

SERTIFIKAT

Diberikan kepada

Fachri Faisal

Atas partisipasinya sebagai

Pemakalah

Pada Seminar dan Rapat Tahunan
(SEMIRATA) ke - 21 Badan Kerjasama
PTN Wilayah Barat Bidang Ilmu MIPA di
Universitas Bengkulu tanggal 13-14 Mei 2008

Koordinator Bidang Ilmu MIPA
BKS-PTN Wilayah Barat

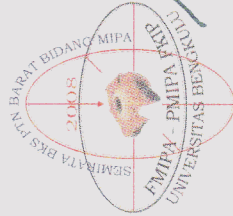
Muhammad

Dr. Zulkifli Dahlan, M.Si, DEA
NIP. 130 686 230



BKS PTN BARAT
Bidang Ilmu MIPA

Bengkulu, 14 Mei 2008
Ketua Panitia



Suwarsono

Dr. Suwarsono, MS
NIP. 131 650 530



**PANITIA PELAKSANA
SEMIRATA BKS-PTN WILAYAH INDONESIA BARAT
BIDANG ILMU MIPA
BENGKULU, 13 - 14 MEI 2008
KAMPUS UNIVERSITAS BENGKULU**



BKS PTN BARAT
Bidang Ilmu MIPA

Gedung T, Kampus UNIB Jl. Raya Kandang Limun Bengkulu, Telp.: (0736)20919, 21170 ext. 208
<http://www.geocities.com/semirata2008> email : semirata2008@yahoo.com

Nomor : 67/Panpel/Semirata/2008

Yang bertanda tangan di bawah ini panitia SEMIRATA BKS-PTN Wilayah Indonesia Barat Bidang Ilmu MIPA, menerangkan bahwa:

Nama : Fachri Faisal
Instansi : UNIB
Judul Makalah : Keputusan Optimal Untuk Pemain Squash Melalui Analisis Rantai Markov

Benar-benar telah menyampaikan makalah penelitian pada acara tersebut di Universitas Bengkulu pada tanggal 13-14 Mei 2008.

Demikianlah surat keterangan ini dibuat untuk dapat dipergunakan sebagaimana mestinya.

Bengkulu, 14 Mei 2008

Ketua Panitia,

Drs. Suwarsono, MS
NIP. 131 650 530

KEPUTUSAN OPTIMAL UNTUK PEMAIN SQUASH MELALUI ANALISIS RANTAI MARKOV¹

Fachri Faisal², Jose Rizal², dan Idhia Sriliana³

ABSTRAK

Seorang pemain squash tunggal mempunyai satu pilihan diantara dua opsi jika skor yang dicapai pada point terakhir adalah seri, yaitu ketika lawan utamanya merubah skor dari 8:7 menjadi 8:8. Pemain tersebut harus menerima untuk mengambil keputusan apakah akan bermain sampai point 9 (“set satu”) atau sampai point 10 (set dua”). Penelitian ini mengamati bahwa skor pada permainan squash dapat dimodelkan sebagai suatu rantai markov dengan menggunakan analisis sifat dan klasifikasi keadaan rantai markov sehingga diperoleh strategi optimal untuk pemain squash tersebut.

Kata kunci : Rantai Markov, Strategi Optimal, Permainan Squash.

PENDAHULUAN

Ketika skor permainan squash tunggal mencapai 8:8 untuk waktu pertama, pemain penerima berhak untuk memilih antara “set satu” dan “set dua”. Jadi, pemain penerima harus mengambil keputusan optimal dalam memilih set agar ia dapat memenangkan permainan tersebut. Maka dari itu, yang harus ditentukan terlebih dahulu adalah peluang kemenangan pada setiap set (Anonim, 2001).

Masalah keputusan ini ternyata dapat dimodelkan sebagai suatu rantai markov. Misalnya saja untuk “set satu”, dapat ditentukan ruang keadaannya menjadi: {menang, kalah, 8S:8, 8:8S}. Menang berarti pemain pertama yang berhak memilih set memenangkan permainan, kalah artinya pemain tersebut kalah, 8S:8 artinya pemain pertama yang menjadi server, 8:8S artinya pemain kedua yang server. Pada kasus ini diasumsikan keadaan {menang, kalah} sebagai keadaan recurrent. Dan keadaan {8S:8, 8:8S} sebagai keadaan transient.

Akhirnya, dengan mengimplikasikan kejadian tersebut kedalam analisis transient suatu rantai markov, rantai markov tersebut akan mencapai satu dari dua keadaan recurrent, yang merepresentasikan apakah pemain tersebut menang atau kalah. Jadi, penelitian ini bertujuan untuk memperlihatkan perhitungan peluang untuk mencapai keadaan menang pada setiap set, sehingga ketika peluang menang lebih besar

¹ Disampaikan pada Seminar dan Rapat Tahunan BKS-PTN Wilayah Barat Bidang Ilmu MIPA, tanggal 13-14 Mei 2008 di Universitas Bengkulu

² Staf Pengajar Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Bengkulu

³ Jurusan Matematika, FMIPA Universitas Bengkulu

pada “set satu” maka pemain tersebut akan memilih untuk bermain hingga skor mencapai point ke 9 dan sebaliknya jika peluang menang lebih besar pada “set dua” maka pemain memilih untuk bermain hingga point ke 10.

TINJAUAN PUSTAKA

Permainan Squash

Permainan squash tunggal adalah permainan yang dilakukan oleh dua orang pemain, setiap pemain menggunakan sebuah raket, dengan satu bola, dan pada satu lapangan. Hanya pemain yang menjadi server yang berhak mendapat point. Pemain yang menjadi server, pada saat memenangkan suatu rally akan mendapat satu point, sedangkan jika pemain penerima yang memenangkan suatu rally maka pemain tersebut akan menjadi server. Pemain yang lebih dahulu mencapai point 9 akan memenangkan permainan, kecuali jika pada saat skor mencapai 8:8 untuk waktu pertama, maka pemain penerima akan memilih sebelum servis selanjutnya, apakah akan melanjutkan permainan sampai point ke 9 (disebut “set satu”) atau sampai point ke 10 (disebut “set dua”) (Anonim, 2001).

Rantai Markov

Rantai markov adalah suatu tipe khusus dari proses stokastik dengan ruang parameter diskrit dan ruang keadaan diskrit dimana distribusi peluang suatu keadaan pada waktu $t + 1$ hanya bergantung pada keadaan t dan tidak bergantung pada keadaan yang berada dalam waktu sebelum t (Ross, 2000).

Matriks Peluang Transisi

Misal proses $\{X_n, n = 0, 1, \dots\}$ suatu rantai markov dengan ruang keadaan $\{0, 1, 2, \dots\}$, matriks transisi satu langkah dari $\{X_n, n = 0, 1, \dots\}$ yang dinotasikan oleh P adalah suatu matriks dengan elemen ke (i,j) nya adalah P_{ij} . Sehingga,

$$P = \begin{bmatrix} P_{00} & P_{01} & P_{02} & \dots \\ P_{10} & P_{11} & P_{12} & \dots \\ P_{20} & P_{21} & P_{22} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \quad (1)$$

Jika det P_{ij} dihitung, maka dapat dilihat bahwa elemen-elemen dari matriks P bernilai tak negatif dan jumlah elemen-elemen pada satu baris sama dengan suatu matriks transisi (Ross, 2000:163).

Analisis Transsient

Andaikan suatu Rantai markov berhingga yang direpresentasikan oleh matrik transisi P , mempunyai sejumlah keadaan transient. Jika keadaan pada matriks transisi P diurutkan sehingga keadaan recurrent r_1, \dots, r_m mendahului keadaan transient t_1, \dots, t_2 maka dapat ditulis sebagai berikut (Ross, 2000):

$$P = \begin{bmatrix} I & 0 \\ S & Q \end{bmatrix} \quad (2)$$

Matriks Q adalah suatu substokastik matriks, akibatnya $I-Q$ adalah invertible matriks dan dapat didefinisikan :

$$M = (I-Q)^{-1} \quad (3)$$

Untuk sembarang keadaan transient t_i , berlaku:

$$\begin{aligned} \delta(t_i, r_j) &= P(X_n = r_j \text{ akhirnya} \mid X_0 = t_i) \\ &= p(t_i, r_j) + \sum_{x \in S} p(t_i, x) \delta(x, r_j) \end{aligned} \quad (4)$$

Jika A adalah matriks dengan entri-entri $\delta(t_i, r_j)$, maka persamaan (4) dapat ditulis dalam bentuk matriks, yaitu:

$$A = M.S \quad (5)$$

Matriks M juga memberikan informasi tentang nilai ekspekstasi untuk menuju keadaan k sebelum waktu penyerapan. $E(Y_k \mid X_0 = i)$ adalah entri ke $[i,k]$ dari matriks $I+P+P^2+\dots$, yang mana sama dengan entri ke $[i,k]$ dari matriks $I+Q+Q^2+\dots$, dengan menggunakan fakta:

$$(I+Q+Q^2+\dots)(I-Q) = I \quad (6)$$

$$I+Q+Q^2+\dots = (I-Q)^{-1} = M \quad (7)$$

Jadi, $E(Y_k \mid X_0 = i)$ adalah entri ke $[i,k]$ dari matriks M . Nilai harapan dari langkah-langkah rantai masuk ke suatu kelas recurrent, dengan asumsi $X_0 = i$ adalah jumlah entri $[i,k]$ matriks M (Vecer, 2005).

METODOLOGI PENELITIAN

Subjek penelitian ini adalah rantai markov berhingga yang merupakan suatu proses stokastik dengan ruang parameter diskrit dan ruang keadaan diskrit. Sifat dan klasifikasi keadaan rantai markov diimplementasikan dalam menentukan strategi optimal pada permainan squash tunggal. Langkah –langkah yang akan ditempuh pada penelitian adalah sebagai berikut:

- 1) Menganalisa sifat dan klasifikasi keadaan rantai markov yang berkaitan dengan analisis transient untuk peluang proses penyerapan keadaan transient menjadi keadaan recurrent.
- 2) Membuat suatu model rantai markov, berupa matriks peluang transisi yang dapat menentukan interval peluang menang dan nilai harapan memukul bola pada setiap set dan menentukan bagaimana keputusan optimal dalam memilih set tersebut..

HASIL DAN PEMBAHASAN

Matriks Peluang Transisi Untuk “Set Satu” dan “Set Dua”

Asumsikan bahwa pemain pertama mempunyai peluang $0 \leq p \leq 1$ untuk memenangkan suatu rally tunggal tanpa menghiraukan apakah dia sebagai server atau dia sebagai penerima.

Dengan demikian, untuk “set satu” diperoleh empat ruang keadaan, yaitu: {menang, kalah, 8S:8, 8:8S}. Sehingga matriks peluang transisi untuk “set satu” adalah sebagai berikut:

$$P1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ p & 0 & 0 & 1-p \\ 0 & 1-p & p & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Sedangkan untuk “set dua” diperoleh 10 ruang keadaan, yaitu {menang, kalah, 9S:9, 9S:8, 8S:8, 8S:9, 8:9S, 8:8S, 9:8S, 9:9S}. Sehingga matriks peluang transisi yang terbentuk adalah sebagai berikut:

$$P2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-p \\ p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p & 0 & 0 & 0 & 1-p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 & 0 & 0 & 1-p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-p & 0 & 0 & 0 & p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p & 0 & 1-p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-p \\ 0 & 1-p & p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Peluang Memenangkan Permainan dan Nilai Harapan Memukul Bola “Set Satu”

Berdasarkan matriks peluang transisi “set satu” dan dengan mengimplikasikan analisis transient suatu rantai markov, dapat ditentukan:

$$S_1 = \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & 1-p \end{bmatrix} \quad Q_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1-p \\ p & 0 \end{bmatrix}$$

Matriks M_1 diberikan oleh:

$$M_1 = (I - Q)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{1-p+p^2} & \frac{1-p}{1-p+p^2} \\ \frac{p}{1-p+p^2} & \frac{1}{1-p+p^2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Kemudian diperoleh matriks $M_1.S_1$, yaitu:

$$M_1.S_1 = \begin{bmatrix} \frac{p}{1-p+p^2} & \frac{(1-p)^2}{1-p+p^2} \\ \frac{p^2}{1-p+p^2} & \frac{1-p}{1-p+p^2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Peluang $W_1(p)$ memenangkan permainan diberikan oleh entri ke [2,1] dari matriks $M_1.S_1$, yaitu:

$$W_1(p) = (M_1.S_1)[2,1] = \frac{p^2}{1-p+p^2} \quad (12)$$

Sehingga dari matriks M_1 diperoleh nilai harapan sebagai berikut:

$$B_1(p) = M_1[2,1] + M_1[2,2] = \frac{1+p}{1-p+p^2} \quad (13)$$

Peluang Memenangkan Permainan dan Nilai Harapan Memukul Bola “Set Dua”

Berdasarkan matriks peluang transisi “set dua” dapat ditentukan bahwa:

$$S_2 = \begin{bmatrix} p & 0 \\ p & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1-p \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1-p \end{bmatrix}, \quad Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-p \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-p & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 & 0 & 1-p & 0 & 0 \\ p & 0 & 0 & 0 & 1-p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & p & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & p & 0 & 1-p & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-p \\ p & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga diperoleh matriks berikut:

$$M_2 = (I - Q)^{-1} \quad (14)$$

Peluang $W2(p)$ memenangkan permainan diberikan oleh entri ke [6,1] dari matriks $M2.S2$, yaitu:

$$W2(p) = (M2.S2)[6,1] = \frac{p^3(2-p-p^2+p^3)}{(1-p+p^2)^3} \quad (15)$$

Sehingga dari matriks $M1$ diperoleh nilai harapan sebagai berikut:

$$B2(p) = \sum_{k=1}^8 M2[6,k] = \frac{2-2p+6p^2-5p^3+p^4+p^5}{(1-p+p^2)^3} \quad (16)$$

Keputusan Optimal Dalam Memilih “Set Satu” dan “Set Dua”

Keputusan Optimal bagi pemain pertama untuk memilih “set satu” adalah ketika peluang kemenangan pemain pada “set satu” lebih besar daripada peluang kemenangan pada “set dua” atau $W1(p) > W2(p)$ dan memilih “set dua” ketika $W1(p) < W2(p)$. Jika kita ambil $W1(p) = W2(p)$ maka:

$$\frac{p^2}{1-p+p^2} = \frac{p^3(2-p-p^2+p^3)}{(1-p+p^2)^3} \quad (17)$$

Sehingga keputusan optimal bagi pemain tersebut adalah

$$\text{Keputusan optimal} = \begin{cases} \text{"set satu", } p < \frac{3-\sqrt{5}}{2} \\ \text{"set dua", } p > \frac{3-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad (18)$$

Peluang Kemenangan Untuk “Set Satu” dan “Set Dua” dapat diilustrasikan dalam gambar 1, dari grafik tersebut dapat dilihat ketika nilai p lebih kecil dari $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ maka nilai $W1 > W2$, sebaliknya apabila nilai p lebih besar $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ dari maka nilai $W2 > W1$.

Nilai harapan memukul bola pada setiap set diilustrasikan pada gambar 2, dimana nilai harapan memukul bola pada “set dua” lebih tinggi dibandingkan nilai harapan pada “set satu”, yang berarti bahwa kesempatan pemain pertama memukul bola lebih banyak pada “set dua”.

KESIMPULAN DAN SARAN

Permainan squash dapat dimodelkan sebagai suatu rantai markov yang merupakan bagian dari proses stokastik. Strategi optimal untuk pemain squash dapat dianalisa dengan menggunakan sifat dan klasifikasi keadaan rantai markov. Keputusan

optimal bagi pemain adalah memilih “set satu” jika peluang menang dalam suatu rally lebih kecil dari $\frac{3-\sqrt{5}}{2} \approx 0,382$ dan memilih “set dua” ketika peluang menang dalam suatu rally lebih besar dari $\frac{3-\sqrt{5}}{2} \approx 0,382$. Nilai harapan memukul bola pada “set dua” lebih tinggi dibandingkan nilai harapan pada “set satu”. Sehingga kesempatan pemain pertama memukul bola lebih banyak pada “set dua”.

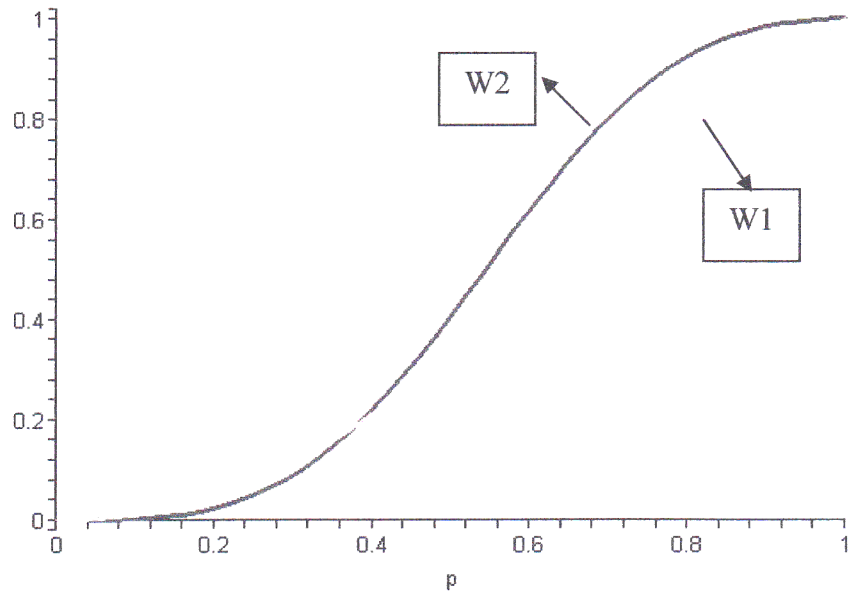
Strategi optimal yang diperoleh dari analisis model rantai markov perlu diuji validitasnya lebih lanjut dengan menggunakan metode analisis kuantitatif yang lain. Penelitian lebih lanjut mengenai aplikasi rantai markov pada permainan squash masih bisa dilakukan, karena masih banyak fenomena permainan yang belum diketahui seperti menentukan strategi optimal untuk permainan squash ganda.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Anonim. 2006. *History Of Squash*.
<http://www.victoriansquash.com.au/HowToPlay.htm>.
- [2] Anton, H. 1987. *Aljabar Linier Elementer*. Jakarta: Erlangga.
- [3] Anonim. 2006. *World Squash Singles Rules 2001*.
<http://www.worldsquash.org/rules.htm>.
- [4] Broadie, M. dan D. Joneja. 1993. *An Application of Markov Chain Analysis to the Game of Squash*. Decision Sciences. Vol. 24, No.5, 1023-1035.
- [5] Karlin, S dan H. M. Taylor. 1975. *A First Course In Stochastic Processes*. United State of America: Academic Press, INC.
- [6] Ross, S. M. 2000. *Introduction to Probability Models*. United State of America: Academic Press, INC.
- [7] Vecer, J. 2005. *Optimal Decision for the Squash Player*. Journal of Chinese Statistical Association.

LAMPIRAN

Gambar 1 Grafik Analisis Interval Peluang Kemenangan pada “Set Satu” dan “Set Dua”



Gambar 2 Grafik Nilai Harapan Memukul Bola pada “Set satu” dan “Set dua”

