

# Presentación: Resolución de problemas matemáticos: Tecnologías Digitales, Procesos Cognitivos y Metacognitivos y Formación de Profesores de Matemáticas

---

## Editorial: Mathematical Problem Solving: Digital Technologies, Cognitive and Metacognitive Processes and Mathematics Teacher Training

Dedicado al Profesor Andrés Nortes Checa en recuerdo de su jubilación

MATÍAS CAMACHO-MACHÍN\*

*mcamacho@ull.edu.es*

MANUEL SANTOS-TRIGO\*\*

*msantos@cinvestav.mx*

ROSA NORTES MARTÍNEZ-ARTERO\*\*\*

*mrosa.nortes@um.es*

*\*Universidad de La Laguna, España*

*\*\*Cinvestav-IPN, México*

*\*\*\*Universidad de Murcia, España*

La resolución de problemas es una actividad común que aparece durante la toma de decisiones y acciones que realiza el individuo de manera cotidiana. ¿Cómo se estima el presupuesto para pintar una casa? ¿Cómo se resuelve una ecuación de segundo grado y qué significa la solución que se obtiene? ¿Cuánto terreno se necesita para plantar 100 árboles frutales? ¿Cómo preparar una clase sobre el tema de la derivada? etc. son preguntas que se relacionan con la resolución de algún problema e implican la búsqueda de información, la selección de algún método o camino de solución y la comunicación de resultados. Es decir, en contextos o ambientes familiares, laborales, profesionales y escolares, el individuo constantemente se enfrenta a situaciones que involucran

la resolución de problemas. La variedad de situaciones problemáticas demanda que el individuo desarrolle diferentes recursos y formas de resolver problemas.

En la Didáctica de las Matemática o la Educación Matemática la resolución de problemas es un área de conocimientos y de investigación que enfoca la atención hacia el estudio de los procesos involucrados en la formulación y resolución de problemas matemáticos y la comprensión y construcción de un pensamiento matemático. La idea es que la comprensión de cómo el matemático o estudiante formula, plantea y resuelve problemas matemáticos proporciona información importante para diseñar y estructurar propuestas del currículum matemático y también para sustentar formas o escenarios de enseñanza que promuevan la construcción de conocimiento matemático de los estudiantes o profesores.

En la resolución de problemas el individuo representa objetos, conceptos y explora relaciones con el uso de diversos recursos y tecnologías. En este contexto resulta importante investigar cómo el uso de herramientas incide en las formas de razonar y resolver problemas matemáticos.

En los currículos actuales de la enseñanza pre universitaria se destaca la importancia de la resolución de problemas en la formación de los individuos. Así, en el BOE (2015)<sup>1</sup> establece que:

*La resolución de problemas y los proyectos de investigación constituyen ejes fundamentales en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas. La habilidad de formular, plantear, interpretar y resolver problemas es una de las capacidades esenciales de la actividad matemática, ya que permite a las personas emplear los procesos cognitivos para abordar y resolver situaciones interdisciplinarias reales, lo que resulta de máximo interés para el desarrollo de la creatividad y el pensamiento lógico. En este proceso de resolución e investigación están involucradas muchas otras competencias, además de la matemática, ante diferentes soluciones (p. 389)*

¿Qué significa *problematizar* un concepto o una situación matemática? ¿Cómo los profesores o estudiantes formulan y resuelven problemas y comprenden conceptos matemáticos? En la búsqueda de respuestas a

---

<sup>1</sup> BOE (2015) nº 3 de 3 de enero de 2015. *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato* pp. 169-546.

este tipo de preguntas se destaca el análisis de los procesos cognitivos, metacognitivos y afectivos involucrados en la resolución de problemas y que apuntan hacia una caracterización robusta que explique el comportamiento de los estudiantes/profesores en la resolución de problemas y el aprendizaje de las matemáticas. Además, esta caracterización provee bases para sustentar propuestas del currículo matemático y estructurar ambientes de aprendizaje con centro en la resolución de problemas.

Por otra parte, la Resolución de problemas matemáticos ha resultado ser uno de los principales temas de investigación que ha figurado en todas las agendas de investigación en Educación Matemática de los últimos años, tanto en el ámbito internacional como en el ámbito nacional. Este interés es avalado por la presencia distinguida en las actividades propuestas en los distintos Congresos de mayor entidad (ICME, PME, CERME, Simposios de la SEIEM....)

En este monográfico se recogen una serie de trabajos que muestran las tendencias actuales en este campo investigación de la Didáctica de la Matemática como área de conocimiento. Se incluyen diversos temas que se relacionan con el propio significado de la Resolución de Problemas de Matemáticas, su relación con el aprendizaje de los alumnos, tanto de Educación Primaria como de Educación Secundaria, el uso de herramientas tecnológicas en el aprendizaje y la enseñanza y, finalmente, sobre la formación y el desarrollo profesional de los profesores de Matemáticas de los niveles educativos de Educación Primaria y Secundaria

El monográfico presenta ocho artículos en los que participan diversos investigadores reconocidos internacionalmente en el ámbito de la resolución de problemas, que desarrollan su labor investigadora en México, Chile, Portugal y España. Los trabajos incluidos, se han agrupado en tres apartados:

La primera parte, "Resolución de problemas Matemáticos y uso de tecnologías", se dedica al uso de herramientas digitales en la enseñanza y aprendizaje de la Resolución de Problemas. El uso sistemático de diversas herramientas computacionales no constituye solamente una ayuda para explorar y representar relaciones matemáticas sino también puede resultar fundamental para comprender y desarrollar nuevos conceptos matemáticos. Se presentan aquí dos artículos. En el primero, que lleva por título *La Resolución de problemas Matemáticos y el uso de Tecnología Digital en el diseño de libros interactivos*, Manuel Santos y Matías Camacho constatan la importancia y la necesidad de utilizar libros

interactivos para la enseñanza de la Matemáticas y presentan un marco, basado en episodios, que constituye un paso previo a la elaboración de libros interactivos. En dicho marco se trata de mostrar “la importancia de representar objetos dinámicamente, así como, las diversas exploraciones que resultan esenciales para que los estudiantes formulen conjeturas o relaciones matemáticas y busquen distintas maneras de sustentarlas”

Presentan en su trabajo dos libros interactivos que responden al marco elaborado en los que se resuelven respectivamente dos problemas haciendo siguiente diferentes episodios en su resolución. Uno de ellos en la plataforma de GeoGebra con el siguiente enlace <https://www.geogebra.org/m/KwUcxerf> y el otro utilizando la plataforma que Apple tiene habilitada con esos objetivos, con el siguiente enlace: <https://itunes.apple.com/do/book/interactive-problem-solving-activity-cat-ladder/id688897073?mt=11>

El segundo artículo, cuyos autores son los profesores de la Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo, México, Fernando Barrera y Aarón Reyes, lleva por título *El rol de la tecnología en el desarrollo de entendimiento matemático vía la resolución de problemas*.

Los autores analizan las secuencias de razonamiento desarrolladas por estudiantes de la licenciatura de matemáticas de una universidad pública mexicana desde una perspectiva epistemológica y socio-constructivista al resolver problemas que involucran la construcción de gráficas volumen versus altura, haciendo uso del Sistema de Geometría Dinámica (SGD) GeoGebra. Los autores identifican seis acciones mentales que los estudiantes utilizan y concluyen con que el uso sistemático de la tecnología promueve la formación de ciertas estructuras conceptuales que surgen de diferentes tipos de razonamiento, tanto cualitativos como cuantitativos que presentan en la discusión de sus resultados.

Son tres los artículos que constituyen la segunda parte de este monográfico que lleva por título: “Problemas cognitivos y metacognitivos en la resolución de problemas”. El primero de ellos lleva por título *Las emociones experimentadas por los participantes en una competición matemática de resolución de problemas* (sus autoras son las profesoras de la Universidad del Algarve Nélia Amado y Susana Carreira) y analizan los resultados de una investigación que trata de saber cómo muestran los estudiantes sus emociones cuando resuelven problemas, cuando encuentran dificultades para resolverlos y como se muestran estas emociones cuando resuelven los problemas en una segunda oportunidad. Para

el desarrollo del análisis, se utilizaron tres instrumentos: un cuestionario, entrevistas de respuesta abierta y correos electrónicos intercambiados por los participantes, en el contexto de competiciones matemáticas que se realizan en Internet con estudiantes de 12 y 14 años. El análisis de los datos se realizó desde una perspectiva interpretativa y las autores presentan en detalle los resultados obtenidos, concluyendo que los estudiantes experimentan fuertes emociones positiva asociadas al éxito en la resolución de problemas matemáticos y que las emociones negativas frente a la dificultad y el fracaso tienden a ser suaves y transitorias que posteriormente se convierten en positivas.

En el siguiente artículo, *La resolución de problemas como estrategia de desarrollo profesional docente: tensiones que se generan en el profesor*, el equipo formado por Cristóbal Rojas y Patricio Felmer del Centro de Modelamiento Matemático y Josefa Perdomo del Centro de Investigación Avanzada en Educación de la Universidad de Chile analizan, mediante un estudio de caso, las tensiones que provoca el empleo de una estrategia de desarrollo profesional basada en la resolución de problemas. Los autores desarrollan con profesores de Educación Básica (6-14) un taller (denominado RPAula) de ocho sesiones en el que participaron 24 profesores en activo. El análisis lo realizan a partir del establecimiento de tres tipos de relaciones: docente-resolución de problemas, docente y sus estudiantes y docentes-sistema y lo estructuran en torno a diez episodios. Del análisis de los episodios descritos, concluyen que un taller de estas características provoca tensiones “relacionadas con las expectativas que los profesores tienen hacia sus estudiantes” además muestran que no sólo son este el tipo de tensiones que genera el taller, sino también sobre sus creencias sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas así como los modelos de enseñanza de las matemáticas que utilizan.

Para finalizar esta segunda parte el monográfico, Jordi Deulofeu y Joana Villalonga (Universidad Autónoma de Barcelona) muestran en su trabajo titulado *Resolución de problemas y regulación del aprendizaje*, que el uso de una Base de Orientación para la resolución de problemas matemáticos -entendida como un instrumento evaluativo que resume de manera gráfica y ordenada las acciones que se pretenden realizar con la finalidad de promover que los estudiantes anticipen y planifiquen lo que han de llevar a cabo para resolver con éxito el problema- resulta ser un ayuda efectiva para los alumnos. Para ello presentan un estudio

en el que participan veintiocho alumnos de primer curso de Educación Secundaria Obligatoria y concluyen, entre otras cosas, una influencia de la base de orientación en algunos elementos metacognitivos (toma de conciencia de su proceso de resolución, toma de decisiones y cuestionamiento de sus acciones). Señalan finalmente que “la autorregulación involucra no solamente el conocimiento y la habilidad metacognitiva, sino que implica cierto sentido de auto eficacia” que no deben de ser descuidados a la hora de generar bases de orientación para la resolución de los problemas.

La tercera y última parte del monográfico contiene tres trabajos que destacan la importancia de la formación de profesores tanto en activo como en formación y lleva por título: “La resolución de problemas en la formación y desarrollo profesional de profesores Matemáticas”. El primero de los trabajos lo desarrollan los profesores Janeth A. Cárdenas y Lorenzo J. Blanco de la Universidad de Extremadura y lleva por título *La evaluación de la Resolución de Problemas de Matemáticas de profesores de Secundaria en Colombia*. En él, se trata de describir las dificultades y fortalezas de qué y como evalúan la Resolución de Problemas Matemáticos en la Educación Secundaria en los colegios públicos de Bogotá (Colombia). Para ello se utilizaron tres instrumentos (GD, CERP y IE) que permitieron triangular los resultados que permitieron concluir, entre otras cosas que los instrumentos de evaluación utilizados son limitados, tradicionales, poco centrada en el análisis de aspectos cognitivos.

El siguiente artículo de esta tercera parte, titulado *La práctica docente del profesor: La enseñanza de fracciones en un aula de primaria a través de situaciones-problema* surge de la colaboración de la profesora M<sup>a</sup> Teresa González Astudillo (Universidad de Salamanca) y Ricardo Philippe Marques (Universidad da Beira-Portugal). Los autores utilizan una metodología cualitativa (estudio de un caso) para identificar los elementos de la práctica del profesor de Educación Primaria que facilitan la generación de oportunidades de aprendizaje del concepto de fracción por parte de los alumnos de Educación Primaria. El maestro genera dos situaciones-problema (introducción y desarrollo) y los alumnos deben resolverlas con los conocimientos adquiridos. La investigación se enmarca en el modelos de Shulman sobre el conocimiento del profesor y para el análisis de la práctica se utiliza el modelo KQ (Knowledgege Quartet) atendiendo a las dimensiones: fundamentación, transformación, conexión y contingencia. El análisis desarrollado permitió comprobar

que las oportunidades de aprendizaje pueden llegar a ser un reto para los alumnos y varían según las dimensiones (la primera actividad con la conexión y la segunda con la fundamentación y transformación) concluyéndose que la dimensión denominada contingencia determina la práctica del profesor en un gran número de aspectos relacionados con el control, uso de razonamientos, lectura comprensiva, etc.

El último trabajo de este monográfico, presenta un estudio de estudiantes para profesores de Educación Primaria y lleva por título *Conocimientos matemáticos de futuros maestros en Resolución de Problemas de sexto de primaria*. Sus autores son los profesores de la Universidad de Murcia, Rosa Nortes Martínez-Artero y Andrés Nortes Checa y presentan el análisis de las respuestas a la prueba de evaluación final de sexto curso de Educación Primaria del curso 2015/2016 a una muestra de 174 estudiantes del Grado en Educación Primaria. El análisis de los resultados arrojados en el estudio nos hace reflexionar sobre la formación matemática que traen los estudiantes para maestro. Solamente tres de cada veinte estudiantes contestan bien a todas las cuestiones sin existir diferencias significativas por sexo. Los autores constatan en su trabajo, tanto las grandes deficiencias en los procesos cognitivos adquiridos por los estudiantes (razonar y reflexionar, aplicar y analizar conocer y reproducir), ejes principales de la actividad matemática para la resolución de problemas, como la falta de conocimientos básicos que relacionan los conceptos de fracción, porcentaje y proporción.

Cuando se trata de configurar un monográfico de investigación como el que presentamos, creemos que es importante establecer las líneas generales de una agenda futura investigación y práctica de la resolución de problemas. Un elemento importante a considerar es el tipo de herramientas que usa el individuo en los procesos de formulación, representación, exploración y resolución de los problemas. El desarrollo notable de tecnologías digitales no sólo proporciona nuevas formas de representar y explorar objetos o problemas matemáticos, sino también genera nuevas oportunidades para extender las discusiones matemáticas más allá de los ambientes formales de enseñanza. Por ejemplo, el uso sistemático de un Sistema de Geometría Dinámico (GeoGebra) permite al estudiante construir modelos dinámicos de conceptos y problemas y en este contexto participa directamente en la búsqueda de relaciones matemáticas o conjeturas y formas de sustentarlas. Además, con el uso de la herramienta, el estudiante tiene oportunidad de cuantificar atribu-

tos de objetos y examinar sus comportamientos al mover ordenadamente ciertos elementos dentro del modelo o representación dinámica. Así, una tarea de investigación se relaciona con caracterizar y explicar las formas de razonamiento que los estudiantes construyen a partir del uso sistemático de este tipo de herramientas. De manera similar, diversas aplicaciones de comunicación como Skype, FaceTime, etc. son herramientas que pueden extender la discusión de tareas matemáticas más allá del salón de clase. Es decir, con el uso de una tableta o teléfono móvil los estudiantes pueden compartir ideas o acercamientos de resolución de problemas de forma continua e incorporar materiales en línea que complementen o extiendan el trabajo que se realiza en el ambiente escolar. También, con el uso de diversas tecnologías digitales es posible diseñar materiales interactivos que incorporen diversos acercamientos y explicaciones de los problemas, ligas a materiales seleccionados sobre el tema en estudio, diversas formas de evaluación y el planteamiento de nuevos problemas. En resumen, el uso de tecnologías digitales en la resolución de problemas demanda la construcción o extensión de marcos conceptuales que expliquen las formas de razonamiento que construyen los estudiantes con las herramientas y den cuenta de los cambios en los escenarios de aprendizaje que extiendan las formas de compartir, discutir y resolver los problemas matemáticos.

Queremos que este monográfico de Resolución de Problemas sirva como homenaje merecido al profesor de la Universidad de Murcia Andrés Nortes Checa, en ocasión de su 70 aniversario. El profesor Nortes, ha sido un baluarte del Área de Didáctica de la Matemática en España, a la que ha dedicado toda su vida como docente e investigador. Finalmente, queremos también agradecer a todos los autores de los trabajos que se publican, por su paciencia y profesionalidad en la elaboración de sus trabajos de los que cabe destacar su alta calidad científica que nos han permitido mostrar aquí una panorámica general de la investigación en Resolución de Problemas Matemáticos.