

〈実践研究〉

空間図形を捉える児童の視点について

東 尾 晃 世*

On a Children's Viewpoint of Capturing Spatial Figures

Akiyo Higashio

要旨：本研究の目的は空間図形^{註1)}を正しく捉える力を養うために、空間図形を捉える児童の視点を探り、指導の改善を提案することである。

本研究では、フレームで作られた立方体を用いて児童が多様な視点から空間図形を観察すること、構成要素である辺や面に着目して空間図形を観察する場を設定した。

その後、空間図形を捉える児童の視点及び空間図形を正しく捉えることができるようになったかについての調査及び検証を行った。その結果、児童は多くの教科書に描かれている図の視点と似ている視点で空間図形を捉えようとしていること、辺と辺の位置関係（交差）よりも先に面を捉えようとしていることが明らかになった。

I 問題の所在

文部科学省（2017）は、図形領域のねらいの一つとして、「基本的な図形や空間の概念について理解し、図形についての豊かな感覚の育成を図るとともに、図形を構成したり、図形の面積や体積を求めたりすること」¹⁾を挙げている。また、学年（1～3年）の目標に「数量や図形についての感覚を豊かにする」²⁾ことを示してい

るが、豊かな感覚の具体については言及していない。

このように“図形についての豊かな感覚の育成”を求め一方で、平成27年度版の教科書において、「立方体や立方体を右斜め上からの視点で捉えた図が多く見受けられる」³⁾ことを、小山他（2019）は指摘している。

図2、3はイギリス（2年）⁴⁾及びフィンランドの教科書（1年）⁵⁾に掲載されている図である。立方体や直方体に着目すると、日本とは異なる視点から捉えた図が掲載

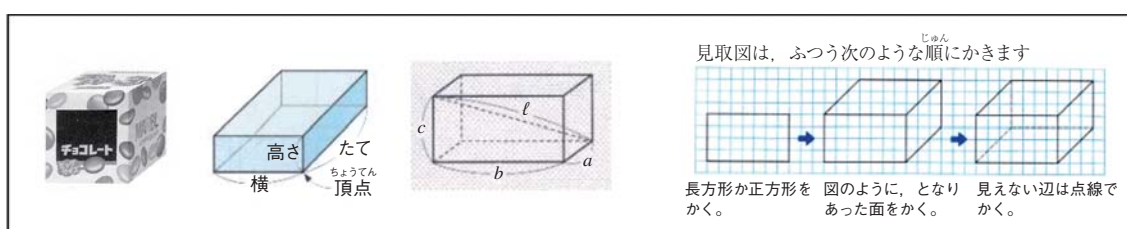


図1 小中学校で扱われている教科書の図（小山他 2019）

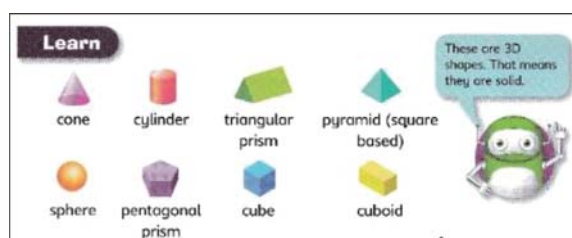


図2 MATHS TEXTBOOK Year 2（イギリス）

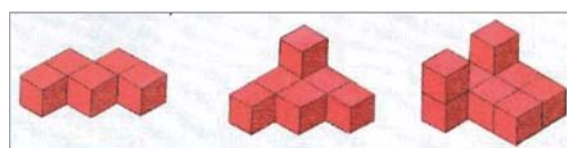


図3 Tuhattaituri 1 a（フィンランド）

受付日 2020. 5. 20 / 掲載決定日 2020. 8. 7

*関西福祉科学大学 教育学部 講師

ストローとねん土でさいころの形を作り，それを見て図をかきました。
 (1) 次の①から⑦の図の中で，正しいさいころの形に見えるものには○を，
 まちがっているときは×をつけなさい。
 (2) まちがっているときは，まちがっているところがわかるようにしるしをつけましょう。

図 4 調査問題

表 1 調査結果 (河内・柳本 2017)

正答 (%)	1 年	2 年	3 年	4 年	5 年	6 年
①×	60.2	61.3	66.0	67.0	79.1	85.7
②○	30.1	26.3	25.2	33.0	41.8	36.7
③○	31.1	30.0	28.2	28.2	33.0	34.7
④×	70.9	73.8	82.5	70.9	82.4	86.7
⑤○	83.5	86.3	90.3	86.4	91.2	92.9
⑥○	82.5	81.3	92.2	84.5	90.1	87.8
⑦×	67.0	66.3	64.1	75.7	89.0	77.6

表 2 検査結果 (小山他 2019)

	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦
事前調査	74.7	26.5	38.6	73.5	89.2	79.5	77.1
事後調査	79.5	38.6	31.3	80.7	96.4	97.6	86.7

されていることがわかる。日本の教科書は、平成 27 年度版の教科書 6 社において 5 社が図 1 の視点から捉えた図を掲載しており、児童が教科書を使用して学ぶ中で図 2、図 3 の視点から捉えた図と出合うことは多くないと考えられる。

イギリスやフィンランドの児童が教科書等で、どの視点から捉えた図と出会い、どの視点で空間図形を捉えているかについて実態を明らかにすることは、今後の課題である。

河内・柳本 (2017) は児童の空間図形に関わる認識についての一端を把握するために児童に調査 (図 4、表 1) を実施⁶⁾している。調査問題は、フレームで示された立方体の図表現の正誤を判断させるものである。

結果から、図 4-②、③の図を立方体として捉えることができる児童が全学年共通して 30% 前後と低いことがわかる。河内・柳本 (2017) は、2 つの辺の位置関係や頂点の位置などの立体の構成要素に着目して立体を観察したり、平面上に描かれた図形を立体的にイメージしたりするような力に課題があることを指摘している。また、井上 (2017) は、図 4-⑤、⑥の図は教科書と同じ視点で描かれた図であり、立体の指導内容や指導方法に関して「教科書で多くの箱の形の見取り図を同じ方向から表現していることで、念頭で立体を動かしたりいろいろな方向から見ようとしていたりする態度をなくしているのかもしれない」⁷⁾と述べている。

小山他 (2019) は、交差点が 1 つの結び目^{註 2)} (図 5) を用いて様々な視点からの観察と図表現を行うことによ



図 5 交差が 1 つの結び目

り、空間図形を正しく捉える力を養うことができるという仮説を立て、6 年生 85 人を対象に授業実践・検証を行っている。調査問題 (図 4) を活用して検証した結果が表 2 である。

児童は、交差の上下に着目しながら結び目を動かして様々な視点から観察したり、図表現したりすることにより、辺の重なりに着目して空間図形を見ることができるようになった (小山他 2019)。しかし、図 4-②の正答率は上がったものの、表 1 (6 年) と比較すると課題とされている図 4-②、③に対して大きな変容は見られない。

筆者は、「図形についての豊かな感覚」を自分と図形との位置関係を捉えること、図形の動的イメージを持つことができることだと捉えている。よって、常に一定の視点で描かれた静止画としての教科書の図を見るだけでは、空間図形についての豊かな感覚を養うことはできないと考える。

II 研究の目的と方法

1 目的

空間図形 (本研究では立方体) の構成要素である辺や面に着目して空間図形を多様な視点から捉える授業実践



図6 立方体の教具



図7 立方体の教具を視点(a)で捉えた図

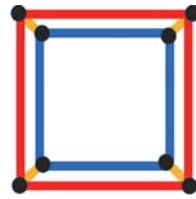


図8 立方体の教具を視点(b)で捉えた図

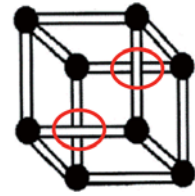


図9 辺の重なり

を行い、空間図形を捉える児童の視点を明らかにする。また、その実践が空間図形を捉える児童の視点を豊かにすることへの効果について検証する。

2 方法

構成要素である辺、面、頂点について初めて学習する2年生を対象として、12本の辺（フレーム）と8つの頂点で構成された立方体（図6）を用いた授業実践を筆者が行う。

図7は立方体の上底面に含まれる1つの頂点と下底面に含まれる1つの頂点が重なる視点（a）から捉えた図であり、図8は立方体を真上から捉える視点（b）から捉えた図である。

図8のようにフレームの色の配置や図7とは異なる視点で捉えた図を教材として扱う等の実践アイデアもあり、予備授業では図8も扱った。しかし、本実践では1単位時間（45分）に考慮し、図7のみを取り上げる。

2年生の学習内容には、6つの面あるいはひとつひとつ粘土を用いて空間図形（立方体や直方体）を構成する活動が含まれている。しかし、構成した空間図形を多様な視点から観察する活動は含まれておらず、空間図形を構成すること、構成要素の数を確認することが活動の中心となっている。また、一般的な低学年の学習においては、色板のようにつまっている形（面）が扱われることが多い。

そこで、児童に対して面に着目させることが多い現状の指導に沿った形で、面に着目する授業を展開し、その中で多様な視点から観察する場を設けた。なお、本実践では、上底面を赤2本、青2本のフレームで構成することにより、上底面に着目できるよう工夫している。

2年生の児童が立方体を図表現することは難しい（河内・柳本2007）ため⁸⁾、フレームで示された立方体の図に色を塗ることにより、上底面を意識し、赤と青のフレームの位置関係に注目して活動を進めることができるようにした。

授業実践後に、空間図形を捉える児童の視点を明らかにするために、調査^{註3)}を実施する。調査は河内・柳本

（2017）が実施した調査（図4）に加えて、立方体の図として正しくないと判断した交差の箇所⁹⁾に印をつけること（図9）を求めた。辺の上下をどのように捉えているかを分析することを通して、空間図形を捉える児童の視点を明らかにする。

III 授業実践

- 1 時期 令和2年1月
対象 大阪府内公立小学校2年生（2クラス65人）
- 2 指導の実際（全1時間）
 - (1) 目標 構成要素に着目した空間図形の観察を通して、空間図形に対する豊かな感覚を養う。

(2) 本時の展開

本時において、児童は図6の教具を使用する。

まず、図10の形に見える視点を探す。児童は、片方の目で見れば見やすい、頂点が重なる場所を探すと見つけやすい等、図10のような形を見つかるコツを共通理解する。

次に、どの位置から児童が空間図形を捉えているかを共有できるように机の上に固定されたフレームで作られた立方体を使って、図10の形に見える視点を探す。その時の自分の位置（黄、黄緑、水色、ピンク）と上底面の辺の色（赤、青）を確認して、ワークシートに色を塗る（図11）。上底面以外のフレームは全て黄色であることから、児童は黄色のフレームの位置に変化がないことに



図10 立方体と色テープの位置

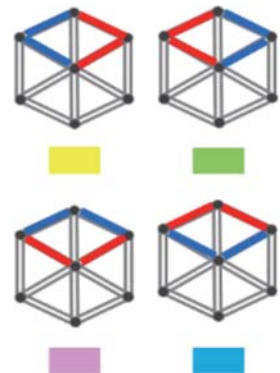


図11 各位置から見えるフレームの色（黄色を除く）

気づき、赤と青のフレームが上底面を構成していること、自分自身が上底面を見ていることを意識できた児童もいた。

この活動を通して、児童は対面から見たフレームの色の位置関係が反対になる（黄と黄緑、ピンクと水色）ことに気付くことができた。また、黄と黄緑、ピンクと水色の位置から図 10 の形に見える視点同士をひもで結び、それらの視点が水平の位置にあることを確認した。児童の中には“反対から見たら赤と青のフレームの位置が逆になるから、斜め上と斜め下の反対でも同じように見えるだろうか”と疑問を持ち、確かめようとする児童も見受けられた。以下は、授業後の児童の感想である。フレームで作られた立方体の中に面が見えたり、視点を変更しながら空間図形を観察したりしていることが読み取れる。

- ・ちゃんと観察したら面がよく見えました。
- ・見る向きを変えると赤青の位置が反対になったり向きが変わったりしてすごかったです。
- ・見る向きを変えることで赤青の位置が変わったり(辺の)上下が違ったりして色んなことが起きると思いました。
- ・雪の結晶が、はこの形にあったなんて初めて知った。雪の結晶は箱を横に見たら見えたよ。

IV 調査結果

調査は、授業実践を行った直後に実施した。正答率は、表 3 の通りである。図 4-⑤、⑥の正答率は高く、図 4-②、③の正答率が低いことが分かる。

図 4-①～⑦の図には、2つの交差が含まれている。そこで、児童が着目する交差を明確にするため、図 10 のように2つの交差の位置を“R”“L”とし交差を区別して、調査結果の分析を行った。

交差以外に印をつけている回答に対して“F”、無答を“N”として処理した集計結果が表 4、表 5 である。表 4 は正しい図を正しくないと判断（誤答）、表 5 は正しくない図を正しくないと判断（正答）した児童を抽出し、判断の根拠となる“R”“L”等の詳細を示した結果である。

表 3 調査結果 (n=65)

正答	正答率 (%)
①×	66.2
②○	55.4
③○	43.1
④×	78.5
⑤○	86.2
⑥○	86.2
⑦×	56.9

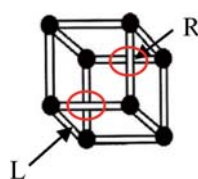


図 12 交差

表 4 誤答分析

②			③			⑤			⑥		
RL	4	13.8%	RL	5	13.5%	RL	0	0.0%	RL	0	0.0%
R	6	20.7%	R	20	54.1%	R	2	22.2%	R	1	11.1%
L	13	44.8%	L	4	10.8%	L	3	33.3%	L	4	44.4%
F	2	6.9%	F	2	5.4%	F	0	0.0%	F	0	0.0%
N	4	13.8%	N	6	16.2%	N	4	44.4%	N	4	44.4%
計	29		計	37		計	9		計	9	

表 5 正答分析

①			④			⑦		
RL	1	2.3%	RL	0	0.0%	RL	1	2.7%
R	5	11.6%	R	37	72.5%	R	21	56.8%
L	26	60.5%	L	3	5.9%	L	6	16.2%
F	1	2.3%	F	1	2.0%	F	0	0.0%
N	10	23.3%	N	10	19.6%	N	9	24.3%
計	43		計	51		計	37	

V 考察

1 正面に“正方形”を見る

まず、正答率が低かった図 4-②、③（立方体として正しい図）に着目する。図 13 a、b や図 14 a、b の色をつけた面を正面に見る視点を持つことができれば、図 4-②、③は正しい図であると判断できる。しかし、実際の正答率は図 4-②55.4%、図 4-③ 43.1% であり、約半数の児童が上記のような視点を持つことができなかった。

図 4-②では、正しい図ではないと判断した 13 人（誤答の 44.8%）が“L”、図 4-③では、20 人（誤答の 54.1%）が“R”の交差が間違っていると回答した。これらの児童が着目した交差から、児童が正面として見ていると考えられる面に色をつけたものが図 15-②、③であ

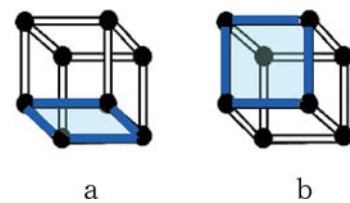


図 13 正面にする面の例 (図 4-②)

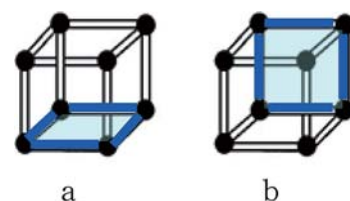


図 14 正面にする面の例 (図 4-③)

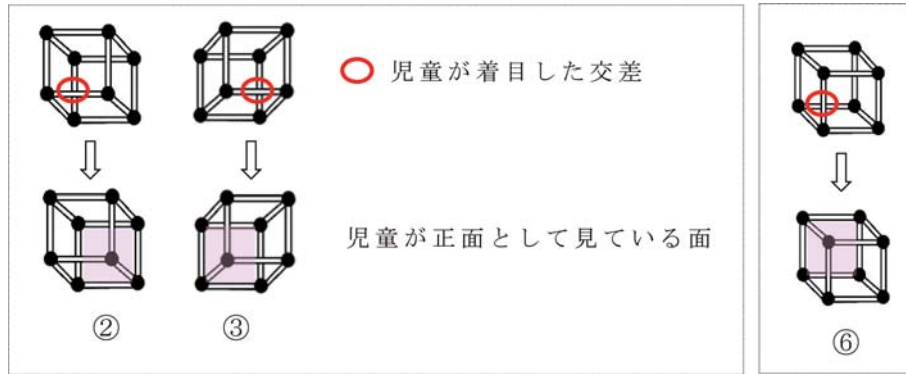


図 15 児童が着目した交差から判断した正面（図 4-②、③と図 4-⑥）

る。このことから、図 4-②、③については、正しい図であると判断できなかった児童の約半数が、正面に“正方形”を捉える視点で図を見ていることになる。

次に、正答率が高かった図 4-⑤、⑥（立方体として正しい図）に着目する。図 4-⑥の誤答 9 人（13.8%）のうち 4 人（44.4%）が“L”の交差が間違っていると回答していることから、図 15-⑥の色をつけた面を正面にある面として図を見て見ようとしていることが分かる。この面を正面として図形を捉えると、色をつけた正方形が奥に伸びているように見える。しかし、日常生活や教科書に掲載された図においては、正面にある面が奥に伸びていくような視点で空間図形を捉える経験は少ないため、正しい図であると判断できなかったのではないかと考える。

図 4-⑤については、誤答 9 人（13.8%）のうち、N（4 人）R（2 人）、L（3 人）であるため、分析の対象として適当でないと判断した。

最後に、図 4-①、④、⑦（立方体として正しくない図）において、正しい図ではないと判断（正答）した児童の視点について考察する。

児童が正しい図ではないと判断した交差は、図 4-①“L” 60.5%、図 4-④“R” 72.5%、図 4-⑦“R” 56.8% である。彼らが着目した交差から、正面として見ている

面が図 16 の色をつけた面（正方形）であることが分かる。

これらのことから、児童は正面に“正方形”を捉える視点で図を見ていることが分かる。その視点は、教科書に多く掲載されている図の視点に近く、正面を“正方形”として捉えようとする児童に少なからず影響を与えていると考えられる。

2 底面から正面へ

図 17 は、V で述べた児童が着目した交差（正答率の高かった図 4-⑤⑥を除く）を示したものである。図 17-①～④では、いずれも色をつけた面に近い方の交差となっている。

水平面に立方体が置かれていると仮定すると、児童はまず色をつけた面（下底面）に着目し、次に視点を上に動かしながら、底面に対して垂直である正面の“正方形”を見ようとしているのではないかと考える。

図 17-⑦だけが、色をつけた面（下底面）から離れた方の交差である。図 17-①～④と同じように視点を動かすと、“R”の交差より先に底面に近い“L”の交差を見ていると予想できる。しかし、V の 1 で述べたように正面を“正方形”として見ようとする、“L”の交差点は正しい交差であるため、児童は“R”の交差をもって

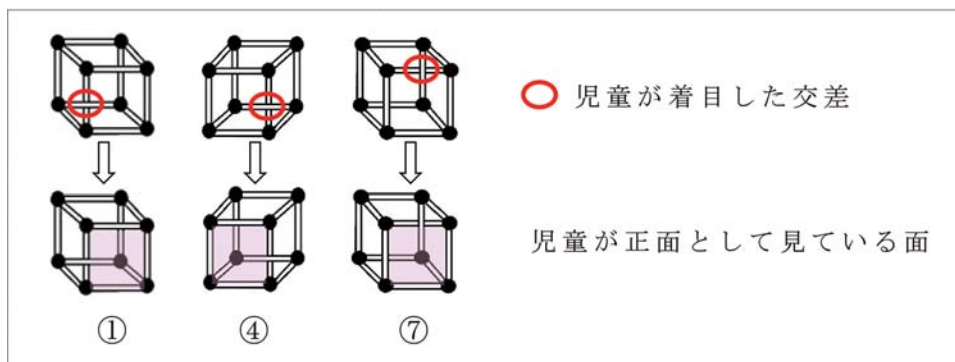


図 16 児童が着目した交差から判断した正面（図 4-①、④、⑦）

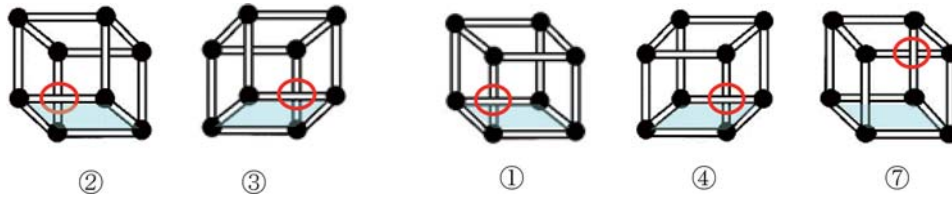


図 17 児童が着目した交差

正しい図ではないと判断したのではないだろうか。 たい。

VI 成果と課題

本研究を通して明らかになったことは、児童はフレームで示された立方体の図表現を、正面に“正方形”を捉える視点で捉えようとしていることである。その視点に至るまでに児童は下底面（机上との接面）を基準として図形を捉えており、児童は、辺と辺の位置関係（交差）よりも先に面を見ていることが分かった。

正面に“正方形”を捉える視点は、日本の多くの教科書に描かれている図の視点と似ている。教科書は、空間図形が水平に置かれたような描かれ方がされており、特に立方体では正面に“正方形”が描かれていることが多い。児童は少なからず教科書の影響を受け、同じ視点から空間図形を捉えているのではないだろうか。

本研究では、構成要素である面に着目させるために、4本の辺で構成されている上底面に着目する授業実践を行った。IVで述べたように、空間図形に関わる認識について一定の成果が見られ、本授業実践が空間図形を捉える力を養う指導の改善として提案できることを示している。

現在の2年生の指導では、粘土やひご等を使って立方体を構成し、構成要素を数えることが一般的である。しかし、構成要素の数の確認だけでは“空間図形を正しく捉える力”を養うには不十分である。構成要素に着目しながら空間図形を観察させるような指導が、“図形についての豊かな感覚を養う”一端を担っていると考える。

本実践により、児童は面に着目して空間図形を捉えることができつつあるが、空間図形を捉える力を養うことができたとは言い難い。今後は、辺と辺の重なり（交差点）に着目した空間図形の観察や図表現を取り入れた指導の効果について研究を積み重ねる必要があると考えている。

また、諸外国の教科書に掲載されている空間図形の図表現、及び、児童の空間図形を捉える視点についての実態について明らかにし、我が国の教科書改善の一端とし

註

- 1) 小学校で扱う基本的な立体図形は、箱の形（1、2年）、立方体・直方体（4年）、角柱・円柱（5、6年）であり、学習指導要領に“空間についての概念”“空間についての感覚”等の表記はあるが“空間図形”という表記は見られない。学習指導要領に表記されるのは中学校以降であるが、本稿では“空間図形”と表記する
- 2) 河内は報告書⁹⁾において、結び目理論における“結び目”を「空間内で自分自身とは決して交わらないような閉曲線である」と定義している
- 3) 個人情報保護について、調査対象学校長に文書及び口頭で説明し、承諾を得ている

引用・参考文献

- 1) 文部科学省（2017）、小学校学習指導要領解説算数編、p.30
- 2) 前掲1) p.50-55
- 3) 小山真佳、宮崎萌恵、樹下堅、東尾晃世、柳本朋子（2019）、空間図形の観察について－様々な視点からの観察と表現を通して－、第101回全国算数・数学教育研究（沖縄）大会、p.94
- 4) SCHOLASTIC（2016）、National Curriculum MATHS TEXTBOOK Year 2, p.60
- 5) Otava（2012）、Tuhattaituri 1 a, p.185
- 6) 「結び目の数学教育」研究プロジェクト著、河内明夫・柳本朋子編（2017）「結び目の数学教育」への導入－小学生・中学生・高校生を対象として－、第5号
- 7) 井上正人、「結び目の数学教育」研究プロジェクト著、河内明夫・柳本朋子（2017）「結び目の数学教育」への導入－小学生・中学生・高校生を対象として－、第5号、pp.21-29
- 8) 「結び目の数学教育」研究プロジェクト著、河内明夫・柳本朋子編（2007）「結び目の数学教育」への導入－小学生・中学生・高校生を対象として－、第3号、pp.17-28
- 9) 「結び目の数学教育」研究プロジェクト著、河内明夫・柳本朋子編（2005）「結び目の数学教育」への導入－小学生・中学生・高校生を対象として－、pp.13-23