac{m}{2} + a, \frac{1}{2}[(\theta - X'\beta)'(\theta - X'\beta)] + b]$  (3)
- iii.  $f(p_i|\beta, \sigma_v^2, y) \propto h(p_i|\beta, \sigma_v^2)k(p_i)$

Pendugaan parameter  $\beta$  dan  $\sigma_v^2$  dibangkitkan secara langsung dari (i) dan (ii). Parameter  $\beta^*$  pada bagian (i) persamaan (1) dinyatakan oleh  $\beta^* = (\sum_{i=1}^m x_i' x_i)^{-1} (\sum_{i=1}^m x_i' \theta_i)$ . Sementara itu, bagian (iii) persamaan (3) dinyatakan sebagai

- a.  $f(p_i|\beta, \sigma_v^2, y) \propto h(p_i|\beta, \sigma_v^2)k(p_i)$
- b.  $h(p_i|\beta, \sigma_v^2) = \frac{\partial \theta_i}{\partial p_i} \exp\left\{-\frac{1}{2d_i}[\theta_i - x_i'\beta]^2\right\}$  (4)
- c.  $k(p_i) = p_i^{y_i}(1-p_i)^{n-y_i}$

dengan  $d_{ii}$  adalah diagonal matriks  $((I - \rho Q)^{-1}M)$  pada baris dan kolom ke- $i$ . Nilai proporsi Bayes berhirarki akan diduga melalui simulasi Gibbs Sampling Metropolis-Hasting (M-H). Sampel gibbs MCMC dapat dibangkitkan langsung dari (c) pada persamaan (4). Adapun algoritma M-H adalah sebagai berikut:

1. Diambil sebarang nilai  $p_i^*$  dari sebaran uniform  $(0,1)$ .
2. Dibangkitkan  $\theta \sim \text{ind}N(X'\beta, ((I - \rho Q)^{-1}M))$ , lalu dicari nilai  $p_i^{(0)} = g^{-1}(\theta_i)$ ,
3. Dihitung  $r(p_i^{(k)}, p_i^*) = \min\left\{\frac{k(p_i^*)}{k(p_i^{(k)})}, 1\right\}; k = 0, 1, \dots, D$
4. Dibangkitkan  $u$  dari distribusi uniform  $(0,1)$ .
5. Dipilih  $p_i^{(k+1)} = p_i^*$  jika  $u \leq r(p_i^{(k)}, p_i^*)$ .
6. Diulangi langkah 3 sampai diperoleh  $D$  sampel.

Setelah dilakukan simulasi M-H, diperoleh barisan penduga proporsi sebagai berikut  $\{p_1^{(k)}, \dots, p_m^{(k)}; k = 1, \dots, D\}$ . Kemudian besaran posterior yang sedang diamati dapat dihitung. Penduga proporsi Bayes berhirarki ( $p_i^{BB}$ ) adalah  $p_i^{BB} \approx \frac{1}{D} \sum_{k=1}^D p_i^{(k)} = p_i^{(.)}$ . Sedangkan ragam penduga proporsi Bayes berhirarki ( $\tilde{p}_i^{BB}$ ) adalah

$$V(p_i^{BB}|\hat{p}) = \frac{1}{D} \sum_{k=1}^D (p_i^{(k)} - p_i^{(.)})^2 \quad (5)$$

### Sifat-Sifat Statistik Model Logit-Normal Bayes Berhirarki Pada Data Simulasi

Simulasi dirancang untuk mengetahui dan mengevaluasi sifat-sifat statistik penduga parameter dengan beberapa pembobot spasial yang berbeda pada model Logit-Normal Bayes berhirarki. Simulasi diulang sampai 100 kali dengan pembangkitan sampel Metropolis-Hasting sebanyak 500 sampel. Hasil simulasi disajikan pada Tabel 1. Meliputi model BB1 dan BB2. Nilai rata-rata RMSE BB cenderung mengecil dibandingkan dengan rata-rata RMSE BB2. Artinya, pengaruh spasial dapat memperbaiki pendugaan parameter pada area kecil yang diindikasikan dengan menurunnya nilai RMSE tersebut.

Tabel 1 Rata-rata statistik penduga proporsi simulasi model Logit-Normal Bayes berhirarki

Model	Rata-rata			
	Bias	Ragam	RMSE	Rbias(%)
BB1	0.06	0.07	0.29	33.36
BB2	0.09	0.07	0.30	44.54

Bila dilihat dari rata-rata persentase bias relatif (Rbias), BB1 memiliki nilai Rbias terkecil yaitu sebesar 33.36%. Artinya, jika menggunakan model BB rata-rata penduga 33.36% lebih besar dari parameternya. Sedangkan BB2 menggunakan model BB2 rata-rata penduga 44.54% lebih besar dari parameternya.

Hasil penelitian menunjukkan bahwa pengaruh spasial dapat memperbaiki pendugaan parameter pada area kecil yang diindikasikan dengan nilai menurunnya nilai Root mean Square Error/RMSE (29%). Bila dilihat dari rata-rata persentase bias relatif (Rbias), BB1 memiliki nilai Rbias lebih kecil yaitu sebesar 33.36%. sedangkan Rbias BB2 sebesar 44.54%. Sehingga dapat disimpulkan penduga proporsi Logit-Normal Bayes berhirarki dengan



pembobot spasial tetangga terdekat lebih baik daripada penduga proporsi Logit-Normal Bayes berhirarki tanpa pembobot spasial.

### KESIMPULAN

Hasil penelitian menyimpulkan bahwa model Logit-Normal Bayes berhirarki dengan pembobot spasial tetangga terdekat, secara umum memiliki dugaan ragam dan relative bias yang terkecil jika dibandingkan dengan model Logit-Normal Bayes berhirarki tanpa pembobot spasial. Sehingga dapat diartikan bahwa model Logit-Normal Bayes berhirarki dengan pembobot spasial adalah model terbaik.

### DAFTAR PUSTAKA

- L.O.A. Rahman. (2008). Aproksimasi Bootstrap Parametrik pada Pendugaan Selang Prediksi Statistik Area Kecil [tesis]. Bogor: Program Pascasarjana, Institut Pertanian Bogor. S.
- C. Russo C, M. Sabbatini, R. Salvatore. (2005). *General Linear Models in Small Area Estimation: an assessment in agricultural surveys*.
- K. Sadik.(2009). Metode Prediksi Tak-Bias Linear Terbaik dan Bayes Berhirarki untuk Pendugaan Area Kecil Berdasarkan Model State Space [disertasi]. Bogor: Program Pascasarjana, Institut Pertanian Bogor.
- Banerjee, B.P. Carlin, A.E. Gelfan.(2004). *Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC Press Company.
- J.N.K Rao.(2003). *Small Area Estimation*. New York: John Wiley and Sons.
- E. Sunandi, K.A. Notodiputro, A. Djuraidah. (2011). Model Spasial Bayes dalam Pendugaan Area Kecil dengan Peubah Respon Biner (kasus : pendugaan proporsi keluarga miskin Di kabupaten jember jawa timur) [tesis]. Bogor: Program Pascasarjana, Institut Pertanian Bogor.



ISBN 978-602-98559-2-0



9 786029 855920



*Sertifikat*

BADAN KERJASAMA  
PERGURUAN TINGGI NEGERI WILAYAH BARAT (BKS-B)  
BIDANG ILMU MIPA

diberikan kepada:

**Etis Sunandi, S.Si, M.Si**

sebagai: **Pemakalah**

Pada kegiatan:

SEMINAR NASIONAL DAN RAPAT TAHUNAN BIDANG ILMU MIPA

Tema: **"Peran Ilmu MIPA dalam Pemanfaatan Sumber Daya Alam untuk Menunjang Percepatan Pembangunan Ekonomi Indonesia"**.

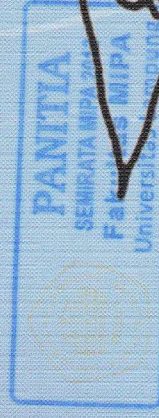
Di Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam  
Universitas Lampung, 10-12 Mei 2013

BKS PTM Barat  
Koordinator Bidang MIPA,

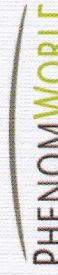
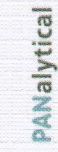


Dr. Sutarnan, M.Sc  
NIP.196310261991031001

Ketua Panitia



Prof. Sutopo Hadi, M.Sc., Ph.D  
NIP. 197104151995121001



BKS PTN Barat  
Bidang Ilmu MIPA

