Bírálói vélemény

SzabóZoltán: "A Geometric Approach for the Control of Switched and LPV Systems"
(Kapcsolt és LPV rendszerek irányítása geometriai megközelítésben)
c. MTA doktori (DSc) értekezésről

Az értekezés az irányíthatóság, stabilizálhatóság, a robusztus invariancia, a rendszerinverzió és a hibadetektálás kérdéseivel foglalkozik különböző rendszerosztályok, köztük időben változó lineáris (LTV), lineáris változó paraméterű (LPV), kvázi LPV (qLPV), affin qLPV, lineáris kapcsolt (LSS) és bimodális (BM) rendszerek esetén. A rendszer jeleit a hasznos bemenet (u), a nem mért hiba bemenet (v) és a kimenő jel (y) alkotják, a jelek vektorként értendők. Az értekezés intenzíven épít az irányíthatóság/elérhetőség és a megfigyelhetőség/rekonstruálhatóság Kalman-féle megfogalmazására és klasszikus eredményeire. A tárgyalásmód másik alapja a Wonham által az LTI rendszerekre kidolgozott geometriai módszer és ennek általánosítása Szigeti által LTV rendszerekre.

A vizsgált problémák többsége u szempontjából korlátozás nélküli és előjel korlátozott ($u \geq 0$ vektor értelemben) esetekre bontható.

Az értekezés 12 fejezetből és 4 függelékből (A-D) áll. A tézisek csoportosítását követve az értekezés négy főbb részre (I-IV) tagozódik, melyek a 3-12 fejezeteket strukturáltan fogják össze.

Az 1. fejezet bevezetés, amely röviden bemutatja az irányításelmélet fejlődési fázisait és néhány kiemelt irányzatát az értekezés szempontjából.

A 2. fejezet (kiegészítve az A-B. függelékekkel) az irányításelméleti előzményeket és az alapvető rendszertechnikai definíciókat célozta meg összefoglalni. Az értekezés rendszerosztályainak értelmezése a következő:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad y(t) = C(t)x(t) \quad (LTV)$$

$$\dot{x}(t) = A(\rho(y))x(t) + B(\rho(y))u(t), \quad y \text{ is measured variable} \quad (qLPV)$$

$$\left.\begin{aligned} A(\rho) &= A_0 + \rho_1 A_1 + \cdots + \rho_N A_N \\ B(\rho) &= B_0 + \rho_1 B_1 + \cdots + \rho_N B_N \end{aligned}\right\} \quad (affine\ qLPV)$$

$$\dot{x}(t) = A(\sigma(t))x(t) + B(\sigma(t))u(t), \quad \sigma : R^+ \to \{1,2,\ldots,s\} \text{ piecewise constant } (LSS)$$

Megadja a teljes nullába irányíthatóság és a teljes nullából elérhetőség definícióját, valamint az irányítható altér ($\mathscr{C}$) és az elérhető altér ($\mathscr{R}$) értelmezését. A megfigyelhetőség (jövőbeli adatokból) definíciója szerepel, de nem szerepel a rekonstruálhatóság definíciója (múltbeli adatokból). Itt adja meg a $\Phi(\tau,\sigma)$ állapotátmenet mátrix értelmezését, az azon alapuló koordináta-transzformációt, a Kalman-féle irányíthatósági Gram-matrixot és annak tulajdonságait LTV rendszer esetén, valamint az abból következő Silverman-Meadows irányíthatósági tesztet. Affin $A(t) = \sum_{i=1}^{N} \rho_i(t) A_i$ időfüggés esetére megadja a Wei-Norman egyenletet és a $\Phi(t)$ alapmátrix azon alapuló számítását. Az összefüggés igényli az $L(A_1,\ldots,A_N)$ Lie-algebra $\hat{A}_1,\ldots,\hat{A}_K$ bázisának ismeretét, amelynek számításáról (és $[A,B]$ értelmezéséről $AB - BA$ módon) nem nyilatkozik. A Peano-Baker formulára hivatkozva megadja a nullából elérhető (itt reachable helyett attainable) állapotok azon tulajdonságát, hogy az $\mathscr{R}_{(\mathscr{A},\mathscr{B})}$ halmaz egy kitüntetett $\mathscr{R}$ alterét alkotják, valamint képletet ad $\mathscr{R}_{(\mathscr{A},\mathscr{B})}$ számítására, amely a Kalman-féle irányíthatósági rang feltétel általánosításának tekinthető (Lemma 1).

Speciálisan ún. c-gerjesztett rendszer esetén $\mathscr{R}_{(\mathscr{A},\mathscr{B})} = R^n$ elégséges feltétel a teljes irányíthatóságra. Itt szerepel Szigeti eredménye is konstans B esetén. Ezt követi az alapmátrix számitása c-gerjesztett rendszer esestén, amely szintén igényli a generált Lie-algebra bázisának ismeretét. Egy egyszerű illusztratív példa következik az alapmátrix számítására, amely azonban kisebb hibát tartalmaz, helyesen $\Phi(t) = e^{g_1(t)A_0} e^{g_2(t)A_1}$.

Az I. rész (Part I, Controllability) a 3-4. fejezetet foglalja magába, és az irányíthatóság kérdésével foglalkozik lineáris kapcsolt rendszerek esetén.

A 3. fejezet lineáris kapcsolt rendszerek irányíthatóságával foglalkozik. A kapcsolt rendszer $\dot{x}(t) = A(\sigma(t))x(t) + B(\sigma(t))u(t)$ alakú, ahol $\sigma : R^+ \to S$ (matematikai értelemben) mérhető ún. kapcsolási függvény, $S = \{1,2,\dots,s\}$ és $u(t) \in U = R^m$ nem korlátozott. Az irányítási feladat során megválasztandó a $\sigma(t)$ kapcsolási függvény és az $u(t)$ beavatkozó jel, tehát az irányító jel $w(t) = (\sigma(t), u(t))$. Az értekezés feltételezi, hogy a kapcsolási függvény szakaszonként konstans, a kapcsolási időpontok nem torlódnak (véges minimális $T_\delta > 0$ tartózkodási idő, ún. dwell time van érvényben). Ezáltal az ún. Zeno viselkedés nem léphet fel, ami jelentősen egyszerűsíti a problémát (egyúttal csökkenti a módszerr általánosságát). A teljes irányíthatóság úgy van értelmezve, hogy minden x, y állapot és minden t_0 időpont esestén létezik véges $t_f > t_0$ és $t_0 < t_1 < \cdots < t_{N-1} < t_N = t_f$ kapcsolási időpontok, $\sigma(t_i)$ kapcsolási szekvencia és $u : [t_0, t_f] \to U$ beavatkozó jel, amelynek hatására $x(t_0) = x$ és $x(t_f) = y$.

Itt szerepelnek az értekezésben fontos szerepet játszó jelölések, mint a sima vektormezők $\mathscr{F}$ halmaza, az x-ből véges idő alatt elérhető állapotok $A_F(x)$ halmaza, az $\dot{x} = f(x,u)$ rendszerhez hozzárendelt $V_f = \{f_u \mid u \in U\}$ vektormezők. Különösen fontos szerepet játszik a $\Phi^q_{\tau,x_0}(\omega)(T) = e^{f_{u_q} t_q} e^{f_{u_{q-1}} t_{q-1}} \cdots e^{f_{u_1} t_1} x_0$ jelölés, ahol az $e^{f_u t} x_0$ szimbolikus alak jelöli $\dot{\xi} = f_u(\xi), \xi(0) = x_0$ megoldását, $\tau = (t_1,\dots,t_q), t_i \ge 0, T = \sum_{j=1}^q t_j$, $\omega = (u_1,\dots,u_q) \in U^q$, $f_{u_i} \in \mathscr{F}$. A jelölés feltételezi, hogy az $u(t)$ jel szakaszonként konstans, ami a tárgyalást megkönnyíti, egyúttal az általánosságot csökkenti. A kapcsolt rendszer ebben a felfogásban $\dot{x}(t) = f(x(t), w(t))$, ahol $f(\cdot, w)$ sima függvény. Kérdéses, hogy a vizsgálatok során a későbbi részekben M valóban egy sokaság (manifold), vagy a különféle invariáns alterek esetén numerikus okokból M kötelezően egy altere U-nak.

A továbbiak a Lie-algebrai felfogást illusztrálják az $[f, g]$ Lie-bracket szerint. A jelölésekben $Lie(\mathscr{F})$, az érintő tér T_qM a nemlineáris rendszereknél megszokott, azonban nincs definiálva $Lie_q(\mathscr{F})$, miközben a fontos szerepet játszó ún. bracket-generáló vektormezőhöz szükség van rá. Fontos szerepet játszik a Lie Saturate $LS(\mathscr{F})$, amely az $\mathscr{F}$ vektormezővel szigorúan ekvivalens vektormezők családja, és amely zárt konvex pozitív kúp. Agrachev–Sachkov eredménye alapján ha $\mathscr{F}$ bracket-generáló és az $\mathscr{F}$ által generált pozitív konvex kúp szimmetrikus, azaz $cone(\mathscr{F}) = cone(-\mathscr{F})$, akkor $\mathscr{F}$ teljesen irányítható. Jurdjevic szerint ha $v, -v \in LS(\mathscr{F})$, akkor $\pm A_i v \in LS(\mathscr{F})$. Erre alapozva kimondja a (teljes) irányíthatóság $rank\,\mathscr{R}_{(\mathscr{A},\mathscr{B})} = n$ feltételét és megadja $\mathscr{R}_{(\mathscr{A},\mathscr{B})}$ alakját korlátozás nélküli kapcsolt rendszer esetére (Poposition 3). Bizonyítása feltehetően megtalálható a hivatkozott Stikkel-Bokor-Szabo (2004) cikkben.

További egyszerűsített jelölések következnek $\Phi^{q}_{\tau,x_0}(\omega)(T)$ helyett, így rögzített $\mu=(u_1,\ldots,u_q)$ esetén $\Phi^{q}_{\tau}x_0$ és rögzített $\tau=(t_1,\ldots,t_q)$ esestén $\Phi^{q}_{\mu}x_0$. Nem világos, mit jelent a kitétel, hogy a jelölésben $\sigma=(\sigma_1,\ldots,\sigma_q)$ el van nyomva, netán lerögzített a jelentése? Több illusztrációt igényelt volna az ún. normális elérhetőség definíciója, különösen az $n=\dim M$ feltétel illusztrációja, mivel ez fontos Proposition 4 bizonyításánál (globálisan irányítható kapcsolt rendszer véges számú kapcsolással irányítható és létezik univerzális kapcsolási sorozat). A bizonyítás kihasználja, hogy létezik az origót tartalmazó nyílt környezet (r sugarú gömb), amelynek minden pontja is normálisan elérhető, amely azonban a korábbi definíciókban vélhetően $t_i>0$ esetén lesz csak igaz. A bizonyítás univerzális kapcsolási szekvenciára vonatkozó része kihasználja, hogy a σ kapcsolási sorozat le van rögzítve és τ hossza megegyezik $\bar{\tau}$ hosszával. A *globális* irányíthatóság valószínüleg a *teljes* irányíthatóság szinonímájaként értendő. Nyítva marad az univerzális kapcsolási sorozat numerikus meghatározása, különösen ha a kapcsolandó rendszerek s száma nagy. Proposition 5 analóg eredményt fogalmaz meg $\Phi^{q}_{\mu}x_0$ esetére, bevezetve az ún. teljes rangú elérhetőség fogalmát. Az állítás korlátozás nélküli esetre ismert a diszkrétidejű rendszerek területéről. Az előjel korlátozott (pozitív) esetre is kitér a bizonyítás, azonban ott a Proposition 1-re történő hivatkozás (c-gerjesztett rendszer esete) értelmetlen. Két egyszerű illusztratív példa következik. Az első rendben van. A másodikban 2 helyen hiba van, nevezetesen x_f első képletében az utolsó tag helyesen $[t_3\ 0]^T u_2$, míg x_f második képletében az első tag helyesen $\bar{A}\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1 & 1\\ -1 & 0\end{bmatrix}x_0$.

A két példa közé van ékelődve Proposition 5 bizonyítása az előjel korlátozott esetre, melyet jobb lett volna a példák elé tenni. A helyes feltételeket Corollary 1 fogalmazza meg. A (3.8) egyenletben megfogalmazott technika a kapcsolási sorozat meghatározására nagyszámú kapcsolt komponens esetén nehezen nevezhető "egyszerűnek". Ezenkívül kérdéses, hogy ZOH mellett biztosítható-e mindig és numerikusan mennyire robusztus, hogy A_i invertálható (reverzibilis).

A 4. fejezet előjel korlátozott (pozitív) bemenőjelű kapcsolt rendszerek irányításával foglalkozik differenciáltartalmazáson (differential inclusion) alapuló megközelítéssel, kihasználva, hogy az eredeti (3.1) probléma megoldásai körében az $\dot{x}\in\mathcal{A}_c(x)$ konvexifikált differenciáltartalmazás megoldásai sűrűek, és így az elérhetőségi halmazok azonosak. Euler diszkretizáción alapuló sorfejtéssel a ξ állapotból T idő alatt elérhető állapotok $R^T(\xi)$ halmaza kifejezhető. Proposition 6 fogalmazza meg kapcsolt rendszer és előjel korlátozott irányítás esetén a (teljes) irányíthatóság feltételét $A^k_c(0)=(-A)^k_c(0)=R^n$, $k\ge 1$ alakban, és az ezen alapuló általános irányíthatósági algoritmust (GCA). Az algoritmust egy példa illusztrálná, amely azonban nincs végigvezetve, továbbá a végeredmény is előjel hibás, $k=4$ esetén helyesen $A^k_p=-A^k_m$.

A II. rész (Part II, Stabilizability) az 5. fejezetet foglalja magába, és az aszimptotikus stabilizálhatóság kérdésével foglakozik lineáris kapcsolt rendszerek esestén, amely a zárt körben történő irányítás alapfeltétele. Lemma 1 bizonyítja, hogy a véges idő alatt teljesen nullába irányítható lineáris kapcsolt rendszer globálisan aszimptotikusan is irányítható, azaz $\lim_{t\to\infty} x(t)=0$. A bizonyítás kihasználja, hogy a kapcsolási sorozat véges és az irányítás szakaszonként konstans, valamint a folytonos leképezések tulajdonságát és az egységgömb kompaktságát. A lemmából következik Proposition 7, azaz (3.1) zárt körben való stabilizálhatósága. Itt kell megjegyezni, hogy a bizonyítással kapcsolatban Remark 3-ban említett Xie-Wang cikk reverzibilis rendszert feltételez diszkrét időben, hasonló mondható Sun-Ge cikkel kapcsolatban is. Ezt követően definiálja az általánosított szakaszonként lineáris visszacsatolt stabilizálhatóság (GPLFS) fogalmát, ahol $u_i = K_{l_i} x,\ i \in S$, és Proposition 8-ban bizonyítja, hogy teljesen irányítható (3.1) lineáris kapcsolt rendszer GPLFS. A bizonyítás kihasználja, hogy a feltétel mellett az origó normálisan elérhető tetszőleges pontból, ezért tetszőleges $x, y \in R^n \setminus \{0\}$ pontpár összeköthető az origót elkerülő trajektóriával, ezért Grasse és Sussmann eredményei alapján az $A_l + B_l K_l$ autonóm kapcsolt rendszerekhez tartozó trajektóriával is. Az eredményt geometriailag is szemlélteti. Lin és Antsaklis eredményei szerint az irányítás az állapottér egy kúpszerű partícióján van definiálva, ahol a $\mathscr{C}_l$ kúpon a rendszer $A_{l_i} + B_{l_i} K_l,\ i_l \in S$ alakú. Proposition 8 nem konstruktív és nem ad felvilágosítást a robusztusságról. Alkalmasan választott A_d Schur-mátrixszal (sajátértékei az egységkör belsejében vannak) a stabilitási tartalék befolyásolható, másrészt az univerzális σ kapcsolási szekvencia periódikusan megismételhető, ezért a megoldáshoz az (5.1)-(5.2) approximációs feladat fogalmazható meg, ahol $A_c = \prod_{i=1}^{N} (\overline{A}_{s_i} + \overline{B}_{s_i} K_i)$ és $A_d = A_c$. Egy ellenpélda illusztrálja, hogy a feladatnak nincs minden nemszinguláris A_d esetén megoldása. Egy approximációs lehetőséget mutat be (5.4).

A diszkrétidejű esetben Proposition 9 mutat be egy módszert bizonytalan $x_{k+1} = A_i(\varDelta)x_k + B_i(\varDelta)u_k$ rendszer robusztus stabilizálására LMI technikával, ahol $\varDelta$ írja le a rendszerbizonytalanságot. A feltétel az, hogy $\varDelta$-tól függetlenül a rendszer (teljesen) irányítható legyen és létezzen $\sigma = (s_1, \ldots, s_M)$ kapcsolási szekvencia, hogy a nullából elérhető állapotokra $\mathscr{R}_\sigma = R^n$ teljesüljön $\varDelta$-tól függetlenül. Az LMI feltételek száma véges, ha $A_i(\varDelta), B_i(\varDelta)$ politópikus. Itt kell megjegyezni, hogy a Proposition 9-ben adott LMI alak (a különbség csak a jobb alsó blokkban van) és bizonyítása szerepelt már a Xie-Wang cikkben is

A folytonosidejű esetre Proposition 10 általánosítja a módszert Euler diszkretizáción alapuló differenciáltartalmazást alkalmazva. A módszert (nem bizonytalan) instabil kapcsolt rendszerre egy példa illusztrálja, amely azonban nincs végigvezetve, továbbá nem világos, hogy ha $\sigma = (1,1,1,2,1)$ 5-elemű, miért csak 4 állapot-visszacsatolás k_1, k_2, k_3, k_4 van megadva. Az $x_0 = (1,1,2)^T$ kezdeti állapotból nullába irányítást bemutató szimulációs eredmény jelentős túllövéseket és csökkenő amplitúdójú oszcillációt mutat 0.001s mintavételi idő és periódikusan folytatott kapcsolási szekvencia esetén.

A III. rész (Part III, Geometric Theory of LPV systems: Robust Invariance) a 6-7. fejezeteket foglalja magába, és LPV rendszerek különféle invariáns altereivel és azok számítási algoritmusaival foglalkozik.

A 6. fejezet LPV rendszerek geometriai elméletet foglalja össze. Ha a rendszer nem autonóm, akkor a szerző a rendszert előbb $\xi = (t, x^T)^T$ bővítéssel autonóm bemenet-affin alakra hozza, majd a továbbiakban az autonóm rendszerrel foglalkozik. Ha a rendszer $\dot{x} = A(\rho)x$ és a $\mathscr{V}$ altér A-invariáns, azaz $A(\rho)\mathscr{V} \subset \mathscr{V},\ \forall \rho \in \mathscr{P}$, akkor (azonosítva az alteret az alteret kifeszítő bázisvektorokból álló mátrixszal) $x = T\begin{pmatrix} \bar{x} \\ \tilde{x} \end{pmatrix}$, $T = [\mathscr{V}\ \ \mathscr{V}^{\perp}]$ transzformációval az LTI rendszreknél megszokott alakra hozható.

Az (A,B) invariáns $\mathscr{V}$ altér úgy van definiálva, hogy $\forall \rho \in \mathscr{P}$ esetén $A(\rho)\mathscr{V} \subset \mathscr{V} + \mathscr{B}$ és létezik $F \circ \rho : [0,T] \to R^{m\times n}$ állapot-visszacsatolás, hogy $(A(\rho) + B(\rho)F(\rho))\mathscr{V} \subset \mathscr{V}$, ahol röviden $\mathscr{B}$ jelöli $\operatorname{Im} B(\rho)$-t. A korábbi $\mathscr{R}_{(\mathscr{A},\mathscr{B})}$ altér $A(\rho)$ invariáns. Ha a $\mathscr{B}$-t tartalmazó minimális (A,B) invariáns alteret $< \mathscr{A} \mid \mathscr{B} >$ jelöli, akkor $\mathscr{V} =< \mathscr{A} \mid \mathscr{B} >$ és $u = F(\rho)x + v$ választással az $\dot{x} = A(\rho)x + B(\rho)u$ rendszer az LTI rendszereknél megszokott irányíthatósági lépcsős alakra hozható. A lépcsős alakban $\tilde{x}$ mindig nemirányítható, de $\bar{x}$ csak a c-perzisztens tulajdonság teljesülésekor lesz garantáltan irányítható.

Egy adott $\mathscr{K}$ altér által tartalmazott összes (A,B) invariáns altérnek létezik maximális eleme, amelyet a $\mathscr{V}^*$ altér jelöl.

A szerző szerint célszerű az $\mathscr{R}$ paraméterváltozós irányíthatósági alteret úgy definiálni, hogy létezik konstans K és $F \circ \rho : [0,T] \to R^{m\times n}$, hogy $R =< \mathscr{A} + B\mathscr{F} \mid \operatorname{Im} BK >$, ahol $\operatorname{Im} B(\rho) = \operatorname{Im} B$ értendő. Proposition 11-ben nem világos mi $\hat{B}$ szerepe. Propozition 12 feltételt ad arra, mikor lesz egy $\mathscr{R}$ altér paraméterváltozós irányíthatósági altér. Lemma 3 azt mondja ki, hogy rögzitett $\mathscr{R}$ altér esetén a $\Gamma = \{\mathscr{X} \mid \mathscr{X} = \mathscr{R} \cap (\sum_{i=0}^{N} A_i \mathscr{X} + \mathscr{B})$ osztályban Γ-nak létezik egyértelmű $\mathscr{X}^*$ maximális eleme és Proposition 13 szerint az $\mathscr{R}$ altér paraméterváltozós irányíthatósági altér, ha (A,B) invariáns és $\mathscr{R} = \mathscr{X}^*$.

A továbbiakban duális definíciók és összefüggések szerepelnek a $\mathscr{W} \subset R^n$ feltételes invariáns altérre, nevezetesen $\mathscr{C}(\rho) = Ker\, C(\rho)$ jelöléssal $A(\rho)(\mathscr{W} \cap \mathscr{C}(\rho)) \subset \mathscr{W}$ és $\exists G \circ \rho : [0,T] \to R^{n\times p}$ hogy $(A(\rho) + G(\rho)C(\rho))\mathscr{W} \subset \mathscr{W}$. A $\mathscr{C}$ által tartalmazott maximális A-invariáns alteret $< \mathscr{C} \mid \mathscr{A} >$ jelöli. A lineáris kapcsolt rendszer az LTI rendszerhez hasonlóan megfigyelhetőségi lépcsős alakra hozható koordinátatranszformációval, ahol $\tilde{x}$ nemmegfigyelhető, de $\bar{x}$ csak a c-perzisztens tulajdonság teljesülésekor lesz garantáltan megfigyelhető. A paraméterváltozós nemmegfigyelhető $\mathscr{S}$ altér $\mathscr{S} =< Ker\, HC \mid A(\rho) + G(\rho)C >$ révén definiált, ahol H konstans és $G \circ \rho : [0,T] \to R^{n\times p}$ a kimenőjel injekció. Ennek az altércsaládnak minimális eleme $\mathscr{S}_*$.

A <u>7. fejezet</u> a rendszermátrixok $A(\rho) = A_0 + \sum_{i=1}^{N} \rho_i A_i$ affin paraméterfüggése és lineárisan független $\rho_1, \ldots, \rho_N$ függvények esetén ad meg véges lépésben befejeződő algoritmusokat. Lemma 4 szerint $A(\rho)\mathscr{V} \subset \mathscr{W}, \forall \rho \in \mathscr{P} \Leftrightarrow A_i \mathscr{V} \subset \mathscr{W}, i = 0, \ldots, N$.

Az $\mathscr{L}$ alteret tartalmazó szupremális A-invariáns altér, jelölése $\mathscr{V}^*$, az AISAL algoritmussal határozható meg. Proposition 14 szerint $\mathscr{L} \subset \mathscr{V}^*$ és $\mathscr{V}^*$ minimális tulajdonságú, ha a paraméterek c-gerjesztettek, jelölése $< \mathscr{A} \mid \mathscr{L} >$.

A duális összefüggés a $\mathscr{K}$ altér által tartalmazott infimális altér, jelölése $\mathscr{W}^*$, amely az AISAK algoritmussal határozható meg. Proposition 15 szerint $\mathscr{W}^* \subset \mathscr{K}$ és $\mathscr{W}^*$ maximális tulajdonságú, ha a paraméterek c-gerjesztettek, jelölése $< \mathscr{K} \mid \mathscr{A} >$.

A $\mathscr{K}$ altér által tartalmazott (A,B) invariáns alterek családjának maximális eleme az ABISA algoritmussal határozható meg.
Ennek duális párja az $\mathscr{L}$ alteret tartalmazó (C,A) invariáns alterek alterek családjának minimális eleme, amely a CAISA algoritmussal határozható meg.
Az LTI esesthez hasonlóan a $\mathscr{K}$ altér által tartalmazott irányítható alterek direkt összege zárt az alterek (direkt) összegére, és ennek maximális eleme a CSA algoritmussal határozható meg, jelölése $\mathscr{R}^*$. CSA indításához szükséges $\mathscr{V}^*$, amely az ABISA algoritmussal számítható. Proposition 16 szerint $\mathscr{R}^*$ a legnagyobb paraméterváltozós irányítható altér $\mathscr{C} = Ker\,C$-ben.
Rögzített (A,B) invariáns $\mathscr{R}$ altér esetén a Γ család minimális $\mathscr{Z}_*$ eleme (7.11) szerint számítható.
Az $\mathscr{L}$ alteret tartalmazó nemmegfigyelhető alterek családja zárt az alterek metszetére, és ennek a minimális eleme az USA algoritmussal határozható meg, jelölése $\mathscr{S}_*$. USA indításához szükséges $\mathscr{W}^*$, amely a CAISA algoritmussal számítható.

Az <u>IV. rész</u> (Part IV, Application of Geometric Analysis and Design for Hybrid and LPV Systems) a 8-12. fejezeteket foglalja magába, és a geometriai elmélet néhány alkalmazási kérdésével foglalkozik hibrid és LPV rendszerek területén.

A <u>8. fejezet</u> szakaszonként lineáris bimodális kapcsolt rendszerek irányíthatóságával és stabilizálhatóságával foglalkozik. Az állapotteret egy $\mathscr{C} = Ker\,C$ hipersík két részre ($\mathscr{C}_+, \mathscr{C}_-$) bontja, amelyben eltérő LTI rendszerleírás (A_1, B_1, C illetve A_2, B_2, C) van érvényben, továbbá $y_s = Cx$ a döntési vektor. Az egyes alterekben a relatív fokszám r_1 illetve r_2, amely kisebb az állapottér n dimenziójánál. Ezért létezik jobb inverz, ami biztosítja tetszőleges elegendően sima y_s megvalósíthatóságát alkalmas u bemenőjel megválasztásával. Ez a tulajdonság kapcsolatban áll $\mathscr{S}_{i*}$-gal, amely az $\operatorname{Im} B_i$-t tartalmazó minimális (C, A_i) invariáns altér. Másrészt bal invertálhatóság esetén minden megfelelően sima y_s-hez egyértelműen meghatározható u. Ez utóbbi tulajdonság kapcsolatban áll $\mathscr{V}_i^*$-gal, amely a $Ker\,C$ által tartalmazott maximális (A_i, B_i) invariáns altér. Lineáris rendszer esetén $\mathscr{V}_i^*$ hatása nem jelenik meg a kimeneten, hanem csakis $\mathscr{V}_i^{*\perp}$ hatása. A jobb inverz többértékűsége felszámolható $CA^{r_i}b_i = 1$ választással és alkalmas báziscserével $\operatorname{Im} B_i$-ben. Ezáltal a bemenőjel $M_i u = \begin{pmatrix} \tilde{u}_i \\ w_i \end{pmatrix}$ módon transzformálódik és az (A_i, b_i, C) SISO rendszer balról és jobbról is invertálható. Ez a tulajdonság $\tilde{\mathscr{V}}_i^* \cap \tilde{\mathscr{S}}_{i*} = 0$ és $\tilde{\mathscr{V}}_i^* + \tilde{\mathscr{S}}_{i*} = R^n$ következménye. Az alrendszerek a (8.2)-(8.3) alakra hozhatók, ahol $\dot{\eta}_i$ független ξ_i-től (csak y_s-en keresztül függ ξ_i-től) és bemenete $y_s, \tilde{u}_i$, másrészt $\dot{\xi}_i$ független η_i-től, bemenete $v_i = CA_i^r x + w_i$ és ξ_i integrátorsor, továbbá $y_s = C_{r_i}\xi_i$.
Speciálisan $r_1 = r_2 = r$ esetén $\xi_1 = \xi_2 = \xi$. A komplementer alterek a zéró dinamikát írják le és $\eta_2 = T\eta_1 = T\eta$ transzformációval a bimodális rendszer a (8.4)-(8.5) alakban dekomponálható. Ha $r = 1$, akkor a rendszer az egyszerűbb (8.8)-(8.9) alakra hozható. Ha $r_1 \neq r_2$, akkor az általánosabb (8.6)-(8.7) felbontás van érvényben.

Korábbi eredmények (Proposition 3) szerint a rendszer az irányíthatóság szempontjából a (8.10), (8.11), (8.12) komponensekre bontható, melyek rendre $\dot{\eta}_1, \dot{\eta}_2, \dot{y}_s$ leírását adják, ahol (8.10) irányítható offline kapcsolásokkal. Itt $\dot{y}_s = v$ miatt feltehetően $r_1 = r_2 = 1$-nek kell teljesülnie. Lema 5 szerint ezért a bimodális rendszer teljesen irányítható, ha a maradék (8.11)-(8.12) alrendszer teljesen irányítható.
A (8.11)-(8.12) alrendszer dinamikus kiterjesztéssel a (8.14) alakra hozható, ahol $w \geq 0$ előjel korlátozott. Lemma 5 bizonyítja, hogy ha a (8.14) rendszer $w \geq 0$ nemnegatív irányítással η_0-ból η_f-be irányítható, akkor sima nemnegatív $\omega \geq 0$ irányítással is η_0-ból η_f-be irányítható, ahol ω-ra és deriváltjaira kezdeti és végértékek írhatók elő. A bizonyításban jelölésbeli pontatlanságok vannak, w_i^*-ból több van (i-vel indexelni kell). Proposition 17 (feltehetően ez értendő a szeparációs tétel alatt) azt mondja ki, hogy a (8.11)-(8.12) alrendszer és a (8.14) előjel korlátozott bemenőjelű alrendszer egyszerre lesznek (teljesen) irányíthatók. Az eredményt egy példa illusztrálja.
Ha a bimodális rendszer folytonos dinamikájú, azaz $P_1 = P_2 = P$, akkor Proposition 18 szerint a (8.11)-(8.12) alrendszer és a (8.14) előjel korlátozott bemenőjelű alrendszer egyszerre lesznek stabilizálhatók. Proposition 19 szerint ha (8.11)-(8.12) globálisan (teljesen) irányítható, akkor aszimptotikusan stabilizálható is. A bizonyításban szerepel u, amely azonban nem fordul elő (8.11)-(8.12)-ben. Ezen túlmenően azért, mert a rendszer a nulla egyensúlyi pontban van, még nem biztos, hogy az egyensúlyi pont stabil.

A 9. fejezet LPV rendszerek inverziójával foglalkozik. Balról invertálható rendszer esetén egyforma kezdeti állapot és különböző bemenőjel függvények esetén a kimenőjel függvények különböznek. Jobbról invertálható rendszer esetén előírt kimenőjel függvényhez a hozzátartozó bemenőjel függvény meghatározható.
Először a vektor relatív fokszámmal rendelkező nemlineáris rendszerek bemenet-kimenet linearizációja kerül bemutatásra és az abból következő bal inverz konstrukció. Ennek során bevezetésre kerül a $Ker\, dh$ által tartalmazott Z^* maximális irányított invariáns, amely a lokális maximális kimenetet nullázó sokaság, és amely kapcsolatban áll a $Ker\, dh$-ban tartalmazott maximális irányított invariáns disztribúcióval, Δ^*-gal, nevezetesen $\Delta^*(x) = T_x Z^*$.
Mivel azonban a konstrukció elvégzése parciális differenciálegyenletek szimbolikus megoldását igényelné, ezért a szerző ehelyett a geometriai elméleten alapuló más megközelítést választ affin politopikus LPV rendszer esetén, ahol a paraméterek eleget tesznek a $\rho_i(t) \in [\underline{\rho}_i, \overline{\rho}_i]$ előírásnak. LTI rendszerek esetén $T_x Z^* = \mathscr{V}^*$, ahol $\mathscr{V}^*$ a maximális (A,B) invariáns altér $Ker\, C$-ben. LPV rendszerek esetén a paraméter függvények perzisztencia feltételének teljesülésekor hasonló igaz, nevezetesen $\mathscr{V}^*$ a $\mathscr{C} = Ker\, C$-ben tartalmazott maximális (A,B) invariáns altér. A minimális (C,A) invariáns alteret $\mathscr{B} = \operatorname{Im} B$-ben $\mathscr{S}_*$ jelöli. Proposition 20 szerint az LPV rendszer balról invertálható, ha $\mathscr{V}^* \cap \mathscr{B} = 0$, és jobbról invertálható, ha $\mathscr{S}^* + \mathscr{C} = R^n$. Balról invertálható rendszer esetén $z = Tx$, $T = \begin{bmatrix} \mathscr{V}^{*\perp} \\ \Lambda \end{bmatrix}$, $\Lambda \subset \mathscr{B}^\perp$ koordináta-transzformációval az LPV rendszer a (9.17) alakra hozható, továbbá alkalmas $u = F_2(t)\eta + v$ állapot-visszacsatolással a (9.19)-(9.20) alakot ölti. $\mathscr{V}^*$ maximalitása miatt ξ és v kifejezhető az y kimenettel és deriváltjaival

$\tilde{y} = (y_1, \ldots, y_1^{(r_1-1)}, \ldots, y_p, \ldots, y_p^{(r_p-1)}\}^T = S(t)\xi$ szerint, ahol $S(t)$ rekurzívan számítható. A bal inverz rendszer bemenete $\tilde{y}$, kimenete u és alakja (9.21)-(9.22) szerinti. Ha létezik relatív vektorfokszám, akkor az eredményeket Proposition 21 tartalmazza. Kedvezőtlen az alkalmazások szempontjából, hogy szükség van a kimenet deriváltjaira, valamint a $\rho_i(t)$ paraméterek deriváltjaira is.

A duális eredményt jobb inverz esetére Proposition 22 tartalmazza. Az előírt kimenethez tartozó u nem egyértelmű, szokásos a $\mathscr{V}^* \cap \mathscr{B}$-be eső komponenseket nullának választani. Ha a feladat az előírt $y_d(t)$ kimenőjel követése, az ismeretlen kezdeti állapot hatása megjelenik az inverz rendszer η állapotában, amelynek kompenzálására stabilizáló szabályozást kell alakalmazni. A szabályozást (9.23), a hibadinamikát (9.24)-(9.26) írja le. A 9.2 ábra nem felel meg teljesen a szabályozási algoritmusnak, pl. hiányzik $\Gamma_1 e$ és indexcsere van a szabályozó állapotegyenletében. A $\Gamma_1 = -A_{21}S^{-1}$ választás modellérzékeny lehet, amit talán csökkent G_2 LMI technikával történő tervezése.

Egy példa illusztrálja az LPV inverzió lépéseit. Előbb a bal inverz képzése lett bemutatva az ismeretlennek feltételezett bemenet becslésére. Szimulációs eredmények mutatják a viselkedést paraméterváltozás és mérési zaj esetén. A jobb inverz feltétel nem teljesül, mivel $\mathscr{S}_* + Ker\, C \neq R^5$ (a $\mathscr{V}^*$-ra utalás hibásan szerepel a példában), ezért csupán az első két kimenetre alapozva a jobb inverz és ehhez egy kimenet követő szabályozó került meghatározásra.

A 10. fejezet a hibadetektálás alapproblémájával (reziduál generálás) és a zavarás szétcsatolással foglalkozik affin LPV rendszerek esestén, ahol a paraméterek eleget tesznek a $\rho_i(t) \in [\underline{\rho}_i, \overline{\rho}_i]$ és $\dot{\rho}_i(t) \in [\underline{\dot{\rho}}_i, \overline{\dot{\rho}}_i]$ feltételeknek. A rendszermátrixok ugyanazon paraméterektől függenek, a paraméterek száma N.

Hibadetektálásnál (FPRG) a rendszer $\dot{x}(t) = A(\rho)x(t) + B(\rho)u(t) + \sum_{j=1}^{m} L_j(\rho)v_j(t)$, $y(t) = Cx(t)$ alakú, ahol $v_j(t)$ nem mért, és $v_1(t)$ előfordulására kell becslést adni az $r(t)$ reziduál generátorral. A reziduál generátor egy dinamikus rendszer, amelynek alakja $\dot{w}(t) = N(\rho)w(t) - G(\rho)y(t) + F(\rho)u(t)$, $r(t) = Mw(t) - Hy(t)$. A tárgyalásban C konstans. Proposition 23 az LTI rendszerek köréből ismert módszer általánosítása: Ha $\mathscr{L}_i = \bigcup_{j=0}^{N} \mathrm{Im}\, L_{ij}(\rho)$ és $m = 2$, akkor a reziduál generátor megkonstruálható, ha az $\mathscr{L}_2$ altéret tartalmazó minimális $\mathscr{U}^*$ paraméterváltozós nemmegfigyelhetőségi altérre teljesül $\mathscr{U}^* \cap \mathscr{L}_1 = 0$. A konstruktív bizonyításban kulcsfontosságú a H mátrix, melynek eleget kell tennie a $Ker\, HC = Ker\, C + \mathscr{U}^*$ feltételnek, de H és a P projekció (az $R^n / \mathscr{U}^*$ faktortérre) numerikus meghatározása nincs részletezve. Az ezek ismeretében már számítható és részben megválasztható K mátrixszal a reziduál generátorhoz $G(\rho)$ és $F(\rho)$ meghatározható. A módszer a reziduál generátor stabilitását általában nem garantálja. A módszert egy példa illusztrálná, amely egy repülőgép LPV longitudinális dinamikájához volna hivatott bemutatni a reziduál generátor megválasztását $N = 2$ esetén, azonban a számítás lépései és a reziduál generátor nincsenek megadva, csupán a müködést demonstráló szimulációs eredmények szerepelnek.

Célszerű itt szólni (az érthetetlenül) a fejezet végére került kvadratikus stabilizálási megközelítésről reziduál generálás esetén. Az $N(\rho) = A_0(\rho) + G(\rho)M$ választás esetén olyan konstans $P>0$ mátrixot kell meghatározni, amely biztosítja, hogy teljesül $(A_0(\rho)+G(\rho)M)^T P + P(A_0(\rho)+G(\rho)M)<0$. Innen következik $K(\rho)=PG(\rho)$ jelöléssel (a dolgozatban hibásan $K(\rho)=G(\rho)P$ szerepel) egy feltételrendszer, amely a $\mathscr{P}$ paraméter politóp sarokpontjaira kirótt véges sok LMI feltételre vezet. Remark 15 szerint $G(\rho)$ megválasztható úgy, hogy $N(\rho)$ konstans legyen előírható sajátértékekkel. A módszert nem illusztrálja példa.

A másik vizsgált probléma a zavarójel szétcsatolás (DDP), nevezetesen az $\dot{x}(t)=A(\rho)x(t)+B(\rho)u(t)+S(\rho)q$, $y=Cx$ rendszer esetén olyan $u(t)=F(\rho)x(t)$ állapot-visszacsatolás meghatározása, amely eltünteti az $y(t)$ kimenőjelből a nem mért $q(t)$ zavarás hatását és stabil rendszert eredményez. Gyakorlati megfontolásból a javaslat $\mathscr{S}=\sum_{\rho\in\mathscr{P}}\operatorname{Im}S(\rho)$ meghatározása és $<\mathscr{A}+B\mathscr{F}\mid\mathscr{S}>\subset Ker\,C$ biztosítása. A módszer alapja Proposition 24, amely szerint a DDP probléma megoldásához el lehet jutni úgy, hogy képezni kell a $Ker\,C$ által tartalmazott maximális $\mathscr{V}^*$ paraméterváltozós (A,B) invariáns alteret, és biztosítani kell, hogy teljesüljön $\mathscr{S}\subset\mathscr{V}^*$. A módszert nem illusztrálja példa.

A 11. fejezet az új tudományos eredményeket foglalja össze. Ezek felépítése megfelel a magyar nyelvű tézisfüzetnek.

A 12. fejezet röviden értékeli az eredményeket az elmélet és az alkalmazások szempontjából. Utal a kutatási együttműködésekre és projektekre, amelyek keretében az eredmények felhasználásra kerültek. Az alkalmazások elsősorban a járműirányítás részrendszerei, a torpedó irányítás, a repülőgép hibadetektálás és az atomerőművi irányítás területéről kerültek ki. Az eredmények team-munka keretében születtek.

Függelék A LTV rendszerek alapvető összefüggéseit foglalja össze. Igy az alapmárix és inverzének (elvi) meghatározását, a Wei-Normann egyenletet, a c-gerjesztett rendszer fogalmát, az irányíthatósági Gram-mátrix és $\mathscr{R}_{(\mathscr{A},\mathscr{B})}$ kapcsolatát, valamint a transzformációt, amely autonóm rendszerre vezet, és a kapcsolódását a nemlineáris rendszerekhez.

Függelék B a vektorterekkel kapcsolatos alapfogalmakat tekinti át.alapdefiníciót a Lie algebra területéről, valamint a normális irányíthatóság és a konvex folyamat értelmezését és 2 tételt ezekkel kapcsolatban.

Függelék C az LTI rendszerek területéről ad néhány speciális áttekintést, így definíciókat a Brunovsky-alakról, az irányított és invariáns alterekről, valamint a bal oldali és a jobb oldali invertálhatóságról.

Függelék D az invariáns disztribúciókkal és kodisztribúciókkal kapcsolatos összefüggéseket mutatja be egyszerű példák keretében LTI, bilineáris, LTI és speciális nemlineáris rendszerek esetén.

Formai észrevételek:

Az értekezés terjedelme (138 oldal) indokolt a tág rendszerosztályokra és a vizsgált probléma összetettségére való tekintettel. Az értekezés angol nyelvezete és stílusa jó. Gépelési hiba csak elvétve akad (például p.55, p.68, p.69, p.73, p.77). Van néhány szóimétlés (p.21, p.84) és zavaró megfogalmazás ("sine" signal helyett helyesen "sign" signal kell, p.65). Zavaró a többször is előforduló hibás "$j\in j$", pl. $\{\hat{A}^j \mid j\in j, j\subset K\}$ helyett $\{\hat{A}^j \mid j\in J, J\subset K\}$ kell, lásd p.20.

Itt kell megemlíteni, hogy a magyar nyelvű tézisfüzetben számos helyen nincsenek elválasztva vesszővel összetett mondatok esetén a mellékmondatok.

A tézisek értékelése:
A téziseket az alábbi formában és pontosításokkal tudom elfogadni.

1. tézis: Az irányíthatóság geometriai elvű megközelítésen alapuló eredményeinek általánosítása lineáris idővariáns kapcsolt (LSS) rendszerekre. A teljes irányíthatóság Kalman-féle általánosított rangfeltétele érvényes marad. Teljesen irányítható rendszer végesszámú kapcsolással irányítható és a kapcsolási szekvencia univerzális rögzített rendszer esetén. A pozitív bemenőjelű kapcsolt rendszer irányíthatósága jellemezhető a hozzárendelt differenciáltartalmazással, amely lehetővé teszi az elérhetőségi halmaz meghatározását a GCA algoritmussal. GCA a rendszerjellemzőkből és a korlátozásból képzett halmazok konvex burkának meghatározását igényli. Az eredmények a nyílt láncú irányítások területén hasznosíthatók.

2. tézis: Teljesen irányítható lineáris kapcsolt rendszer zárt hurokban aszimptotikusan stabilizálható az univerzális kapcsolási sorozat periodikus ismétlésével. Az irányítás választható szakaszonként lineáris állapot-visszacsatolásnak. Politópikus rendszer-bizonytalanság esetén az állapot-visszacsatolás tervezése véges sok LMI-feltétel bevonásával elvégezhető, ha az elérhetőségi halmaz a teljes állapottér függetlenül a rendszerbizonytalanságtól. A kiadódó stabilizáló szakaszonként lineáris állapot-visszacsatolás mellett a zárt rendszer performanciája nem befolyásolható.

3. tézis: Az invariáns altér fogalmának kiterjesztése lineáris idővariáns (LPV) rendszerek esetére, és ezekre alapozva algoritmusok kidolgozása a gemetriai elmélet részfeladatainak megoldásához affin paraméterfüggés esetén. Az algoritmusok szimbolikus számításokat igényelnek és megalapozzák a robusztus paraméterváltozós állapot-visszacsatolás és állapotmegfigyelő tervezését.

4. tézis: Eljárás kifejlesztése vektor relatív fokszámmal rendelkező kvázi lineáris paraméterváltozós (qLPV) rendszer bal oldali és jobb oldali inverzének meghatározására, amely invariáns altér megközelítésen alapul. A dinamikus inverzek képzéséhez szükséges koordináta-transzformációk meghatározása. Erre alapozva ismeretlen bemenet becslésére szűrőtervezési és alapjelkövetésre szabályozótervezési módszer kidolgozása. A módszer igényli a kimenőjel mellett a kimenőjel deriváltjainak a mérését, és szükség van a paraméterek mellett a paraméterek deriváltjainak ismeretére is.

5. tézis: Relatív fokszámmal rendelkező bimodális rendszer számára irányíthatósági dekompozíció kifejlesztése. A dekompozíció első alrendszere irányítható, a teljes rendszer irányíthatósága a második alrendszertől függ. Ez utóbbi feltétel ekvivalens egy nemnegatív bemenőjellel irányított kapcsolt rendszer irányíthatóságával.

A tézisek publikálása rangos nemzetközi folyóiratokban és nemzetözi konferenciák kiadványaiban megtörtént, a tézisek megfogalmazása a vonatkozó publikációkat is megjelöli.

Kérdések:
1. Proposition 9 diszkrétidejű kapcsolt rendszer esetén az állapot-visszacsatolás számítását egy LMI problémára vezeti vissza. Ez az eredmény bizonyítással együtt szerepel Xie and Wang (2005) cikkében. Mi az újdonság Proposition 9-ben ehhez képest, és a jelölt mikor publikálta eredményét?
2. A diszkrétidejű előzetes eredmények, melyek az értekezésben a bizonyításoknál felhasználásra kerültek, így Xie and Wang (2005), Sun and Ge (2002) hivatkozott cikkei, reverzibilis rendszert feltételeznek. Továbbra is érvényes ez a megszorítás az értekezésben?

3. Az értekezés nehány algoritmusa jelentős volumenű szimbolikus számítást igényel. Mivel a problémák komplex rendszereknél nagyméretűek, ezért szükség van kezelésükre speciális szimbolikus célrutinokra, amelyek épülhetnek a MATLAB Extended Symbolic Toolboxra, a Maple-re vagy a Mathematica-ra. i) Szíveskedjék felvázolni, hogy a IV. részben szereplő algoritmusok megvalósítására készültek-e ilyen célrutinok, vagy kézi módszert használt a szerző az értekezésben. Működnek-e a módszerek akkor is, ha U nem altér? ii) A konvex burok (co) meghatározására milyen módszert használt? iii) Az univerzális kapcsolási szakvencia meghatározására Xie and Wang (2005) ír le egy konstruktív módszert. Készült-e program az univerzális kapcsolási szekvencia meghatározására, és ha igen, milyen algoritmust használ? iv) Szükség volt-e "solver" alkalmazására a differeciáltartalmazáson alapuló megközelítés miatt?
4. Az irányítástechnikai alkalmazások széles körében a beavatkozó jelre az $u_L \le u(t) \le u_H$ feltételt kell betartani, amihez képest az előjel korlátozott bemenőjelű irányítások csak egy szűk osztályt alkotnak ($u_L = 0, u_H = \infty$). Ha továbblépünk, már $u_L \ne 0, u_H = \infty$ és $u(t) = u_L + \delta u(t)$ transzformáció esetén is probléma lép fel, mert $\dot{x}(t) = A(\rho)x(t) + B(\rho)\delta u(t) + B(\rho)u_L$ utolsó tagja miatt a transzformált rendszer nem standard LPV. Mi mondható az értekezés eredményeinek kiterjeszthetőségéről általános bemenőjel korlátozások esetén?
5. Az értekezésben számos, a matematikai elveket illusztráló (egyszerű) példa szerepel, de nem szerepel egy átfogó esettanulmány az eredmények alkalmazására reális mérnöki probléma keretében (a 9-10. fejezetek próbálkozása ígéretes, de nem látszik, hogy kötődik-e valamilyen reális műszaki problémához). Másrészt teammunka keretében számos rangos publikáció keletkezett, amint az az értekezésben dokumentálva lett. Szíveskedjék ezek közül egyet kiragadni és a megoldását bemutatni. Közben határolja el a saját eredményét az esettanulmány keretében a team más tagjainak eredményétől, ha a feladat keretében már születtek MTA doktori értekezések.

Összefoglalva megállapítom, hogy az értekezés fontos, a kutatások középpontjában álló rendszertechnikai és irányításelméleti kérdésekkel foglalkozott, és a nemzetközi kutatások figyelembevételével is jelentős új saját eredményeket fogalmazott meg a lineáris paraméterváltozós és kapcsolt rendszerek geometriai elvű irányítása területén, melyeket külföldi és hazai társszerzőkkel közösen rangos konferenciákon és folyóiratokban publikált, és amelyekre több rangos külföldi hivatkozás történt.

Az értekezés hiteles adatokat tartalmaz. A téziseket (korábbi észrevételeim fenntartása mellett) a fenti megfogalmazásban elfogadom. Az értekezés a korábbi matematikai PhD fokozat megszerzését követően jelentős eredeti tudományos eredménnyel gyarapította az irányításelméletet, hozzájárult a tudományág fejlődéséhez, ezért az értekezés elfogadását, a nyilvános vita kitűzését és az MTA doktora fokozat odaítélését javaslom a műszaki tudományok területén.

Budapest, 2010. december 30.

Lantos Béla
a műszaki tudomány (MTA) doktora