

Ледники и ледниковые покровы

УДК 550.361:551.583

doi: 10.31857/S2076673420040054

Реконструкция температуры деятельного слоя ледника на Западном плато Эльбруса за 1930–2008 гг.

© 2020 г. С.А. Тюфлин¹, О.В. Нагорнов¹, Г.А. Черняков^{2*}, В.Н. Михаленко²,
П.А. Торопов^{2,3}, С.С. Кутузов²

¹Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», Москва, Россия; ²Институт географии РАН, Москва, Россия; ³Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

*glchern@igras.ru

Reconstruction of the temperature in the active layer of the glacier on the Western plateau of Elbrus for 1930–2008

S.A. Tyufin¹, O.V. Nagornov¹, G.A. Chernyakov^{2*}, V.N. Mikhalkenko², P.A. Toropov^{2,3}, S.S. Kutuzov²

¹National Research Nuclear University «MEPhI», Moscow, Russia; ²Institute of Geography, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;

³Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia

*glchern@igras.ru

Received February 5, 2020 / Revised June 7, 2020 / Accepted September 9, 2020

Keywords: borehole thermometry, Caucasus, Elbrus, inverse problem, mountain glaciers, temperature reconstruction, Tikhonov regularization.

Summary

The reconstruction of changes in the temperature of the base of the active layer (at a depth of 10 m) of the glacier on the Western plateau of Elbrus for the period 1930–2008 was performed. The temperature dynamics at this depth generally corresponds to the average annual changes in the air temperature at the height of the plateau (5100 m), since seasonal temperature fluctuations take place in the active layer. The initial data for the mathematical model are: 1) the temperature measurements in a borehole with a depth of 181.8 m, drilled on the plateau (2009); 2) vertical profile of the density of the firn/ice thickness; 3) vertical profile of the advection rate (ice speed), recently obtained from the analysis of the ice core (2015). Temperature changes are reconstructed by solving an incorrect inverse problem for the 1D heat equation with coefficients depending on the depth. The following conditions are added to the heat conduction equation: 1) the initial one that is calculated stationary temperature profile related to the beginning of the reconstruction period; 2) the boundary condition at the glacier bed – calculated permanent geothermal heat flux; 3) the condition of redefinition, i.e. distribution of the temperature measured in the borehole at the end of the reconstruction period. Solving the inverse problem, we obtain a previously unknown boundary condition on the surface which is the temperature of the active layer base as a function of time. The depth is reckoned from the base of the active layer. The method used for solving the inverse problem is the Tikhonov regularization, implemented numerically as an iterative procedure. The boundary condition on the surface (the restored function of the temperature changes) was found as a finite sum of harmonics with indeterminate coefficients. To improve the accuracy of the reconstruction, we used harmonic frequencies obtained from another indirect climate indicator – the tree-ring chronology for the Central Caucasus. Wavelet analysis was used to extract characteristic frequencies from the dendrochronological data. Our reconstruction determined the temperature changes within range from –17.7 to –15.3 °C for the investigated period. The reconstruction data were compared with independent polynomial smoothed temperature series from the studied region: with ENCEP/ENCAR reanalysis (significant correlation coefficient 0.76), as well as with temperature measurements at the Terskol (0.53) and Teberda weather stations. The reconstruction clearly reflects the main climate trends of the twentieth century: a warmer period in the 1940s, a colder period in the 1960s and 1980s, and extreme warming around 2000.

Citation: Tyufin S.A., Nagornov O.V., Chernyakov G.A., Mikhalkenko V.N., Toropov P.A., Kutuzov S.S. Reconstruction of the temperature in the active layer of the glacier on the Western plateau of Elbrus for 1930–2008. *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2020. 60 (4): 485–497. [In Russian]. doi: 10.31857/S2076673420040054.

Поступила 5 февраля 2020 г. / После доработки 7 июня 2020 г. / Принята к печати 9 сентября 2020 г.

Ключевые слова: горные ледники, Кавказ, обратная задача, регуляризация Тихонова, реконструкция температуры, скважинная термометрия, Эльбрус.

На основе результатов измерения температуры в скважине глубиной 181,8 м, пробуренной в толще льда, материалов анализа ледникового керна и древесно-кольцевой хронологии выяснено, что температура основания деятельного слоя ледника (примерно 10 м ниже поверхности, где затухают межсезонные колебания температуры) за исследуемый период менялась в диапазоне от $-17,7$ до $-15,3$ °С, и это полностью соответствует изменению температуры воздуха в средней тропосфере в районе Эльбруса, оценённой по данным реанализа.

Введение

Понимание механизмов климатических колебаний на временном отрезке от нескольких десятилетий до нескольких столетий – одна из ключевых проблем современной климатологии ввиду многофакторности и неоднозначности генезиса соответствующих изменений, а также нелинейности обратных связей в климатической системе, которая ярче всего проявляется именно на этих временных масштабах. Решение данной проблемы необходимо для физического обоснования как современных, так и прогнозируемых изменений климата.

Другая важная проблема – изучение региональных проявлений глобальных изменений климата в голоцене. Очевидно, что использование материалов метеонаблюдений ограничено сравнительно коротким периодом измерений, который для большинства метеостанций Земли не превышает 100 лет. Поэтому в качестве дополнительных способов извлечения полезной климатической информации (прежде всего, температуры и осадков) используют палеогеографические методы. Так, имеющиеся для высокогорья Кавказа реконструкции температуры воздуха основаны, прежде всего, на дендрохронологических данных [1] и результатах лимнологических исследований [2]. В первом случае можно восстановить только летние температуры; во втором, из-за невысокой скорости осадконакопления в озёрах, временное разрешение получаемых данных остаётся крайне низким.

В настоящем исследовании рассматривается независимая история температуры поверхности высокогорного ледника в массиве Эльбруса, полученная с помощью геотермического метода. Для реконструкции изменений температуры земной поверхности на основе геотермического метода используются результаты измерений температуры как в ледниковых скважинах [3, 4], так и в скважинах, пробуренных в толще горных пород [5]. Наряду с локальными температурными

реконструкциями, где применяют данные одной или нескольких скважин, предпринимались попытки восстановления температурного режима крупных регионов земного шара на основе измерений в десятках или сотнях скважин [6, 7]. В ряде работ геотермический метод интегрируется с температурными реконструкциями, основанными на косвенных свидетельствах, что позволяет повысить временное разрешение получаемых реконструкций. Реконструкция, выполненная по 616 скважинам в совокупности с метеонаблюдениями и косвенными данными, позволила получить сводную температурную хронологию для Северного полушария за последние 500 лет [8]. Дендрохронологические данные дали возможность реконструировать температуру на о. Кунашир за последние 400 лет [9].

В задаче восстановления долговременных изменений температуры поверхности ледника по эмпирическому профилю температуры в скважине под температурой поверхности подразумевается температура на глубине основания деятельного слоя (около 10–15 м). Динамика температуры на этой глубине, как правило, хорошо отражает длительные изменения среднегодовых температур воздуха у поверхности ледника, а также самой поверхности, поскольку деятельный слой поглощает сезонные колебания температуры окружающей среды. Чем глубже скважина, тем более длительные реконструкции прошедших температурных изменений можно выполнить. Рассматриваемая в данном исследовании скважина глубиной около 182 м позволяет выполнить реконструкцию в пределах столетнего промежутка времени.

При восстановлении колебаний температуры поверхности ледника в прошлом по результатам измерений в скважине решается задача определения краевого условия для уравнения теплопроводности с учётом вертикальной адвекции годовых слоёв в леднике (массопереноса, сопровождающегося уплотнением снежно-фирновой толщи). Данная задача относится к классу

некорректных обратных задач математической физики [10]. Подобные задачи восстановления граничного температурного режима решались методами контроля [11], Монте-Карло [12], регуляризации Тихонова [13] и др. В настоящей работе используется метод регуляризации Тихонова, позволяющий находить решение обратной задачи, которое устойчиво по отношению к малым возмущениям входных данных [10].

Предыдущая реконструкция температуры поверхности ледника на Западном ледниковом плато Эльбруса на протяжении XX в. была основана на измерениях в скважине глубиной 182 м [14]. В настоящей работе использованы новые данные о процессах массопереноса в фирново-ледяной толще на плато, полученные в результате анализа керн льда [15], что позволяет провести более достоверную реконструкцию температуры поверхности ледника. Кроме того, для повышения точности реконструкции при построении граничного условия для уравнения теплопроводности мы применяли дендрохронологические данные по Центральному Кавказу [16]. Полученные результаты сравнивали с материалами высокогорных метеорологических станций в регионе, а также с данными реанализа.

Материалы и методы

Данные измерения температуры в скважине и результаты обработки керн льда. В августе–сентябре 2009 г. на Западном ледовом плато Эльбруса, представляющем собой субгоризонтальный участок площадью около 0,5 км² в области питания ледников Большой Азау и Кюкюртлю, в точке с координатами 43°20'53,9" с.ш. и 42°25'36,0" в.д., на высоте 5115 м была пробурена скважина, достигшая ложа ледника на глубине 181,8 м [15]. Район исследований и местоположения источников используемых данных приведены на рис. 1. После завершения бурения в скважине была измерена температура толщи снега, фирна и льда [14, 15]. Перед началом измерений тампонирующая скважина выстаивалась в течение двух суток. Измерения проводили сверху вниз при помощи дважды тарированного термистора. Сравнение тарировки до начала работ и после их окончания показало устойчивость характеристик измерительного элемента. Точность измерения температур составляла 0,1 °С. На каждом уровне термистор выстаивался до полной стабилизации измеряемого электрического сопротивления в течение 15–20 минут. Результаты измерений представлены на рис. 2.

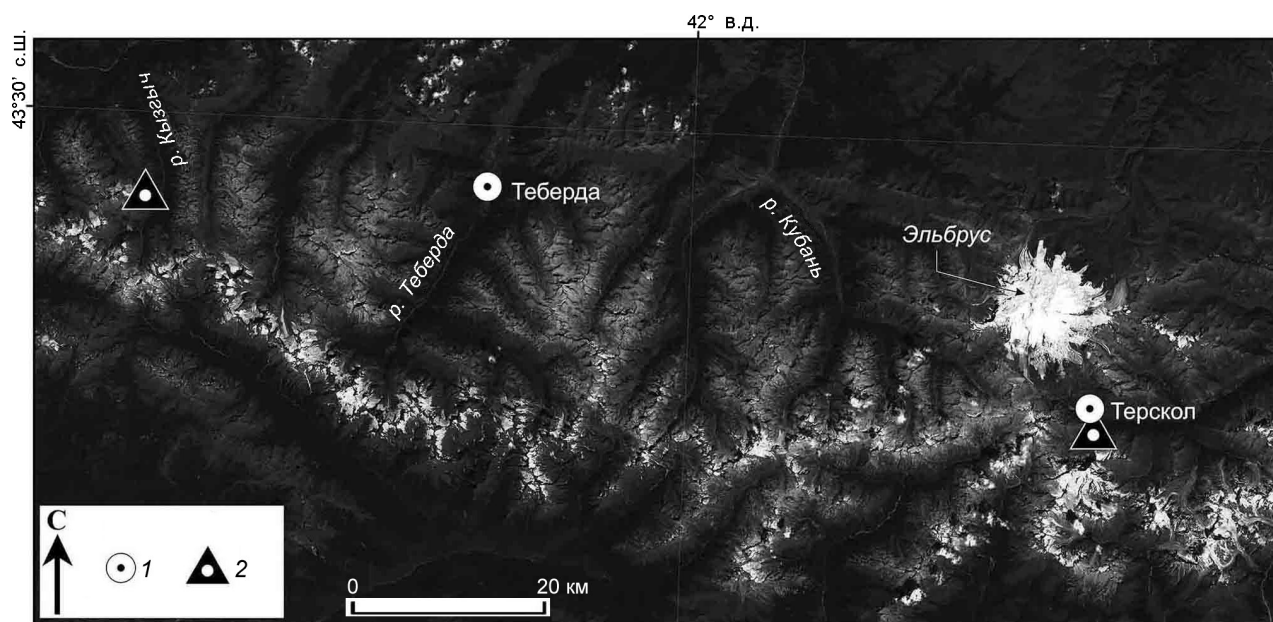


Рис. 1. Район проведения исследований на Центральном Кавказе.

1 – метеорологические станции; 2 – точки отбора дендрохронологического материала; Западное плато в массиве Эльбруса показано стрелкой

Fig. 1. Research area in the Central Caucasus.

1 – meteorological stations; 2 – dendrochronological sampling sites; Western Elbrus Plateau is shown by arrow

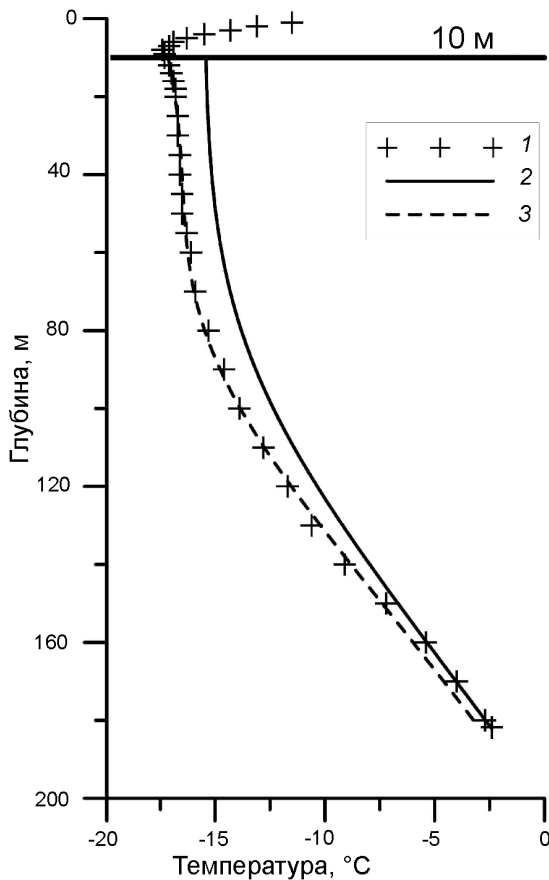


Рис. 2. Профили температуры в скважине: 1 – измеренный; 2 – стационарный; 3 – вычисленный на основе восстановленной температуры
Fig. 2. Temperature profiles in the borehole: 1 – measured; 2 – stationary; 3 – calculated based on the recovered temperature

Ледниковый керн анализировался на содержание стабильных изотопов кислорода и водорода, основных ионов химических соединений и концентрацию микрочастиц [15]. На основании отчётливых сезонных вариаций ионов аммония и янтарной кислоты в керне льда определяли границы годовых горизонтов. Датирование фирново-ледяной толщи выполнено путём прямого подсчёта годовых горизонтов до глубины 156 м с точностью до одного года. Данная датировка хорошо согласуется с измеренным пиком концентрации трития (1963 г.) и наличием хорошо датированных вулканических горизонтов в керне (1912 и 1835 гг.) [15].

Метод реконструкции температуры поверхности ледника. Распределение температуры в ледниках определяется двумя основными факторами: геотермическим потоком у ложа ледника и изменениями теплового баланса на его поверхности. Про-

цесс распространения тепла в пределах ледниковой скважины можно описать с помощью одномерного уравнения теплопроводности и с учётом адвекции годовых слоёв в леднике [11]. Направим координатную ось z вдоль скважины от поверхности ледника к его основанию, а начало координат совместим с поверхностью ледника. Геотермический поток и профиль скорости адвекции будем считать стационарными. Тогда распределение температуры $T(z, t)$ в толще ледника на отрезке времени $[0, t_f]$, где t_f – продолжительность периода реконструкции, получаем в результате решения следующей задачи:

$$\rho(z)c(z)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z}\left(k(z)\frac{\partial T}{\partial z}\right) - \rho(z)c(z)w(z)\frac{\partial T}{\partial z},$$

$$0 < z < H, 0 < t \leq t_f;$$

$$T(0, t) = U_0 + \mu(t), 0 \leq t \leq t_f; \tag{1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z}(H, t) = -\frac{q}{k(H)}, 0 \leq t \leq t_f;$$

$$T(z, 0) = U(z), 0 \leq z \leq H,$$

где H – глубина скважины; $\rho(z)$ – плотность фирново-ледяной толщи; $c(z)$ – удельная теплоёмкость; $k(z)$ – коэффициент теплопроводности; $w(z)$ – скорость вертикальной адвекции; U_0 – начальная температура на поверхности ледника; $\mu(t)$ – отклонение температуры на поверхности от начального значения – $\mu(0) = 0$; q – геотермический поток; $U(z)$ – начальный профиль температуры.

В качестве начального профиля температуры $U(z)$ возьмём стационарный профиль, т.е. решение следующей краевой задачи:

$$\frac{d}{dz}\left(k(z)\frac{dU}{dz}\right) - \rho(z)c(z)w(z)\frac{dU}{dz} = 0, 0 < z < H; \tag{2}$$

$$U(0) = U_0, \frac{dU}{dz}(H) = -\frac{q}{k(H)}.$$

Прямую задачу (1) запишем в операторном виде: $T(z, t_f) = R\{\mu(t)\}$, где R – оператор, отображающий множество F возможных граничных условий $\mu(t)$ на множество G соответствующих профилей температуры в скважине в конечный момент времени t_f . Если обозначить измеренный температурный профиль через $\chi(z)$, то обратная задача состоит в поиске функции $\mu(t)$, для которой $\chi(z) = R\{\mu(t)\}$. Данное операторное уравнение в общем случае не имеет точного решения при заданной функции $\chi(z)$. Это связано с тем, что измеренный температурный профиль $\chi(z)$ содержит возмущения температуры, которые могут приводить к тому, что

$\chi(z) \notin G$, где $G = R\{F\}$ – образ оператора R , действующего на множестве F . Таким образом, обратная задача восстановления динамики температуры на поверхности ледника по температурному профилю, измеренному в скважине, представляет собой некорректно поставленную задачу [17].

Если известен стационарный профиль температуры $U(z)$, то решение прямой задачи (1) сводится к поиску остаточного температурного профиля $V(z, t) = T(z, t) - U(z)$ на основе следующей начально-краевой задачи:

$$\begin{aligned} \rho(z)c(z)\frac{\partial V}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z}\left(k(z)\frac{\partial V}{\partial z}\right) - \rho(z)c(z)w(z)\frac{\partial V}{\partial z}, \\ 0 < z < H, 0 < t \leq t_j; \\ V(0, t) &= \mu(t), 0 \leq t \leq t_j; \\ \frac{\partial V}{\partial z}(H, t) &= 0, 0 \leq t \leq t_j; \\ V(z, 0) &= 0, 0 \leq z \leq H. \end{aligned} \quad (3)$$

Обратную задачу реконструкции температурных изменений $\mu(t)$ также можно сформулировать в терминах остаточного температурного профиля $\theta(z) = \chi(z) - U(z)$ в момент t_f измерений в скважине. Математическая постановка обратной задачи включает в себя уравнения (3), дополненные условием переопределения:

$$V(z, t_f) = \theta(z), 0 \leq z \leq H. \quad (4)$$

Для решения обратной задачи (3) и (4) воспользуемся методом регуляризации Тихонова [13], который заключается в нахождении функции $\mu(t)$, минимизирующей сглаживающий функционал, состоящий из двух слагаемых – невязки и стабилизатора [10]:

$$\Psi[\mu(t)] = \frac{1}{2} \int_0^H \left(\tilde{R}\{\mu(t)\} - \theta(z) \right)^2 dz + \alpha \Omega[\mu(t)], \quad (5)$$

где \tilde{R} – оператор, соответствующий задаче (3), т.е. $V(z, t_f) = \tilde{R}\{\mu(t)\}$; α – параметр регуляризации, согласованный с точностью входных данных; функционал Ω называется стабилизирующим, или стабилизатором:

$$\Omega[\mu(t)] = \int_0^{t_f} \sum_{j=0}^r q_j \left(\frac{d^j \mu}{dt^j} \right)^2 dt, \quad (6)$$

где r – порядок стабилизатора; $q_j \geq 0$, $q_r > 0$ – коэффициенты стабилизатора.

Минимизация невязки позволяет находить такой температурный режим на границе ледника,

когда соответствующее ему вычисленное распределение температуры в толще ледника в конечный момент времени близко к измеренному температурному профилю. Вместе с тем погрешность измерений в скважине может приводить к тому, что найденное по одной лишь невязке решение обратной задачи будет сильно отличаться от действительного хода температуры в прошлом. Стабилизирующий функционал (6) добавляется к невязке для снижения чувствительности решения обратной задачи к вариациям исходных данных. Минимизировать сглаживающий функционал (5) можно с помощью градиентного метода, что представляет собой итерационную процедуру [13]. Она выполняется до тех пор, пока не будет достигнут минимум функционала (5) с заданной точностью. Функция $\mu(t)$, соответствующая минимуму этого функционала, считается оптимальным решением обратной задачи.

Представим температуру поверхности ледника на n -м шаге итерационной процедуры в следующем виде:

$$\mu^n(t) = \frac{a_0^n}{2} + \sum_{l=1}^L a_l^n \cos\left(\frac{2\pi}{T_l} t\right) + b_l^n \sin\left(\frac{2\pi}{T_l} t\right). \quad (7)$$

На первом шаге произвольно задаются начальные значения коэффициентов $(a_0^1, a_1^1, \dots, a_L^1, b_1^1, \dots, b_L^1)$. Например, в качестве a_0^1 можно взять среднее значение температуры поверхности ледника в прошлом, а остальные коэффициенты приравнять к нулю. Периоды гармоник T_l также могут быть произвольными, однако для повышения точности реконструкции их следует выбирать так, чтобы они отражали периодичность, характерную для температурных изменений в исследуемом регионе. Эта периодичность может быть определена с помощью частотного анализа дополнительных косвенных источников информации об изменениях климата (см. далее). При использовании градиентного метода коэффициенты на $n+1$ -ом шаге вычисляются по следующим формулам [17]:

$$\begin{aligned} a_0^{n+1} &= a_0^n - \gamma^n \left(\int_0^H W_{a_0}(z) \left(\tilde{R}\{\mu^n(t)\} - \theta(z) \right) dz + \alpha \frac{\partial \Omega^n}{\partial a_0^n} \right); \\ a_l^{n+1} &= a_l^n - \gamma^n \left(\int_0^H W_{a_l}(z) \left(\tilde{R}\{\mu^n(t)\} - \theta(z) \right) dz + \alpha \frac{\partial \Omega^n}{\partial a_l^n} \right); \end{aligned} \quad (8)$$

$$b_l^{n+1} = b_l^n - \gamma^n \left(\int_0^H W_{b_l}(z) \left(\tilde{R}\{\mu^n(t)\} - \theta(z) \right) dz + \alpha \frac{\partial \Omega^n}{\partial b_l^n} \right);$$

$$l = 1, 2, \dots, L,$$

где $\gamma^n > 0$ – градиентный шаг; $W_{a_0}(z)$, $W_{a_1}(z)$, $W_{b_1}(z)$, – решения задачи (3) в момент времени t_f с граничными условиями на поверхности $\mu(t) = 1/2$, $\mu(t) = \cos(2\pi t/T_f)$ и $\mu(t) = \sin(2\pi t/T_f)$ соответственно; $\Omega^n = \Omega[\mu^n(t)]$.

Реконструкция температуры поверхности ледника

Предшествующие реконструкции температуры поверхности ледника на Западном плато Эльбруса [14] существенно различались между собой, так как из-за недостатка натуральных данных они были выполнены при различных гипотезах о вертикальном распределении адвекции. Появление новых данных о распределении годовых слоёв в фирново-ледяной толще на Западном плато [15] позволило определить действительную зависимость скорости вертикальной адвекции от глубины. На основании возраста отдельных горизонтов и их толщины была рассчитана вертикальная скорость погружения слоёв в леднике. Значения скорости, вычисленные по толщине годовых слоёв, скачкообразно изменяются и без сглаживания непригодны для температурной реконструкции. На основе имеющейся датировки керна была построена аппроксимация зависимости возраста от глубины (рис. 3, а). Погрешность аппроксимации составила не более 1,5%. По аппроксимационной за-

висимости была найдена скорость вертикальной адвекции годовых слоёв в леднике (см. рис. 3, б).

Профиль скорости вертикальной адвекции рассчитывался следующим образом. Пусть $A(z)$ – аппроксимированная зависимость возраста фирна/льда от глубины (см. рис. 3, а). Обратив эту зависимость, получим зависимость глубины залегания слоя фирна/льда от его возраста $z(A)$. Тогда скорость вертикальной адвекции \tilde{w} слоя возраста A будет выражаться производной $\tilde{w}(A) = dz/dA$, а скорость адвекции того же слоя как функцию глубины (см. рис. 3, б) можно найти путём подстановки зависимости возраста от глубины: $w(z) = \tilde{w}(A(z))$. Нижняя часть ледникового керна не датирована, поэтому полученный на основе датировки керна профиль скорости адвекции не достигает ложа ледника. В связи с этим вычисленный профиль был линейно продолжен до ложа ледника так, чтобы на максимальной глубине скорость адвекции становилась равной нулю – $w(H) = 0$.

На основе изложенной здесь методики мы реконструировали температуру на глубине основания деятельного слоя ледника (≈ 10 м) на Западном плато Эльбруса по измеренному в скважине температурному профилю (см. рис. 2) с учётом новых данных об адвекции. Физические параметры среды были определены ранее [14]. Зависимость плотности от глубины аппроксимирована полиномом четвёртой степени. Удельная теплоёмкость

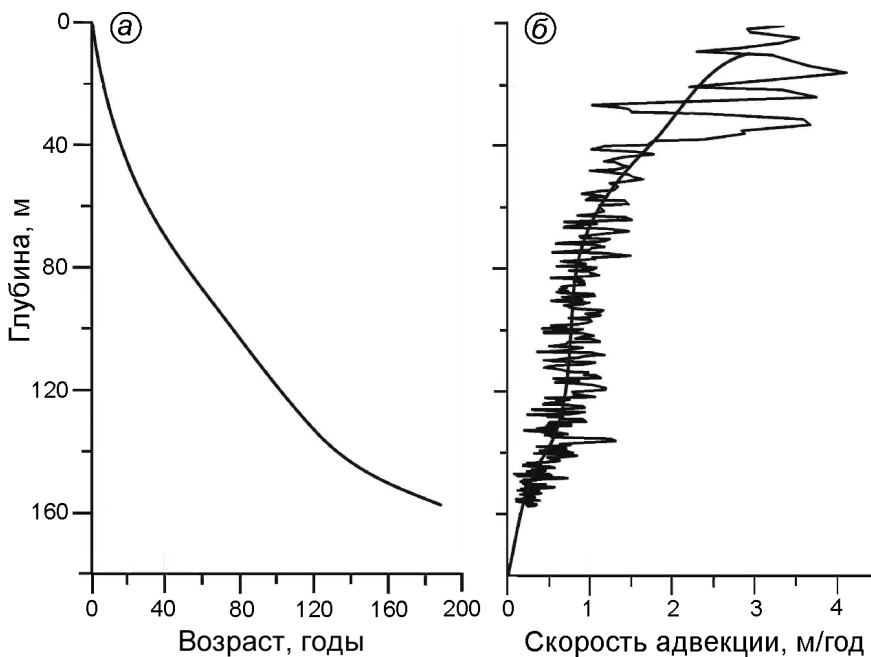


Рис. 3. Вертикальная адвекция: а – возраст фирново-ледяной толщи; б – скорость адвекции, вычисленная по датировке ледникового керна (зигзагообразная кривая), и её аппроксимирующий профиль (гладкая кривая)

Fig. 3. Vertical advection: а – age of ice/firn thickness; а – rate of advection calculated from the ice core dating (zigzag curve) and its approximating profile (smooth curve)

и коэффициент теплопроводности варьируют по глубине незначительно и вычисляются по эмпирическим формулам для чистого льда:

$$c = 2098 + 7,122\langle T \rangle = 1999 \text{ Дж/(кг К)};$$

$$k = 9,828e^{-0,0057(273,15 + \langle T \rangle)} = 2,24 \text{ Вт/(м К)},$$

где $\langle T \rangle = -13,9 \text{ }^\circ\text{C}$ – средняя температура в скважине.

Для большинства ледников профили температуры у основания соответствуют стационарным граничным условиям на поверхности и у ложа – задача (2), что позволяет вычислить значения начальной температуры на поверхности U_0 и геотермического потока q . Для этого задача (2) решается численно с неопределёнными параметрами U_0 и q , после чего данные параметры определяют на основе метода наименьших квадратов из условия близости стационарного и измеренного профилей температуры в нижней части скважины. Так было найдено начальное значение температуры на глубине основания деятельного слоя ледника $U_0 = -15,3 \text{ }^\circ\text{C}$, а величина геотермического потока на нижней границе ледника оказалась равной $|q| = 0,3 \text{ Вт/м}^2$ и близка к значению, полученному в работе [15]. Эта величина превышает среднее значение теплового потока для Центрального Кавказа в 4–5 раз, но для Эльбруса повышенное значение теплового потока может достигать и 2 Вт/м^2 [18, 19], что связывают с магматическим очагом, залегающим на глубине 2 км ниже уровня моря. Предполагается, что за период реконструкции (1930–2008 гг.) геотермический поток существенно не изменился, поэтому соответствующее граничное условие считается стационарным.

Решая задачу (2) с уже известными значениями U_0 и q , находим стационарный температурный профиль (см. рис. 2). Далее решаем обратную задачу – (3) и (4). При отсутствии дополнительных априорных данных о климатических изменениях вблизи ледника в прошлом можно восстановить температуру поверхности методом регуляризации по Тихонову [10], используя представление температуры (7) в виде суммы гармоник Фурье с неопределёнными коэффициентами. Результат такой реконструкции представлен на последнем рисунке в статье – рис. 5, а, кривая 2. В этой реконструкции высокочастотные колебания сильно сглаживаются и можно увидеть лишь средний тренд температуры в прошлом. Если же имеется априорная информация о прошлых климати-

ческих изменениях в районе ледника, то можно выполнить более точную реконструкцию. В этом случае решаем обратную задачу – (3) и (4), используя в формуле (7) специально подобранные периоды гармоник T_i , которые возьмём из дополнительного косвенного источника информации об изменениях климата в данном регионе – из хронологии древесных колец [16] (рис. 4, а). В обоих случаях неопределённые коэффициенты в выражении (7) вычисляются в процессе итерационной процедуры по формулам (8) при уже заданных периодах гармоник. Подобный подход, использующий дополнительные данные по косвенным индикаторам изменений климата с высоким разрешением по времени, может повысить точность проводимой реконструкции и обеспечить уменьшение невязки между вычисленным и измеренным профилями температуры в скважине.

Для выявления характерных временных периодов, присутствующих в этих данных, применён вейвлет-анализ. В настоящей работе в качестве анализирующего вейвлета использован вейвлет Морле. Результаты вейвлет-преобразования для хронологии древесных колец можно видеть на рис. 4, б, в – это спектр коэффициентов вейвлет-преобразования и глобальный спектр энергии. На нём обозначен и треугольник достоверности, вне которого значения коэффициентов вейвлет-преобразования вычисляются с погрешностями, так как около границ невозможно использовать всю длину анализирующего вейвлета. Из вейвлет-преобразования видно, что для хронологии древесных колец характерны периоды ~ 78 , ~ 41 , ~ 27 и ~ 19 лет. Возможно, существуют и периоды ~ 264 и ~ 165 лет, но, поскольку большая часть информации о колебаниях с этими периодами находится вне треугольника достоверности, однозначно предположить их существование нельзя.

Реконструкция, полученная путём решения обратной задачи – (3) и (4) с использованием указанных периодов при построении граничного условия (7), представлена на рис. 5, а, кривая 1. В этом случае невязка оказалась на порядок меньше по сравнению с реконструкцией методом Тихонова без привлечения дендрохронологических данных, что свидетельствует о правомерности использования такого подхода. Вычисленный на основе этой реконструкции профиль температуры в скважине приведён на рис. 2.

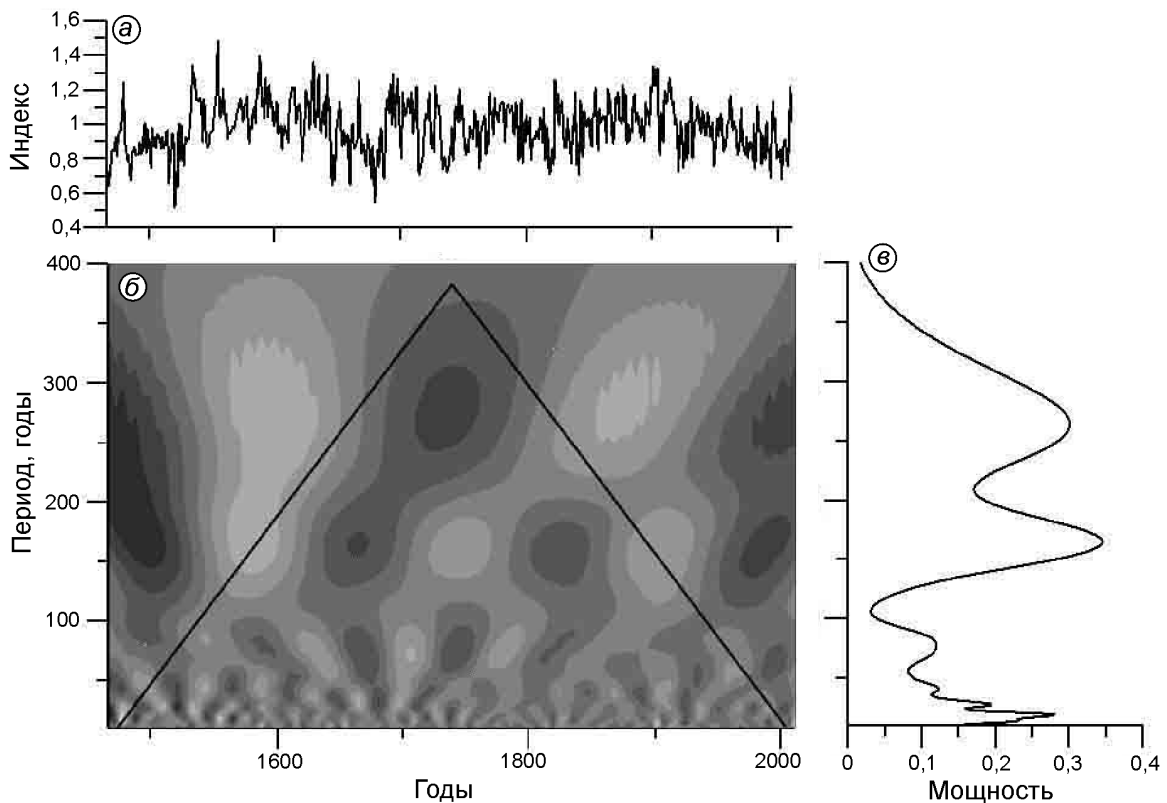


Рис. 4. Анализ древесно-кольцевых данных:

a – хронология годичного прироста древесины сосны на Центральном Кавказе; *б* – спектр коэффициентов вейвлет-преобразования; *в* – глобальный спектр энергии

Fig. 4. Tree-ring data analysis.

a – chronology of the annual growth of pine wood in the Central Caucasus; *б* – spectrum of coefficients of the wavelet transform; *в* – global energy spectrum

Обсуждение результатов

Температура основания деятельного слоя почвенного покрова, водоёмов и ледников в хорошем приближении соответствует приземной среднегодовой температуре воздуха в регионе. Однако это не означает, что отклик температуры нижней границы деятельного слоя на межгодовую изменчивость температуры приземного воздуха однозначен. Из-за различия инерционных характеристик атмосферы и подстилающей поверхности сигнал может запаздывать, а в ряде случаев и совсем пропадать. Вместе с тем логично предположить, что крупные и долгопериодные климатические аномалии должны проявиться в вариациях температуры подошвы деятельного слоя.

Реконструкция температуры основания деятельного слоя ледника на Западном плато Эльбруса выполнена для высоты 5100 м, т.е. высоты средней тропосферы, поэтому её значения долж-

ны соответствовать температуре воздуха на уровне 500 мб поверхности. Поскольку ближайшая точка аэрологического зондирования атмосферы расположена в Минеральных Водах в 100 км к северу от точки бурения, результаты реконструкции были сопоставлены с данными реанализа NCEP/NCAR. Среди различных реанализов, полученных в результате корректного синтеза данных наблюдений и численного моделирования атмосферы, к наиболее распространённым относятся: NCEP/NCAR, XXCentury, CFSR, FNL, Era-Interim. Они различаются схемами усвоения данных, пространственным разрешением, временным охватом. Ранее при сравнении всех температурных данных по району Эльбруса нами было показано [20], что реанализ NCEP/NCAR весьма корректно описывает температурный режим свободной атмосферы над Центральным Кавказом. Так, изменчивость температуры воздуха на Западном плато по данным этого реанализа хорошо согласуется с ре-

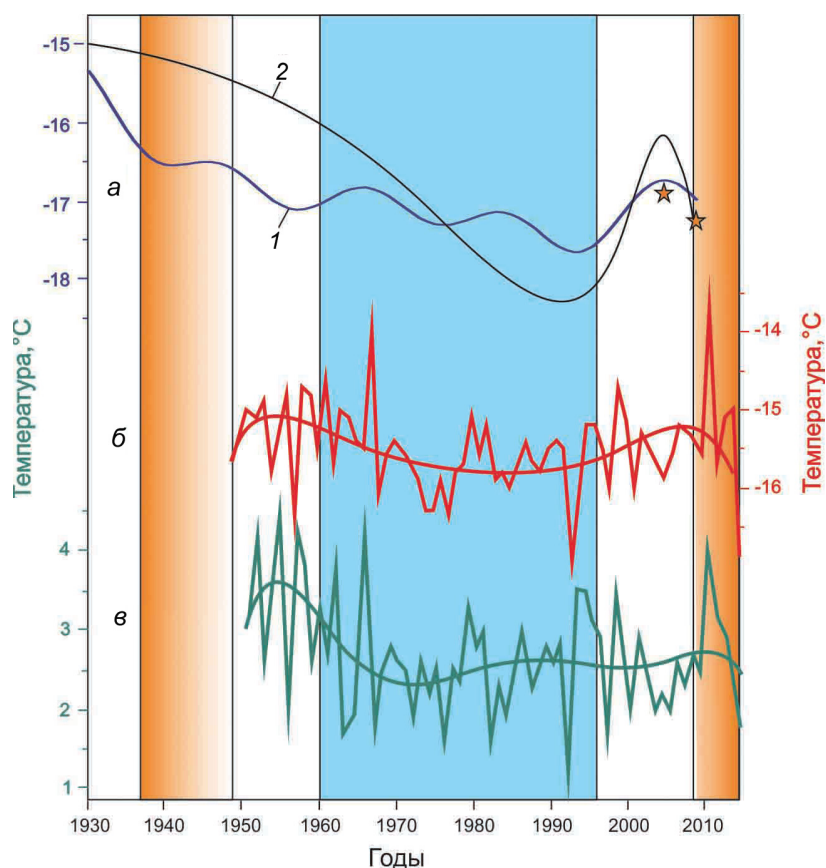


Рис. 5. Динамика температуры по различным данным.

Реконструкция температуры основания деятельного слоя ледника на Западном плато Эльбруса за период 1930–2008 гг. *а*: 1 – с учётом дендрохронологических данных; 2 – только на основе скважинной термометрии и анализа керна; *б* – средняя годовая температура воздуха над Западным плато Эльбруса на высоте 500 мб поверхности по данным реанализа NCEP/NCAR; *в* – температура на метеостанции Терскол. Звездочками показаны измеренные температуры в подошве деятельного слоя ледовой толщи на Западном плато Эльбруса

Fig. 5. Temperature dynamics according to various data.

Reconstruction of the temperature of the base of the active layer of the glacier on the Elbrus western plateau for the period 1930–2008. *a*: 1 – taking into account dendrochronological data; 2 – based on borehole thermometry and core analysis only; *б* – mean annual air temperature over the Elbrus western plateau at a height of 500 mbar surface according to the NCEP/NCAR reanalysis; *в* – temperature at the Terskol weather station. The asterisks show the measured temperatures in the base of the active layer of the ice thickness on the Elbrus western plateau

зультатами измерений на метеостанциях Терскол ($r = 0,82$) и Теберда ($r = 0,65$) и отражает общие тенденции изменений среднегодовой температуры воздуха, осреднённой по всей территории России в XX – начале XXI вв.

Полученная реконструкция температуры основания деятельного слоя ледника на Западном плато Эльбруса в целом соответствует общему тренду климатических изменений в Приэльбрусье. На рис. 5, б представлены средние годовые значения реанализа температуры воздуха, приведённые с уровня 500 мб поверхности к уровню Западного плато Эльбруса по градиенту стандартной атмосферы ($-0,65\text{ }^{\circ}\text{C}/100\text{ м}$). Значения реанализа в точке бурения получены путём интерполяции данных в ближайших узлах регулярной сетки реанализа NCEP/NCAR. Методика расчётов для данного района детально рассмотрена в работе [20]. Как видно из рис. 5, а, б, абсолютные значения, а также диапазон изменчивости среднегодовой температуры воздуха и основания деятельного слоя ледника достаточно близки, что указывает на адекватное воспроизведение моделью термического режима региона.

Расчётные результаты реконструкции температуры в подошве деятельного слоя ледника представляют собой сильно сглаженные величины, поэтому для сравнения было выполнено сглаживание с помощью полинома третьей степени средней годово́й температуры по данным реанализа. Нормированный коэффициент корреляции между этими рядами данных составил 0,76 и, согласно критерию Стьюдента, представляет собой статистически значимую величину на 5%-ом уровне значимости. Значение коэффициента нормированной корреляции между результатами реконструкции и полиномиально сглаженной среднегодовой температурой воздуха на метеостанции Терскол, расположенной близко от Эльбруса (см. рис. 4, в), оказалось равным 0,53 и также значимо на уровне 0,05. Сравнение реконструкции с данными метеостанции Теберда, имеющей самый длинный ряд наблюдений (1926–2010 гг.) среди высокогорных метеостанций на Северном Кавказе, не показало значимой корреляции.

С точки зрения интерпретации полученных значений существенно, что установленные корреляции не связывают непосредственно ряды тем-

пературы воздуха, а характеризуют связь между реконструированной температурой фирна на глубине основания деятельного слоя и различными рядами температуры воздуха, дополнительно сглаженными для выявления трендов. По этой причине ожидаемо получить лишь умеренные величины коэффициентов корреляции даже в случае ближайших метеостанций. В то же время, согласно шкале Чеддока, найденную связь можно характеризовать как заметную для метеостанции Терскол (диапазон 0,5–0,7) и высокую для данных реанализа (диапазон 0,7–0,9). Таким образом, полученные результаты указывают на наличие статистически значимой связи температуры воздуха в среднегорье и высокогорного оледенения Кавказа.

Выполненный анализ показал, что соответствие между метеорологическими и реконструированными данными проявляется только в масштабах климатической изменчивости (т.е. в случае сглаживания рядов среднегодовой температуры воздуха, речь о котором шла ранее). Причина этого — нелинейность связи между приземной температурой воздуха и температурой подошвы деятельного слоя ледника. Последняя зависит от результирующего потока тепла в глубь снежно-фирновой толщи, а следовательно, подчиняется законам Фурье (сглаживание межгодовой изменчивости, запаздывание максимумов и т.д.). Таким образом, высокочастотная межгодовая изменчивость температуры подошвы деятельного слоя ледника не проявилась в результатах реконструкции, в то время как общие климатические тенденции (потепление 1940-х годов, сменившееся похолоданием 1960–80-х годов, затем современное потепление) в общих чертах прослеживаются достаточно хорошо.

Тренд температуры в разных средах (свободная атмосфера, её приземной слой, поверхность ледников) в данном регионе соответствует глобальным изменениям. Можно выделить три периода: 1) завершающую фазу «потепления 1940-х годов», связанную с интенсификацией меридиональных и блокирующих типов атмосферной циркуляции; 2) относительно холодный период 1960–90-х годов, для которого характерно обострение зональных типов циркуляции; 3) стремительное потепление в конце XX — начале XXI вв., проявляющееся в основном в высокой повторяемости антициклональной погоды в летние месяцы, которая приводит к продолжительным периодам аномально высокой температуры воздуха.

Современное потепление на уровне Западного плато Эльбруса проявляется слабо — в виде статистически незначимой положительной аномалии в 2000–2010 гг. (см. рис. 5, б), сменившейся довольно глубоким похолоданием в 2014 г. Это несоответствие, на первый взгляд, хорошо сочетается с общими представлениями о современном потеплении климата, которые сводятся к антропогенному форсингу, прежде всего, к влиянию парниковых газов. Парниковый эффект проявляется главным образом в нижней тропосфере, где значения парциального давления водяного пара, углекислого газа, метана и закиси азота максимальны. В более высоких слоях атмосферы температурные тренды менее значимы, что подтверждают данные аэрологического зондирования [21]. Вместе с тем существуют исследования, в которых показано, что в горных районах по мере роста высоты над уровнем моря эффект современного потепления усиливается [22]. Однако, как показали оценки, выполненные в исследовании [23] на основе натурных данных и результатов моделирования, в высокогорных районах Кавказа потепление проявилось не так интенсивно, как на прилегающих равнинах. В этом смысле результаты реконструкции температуры подошвы деятельного слоя ледника на Западном плато соответствуют среднему многолетнему тренду годовой температуры воздуха, который пока статистически значимо не выражен (имеет место лишь интенсивное потепление в летний сезон [23]).

Природу понижения температуры подошвы деятельного слоя ледника к концу периода нашей реконструкции пока объяснить достаточно сложно. В качестве гипотезы можно предположить реакцию температуры основания деятельного слоя ледника на уменьшение радиационного баланса поверхности, которое на Западном плато Эльбруса может быть связано с увеличением теплового излучения поверхности в условиях отрицательного тренда балла облачности [23]. В масштабах годовых значений этот эффект может вызвать уменьшение радиационного баланса снежной поверхности, которое не обязательно приведёт к понижению среднегодовой приземной температуры воздуха, но вполне может способствовать постепенному охлаждению снежно-фирновой толщи.

Фактические данные измерения температуры в подошве деятельного слоя (10 м) ледника на Западном плато Эльбруса в 2004 г. ($-17,0$ °C) и в 2009 г. ($-17,3$ °C) показывают неплохое соответствие ре-

зультатам моделирования (см. рис. 5), однако относиться к этому результату нужно осторожно. Во-первых, расстояние между двумя точками бурения в 2004 и 2009 гг. составляло около 200 м, во-вторых, полученная разница всё-таки статистически значима и, кроме того, соизмерима с величиной межгодовой изменчивости температуры основания деятельного слоя ледника: её среднеквадратическое отклонение составляет 0,49 °С. Примечательно также, что температурный пик 2000-х годов практически синхронно возникает при обоих способах реконструкции температуры (как с использованием дендрохронологических данных, так и без них) и близок к значениям, измеренным на глубине основания деятельного слоя ледника.

Заключение

В настоящем исследовании авторы представили реконструкцию температуры поверхности ледника на Западном плато Эльбруса, охватывающую период 1930–2008 гг. и выполненную на основе скважинной термометрии с привлечением данных дендрохронологии. Отметим, что проведённая реконструкция независима от метеорологических данных. Согласно полученным результатам, температура основания деятельного слоя ледника менялась в диапазоне от $-17,7$ до $-15,3$ °С, что близко к масштабам межгодовой изменчивости температуры воздуха в средней тропосфере в районе Эльбруса по данным реанализа NCEP/NCAR. Так, среднеквадратическое отклонение температуры основания деятельного слоя ледника составляет 0,49 °С, тогда как эта величина для приземной температуры воздуха равна 0,7 °С.

Ряды среднегодовой температуры воздуха по данным реанализа и метеостанции Терскол заметно коррелируют с температурой основания

деятельного слоя ледника (коэффициенты корреляции 0,76 и 0,53 соответственно). Вместе с тем основные климатические тенденции XX в. нашли своё проявление в температуре поверхности ледника: достаточно хорошо воспроизводится похолодание 1960–80-х годов и сменившее его экстремальное потепление на рубеже веков.

Резкое понижение температуры подошвы ледника в 2005–2010 гг. пока объяснить достаточно сложно. Возможно, это реакция на приостановку глобального потепления, которая выразилась и в региональном масштабе, о чём свидетельствуют как натурные данные, так и результаты реанализа. Кроме того, снежно-ледовая толща может выхолаживаться за счёт увеличения длинноволнового излучения поверхности, которое совершенно не обязательно должно отразиться в приземной температуре воздуха даже в масштабах среднегодовых значений.

Благодарности. Данное исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (№ 17-17-01270). Анализ климатической изменчивости на Кавказе проводился в рамках плановой темы Института географии РАН (AAAA-A19-119022190172-5). Авторы благодарны Е.А. Долговой за предоставленные первичные данные по ширине годичных колец деревьев на Кавказе, а также И.И. Лаврентьеву за помощь в подготовке иллюстративного материала.

Acknowledgments. This study was supported by the Russian Science Foundation (№ 17-17-01270). Climate variability in the Caucasus was studied in the frames of research plan of the Institute of Geography, Russian Academy of Sciences (AAAA-A19-119022190172-5). The authors are grateful to E. Dolgova for providing the primary data on the tree-ring width for the Caucasus and I. Lavrentiev for help in preparing illustrative material.

Литература

1. Долгова Е.А., Соломина О.Н. Первая количественная реконструкция температуры воздуха теплого периода на Кавказе по дендрохронологическим данным // ДАН. 2010. Т. 431. № 2. С. 252–256.
2. Соломина О.Н., Калугин И.А., Александрин М.Ю., Бушуева И.С., Дарин А.В., Долгова Е.А., Жомелли В., Иванов М.Н., Мацковский В.В., Овчинников Д.В., Павлова И.О., Разумовский Л.В., Чепур-

References

1. Dolgova E.A., Solomina O.N. First quantitative reconstruction of air temperature for the warm period in the Caucasus based on dendrochronological data. *Doklady Akademii Nauk*. Proc. of the Academy of Sciences. 2010, 431 (2): 252–256. [In Russian].
2. Solomina O.N., Kalugin I.A., Aleksandrin M.Y., Bushueva I.S., Darin A.V., Dolgova E.A., Jomelli V., Ivanov M.N., Matskovsky V.V., Ovchinnikov D.V., Pavlolo-

- ная А.А. Бурение осадков оз. Каракель (долина р. Теберда) и перспективы реконструкции истории оледенения и климата голоцена на Кавказе // Лёд и Снег. 2013. № 2 (122). С. 102–111. doi: 10.15356/2076-6734-2013-2-102-111.
3. Zagorodnov V., Nagornov O., Scambos T.A., Muto A., Mosley-Thompson E., Pettit E.C., Tyuflyin S. Borehole temperatures reveal details of 20th century warming at Bruce Plateau, Antarctic Peninsula // The Cryosphere. 2012. V. 6. № 3. P. 675–686. doi: 10.5194/tc-6-675-2012.
 4. Yang J.-W., Han Y., Orsi A.J., Kim S.-J., Han H., Ryu Y., Jang Y., Moon J., Choi T., Hur S.D., Ahn J. Surface temperature in twentieth century at the Styx Glacier, northern Victoria Land, Antarctica, from borehole thermometry // Geophys. Research Letters. 2018. V. 45. № 18. P. 9834–9842. doi: 10.1029/2018GL078770.
 5. Suman A., Dyer F., White D. Late Holocene temperature variability in Tasmania inferred from borehole temperature data // Climate of the Past. 2017. V. 13. № 6. P. 559–572. doi: 10.5194/cp-13-559-2017.
 6. Huang S., Pollack H.N., Shen P.-Y. Temperature trends over the past five centuries reconstructed from borehole temperatures // Nature. 2000. V. 403. № 6771. P. 756–758. doi: 10.1038/35001556.
 7. Beltrami H., Bourlon E. Ground warming patterns in the Northern Hemisphere during the last five centuries // Earth and Planetary Science Letters. 2004. V. 227. № 3–4. P. 169–177. doi: 10.1016/j.epsl.2004.09.014.
 8. Huang S. Merging information from different resources for new insights into climate change in the past and future // Geophys. Research Letters. 2004. V. 31. № 13. doi: 10.1029/2004GL019781.
 9. Демежко Д.Ю., Соломина О.Н. Изменения температуры земной поверхности на о. Кунашир за последние 400 лет по геотермическим и древесно-кольцевым данным // ДАН. 2009. Т. 426. № 2. С. 240–243. doi: 10.1134/S1028334X09040266.
 10. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
 11. MacAyeal D.R., Firestone J., Waddington E. Paleothermometry by control methods // Journ. of Glaciology. 1991. V. 37. № 127. P. 326–338. https://doi/: 10.3189/S0022143000005761.
 12. Mosegaard K. Resolution analysis of general inverse problems through inverse Monte Carlo sampling // Inverse Problems. 1998. V. 14. № 3. P. 405–426. https://doi/: 10.1088/0266-5611/14/3/004.
 13. Коновалов Ю.В., Нагорнов О.В., Загороднов В.С., Thompson L.G. Восстановление температуры поверхности ледника по данным скважинных измерений // Математическое моделирование. 2001. Т. 13. № 11. С. 48–68.
 14. Михаленко В.Н., Кутузов С.С., Нагорнов О.В., Тюфлин С.А., Лаврентьев И.И., Марченко С.А., ва I.O., Razumovsky L.V., Chepurnaya A.A. Coring of Karakel' Lake sediments (Teberda River valley) and prospects for reconstruction of glaciation and Holocene climate history in the Caucasus. *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2013, 2 (122): 102–111. doi: 10.15356/2076-6734-2013-2-102-111. [In Russian].
 3. Zagorodnov V., Nagornov O., Scambos T.A., Muto A., Mosley-Thompson E., Pettit E.C., Tyuflyin S. Borehole temperatures reveal details of 20th century warming at Bruce Plateau, Antarctic Peninsula. *The Cryosphere*. 2012, 6 (3): 675–686. doi: 10.5194/tc-6-675-2012.
 4. Yang J.-W., Han Y., Orsi A.J., Kim S.-J., Han H., Ryu Y., Jang Y., Moon J., Choi T., Hur S.D., Ahn J. Surface temperature in twentieth century at the Styx Glacier, northern Victoria Land, Antarctica, from borehole thermometry. *Geophys. Research Letters*. 2018, 45 (18): 9834–9842. doi: 10.1029/2018GL078770.
 5. Suman A., Dyer F., White D. Late Holocene temperature variability in Tasmania inferred from borehole temperature data. *Climate of the Past*. 2017, 13 (6): 559–572. doi: 10.5194/cp-13-559-2017.
 6. Huang S., Pollack H.N., Shen P.-Y. Temperature trends over the past five centuries reconstructed from borehole temperatures. *Nature*. 2000, 403 (6771): 756–758. doi: 10.1038/35001556.
 7. Beltrami H., Bourlon E. Ground warming patterns in the Northern Hemisphere during the last five centuries. *Earth and Planetary Science Letters*. 2004, 227 (3–4): 169–177. doi: 10.1016/j.epsl.2004.09.014.
 8. Huang S. Merging information from different resources for new insights into climate change in the past and future. *Geophys. Research Letters*. 2004, 31 (13). doi: 10.1029/2004GL019781.
 9. Demezhko D.Yu., Solomina O.N. Ground surface temperature variations on Kunashir Island in the last 400 years inferred from borehole temperature data and tree-ring records. *Doklady Akademii Nauk*. Proc. of the Academy of Sciences. 2009, 426 (2): 240–243. doi: 10.1134/S1028334X09040266. [In Russian].
 10. Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya. *Metody resheniya nekorrektnykh zadach*. The methods of solution of ill-posed problems. Moscow: Nauka, 1986: 288 p. [In Russian].
 11. MacAyeal D.R., Firestone J., Waddington E. Paleothermometry by control methods. *Journ. of Glaciology*. 1991, 37 (127): 326–338. https://doi/: 10.3189/S0022143000005761.
 12. Mosegaard K. Resolution analysis of general inverse problems through inverse Monte Carlo sampling. *Inverse Problems*. 1998, 14 (3): 405–426. https://doi/: 10.1088/0266-5611/14/3/004.
 13. Konovalov Yu.V., Nagornov O.V., Zagorodnov V.S., Thompson L.G. Reconstruction of the glacier surface temperature based on the bore hole temperature measurements. *Matematicheskoe modelirovanie*. Mathematical modelling. 2001, 13 (11): 48–68. [In Russian].

- Окопный В.И. Стратиграфическое строение и температурный режим фирново-ледяной толщи на Западном плато Эльбруса // Экстремальные природные явления и катастрофы. 2011. Т. 2. С. 180–188.
15. *Mikhalenko V., Sokratov S., Kutuzov S., Ginot P., Le-grand M., Preunkert S., Lavrentiev I., Kozachek A., Ekaykin A., Faïn X., Lim S., Schotterer U., Lipenkov V., Toropov P.* Investigation of a deep ice core from the Elbrus western plateau, the Caucasus, Russia // *The Cryosphere*. 2015. № 9. P. 2253–2270. doi: 10.5194/tc-9-2253-2015.
 16. *Dolgova E.* June–September temperature reconstruction in the Northern Caucasus based on blue intensity data // *Dendrochronologia*. 2016. V. 39. P. 17–23. doi: 10.1016/j.dendro.2016.03.002.
 17. *Нагорнов О.В., Тюфлин С.А., Коновалов Ю.В., Костин А.Б.* Обратные задачи палеотермометрии. М.: изд. МИФИ, 2008. 173 с.
 18. *Масуренков Ю.П.* Плотность теплового потока и глубина залегания магматического очага под вулканом Эльбрус // Бюл. вулканол. станций. 1971. № 4. С. 79–82.
 19. *Лиходеев Д.В., Михаленко В.Н.* Температура кровли магматической камеры вулкана Эльбрус // Геофизич. исследования. 2012. Т. 13. № 4. С. 70–75.
 20. *Торопов П.А., Михаленко В.Н., Кутузов С.С., Морозова П.А., Шестакова А.А.* Температурный и радиационный режим ледников на склонах Эльбруса в период абляции за последние 65 лет // Лёд и Снег. 2016. Т. 56. № 1. С. 5–19. doi: 10.15356/2076-6734-2016-1-5-19.
 21. *Sherwood S.C., Meyer C.L., Allen R.J., Titchner H.A.* Robust tropospheric warming revealed by iteratively homogenized radiosonde data // *Journ. of Climate*. 2008. V. 21. № 20. P. 5336–5350. doi: 10.1175/2008JCLI2320.1.
 22. *Pepin N., Bradley R.S., Diaz H.F., Baraer M., Caceres E.B., Forsythe N., Fowler H., Greenwood G., Hashmi M.Z., Liu X.D., Miller J.R., Ning L., Ohmura A., Palazzi E., Rangwala I., Schöner W., Severskiy I., Shahgedanova M., Wang M.B., Williamson S.N., Yang D.Q.* Elevation-dependent warming in mountain regions of the world // *Nature Climate Change*. 2015. V. 5. № 5. P. 424–430. doi: 10.1038/nclimate2563.
 23. *Toropov P.A., Aleshina M.A., Grachev A.M.* Large-scale climatic factors driving glacier recession in the Greater Caucasus, 20th–21st century // *Intern. Journ. of Climatology*. 2019. V. 39. № 12. P. 4703–4720. doi: 10.1002/joc.6101.
 14. *Mikhalenko V.N., Kutuzov S.S., Nagornov O.V., Tyuflyin S.A., Lavrentiev I.I., Marchenko S.A., Okopny V.I.* Stratigraphic structure and thermal regime of the infiltration layer at the Elbrus west plate. *Ekstremal'nyye prirodnyye yavleniya i katastrofy*. Extreme natural phenomena and disasters. 2011, 2: 180–188. [In Russian].
 15. *Mikhalenko V., Sokratov S., Kutuzov S., Ginot P., Le-grand M., Preunkert S., Lavrentiev I., Kozachek A., Ekaykin A., Faïn X., Lim S., Schotterer U., Lipenkov V., Toropov P.* Investigation of a deep ice core from the Elbrus western plateau, the Caucasus, Russia. *The Cryosphere*. 2015, 9: 2253–2270. doi: 10.5194/tc-9-2253-2015.
 16. *Dolgova E.* June–September temperature reconstruction in the Northern Caucasus based on blue intensity data. *Dendrochronologia*. 2016, 39: 17–23. doi: 10.1016/j.dendro.2016.03.002.
 17. *Nagornov O.V., Tyuflyin S.A., Konovvalov Y.V., Kostin A.B.* *Obratnyye zadachi paleotermometrii*. Inverse problems of paleothermometry. Moscow: MEPhI, 2008: 173 p. [In Russian].
 18. *Masurenkov Yu.P.* Density of the thermal flow and depth of the magma source under the Elbrus volcano. *Byul. vulkanol. stantsiy*. Bull. volcanic stations. 1971, (47): 79–82. [In Russian].
 19. *Likhodeev D.V., Mikhalenko V.N.* Temperature estimation for the most upper part of magmatic chamber of the Elbrus volcano. *Geofizicheskiye issledovaniya*. Geophys. Research. 2012, 13 (4): 70–75. [In Russian].
 20. *Toropov P.A., Mikhalenko V.N., Kutuzov S.S., Morozova P.A., Shestakova A.A.* Temperature and radiation regime of glaciers on slopes of the Mount Elbrus in the ablation period over last 65 years. *Led i Sneg*. Ice and Snow. 2016, 56 (1): 5–19. doi: 10.15356/2076-6734-2016-1-5-19. [In Russian].
 21. *Sherwood S.C., Meyer C.L., Allen R.J., Titchner H.A.* Robust tropospheric warming revealed by iteratively homogenized radiosonde data. *Journ. of Climate*. 2008, 21 (20): 5336–5350. doi: 10.1175/2008JCLI2320.1.
 22. *Pepin N., Bradley R.S., Diaz H.F., Baraer M., Caceres E.B., Forsythe N., Fowler H., Greenwood G., Hashmi M.Z., Liu X.D., Miller J.R., Ning L., Ohmura A., Palazzi E., Rangwala I., Schöner W., Severskiy I., Shahgedanova M., Wang M.B., Williamson S.N., Yang D.Q.* Elevation-dependent warming in mountain regions of the world. *Nature Climate Change*. 2015, 5 (5): 424–430. doi: 10.1038/nclimate2563.
 23. *Toropov P.A., Aleshina M.A., Grachev A.M.* Large-scale climatic factors driving glacier recession in the Greater Caucasus, 20th–21st century. *Intern. Journ. of Climatology*. 2019, 39 (12): 4703–4720. doi: 10.1002/joc.6101.