

放射線画像の物理的画質

—基礎的概念と理論—

吉田 彰

県立広島大学大学院総合学術研究科

抄 録

放射線画像診断において、X線画像の物理的画質は正確な確定診断に影響を与える。高画質になるほど、診断の精度は上がる。X線画像の画質は、三つの画質因子、すなわち、コントラスト、解像度（鮮鋭度）、ノイズ（X線画像モトル）に影響されることはよく知られている。これら三つの因子は、物理的画質の基本的要素を構成する。撮像システムのコントラストは、通常X線画像コントラストといわれるが、被写体（放射線）コントラスト、フィルムコントラスト（グラディエント）と一次線（散乱線）含有率に関係している。解像特性は、modulation transfer function (MTF)、または line spread function (LSF) あるいは point spread function (PSF) で、また、画像ノイズ特性は、Wiener spectrum あるいは自己相関関数によって定量的に評価されている。本稿では、X線撮像システムの画像コントラスト、MTF およびウィナースペクトルの基礎的概念と理論を解説した。

キーワード：画質、コントラスト、MTF、Wiener spectrum、X線撮像システム

はじめに

放射線画像診断は、X線写真などの画像から異常陰影を検出し、病名とその良性・悪性を鑑別し、さらに病期まで診断することである。放射線という目に見えない不可視情報を検出器で捉えて画像化するわけであるが、病変部ができるだけ小さい初期の段階で見つけることができれば、早期発見・早期治療が可能となり癌などの治療成績が上がる。微細な信号を捉えるためには、撮像装置の画質をよく理解し、装置の特徴を活かした撮影をすることが、正確な確定診断をするためには不可欠となる。X線画像の画質は、三つの画質因子、すなわち、コントラスト、解像度（鮮鋭度）、ノイズ（X線画像モトル）に影響されることはよく知られている（図 1.1）。これらは、もともと主観的な画質の指標であったが、主観的な指標を定量化するための試みが種々なされてきた。その結果、現在ではコントラストはX線画像コントラスト（radiographic contrast）、解像特性は modulation transfer function (MTF)、画像ノイズ特性はウィナスベクトル（Wiener spectrum）とそれぞれ物理的測定量である画質指標で定量的に評価されている。本稿では、三つの物理的画質因子である画像コントラスト、MTF およびウィナスベクトルについてその概念と理論的基礎を解説する。解説は、撮像システムの歴史的な流れに沿って、増感紙/フィルム系に代表されるアナログシステムから始めてデジタルシステムへと論を進めていく。

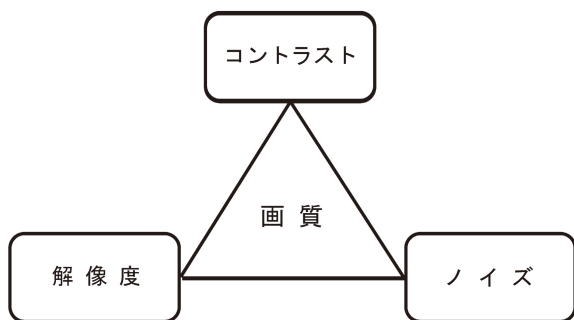


図 1.1 画質因子

1. 画像コントラスト

X線写真は、被写体に入射したX線が被写体中の構造・組成、すなわち、厚さ、密度、原子番号などの影響を受けて減弱されるが、その透過したX線強度分布を写真フィルム上に黒化度（濃度）分布として表すものである。被写体内の隣接する構造物を、黒化度の差として識別しているわけである。そこで、X線写真のある領域と他の領域との間の濃度の差を画像コントラ

ストと定義する。濃度差が大きければ、コントラストは高く、小さければコントラストは低いという。被写体内の隣接する構造間の濃度差が大きいくほど（高コントラストであるほど）、それらの構造を識別しやすい。画像コントラストは2つの因子、被写体コントラストとフィルムコントラストの影響を受ける。

1.1 被写体コントラスト

均一な強度分布をもつ単色エネルギーのX線ビームが、図 1.2(a) に示すように周囲組織 1 と病変部組織 2 をもつ被写体に入射したとする。入射 X 線強度を I_0 、組織 1, 2 を透過した X 線強度をそれぞれ I_1, I_2 とすると、

$$I_1 = I_0 e^{-\mu_1 x_1} \tag{1.1}$$

$$I_2 = I_0 e^{-\mu_2 x_2} e^{-\mu_1 (x_1 - x_2)} \tag{1.2}$$

となる（図 1.2(b)）。ただし、 μ_1, μ_2 は組織 1 と 2 の線減弱係数、 x_1, x_2 は組織 1 と 2 の厚さ。この透過 X 線強度の差が、最終的な濃度の差となる。ここで、被写体を透過した X 線強度領域でのコントラスト C_{sub} （被写体コントラストあるいは線コントラスト）を以下のように定義する。

$$C_{sub} = \log_{10} I_1 - \log_{10} I_2 = \log_{10} \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \tag{1.3}$$

すると、図 2 の場合、

$$\begin{aligned} C_{sub} &= \log_{10} I_1 - \log_{10} I_2 \\ &= \log_{10} e \times (\mu_2 - \mu_1) x_2 \\ &= 0.434 (\mu_2 - \mu_1) x_2 \end{aligned}$$

となり、被写体コントラストは周囲組織の厚さに依存しない。なお、底が 10 の常用対数であることが明らかかな場合は、煩雑さを避けるために今後 10 を省略して表示する。

ここまでの議論では、散乱線は考慮していない。散乱線が存在する場合は、次のように被写体コントラストを修正する必要がある。散乱線含有率を F_s とすれば、一次線含有率 F_p は $F_p = 1 - F_s$ となるが、散乱線を含んだ被写体コントラストは式 (1.3) の被写体コントラストに一次線含有率を乗じればよい。すなわち、 $C_{sub} \times F_p = C_{sub} \times (1 - F_s)$ となる。

次に、増感紙や蛍光板を使用する場合を考える（図 1.2(c)）。蛍光体による光強度 L_1, L_2 は、X線強度 I_1, I_2 に比例するから、

$$L_1 = kI_1 \quad (1.4)$$

$$L_2 = kI_2 \quad (1.5)$$

k は比例定数

(1.4), (1.5) より,

$$\begin{aligned} \log L_1 - \log L_2 &= \log k + \log I_1 - (\log k + \log I_2) \\ &= \log I_1 - \log I_2 = C_{sub} \quad (1.6) \end{aligned}$$

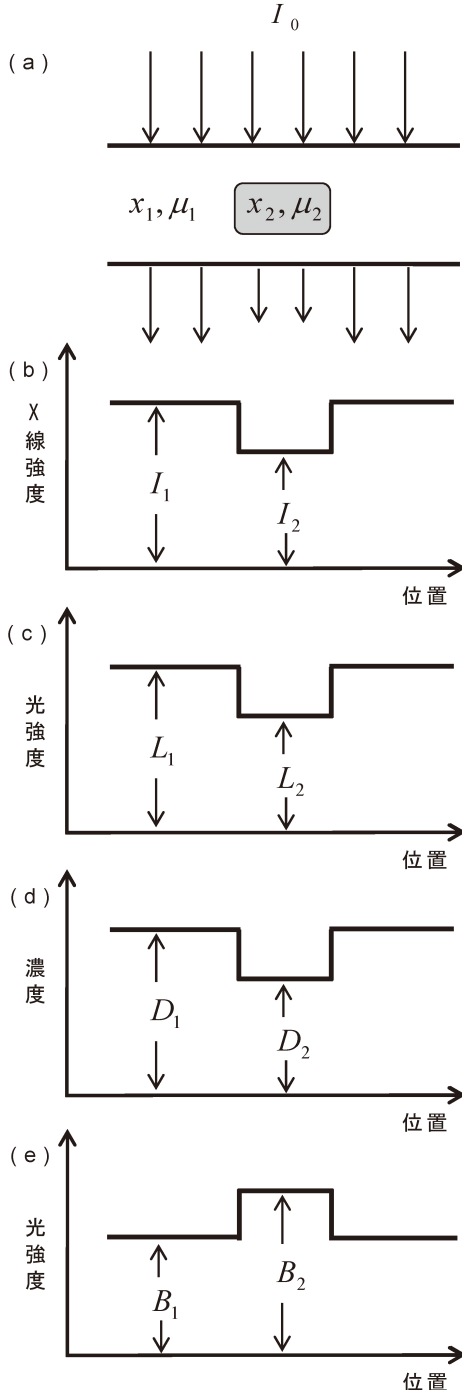


図 1.2 X線画像形成と観察過程

増感紙あるいは蛍光板による可視光像を肉眼で観察する場合、人間の感覚器は一般に対数的に応答するといわれているので、光強度の差は視覚的には $\log L_1 - \log L_2$ のように感じられるはずである。このとき、式

となり、視覚的なコントラストと被写体コントラストが一致する。逆に言えば、一致するように被写体コントラストを式(1.3)で定義したのである。

以上より、被写体コントラストは、線減弱係数に及ぼす因子である(実効)原子番号、密度、X線のエネルギーの他、被写体の厚さ、散乱線などの影響を受ける。

1.2 特性曲線とフィルムコントラスト

X線フィルムの特性曲線あるいはH&D曲線は、図1.3のように露光量の対数値に対して濃度をプロットすることにより得られる。露光量 E は、光強度 L と時間 T との積で表されるが、それらとX線強度 I との関係は以下のものである。

$$E = LT = kIT \quad (1.7)$$

また、特性曲線の傾き、グラディエント G がフィルムコントラストである。

$$G = \frac{dD}{d \log E} \quad (1.8)$$

フィルムコントラストは、フィルムの種類、現像処理条件、露光量レベル、カブリ、露光の種類(増感紙による露光か直接X線か)などの影響を受ける。図1.4に増感紙/フィルム系のグラディエント曲線の例を示す。

露光量の差が特性曲線により、図1.2(d)に示す2つの領域の濃度差 $\Delta D = D_1 - D_2$ すなわち、画像コントラストとなる。露光レベルが特性曲線の直線部にあるか微小な露光変化であれば、式(1.7), (1.8)より、

$$\begin{aligned} \Delta D &= D_1 - D_2 = G \Delta \log E \\ &= G(\log E_1 - \log E_2) \\ &= G(\log L_1 + \log T - (\log L_2 + \log T)) \\ &= G(\log L_1 - \log L_2) \\ &= G(\log I_1 - \log I_2) \\ &= G \cdot C_{sub} \quad (1.9) \end{aligned}$$

したがって、フィルムコントラストは、被写体コントラストが画像コントラストに変換されるとき、増幅係数の役割を持つ。

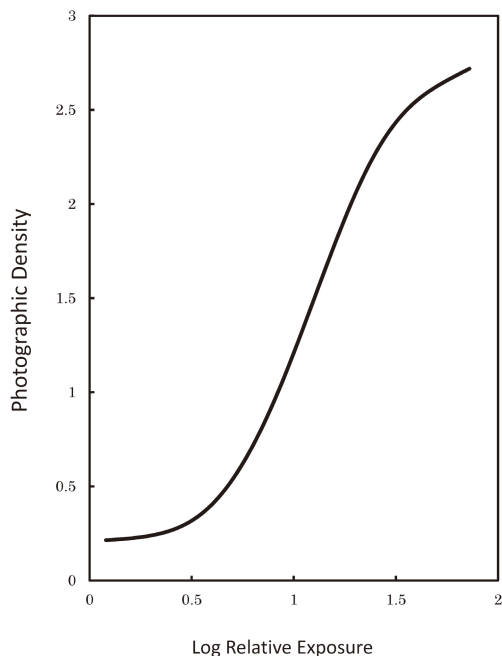


図 1.3 増感紙 / フィルム系の特性曲線

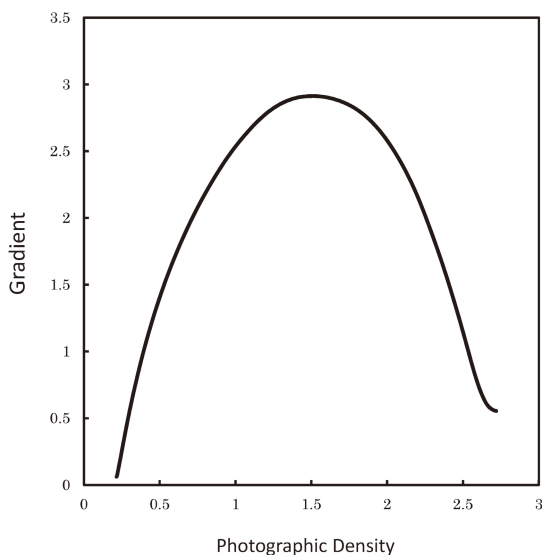


図 1.4 増感紙 / フィルム系のグラディエント曲線

1.3 濃度と画像コントラスト

濃度サンプルをシャウカステン (X線フィルム観察器) などの透過光によって観察する場合、フィルムに入射する光の強さと透過光の強さをそれぞれ、 B_0 、 B_1

とすると、濃度 D は、以下の式で定義される。

$$D = \log\left(\frac{B_0}{B_1}\right) \tag{1.10}$$

図 1.2(d) に示す濃度サンプルの D_1 、 D_2 を透過する光強度 B_1 、 B_2 (図 1.2(e)) の差は、前述したように視覚的には $\log B_1 - \log B_2$ のように感じられるはずである。また、

$$D_1 = \log\left(\frac{B_0}{B_1}\right) \tag{1.11}$$

$$D_2 = \log\left(\frac{B_0}{B_2}\right) \tag{1.12}$$

であるから、

$$\begin{aligned} \log B_1 - \log B_2 &= (\log B_0 - D_1) - (\log B_0 - D_2) \\ &= -(D_1 - D_2) = -\Delta D \end{aligned} \tag{1.13}$$

となる。式 (1.13) は、フィルム観察時における視覚的なコントラストが濃度差 (絶対値) すなわち、画像コントラストに等しいことを示す。これは、X線写真を目で見たときに受ける主観的なコントラストを物理的な測定量である濃度による差で表現できるのではないかと、ということを示唆している。画像コントラストを濃度差で表す妥当性がここにある。

ところで、図 1.2 は、アナログシステムである増感紙 / フィルム系を例としているが、デジタルシステムでは、図 1.2(c) から図 1.2(d) の間に量子化に伴って光強度あるいは電気信号のピクセル値への変換過程が加わってくる。この X線量とピクセル値の応答特性をデジタル入出力特性あるいはデジタル特性曲線という。

2. 解像特性

放射線画像の画質評価の中で、画像のボケに関係した用語は解像度 (resolution)、鮮鋭度 (sharpness) あるいは解像特性 (resolution properties) といわれる。解像特性を物理的に評価する量として一般的に広く使用されているものが変調伝達関数 (modulation transfer function, MTF) である。

2.1 画像の線形不変システム

入力を $f(x, y)$ 、出力 (レスポンス、応答) を $g(x, y)$ 、システムを演算子 $S\{\}$ で表し、それらの入出力関係が以下の式で表わされるとする (図 2.1)。

$$g(x, y) = S\{f(x, y)\} \quad (2.1)$$

われわれの場合、 $f(x, y)$ は入力画像、 $g(x, y)$ は出力画像を表し、システム $S\{\}$ はある画像から他の画像へ変換する操作を示す。

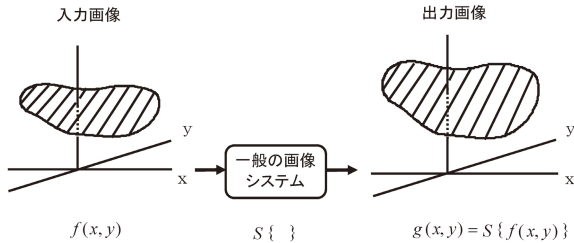


図 2.1 一般的な画像システム

入力 $f_1(x, y)$, $f_2(x, y)$ 及び定数 a, b とすると、

$$\begin{aligned} S\{af_1(x, y) + bf_2(x, y)\} \\ = aS\{f_1(x, y)\} + bS\{f_2(x, y)\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

が成立するとき、システムは線形であるという。

画像に対する線形システムの解析において、点源 (点光源: point source) という概念を導入すると便利である。点源は画像の取る値が空間的に一点に次第に集中されていった極限のものと考えられる。点源は数学的には二次元デルタ関数 $\delta(x, y)$ で表される。デルタ関数の sifting property (より分けの性質) を用いて、任意の入力 $f(x, y)$ は

$$f(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, y_1) \delta(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1 \quad (2.3)$$

と表される。この入力 $f(x, y)$ に対して出力 $g(x, y)$ は、

$$\begin{aligned} g(x, y) &= S\{f(x, y)\} \\ &= S\left\{ \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, y_1) \delta(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1 \right\} \end{aligned}$$

システムが線形であれば、

$$= \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, y_1) S\{\delta(x - x_1, y - y_1)\} dx_1 dy_1 \quad (2.4)$$

ここで、

$$h(x, y; x_1, y_1) = S\{\delta(x - x_1, y - y_1)\} \quad (2.5)$$

とおくと、

$$g(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, y_1) h(x, y; x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad (2.6)$$

点源入力に対するレスポンス $h(x, y)$ は、点源がシステムによってぼかされたという意味でポイントスプレッドファンクション (point spread function, PSF), 点広がり関数, あるいは点像強度分布と呼ばれる (図 2.2)。

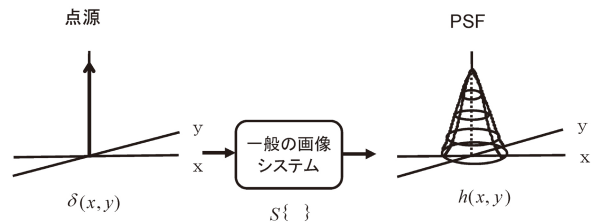


図 2.2 点源入力と PSF

入力 $f(x, y)$ に対するレスポンスが $g(x, y)$ のとき、 $f(x - x_1, y - y_1)$ に対するレスポンスが

$$S\{f(x - x_1, y - y_1)\} = g(x - x_1, y - y_1)$$

となるとき、システムは空間的に不変 (space invariant), あるいは、移動に対して不変 (shift invariant) であるという。いま、画像システムが空間不変とすると、 x, y 平面の点 (x_1, y_1) に置かれた点源 $\delta(x - x_1, y - y_1)$ に対する出力は、式 (2.5) より、

$$\begin{aligned} h(x, y; x_1, y_1) &= S\{\delta(x - x_1, y - y_1)\} \\ &= h(x - x_1, y - y_1) \end{aligned} \quad (2.7)$$

となる (図 2.3)。

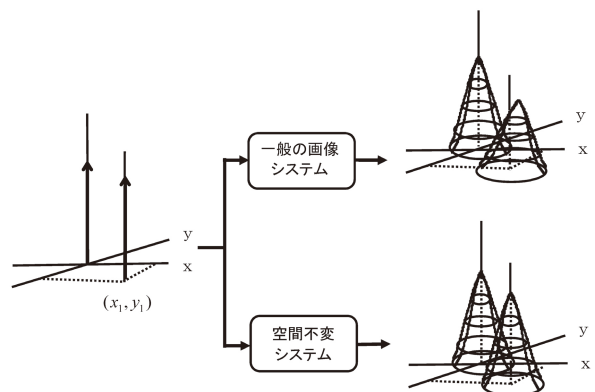


図 2.3 空間不変システム

線形性と不変性が成立する線形不変システムでは入力 $f(x, y)$ と出力 $g(x, y)$ との関係は、式 (2.6), (2.7) より、

$$g(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1,y_1)h(x-x_1,y-y_1)dx_1dy_1 \quad (2.8)$$

となる。式(2.8)の右辺は入力とPSFとのコンボリューション積分にほかならない。

$$\begin{aligned} g(x,y) &= f(x,y) * h(x,y) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1,y_1)h(x-x_1,y-y_1)dx_1dy_1 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x-x_1,y-y_1)h(x_1,y_1)dx_1dy_1 \\ &= h(x,y) * f(x,y) \end{aligned} \quad (2.9)$$

ただし、*はコンボリューション積分を表わす。以上を図2.4で説明する。入力を $f(x,y)$ とし、ある点 (x_1,y_1) での重みづけられた点源は、

$$f(x_1,y_1)\delta(x-x_1,y-y_1)$$

となる。システムが線形で空間的に不変であれば、その点での出力は、

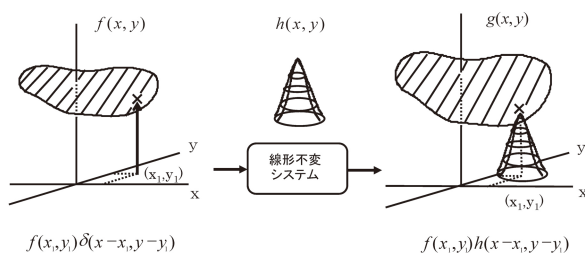


図2.4 線形不変システム

$$\begin{aligned} S\{f(x_1,y_1)\delta(x-x_1,y-y_1)\} \\ &= f(x_1,y_1)S\{\delta(x-x_1,y-y_1)\} \\ &= f(x_1,y_1)h(x-x_1,y-y_1) \end{aligned}$$

となる。そこで、 x_1, y_1 を $-\infty$ から $+\infty$ まで動かし、それらの各点での出力を加え合わせると出力全体 $g(x,y)$ となる。すなわち、

$$g(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1,y_1)h(x-x_1,y-y_1)dx_1dy_1$$

画像システムが線形不変の場合、単純な入力である点源のレスポンス(PSF)さえ知り得ればどのような入力であっても入力関数とPSFのコンボリューション積分でその出力は計算できることになる。その意味

でPSFは、線形不変システムのボケ特性を一意的に表わし、画像システムの一意的解像特性の指標となり得る。

今後は、とくに断らない限り画像システムは線形不変システムとして論を進めていく。

なお、PSFが図2.5(a)のように回転対称であるシステムは等方的(isotropic)といわれ、そうでない場合には、非等方的(non-isotropic)といわれる(図2.5(b))。

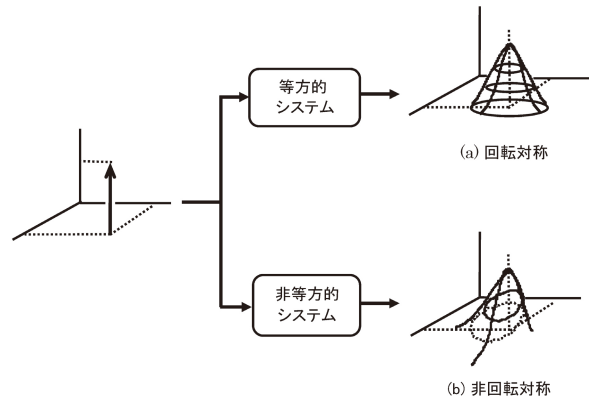


図2.5 (a)等方的システムと(b)非等方的システム

2.2 ラインスプレッドファンクション

線源(線光源: line source)は、単位強度の無限に狭くて長いスリットとして考え、一次元デルタ関数で表される。

線形不変なシステムに線源が入力すれば、その出力は、式(2.8)より

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x_1)h(x-x_1,y-y_1)dx_1dy_1 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x_1)h(x_1,y_1)dx_1dy_1 \end{aligned}$$

デルタ関数のsifting propertyより

$$= \int_{-\infty}^{\infty} h(x,y_1)dy_1$$

となる。これは x の関数であるから、新たに $l(x)$ とおくと、

$$l(x) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x,y_1)dy_1 \quad (2.10)$$

この $l(x)$ をラインスプレッドファンクション(line spread function, LSF)、線広がり関数、あるいは線像強度分布という(図2.6)。

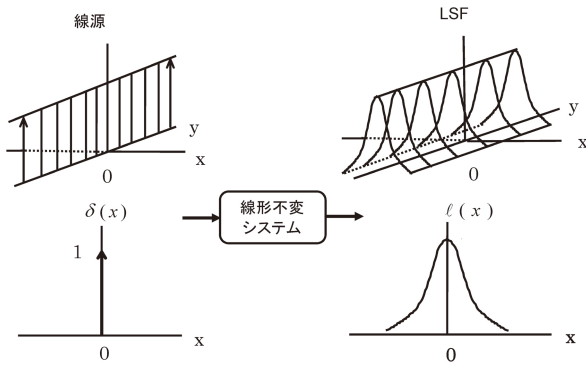


図 2.6 線源入力と LSF

ところで一次元入力を $f(x)$ とすると、その出力 $g(x)$ は、

$$\begin{aligned}
 g(x) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1)h(x-x_1, y-y_1)dx_1dy_1 \\
 &= \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x-x_1)h(x_1, y_1)dx_1dy_1 \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x-x_1) \left[\int_{-\infty}^{\infty} h(x_1, y_1)dy_1 \right] dx_1 \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x-x_1)l(x_1)dx_1 = \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1)l(x-x_1)dx_1 \\
 &= l(x) * f(x) = f(x) * l(x) \quad (2.11)
 \end{aligned}$$

となる。一次元の場合は、LSF が線形不変システムの一意的解像特性の指標となり得ることを示す(図 2.7)。

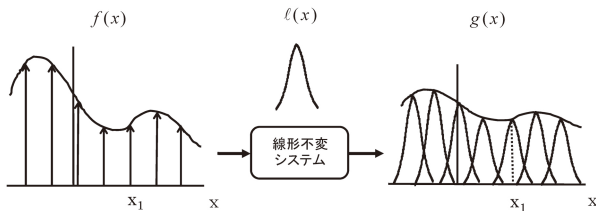


図 2.7 線形不変システムにおける 1 次元入出力関係

非等方的システムでは一次元入力の入力方向によって LSF は異なるので式 (2.11) は、

$$\begin{aligned}
 g_{\theta}(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} f_{\theta}(x-x_1)l_{\theta}(x_1)dx_1 \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} f_{\theta}(x_1)l_{\theta}(x-x_1)dx_1 \quad (2.12)
 \end{aligned}$$

のように方向性を明示する必要がある。また、式 (2.12) からは、その方向のみの出力しか得られないため、二次元の全出力画像を得るためにはすべての方向の出力を得る必要がある。等方的であれば、方向依存性はない。

2.3 一次元正弦波入力と MTF

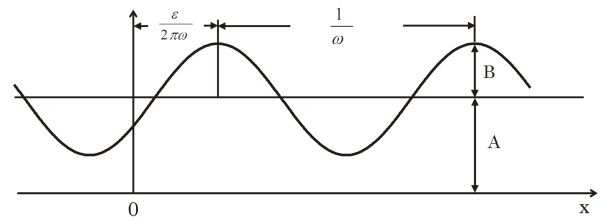


図 2.8 一次元正弦波

入力の強度分布が図 2.8 のように一次元正弦波であるとする、

$$f(x) = A + B \cos(2\pi\omega x + \varepsilon) \quad (2.13)$$

となる。ただし、 ω は一次元空間周波数 (cycle/mm)、 ε は初期位相。すると、出力 $g(x)$ は、

$$\begin{aligned}
 g(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1)l(x-x_1)dx_1 \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} [A + B \cos(2\pi\omega(x-x_1) + \varepsilon)]l(x_1)dx_1
 \end{aligned}$$

cos を加法定理で展開すると、

$$\begin{aligned}
 g(x) &= A \int_{-\infty}^{\infty} l(x_1)dx_1 \\
 &\quad + B \cos(2\pi\omega x + \varepsilon) \int_{-\infty}^{\infty} l(x_1) \cos 2\pi\omega x_1 dx_1 \\
 &\quad + B \sin(2\pi\omega x + \varepsilon) \int_{-\infty}^{\infty} l(x_1) \sin 2\pi\omega x_1 dx_1
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 C(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} l(x_1) \cos 2\pi\omega x_1 dx_1 \\
 S(\omega) &= \int_{-\infty}^{\infty} l(x_1) \sin 2\pi\omega x_1 dx_1 \quad (2.14)
 \end{aligned}$$

とおき、LSF の面積が 1 になるように正規化すると、

$$\int_{-\infty}^{\infty} l(x_1)dx_1 = 1 \quad (2.15)$$

したがって、

$$\begin{aligned}
 g(x) &= A + B \cdot C(\omega) \cos(2\pi\omega x + \varepsilon) \\
 &\quad + B \cdot S(\omega) \sin(2\pi\omega x + \varepsilon) \\
 &= A + B \sqrt{C^2(\omega) + S^2(\omega)} \\
 &\quad \times \cos(2\pi\omega x + \varepsilon + \phi(\omega)) \\
 &= A + M(\omega) \cdot B \cdot \cos(2\pi\omega x + \varepsilon + \phi(\omega)) \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

ただし,

$$M(\omega) = \sqrt{C^2(\omega) + S^2(\omega)} \quad (2.17)$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1}\left(\frac{-S(\omega)}{C(\omega)}\right) \quad (2.18)$$

式(2.16)は、一次元正弦波入力に対する出力もまた同じ周波数をもつ正弦波形であるが、振幅が $M(\omega)$ 倍、位相が $\phi(\omega)$ ほどずれていることを示す。この $M(\omega)$ をモジュレーショントランスファファンクション(modulation transfer function, MTF), $\phi(\omega)$ をフェーズトランスファファンクション(phase transfer function, PTF) という(図 2.9)。

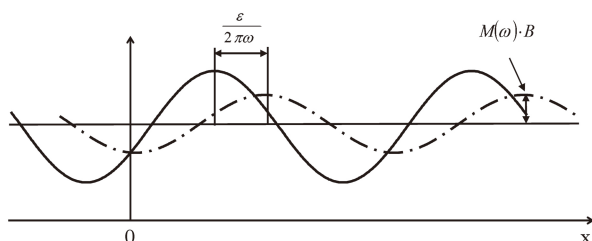


図 2.9 一次元正弦波入力(実線)とその出力(一点鎖線)

ここで、LSF の面積を 1 と定義したから(これは全光量を 1 と正規化することを意味する)MTF は、空間周波数ゼロで

$$M(0) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} l(x_1) dx_1 \right| = 1 \quad (2.19)$$

と、正規化されていることがわかる。

ところで、モジュレーション(又は、コントラスト)は以下のように定義される。

$$M = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{f_{\max} + f_{\min}} \quad (2.20)$$

すると、式(2.13)で表される一次元正弦波入力 $f(x)$ のモジュレーション M_m は、

$$M_m = \frac{(A+B) - (A-B)}{(A+B) + (A-B)} = \frac{B}{A}$$

式(2.16)の出力 $g(x)$ のモジュレーション M_{out} は、

$$M_{out} = \frac{(A+B \cdot M(\omega)) - (A-B \cdot M(\omega))}{(A+B \cdot M(\omega)) + (A-B \cdot M(\omega))} = \frac{B}{A} M(\omega)$$

ここで、入力モジュレーション M_m に対する出力モジュレーション M_{out} の比を取ると、

$$\frac{M_{out}}{M_m} = \frac{\frac{B}{A} M(\omega)}{\frac{B}{A}} = M(\omega) \quad (2.21)$$

式(2.21)が一次元正弦波入力から MTF を求めるときの実際的な拠所となる。

2.4 二次元正弦波入力と MTF

一次元正弦波入力を一般化して、図 2.10 のような二次元正弦波入力を考える。

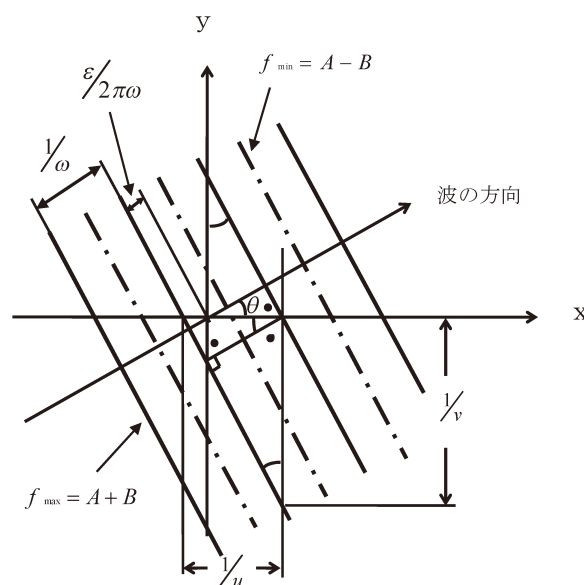


図 2.10 二次元正弦波 (斜めの実線は波の山、一点鎖線は波の谷を示す)

$$f(x, y) = A + B \cos[2\pi(ux + vy) + \epsilon] \quad (2.22)$$

ここで、 $f(x, y)$ は x 軸に関して角度 θ のある方向に波面が向いているとすると、その方向での空間周波数(線周波数) ω は、図 2.10 より

$$\frac{1/u}{1/\omega} = \frac{\sqrt{1/u^2 + 1/v^2}}{1/v}$$

$$\therefore \omega = \sqrt{u^2 + v^2} = (u^2 + v^2)^{1/2} \quad (2.23)$$

また角度 θ は、

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{1/u}{1/v}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{v}{u}\right) \quad (2.24)$$

すると、出力 $g(x, y)$ は、次元の場合と同様に、
 $g(x, y)$

$$\begin{aligned} &= A + B \cdot C(u, v) \cos[2\pi(ux + vy) + \varepsilon] \\ &\quad + B \cdot S(u, v) \sin[2\pi(ux + vy) + \varepsilon] \\ &= A + B \sqrt{C^2(u, v) + S^2(u, v)} \\ &\quad \times \cos[2\pi(ux + vy) + \varepsilon + \phi(u, v)] \\ &= A + B \cdot M(u, v) \cos[2\pi(ux + vy) + \varepsilon + \phi(u, v)] \end{aligned} \quad (2.25)$$

ここで、

$$\begin{aligned} C(u, v) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} \cos 2\pi(ux_1 + vy_1) h(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \\ S(u, v) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} \sin 2\pi(ux_1 + vy_1) h(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \end{aligned} \quad (2.26)$$

とおき、さらに PSF の体積が 1 になるように正規化した。

ただし、

$$M(u, v) = \sqrt{C^2(u, v) + S^2(u, v)} \quad (2.27)$$

$$\phi(u, v) = \tan^{-1}\left(\frac{-S(u, v)}{C(u, v)}\right) \quad (2.28)$$

式 (2.27), (2.28) は、それぞれ二次元での MTF と PTF を表す。

2.5 オプティカルトランスファファンクションと MTF

ポイントスプレッドファンクション $h(x, y)$ の二次元フーリエ変換 $H(u, v)$ を考えると、

$$\begin{aligned} H(u, v) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) e^{-i2\pi(ux + vy)} dx dy \\ &= \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \cos 2\pi(ux + vy) dx dy \\ &\quad - i \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \sin 2\pi(ux + vy) dx dy \end{aligned}$$

右辺に式 (2.26) の関係を適用すると、

$$H(u, v) = C(u, v) - iS(u, v) \quad (2.29)$$

$H(u, v)$ は複素数値関数であるから、絶対値と偏角 (位相角) で表示すれば、

$$H(u, v) = |H(u, v)| e^{i\phi_H(u, v)} \quad (2.30)$$

ただし、

$$|H(u, v)| = \sqrt{C^2(u, v) + S^2(u, v)} \quad (2.31)$$

$$\phi_H(u, v) = \tan^{-1}\left(\frac{-S(u, v)}{C(u, v)}\right) \quad (2.32)$$

さて、式 (2.31), (2.32) をそれぞれ式 (2.27), (2.28) と比較すると、

$$|H(u, v)| = M(u, v) \quad (2.33)$$

$$\phi_H(u, v) = \phi(u, v) \quad (2.34)$$

となり、PSF の二次元フーリエ変換の絶対値が MTF、偏角が PTF となることが分かる。関数 $H(u, v)$ は、オプティカルトランスファファンクション (optical transfer function, OTF) と呼ばれる。

なお、OTF は、通常ゼロ周波数 $u = v = 0$ の値で正規化して表されるから式 (2.29) を、

$$H'(u, v) = C(u, v) - iS(u, v)$$

とおくと、正規化した OTF $H(u, v)$ は以下ようになる。

$$H(u, v) = \frac{H'(u, v)}{H'(0, 0)} \quad (2.35)$$

MTF の場合も同様に正規化して表示されることが多い。

次元の場合も、LSF の次元フーリエ変換により上記と同様のことがいえる。結果だけ述べると、LSF $l(x)$ のフーリエ変換 $L(\omega)$ が次元 OTF であり、 $L(\omega)$ の絶対値が MTF、偏角が PTF である。

2.6 周波数領域での入力 / 出力関係

これまで、空間座標領域で線形不変システムの応答特性を考えてきた。すなわち、次元入力、出力、PSF をそれぞれ $f(x, y)$, $g(x, y)$, $h(x, y)$ とすると、

$$g(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, y_1) h(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1 \quad (2.36)$$

ここで、両辺をフーリエ変換すると、

$$G(u, v) = \int \int_{-\infty}^{\infty} g(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy$$

$$= \int \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int \int_{-\infty}^{\infty} f(x_1, y_1) \times h(x-x_1, y-y_1) dx_1 dy_1 \right] e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy$$

フーリエ変換のコンボリューション定理より

$$G(u, v) = F(u, v) \times H(u, v) \tag{2.37}$$

ただし,

$$F(u, v) = \int \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy \tag{2.38}$$

$$H(u, v) = \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy \tag{2.39}$$

なお, 式(2.39)の $H(u, v)$ は, すでに定義した二次元 OTF である。したがって, 入力, 出力をフーリエ変換によって周波数領域に変換したとき(複素空間周波数スペクトル又は, 単にスペクトルと呼ばれる), OTF は線形不変システムの一意的伝達特性となりうる。空間領域では, コンボリューション積分で表される入力/出力関係が, 周波数領域では, 式(2.37)に示すように相対的に簡単な積の形で表される。

式(2.37)を絶対値と位相角とに分けて表示すると,

$$|G(u, v)| e^{i\phi_G(u, v)} = |F(u, v)| e^{i\phi_F(u, v)} \times |H(u, v)| e^{i\phi(u, v)}$$

$$= |F(u, v)| \cdot |H(u, v)| e^{i[\phi_F(u, v) + \phi(u, v)]}$$

したがって,

$$|G(u, v)| = |F(u, v)| \cdot |H(u, v)| = |F(u, v)| \cdot M(u, v) \tag{2.40}$$

$$\phi_G(u, v) = \phi_F(u, v) + \phi(u, v) \tag{2.41}$$

式(2.40)は入力と出力の振幅スペクトル(複素空間周波数スペクトルの絶対値)とシステムの MTF との関係を示す。MTF は振幅スペクトルの面から見た(位相スペクトルは考慮しないで)システムの伝達特性である。すなわち, 周波数領域での入力信号の大きさに対する出力信号の大きさの比であるので, システムが入力信号の大きさをどの程度まで正しく出力しているかを表わしている。以上をまとめると, 図 2.11 のようになる。

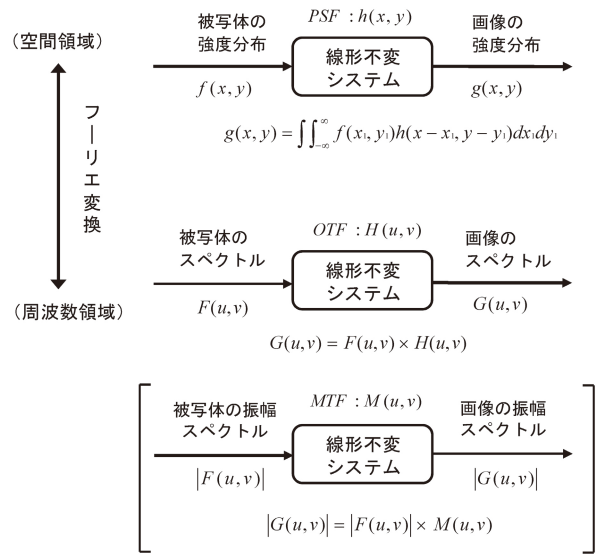


図 2.11 空間領域と周波数領域における画像の入出力関係

なお, システムが等方的であれば PSF は, $h(x, y) = h(-x, -y)$ となるので, 式(2.39)の OTF は,

$$H(u, v) = \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \cos 2\pi(ux + vy) dx dy = C(u, v) \tag{2.42}$$

また, MTF は

$$M(u, v) = \sqrt{C^2(u, v)} = |C(u, v)| \tag{2.43}$$

となり, さらに $C(u, v) \geq 0$ という条件が満足されると, MTF と OTF は完全に一致する。

以上の議論は, 一次元の場合でもまったく同様に適用できる。

図 2.12 に, 増感紙/フィルム系の MTF を示す。同一蛍光体の場合, 感度を高めるためには, 一般に蛍光体層を厚くする。そのため, 蛍光体層中で発光した光がフィルムに到達するまでの距離は, 高感度の増感紙ほど長く, 光拡散のためボケが大きい。したがって, 低感度システムから高感度システムになるにつれ MTF 値は低くなり, 解像度が悪くなることを示している。

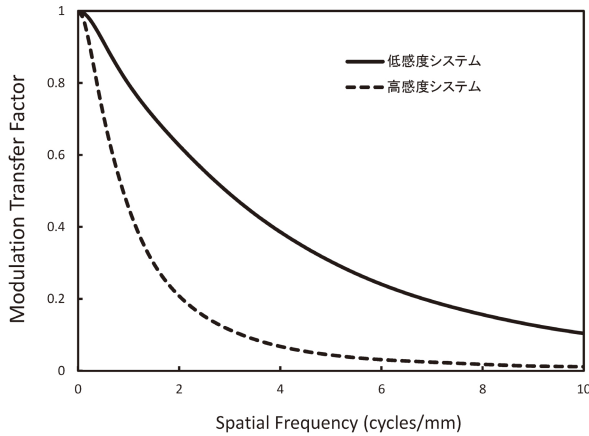


図 2.12 増感紙 / フィルム系における低感度および高感度システムの MTF の比較

2.7 デジタルシステムの MTF

デジタルシステムの場合、図 2.13 のように被写体を通過した X 線が検出器で検出された後、デジタル化、画像処理、画像表示されて出力画像となる。これらすべての要素が解像特性に影響を与える。このうち、画像形成に伴う幾何学的ボケや検出器固有のボケはデジタル系特有のものではなくアナログ系でも生じるのでそれぞれの OTF の積をアナログ OTF と呼び、 $H_A(u, v)$ と記す。

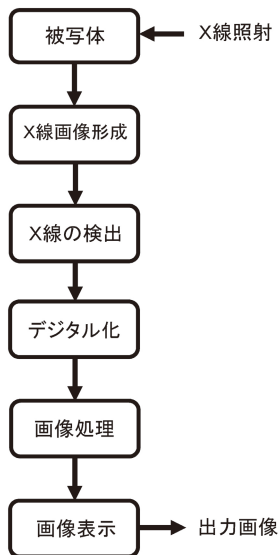


図 2.13 解像特性に影響を与えるデジタルシステムの構成要素

つぎのデジタル化ではサンプリングアパーチャと標本化および量子化の影響を受ける。現在のデジタル撮像システムでは 10bit 以上の量子化は容易なので量子化の影響は実際上無視しえる。サンプリングアパーチャによる OTF を $H_S(u, v)$ とすると、アナログ OTF

$H_A(u, v)$ と $H_S(u, v)$ との積,

$$H_{pre}(u, v) = H_A(u, v) \cdot H_S(u, v) \tag{2.44}$$

は、プリサンプルド OTF(presampled OTF) と呼ばれる。つぎに続く標本化の前の解像特性を表わすという意味で“プリサンプルド”といわれる。プリサンプルド OTF は、アナログの OTF である。

x 方向、y 方向の標本化間隔をそれぞれ Δx 、 Δy とするとき、二次元での標本化とは、

$$\text{III}(x, y; \Delta x, \Delta y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x - n\Delta x, y - m\Delta y)$$

を入力関数に乗ずることを意味するが、 $\text{III}(x, y)$ を shah (シャー) 関数あるいは comb 関数という。comb 関数のフーリエ変換は、つぎのように

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\Delta x \Delta y} \text{III}\left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}\right) \\ &= \frac{1}{\Delta x \Delta y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(u - \frac{n}{\Delta x}, v - \frac{m}{\Delta y}\right) \end{aligned}$$

また comb 関数となる。2つの関数の積のフーリエ変換は、それぞれの関数のフーリエ変換したもののコンボリューション積分となるので、デジタル化後の OTF、すなわち、デジタル OTF は、プリサンプルド OTF と周波数領域での comb 関数とのコンボリューション積分で表される。

$$H_{digital}(u, v) = H_{pre}(u, v) * \text{III}\left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}\right) \tag{2.45}$$

デジタルデータになんらかの画像処理が為されていれば、そのフィルタの OTF $H_F(u, v)$ をデジタル OTF に乗じなければならない。さらに、ディスプレイアパーチャの影響も受けるのでその OTF $H_D(u, v)$ もデジタル OTF に乗ずる必要がある。

以上より、デジタル系の全 OTF (オーバーオール OTF $H_{overall}(u, v)$) は、つぎのようにまとめられる。

$$\begin{aligned} H_{overall}(u, v) &= H_{digital}(u, v) \cdot H_F(u, v) \cdot H_D(u, v) \\ &= \left[H_{pre}(u, v) * \text{III}\left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}\right) \right] \cdot H_F(u, v) \cdot H_D(u, v) \\ &= \left\{ \left[H_A(u, v) \cdot H_S(u, v) \right] * \text{III}\left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}\right) \right\} \\ & \quad \cdot H_F(u, v) \cdot H_D(u, v) \end{aligned}$$

同様に、オーバーオール MTF $H_{overall}(u, v)$ は、

$$\begin{aligned}
 M_{overall}(u, v) &= M_{digital}(u, v) \cdot M_F(u, v) \cdot M_D(u, v) \\
 &= \left[M_{pre}(u, v) * \text{III} \left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y} \right) \right] \cdot M_F(u, v) \cdot M_D(u, v) \\
 &= \left\{ [M_A(u, v) \cdot M_S(u, v)] * \text{III} \left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y} \right) \right\} \\
 &\quad \cdot M_F(u, v) \cdot M_D(u, v)
 \end{aligned}$$

で与えられる。

ここで、注意すべきは、デジタル系のオーバーオール MTF やデジタル MTF には標本化によってエリアシングエラーが入ってくることである。エリアシングエラーは MTF の値を増すが、解像特性の改善とはならないで偽の MTF の増加をもたらす。このため、アナログ系では有効な解像特性を表わしていた MTF であるが、デジタル系ではストレートには適用できない。エリアシングエラーは、標本化間隔が大きくなるほどまたアナログのプリサンプルド MTF に高周波数成分が多く含まれているほど大きな影響を与える。また、サンプリングアパーチャの中心に対する信号の位置に依存してデジタル MTF は異なり、空間不変性も成り立たない。アナログ系ではオーバーオール MTF が同じであれば出力画像に同じ効果を与えるが、デジタル系ではオーバーオール MTF が同じであっても出力画像に与える効果は同じとは限らない。すなわち、デジタル系のオーバーオール MTF は、画像システムの一意的伝達特性とはなりえない。このため、デジタル撮像システムの解像特性の評価には、エリアシングの影響が含まれているオーバーオール MTF やデジタル MTF ではなく、サンプリングの前のプリサンプルド MTF で評価されることが多い。プリサンプルド MTF は、アナログ系や他のデジタルモダリティとの解像特性の比較にも使用できるからである。

3. 画像ノイズ特性

均一に露光されかつ現像されたフィルムのある領域の濃度分布を $D^{(1)}(x, y)$ で表し、2 番目に同じ方法で露光現像された試料を $D^{(2)}(x, y)$ で表すとする。以下この操作を何回も繰り返すと濃度分布 $D^{(0)}(x, y)$ の集合を発生させることができる。この集合は確率過程にほかならず、集合の各々の実現値は標本関数である。図 3.1 に均一露光現像されたフィルムのマイクロデンシトメータで走査された一次元過程の濃度分布の標本関数のいくつかを示す。

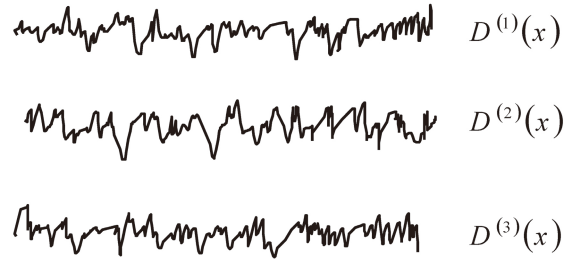


図 3.1 フィルムのマイクロデンシトメータトレース

均一に露光現像されたフィルム標本の濃度分布は統計的に定常性が仮定される。しかしながら、このことは均一露光現像のみで保たれていることに注意しなければならない。一般的には図 3.1 のような標本関数の全てが確率過程を述べるのに必要であるが、写真の場合には、ただ一つの標本関数でも充分大きければそれで統計的に満足のゆく結果を与えるであろう。すなわちエルゴート性が成立すると仮定される。その結果として、集合上で普通取られる平均値が空間平均値に置き換えられる。写真ノイズはこれら定常性とエルゴート性をもっているものと仮定される。

画像ノイズの濃度変動の平均値を \bar{D} 、分散を σ^2 とすると、それらはそれぞれ、一次モーメント、二次中心モーメントに等しいが、定常エルゴート過程では以下のように表される。

$$\bar{D} = \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-X/2}^{X/2} \int_{-Y/2}^{Y/2} D(x, y) dx dy \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma^2 &= \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-X/2}^{X/2} \int_{-Y/2}^{Y/2} (D(x, y) - \bar{D})^2 dx dy \\
 &= \left\{ \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-X/2}^{X/2} \int_{-Y/2}^{Y/2} [D(x, y)]^2 dx dy \right\} - \bar{D}^2
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

さて、測定された濃度はたいていの場合、ガウス分布によくあっていることが実験的に知られている(図 3.2)。したがって、その確率密度関数 $f(D_A)$ は、

$$f(D_A) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_A} e^{-\frac{(D_A - \bar{D})^2}{2\sigma_A^2}} \tag{3.3}$$

となる。ただし、 D_A 、 σ_A はそれぞれ面積 A のアパーチャで測定した濃度と標準偏差を示しており、濃度および標準偏差がアパーチャ面積に依存することを示す。濃度変動はガウス分布であるので、画像ノイズの一次統

計量, すなわち, 一次確率密度関数はパラメータ, \bar{D} , σ_A によって一意的に決定される。

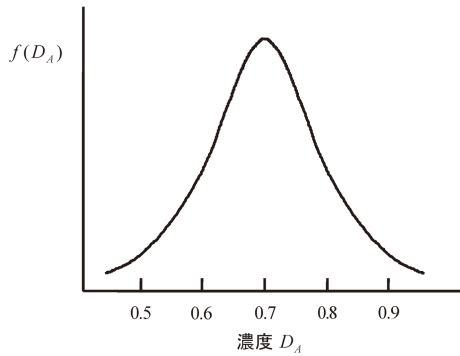


図 3.2 濃度の分布

3.1 画像ノイズの自己相関関数

画像ノイズの空間的構造を述べるために自己相関関数を調べる。それは定常エルゴート過程については,

$$C(\xi, \eta) = R(\xi, \eta) = \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-Y/2}^{Y/2} \int_{-X/2}^{X/2} D(x, y) D(x + \xi, y + \eta) dx dy \quad (3.4)$$

実際には濃度ゆらぎ, $\Delta D(x, y) = D(x, y) - \bar{D}$ の自己相関関数によって計算するのが普通である。

$$C_{\Delta D}(\xi, \eta) = \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-Y/2}^{Y/2} \int_{-X/2}^{X/2} \Delta D(x, y) \Delta D(x + \xi, y + \eta) dx dy \quad (3.5)$$

$C(\xi, \eta)$ と $C_{\Delta D}(\xi, \eta)$ の関係は, 式 (3.5) の $\Delta D(x, y)$ および $\Delta D(x + \xi, y + \eta)$ にそれぞれ $D(x, y) - \bar{D}$ と $\Delta D(x + \xi, y + \eta) - \bar{D}$ を代入すればよい。すなわち,

$$\begin{aligned} C_{\Delta D}(\xi, \eta) &= \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-Y/2}^{Y/2} \int_{-X/2}^{X/2} [D(x, y) - \bar{D}] \\ &\quad \cdot [D(x + \xi, y + \eta) - \bar{D}] dx dy \\ &= \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-Y/2}^{Y/2} \int_{-X/2}^{X/2} D(x, y) D(x + \xi, y + \eta) dx dy - \bar{D}^2 \\ &= C(\xi, \eta) - \bar{D}^2 \end{aligned} \quad (3.6)$$

式 (3.5) において, $\xi = \eta = 0$ とおいた尺度値は

$$C_{\Delta D}(0, 0) = \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-Y/2}^{Y/2} \int_{-X/2}^{X/2} \Delta D^2(x, y) dx dy = \sigma_A^2 \quad (3.7)$$

となり分散に等しいことがわかる。今後, 添字 ΔD を省いて, 自己相関関数は $C_{\Delta D}(\xi, \eta)$ の意味に解釈する。

自己相関関数は分散を含んでいるので, その過程がガウス型であれば, 測定された $\Delta D(x, y)$ の一次及び結合確率密度関数を完全に記述している。さらにガウス過程については高次密度関数とそれらのモーメントは全て自己相関関数により説明される。

3.2 アパーチャの影響

自己相関関数の欠点の一つは, 図 3.3 に見られるように, 測定されるマイクロデンシトメータのアパーチャに依存することである。

自己相関関数に関する測定系の効果は以下のように解析される。 $\Delta D(x, y)$ を測定するのに用いられたマイクロデンシトメータの走査アパーチャと光学系のポイントスプレッドファンクション (PSF) を組み合わせた全ポイントスプレッドファンクションを $h(x, y)$ とする。

濃度ゆらぎが小さければマイクロデンシトメータシステムは, 入力として“真の” $\Delta D(x, y)$ で出力として測定された $\Delta D(x, y)$ をもつ線形不変システムとして働く。

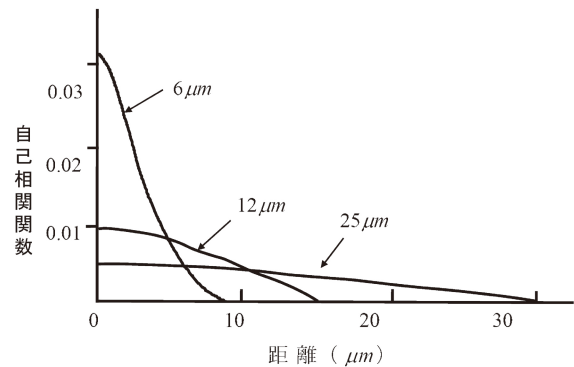


図 3.3 自己相関関数とアパーチャの影響

コンボリューション関係により,

$$\Delta D'(x, y) = \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x_1, y_1) \Delta D(x - x_1, y - y_1) dx_1 dy_1 \quad (3.8)$$

同様に,

$$\begin{aligned} \Delta D'(x + \xi, y + \eta) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x_2, y_2) \Delta D(x - x_2 + \xi, y - y_2 + \eta) dx_2 dy_2 \end{aligned} \quad (3.9)$$

したがって, 測定された自己相関関数 $C(\xi, \eta)$ は

$$C'(\xi, \eta) = \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-Y/2}^{Y/2} \int_{-X/2}^{X/2} \Delta D'(x, y) \Delta D'(x + \xi, y + \eta) dx dy \quad (3.10)$$

式(3.10)に(3.8),(3.9)を代入すると,

$$\begin{aligned} C'(\xi, \eta) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x_1, y_1) \left\{ \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x_2, y_2) \times \right. \\ &\quad \left. \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-Y/2}^{Y/2} \int_{-X/2}^{X/2} \Delta D(x - x_1, y - y_1) \right. \\ &\quad \left. \times \Delta D(x - x_2 + \xi, y - y_2 + \eta) dx dy dx_2 dy_2 \right\} dx_1 dy_1 \\ &= \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x_1, y_1) \times \\ &\quad \left\{ \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x_2, y_2) C(\xi + x_1 - x_2, \eta + y_1 - y_2) dx_2 dy_2 \right\} dx_1 dy_1 \\ &= \int \int_{-\infty}^{\infty} h(x_1, y_1) h(\xi + x_1, \eta + y_1) * C(\xi + x_1, \eta + y_1) dx_1 dy_1 \\ &= \int \int_{-\infty}^{\infty} h(-x_1, -y_1) h(\xi - x_1, \eta - y_1) * C(\xi - x_1, \eta - y_1) dx_1 dy_1 \\ &= h(-\xi, -\eta) * h(\xi, \eta) * C(\xi, \eta) \\ \therefore C'(\xi, \eta) &= C(\xi, \eta) * h(\xi, \eta) * h(-\xi, -\eta) \quad (3.11) \end{aligned}$$

それで、測定された自己相関関数 $C'(\xi, \eta)$ は測定システムの PSF で二度コンボリュートされた真の自己相関関数 $C(\xi, \eta)$ に等しい。 $C(\xi, \eta)$ を取り出すためには、式(3.11)をフーリエ変換により空間周波数領域に置き換えると計算しやすい。

3.3 ウィナースペクトル

ウィナースペクトル $W(u, v)$ と自己相関関数 $C(\xi, \eta)$ とはフーリエ変換対であるから、

$$W(u, v) = \int \int_{-\infty}^{\infty} C(\xi, \eta) e^{-i 2\pi(u\xi + v\eta)} d\xi d\eta \quad (3.12)$$

$$C(\xi, \eta) = \int \int_{-\infty}^{\infty} W(u, v) e^{i 2\pi(u\xi + v\eta)} du dv \quad (3.13)$$

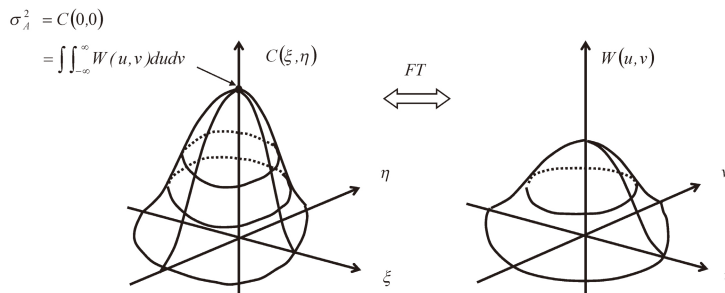


図 3.4 自己相関関数とウィナースペクトル

したがって分散 σ_A^2 は式(3.7),(3.13)より、

$$\sigma_A^2 = C(0,0) = \int \int_{-\infty}^{\infty} W(u, v) du dv \quad (3.14)$$

と二次元ウィナースペクトルの下の体積となる(図3.4)。自己相関関数とウィナースペクトルは PSF と MTF が画像の広がりあるいは解像度を記述するのに等価な方法であるのと全く同じように画像ノイズの等価な測定量である。写真画像ノイズのようなガウス過程については、どちらの関数も確率過程を完全に述べている。

さて、式(3.11)の両辺をフーリエ変換すると、

$$W'(u, v) = W(u, v) \cdot H(u, v) \cdot H(-u, -v) \quad (3.15)$$

また、 $h(x, y)$ は実関数と考えられるから

$$H(-u, -v) = H^*(u, v)$$

すると、

$$H(u, v) \cdot H(-u, -v) = H(u, v) \cdot H^*(u, v) = |H(u, v)|^2 \quad (3.16)$$

式(3.16)を(3.15)に代入すると、

$$W'(u, v) = W(u, v) |H(u, v)|^2 = W(u, v) M^2(u, v) \quad (3.17)$$

ここで、

$W'(u, v)$: 測定されたウィナースペクトル

$W(u, v)$: 真のウィナースペクトル

$H(u, v)$: 測定システムの OTF

$M(u, v)$: 測定システムの MTF

したがって、測定されたスペクトルから真のスペクトルを取り出すことは、自己相関関数によるデコンボ

リューションに比較すると、単に測定されたスペクトルを測定システムの MTF の二乗で割るという問題になる。

二次元画像ノイズが等方的であれば（その統計的性質が画像内の方向に無関係である）、それは一変数で表される。すなわち、

$$\xi = \sqrt{\xi^2 + \eta^2} ; \omega = \sqrt{u^2 + v^2}$$

とおくと、

$$W(\omega) = 2\pi \int_0^\infty C(\xi) J_0(2\pi\omega\xi) \xi d\xi \quad (3.18)$$

$$C(\xi) = 2\pi \int_0^\infty W(\omega) J_0(2\pi\omega\xi) \omega d\omega \quad (3.19)$$

とハンケル変換対となる。ここで $J_0(\)$ はゼロ次ベッセル関数（図 3.5）を表す。

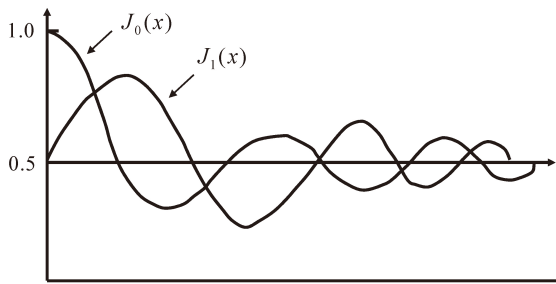


図 3.5 ベッセル関数

3.4 一次元スキャン

3.2 節ではマイクロデンシトメータの走査アパーチャと光学系を組み合わせた全 PSF, $h(x, y)$ を考えた。しかしながら、よく補正された光学系の PSF の大きさは普通走査アパーチャの大きさと比較すると小さい。それでこの場合、走査システム的全 PSF, $h(x, y)$ は走査アパーチャだけによってもよい。

スキャンが x 方向でなされるとすると、自己相関関数は $\xi(\eta = 0)$ の関数としてのみ計算される。画像ノイズが等方的であれば、得られた自己相関関数は実際のスキャンの方向に無関係である。この場合、測定された一次元自己相関関数 $C'(\xi)$ を、測定された一次元ウィナーズスペクトル $W'(u)$ を用いて表すと、

$$C'(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} W'(u) e^{i2\pi u\xi} du \quad (3.20)$$

また式 (3.13) より

$$C(\xi, \eta) = \int \int_{-\infty}^{\infty} W(u, v) e^{i2\pi(u\xi + v\eta)} dudv$$

であるが、測定されたスペクトル $W'(u, v)$ と真のスペクトル $W(u, v)$ との間には、式 (3.17) の関係があるので測定された自己相関関数 $C'(\xi, \eta)$ は、

$$\begin{aligned} C'(\xi, \eta) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} W'(u, v) e^{i2\pi(u\xi + v\eta)} dudv \\ &= \int \int_{-\infty}^{\infty} W(u, v) |H(u, v)|^2 e^{i2\pi(u\xi + v\eta)} dudv \end{aligned} \quad (3.21)$$

ただし、 $H(u, v)$ はアパーチャの OTF である。 x 方向でのスキャンに対しては $\eta = 0$ となるから、

$$C'(\xi) = \int \left(\int_{-\infty}^{\infty} W(u, v) |H(u, v)|^2 dv \right) e^{i2\pi u\xi} du \quad (3.22)$$

式 (3.20), (3.22) を比較すると

$$W'(u) = \int_{-\infty}^{\infty} W(u, v) |H(u, v)|^2 dv \quad (3.23)$$

すなわち、式 (3.23) はアパーチャを用いて一方向に測定された一次元スペクトルを真の二次元スペクトル $W(u)$ に関係づけている。

アパーチャとしてスキャン方向に直交して無限に長く、スキャン方向に無限に狭い幅をもつスリットを考える。そのとき走査アパーチャは一次元デルタ関数で表されるから、

$$\begin{aligned} h(x, y) &= \delta(x), \\ H(u, v) &= \int \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) e^{-i2\pi(ux + vy)} dx dy \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi(-v)y} dy = \delta(-v) = \delta(v) \end{aligned} \quad (3.24)$$

したがって、式 (3.24) を式 (3.23) に代入すると、

$$W'(u) = W(u, 0) \quad (3.25)$$

すなわち、測定された一次元ウィナーズスペクトルは真の二次元スペクトルの断面となる。したがって、等方的（回転対称な）画像ノイズパターンであれば、この一方向の断面を回転させれば、真の二次元ウィナーズスペクトルが得られる（図 3.6）。

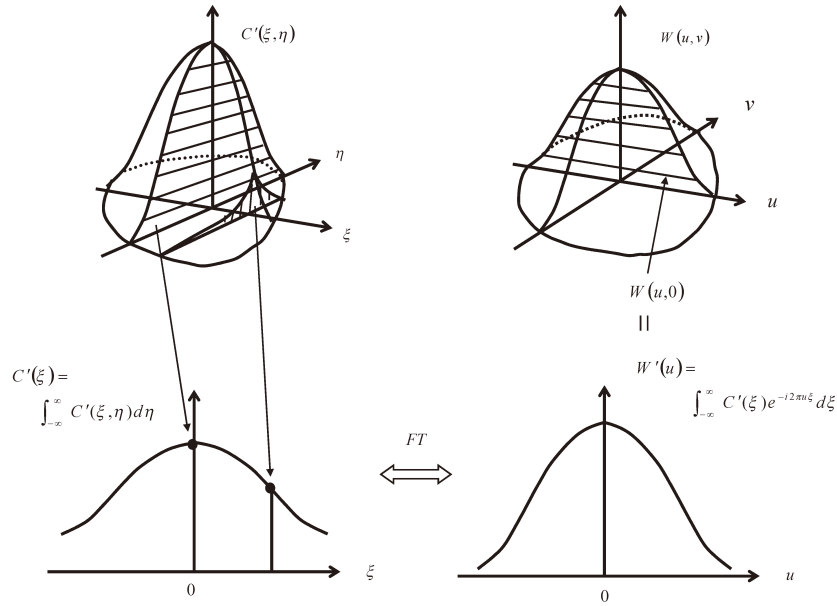


図 3.6 2次元ウィナースペクトルと1次元ウィナースペクトルの関係

実際にはデルタ関数で表されるスリットは作れないから、充分長くて狭いスリットが用いられる。今、そのようなスリットの長さをL、幅をaで表す(図3.7)。すると、そのOTFは、

$$\begin{aligned}
 H(u, v) &= \frac{\int \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{L}\right) e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy}{\int \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{x}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{y}{L}\right) dx dy} \\
 &= \frac{aL \text{sinc}(au) \text{sinc}(Lv)}{aL} \\
 &= \text{sinc}(au) \text{sinc}(Lv) \tag{3.26}
 \end{aligned}$$

式(3.26)を式(3.23)に代入すると

$$W'(u) = \text{sinc}^2(au) \int_{-\infty}^{\infty} W(u, v) \text{sinc}^2(Lv) dv \tag{3.27}$$

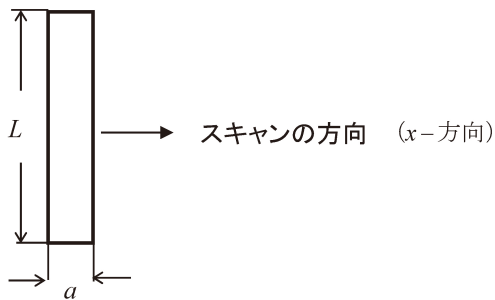


図 3.7 スリットスキャン

スリットの長さが充分長ければ、関数 $\text{sinc}^2(Lv)$ は関数 $W(u, v)$ に比べて急速にゼロとなる。この場合、 $W(u, v)$ は $\text{sinc}^2(Lv)$ に対しほぼ一定と考えることができる。すると、式(3.27)は、

$$W'(u) = \text{sinc}^2(au) W(u, 0) \int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}^2(Lv) dv \tag{3.28}$$

と書ける。また、

$$\text{rect}\left(\frac{x}{L}\right) \Leftrightarrow L \text{sinc}(Lv)$$

であるから、パーシバルの定理より、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{sinc}^2(Lv) dv = \frac{1}{L^2} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}^2\left(\frac{x}{L}\right) dx = \frac{1}{L^2} \int_{-L/2}^{L/2} dx = \frac{1}{L}$$

したがって、式(3.28)は、

$$\begin{aligned}
 W'(u) &= \frac{\text{sinc}^2(au)}{L} W(u, 0) \\
 W(u, 0) &= \frac{L}{\text{sinc}^2(au)} W'(u) = L \left\{ \frac{\pi au}{\sin(\pi au)} \right\}^2 W'(u) \tag{3.29}
 \end{aligned}$$

それ故、既知の長くて狭いスリットでスキャンすることにより、真の二次元ウィナースペクトルの断面が得られる。

図 3.8 に、増感紙 / フィルム系のウィナースペクトルを示す。高感度システムでは、一定の画像濃度を得るのに蛍光体層中で吸収された X 線光子の数は少なく済むから量子ノイズは大きくなる。低周波数領域では低感度システムも高感度システムも MTF はほとんど 1 に近くシステムのボケの影響は少ないので、この量子ノイズの大きさが画像ノイズの大きさととなる。その結果、高感度システムのウィナースペクトルの値が大きくなる。ところが、高周波数領域では、システムの MTF は低下するので (図 2.12)、ノイズもぼかされるが、高感度システムほど MTF が小さいのでぼかされる程度も大きくなり、ウィナースペクトルの値は小さくなる。これが、図 3.8 の低感度システムと高感度システムのウィナースペクトルの曲線がある周波数に境にクロスする理由である。

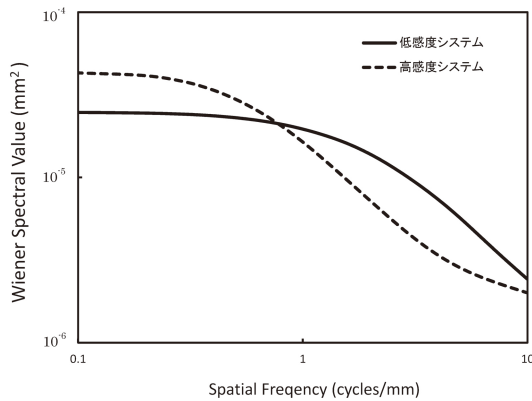


図 3.8 増感紙 / フィルム系における低感度および高感度システムのウィナースペクトルの比較

3.5 濃度ゆらぎと透過度ゆらぎ

前節までは、自己相関関数とウィナースペクトルは濃度ゆらぎによって考えてきた。しかしながら、場合によっては透過度ゆらぎでこれらの関数を考えたほうがもっと適切なことがある。そこでこれらの緒量の関係を以下に考える。濃度 $D(x, y)$ と透過度 $T(x, y)$ との関係は

$$D(x, y) = \log_{10} \frac{1}{T(x, y)} = -\log_{10} T(x, y) \quad (3.30)$$

である。平均濃度を $\bar{D} = -\log_{10} \bar{T}$ (\bar{T} = 平均透過度) と仮定し、透過度ゆらぎを $\Delta T(x, y) = T(x, y) - \bar{T}$ とすると、

$$\begin{aligned} \Delta D(x, y) &= D(x, y) - \bar{D} = -\log_{10} T(x, y) + \log_{10} \bar{T} \\ &= -\log_{10} \frac{T(x, y)}{\bar{T}} = -\log_{10} \left(1 + \frac{\Delta T(x, y)}{\bar{T}} \right) \end{aligned} \quad (3.31)$$

ここで、透過度ゆらぎ $\Delta T(x, y)$ が平均透過度 \bar{T} と比較して小さければ、

$$\begin{aligned} \log_{10} \left(1 + \frac{\Delta T(x, y)}{\bar{T}} \right) &= (\log_{10} e) \cdot \log_e \left(1 + \frac{\Delta T(x, y)}{\bar{T}} \right) \\ &= (\log_{10} e) \left\{ \frac{\Delta T(x, y)}{\bar{T}} - \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta T(x, y)}{\bar{T}} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{\Delta T(x, y)}{\bar{T}} \right)^3 - \dots \right\} \\ &= (\log_{10} e) \frac{\Delta T(x, y)}{\bar{T}} \end{aligned}$$

となるから、式 (3.31) は

$$\Delta D(x, y) = -\log_{10} e \frac{\Delta T(x, y)}{\bar{T}} \quad (3.32)$$

濃度及び透過度での標準偏差をそれぞれ σ_D, σ_T とし、式 (3.32) を適用すると、

$$\begin{aligned} \sigma_D^2 &= \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} [\Delta D(x, y)]^2 dx dy \\ &= \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{\log_{10} e}{\bar{T}} \right)^2 [\Delta T(x, y)]^2 dx dy \\ &= \left(\frac{\log_{10} e}{\bar{T}} \right)^2 \sigma_T^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \sigma_D = \frac{\log_{10} e}{\bar{T}} \sigma_T \quad (3.33)$$

また、濃度ゆらぎと透過度ゆらぎの自己相関関数をそれぞれ、 $C_D(\xi, \eta), C_T(\xi, \eta)$ とすると、

$$\begin{aligned} C_D(\xi, \eta) &= \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \Delta D(x, y) \\ &\quad \times \Delta D(x + \xi, y + \eta) dx dy \\ &= \lim_{X, Y \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \frac{1}{Y} \int_{-1/2}^{1/2} \int_{-1/2}^{1/2} \left(\frac{\log_{10} e}{\bar{T}} \right)^2 \\ &\quad \times \Delta T(x, y) \Delta T(x + \xi, y + \eta) dx dy \\ &= \left(\frac{\log_{10} e}{\bar{T}} \right)^2 C_T(\xi, \eta) \end{aligned} \quad (3.34)$$

つぎに、濃度ゆらぎのウィナースペクトル $W_D(u, v)$ と透過度ゆらぎのウィナースペクトル $W_T(u, v)$ との関係は、

$$\begin{aligned}
 W_D(u, v) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} C_D(\xi, \eta) e^{-i 2\pi(u\xi + v\eta)} d\xi d\eta \\
 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\log_{10} e}{T} \right)^2 C_T(\xi, \eta) e^{-i 2\pi(u\xi + v\eta)} d\xi d\eta \\
 &= \left(\frac{\log_{10} e}{T} \right)^2 W_T(u, v) \tag{3.35}
 \end{aligned}$$

となる。

3.6 デジタルシステムのウィナーズスペクトル

デジタルシステムの場合、図 2.13 のように被写体を通して X 線が検出器で検出された後、デジタル化、画像処理、画像表示されて出力画像となる。このうち、画像形成に伴う量子ノイズや検出器固有のノイズ（構造モトル (structure mottle) を含む）はデジタル系特有のものではなくアナログ系でも生じるのでそれぞれのウィナーズスペクトルの積をアナログウィナーズスペクトルと呼び、 $W_A(u, v)$ と記す。

つぎのデジタル化ではサンプリングアパーチャと標本化および量子化の影響を受けるが、現在のデジタル撮像システムでは 10bit 以上の量子化は容易なので量子化の影響は実際上無視しえる。サンプリングアパーチャによる OTF を $H_S(u, v)$ とすると、アナログウィナーズスペクトル $W_A(u, v)$ と $|H_S(u, v)|^2$ との積、

$$W_{pre}(u, v) = W_A(u, v) \cdot |H_S(u, v)|^2 \tag{3.36}$$

は、プリサンプルドウィナーズスペクトル (presampled Wiener spectrum) と呼ばれる。プリサンプルドウィナーズスペクトルは、アナログのウィナーズスペクトルである。

x 方向、y 方向の標本化間隔をそれぞれ Δx 、 Δy とするとき、二次元での標本化とは、

$$\text{III}(x, y; \Delta x, \Delta y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(x - n\Delta x, y - m\Delta y)$$

で表される comb 関数を入力関数に乗ずることを意味する。comb 関数のフーリエ変換は、つぎのように

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{\Delta x \Delta y} \text{III}\left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}\right) \\
 &= \frac{1}{\Delta x \Delta y} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta\left(u - \frac{n}{\Delta x}, v - \frac{m}{\Delta y}\right)
 \end{aligned}$$

となるので、デジタル化後のウィナーズスペクトル、すなわち、デジタルウィナーズスペクトルは、プリサンプルドウィナーズスペクトルと周波数領域での comb 関数

とのコンボリューション積分で表される。

$$W_{digital}(u, v) = W_{pre}(u, v) * \text{III}\left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}\right) \tag{3.37}$$

デジタルデータになんらかの画像処理が為されていれば、そのフィルタの OTF を $H_F(u, v)$ とすると、 $|H_F(u, v)|^2$ をデジタルウィナーズスペクトルに乘じなければならぬ。さらに、ディスプレイアパーチャの影響も受けるのでその OTF を $H_D(u, v)$ とすると $|H_D(u, v)|^2$ もデジタルウィナーズスペクトルに乗ずる必要がある。最後に、ディスプレイシステムで生じる、X 線量子に起因しない、例えば電子的なノイズ $W_E(u, v)$ が付加される。

以上より、デジタル系の全ウィナーズスペクトル (オーバーオールウィナーズスペクトル $W_{overall}(u, v)$) は、つぎのようにまとめられる。

$$\begin{aligned}
 W_{overall}(u, v) &= W_{digital}(u, v) \cdot |H_F(u, v)|^2 \cdot |H_D(u, v)|^2 + W_E(u, v) \\
 &= \left[W_{pre}(u, v) * \text{III}\left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}\right) \right] \\
 &\quad \cdot |H_F(u, v)|^2 \cdot |H_D(u, v)|^2 + W_E(u, v) \\
 &= \left\{ \left[W_A(u, v) \cdot |H_S(u, v)|^2 \right] * \text{III}\left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}\right) \right\} \\
 &\quad \cdot |H_F(u, v)|^2 \cdot |H_D(u, v)|^2 + W_E(u, v)
 \end{aligned}$$

同じことを、OTF の代わりに MTF を使って表現すれば、次式となる。

$$\begin{aligned}
 W_{overall}(u, v) &= W_{digital}(u, v) \cdot M_F(u, v)^2 \cdot M_D(u, v)^2 + W_E(u, v) \\
 &= \left[W_{pre}(u, v) * \text{III}\left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}\right) \right] \\
 &\quad \cdot M_F(u, v)^2 \cdot M_D(u, v)^2 + W_E(u, v) \\
 &= \left\{ \left[W_A(u, v) \cdot M_S(u, v)^2 \right] * \text{III}\left(u, v; \frac{1}{\Delta x}, \frac{1}{\Delta y}\right) \right\} \\
 &\quad \cdot M_F(u, v)^2 \cdot M_D(u, v)^2 + W_E(u, v)
 \end{aligned}$$

MTF の場合とまったく同様にデジタル系のオーバーオールウィナーズスペクトルやデジタルウィナーズスペクトルには標本化によってエリアシングエラーが入ってくる。MTF の場合は、解析方法の過程にお

いてエリアシングエラーの入らないプリサンプルド MTF を求める手法が開発されている。このため、アナログ系や他のデジタルモダリティとの解像特性の比較もできたが、ウィナースペクトルではプリサンプルドウィナースペクトルを求めるような計算手段はまだ知られていない。オーバーオールウィナースペクトルを使用する場合は、エリアシングの影響が含まれていることに充分注意を払う必要がある。

4. 終わりに

放射線画像の物理的画質因子である画像コントラスト、MTF およびウィナースペクトルについてその概念と理論的基礎を解説した。今回は、できるだけ概念の理解（流れ）に焦点をおいて解説したので実際の測定方法などは割愛した。もし、機会があれば具体的な測定方法についても述べてみたい。

放射線画像は、X線などの放射線を使用して撮影するため被曝を抜きにして画質を考えることはできない。画質と線量の間には trade-off の関係にあるので、画質を同じにして被曝を下げるか、被曝を同じにして画質を上げるかなど被曝線量を考慮しながら最適な画質設計をする必要がある。今回の解説が、画質設計の一助になることを期待しつつ稿を終える。

謝辞

この度、県立広島大学を定年退職するにあたり、本稿の執筆の機会を与えていただきましたことに深く感謝いたします。また、これまでに多くの方々の方々の有形・無形のご支援とご協力を賜りましたが、茲に謹んで感謝申し上げます。

参考文献

- 1) Haus, A.G., Rossmann, K.: X-ray sensitometer for of screen-film combination used in medical radiology. *Radiology*, 94:673-678, 1970
- 2) Castle, J.W.: Sensitivity of radiographic screens to scattered radiation and its relationship to image contrast. *Radiology*, 122:805-809, 1977
- 3) Haus, A.G., Rossmann, K., et al.: Sensitometry in diagnostic radiology, radiation therapy, and nuclear medicine. *J. Appl. Photo. Eng.*, 3:114-124, 1977
- 4) Bednarek, D.R., Rudin, R.: Comparison of modified bootstrap and conventional sensitometry in medical radiography. *SPIE*, 233:2-6, 1980
- 5) Wagner, L.K., Haus, A.G. et al.: Comparison of methods used to measure the characteristic curve of radiographic screen/film systems. *SPIE*, 233:7-10,

- 1980
- 6) Wagner, L.K., Barnes, G.T. et al.: An examination of errors in characteristic curve measurement of radiographic screen/film systems. *Med. Phys.*, 10:365-369, 1983
- 7) Yoshida, A.: Modified inverse square sensitometry for the determination of the characteristic curve of radiographic screen/film systems. *Acta. Med. Okayama*, 40:33-38, 1986
- 8) Gray, J.E., Stears, J.G., et al.: Evaluation of resolution and sensitometric characteristics of an asymmetric screen-film imaging system. *Radiology*, 188:537-539, 1993
- 9) Rossmann, K.: Modulation transfer function of radiographic systems using fluorescent screens. *J. Opt. Soc. Am.*, 52:774-777, 1962
- 10) Morgan, R.H., Bates, L.M., et al.: Frequency response characteristics of x-ray films and screens. *Am. J. Roentogenol.*, 92:426-440, 1964
- 11) Doi, K.: Measurement of optical transfer functions of x-ray intensifying screens. *Oyo Buturi*, 33:50-52, 1964
- 12) Rossmann, K.: Measurement of the modulation transfer function of radiographic systems containing fluorescent screens. *Phys. Med. Biol.*, 9:551-557, 1964
- 13) Moseley, R.D.Jr., Rust, J.H.: Diagnostic radiological instrumentation: Modulation transfer function. Springfield, Charles C. Thomas, 1965
- 14) Sanderson, G.K.: Erroneous perturbations of the modulation transfer function derived from the line spread function. *Phys. Med. Biol.*, 13:661-663, 1968
- 15) Rossmann, K.: Point spread function, line spread function and modulation transfer function. *Radiology*, 93:257-272, 1969
- 16) Doi, K., Strubler, K., et al.: Truncation errors in calculating the MTF of radiographic screen-film systems from the line spread function. *Phys. Med. Biol.*, 17:241-250, 1972
- 17) Metz, C.E., Strubler, K., et al.: Choice of line spread function sampling distance for computing the MTF of radiographic screen-film systems. *Phys. Med. Biol.*, 17:638-647, 1972
- 18) Arnold, B.A., Eisenberg, H., et al.: The LSF and MTF of rare-earth oxysulfide intensifying screens. *Radiology*, 121:473-477, 1976
- 19) Weiss, J.P.: Notes on determining modulation transfer data for x-ray film-screen combinations. Shaw, R. ed., *Image analysis and evaluation*. SPSE, 527-531, 1977
- 20) Burgess, A.E.: An empirical equation for screen MTF. *Med. Phys.*, 5:199-204, 1978
- 21) Barnes, G.T.: The use of bar pattern test objects in

- assessing the resolution of film/screen systems. Haus, A.G., ed., *The physics of medical imaging: Recording system measurement and techniques*. New York, AAPM, 138-151, 1979
- 22) Arnold, B.A., Bjarngard, B.E., et al.: The effect of phosphor K x-rays on the MTF of rare-earth screens. *Med. Phys.*, 6:500-503, 1979
 - 23) Metz, C.E., Doi, K.: Transfer function analysis of radiographic imaging systems. *Phys. Med. Biol.*, 24:1079-1106, 1979
 - 24) Doi K., Holje G., et al.: MTF's and Wiener spectra of radiographic screen-film systems. Washington, HHS Publication FDA 82-8187, 1-77, 1982
 - 25) Doi K., Kodera Y, Loo LN, et al.: MTF's and Wiener spectra of radiographic screen-film systems Volume II. Washington, HHS Publication FDA 86-8257, 1-100, 1986
 - 26) ICRU Report 41: Modulation transfer function of screen-film systems. International commission on radiation units and measurements. Maryland, ICRU, 1-56, 1986
 - 27) Metter, R.V. : Describing the signal-transfer characteristics of asymmetrical radiographic screen-film systems. *Med. Phys.*, 19:53-58, 1992
 - 28) Morishita J., Doi K., et al.: Comparison of two methods for accurate measurement of modulation transfer function of screen-film systems. *Med. Phys.*, 22:193-200, 1995
 - 29) Cleare, H.M., Splettstosser, H.F., et al.: An experimental study of the mottle produced by x-ray intensifying screens. *Am. J. Roentogenol.*, 88:168-174, 1962
 - 30) Rossmann, K.: Spatial fluctuations of X-ray quanta and the recording of radiographic mottle. *Am. J. Roentogenol.*, 90:863-869, 1963
 - 31) Doi, K.: Wiener spectrum analysis of quantum statistical fluctuation and other noise sources in radiography. Moseley, R.D., Rust, J.H. eds., *Television in diagnostic radiology*. Birmingham, Aesculapius Publ. Co., 313-333, 1969
 - 32) Swank, R.K.: Absorption and noise in x-ray phosphors. *J. Appl. Phys.*, 44:4199-4203, 1973
 - 33) Barnes, G.T.: The dependence of radiographic mottle on beam quality. *Am. J. Roentogenol.*, 127:819-824, 1976
 - 34) Wagner, R.F.: Fast Fourier digital quantum mottle analysis with application to rare earth intensifying screen systems. *Med. Phys.*, 4:157-162, 1977
 - 35) Koedooder, K., Strackee, J.: A new method for microdensitometer slit length correction of radiographic noise power spectra. *Med. Phys.*, 13:469-473, 1986
 - 36) Wolf, M., Angerstein, W.: Low-frequency Wiener spectra of radiographic screen-film systems. *Phys. Med. Biol.*, 32:557-564, 1987
 - 37) Rossmann, K.: Image quality and patient exposure. *Curr. Pobl. Radiol.*, 2:1-34, 1972
 - 38) Doi, K., Rossmann, K., et al.: Image quality and patient exposure in diagnostic radiology. *Photo. Sci. and Eng.*, 21:269-277, 1977
 - 39) Stevels, A.L.N.: New phosphors for x-ray screens. *Med. Mundi.*, 20:12-11, 1975
 - 40) Rossi, R.P., Hendee, W.R., et al.: An evaluation of rare earth screen/film combination. *Radiology*, 121:465-471, 1976
 - 41) Wagner, R.F., Weaver, K.E., et al.: Toward a unified view of radiological imaging systems. Part I : Noiseless images. *Med. Phys.*, 1:11-24, 1974
 - 42) Wagner, R.F., Weaver, K.E., et al.: Toward a unified view of radiological imaging systems. Part II : Noisy images. *Med. Phys.*, 4:279-296, 1977
 - 43) Papoulis, A.: *Probability, random variables, and stochastic process*. New York, McGraw-Hill, 1965
 - 44) Dainty, J.C., Shaw, R.: *Image science*. London, Academic Press, 1974
 - 45) Giger, M.L., Doi, K.: Investigation of basic imaging properties in digital radiography. 1. Modulation transfer function. *Med. Phys.*, 11:287-295, 1984
 - 46) Fujita, H., Doi, K., et al.: Investigation of basic imaging properties in digital radiography. 6. MTFs of II-TV digital imaging systems. *Med. Phys.*, 12:713-720, 1985
 - 47) Cunningham, I.A., Reid, B.K.: Signal and noise in modulation transfer function determinations using the slit, wire, and edge techniques. *Med. Phys.*, 19:1037-1044, 1992
 - 48) Fujita, H., Tsai, D., et al.: A simple method for determining the modulation transfer function in digital radiography. *IEEE Transactions on medical imaging*, 11:34-39, 1992
 - 49) Boone, J.M., Seibert, J.A.: An analytical edge spread function model for computer fitting and subsequent calculation of the LSF and MTF. *Med. Phys.*, 21:1541-1545, 1994
 - 50) Dobbins III, J.T.: Effects of undersampling on the proper interpretation of modulation transfer function, noise power spectra, and noise equivalent quanta of digital imaging systems. *Med. Phys.*, 22:171-181, 1995
 - 51) Samei, E., Flynn, M.J., et al.: A method for measuring the presampled MTF of digital radiographic systems

- using an edge test device. *Med. Phys.*, 25:102-113, 1998
- 52) Buhr, E., Gunther-Kohfahl, S., et al.: Accuracy of a simple method for deriving the presampled modulation transfer function of a digital radiographic system from an edge image. *Med. Phys.*, 30:2323-2331, 2003
- 53) Neitzel, U., Buhr, E., et al.: Determination of the modulation transfer function using the edge method: influence of scattered radiation. *Med. Phys.*, 31:3485-3491, 2004
- 54) Samei, E., Ranger, N.T., et al.: Intercomparison of methods for image quality characterization. 1. Modulation transfer function. *Med. Phys.*, 33:1454-1465, 2006
- 55) Giger, M.L., Doi, K., et al.: Investigation of basic imaging properties in digital radiography. 2. Noise Wiener spectrum. *Med. Phys.*, 11:797-805, 1984
- 56) Giger, M.L., Doi, K., et al.: Investigation of basic imaging properties in digital radiography. 7. Noise Wiener spectra of II-TV digital imaging systems. *Med. Phys.*, 13:131-138, 1986
- 57) Dobbins III, J.T., Samei, E., et al.: Inter-comparison of methods for image quality characterization. 2. Noise power spectrum. *Med. Phys.*, 33:1466-1475, 2006
- 58) Yaffe, M.J., Rowlands, J.A.: X-ray detectors for digital radiography. *Phys. Med. Biol.*, 42:1-39, 1997
- 59) Fetterly, K.A., Hangiandreou, N.J.: Image quality evaluation of a desktop computed radiography systems. *Med. Phys.*, 27:2669-2679, 2000
- 60) Dobbins III, J.T.: Image quality metrics for digital systems. Beutel, H.K.J., Kundel, H.L. eds., *Handbook of medical imaging Vol. 1*. Bellingham, SPIE, 163-222, 2000
- 61) Floyd, C.E., Jr., Warp, R.J., et al.: Imaging characteristics of an amorphous silicon flat-panel detector for digital chest radiography. *Radiology*, 218:683-688, 2001
- 62) Samei, E., Flynn, M.J., et al.: Comparative assessment of image quality in three flat-panel digital radiographic systems. *Radiology*, 221:462-463, 2001
- 63) Samei, E., Flynn, M.J.: An experimental comparison of detector performance for computed radiography systems. *Med. Phys.*, 29:447-459, 2002
- 64) Samei, E., Flynn, M.J.: An experimental comparison of detector performance for direct and indirect digital radiography systems. *Med. Phys.*, 30:608-622, 2003
- 65) Samei, E.: Image quality in two phosphor-based flat panel digital radiographic detectors. *Med. Phys.*, 30:1747-1757, 2003
- 66) Saunders, R.S., Samei, E.: A method for modifying the image quality parameters of digital radiographic images. *Med. Phys.*, 30:3006-3017, 2003
- 67) Samei, E.: Performance of digital radiography detectors: factors affecting sharpness and noise. RSNA, ed., *Advances in digital radiography*. Oak Brook, RSNA publication, 49-61, 2003
- 68) Pratt, W.K.: *Digital image processing*. London, Wiley, 1978

Physical image quality of radiographic systems

—Basic concept and theory—

Akira YOSHIDA

Graduate School of Comprehensive Scientific Research,
Prefectural University of Hiroshima

Abstract

In diagnostic radiologic examinations, diagnostic accuracy or correct diagnosis is influenced by the physical image quality of radiographic images. As the physical image quality improves, the diagnostic accuracy is increased. It is known that the physical image quality is affected by three fundamental factors, namely, contrast, resolution (or sharpness), and noise (or radiographic mottle) of imaging systems. These three parameters constitute the fundamental components of physical image quality. The contrast of an imaging system, commonly referred to as radiographic contrast (or image contrast), is related to the subject contrast (or radiation contrast), film contrast (or gradient), and primary (or scatter) fraction. The resolution of imaging systems has been determined by means of the modulation transfer function (MTF), line spread function (LSF), or point spread function (PSF). The image noise has been quantified in terms of the Wiener spectrum or autocorrelation function. This article describes basic concept and theory for the radiographic contrast, MTF, and Wiener spectrum of radiographic systems.

Key words : image quality, contrast, MTF, Wiener spectrum, radiographic system