



UNIVERZITET U NIŠU  
ELEKTRONSKI FAKULTET



**Miloš D. Kostić**

**RAZVOJ NUMERIČKIH MODELA ZA EFIKASNU  
KARAKTERIZACIJU DISPERZIVNIH I  
GENERALNIH ANIZOTROPNIH  
ELEKTROMAGNETSKIH STRUKTURA U  
MIKROTALASNOM OPSEGU FREKVENCIJA**

DOKTORSKA DISERTACIJA

Niš, 2019.



UNIVERSITY OF NIŠ  
FACULTY OF ELECTRONIC ENGINEERING



**Miloš D. Kostić**

**DEVELOPMENT OF NUMERICAL MODELS FOR  
EFFICIENT CHARACTERIZATION OF DISPERSIVE  
AND GENERAL ANISOTROPIC  
ELECTROMAGNETIC STRUCTURES IN  
MICROWAVE FREQUENCY RANGE**

DOCTORAL DISSERTATION

Niš, 2019.



UNIVERZITET U NIŠU  
ELEKTRONSKI FAKULTET



**Miloš D. Kostić**

**RAZVOJ NUMERIČKIH MODELA ZA EFIKASNU  
KARAKTERIZACIJU DISPERZIVNIH I  
GENERALNIH ANIZOTROPNIH  
ELEKTROMAGNETSKIH STRUKTURA U  
MIKROTALASNOM OPSEGU FREKVENCIJA**

DOKTORSKA DISERTACIJA

*Mentor:*

dr Nebojša Dončov, redovni profesor, Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu

*Komisija za ocenu i odbranu doktorske disertacije:*

dr Nebojša Dončov, redovni profesor, Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu

dr Vera Marković, redovni profesor, Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu

dr Nataša Maleš Ilić, redovni profesor, Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu

dr Marija Stevanović, vanredni profesor, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Beogradu

dr Zoran Stanković, docent, Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu

Datum odbrane: \_\_\_\_\_

Niš, 2019.

---

**I Autor**

---

Ime i prezime	Kostić D. Miloš
Datum i mesto rođenja	11.08.1989. godine Niš, Republika Srbija

---

**II Doktorska disertacija**

---

Naslov	Razvoj numeričkih modela za efikasnu karakterizaciju disperzivnih i generalnih anizotropnih elektromagnetskih struktura u mikrotalasnom opsegu frekvencija
Ključne reči	TLM metod, Z-transformacija, generalni anizotropni i disperzivni materijali, kompaktni modeli, neuniformna mreža
Naučna oblast	Elektrotehničko računarstvo i inženjerstvo
Uža naučna oblast	Telekomunikacije
Naučna disciplina	Mikrotalasi, antene i prostiranje
UDK broj	(621.37:537-962):621.396.67

---

**Rezime**

U disertaciji, predstavljena su dva metoda za realizaciju i implementaciju kompaktnih numeričkih modela upotrebom TLM (*Transmission Line Matrix*) metoda na bazi Z-transformacionih tehnika za potrebe modelovanja disperzivnih i generalnih anizotropnih elektromagnetskih struktura u mikrotalasnom frekvencijskom opsegu. Formulacija Z-TLM metoda je proširena tako da obuhvati opšti slučaj numeričke mreže na bazi neuniformne prostorne diskretizacije.

Prvi metod razvijen je kao odgovor na problem kompjuterske zahtevnosti prilikom modelovanja geometrijski malih, ali sa elektromagnetskog stanovišta važnih, disperzivnih i generalno anizotropnih elektromagnetskih struktura primenom konvencionalnih metoda baziranih na upotrebi mreže fine rezolucije. U okviru ovog metoda struktura se modeluje uvođenjem odgovarajućeg interfejsa između susednih TLM čvorova koji simulira razmenu naponskih impulsa na isti način kao da je struktura prisutna u numeričkoj mreži, što je pogodno u slučajevima kada direktno ponašanje elektromagnetskog polja unutar strukture nije od interesa za analizu. Time se značajno redukuje memorijska i procesorska zahtevnost

kao i vreme trajanja simulacije, pri čemu se neophodan broj čvorova u numeričkoj mreži može redukovati i u meri većoj od 90% u pojedinim slučajevima.

Drugi predstavljeni metod pruža mogućnost da se disperzivne i generalno anizotropne strukture, okarakterisane samo preko matrice rasejanja, uvedu u numeričku simulaciju sa ciljem analize efekata prostiranja i raspodele elektromagnetskog polja unutar tih struktura. Modelovanje se vrši upotrebom efektivnih elektromagnetskih parametara proračunatih primenom odgovarajućeg postupka ekstrakcije na koeficijente matrice rasejanja modelovane strukture, koji se mogu dobiti eksperimentalnim merenjem, analitičkim pristupom ili upotrebom nekog od pouzdanih metoda elektromagnetske simulacije. Ovim metodom se otvara mogućnost za potencijalnu analizu uticaja promene efektivnih parametara na raspodelu elektromagnetskog polja, a u cilju optimizacije postojećih i razvoja novih komponenti i uređaja na bazi generalno anizotropnih i disperzivnih materijala poput antena i filtra.

Razvijeni metodi implementirani su u nekomercijalni solver upotrebom programskog jezika višeg nivoa – MATLAB u cilju numeričke simulacije disperzivnih i generalno anizotropnih materijala u vremenskom domenu. Efikasnost i pouzdanost oba metoda verifikovana je i ilustrovana na primerima tankih panela kompozita ugljeničnog vlakna, metamaterijala i hiralnog materijala.

<b>I Author</b>	
Name	Kostić D. Miloš
Date and place of birth	11.08.1989. godine Niš, Republic of Serbia
<b>II PhD thesis</b>	
Title	Development of numerical models for efficient characterization of dispersive and general anisotropic electromagnetic structures in microwave frequency range
Ključne reči	TLM method, Z-transform, general anisotropic and dispersive materials, compact models, nonuniform network
Scientific Field	Electrical and Computer Engineering
Narrow scientific Field	Telecommunications
Scientific Discipline	Microwaves, antennas and propagation
UDC	(621.37:537-962):621.396.67

### **Abstract**

In the dissertation, two methods for the realization and implementation of compact numerical models are presented using the TLM (*Transmission Line Matrix*) method based on Z-transformation techniques for the modeling of dispersive and general anisotropic electromagnetic structures in the microwave frequency range. The formulation of the Z-TLM method has been extended to cover the general case of a numerical network based on nonuniform spatial discretization.

The first method was developed in response to the problem of modeling geometrically small, but from an electromagnetic viewpoint of important, dispersive and generally anisotropic electromagnetic structures, by using conventional methods based on the use of a fine resolution network, being highly demanding regarding computer resources. Within this method, the structure is modeled by the introduction of an appropriate interface between the neighboring TLM nodes that simulates the exchange of voltage impulses in the same way as the structure is present in the numerical network, which is convenient in cases where the direct behavior of the electromagnetic field within the structure is not important for analysis. This significantly reduces amount of required memory and processor resources, as

well as the duration of the simulation, where the necessary number of nodes in the numerical network can be reduced for more than 90% in some cases.

Second presented method provides the possibility that dispersive and generally anisotropic structures, characterized only by the scattering matrix, are introduced into a numerical simulation in order to analyze the effects of the propagation and distribution of the electromagnetic field within these structures. Modeling is done using the effective electromagnetic parameters calculated by applying the appropriate retrieval method to the scattering matrix coefficients of the modeled structure, which can be obtained by experimental measurement, analytical approach, or using one of the reliable methods of electromagnetic simulation. This method opens the possibility for a potential analysis of the effect of changing the effective parameters on the distribution of the electromagnetic field for optimization of the existing and development of new components and devices based on generally anisotropic and dispersive materials such as antennas and filters.

The developed methods are implemented into a non-commercial solver using the higher-level programming language - MATLAB in order to numerically simulate dispersive and generally anisotropic materials in the time domain. The efficiency and reliability of both methods are verified and illustrated on examples of thin panels of carbon fiber composites, metamaterials and chiral material.

Rezultati prikazani u disertaciji proistekli su iz istraživanja u okviru projekta TR32052 – *“Istraživanje i razvoj rešenja za poboljšanje performansi bežičnih komunikacionih sistema u mikrotalasnom i milimetarskom opsegu frekvencija”*, finansiranog od strane Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije.

The results presented in the dissertation arises from the research within the project TR32052 - *"Research and development of solutions for improving the performance of wireless communication systems in the microwave and millimeter frequency range"*, financed by the Ministry of Education, Science and Technological Development of the Republic of Serbia.



*Posebno se zahvaljujem:*

*mentoru prof. dr Nebojši Dončovu na izuzetnoj saradnji i korisnim savetima tokom istraživanja i izrade ove doktorske disertacije,*

*prof. dr Bratislavu Milovanoviću na ukazanoj prilici da budem deo inspirativnog radnog okruženja za profesionalno usavršavanje,*

*dr John Paul-u na korisnim sugestijama, savetima i pružanju analitičkih rezultata.*

*kolegama, Aleksandri Dorić i Vladici Dorđeviću, na divnom druženju i rečima podrške,*

*porodici, devojci i prijateljima na razumevanju i motivaciji.*

## SADRŽAJ

SPISAK TABELA.....	i
SPISAK SLIKA.....	ii
SPISAK SKRAĆENICA.....	vi
SPISAK SIMBOLA.....	vii
1. UVOD.....	1
2. METOD MODELOVANJA POMOĆU ELEKTRIČNIH VODOVA (TLM) .....	8
2.1. NUMERIČKO MODELOVANJE .....	8
2.2. DEFINICIJA I KONCEPT PRIMENE TLM METODA.....	12
2.2.1. TLM čvor.....	14
2.2.2. Postupak primene TLM metoda .....	16
2.3. Z-TLM METOD.....	18
3. DISPERZIVNI I ANIZOTROPNI MATERIJALI I STRUKTURE.....	21
3.1. ELEKTROMAGNETSKE OSOBINE MATERIJALA I SREDINA .....	21
3.1.1. Nelinearnost.....	22
3.1.2. Disperzivnost.....	22

---

---

3.1.3. Anizotropija .....	23
3.1.4. Magnetoelektrični efekat .....	25
3.1.5. Bianizotropija i generalna anizotropija .....	25
3.2. OSOBINE KOMPOZITNIH MATERIJALA .....	28
3.2.1. Struktura kompozitnih materijala .....	28
3.2.2. Prednosti kompozitnih materijala .....	29
3.2.3. Mane kompozitnih materijala .....	31
3.2.4. Oblasti primene .....	32
3.3. HIRALNOST I OSOBINE HIRALNIH MATERIJALA .....	33
3.4. OSOBINE METAMATERIJALA .....	34
4. FORMULACIJA I MODELOVANJE U NEUNIFORMNOJ MREŽI .....	37
4.1. NEUNIFORMNA MREŽA .....	37
4.2. FORMULACIJA <i>MAXWELL</i> -OVIH JEDNAČINA ZA NEUNIFORMNU MREŽU .....	39
4.2.1. Diskretizacija <i>Maxwell</i> -ovih jednačina .....	40
4.2.2. Rotori električnog i magnetskog polja .....	41
4.2.3. Vektori gustina električnih i magnetskih struja .....	42
4.2.4. Izvodi vektora električnog i magnetskog polja u vremenu .....	43
4.2.5. Vektori električne i magnetske provodnosti .....	44
4.2.6. Izvod matrice susceptibilnosti u vremenu .....	46
4.2.7. Normalizovani oblik <i>Maxwell</i> -ovih jednačina .....	47
4.2.8. Rešavanje normalizovanih parcijalnih izvoda metodom konačnih razlika .....	48
5. RAZVOJ KOMPAKTNIH TLM MODELA NA BAZI DIGITALNIH FILTARA ZA POSREDNO MODELOVANJE ELEKTROMAGNETSKIH STRUKTURA .....	51
5.1. FORMULACIJA Z-TLM METODA .....	51
5.1.1. 1D Formulacija .....	51
5.1.2. 3D Formulacija .....	57
5.2. METOD VEKTORSKOG FITOVANJA .....	61
5.3. METOD POSREDNOG MODELOVANJA ELEKTROMAGNETSKIH STRUKTURA NA BAZI DIGITALNIH FILTARA .....	64
5.3.1. Simetrični slučaj .....	71
5.3.1.1. Modelovanje 1D finom mrežom .....	71
5.3.1.2. Modelovanje 3D finom mrežom .....	75
5.3.1.3. Modelovanje 3D grubom mrežom primenom digitalnih filtara .....	77

---

5.3.1.4. Poređenje rezultata.....	77
5.3.2. Asimetrični slučaj.....	82
5.3.2.1. Modelovanje 1D finom mrežom.....	83
5.3.2.2. Modelovanje 3D finom mrežom.....	89
5.3.2.3. Modelovanje 3D grubom mrežom primenom digitalnih filtara.....	89
5.3.2.4. Poređenje rezultata.....	90
6. RAZVOJ KOMPAKTNIH TLM MODELA NA BAZI DIGITALNIH FILTARA ZA MODELOVANJE STRUKTURA OPISANIH SAMO PARMETRIMA RASEJANJA.....	95
6.1. METOD EKSTRAKCIJE EFEKTIVNIH PARAMETARA.....	95
6.2. METOD MODELOVANJA ELEKTROMAGNETSKIH STRUKTURA OPISANIH SAMO MATRICOM RASEJANJA PRIMENOM EKSTRAHOVANIH EFEKTIVNIH PARAMETARA.....	100
6.3. MODELOVANJE JEDINIČNE ČELIJE METAMATERIJALA.....	103
6.3.1. Parametri modela.....	103
6.3.2. Proces modelovanja.....	104
6.3.3. Poređenje rezultata.....	106
6.4. MODELOVANJE HIRALNOG MATERIJALA.....	109
6.4.1. Parametri modela.....	109
6.4.2. Proces modelovanja.....	109
6.4.3. Poređenje rezultata.....	114
6.5. OPTIMIZACIJA STRUKTURA I MIKROTALASNIH SKLOPOVA PRIMENOM METODA MODELOVANJA NA BAZI KOMPAKTNIH MODELA.....	117
6.5.1. Koncept procesa optimizacije.....	117
6.5.2. Primer optimizacije.....	119
7. ZAKLJUČAK.....	126
8. LITERATURA.....	130
BIOGRAFIJA AUTORA.....	136
REFERENCE AUTORA.....	138

---

## SPISAK TABELA

Tabela 5.1	<i>Notacija naponskih impulsa bazirana na prostiranju u i smeru .....</i>	70
Tabela 5.2	<i>Koeficijenti korišćeni u (5.64) i (5.65) za kompaktnu reprezentaciju parametara rasejanja jednoslojnog anizotropnog materijala .....</i>	75
Tabela 5.3	<i>Koeficijenti korišćeni u (5.64) i (5.65) za kompaktnu reprezentaciju parametara rasejanja dvoslojnog anizotropnog materijala .....</i>	84
Tabela 6.1	<i>Koeficijenti diskretnih vremenskih modela za električne i magnetske susceptibilnosti u (6.16) .....</i>	106
Tabela 6.2	<i>Koeficijenti diskretnog vremenskog modela u (6.16) .....</i>	114

## SPISAK SLIKA

<i>Slika 2.1. Poređenje ćelija mreže korišćenim u TLM i FDTD algoritmima</i> .....	11
<i>Slika 2.2. Primer ćvorova u 3D mreži</i> .....	13
<i>Slika 2.3. Strukture 2D TLM ćvorova</i> .....	14
<i>Slika 2.4. Simetrični kondenzovani 3D TLM ćvora</i> .....	15
<i>Slika 2.5. Opšti algoritam TLM metoda</i> .....	17
<i>Slika 2.6. 3D TLM ćvor sa oznakama naponskih impulsa</i> .....	19
<i>Slika 3.1 Grafički primer različitih tipova anizotropnih materijala</i> .....	24
<i>Slika 3.2 Sklop za merenje magnetoelektričnog efekta</i> .....	26
<i>Slika 3.3 Kompozitni materijali a) ojačani česticama b) ojačani vlaknima c) lamninantni materijali</i> .....	28
<i>Slika 4.1 Grafički primer uniformne i neuniformne mreže u 2D prostoru</i> .....	38
<i>Slika 4.2 Grafički primer uniformne i neuniformne mreže u 3D prostoru</i> .....	38
<i>Slika 4.3 Grafički primer primene neuniformne mreže u 2D i 3D prostoru</i> .....	39
<i>Slika 4.4 Pozicije i polarizacije naponskih i strujnih impulsa na površini TLM 3D ćelije</i> .....	48
<i>Slika 5.1. 1D TLM anizotropni ćvor</i> .....	52
<i>Slika 5.2. Dijagram toka za proces rasejanja u slučaju anizotropnog materijala</i> .....	57
<i>Slika 5.3. 3D TLM ćelija</i> .....	57
<i>Slika 5.4. Dijagram toka za proces izračunavanja reflektovanih napona na vodovima</i> .....	59
<i>Slika 5.5 Tanak anizotropni provodni panel modelovan kao interfejs postavljen između odgovarajućih TLM ćvorova</i> .....	65
<i>Slika 5.6. Blok dijagram procesa Z-TLM kompaktnog modelovanja anizotropnog materijala</i> .....	66
<i>Slika 5.7. Anizotropni n-to slojni panel materijala modelovan kao interfejs</i> .....	70

Slika 5.8. Tanak jednoslojni anizotropni materijal smešten u 2D prostor .....	71
Slika 5.9. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata refleksije $S_{11}^{yy}$ i $S_{11}^{yz}$ tankog jednoslojnog anizotropnog materijala .....	73
Slika 5.10. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata transmisije $S_{11}^{yy}$ i $S_{11}^{yz}$ tankog jednoslojnog anizotropnog materijala .....	74
Slika 5.11. Tanak jednoslojni anizotropni materijal smešten u 2D prostor za slučaj fine Z- TLM mreže .....	76
Slika 5.12. Kompaktni model jednoslojnog anizotropnog materijala smešten u 2D prostor za slučaj grube Z-TLM mreže .....	77
Slika 5.13. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 1 za tanak jednoslojni anizotropni materijal a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta .....	79
Slika 5.14. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 2 za tanak jednoslojni anizotropni materijal a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta .....	80
Slika 5.15. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 3 za tanak jednoslojni anizotropni materijal a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta .....	82
Slika 5.16. Tanak dvoslojni generalno anizotropni kompozit ugljeničnog vlakna smešten u 2D prostor .....	83
Slika 5.17. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata refleksije ( $S_{11}^{yy}$ i $S_{11}^{yy}$ ) za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna .....	85
Slika 5.18. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata transmisije ( $S_{12}^{yy}$ i $S_{12}^{yy}$ ) za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna .....	86
Slika 5.19. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata transmisije ( $S_{21}^{yy}$ i $S_{21}^{yy}$ ) za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna .....	87
Slika 5.20. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata refleksije ( $S_{22}^{yy}$ i $S_{22}^{yy}$ ) za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna .....	88
Slika 5.21. Tanak dvoslojni generalno anizotropni kompozit ugljeničnog vlakna smešten u 2D prostor za slučaj fine Z-TLM mreže .....	89

Slika 5.22. Tanak dvoslojni generalno anizotropni kompozit ugljeničnog vlakna smešten u 2D prostor za slučaj grube Z-TLM mreže .....	89
Slika 5.23. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 1 za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta.....	91
Slika 5.24. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 2 za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta.....	93
Slika 5.25. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 3 za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta.....	94
Slika 6.1. 1D panel a) homogenog b) nehomogenog asimetričnog materijala .....	98
Slika 6.2. Blok dijagram procesa Z-TLM kompaktnog modelovanja anizotropnog materijala na bazi ekstrahovanih efektivnih parametara.....	101
Slika 6.3. Geometrija jedinične ćelije panela metamaterijala na bazi SRR i žičanog cilindra okružena vazduhom [55].....	104
Slika 6.4. Efektivna permitivnost jedinične ćelije metamaterijala na bazi SRR i žičane ćelije.....	105
Slika 6.5. Efektivna permeabilnost jedinične ćelije metamaterijala na bazi SRR i žičane ćelije.....	105
Slika 6.6. Amplituda koeficijenta $S_{11}$ matrice rasejanja .....	107
Slika 6.7. Amplituda koeficijenta $S_{21}$ matrice rasejanja .....	107
Slika 6.8. Faza koeficijenta $S_{11}$ matrice rasejanja.....	108
Slika 6.9. Faza koeficijenta $S_{21}$ matrice rasejanja.....	108
Slika 6.10. Panel hiralnog materijala u slobodnom prostoru .....	109
Slika 6.11. Efektivna električna susceptibilnost a) Realni deo b) Imaginarni deo .....	111
Slika 6.12. Efektivna magnetska permeabilnost a) Realni deo b) Imaginarni deo.....	112
Slika 6.13. Efektivni koeficijent magnetoelektričnog efekta a) Realni deo b) Imaginarni deo .....	113
Slika 6.14. Amplituda koeficijenata rasejanja $S_{11}$ i $S_{21}$ .....	114
Slika 6.15. Faza koeficijenata rasejanja a) $S_{11}$ b) $S_{21}$ .....	115
Slika 6.16. Amplituda koeficijenata rasejanja $S_{12}$ i $S_{22}$ .....	116



<i>Slika 6.17. Faza koeficijenata rasejanja a) <math>S_{12}</math> b) <math>S_{22}</math> .....</i>	117
<i>Slika 6.18. Referentne vrednosti parametara rasejanja <math>S_{11}</math> i <math>S_{21}</math> jedinične ćelije metamaterijala .....</i>	119
<i>Slika 6.19. Amplituda parametara rasejanja za različite vrednosti permitivnosti a) <math>S_{11}</math> b) <math>S_{21}</math> .....</i>	121
<i>Slika 6.20. Amplituda parametara rasejanja za različite vrednosti permeabilnosti a) <math>S_{11}</math> b) <math>S_{21}</math> .....</i>	122
<i>Slika 6.21. Amplituda parametara rasejanja za različite vrednosti permitivnosti i permeabilnosti a) <math>S_{11}</math> b) <math>S_{21}</math> .....</i>	123
<i>Slika 6.22. Amplituda parametara rasejanja za vrednosti permitivnosti i permeabilnosti multiplicirane faktorom 0.5 a) <math>S_{11}</math> b) <math>S_{21}</math> .....</i>	124

## SPISAK SKRAĆENICA

DNG	<i>Double negative</i> – Dvostruko negativna sredina
DPS	<i>Double positive</i> – Dvostruko pozitivna sredina
EM	Elektromagnetski
ENG	<i>Epsilon-negative</i> – Epsilon-negativna sredina sa negativnom električnom permitivnošću
LCP	<i>Left circular polarized</i> – Levo kružno polarizovan talas
LH	<i>Left Handed</i> – označava materijal ili sredinu kod koje je levi pravac prostiranja dominantan
MATLAB	softver za numerički proračun i programiranje ( <i>MATrix LABoratory</i> )
MM	Metamaterijal
MNG	<i>Mu-negative</i> – Mu-negativna sredina sa negativnom magnetskom permeabilnošću
RCP	<i>Right circular polarized</i> – Desno kružno polarizovan talas
RH	<i>Right Handed</i> – označava materijal ili sredinu kod koje je desni pravac prostiranja dominantan
SRR	<i>Split Ring</i> rezonator
VF	Vektorsko fitovanje

## SPISAK SIMBOLA

$\underline{\underline{A}}^{-1}$	Matrica inverznih područja u ćeliji
$\underline{B}$	Vektor magnetske indukcije
$c$	Brzina svetlosti u slobodnom prostoru
$\underline{\underline{C}}$	Normalizovana rotaciona matrica
$\underline{D}$	Vektor električne indukcije
$\underline{E}$	Vektor intenziteta električnog polja
$E_x, E_y, E_z$	Prostorne komponente električnog polja
$\underline{H}$	Vektor intenziteta magnetskog polja
$H_x, H_y, H_z$	Prostorne komponente magnetskog polja
$\underline{i}$	Vektor struje
$\underline{J}_e$	Vektor gustine električne struje
$\underline{J}_m$	Vektor gustine magnetske struje
$\underline{J}_{ef}$	Vektor gustine slobodne električne struje
$\underline{J}_{mf}$	Vektor gustine slobodne magnetske struje
$k$	Talasn broj (prostorna frekvencija) incidendnog talasa
$\underline{M}$	Vektor magnetizacije
$\underline{P}$	Vektor električne polarizacije
$\underline{V}$	Vektor napona

$\underline{\underline{T}}$	Transfer matrica
$Z_0$	Impedansa slobodnog prostora
$\alpha_t$	Faktor prilagođenja prostornog koraka
$\partial_x$	Prostorni izvod $\partial / \partial x$
$\partial_X$	Normalizovani prostorni izvod u pravcu $x$ ose
$\Delta x$	Prostorni korak u pravcu $x$ ose
$\underline{\underline{\Delta}}^{-1}$	Matrica inverznih dužina ćelija
$\varepsilon$	Električna permitivnost
$\varepsilon_0$	Električna permitivnost slobodnog prostora
$\underline{\underline{\zeta}}_r$	Bezdimenziona matrica inverznog magnetoelektričnog efekta
$\eta_0$	Unutrašnja impedansa slobodnog prostora
$\mu$	Magnetska permeabilnost
$\mu_0$	Magnetska permitivnost slobodnog prostora
$\xi$	Koeficijent magnetoelektričnog efekta
$\underline{\underline{\xi}}_r$	Bezdimenziona matrica magnetoelektričnog efekta
$\sigma$	Provodnost materijala
$\underline{\underline{\sigma}}_e$	Matrica električne provodnosti
$\underline{\underline{\sigma}}_m$	Matrica magnetske provodnosti
$\underline{\Phi}$	Vektor termodinamičkog potencijala
$\underline{\underline{\chi}}_e$	Matrica električne susceptibilnosti
$\underline{\underline{\chi}}_m$	Matrica magnetske susceptibilnosti
$\underline{\underline{\chi}}_b$	Matrica pozadinskih susceptibilnosti
$\nabla \times$	Rotacioni operator
*	Operacija konvolucije u vremenskom domenu

## 1. UVOD

U 21. veku, kompjutersko modelovanje elektromagnetskih, termičkih, mehaničkih i drugih karakteristika materijala i struktura predstavlja osnovu stabilnog i efikasnog razvojnog projektovanja. U periodu kontinualnog napretka tehnologija, industrije, poput komunikacione, proizvodne, vojne, medicinske, automobilske i aeronautičke, se u velikoj meri oslanjaju na primenu različitih tehnološki naprednih računarskih sistema i numeričkih softverskih alata prilikom analize i kreiranja raznih struktura i proizvoda. Softverski alati na bazi numeričkih tehnika modelovanja omogućuju modifikaciju, optimizaciju i verifikaciju projektovane strukture bez potrebe za realizacijom često skupih eksperimentalnih fizičkih modela, naročito u početnim fazama razvoja, što pored faktora finansijske uštede donosi kraći i stabilniji proces projektovanja.

Činjenica da je analitičko rešavanje problema prostiranja elektromagnetskih talasa i njihove interakcije sa strukturama kao što su antene, nehomogeni materijali, diskontinuiteti, disperzivne i anizotropne sredine i dr. moguće samo u ograničenom broju slučajeva jednostavne geometrije, pokazuje značaj primene numeričkih tehnika prilikom rešavanja praktičnih, kompleksnih elektromagnetskih problema. Generalno, ne postoji jedinstvena numerička tehnika koja je idealna za rešavanje svih mogućih problema, već svaka od velikog broja tehnika ima svoje prednosti i mane i uglavnom je pogodnija za određenu primenu od drugih. Numeričke tehnike u elektromagnetici zasnivaju se na rešavanju skupa *Maxwell*-ovih jednačina koje predstavljaju matematičku formulaciju osnovnih zakona teorije

elektromagnetskog polja. Numeričke tehnike modeluju celokupnu elektromagnetsku strukturu bez definisanja početnih pretpostavki o načinu i obliku elektromagnetske interakcije, usled čega se u toku projektovanja može predvideti ponašanje analizirane strukture i izvršiti odgovarajuća poboljšanja i optimizacije performansi pre realizacije prototipa.

Osnovni cilj naučnog istraživanja u ovoj disertaciji predstavlja prilagođenje jednog od najčešće korišćenih diferencijalnih numeričkih metoda u vremenskom domenu, *Metoda modelovanja pomoću električnih vodova (TLM metoda)* [3-10] za precizno i efikasno modelovanje disperzivnih, anizotropnih i generalnih anizotropnih elektromagnetskih struktura. Konvencionalno modelovanje ovih struktura primenom fine mreže visoke rezolucije predstavlja vremenski i memorijski neefikasan pristup, naročito u slučaju geometrijski malog ali u elektromagnetskom smislu značajnog problema kada je potrebno koristiti izuzetno finu mrežu sa ćelijama submilimetarskih dimenzija za njegovo predstavljanje. Sa druge strane, frekvencijske zavisnosti karakteristika anizotropnih i generalnih anizotropnih sredina se ponekad ne menjaju prema nekom od postojećih modela kao što su *Drude-ov*, *Debye-ev*, *Lorenz-ov* i dr. pa njihovo tačno opisivanje predstavlja izazov.

Kao odgovor na ove probleme razvijena su dva Z-TLM metoda modelovanja koji se zasnivaju na primeni kompaktnih modela na bazi digitalnih filtara za modelovanje disperzivnih i generalnih anizotropnih elektromagnetskih struktura koji ujedno predstavljaju osnovni deo teoretskog doprinosa ove disertacije. Prvi metod pruža mogućnost posrednog modelovanja ovih materijala radi smanjenja kompjuterske i vremenske zahtevnosti simulacija. Umesto direktnog modelovanja prisustva materijala u numeričkoj mreži, pomoću razvijenog kompaktnog modela se materijal predstavlja u vidu interfejsa između dva susedna TLM čvora koji simulira razmenu impulsa u mreži na isti način kao da je materijal prisutan. Samim tim, rezolucija mreže se smanjuje, vreme izvršenja skraćuje i pritom se omogućuje primena znatno grublje mreže bez uticaja na preciznost simulacije. Sa druge strane, drugi metod dopušta modelovanje materijala opisanih samo parametrima rasejanja što ujedno proširuje skup materijala, sredina i sklopova koji se mogu modelovati primenom TLM metoda. Za opisivanje modela se koriste efektivni elektromagnetski parametri materijala koji su odgovarajućim postupkom ekstrahovani iz matrice rasejanja čime se prevazilazi problem nepoznavanja elektromagnetskih karakteristika materijala, struktura, pa čak i sklopova i uređaja. Takođe u okviru teorijskog dela, značajan doprinos predstavlja i formulacija *Maxwell-ovih* jednačina za slučaj neuniformne trodimenzionalne TLM mreže, čijom se primenom pruža mogućnost odgovarajuće kontrole resursa naročito u slučaju modelovanja

materijala i struktura sa nelinearnim i anizotropnim karakteristikama pošto omogućuje upotrebu manjih ćelija za preciznije opisivanje geometrijski malih oblasti od interesa u okvirno fizički velikom modelu.

U aplikativnim delovima disertacije, kroz izložene numeričke i analitičke rezultate predstavljeni su doprinosi u pogledu verifikacije kao i prednosti primene oba predstavljena metoda za modelovanje disperzivnih, anizotropnih i generalno anizotropnih materijala koji su implementirani u odgovarajući solver koristeći programski jezik višeg nivoa – MATLAB. Takođe ilustrovana je primena drugog metoda za optimizaciju postojećih i razvoj novih mikrotalasnih uređaja i sklopova na bazi disperzivnih i anizotropnih materijala. Koncept primene predstavljen je na primeru optimizacije jedinične ćelije metamaterijala sa idejom modifikacije ekstrahovanih efektivnih parametara u širokom frekvencijskom opsegu u cilju dobijanja željene karakteristike u posmatranom podopsegu. Ovako prikupljeni podaci mogu se upotrebiti za optimizaciju dizajna jedinične ćelije kroz potencijalnu promenu, kako ukupnih dimenzija ćelije tako i pojedinačnih unutrašnjih dimenzija i odnosa između njenih gradivnih elemenata.

Nakon uvodnog poglavlja, u drugoj glavi biće više reči o TLM metodu modelovanja, najpre počev od opšte teorije o numeričkim tehnikama modelovanja [1] preko značaja njihove primene do kriterijuma klasifikacije metoda, prednosti i mana svake od klasa. Zatim u nastavku je predstavljeno poređenje nekih od aspekata TLM metoda sa konkurentnim *Metodom konačnih razlika* (tzv. FDTD metod) [2] koji je takođe izuzetno cenjen i često primenjivan metod u naučnim istraživanjima. Navedene su oblasti primene u kojima je TLM metod efikasniji poput modelovanja raznih diskontinuiteta, graničnih uslova, kompleksnih materijala, prostiranja signala u disperzivnim strukturama i sl. U drugom poglavlju takođe je data definicija i osnovna struktura TLM metoda, opisan je pristup prostorne diskretizacije, i navedene su prednosti i mane samog metoda. Na kraju poglavlja predstavljena je modifikovana verzija TLM metoda koja se oslanja na upotrebu Z transformacionih tehnika (tzv. *Z-TLM metod*) [11-15] koja omogućava inkorporaciju disperzivnih elektromagnetskih karakteristika anizotropnih sredina direktno u vremenski domen i predstavlja, važan numerički alat za modelovanje linearnih izotropnih i anizotropnih, bi-anizotropnih, nelinearnih, kvantnih i asimetričnih materijala kao i metamaterijala. Formulacije Z-TLM metoda za jednodimenzionalni i trodimenzionalni prostor, zajedno sa osnovnim principima modelovanja, predstavljeni su kasnije u poglavljima 4 i 5.

Teorijska osnova elektromagnetskih osobina materijala i sredina [16,17] kao i detaljan opis svakog od fenomena nelinearnosti, disperzivnosti, anizotropije, magnetoelektričnog

efekta, bianizotropije i generalne anizotropije predstavljeni su u trećoj glavi. Priroda svakog od navedenih efekata ilustruje kompleksnost numeričkog modelovanja elektromagnetskih problema unutar disperzivnih i generalnih anizotropnih sredina, počev od toga da disperzivnost predstavlja frekvencijsku zavisnost osnovnih parametara sredine, a anizotropija njihovu prostornu zavisnost, preko činjenice da magnetoelektrični efekat sugerise linearnu relaciju između magnetskog i električnog polja do toga da bianizotropija i generalna anizotropija opisuju najopštiji slučaj u kome su asimetričnost, nehomogenost, anizotropija i magnetoelektrični efekat istovremeno prisutni u sredini. Kao karakteristični primeri anizotropnih materijala u trećoj glavi takođe su predstavljeni kompozitni, hiralni i metamaterijali njihove strukturne osobine, prednosti i mogućnost primene. Sve tri navedene grupe materijala su poslednjih godina veoma atraktivne i zastupljene u naučnim istraživanjima jer njihovim jedinstvenim karakteristikama i osobinama koje se veoma retko ili nikada ne mogu pronaći u prirodi, ali se mogu veštački kreirati, definišu nove granice i povezuju brojne discipline poput mikrotalasne tehnike, optike, nanotehnologije i dr. i mogu imati široku oblast primene od elektronike do medicine. Kompozitni materijali [27] ispoljavaju najbolje karakteristike gradivnih materijala i time se odgovarajućim kombinacijama mogu kreirati da zadovolje tačno definisane potrebe. Asimetrična priroda hiralnih materijala [31] transformiše polarizaciju signala koji prolazi kroz njih, i čini ih pogodnim za primene u procesu dizajniranja antena, polarizacionih uređaja, radarskog maskiranja i dr. Fizičke karakteristike metamaterijala [38, 39] definišu se kombinovanjem odgovarajućih mikroskopskih struktura raznih oblika koje pružaju mogućnost postizanja jedinstvenog efekta dvostruko negativnih parametara permitivnosti i permeabilnosti, negativne refrakcije i dr.

U četvrtoj glavi disertacije, predstavljena je formulacija *Maxwell*-ovih jednačina za neuniformnu trodimenzionalnu *Z*-TLM mrežu. Formulacija je primenljiva za anizotropne, bianizotropne i generalno anizotropne materijale jer takođe osim prostorne zavisnosti uključuje i frekvencijski zavisne karakteristike. Naravno, formulacija se takođe može primenjivati za frekvencijski nezavisne i izotropne materijale pri čemu se ona svodi na osnovnu TLM formulaciju. Postupno je predstavljen razvoj formulacije od diskretizacije osnovnih *Maxwell*-ovih jednačina, preko kompaktne forme do normalizovanog oblika jednačina za neuniformnu mrežu.

Razvoj kompaktnih modela na bazi digitalnih filtara za potrebe posrednog modelovanja elektromagnetskih struktura, što ujedno predstavlja i prvi razvijeni metod modelovanja, predstavljen je u petom poglavlju. Na početku detaljno je opisana 1D



formulacija Z-TLM metoda za potrebe modelovanja anizotropnih materijala [11] i u okviru nje jasno su definisani koraci Z-TLM algoritma [12-13]. Nakon toga predstavljena su dva završna koraka algoritma za slučaj 3D formulacije koji se nadovezuju na formulaciju predstavljenu u četvrtom poglavlju. Ovakav redosled predstavljanja sadržaja disertacije odabran je radi jednostavnijeg praćenja, ali i jasnog razdvajanja postojeće teoretske građe od doprinosa. Nakon formulacija predstavljen je jedan od značajnih naučnih metoda koji su korišćeni u ovoj disertaciji, metod vektorskog fitovanja ili kraće VF metod [44-47]. VF metod u osnovi koristi aproksimaciju racionalnih funkcija kako bi izvršio fitovanje (određivanje nepoznatih parametara na osnovu poznatih podataka) elektromagnetskih karakteristika i odziva u frekvencijskom domenu. U nastavku je predstavljen proces posrednog modelovanja [42,48-51] koji se u osnovi sastoji iz šest koraka. Prvi korak predstavlja određivanje ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata refleksije i transmisije modelovanog materijala. Koeficijenti se mogu odrediti analitičkim postupkom, eksperimentalnim merenjem ili primenom nekog od pouzdanih metoda modelovanja. U drugom i trećem koraku vrši se aproksimacija koeficijenata rasejanja VF metodom i primena bilinearne Z transformacije kako bi se oni preveli iz frekvencijskog u vremenski domen. Ovako aproksimirani koeficijenti se koriste u četvrtom koraku za formiranje kompaktnog modela koji omogućuje da se izbegne modelovanje samog materijala i da se on predstavi kao razdvojna površina nulte debljine što je naročito korisno kada je materijal veoma tanak i zahteva upotrebu jako fine mreže u konvencionalnom pristupu. Iako je razdvojna površina nulte debljine, uticaj debljine modelovanog materijala je kroz aproksimirane koeficijente refleksije i transmisije sadržan u kompaktnom modelu. U petom koraku se kompaktni model implementira u matricu povezivanja algoritma TLM metoda. Nakon izvršenja simulacije u šestom koraku vrši se određivanje simuliranih vrednosti koeficijenata matrice rasejanja koji se koriste za validaciju modela što ujedno predstavlja i sam kraj procesa. Validacija metoda posrednog modelovanja izvršena je za dva slučaja modelovanja anizotropnih materijala, pri čemu prvi slučaj predstavlja modelovanje jednoslojnog simetričnog panela anizotropnog materijala, a drugi slučaj modelovanje asimetričnog dvoslojnog panela kompozita ugljeničnog vlakna. U oba slučaja primenjena je 3D formulacija pri čemu je problem redukovan na 2D prostor time što je debljina materijala u z osi pravougaonog koordinatnog sistema opisana visinom jedne ćelije. Prikazani rezultati predstavljaju poređenje rezultata dobijenih primenom metoda na bazi kompaktnih modela i rezultata dobijenih konvencionalnim metodom modelovanja finom mrežom.

U šestom poglavlju, drugi predstavljene metod podrazumeva razvoj kompaktnih TLM modela na bazi digitalnih filtara za modelovanje struktura opisanih samo parametrima rasejanja. Na početku predstavljen je drugi značajan naučni metod korišćen u disertaciji, takozvani metod ekstrakcije efektivnih elektromagnetskih parametara [52-55]. Ovaj naučni metod u osnovi predstavlja proces određivanja efektivnih parametara strukture na osnovu poznatih koeficijenata matrice rasejanja i zasniva se na primeni teorije homogenizacije i pretpostavci da se modelovana struktura, bez obzira na njenu geometriju, može predstaviti blokom ekvivalentnog kontinualnog materijala. Proces se odvija u dve faze, gde se u prvoj fazi na osnovu parametara rasejanja određuju indeks refrakcije i impedansa strukture, a u drugoj na osnovu odgovarajućih relacija proračunavaju efektivni parametri. Algoritam metoda modelovanja struktura opisanih samo matricom rasejanja [56-58,41], koji je pogodnosti radi, ranije definisan kao drugi metod, sastoji se iz sedam koraka, pri čemu je većina koraka ista ili slična kao u prvom metodu opisanom u petom poglavlju. Dakle, početni korak predstavlja određivanje koeficijenata matrice rasejanja, nakon čega se u drugom koraku primenom metoda ekstrakcije određuju efektivni parametri. Ovi parametri se putem VF metoda u narednom koraku predstavljaju preko grupe kompleksnih frekvencija polova i ostataka kako bi se aproksimirali racionalnim funkcijama odgovarajućeg reda i bilinearnom transformacijom preveli u z domen. Nakon toga u petom koraku kreira se kompaktni model na osnovu aproksimiranih parametara, i u narednom koraku uključuje u matricu rasejanja TLM algoritma. Ovako realizovani model u potpunosti predstavlja razmatranu strukturu, na osnovu kojeg se u zadnjem koraku određuju simulirani parametri rasejanja i koji omogućuje analizu prostiranja EM polja kroz materijal. Direktnim poređenjem simuliranih vrednosti parametara rasejanja i početnih vrednosti na ulazu može se potvrditi tačnost realizovanog modela. Verifikacija metoda poređenjem sa analitičkim rezultatima učinjena je za dva slučaja: slučaj modelovanja jedinične ćelije metamaterijala, i slučaj panela hiralnog materijala. U okviru problema modelovanja jedinične ćelije metamaterijala magnetoelektrični efekat nije prisutan, dok je to neizbežan parametar u slučaju modelovanja hiralnog materijala jer predstavlja jednu od njegovih osnovnih osobina. Na kraju šestog poglavlja predstavljen je pristup za potencijalnu optimizaciju uređaja i sklopova na bazi disperzivnih i generalno anizotropnih materijala. Zahvaljujući prethodno navedenoj pretpostavci da se ceo sklop može posmatrati kao ekvivalentni blok materijala, promenom efektivnih parametara može se analizirati njihov uticaj na parametre rasejanja. Koncept procesa optimizacije je ilustrovan na primeru analize jedinične ćelije metamaterijala.

U sedmoj glavi u kratkim crtama predstavljeni su zaključci i razmatranja na osnovu predstavljenih rezultata, uključujući i buduće planove istraživanja koji uključuju primenu metoda na bazi kompaktnih modela za karakterizaciju bioloških tkiva za potrebe utvrđivanja prisustva ćelija obolelih od kancera, potencijalno modelovanje plemenitih materijala za primenu u oblasti optike, dalji razvoj pristupa za optimizaciju uređaja i sklopova primenom predstavljenog metoda modelovanja materijala opisanih samo matricom rasejanja itd., dok je spisak korišćene literature prikazan u osmoj glavi disertacije.

## 2. METOD MODELOVANJA POMOĆU ELEKTRIČNIH VODOVA (TLM)

### 2.1 NUMERIČKO MODELOVANJE

Analiza i rešavanje problema prostiranja elektromagnetskih talasa i njihove interakcije sa strukturama kao što su antene, nehomogeni materijali, provodni paneli, diskontinuiteti, disperzivne i anizotropne sredine i dr. upotrebom analitičkih metoda poput rešavanja parcijalnih diferencijalnih jednačina, konformnog mapiranja, integralnih metoda itd., moguće je samo u ograničenom broju slučajeva jednostavne geometrije. Uprkos tome, zahvaljujući visokoj tačnosti rezultata dobijenih analitičkim metodama, one se i dalje smatraju korisnim jer se u pojedinim slučajevima mogu koristiti radi provere numerički aproksimiranih rezultata.

Kako bi se proučavali kompleksni slučajevi koji se zapravo sreću u praksi potrebno je razviti ili koristiti neki od brojnih postojećih numeričkih metoda koji se baziraju na odgovarajućim modelima *Maxwell*-ovih jednačina. Osnovna prednost numeričkih metoda ogleda se u tome što se modelovanje vrši bez uvođenja polazne pretpostavke o načinu i obliku elektromagnetske interakcije, pri čemu se na ovaj način analizira cela elektromagnetska struktura koja je zadata kao ulazni podatak na početku simulacije. Samim tim ove metode se mogu prilagoditi za rad sa veoma opštim geometrijama problema, pa su stoga danas postale nezamenljiv alat za efikasno modelovanje.

Metodi numeričkog modelovanja izvršavaju se na računaru u okviru brojnih komercijalnih i ne komercijalnih softverskih paketa. Numeričke metode u poslednjim decenijama predstavljaju sastavni element razvoja brojnih tehnologija, uz koje su se paralelno i same razvijale. Ubrzani razvoj kompjuterskih tehnologija u poslednjim decenijama pruža sve bolje resurse nepochodne za implementaciju i dalji razvoj ovih metoda modelovanja, jer se sa povećanjem kompleksnosti analiziranog problema povećava i zahtevnost u pogledu softvera i hardverske opreme.

U odnosu na eksperimentalne metode rešavanja problema koji su jako skupi, mogu biti vremenski zahtevni pa čak i opasni, uglavnom ne pružaju veliku fleksibilnost što se tiče promene parametara i mogućnosti ispitivanja u širem opsegu vrednosti, numerički metodi modelovanja omogućuju istraživaču i dizajneru da lako predvidi ponašanje sistema i izvrši neophodan broj željenih simulacija bez velikih troškova i ograničenja.

Naravno usled izvesnog broja aproksimacija koje se vrše u procesu modelovanja dobijeni rezultati su manje tačnosti u odnosu na eksperimentalno dobijene rezultate, pa se ne mogu smatrati idealnim i pouzdanim rešenjem. Uprkos tome numerički metodi modelovanja predstavljaju značajan i sastavni deo modernih istraživanja.

Upotrebom odgovarajućih pristupa i alata moguće je:

- Izvršiti virtualno testiranje i unapređenje raznih sklopova i uređaja, ili nekog njihovog dela pre izrade prototipa u cilju eksperimentalne provere dizajna
- Provera i analiza zračenja komponenti ili sklopova, kao i ispitivanje uspešnosti pristupa za kontrolu neželjenog zračenja i smetnji
- Izvršenje velikog broja simulacija menjanjem vrednosti određenih parametara kako bi se došlo do optimalnog rešenja itd.

Do sada je razvijeno više numeričkih metoda modelovanja za rešavanje elektromagnetskih problema [1], pri čemu svaki metod prednjači u rešavanju određenih problema. Numerički metodi se mogu podeliti na osnovu radnog domena na *vremenski domen* (TD metodi) i *frekvencijski domen* (FD metodi), i prema prirodi operatora koji može biti *diferencijalni* (DE metodi) i *integralni* (IE metodi), ali se takođe mogu definisati i hibridni pristupi koji kombinuju prednosti pojedinih metoda.

Metode modelovanja u frekvencijskom domenu pobuđuju talasni oblik (najčešće sinusoidalni) na jednoj frekvenciji što ih čini prikladnim za modelovanje materijala sa frekvencijski zavisnim parametrima, prilikom kojeg se sa visokom tačnošću simulacija vrši za svaku frekvenciju pojedinačno. Ovakav pristup je pogodan ukoliko je potrebno doći do

rezultata na izvesnom broju određenih frekvencija. Modelovanje u širokom frekvencijskom opsegu može biti izuzetno vremenski zahtevno pa se ove metode ne mogu koristiti za modelovanje materijala sa nelinearnim karakteristikama.

Sa druge strane kod metoda u vremenskom domenu pobudni talasni oblik predstavlja vremenski impuls koji sadrži širok opseg frekvencija, čime se eliminiše potreba za velikim brojem simulacija koja je prisutna kod frekvencijskog metoda u ovakvom slučaju primene, ali je takođe poput frekvencijskog metoda pogodan u slučaju traženih rezultata u određenim vremenskim trenucima.

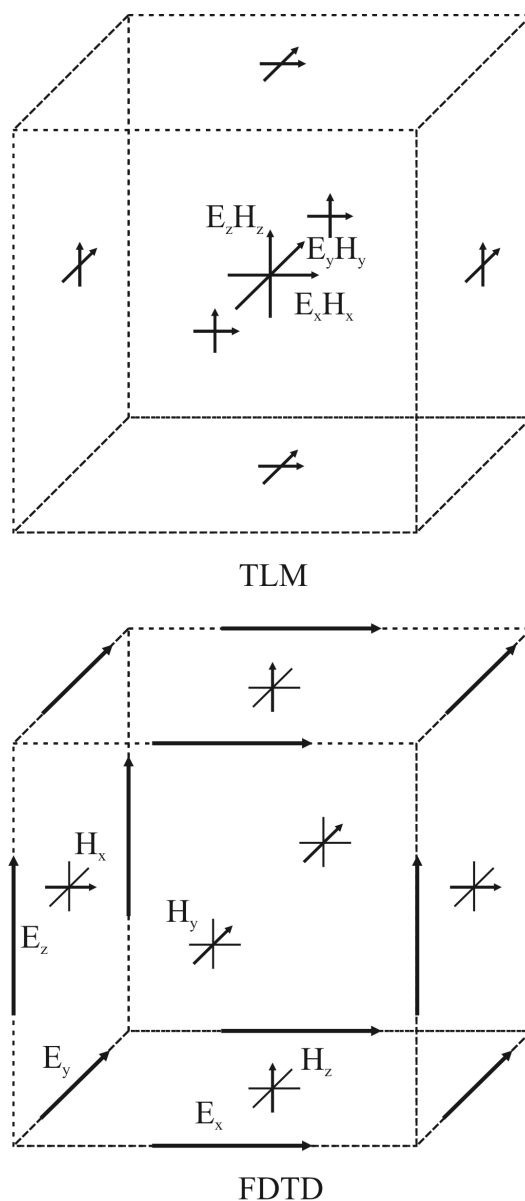
Integralni metodi baziraju se na upotrebi grube mreže za modelovanje bitnih površina problema kao što su spoljne granice strukture, ili određenih tankih struktura unutar sistema. Diferencijalni metodi koriste finu mrežu što ih čini više kompjuterski zahtevnim ali su samim tim pogodni za modelovanje geometrijski malih elemenata kao što su tanki prorezi, žice i tanki nanosi materijala. U slučaju ove dve klase numeričkih metoda, prednosti jedne klase su mane druge i suprotno. Na primer, nedostatak integralnih metoda je velika kompleksnost rešavanja integralnih jednačina ovih metoda, što ih čini nepogodnim za modelovanje nelinearnih materijala i kompleksnih struktura, što je upravo prednost diferencijalnih metoda zahvaljujući jednostavnijem rešavanju diferencijalnih rešavanja. Nasuprot tome, integralni metodi pružaju izuzetno tačne rezultate prilikom rešavanja problema otvorenih granica, što predstavlja izazov za diferencijalne metode i iziskuje upotrebu odgovarajućih tehnika prilagođenja kako bi se ovakvi izazovi savladali.

Na osnovu prethodnog može se zaključiti da ni jedan tip metoda samostalno ne prednjači kao idealan metod za rešavanje svih potencijalnih problema koji mogu nastati u realnim situacijama, stoga je uglavnom najbolje rešenje koristiti hibridne metode.

Za simulaciju i posmatranje prostiranja i distribucije EM polja unutar različitih sredina i materijala najboljim rešenjem smatraju se diferencijalne metode u vremenskom domenu (TD-DE). Dva najistaknutija metoda koji se baziraju na vremenskoj i prostornoj diskretizaciji su *Metod konačnih razlika (Finite-Difference Time-Domain / FDTD metod)* [2], *Metod modelovanja pomoću električnih vodova (Transmission-Line Matrix / TLM metod)* [3].

Iako sličnih topologija, glavna razlika između ovih metoda ogleda se u konfiguraciji čvora, u smislu prostornog pozicioniranja komponenti polja u samom čvoru, i u pogledu procesa vremenske raspodele. Dok se u TLM čvoru sva polja rešavaju u jednoj tački u centru ćelije, istovremeno, kod FDTD čvora komponente električnog i magnetskog polja su vremenski i prostorno razdvojene pri čemu su komponente električnog polja locirane na

ivicama, a magnetskog u centru stranica (Slika 2.1.). U slučaju modelovanja jednostavnijih materijala ova razlika ne predstavlja bitan faktor pa se oba metoda u njihovoj konvencionalnoj primeni mogu uspešno koristiti za periodičnu ili tranzijentnu analizu prostiranja EM signala i interakciju sa materijalom. Razlika postaje primetna kada je potrebno modelovati kompleksne materijale i sredine kod kojih je neophodno istovremeno rešavati oba polja, jer je kod FDTD algoritma u odnosu na TLM potrebno izvršiti dodatno vremensko i prostorno usrednjavanje što stvara dodatne komplikacije u samoj formulaciji.



Slika 2.1. Poređenje ćelija mreže korišćenim u TLM i FDTD algoritmima

Generalno gledano FDTD metod je češće biran od strane istraživača za rešavanje raznih EM problema, počev od antenskih problema, elektromagnetske kompatibilnosti do

mikrotalasnih sistema i sl. dok je TLM metod pokazao izvesne prednosti prilikom modelovanja raznih diskontinuiteta, graničnih uslova, kompleksnih materijala (kao što su anizotropni i bianizotropni), prostiranja signala u disperzivnim strukturama i sl.

## 2.2 DEFINICIJA I KONCEPT PRIMENE TLM METODA

Metod modelovanja pomoću električnih vodova predstavlja diferencijalni metod kojim se, u vremenskom domenu vrši rešavanje talasne jednačine za elektromagnetsko polje. TLM metod je produkt istraživačkog rada velikog broja naučnika u prethodnim decenijama započet objavom inovativnog naučnog rada *P.B Johns*-a i *R.L. Beurle*-a 1971. godine [4], pa možda čak i pre toga u ranom periodu druge polovine 20-tog veka kada je *Beurle* identifikovao potrebu za predstavljanjem elektromagnetskih fenomena u vremenskom domenu i otkrio da se prostiranje unutar matrice transmisionih linija može upotrebiti za simulaciju prostiranja signala u prostoru. Metod je prvobitno definisan za rešavanje problema u dvodimenzionalnoj (2D) ravni dok je kasnije proširen kako bi se omogućila primena u trodimenzionalnom (3D) prostoru i rešavanje kompleksnijih problema. Naravno uz odgovarajuće pojednostavljivanje problema ili ukoliko je potrebno sagledati određeni aspekt problema u jednoj dimenziji metod se može primeniti i na jednodimenzionalnoj (1D) osi.

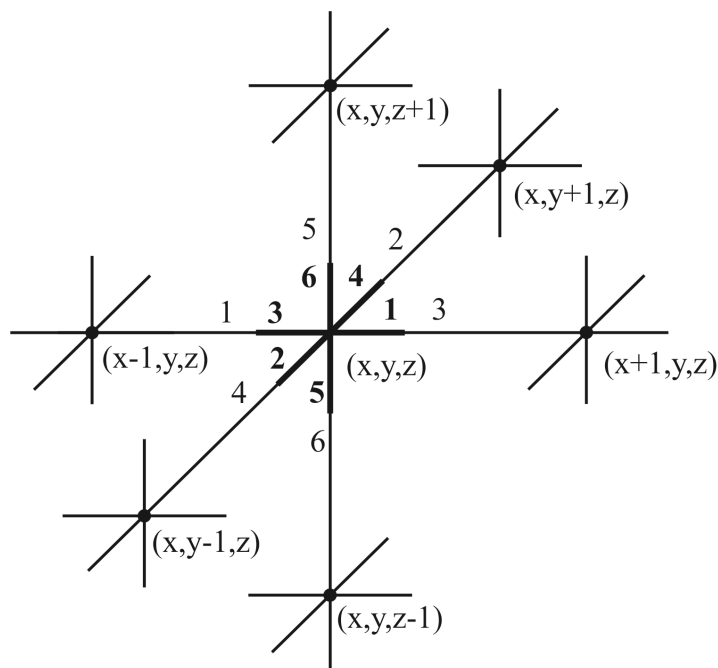
TLM metod se direktno bazira na primeni diskretne verzije *Huyigens*-ovih principa prostiranja talasa [5] i analogije između prostorno i vremenski zavisnog fizičkog problema i električne mreže.

*Huyigens*-ov princip nalaže da se talas prostire prema određenom pravilu, u okviru kojeg svaka tačka talasnog fronta predstavlja izotropni sferni izvor, pri čemu superpozicijom svih talasa emitovanih od strane tih izvora nastaje novi talasni front u okviru kojeg se dalje definišu novi sferni izvori i događaj ponavlja, što ujedno dovodi do kretanja talasnog fronta. Na osnovu diskretnog oblika ovog principa razvijen je osnovni algoritam TLM metoda u okviru kojeg se razmena impulsa između čvorova odvija na isti način.

Analogija fizičkog problema i električne mreže ogleda se u upotrebi električnih vodova za modelovanje određenog fizičkog prostora. Prostor od interesa se najpre diskretizuje i predstavlja blokovima odgovarajućeg oblika čije su dimenzije, u kombinaciji sa vremenskim korakom diskretizacije, direktno povezane sa prostiranjem EM talasa u tom



prostoru. Svaki od blokova sastoji se od seta električnih vodova koji zajedno, uzimajući u obzir sve blokove, čine mrežu i u čijem preseku se formiraju tzv. čvorovi (Slika 2.2.). Cilj je da vrednost električnog i magnetskog polja svake tačke modelovanog prostora odgovara vrednostima napona i struja u svakom od odgovarajućih čvorova, čime se problem rešavanja EM polja pojednostavljuje i svodi na problem rešavanja električnih kola.



Slika 2.2. Primer čvorova u 3D mreži

Bitnom karakteristikom TLM metoda smatra se činjenica da se nakon početnih aproksimacija i usrednjavanja neophodnih za definisanje modela, tokom izvršenja algoritma ne uvode dodatne aproksimacije koje mogu uticati na tačnost za razliku od nekih drugih metoda.

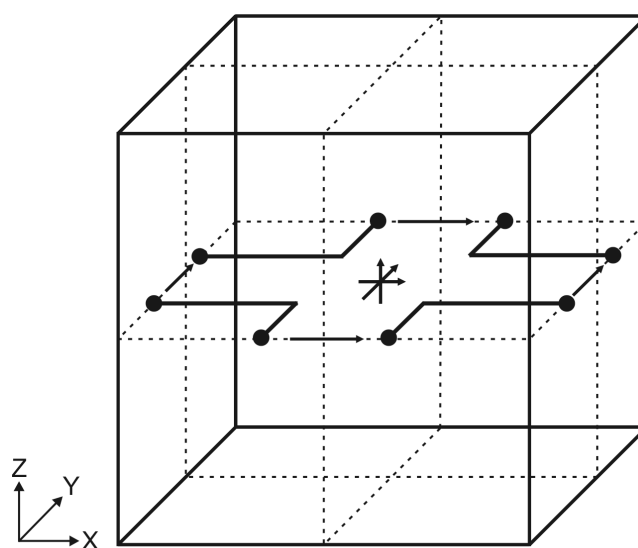
Važno je pomenuti da je TLM metod veoma stabilan zahvaljujući tome što se sistem sastoji od pasivnih komponenti pa se konačna količina pobudne energije ne uvećava tokom prostiranja čime su izbegnuti brojni problemi.

Takođe, prednost je i to što se uz odgovarajuće početne parametre istovremeno može vršiti modelovanje strukture od značaja i njenog okruženja, što znatno proširuje mogućnosti analize i rešavanja problema.

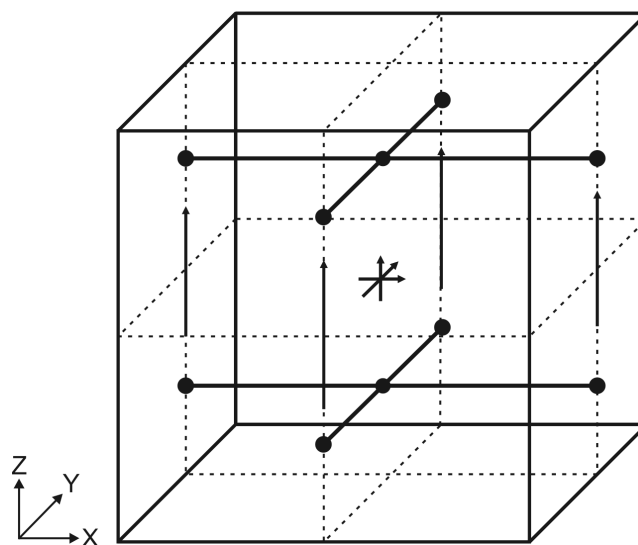
Sa druge strane, kao jedna od mana ovog metoda može se izdvojiti kompleksno modelovanje zakrivljenih površina, primenom neuniformne mreže (o kojoj će više reči biti u poglavlju IV) ili primenom cilindričnog koordinatnog sistema, kako bi se prevazišlo ograničenje osnovnog pravougaonog koordinatnog sistema.

### 2.2.1. TLM čvor

Generalnu strukturu TLM čvora čine električni vodovi i otvoreni, kratkospojeni i prilagođeni stabovi. Struktura se vremenom menjala sa razvojem TLM metoda, počev od osnovnih dvodimenzionalnih - rednog i paralelnog (Slika 2.3.), preko proširenog trodimenzionalnog, nastalog kombinacijom prethodna dva, i asimetričnog kondenzovanog čvora sve do danas najzastupljenijeg simetričnog kondenzovanog čvora [6,7,8] (Slika 2.4.).



Redni čvor



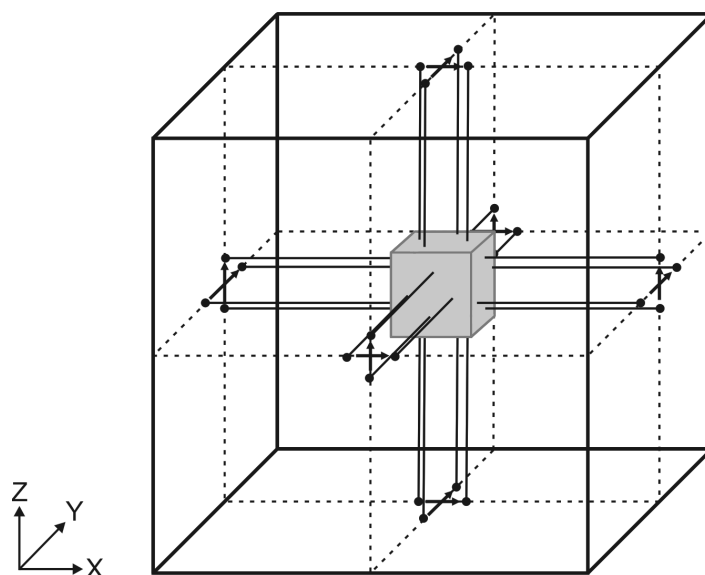
Paralelni čvor

Slika 2.3. Strukture 2D TLM čvorova

Uvođenjem simetričnog kondenzovanog čvora rešeni su bitni problemi koji su postojali u ranijim 3D strukturama poput:

- Asimetrije – Usled koje tip konekcije čvora zavisi od incidentnog smera, pri čemu po jednoj osi može biti redni dok gledano iz smera druge ose može biti paralelni tip konekcije.
- Definisanja granica – Kod proširenog TLM čvora usled pozicije vodova na ivici ćelija fizički parametri vodova i stabova bili su deljeni između susednih ćelija

samim tim redukovana je kompleksnost proračunavanja i zahvaljujući njegovoj topologiji ostvarena ranije pomenuta prednost TLM metoda, rešavanje svih komponenti polja u jednoj tački prostora.



Slika 2.4. Simetrični kondenzovani 3D TLM čvora

Simetrični kondenzovani čvor predstavlja presek 12 vodova odgovarajuće impedanse, između kojih se definiše 12 portova, i takođe sadrži 6 odgovarajuća staba (koji nisu direktno prikazani na Slici 2.4). Kao što je rečeno električni vodovi predstavljaju osnovu TLM metoda i međusobno povezuju ćelije. Portovi su definisani između dva naspramna voda koji međusobno nisu spregnuti, pri čemu se sa svaka dva susedna para vodova realizuju dve polarizacije u bilo kom smeru prostiranja. Stabovi se uvode u dva slučaja, prilikom modelovanja neuniformnih karakteristika sredine i za potrebe primene metoda u neuniformnoj mreži. Kratkospojenim stabom modeluje se dodatna kapacitivnost, otvorenim stabom dodatna induktivnost u ćeliji a gubici u sredini se modeluju prilagođenim stabom (stab koji je zatvoren svojom karakterističnom impedansom).

Sobzirom da se unutar mreže vrši prenos i razmena strujnih i naponskih impulsa između čvorova, totalni naponski impuls na pojedinačnom vodu ( $V$ ) može se izračunati kao zbir incidentnog naponskog impulsa ( $V^i$ ) i reflektovanog naponskog impulsa ( $V^r$ ).

$$V = V^i + V^r \quad (2.1)$$

Na sličan način, totalni strujni impuls duž voda izračunava se kao:

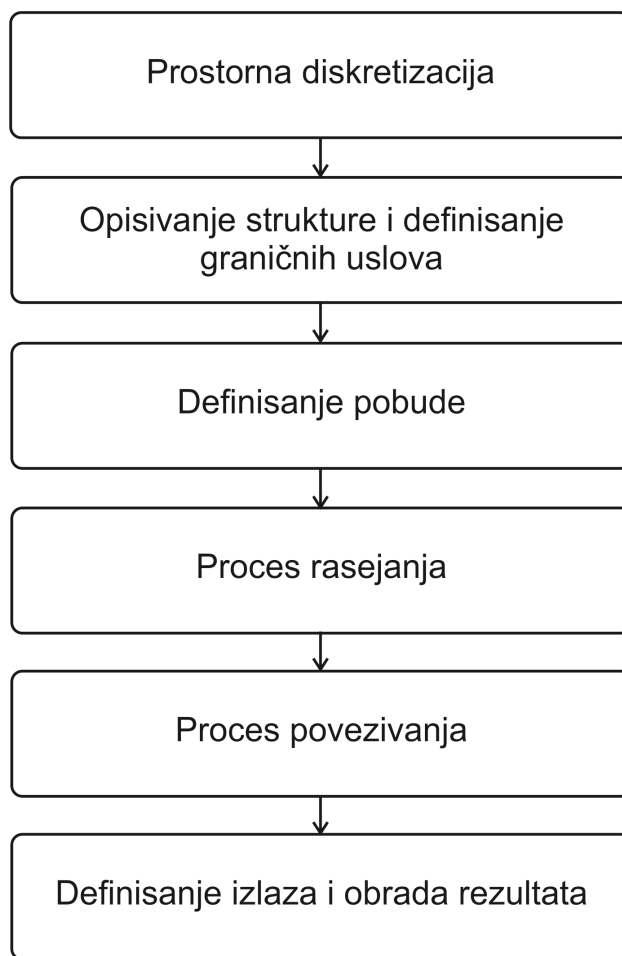
$$I = (V^i - V^r) / Z \quad (2.2)$$

pri čemu  $Z$  predstavlja karakterističnu impedansu voda.

### 2.2.2. Postupak primene TLM metoda

Modelovanje prostiranja EM polja TLM metodom obuhvata prethodno navedenu prostornu diskretizaciju, definisanje početnih i graničnih uslova modela, mesta pobude i oblika pobudnog signala, proces rasejanja, proces povezivanja, definisanje mesta i vremenskog trenutka za koji će izlazni rezultati biti generisani [9] (Slika 2.5).

Prostorna diskretizacija, kao što je prethodno objašnjeno, podrazumeva predstavljanje modelovanog prostora mrežom ćelija odgovarajućih dimenzija. Prilikom određivanja prostornog koraka (dimenzije ćelije  $\Delta l$ ) treba voditi računa da objekat koji se modeluje (bio to materijal ili struktura) mora biti opisan sa najmanje 5 prostornih koraka kako bi simulacija bila uspešna. Ovaj minimum se povećava u slučaju disperzivnih materijala, u skladu sa izraženošću fenomena disperzije (Poglavlje §3.1.2). Takođe preporučeno je da minimum talasne dužine mora odgovarati širini najmanje 10 prostornih koraka.



Slika 2.5. Opšti algoritam TLM metoda

Granični uslovi (spoljašnji ili unutrašnji) se definišu na osnovu geometrije problema, i karakteristika modelovanog materijala ili sredine. Treba imati na umu da se spoljašnji granični uslovi moraju definisati tako da se usled refleksije signala od spoljnih graničnih površina ne bi stvorili tzv. kvazi-reflektovani signali koji bi direktno uticali na tačnost simulacije. Pojava ovakvih refleksija nastaje usled ograničenosti domena modelovanja (broj ćelija u mreži je konačan) i disperzivne osobine impedanse sredine koja se modeluje. Efekat ovog problema se može redukovati povećanjem dimenzija mreže kako bi se spoljne granice udaljile od modelovane sredine, ili primenom širokopojasnih uslova prilagođenja (*Perfectly Matched Layer - PML*) [10] na tim granicama.

Kao pobudni impuls tradicionalno se koristi Dirakov impuls, pri čemu se može pobuditi jedan čvor unutar mreže ili definisana grupa čvorova, i zavisno od modelovanog problema pobuda može primeniti u jednom vremenskom trenutku na početku simulacije ili kontinualno u toku simulacije.

Prema diskretnom obliku prethodno opisanog *Huyigens*-ovog principa, proces rasejanja se odvija tako što se incidentni naponski impulsi  ${}_jV^i$  čvorova, u svakom vremenskom trenutku  $j$  rasejavaju generišući grupu reflektovanih impulsa  ${}_jV^r$  u susednim čvorovima, što je u jednačini (2.3) opisano matricom rasejanja  $[S]$ .

$${}_jV^r = [S]_j V^i \quad (2.3)$$

Novonastali reflektovani impulsi u narednom vremenskom koraku  $j+1$  postaju incidentni usled čega talasni front napreduje kroz posmatranu sredinu. Ovako opisan proces povezivanja može se predstaviti kao:

$${}_{j+1}V^i = [C]_j V^r \quad (2.4)$$

gde matrica povezivanja  $[C]$  opisuje relacije incidentnog i reflektovanog impulsa u čvorovima koji pripadaju oblastima istih EM karakteristika i/ili vodova jednakih karakterističnih impedansi, dok se na granici između segmenata različitih karakteristika njene vrednosti menjaju.

Izvršenjem jedne simulacije modelovanog problema dobijaju se rezultujućii strujni i naponski impulsi za svaku ćeliju mreže u bilo kom trenutku u okviru zadatog perioda izvršenja, što eliminiše potrebu za iterativnim ponavljanjem procesa modelovanja. Definisane tačke od interesa, kao i vremenskih trenutaka ili intervala, u kojima se prikupljaju rezultati predstavljaju jedne od početnih parametara simulacije. Na osnovu rezultata dobijenih u vremenskom domenu, frekvencijski odziv se može dobiti primenom jednostavne *Fourier*-ove transformacije.

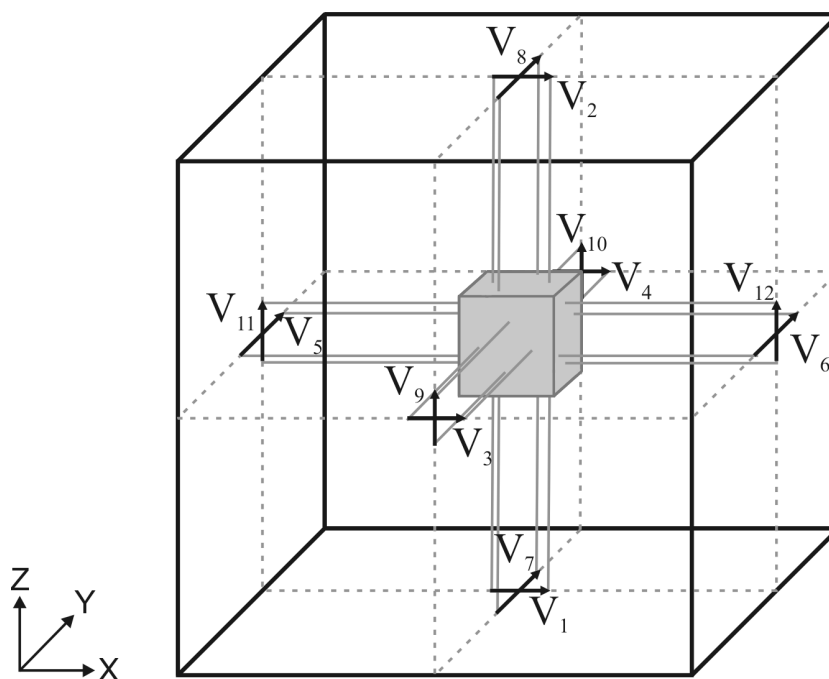
## 2.3 Z-TLM metod

U osnovnom obliku TLM metod se uglavnom koristi za modelovanje jednostavnijih sredina čije su EM karakteristike frekvencijski nezavisne, tj. čija se karakteristika posmatra na jednoj, najčešće centralnoj, frekvenciji posmatranog opsega. Kako bi se modelovali

kompleksni materijali poput linearnih izotropnih, anizotropnih, bianizotropnih, nelinearnih, kvantnih, hiralnih i metamaterijala, krajem 90-tih godina razvijen je odgovarajući prošireni oblik TLM metoda koji se bazira na primeni Z transformacionih tehnika (tzv. Z-TLM metod) [11-15].

Osnovni koncept Z-TLM metoda predstavlja primenu neke od tehnika Z transformacije (kao što su Bilinearna transformacija, Impulsno-invarijantna transformacija i dr.) kako bi se frekvencijski zavisne karakteristike materijala prevele iz s domena u z domen i time omogućila njihova implementacija u vremenskom domenu. Metod je prvenstveno razvijen za slučaj jednodimenzionog modelovanja dok je kasnije proširen za primenu na trodimenzionalnim slučajevima.

Slika 2.6. prikazuje geometriju 3D TLM čvora na kojoj se bazira najopštija formulacija Z-TLM metoda. U centru 3D TLM čvora nalazi se 6 elektromagnetskih komponenti koje opisuju ukupno polje ( $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ ) dok se na stranicama ćelije, koju opisuje ovaj čvor, nalazi 12 portova predstavljenih odgovarajućim naponskim impulsima ( $V_1, \dots, V_{12}$ ). U osnovnoj formulaciji, pretpostavljeno je da su dimenzije ćelije jednake u svim pravcima ( $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta l$ ) i da su komponente polja, struja i napona normalizovane i izražene u voltima radi pojednostavljenja algoritma.



Slika 2.6. 3D TLM čvor sa oznakama naponskih impulsa

Vektor totalnog polja  $\underline{F}$  koji omogućuje da se komponente elektromagnetskog polja izraze preko naponskih impulsa definiše se kao:

$$\underline{F} = [V_x \ V_y \ V_z \ i_x \ i_y \ i_z]^T \quad (2.5)$$

pri čemu je,

$$\begin{aligned} V_x &= V_1 + V_2 + V_3 + V_4, \\ V_y &= V_5 + V_6 + V_7 + V_8, \\ V_z &= V_9 + V_{10} + V_{11} + V_{12}, \\ i_x &= -V_7 + V_8 + V_9 - V_{10}, \\ i_y &= -V_{11} + V_{12} + V_1 - V_2, \\ i_z &= -V_3 + V_4 + V_5 - V_6 \end{aligned} \quad (2.6)$$

3D Z-TLM algoritam sastoji se iz četiri koraka [11]:

- Izračunavanje reflektovanih polja na osnovu incidentnih napona i slobodnih izvora.
- Izračunavanje ukupnog polja na osnovu reflektovanih polja
- Izračunavanje reflektovanih napona na vodovima
- Procedura povezivanja posmatranog čvora sa susednim čvorovima

U poglavlju §5 detaljno će biti predstavljen svaki od navedenih koraka za 1D i 3D formulaciju

Prednosti ovog metoda predstavlja činjenica da je metod je generalan i da se može primeniti na sve oblike nelinearnosti i frekvencijske zavisnosti prilikom modelovanja disperzivnih i anizotropnih materijala, kao i izuzetna stabilnost samog procesa.



### 3. DISPERZIVNI I ANIZOTROPNI MATERIJALI I STRUKTURE

Materijali i sredine se mogu klasifikovati na više različitih načina, kao na primer na osnovu njihovih fizičkih i hemijskih karakteristika, ili na osnovu karakteristika bitnih za oblast njihove primene kao što su elektromagnetska (EM), termička, optička i druga svojstva.

#### 3.1 ELEKTROMAGNETSKE OSOBINE MATERIJALA I SREDINA

EM karakteristike svih materijala u osnovi opisane su *konstitutivnim parametrima* - *električnom permitivnošću*  $\varepsilon(\omega)$  i *magnetskom permeabilnošću*  $\mu(\omega)$  i oni povezuju vektore intenziteta polja i vektore indukcije [16]. Pored konstitutivnih parametara značajan elektromagnetski parametar predstavlja i *provodnost* materijala  $\sigma(\omega)$  koja daje vezu između provodne struje i spoljnog električnog polja. Ovi parametri mogu biti predstavljeni integralnim operatorima u vremenskom domenu ili spektralnim prenosnim funkcijama u frekvencijskom domenu. Ukoliko postoji njihova dodatna prostorna zavisnost materijal se može smatrati nehomogenim, u suprotnom materijal se smatra homogenim.

EM karakteristike *izotropnih* sredina su jednake u svim pravcima. U frekvencijskom domenu elektromagnetski izotropne sredine su opisane skalarnim konstitutivnim parametrima koji povezuju *električnu indukciju* ( $\underline{D}$ ) i *intenzitet električnog polja* ( $\underline{E}$ ) sa *magnetskom indukcijom* ( $\underline{B}$ ) i *intenzitetom magnetskog polja* ( $\underline{H}$ ):

$$\begin{aligned}\underline{D} &= \varepsilon \underline{E}, \\ \underline{B} &= \mu \underline{H}\end{aligned}\tag{3.1}$$

Pošto se u realnosti ovakve sredine jako retko sreću, izotropija je uglavnom apstraktno pojednostavljene određene karakteristike koje se koristi kako bi se olakšao proces istraživanja, analize i projektovanja. U velikom broju slučajeva prirodni i veštački konstruisani materijali su zapravo komplikovaniji i mogu ispoljiti bilo koju od navedenih fenomena: *nelinearnost*, *disperzivnost*, *anizotropiju*, *magnetoelektrični efekat*, *bianizotropiju*, *generalnu anizotropiju* i druge [17].

### 3.1.1. Nelinearnost

Nelinearnost materijala nastaje kada pobuda i odziv tj. *konstitutivne veze* materijala nisu linearne [17]. Nelinearni efekti kao što su *histerezija* (efekat u kome promena vrednosti parametra materijala kasni u odnosu na promenu efekta koji je uzrokuje), *monotonost* (efekat u kome vrednost parametra materijala raste sve dok ne dosegne određeni maksimum nakon čega parametar zadržava tu vrednost bez obzira na dalje jačanje uticaja koji ovaj efekat izaziva) i dr., mogu biti uključeni u odzivne funkcije materijala i sredina što ih čini nelinearnim. U generalnom slučaju tokom analize ovakvih materijala treba izvršiti odgovarajući razvoj elektromagnetskog polja i tretirati linearne i nelinearne efekte odvojeno.

### 3.1.2. Disperzivnost

*Disperzivnost* predstavlja zavisnost konstitutivnih parametara EM materijala i sredina od frekvencije. Frekvencijska disperzija ima važnu ulogu u elektromagnetici kao i u optici gde se ona ogleda zavisnošću indeksa refrakcije od frekvencije.

Sve sredine ispoljavaju disperzivna svojstva, ali je pri određenim uslovima, koji dovode do toga da su promene unutar EM polja izuzetno spore, disperzivnost jako slaba pa se

može i zanemariti. Ovakve sredine se smatraju *nedisperzivnim*, i u njima se talasni impuls prostire nepromenjenog oblika istom faznom brzinom polja u posmatranoj sredini [18].

U disperzivnoj sredini, međutim, impuls menja svoj oblik tokom prostiranja usled dva u osnovi međusobno povezana efekta [18]. Pre svega, svaka spektralna komponenta početnog impulsa se prostire kroz disperzivni sistem različitom faznom brzinom, što dovodi do toga da se sa povećanjem rastojanja prostiranja povećava fazna razlika između njih. Drugi efekat predstavlja pojava da svaka spektralna komponenta biva apsorbovana sa povećanjem rastojanja prostiranja zavisno od njene brzine, na osnovu čega se takođe javlja razlika u vrednostima relativnih amplituda između spektralnih komponenti impulsa sa njegovim daljim prostiranjem. Ova dva jednostavna efekta rezultuju komplikovanom promenom oblika talasnog impulsa koji se prostire kroz disperzivnu sredinu.

Frekvencijske disperzije u homogenim i nehomogenim sredinama se često mogu opisati primenom *Lorentz*-ovog disperzionog modela [19]. Pored njega značajni su i *Debye*-ev disperzioni model [20] koji odgovara polarnim dielektricima, *Drude*-ov disperzioni model [21] koji je karakterističan za sve sredine u plazma agregatnom stanju kao i *Polder*-ov model disperzije [22] dominantno primenjen kod ferita. Iako su ovi modeli u osnovi fenomenološki pružaju prihvatljivo precizan opis fenomena disperzije unutar pomenutih sredina u okviru odgovarajućeg frekvencijskog opsega.

### 3.1.3. Anizotropija

Materijal može biti definisan kao *anizotropan* kada su vrednosti jednog ili više EM parametara prostorno zavisne, tj. kada zavise od pravca prostiranja EM talasa [23]. Primer ove zavisnosti je situacija u kojoj  $\underline{D}$  postaje neusklađen sa  $\underline{E}$  i/ili  $\underline{H}$  postaje neusklađen sa  $\underline{B}$  pri čemu prethodno pomenuti konstitutivni parametri koji opisuju ovu neusklađenost imaju matrični oblik:

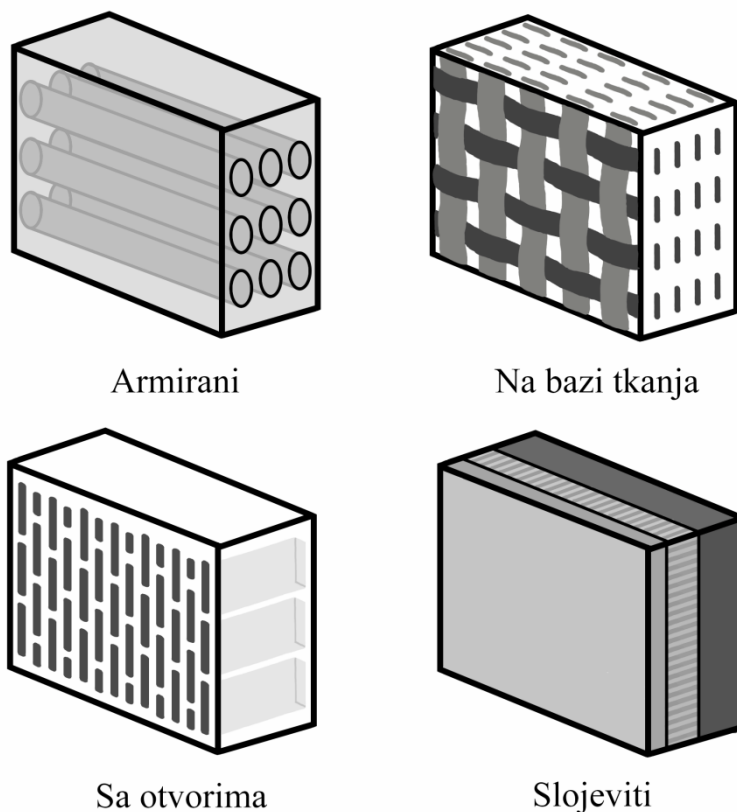
$$\begin{aligned}\underline{D} &= \underline{\underline{\epsilon}}\underline{E}, \\ \underline{B} &= \underline{\underline{\mu}}\underline{H}\end{aligned}\tag{3.2}$$

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon^{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon^{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon^{zz} \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{\mu}} = \begin{bmatrix} \mu^{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \mu^{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \mu^{zz} \end{bmatrix}\tag{3.3}$$

U suštini izotropni materijali predstavljaju poseban slučaj anizotropnih materijala. Konstitutivni parametri izotropnog materijala se takođe umesto skalarnog oblika mogu prikazati i u odgovarajućoj matricnoj formi pri čemu su svi elementi u matrici posmatranog koeficijenta van glavne dijagonale jednaki nuli, a vrednosti elemenata na dijagonali su jednake, tj.  $\varepsilon^{xx} = \varepsilon^{yy} = \varepsilon^{zz} = \varepsilon$ :

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \varepsilon & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{\mu}} = \begin{bmatrix} \mu & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 \\ 0 & 0 & \mu \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Mikrostruktura anizotropnih materijala sastoji se od različitih slojeva nastalih prirodno u materijalima kao što su drvo, različiti kristali, životinjska koža, minerali, kamenje i dr., ili kreiranih sa određenom namerom u strukturnim/veštačkim kompozitnim materijalima kao što su armirani materijali, materijali nastali procesom tkanja, materijali sa odgovarajućim otvorima u strukturi, slojeviti materijali i dr. Neki od primera geometrija veštačkih anizotropnih materijala prikazani su na slici 3.1.



Slika 3.1 Grafički primer različitih tipova anizotropnih materijala

Posebna prednost i razlog sve češće upotrebe veštačkih anizotropnih EM materijala je to što se specifičnim dizajnom može uticati na aspekte kao što je na primer orijentacija magnetskog polja u zavisnosti od geometrije i anizotropije materijala, veća električna ili toplotna provodnost u određenom smeru, itd.

Uzeti u obzir anizotropiju materijala u numeričkim simulacijama, baziranim na primer na komercijalnim kodovima konačnih elemenata nije trivijalan zadatak jer su osnove anizotropije povezane sa mikrostrukturom materijala što je uglavnom zanemareno u fenomenološkom modelovanju. Dodatno, treba razlikovati materijale koji su početno anizotropni i materijale koji su početno izotropni, ali pod opterećenjem može nastati evolucija anizotropije. Ovo čini konstitutivno opisivanje težim, jer je umesto osnovnih konstitutivnih jednačina neophodno uvesti dodatne evolutivne jednačine koje opisuju razvoj anizotropije.

Modelovanje ponašanja anizotropnih materijala je oblast istraživanja od velike važnosti za nauku o materijalima. Tokom poslednjih godina, istraživanja u ovoj oblasti su jako aktuelna i intenzivna i taj trend se i dalje nastavlja.

### 3.1.4. Magnetoelektrični efekat

Magnetoelektrični efekat predstavlja linearnu relaciju između magnetskog i električnog polja [24], i definiše se kao indukovana električna polarizacija ( $P$ ) usled postojećeg eksternog magnetskog polja i/ili indukovani magnetizam ( $M$ ) uzrokovan spoljnim električnim poljem (što predstavlja inverzni magnetoelektrični efekat). Ovaj efekat je interesantan jer se takva uzročna povezanost električnih i magnetskih veličina normalno ne sreće u *Maxwell*-ovim jednačinama. Sredine i materijali u kojima se ovi efekti mogu ispoljiti nazivaju se *magnetoelektričnim*.

Magnetoelektrični efekat je uglavnom dominantan u kompozitnim materijalima dok je u jednokomponentnim materijalima jako slab naročito na sobnoj temperaturi [25].

Ovaj efekat se može opisati preko termodinamičkog potencijala koji je linearan i u magnetskom i u električnom polju:

$$\underline{\Phi}_{me} = -\underline{\xi}_r \underline{\zeta}_r E_i H_k \quad (3.5)$$

gde su  $\underline{\xi}_r$  i  $\underline{\zeta}_r$  koeficijenti magnetoelektričnog i inverznog magnetoelektričnog efekta respektivno, pri čemu su oni jednaki nuli u sredinama koje ne ispoljavaju magnetska

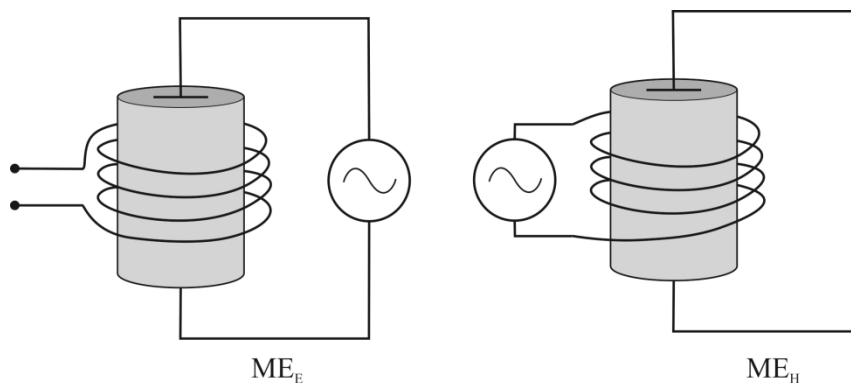
svojstva. Kada je  $H = 0$ , tada je takođe  $\underline{\underline{\zeta}}_r = 0$ , pa električno polje u sredini generiše magnetizam

$$\underline{M}_k = \underline{\underline{\xi}}_r E_i \quad (3.6)$$

a kada je  $E = 0$  sledi da je  $\underline{\underline{\zeta}}_r = 0$ , i magnetsko polje generiše električnu polarizaciju

$$\underline{P}_i = \underline{\underline{\zeta}}_r H_k \quad (3.7)$$

Postojanje direktnog i inverznog magnetoelektričnog efekta se može utvrditi jednostavnim eksperimentom [26] (Slika 3.2). Direktni magnetoelektrični efekat uzrokovan magnetskim poljem ( $ME_E$ ) se detektuje tako što se struja propušta kroz kalem namotan oko uzorka materijala, a rezultujuća električna polarizacija stvara napon na elektrodama priključenim direktno na uzorak. Kod inverznog efekta uzrokovanog električnim poljem ( $ME_H$ ), električni napon je doveden na uzorak materijala, dok je magnetski odziv detektovan i meren na namotanom kalem.



Slika 3.2 Sklop za merenje magnetoelektričnog efekta

### 3.1.5. Bianizotropija i generalna anizotropija

*Bianizotropija* predstavlja posebnu vrstu anizotropije koja nastaje usled prirodno nastale asimetričnosti i nehomogenosti materijala, i posledicu spajanja osobine anizotropije i magnetoelektričnog efekta. U bianizotropnoj sredini  $\underline{D}$  i  $\underline{B}$  su istovremeno anizotropno povezani sa  $\underline{E}$  i  $\underline{H}$  [23]:

$$\begin{aligned}\underline{D} &= \underline{\underline{\varepsilon}}\underline{E} + \underline{\underline{\xi}}\underline{H}, \\ \underline{B} &= \underline{\underline{\zeta}}\underline{E} + \underline{\underline{\mu}}\underline{H}\end{aligned}\quad (3.8)$$

pri čemu matrica  $\underline{\underline{M}}$  koja opisuje ove relacije ima oblik:

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\varepsilon}} & \underline{\underline{\xi}} \\ \underline{\underline{\zeta}} & \underline{\underline{\mu}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon^{xx} & 0 & 0 & \xi^{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon^{yy} & 0 & 0 & \xi^{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon^{zz} & 0 & 0 & \xi^{zz} \\ \zeta^{xx} & 0 & 0 & \mu^{xx} & 0 & 0 \\ 0 & \zeta^{yy} & 0 & 0 & \mu^{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \zeta^{zz} & 0 & 0 & \mu^{zz} \end{bmatrix}\quad (3.9)$$

Uslovi u kojima nastupa efekat bianizotropije variraju, i najčešće se ovaj efekat posmatra na niskim frekvencijama i temperaturama na primeru brojnih prirodnih minerala. U prirodi se retko mogu naći materijali koji ispoljavaju primetne bianizotropne karakteristike, ali se lako mogu realizovati u vidu kompozita dva ili više materijala.

Bianizotropija takođe postaje sve bitniji koncept u modernom procesu razvoja kompleksnih sredina, kompozitnih materijala i metamaterijala.

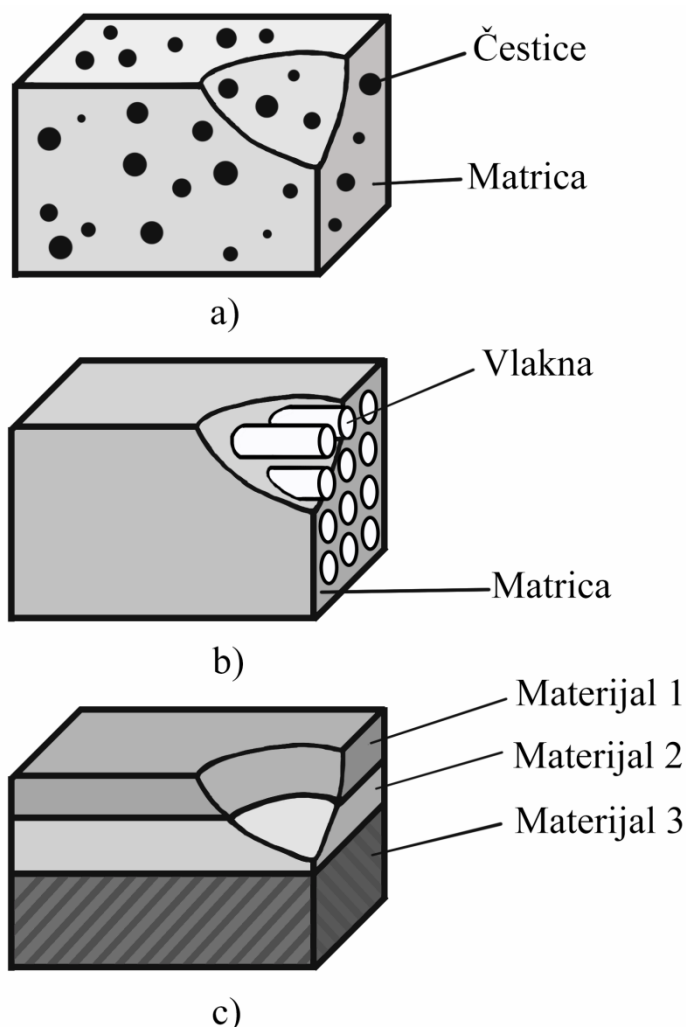
*Generalna anizotropija*, kao što i sam naziv govori, predstavlja najopštiji oblik anizotropije pri čemu osim prisustva magnetoelektričnog efekta postoji i generalna prostorna zavisnost vrednosti električnih, magnetskih i magnetoelektričnih koeficijenata, koja je opisana elementima van glavne dijagonale u matricama  $\underline{\underline{\varepsilon}}, \underline{\underline{\mu}}, \underline{\underline{\xi}}, \underline{\underline{\zeta}}$ . Matrica  $\underline{\underline{M}}$  koja opisuje ove relacije je prikazana u (3.10):

$$\underline{\underline{M}} = \begin{bmatrix} \underline{\underline{\varepsilon}} & \underline{\underline{\xi}} \\ \underline{\underline{\zeta}} & \underline{\underline{\mu}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon^{xx} & \varepsilon^{xy} & \varepsilon^{xz} & \xi^{xx} & \xi^{xy} & \xi^{xz} \\ \varepsilon^{yx} & \varepsilon^{yy} & \varepsilon^{yz} & \xi^{yx} & \xi^{yy} & \xi^{yz} \\ \varepsilon^{zx} & \varepsilon^{yz} & \varepsilon^{zz} & \xi^{zx} & \xi^{zy} & \xi^{zz} \\ \zeta^{xx} & \zeta^{xy} & \zeta^{xz} & \mu^{xx} & \mu^{xy} & \mu^{xz} \\ \zeta^{yx} & \zeta^{yy} & \zeta^{yz} & \mu^{yx} & \mu^{yy} & \mu^{yz} \\ \zeta^{zx} & \zeta^{zy} & \zeta^{zz} & \mu^{zx} & \mu^{yz} & \mu^{zz} \end{bmatrix}\quad (3.10)$$

### 3.3 OSOBINE KOMPOZITNIH MATERIJALA

Kompozitni materijali nastaju prirodnim ili veštačkim kombinovanjem dva ili više materijala, što kao rezultat daje materijal boljih karakteristika od karakteristika gradivnih materijala [27]. Prednosti ovako nastalih kompozita se mogu ogledati u manjoj težini, većoj snazi, izdržljivosti i veku trajanja, otpornosti na koroziju i druge nepovoljne efekte, smanjenje upotrebnih troškova usled navedenih prednosti i sl. U odnosu na legure materijala često korišćenih u industriji velika prednost kompozitnih materijala je i to što gradivni materijali zadržavaju svoja hemijska, fizička i mehanička svojstva što može biti od značaja u određenim primenama.

#### 3.2.1. Struktura kompozitnih materijala



Slika 3.3 Kompozitni materijali a) ojačani česticama b) ojačani vlaknima c) laminantni materijali



Kompoziti se generalno mogu svrstati u 3 grupe (Slika 3.3):

- Kompozitni materijali ojačani česticama
- Kompozitni materijali ojačani vlaknima
- Laminantni kompozitni materijali

Kompozitni materijali predstavljaju podklasu anizotropnih materijala, pri čemu materijali ojačani vlaknima i laminantni kompoziti imaju izrazito anizotropna svojstva, dok materijali ojačani česticama mogu biti izotropni ukoliko su čestice uniformno raspoređene.

Osnovnim gradivnim elementima kompozitnih materijala smatraju se *matrica* i *armatura* [27]:

- Kao armatura uglavnom se koriste *vlakna* ili *čestice* i za tu potrebu se bira jači i rigidniji materijal u odnosu na matricu. Tipična vlakna korišćena u izradi kompozitnih materijala su staklena vlakna, vlakna aramida i ugljenična vlakna, i ona mogu biti kontinualna ili diskontinualna pri čemu oba tipa imaju svoje prednosti i mane. Čestice koje se koriste u kompozitnim materijalima mogu imati oblik svih regularnih i neregularnih geometrija, pa se mogu sresti oblici kao što su sferični, kvadratni, oblik diska, i dr.
- Matrica predstavlja osnovni gradivni materijal kompozitnog materijala i uglavnom se za tu namenu koriste polimeri, metali ili keramika. Polimeri imaju malu snagu i izdržljivost, metali imaju srednju jačinu ali veću rastegljivost, dok keramike imaju visoku snagu i izdržljivost ali su jako krte. Glavna uloga matrice je da održi poziciju i orijentaciju armature i zaštiti je od oštećenja i spoljnih uticaja.

### 3.2.2. Prednosti kompozitnih materijala

Kao što je rečeno na početku poglavlja §3.2 osnovne prednosti kompozitnih materijala predstavljaju [27]:

- Smanjena težina – *Ugljenični kompozitni materijal* koji se sastoji od kontinualnih ugljeničnih vlakana i nastaje njihovim slojevitim kombinovanjem u jednom ili više slojeva povezanih polimerom. Ovako dobijeni materijal je usled male gustine neuporedivo lakši u poređenju sa postojećim metalima i legurama slične namene. Na primer aluminijumski panel istih dimenzija kao

referentni panel kompozitnog materijala bi imao 2 puta veću težinu, dok bi čelični panel bio i do 5 puta teži.

- Veća snaga i izdržljivost – Prethodno pomenuti kompozit ugljeničnog vlakna se takođe može uzeti kao primer povećane snage i izdržljivosti veštački kreiranog materijala, jer zahvaljujući korišćenim kontinualnim karbonskim vlaknima materijal ima izuzetnu strukturnu izdržljivost na deformacije i istežanje s obzirom na težinu, pri čemu takođe poseduje izvesnu elastičnost, što se teško može naći među postojećim materijalima.
- Kombinovanje osobina gradivnih materijala – Ukoliko bi se međusobno kombinovala dva izotropna materijala u laminantni kompozit, pri čemu je jedan visoko provodan a drugi ima osobine dobrog električnog izolatora, kao rezultat dobio bi se izrazito anizotropni materijal koji bi imao osobine provodnika u ravni paralelnoj sa slojevima materijala, dok bi bio u ravni normalnoj na slojeve materijala ispoljio osobine izolatora [28].
- Otpornost na koroziju – Brojni kompozitni materijali ne sadrže metale kao jednu od gradivnih komponenti pa su samim tim otporni na koroziju koja nastaje usled vlage i vremenskih uslova korišćenja. Ova osobina predstavlja veliku prednost prilikom korišćenja kompozita u aeronautičkoj industriji gde korozija predstavlja veliki strukturni problem.
- Izdržljivost na velikim temperaturama – Kombinacijom materijala sa osobinama male temperaturne provodljivosti i odgovarajućim dizajniranjem mogu se dobiti materijali otporni na visoke temperature (u pojedinim slučajevima i do 500 °C)
- Duži vek trajanja – Imajući u vidu prethodno navedene prednosti, kompozitni materijali kao što je to na primer kompozit ugljeničnog vlakna ne propadaju usled korozije, temperaturnih varijacija i drugih nepovoljnih uticaja, imaju dobru izdržljivost što se tiče zamora materijala pa je samim tim i njihov vek trajanja duži u poređenju sa metalima i drugim materijalima odgovarajuće namene.
- Smanjenje upotrebnih troškova - S obzirom na to da je vek trajanja duži izvesna ušteda se vrši usled ređe potrebe zamene elemenata napravljenih od kompozitnih materijala. Usled osobine da se kompozitni materijali mogu spajati i lepiti potreban je manji broj ojačanja i nosača kako bi se neka

struktura oformila i montirala, što može dovesti do smanjenja potrebnog broja koraka u proizvodnji ili do smanjenja potrebnog broja radnika u procesu sklapanja što u globalu takođe predstavlja uštedu vremena i novca. Smanjena težina materijala dovodi do uštede prilikom njihovog transporta.

### 3.2.3. Mane kompozitnih materijala

Naravno treba navesti i mane kompozitnih materijala koje treba uzeti u obzir u procesu projektovanja struktura na bazi ovih materijala. Bitne mane su [27]:

- Visoka cena gradivnih komponenti i izrade kompozita – Proizvodnja vlakana korišćenih za armaturu može biti izuzetno visoka, pri čemu je na primer cena izrade karbonskih vlakana određenih parametara znatno viša od cene izrade staklenih vlakana zbog kompleksnosti procesa. Cena izrade kompozita može biti visoka jer manipulacija i postavljanje armature unutar matrice, ili nanošenje laminantnih slojeva moraju biti izvedeni veoma precizno kako bi se dobili najbolji rezultati.
- Velika težina popravke elemenata na bazi kompozita – U odnosu na metalne strukture, strukture na bazi kompozitnih materijala je izuzetno teško ili ponekad nemoguće reparirati.
- Loša snaga materijala u određenim ravnima u kojima matrica umesto armature nosi glavnu težinu – Usled ove mane elemente koji imaju namenu da izdrže primenu sile u više različitih pravaca i ravni ne treba izrađivati od kompozitnih materijala
- Loš uticaj temperature i vlage – Veliki broj kompozitnih materijala kod kojih matrica predstavlja dominantan materijal mogu biti osetljivi na povećanje temperature, dok su istovremeno ali u manjoj meri kompoziti ojačani vlaknima osetljivi na niske temperature.

Što se tiče vlage, u zavisnosti od materijala matrice i prosečnog nivoa vlažnosti pri visokim temperaturama može se povećati apsorpcija vlage što može dovesti do deformacije materijala i uticati na njegove karakteristike, pa čak i dovesti do pucanja u okruženjima sa velikim temperaturnim varijacijama.

- Delaminacija – Prilikom proizvodnje, montaže ili korišćenja može doći do pojave površinskih pukotina na materijalu koje se lako mogu proširiti dublje u kompozitni materijal i narušiti njegov integritet. Ovo je važan faktor prilikom dizajniranja kompozita i treba imati u vidu plan potencijalne reparacije ovakvih oštećenja.

#### 3.2.4. Oblasti primene

U osnovi, strukturni kompoziti su razvijeni za astronautičku industriju pošto su nudili atraktivne karakteristike i atribute koji su kompozitne materijale učinili idealnom zamenom za legure aluminijuma koji su do tada korišćene. Danas su kompoziti pored primene ograničene na astronautičku industriju, našli svoje mesto u znatno širem opsegu primene zahvaljujući razvoju i opštijoj upotrebi jeftinih osnovnih materijala, naročito fiberglass-a i veštačkih smola (poliesteri, vinilpoliesteri itd.). Oblasti koje su najviše prihvatile upotrebu kompozitnih materijala su saobraćaj (automobilski, železnički, vodeni ...) koji ujedno predstavlja i najveću oblast primene, industrija, vojska, sport (tenis, golf, skijanje, biciklizam,...) pa čak i građevinarstvo.

Današnji razvoj mikrotalasne tehnike se ne bi mogao zamisliti bez postojanja i primene kompozitnih materijala koji se u toj oblasti još nazivaju i veštačkim dielektricima i magneticima [29]. U oblasti mikrotalasa kompoziti su našli primenu u izradi radarskih štitova, antenskim nizovima, radarskim transformerima polarizacije, radio teleskopima itd.

U zavisnosti od primene za koju su projektovani kompozitni materijali se mogu podeliti i na:

- Kompozitne materijale za termalne primene
- Kompozitne materijale za električne primene
- Kompozitne materijale za strukturne primene
- Kompozitne materijale za elektromagnetske primene
- Kompozitne materijale za termoelektrične primene
- Kompozitne materijale za dielektrične primene
- Kompozitne materijale za primene u optici
- Kompozitne materijale za magnetske primene
- Kompozitne materijale za elektrohemijske primene
- Kompozitne materijale za biomedicinske primene
- Kompozitne materijale za primene u vibrirajućim strukturama

### 3.3 HIRALNOST I OSOBINE HIRALNIH MATERIJALA

Izraz *hiralnost* (*chirality*) potiče od Grčke reči  $\chi\epsilon\rho$  što u prevodu znači ruka i predstavlja poseban slučaj karakteristične geometrijske simetrije, koja opisuje objekat koji se ne može superponirati na svoj “lik u ogledalu” [30]. Hiralnost tj. *dominantnost pravca* (*handedness*) je karakteristika koja se često sreće u organskim i biološkim strukturama u prirodi počev od specifičnih molekula i jona, strukture DNK, preko anatomije pojedinih životinja.

Efekat hiralnosti prvi put je definisan sredinom 19-tog veka od strane *Louis Pasteur*-a mada je u nekoj meri i ranije bila zapažena od strane drugih naučnika [31].

Hiralni materijal je karakterisan mikrostrukturnim asimetričnostima tako da se struktura i njen lik u ogledalu ne mogu superponirati. Hiralne sredine su primer sredina koje reaguju istovremeno električnom i magnetskom polarizacijom na bilo električnu ili magnetsku pobudu. One mogu biti okarakterisane grupom konstitutivnih relacija u kojima su električno i magnetsko polje povezani i magnetoelektrični efekat je izražen.

Izotropne hiralne sredine su podgrupa generalnih anizotropnih sredina, čije su konstitutivne relacije elektromagnetskih vektora  $\underline{E}$ ,  $\underline{H}$ ,  $\underline{D}$  i  $\underline{B}$  opisane kao [31,32,33]:

$$\underline{D} = \epsilon \underline{E} + (\chi + j\kappa) \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \underline{H}, \quad (3.11)$$

$$\underline{B} = (\chi - j\kappa) \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} \underline{E} + \mu \underline{H}, \quad (3.12)$$

gde je  $\kappa$  parametar hiralnosti, a  $\chi$  *Tellegen* parametar (parametar recipročnosti), pri čemu važi:

$$\xi = (\chi - j\kappa) \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}, \quad (3.13)$$

$$\zeta = (\chi + j\kappa) \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}. \quad (3.14)$$

Parametar hiralnosti i parametar recipročnosti su frekvencijski zavisne veličine, i da bi se sredina definisala kao hiralna, njihove vrednosti moraju biti različiti od nule.

Konstitutivne relacije hiralnih materijala se u pojedinim slučajevima pomoću relativne permitivnosti  $\epsilon_r$  i relativne permeabilnosti  $\mu_r$  mogu predstaviti i kao:

$$\underline{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \underline{E} - j \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} \kappa \underline{H}, \quad (3.15)$$

$$\underline{B} = \mu_0 \mu_r \underline{H} + j \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} \kappa \underline{E}, \quad (3.16)$$

čime se eliminiše potreba za parametrom recipročnosti u samom proračunu.

Prostiranje linearno polarizovanog talasa kroz hiralnu sredinu dovodi do rotacije pravca polarizacije koja se menja od linearne ka kružnoj. Kao posledica toga, levo i desno polarizovani cirkularni talasi se prostiru kroz njega sa različitim faznim brzinama, i u slučaju da je sredina sa gubicima, sa različitim brzinama absorpcije što ujedno predstavlja disperzivnu prirodu sredine. *Tellegen* parametar recipročnosti  $\chi$  utiče na fazu prostiranja ravanskog talasa, ali ne i na polarizaciju rotacije, dok suprotno tome, parametar hiralnosti  $\kappa$  utiče na polarizaciju rotacije bez uticaja na fazu prostiranja talasa [31].

Hiralna sredina je karakterisana ili dominantnim levim pravcem (*left handed* LH) ili dominantnim desnim pravcem (*right handed* RH) u njenoj mikrostrukturi. Kao rezultat, u hiralnoj sredini levo i desno kružno polarizovana (*left circular polarized* - LCP i *right circular polarized* - RCP) polja prostiru se sa različitim faznim brzinama: polje sa desnom cirkularnom polarizacijom brže putuje kroz RH sredinu od levo cirkularno polarizovanog talasa, i obrnuto. Optička aktivnost, koja je ispoljena od strane brojnih organskih molekula na optičkim frekvencijama je manifestacija prirodne hiralnosti ovih molekula.

Uprkos brojnim istraživanjima, još uvek nije pronađena ni jedna prirodna sredina koja može da izazove efekat transformacije linearne u cirkularnu polarizaciju na mikrotalasnim frekvencijama, iako postoji široka grupa veštačkih materijala koji su dizajnirani da proizvedu takav efekat u opsegu od par GHz do THz. Hiralni materijali i strukture privlače veliku pažnju naučnika jer potencijalna primena ovih materijala uključuje tehnologiju radarskog maskiranja (*cloaking*), optičku memoriju, fokusiranje, dizajn antena, polarizacionih uređaja i dr. [33].

### 3.4 OSOBINE METAMATERIJALA

Generalno gledano *metamaterijali* (MM) predstavljaju veštački kreirane sredine koje poseduju neobična i povoljna elektromagnetska svojstva koja se ne mogu pronaći u prirodi, mada jednoznačna definicija metamaterijala ne postoji [34]. Sa jedne strane široko prihvaćena definicija među istraživačima, definiše metamaterijale kao posebnu klasu

strukturnih materijala koji se sastoje od jediničnih ćelija ili tzv. veštačkih molekula koji zadovoljavaju uslov da njihove dimenzije ne smeju biti veće od desetog dela talasne dužine što je u skladu sa originalnim pretpostavkama i istraživanjem veštačkih dielektrika u drugoj polovini 20-og veka. Sa druge strane, neki istraživači smatraju da je takvo limitiranje dizajna samih struktura nepotrebno, i korišćenjem optičkih nanostrukture većih dimenzija proširuju samu definiciju metamaterijala radi ostvarivanja željenih efekata.

Početak ere metamaterijala smatra se istraživanje *Veselago*-a 1967. godine [35], koji je teoretski analizirao prostiranje ravanskog talasa kroz sredinu u kojoj su permitivnost i permeabilnost istovremeno imale negativne vrednosti. Istraživanje je pokazalo pojavu antiparalelnosti između grupne i fazne brzine, drugim rečima dok se energija kroz sredinu prenosi u jednom smeru ravanski talas se prostire u suprotnom smeru, što nije slučaj u konvencionalnim prirodnim sredinama. Eksperimentalna potvrda ovih karakteristika izostala je sve do samog kraja 20-og veka, kada je *Pendry* sa grupom autora krajem 90-tih godina predložio prvo dizajn ćelije na bazi tankih metalnih žica [36] a zatim i dizajn ćelije koja je poznata kao *split ring rezonator* (SRR) [37], koja ispoljava željena svojstva na mirkotalasnim frekvencijama.

Kao što je poznato, karakteristike materijala i način njihove interakcije sa elektromagnetskim poljem određeno je parametrima permitivnosti i permeabilnosti. Na osnovu ovih parametara može se izvršiti klasifikacija materijala i sredina [38,39]. Ukoliko su vrednosti ovih parametara istovremeno veće od nule,  $\epsilon > 0, \mu > 0$ , data sredina se smatra *dvostruko pozitivnom* (*Double positive* - DPS) i u ovu grupu spada većina prirodnih sredina i materijala. Sredina u kojoj je permitivnost negativna dok permeabilnost ima vrednost veću od nule,  $\epsilon < 0, \mu > 0$ , naziva se *epsilon-negativna* (*Epsilon-negative* - ENG) sredina, pri čemu ovakvu osobinu na odgovarajućim frekvencijama mogu ispoljiti plazma i neki plemeniti materijali. Suprotno prethodnoj grupi, sredine u kojima permitivnost ima pozitivnu a permeabilnost negativnu vrednost, nazivaju se *mu-negativne* (*Mu-negative* - MNG), što je karakteristično za sredine u kojima prisustvo magnetskog polja može da uzrokuje rotaciju ravni polarizacije signala koji se prostire kroz sredinu (tzv. *Girotropne* sredine) poput jonizujućih gasova i nekih tipova plazmi. Sredina sa istovremeno negativnim vrednostima permitivnosti i permeabilnosti naziva se *dvostruko negativnom* (*Double Negative* - DNG). Do sada su uspešno kreirani materijali koji poput prirodnih ispoljavaju DPS, ENG i MNG karakteristike, ali još uvek u prirodi nije pronađena sredina koja ispoljava DNG svojstva.

Dok su DPS sredine takođe poznate i kao *right handed* (RH) usled prostiranja talasnog fronta unapred kroz sredinu, DNG sredine su najčešće označavane nazivima kao što su *left handed* (LH) sredine, *backward wave* (BW) sredine, sredine sa negativnim indeksom refrakcije (*Negative-refractive-index* - NRI) i dr. Treba imati u vidu da u ovom slučaju LH i RH nisu direktno povezani sa istim terminima korišćenim u slučaju hiralnih materijala za označavanje dominantnosti pravca, jer može dovesti do zabune što se i smatra nedostatkom ovakvog načina imenovanja [39]. BW se odnosi na prostiranje ravanskog talasa unazad kroz sredinu, dok se fenomen negativnog indeksa refrakcije, prema *Snell*-ovom zakonu manifestuje negativnom refrakcijom talasa. Upadni incidenti talas se na razdvojnoj površini metamaterijala prelama u sredini unazad na istu stranu sa koje incidentni talas dolazi umesto, unapred na stranu u kojoj se javlja reflektovani talas što je slučaj kod većine prirodnih materijala.

Kako bi se uspešno realizovala DNG svojstva prilikom dizajna metamaterijala treba kombinovati najmanje dve različite ćelije kako bi se jednom obezbedila negativna permitivnost a drugom negativna permeabilnost.

Postoji više pristupa za dizajn LH metamaterijala [40] i odluka o najpogodnijem donosi se na osnovu zahteva koje dizajnirana struktura mora da ispuni:

- rezonantni pristup koji se oslanja na primenu SRR ćelija pri čemu su rezultujuće metamaterijal strukture uglavnom uskopojasne i sa izraženom anizotropijom,
- ne-rezonantni pristup na bazi primene dvostruke transmisionne linije koristan u procesu kreiranja struktura sa istovremeno malim gubicima i širokim opsegom,
- hibridni metod koji kombinuje rezonantne i ne-rezonantne delove u jednoj ćeliji može se upotrebiti za poboljšanje određenih karakteristika mikrotalasnih uređaja

Metamaterijali poslednjih godina privlače veliku pažnju istraživača zbog svojih jedinstvenih karakteristika. Oblast njihove primene je široka i obuhvata oblasti od elektronike, telekomunikacija, optike, senzora, absorbera, medicinskih uređaja pa sve do uređaja za čuvanje podataka. Za sada ne postoje ograničenja koja se tiču potencijala budućeg razvoja metamaterijala, i njihov tehnološki i ekonomski značaj je veliki uz tendenciju daljeg rasta.



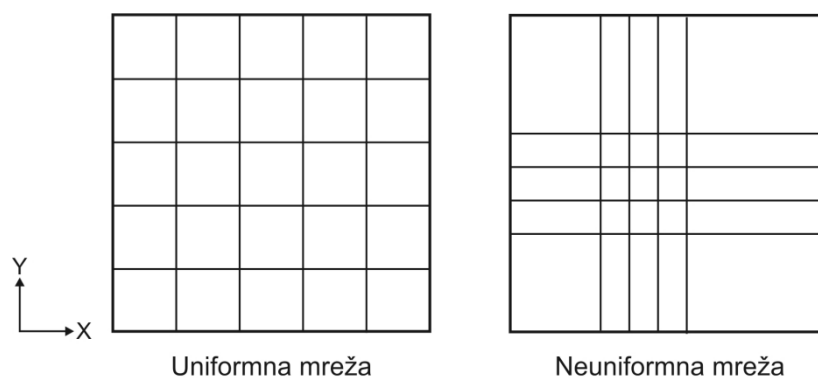
## 4. FORMULACIJA I MODELOVANJE U NEUNIFORMNOJ MREŽI

Neuniformna mreža generalno omogućava kontrolu računarskih resursa potrebnih za numeričku simulaciju, naročito u slučaju modelovanja materijala i struktura sa nelinearnim karakteristikama. Razlog za to je što nudi mogućnost da se geometrijski male oblasti, koje su od elektromagnetskog interesa, u okvirno fizički velikom modelu precizno modeluju koristeći fine ćelije (sa malim prostornim korakom) dok se u ostalom delu modela koriste ćelije sa većim korakom prostorne diskretizacije.

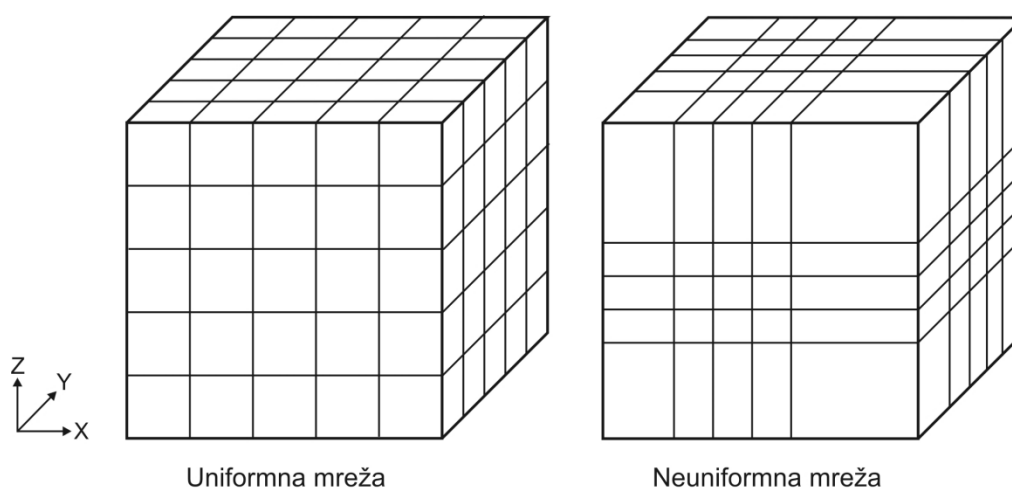
### 4.1 NEUNIFORMNA MREŽA

Mreža se može smatrati neuniformnom ukoliko se veličine jednog ili više prostornih koraka ( $\Delta x$ ,  $\Delta y$  i  $\Delta z$ ) međusobno razlikuju. Slike 4.1 i 4.2 prikazuju uporedno razliku između uniformne i neuniformne mreže za slučaj dvodimenzionalnog (2D) i trodimenzionalnog (3D) prostora.

Kao što se može videti sa prethodnih slika uniformna mreža se sastoji od ravnomerno distribuiranih ćelija pri čemu su dimenzije svih ćelija jednake  $\Delta x = \Delta y = \Delta z$ . Pristupi modelovanja elektromagnetskih struktura bazirani na upotrebi uniformne mreže jednostavniji su za implementaciju numeričkih modela, pa se iz tog razloga uniformna mreža najčešće koristila u procesu modelovanja decenijama unazad.



Slika 4.1 Grafički primer uniformne i neuniformne mreže u 2D prostoru



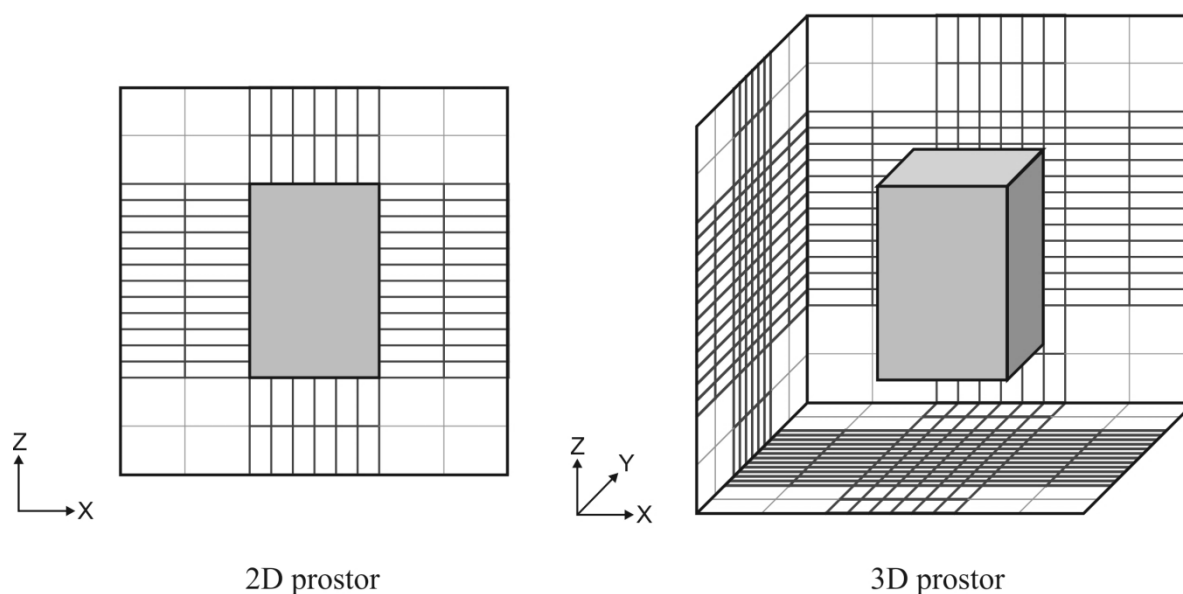
Slika 4.2 Grafički primer uniformne i neuniformne mreže u 3D prostoru

Sa ubrzanim razvojem mikro i nano tehnologija i tendencijama za rad na sve višim radnim frekvencijama, elektromagnetske strukture i sklopovi bazirani na njima postaju geometrijski sve manji dok potrebe da se detaljno opišu i analiziraju modelovane strukture u velikoj meri povećaju kompleksnost numeričkih simulacija. Da bi se ovako minijaturne strukture na pravilan način modelovale upotrebom uniformne mreže potrebno je koristiti finu rezoluciju i ćelije izuzetno malih dimenzija što može predstavljati kompjuterski i vremenski zahtevan zadatak. Takođe, problem predstavlja nemogućnost upotrebe uniformne mreže za opisivanje nelinearnih karakteristika materijala i gubitaka kako električnih tako i magnetskih unutar sredine.

Prednost neuniformnih mreža je što se postojeći resursi modelovanja mogu efikasno usmeriti korišćenjem ćelija manjih dimenzija u području modelovane geometrije ili u oblasti od elektromagnetskog značaja, što može predstavljati određeni deo modela na kome se

manifestuju efekti koji su od interesa (Slika 4.3). Van ovog područja od značaja sredina je opisana grubljom mrežom sačinjenom od ćelija većih dimenzija, što se ogleda u kraćem vremenu izvršenja simulacija i manjom potrebom za procesnom moći računara.

Sa druge strane nedostatak je to što primena neuniformnih mreža zahteva kompleksniji proces definisanja parametara modela i njegovu implementaciju kako bi se uzele u obzir različite dimenzije prostornog koraka, što ih čini nepovoljnim izborom za rešavanje jednostavnijih problema kada vreme samog modelovanja prevazilazi potrebno vreme za izvršenje simulacije upotrebom fine uniformne mreže.



Slika 4.3 Grafički primer primene neuniformne mreže u 2D i 3D prostoru

## 4.2 FORMULACIJA *MAXWELL*-OVIH JEDNAČINA ZA NEUNIFORMNU MREŽU

Kvantitativno se interakcija između vremenske i prostorne varijacije elektromagnetskih polja, usled koje nastaje talasno prostiranje EM energije, može objasniti putem *Maxwell*-ovih jednačina. Suštinska razlika u formulaciji jednačina za neuniformnu mrežu, u odnosu na postojeću formulaciju za uniformnu mrežu, u finalnoj formulaciji ogleda se u efektivnim parametrima konduktivnosti i susceptibilnosti u kojima figurišu prostorno zavisni koeficijenti [41,42].

#### 4.2.1. Diskretizacija Maxwell-ovih jednačina

Maxwell-ove jednačine elektromagnetskog polja mogu se predstaviti u kompaktnoj formi upotrebom odgovarajućih notacija za polja, struje i gustine fluksa [43] kao:

$$\begin{bmatrix} \nabla \times \underline{H} \\ -\nabla \times \underline{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_e \\ \underline{J}_m \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \underline{D} \\ \underline{B} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

gde je  $\nabla \times$  oznaka za rotor, koji kao vektorski operator pokazuje „učestanost rotacije“ vektorskog električnog polja  $\underline{E}$  i vektorskog magnetskog polja  $\underline{H}$  u Dekartovom pravouglom koordinatnom sistemu, dok su  $\underline{J}_e$  i  $\underline{J}_m$  vektori gustine električne i magnetske struje.

Konstitutivne relacije za vektor gustine električne struje  $\underline{J}_e$  i vektor gustine magnetske struje  $\underline{J}_m$  imaju oblik:

$$\begin{bmatrix} \underline{J}_e \\ \underline{J}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_{ef} \\ \underline{J}_{mf} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\sigma}_e * \underline{E} \\ \underline{\sigma}_m * \underline{H} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

gde  $\underline{J}_{ef}$  i  $\underline{J}_{mf}$  predstavljaju vektor gustine slobodne električne struje i vektor gustine slobodne magnetske struje,  $\underline{\sigma}_e$  i  $\underline{\sigma}_m$  su matrice električne i magnetske provodnosti, dok \* predstavlja simbol za konvoluciju u vremenskom domenu.

Konstitutivne relacije za vektor električne indukcije  $\underline{D}$  i vektor magnetske indukcije  $\underline{B}$  date su u jednačini (4.3):

$$\begin{bmatrix} \underline{D} \\ \underline{B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \underline{E} \\ \mu_0 \underline{H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \underline{\chi}_e \underline{\xi}_r / c \\ \underline{\zeta}_r / c \mu_0 \underline{\chi}_m \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{E} \\ \underline{H} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

pri čemu  $\varepsilon_0$  i  $\mu_0$  predstavljaju permitivnost i permeabilnost slobodnog prostora, matrice  $\underline{\chi}_e$  i  $\underline{\chi}_m$  su matrice električne i magnetske susceptibilnosti,  $c$  predstavlja brzinu svetlosti u slobodnom prostoru, dok je magnetoelektrični efekat predstavljen bezdimenzionim matricama  $\underline{\xi}_r$  i  $\underline{\zeta}_r$ .

Kombinacijom jednačina (4.1), (4.2) i (4.3) dobija se vremenski diskretna formulacija *Maxwell*-ovih jednačina:

$$\begin{bmatrix} \nabla \times \underline{H} \\ -\nabla \times \underline{E} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{J}_{ef} \\ \underline{J}_{mf} \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \epsilon_0 \underline{E} \\ \mu_0 \underline{H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\sigma}_e * \underline{E} \\ \underline{\sigma}_m * \underline{H} \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \epsilon_0 \underline{\chi}_e \underline{\zeta}_r / c \\ \underline{\zeta}_r / c \mu_0 \underline{\chi}_m \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{E} \\ \underline{H} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

#### 4.2.2. Rotori električnog i magnetskog polja

Daljim proširenjem osnovnih relacija iz jednačine (4.4) dobija se:

$$\nabla \times \underline{H} = \begin{bmatrix} \partial_y H_z - \partial_z H_y \\ -\partial_x H_z + \partial_z H_x \\ \partial_x H_y - \partial_y H_x \end{bmatrix}, \quad -\nabla \times \underline{E} = \begin{bmatrix} -\partial_y E_z + \partial_z E_y \\ \partial_x E_z - \partial_z E_x \\ -\partial_x E_y + \partial_y E_x \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

gde, na primer, notacija  $\partial_x$  predstavlja prostorni izvod  $\partial / \partial x$ . Na osnovu napona i struja moguće je odrediti komponente vektora električnog i magnetskog polja, kao na primer:

$$E_x = -V_x / \Delta x, \quad H_x = -i_x / (\Delta x \eta_0) \quad (4.6)$$

pri čemu je  $\Delta x$  prostorni korak u pravcu  $x$  ose i  $\eta_0$  je unutrašnja impedansa slobodnog prostora. Pored toga, prostorni izvodi se mogu transformisati upotrebom razvoja:

$$\partial_x = \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \frac{\partial}{\partial X} = \frac{1}{\Delta x} \partial_X \quad (4.7)$$

gde je  $\partial_X$  normalizovani prostorni izvod po  $x$  osi.

Uvođenjem jednačina (4.6) i (4.7) u jednačinu (4.5) dobija se:

$$-\nabla \times \underline{H} = \frac{1}{\eta_0} \begin{bmatrix} (\partial_Y i_z - \partial_Z i_y) / (\Delta z \Delta y) \\ (-\partial_X i_z + \partial_Z i_x) / (\Delta z \Delta x) \\ (\partial_X i_y - \partial_Y i_x) / (\Delta y \Delta x) \end{bmatrix}, \quad -\nabla \times \underline{E} = \begin{bmatrix} (-\partial_Y V_z + \partial_Z V_y) / (\Delta z \Delta y) \\ (\partial_X V_z - \partial_Z V_x) / (\Delta z \Delta x) \\ (-\partial_X V_y + \partial_Y V_x) / (\Delta y \Delta x) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Radi formiranja kompaktnijeg oblika jednačine (4.8) uvodi se matrica  $\underline{A}^{-1}$

$$\underline{\underline{A}}^{-1} = \begin{bmatrix} (\Delta z \Delta y)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & (\Delta z \Delta x)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & (\Delta y \Delta x)^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

što omogućava da se jednačina (4.8) predstavi kao:

$$-\nabla \times \underline{H} = \frac{1}{\eta_0} \underline{\underline{A}}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \partial_Y i_z - \partial_Z i_y \\ -\partial_X i_z + \partial_Z i_x \\ \partial_X i_y - \partial_Y i_x \end{bmatrix}, \quad -\nabla \times \underline{E} = \underline{\underline{A}}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} -\partial_Y V_z + \partial_Z V_y \\ \partial_X V_z - \partial_Z V_x \\ -\partial_X V_y + \partial_Y V_x \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Definisanjem vektora napona  $\underline{V}$  i struje  $\underline{i}$  kao i matrice  $\underline{\underline{C}}$  na način:

$$\underline{V} = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}, \quad \underline{i} = \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{C}} = \begin{bmatrix} 0 & -\partial_Z & \partial_Y \\ \partial_Z & 0 & -\partial_X \\ -\partial_Y & \partial_X & 0 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

jednačina (4.10) dobija formu:

$$-\begin{bmatrix} \nabla \times \underline{H} \\ \nabla \times \underline{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta_0} \underline{\underline{A}}^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{\underline{A}}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{0} & \underline{\underline{C}} \\ -\underline{\underline{C}} & \underline{0} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

#### 4.2.3. Vektori gustina slobodnih električnih i magnetskih struja

U Dekartovom koordinatnom sistemu, vektori gustine slobodnih struja imaju formu:

$$\underline{J}_{ef} = \begin{bmatrix} J_{efx} \\ J_{efy} \\ J_{efz} \end{bmatrix}, \quad \underline{J}_{mf} = \begin{bmatrix} J_{mfx} \\ J_{mfy} \\ J_{mfz} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Na osnovu slobodnih napona i struja moguće je odrediti komponente vektora gustine slobodnih struja, kao na primer:

$$J_{efx} = -i_{efx} / (\Delta_z \Delta_y \eta_0), \quad J_{mfx} = -V_{mfx} / (\Delta_z \Delta_y) \quad (4.14)$$

odnosno:

$$-\underline{J}_{ef} = \frac{1}{\eta_0} \underline{A}^{-1} \begin{bmatrix} i_{efx} \\ i_{efy} \\ i_{efz} \end{bmatrix}, \quad -\underline{J}_{mf} = \underline{A}^{-1} \begin{bmatrix} V_{mfx} \\ V_{mfy} \\ V_{mfz} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Definisanjem vektora slobodnih struja:

$$\underline{i}_{ef} = \begin{bmatrix} i_{efx} \\ i_{efy} \\ i_{efz} \end{bmatrix}, \quad \underline{V}_{mf} = \begin{bmatrix} V_{mfx} \\ V_{mfy} \\ V_{mfz} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

omogućava se kompaktni prikaz za jednačinu (4.15):

$$-\begin{bmatrix} \underline{J}_{ef} \\ \underline{J}_{mf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta_0} \underline{A}^{-1} & 0 \\ 0 & \underline{A}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{i}_{ef} \\ \underline{V}_{mf} \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

#### 4.2.4. Izvodi vektora električnog i magnetskog polja u vremenu

Izvodi vektora električnog i magnetskog polja u vremenu iz jednačine (4.4) se, imajući u vidu Dekartov koordinatni sistem, mogu predstaviti kao:

$$\frac{\partial(\varepsilon_0 \underline{E})}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 E_x \\ \varepsilon_0 E_y \\ \varepsilon_0 E_z \end{bmatrix}, \quad \frac{\partial(\mu_0 \underline{H})}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mu_0 H_x \\ \mu_0 H_y \\ \mu_0 H_z \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Operator izvoda u vremenu  $\partial / \partial t$  može se transformisati na način:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial}{\partial T} = \frac{2c\alpha_t}{\Delta l} \frac{\partial}{\partial T} \quad (4.19)$$

gde je  $\alpha_t \geq 1$  i predstavlja faktor za podešavanje prostornog koraka. Za  $\alpha_t = 1$ , brzina prostiranja talasa između susednih čvorova u mreži je, kao što je očekivano  $\Delta l / \Delta t = 2c$ . Uvođenjem jednačina (4.19) i (4.6) u jednačinu (4.18) dobija se:

$$-\frac{\partial(\varepsilon_0 \underline{E})}{\partial t} = \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} V_x / (\Delta x \eta_0) \\ V_y / (\Delta y \eta_0) \\ V_z / (\Delta z \eta_0) \end{bmatrix}, \quad -\frac{\partial(\mu_0 \underline{H})}{\partial t} = \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} i_x / \Delta x \\ i_y / \Delta y \\ i_z / \Delta z \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Definisanjem matrice  $\underline{\underline{\Delta}}^{-1}$  na način:

$$\underline{\underline{\Delta}}^{-1} = \begin{bmatrix} \Delta x^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & \Delta y^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta z^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

jednačina (4.20) postaje:

$$-\frac{\partial(\varepsilon_0 \underline{E})}{\partial t} = \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{1}{\eta_0} \frac{\partial}{\partial T} \underline{\underline{\Delta}}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}, \quad -\frac{\partial(\mu_0 \underline{H})}{\partial t} = \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \underline{\underline{\Delta}}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

U vektorsko-matričnoj formi jednačina (4.22) dobija oblik:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \underline{E} \\ \mu_0 \underline{H} \end{bmatrix} = \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta_0} \underline{\underline{\Delta}}^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{\underline{\Delta}}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

#### 4.2.5. Vektori električne i magnetske provodnosti

Član u jednačini (4.4) koji sadrži električnu provodnost se može izraziti kao:

$$\underline{\underline{\sigma}}_e * \underline{E} = \begin{bmatrix} \sigma_e^{xx} & \sigma_e^{xy} & \sigma_e^{xz} \\ \sigma_e^{yx} & \sigma_e^{yy} & \sigma_e^{yz} \\ \sigma_e^{zx} & \sigma_e^{zy} & \sigma_e^{zz} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Normalizacijom električne provodnosti, kao na primer:

$$\sigma_e^{xx} = g_e^{xx} \Delta x / (\Delta z \Delta y \eta_0), \quad \sigma_e^{xy} = g_e^{xy} \Delta y / (\Delta z \Delta y \eta_0) \quad (4.25)$$

dobija se sledeći oblik:



$$-\underline{\underline{\sigma}}_e * \underline{E} = \frac{1}{\eta_0} \begin{bmatrix} (\Delta z \Delta y)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & (\Delta z \Delta x)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & (\Delta y \Delta x)^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_e^{xx} & g_e^{xy} & g_e^{xz} \\ g_e^{yx} & g_e^{yy} & g_e^{yz} \\ g_e^{zx} & g_e^{zy} & g_e^{zz} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Za kompaktniju notaciju definiše se matrica  $\underline{\underline{g}}_e$  :

$$\underline{\underline{g}}_e = \begin{bmatrix} g_e^{xx} & g_e^{xy} & g_e^{xz} \\ g_e^{yx} & g_e^{yy} & g_e^{yz} \\ g_e^{zx} & g_e^{zy} & g_e^{zz} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

čijom upotrebom se jednačina (4.26) svodi na oblik:

$$-\underline{\underline{\sigma}}_e * \underline{E} = \frac{1}{\eta_0} \underline{\underline{A}}^{-1} \cdot \underline{\underline{g}}_e * \underline{V} \quad (4.28)$$

Na sličan način, član u jednačini (4.4) koji sadrži magnetsku provodnost se može izraziti kao:

$$\underline{\underline{\sigma}}_m * \underline{E} = \begin{bmatrix} \sigma_m^{xx} & \sigma_m^{xy} & \sigma_m^{xz} \\ \sigma_m^{yx} & \sigma_m^{yy} & \sigma_m^{yz} \\ \sigma_m^{zx} & \sigma_m^{zy} & \sigma_m^{zz} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Normalizacijom magnetske provodnosti, kao na primer:

$$\sigma_m^{xx} = r_m^{xx} \Delta x \eta_0 / (\Delta z \Delta y), \quad \sigma_m^{xy} = r_m^{xy} \Delta y \eta_0 / (\Delta z \Delta y) \quad (4.30)$$

dobija se oblik:

$$-\underline{\underline{\sigma}}_m * \underline{H} = \begin{bmatrix} (\Delta z \Delta y)^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & (\Delta z \Delta x)^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & (\Delta y \Delta x)^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_m^{xx} & r_m^{xy} & r_m^{xz} \\ r_m^{yx} & r_m^{yy} & r_m^{yz} \\ r_m^{zx} & r_m^{zy} & r_m^{zz} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Kao i u slučaju električne provodnosti zbog kompaktnosti izraza može se definisati matrica  $\underline{\underline{r}}_m$  :

$$\underline{\underline{r}}_m = \begin{bmatrix} r_m^{xx} & r_m^{xy} & r_m^{xz} \\ r_m^{yx} & r_m^{yy} & r_m^{yz} \\ r_m^{zx} & r_m^{zy} & r_m^{zz} \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

Daljim korišćenjem matrice  $\underline{\underline{r}}_m$  u jednačinu (4.31) sledi:

$$-\underline{\underline{\sigma}}_m * \underline{\underline{H}} = \underline{\underline{A}}^{-1} \cdot \underline{\underline{r}}_m * \underline{\underline{i}} \quad (4.33)$$

Kombinovanjem jednačina (4.28) i (4.32) dobija se:

$$-\begin{bmatrix} \underline{\underline{\sigma}}_e * \underline{\underline{E}} \\ \underline{\underline{\sigma}}_m * \underline{\underline{H}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\eta_0} \underline{\underline{A}}^{-1} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{A}}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{g}}_e * \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{r}}_m * \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

#### 4.2.6. Izvod matrice susceptibilnosti u vremenu

Član u jednačini (4.4) koji se odnosi na izvod susceptibilnosti u vremenu se može izraziti kao:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \underline{\underline{\chi}}_e & \underline{\underline{\xi}}_r / c \\ \underline{\underline{\zeta}}_r / c & \mu_0 \underline{\underline{\chi}}_m \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{\underline{E}} \\ \underline{\underline{H}} \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \chi_e^{xx} & \varepsilon_0 \chi_e^{xy} & \varepsilon_0 \chi_e^{xz} & \xi_r^{xx} / c & \xi_r^{xy} / c & \xi_r^{xz} / c \\ \varepsilon_0 \chi_e^{yx} & \varepsilon_0 \chi_e^{yy} & \varepsilon_0 \chi_e^{yz} & \xi_r^{yx} / c & \xi_r^{yy} / c & \xi_r^{yz} / c \\ \varepsilon_0 \chi_e^{zx} & \varepsilon_0 \chi_e^{zy} & \varepsilon_0 \chi_e^{zz} & \xi_r^{zx} / c & \xi_r^{zy} / c & \xi_r^{zz} / c \\ \zeta_r^{xx} / c & \zeta_r^{xy} / c & \zeta_r^{xz} / c & \mu_0 \chi_m^{xx} & \mu_0 \chi_m^{xy} & \mu_0 \chi_m^{xz} \\ \zeta_r^{yx} / c & \zeta_r^{yy} / c & \zeta_r^{yz} / c & \mu_0 \chi_m^{yx} & \mu_0 \chi_m^{yy} & \mu_0 \chi_m^{yz} \\ \zeta_r^{zx} / c & \zeta_r^{zy} / c & \zeta_r^{zz} / c & \mu_0 \chi_m^{zx} & \mu_0 \chi_m^{zy} & \mu_0 \chi_m^{zz} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Njegovom transformacijom u normalizovani oblik sledi da je:

$$-\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \underline{\underline{\chi}}_e & \underline{\underline{\xi}}_r / c \\ \underline{\underline{\zeta}}_r / c & \mu_0 \underline{\underline{\chi}}_m \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{\underline{E}} \\ \underline{\underline{H}} \end{bmatrix} = \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\chi}}_e / \eta_0 & \underline{\underline{\xi}}_r / \eta_0 \\ \underline{\underline{\zeta}}_r & \underline{\underline{\chi}}_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Delta}}^{-1} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{\Delta}}^{-1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

#### 4.2.7. Normalizovani oblik *Maxwell*-ovih jednačina

Nakon ubacivanja jednačina (4.12), (4.17), (4.23), (4.34) i (4.36) u jednačinu (4.4) ona dobija oblik:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}}^{-1} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{A}}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{C}} \\ -\underline{\underline{C}} & \underline{\underline{0}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}}^{-1} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{A}}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{i}}_{ef} \\ \underline{\underline{V}}_{mf} \end{bmatrix} = \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Delta}}^{-1} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{\Delta}}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}}^{-1} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{A}}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{g}}_e * \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{r}}_m * \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} + \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\chi}}_e & \underline{\underline{\xi}}_r \\ \underline{\underline{\zeta}}_r & \underline{\underline{\chi}}_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Delta}}^{-1} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{\Delta}}^{-1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.37)$$

Množeći obe strane jednačine (4.37) prethodno definisanom matricom  $\underline{\underline{A}}$  dobija se jednačina:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{C}} \\ -\underline{\underline{C}} & \underline{\underline{0}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{\underline{i}}_{ef} \\ \underline{\underline{V}}_{mf} \end{bmatrix} = \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{A}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Delta}}^{-1} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{\Delta}}^{-1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} + \\ + \begin{bmatrix} \underline{\underline{g}}_e * \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{r}}_m * \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} + \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{A}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{\chi}}_e & \underline{\underline{\xi}}_r \\ \underline{\underline{\zeta}}_r & \underline{\underline{\chi}}_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Delta}}^{-1} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{\Delta}}^{-1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.38)$$

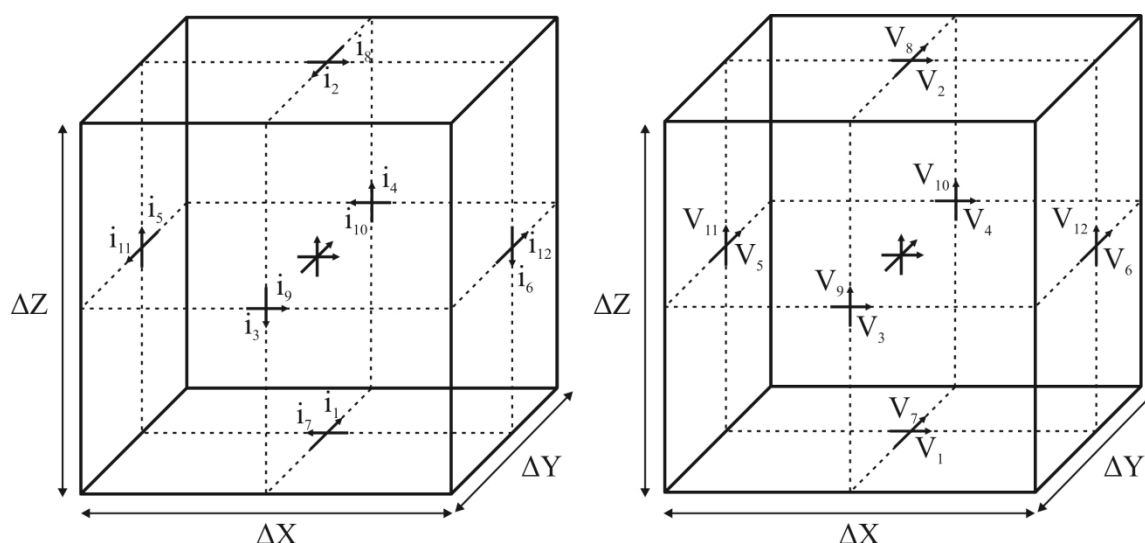
Definisanjem matrice  $\underline{\underline{\chi}}_b$ :

$$\underline{\underline{\chi}}_b = \left( \frac{\alpha_t}{\Delta l} \right) \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{\Delta}}^{-1} - \underline{\underline{1}} \quad (4.39)$$

gde  $\underline{\underline{1}}$  predstavlja jediničnu matricu, dolazi se do finalne formulacije *Maxwell*-ovih jednačina za neuniformnu mrežu:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{C}} \\ -\underline{\underline{C}} & \underline{\underline{0}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \underline{\underline{i}}_{ef} \\ \underline{\underline{V}}_{mf} \end{bmatrix} = 2 \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} + 2 \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{\underline{\chi}}_b & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{\chi}}_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\underline{g}}_e * \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{r}}_m * \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} + \\ + \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{\underline{A}} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{A}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{\chi}}_e & \underline{\underline{\xi}}_r \\ \underline{\underline{\zeta}}_r & \underline{\underline{\chi}}_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\underline{\Delta}}^{-1} & \underline{\underline{0}} \\ \underline{\underline{0}} & \underline{\underline{\Delta}}^{-1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{\underline{V}} \\ \underline{\underline{i}} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.40)$$

#### 4.2.8. Rešavanje normalizovanih parcijalnih izvoda metodom konačnih razlika



Slika 4.4 Pozicije i polarizacije naponskih i strujnih impulsa na površini TLM 3D ćelije

Upotrebom metoda konačnih razlika napona i struja na površini TLM ćelije mogu se aproksimativno rešiti normalizovani parcijalni izvodi u matrici  $\underline{\underline{C}}$ . Imajući u vidu oznake, poziciju i polarizaciju naponskih i strujnih impulsa prikazanih na slici 4.4, može se primetiti da je na primer  $-\partial_Z i_y = i_1 + i_2$ ,  $\partial_Z V_y = -(V_7 - V_8)$  itd, odnosno:

$$\begin{bmatrix} 0 & \underline{\underline{C}} \\ -\underline{\underline{C}} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial_Y i_z - \partial_Z i_y \\ -\partial_X i_z + \partial_Z i_x \\ \partial_X i_y - \partial_Y i_x \\ -\partial_Y V_z + \partial_Z V_y \\ \partial_X V_z - \partial_Z V_x \\ -\partial_X V_y + \partial_Y V_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_1 + i_2 + i_3 + i_4 \\ i_5 + i_6 + i_7 + i_8 \\ i_9 + i_{10} + i_{11} + i_{12} \\ -(V_7 - V_8 - V_9 + V_{10}) \\ -(V_{11} - V_{12} - V_1 + V_2) \\ -(V_3 - V_4 - V_5 + V_6) \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Transformacijom u talasni oblik [11] koristeći jednačinu (4.42):

$$\begin{bmatrix} i_1 + i_2 + i_3 + i_4 \\ i_5 + i_6 + i_7 + i_8 \\ i_9 + i_{10} + i_{11} + i_{12} \\ -(V_7 - V_8 - V_9 + V_{10}) \\ -(V_{11} - V_{12} - V_1 + V_2) \\ -(V_3 - V_4 - V_5 + V_6) \end{bmatrix} - 2 \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} \xrightarrow{TLM} 2 \begin{bmatrix} V_1^i + V_2^i + V_3^i + V_4^i \\ V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_8^i \\ V_9^i + V_{10}^i + V_{11}^i + V_{12}^i \\ -(V_7^i - V_8^i - V_9^i + V_{10}^i) \\ -(V_{11}^i - V_{12}^i - V_1^i + V_2^i) \\ -(V_3^i - V_4^i - V_5^i + V_6^i) \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

gde  $i$  označava incidentni talas, jednačina (4.40) poprima oblik:

$$\begin{bmatrix} V_1^i + V_2^i + V_3^i + V_4^i \\ V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_8^i \\ V_9^i + V_{10}^i + V_{11}^i + V_{12}^i \\ -(V_7^i - V_8^i - V_9^i + V_{10}^i) \\ -(V_{11}^i - V_{12}^i - V_1^i + V_2^i) \\ -(V_3^i - V_4^i - V_5^i + V_6^i) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{efx} \\ i_{efy} \\ i_{efz} \\ V_{mfx} \\ V_{mfy} \\ V_{mfz} \end{bmatrix} = 4 \begin{bmatrix} V \\ i \end{bmatrix} + 2 \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{\chi}_b & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{\chi}_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{g}_e * V \\ \underline{r}_m * i \end{bmatrix} + \\ + \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{A} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\chi}_e & \underline{\xi}_r \\ \underline{\zeta}_r & \underline{\chi}_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta}^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{\Delta}^{-1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} V \\ i \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Leva strana jednačine (4.43) sastoji se od incidentnih naponskih talasa, izvora slobodnih struja i pobuđenih polja u TLM ćeliji. Definišući taj deo kao pobudni vektor:

$$\begin{bmatrix} V_1^i + V_2^i + V_3^i + V_4^i \\ V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_8^i \\ V_9^i + V_{10}^i + V_{11}^i + V_{12}^i \\ -(V_7^i - V_8^i - V_9^i + V_{10}^i) \\ -(V_{11}^i - V_{12}^i - V_1^i + V_2^i) \\ -(V_3^i - V_4^i - V_5^i + V_6^i) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{efx} \\ i_{efy} \\ i_{efz} \\ V_{mfx} \\ V_{mfy} \\ V_{mfz} \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} V_x^r \\ V_y^r \\ V_z^r \\ -i_x^r \\ -i_y^r \\ -i_z^r \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} V^r \\ -i^r \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

jednačina (4.43) dobija oblik:

$$\begin{aligned}
 2 \begin{bmatrix} \underline{V}^r \\ -\underline{i}^r \end{bmatrix} &= 4 \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} + 2 \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{\chi}_b & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{\chi}_b \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} \underline{g}_e * \underline{V} \\ \underline{r}_m * \underline{i} \end{bmatrix} + \left( \frac{2\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{A} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\chi}_e & \underline{\xi}_r \\ \underline{\zeta}_r & \underline{\chi}_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta}^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{\Delta}^{-1} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.45}$$

Ako se uvede matrica efektivnih susceptibilnosti na način:

$$\begin{bmatrix} \underline{\chi}_e^{eff} & \underline{\xi}_r^{eff} \\ \underline{\zeta}_r^{eff} & \underline{\chi}_m^{eff} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{\chi}_b & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{\chi}_b \end{bmatrix} + \left( \frac{\alpha_t}{\Delta l} \right) \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{A} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\chi}_e & \underline{\xi}_r \\ \underline{\zeta}_r & \underline{\chi}_m \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta}^{-1} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{\Delta}^{-1} \end{bmatrix} \tag{4.46}$$

jednačina (4.45) poprima oblik:

$$2 \begin{bmatrix} \underline{V}^r \\ -\underline{i}^r \end{bmatrix} = 4 \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{g}_e * \underline{V} \\ \underline{r}_m * \underline{i} \end{bmatrix} + 2 \frac{\partial}{\partial T} \begin{bmatrix} \underline{A} & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{A} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\chi}_e^{eff} & \underline{\xi}_r^{eff} \\ \underline{\zeta}_r^{eff} & \underline{\chi}_m^{eff} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} \tag{4.47}$$

Definisanjem sledećih veličina:

$$\underline{F}^r = \begin{bmatrix} \underline{V}^r \\ -\underline{i}^r \end{bmatrix}, \underline{F} = \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix}, \underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \underline{g}_e & \underline{0} \\ \underline{0} & \underline{r}_m \end{bmatrix}, \underline{M} = \begin{bmatrix} \underline{\chi}_e^{eff} & \underline{\xi}_r^{eff} \\ \underline{\zeta}_r^{eff} & \underline{\chi}_m^{eff} \end{bmatrix} \tag{4.48}$$

dobija se kompaktniji oblik jednačine (4.47):

$$2\underline{F}^r = 4\underline{F} + \underline{\sigma}(T) * \underline{F} + 2 \frac{\partial}{\partial T} [\underline{M}(T) * \underline{F}] \tag{4.49}$$

Činjenica da matrica provodnosti  $\underline{\sigma}(T)$  i matrica efektivnih susceptibilnosti  $\underline{M}(T)$  mogu sadržati vremenski zavisne elemente, naznačena je argumentima ( $T$ ).

## **5. RAZVOJ KOMPAKTNIH TLM MODELA NA BAZI DIGITALNIH FILTERA ZA POSREDNO MODELOVANJE ELEKTROMAGNETSKIH STRUKTURA**

### **5.1 FORMULACIJA Z-TLM METODA**

TLM metod na bazi  $Z$  transformacija razvijen je za potrebe modelovanja generalnih karakteristika disperzivnih i anizotropnih materijala u vremenskom domenu. Inicijalno je najpre razvijena 1D formulacija ovog metoda, nakon čega je proširena na 3D prostor kako bi se omogućilo modelovanje kompleksnih struktura [11-15].

Kao što je navedeno u poglavlju §2.3,  $Z$ -TLM algoritam se u osnovi, nezavisno od same formulacije, sastoji iz četiri koraka (što će u nastavku biti i prikazano), pri čemu prva tri koraka obuhvataju proces rasejanja dok četvrti korak predstavlja proces povezivanja.

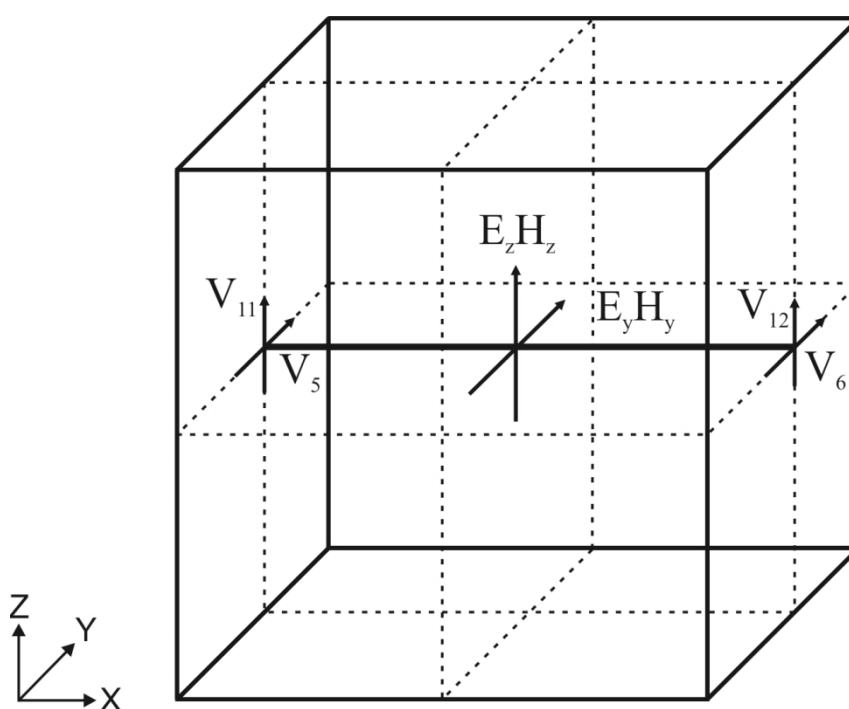
Što se tiče  $Z$  transformacionih tehnika u svim modelima u okviru disertacije *Bilinearna  $Z$  transformacija* koristiće se kao optimalni izbor.

#### **5.1.1. 1D Formulacija**

1D formulacija se može odvojeno izvoditi za serijski ili paralelni 1D TLM čvor kako bi se odredile odgovarajuće komponente električnog ili magnetskog polja, ali najčešće je

praktičnije koristiti formulaciju za tzv. kondenzovani 1D TLM čvor [11] koji predstavlja kombinaciju prethodna dva čvora. Na ovaj način omogućava se rešavanje oba polja istovremeno, za slučaj prostiranja u materijalima koji imaju električne i magnetske karakteristike.

Umesto originalne 1D formulacije koja se može naći u [12,13], u nastavku ovog poglavlja će biti prikazana 1D formulacija definisana za potrebe modelovanja anizotropnih materijala [11]. Kao početni uslov, pretpostavlja se da se elektromagnetsko polje prostire duž  $x$  ose Dekartovog pravougaonog koordinatnog sistema, pri čemu električno i magnetsko polje imaju  $y$  i  $z$  komponente.



Slika 5.1. 1D TLM anizotropni čvor

Formulacija se bazira na 1D TLM anizotropnom čvoru (Slika 5.1.) koji ima četiri porta ( $V_5$ ,  $V_6$ ,  $V_{11}$  i  $V_{12}$ ) kao i četiri komponente polja ( $E_y$ ,  $E_z$ ,  $H_y$  i  $H_z$ ) koje se rešavaju u centru čvora. Radi jednostavnijeg poređenja oznake naponskih impulsa na portovima su iste kao i oznake naponskih impulsa za 3D čvor. 1D čvor u opštem slučaju neuniformne mreže opisuje ćeliju dimenzija  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  i  $\Delta z$ , ali će se radi pojednostavljenja, u okviru svih modela u nastavku disertacije, smatrati da su prostorni koraci diskretizacije jednaki i da važi da je  $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta l$ .

Formulacija se na početku zasniva na rešavanju *Maxwell*-ovih jednačina kao što je prikazano u poglavlju §4 (jednačina (4.4)).



$$\begin{bmatrix} \nabla \times \underline{H} \\ -\nabla \times \underline{E} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_{ef} \\ J_{mf} \end{bmatrix} = \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \underline{E} \\ \mu_0 \underline{H} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\sigma}_e * \underline{E} \\ \underline{\sigma}_m * \underline{H} \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \underline{\chi}_e \underline{\xi}_r / c \\ \underline{\xi}_r / c \mu_0 \underline{\chi}_m \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \underline{E} \\ \underline{H} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Za potrebe anizotropne 1D formulacije izraz (5.1) svodi se na formu:

$$\begin{bmatrix} (\nabla \times \underline{H})_y \\ (\nabla \times \underline{H})_z \\ -(\nabla \times \underline{E})_y \\ -(\nabla \times \underline{E})_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} J_{efy} \\ J_{efz} \\ J_{mfy} \\ J_{mfz} \end{bmatrix} = s \begin{bmatrix} \varepsilon_0 E_y \\ \varepsilon_0 E_z \\ \mu_0 H_y \\ \mu_0 H_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{\sigma}_e \\ \underline{\sigma}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_y \\ E_z \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} + s \begin{bmatrix} \varepsilon_0 \underline{\chi}_e \underline{\xi}_r / c \\ \underline{\xi}_r / c \mu_0 \underline{\chi}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_y \\ E_z \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix}, \quad (5.2)$$

gde matrice provodnosti i susceptibilnosti imaju oblik:

$$\underline{\underline{\sigma}}_e = \begin{bmatrix} \sigma_e^{yy} & \sigma_e^{yz} \\ \sigma_e^{zy} & \sigma_e^{zz} \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{\chi}}_e = \begin{bmatrix} \chi_e^{yy} & \chi_e^{yz} \\ \chi_e^{zy} & \chi_e^{zz} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

dok notacija  $(\nabla \times \underline{H})_a$  označava komponentu  $\nabla \times \underline{H}$  u pravcu  $a$ , a notacija  $(\nabla \times \underline{E})_a$  označava komponentu  $\nabla \times \underline{E}$  u pravcu  $a$ .

Uvođenjem normalizacije za komponente električnog i magnetskog polja:

$$E_y = -V_y / \Delta l, \quad H_y = -I_y / \Delta l = -i_y / (\Delta l \eta_0), \quad (5.4)$$

$$E_z = -V_z / \Delta l, \quad H_z = -I_z / \Delta l = -i_z / (\Delta l \eta_0), \quad (5.5)$$

normalizacija za slobodne struje i gustine napona:

$$J_{efy} = -I_{fy} / \Delta l^2 = -i_{fy} / (\Delta l^2 \eta_0), \quad J_{mfy} = -V_{fy} / \Delta l^2, \quad (5.6)$$

$$J_{efz} = -I_{fz} / \Delta l^2 = -i_{fz} / (\Delta l^2 \eta_0), \quad J_{mfz} = -V_{fz} / \Delta l^2, \quad (5.7)$$

i transformacija za električnu i magnetsku provodnost:

$$\sigma_e = G_e / \Delta l = g_e / (\Delta l \eta_0), \quad \sigma_m = R_m / \Delta l = r_m \eta_0 / \Delta l, \quad (5.8)$$

pri čemu je brzina prostiranja unutar modela jednaka brzini svetlosti u slobodnom prostoru,  $\Delta l / \Delta t = c$ , jednačina (5.2) dobija oblik:

$$\begin{bmatrix} i_y \\ i_z \\ -V_y \\ -V_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{fy} \\ i_{fz} \\ i_{fy} \\ i_{fz} \end{bmatrix} = \bar{s} \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{g_e} \\ \underline{r_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} + \bar{s} \begin{bmatrix} \underline{\chi_e} & \underline{\xi_r} \\ \underline{\zeta_r} & \underline{\chi_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix}, \quad (5.9)$$

gde  $\bar{s} = s\Delta t$  predstavlja normalizovanu Laplasovu promenljivu:

Uvođenjem rešenja jednačina ekvivalentnog kola paralelnog i rednog 1D TLM čvora u frekvencijskom domenu, dobija se da je:

$$\begin{bmatrix} V_5 + V_6 \\ V_{11} + V_{12} \\ V_{11} - V_{12} \\ V_5 - V_6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{fy} \\ i_{fz} \\ V_{fy} \\ V_{fz} \end{bmatrix} = \bar{s} \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{g_e} \\ \underline{r_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} + \bar{s} \begin{bmatrix} \underline{\chi_e} & \underline{\xi_r} \\ \underline{\zeta_r} & \underline{\chi_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

Transformacijom jednačine u talasni oblik [11] jednačina (5.9) postaje:

$$2 \begin{bmatrix} V_5 + V_6 \\ V_{11} + V_{12} \\ V_{11} - V_{12} \\ V_5 - V_6 \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} i_{fy} \\ i_{fz} \\ V_{fy} \\ V_{fz} \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{g_e} \\ \underline{r_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} + \bar{s} \begin{bmatrix} \underline{\chi_e} & \underline{\xi_r} \\ \underline{\zeta_r} & \underline{\chi_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix}. \quad (5.11)$$

Leva strana jednačine (5.9) može se definisati u formi reflektovanih polja

$$2 \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ -i_y \\ -i_z \end{bmatrix}^r = 2 \begin{bmatrix} V_5 + V_6 \\ V_{11} + V_{12} \\ V_{11} - V_{12} \\ V_5 - V_6 \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} i_{fy} \\ i_{fz} \\ V_{fy} \\ V_{fz} \end{bmatrix}, \quad (5.12)$$

što ujedno predstavlja i *prvi korak* Z-TLM algoritma u okviru kojeg se reflektovana polja proračunavaju na osnovu incidentnih napona i slobodnih izvora.

Kombinovanjem izraza (5.11) i (5.12) sledi:

$$2 \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ -i_y \\ -i_z \end{bmatrix}^r = 2 \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{g}_e \\ \underline{r}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} + \bar{s} \begin{bmatrix} \underline{\chi}_e & \underline{\xi}_r \\ \underline{\zeta}_r & \underline{\chi}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_y \\ V_z \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix}, \quad (5.13)$$

što se u kompaktnoj notaciji može napisati kao:

$$2 \begin{bmatrix} \underline{V} \\ -\underline{i} \end{bmatrix}^r = 2 \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{g}_e \\ \underline{r}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix} + \bar{s} \begin{bmatrix} \underline{\chi}_e & \underline{\xi}_r \\ \underline{\zeta}_r & \underline{\chi}_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

i u matričnom obliku kao:

$$2\underline{F}^r = \left( \underline{2} + \underline{\sigma} + \bar{s}\underline{M} \right) \underline{F}. \quad (5.15)$$

Dalje, definisanjem matrice frekvencijski zavisnih transmisionih koeficijenata:

$$\underline{t} = 2 / \left( \underline{2} + \underline{\sigma} + \bar{s}\underline{M} \right) \quad (5.16)$$

iz izraza (5.14) sledi *drugi korak* algoritma i proračunavanje ukupnog polja koji se u kompaktnoj notaciji može predstaviti kao:

$$\underline{F} = \underline{t} \cdot \underline{F}^r. \quad (5.17)$$

*Treći korak* Z-TLM algoritma predstavlja proračunavanje reflektovanih naponskih impulsa na vodovima. Na osnovu relacija između napona i struja na portovima 1D anizotropne TLM ćelije, koje se mogu analizirati rešavanjem ekvivalentnog kola, sledi:

$$\begin{bmatrix} V_5 \\ V_6 \\ V_{11} \\ V_{12} \end{bmatrix}^r = \begin{bmatrix} V_y - i_z - V_5^i \\ V_y + i_z - V_6^i \\ V_z + i_y - V_{12}^i \\ V_z - i_y - V_{11}^i \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

U okviru procedure povezivanja u *četvrtom koraku*, reflektovani naponi se razmenjuju između susednih čvorova, pri čemu reflektovani napon čvora na koordinati (X) postaje incidentni napon u čvoru na koordinati (X+1) i obrnuto u narednom vremenskom koraku.

$$\begin{bmatrix} V_5^r[x] \\ V_6^r[x+1] \\ V_{11}^r[x] \\ V_{12}^r[x+1] \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} V_6^i[x+1] \\ V_5^i[x] \\ V_{12}^i[x+1] \\ V_{11}^i[x] \end{bmatrix}, \quad (5.19)$$

Primenom bilinearne Z transformacije:

$$\underline{s} = 2 \frac{(1 - z^{-1})}{(1 + z^{-1})}, \quad (5.20)$$

na izraz (5.15), uzevši u obzir da se frekvencijska zavisnost kod vremenskog modelovanja kauzalnih funkcija može predstaviti tako da bude funkcija vrednosti elektromagnetskog polja iz prethodnog trenutka, parcijalnim razvojem sledećeg oblika:

$$(1 + z^{-1})\underline{\underline{\sigma}}(z) = \underline{\underline{\sigma}}_0 + z^{-1}(\underline{\underline{\sigma}}_1 + \overline{\underline{\underline{\sigma}}(z)}), \quad (5.21)$$

$$(1 - z^{-1})\underline{\underline{M}}(z) = \underline{\underline{M}}_0 - z^{-1}(\underline{\underline{M}}_1 + \overline{\underline{\underline{M}}(z)}), \quad (5.22)$$

dobija se jednačina:

$$\underline{\underline{T}}^{-1}\underline{\underline{F}} = 2\underline{\underline{F}}^r + z^{-1}(2\underline{\underline{F}}^r + \underline{\underline{k}}\underline{\underline{F}} - \overline{\underline{\underline{\sigma}}(z)}\underline{\underline{F}} + 2\overline{\underline{\underline{M}}(z)}\underline{\underline{F}}), \quad (5.23)$$

gde je:

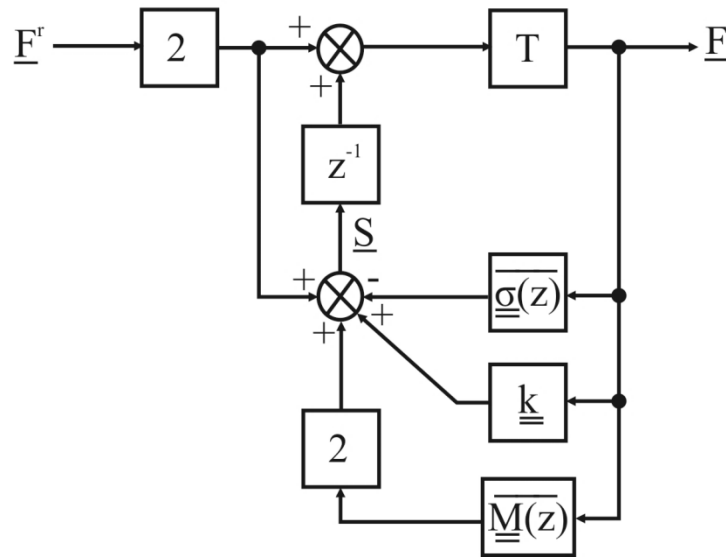
$$\underline{\underline{T}}^{-1} = 2 + \underline{\underline{\sigma}}_0 + 2\underline{\underline{M}}_0, \quad (5.24)$$

$$\underline{\underline{k}} = -(2 + \underline{\underline{\sigma}}_1 + 2\underline{\underline{M}}_1). \quad (5.25)$$

Ukoliko se uvede vektor akumulatora , izraz (5.23) se može napisati kao:

$$\underline{\underline{F}} = \underline{\underline{T}}(2\underline{\underline{F}}^r + z^{-1}\underline{\underline{S}}). \quad (5.26)$$

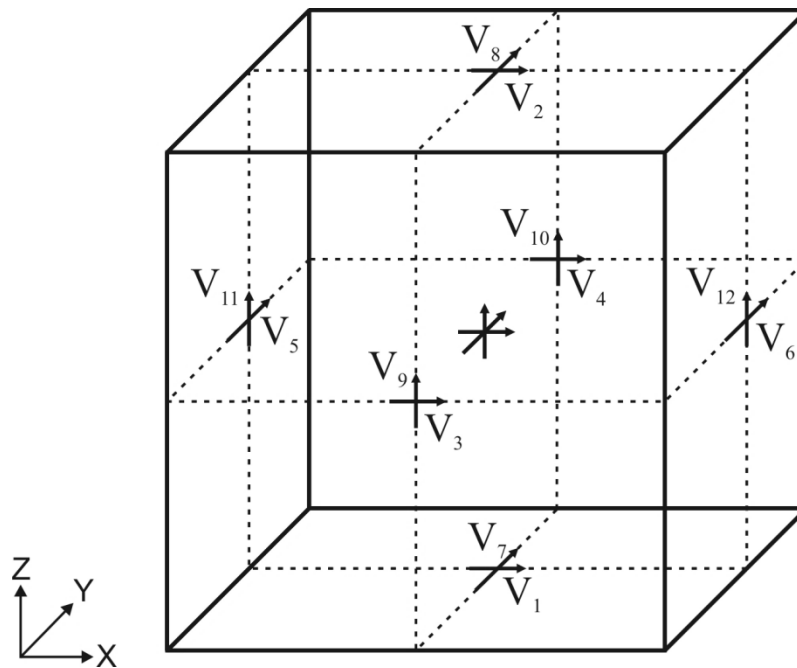
Funkcija (5.23) u formi dijagrama toka signala, predstavljena je na slici 5.2.



Slika 5.2. Dijagram toka za proces rasejanja u slučaju anizotropnog materijala

### 5.1.2. 3D Formulacija

3D formulacija za slučaj neuniformne 3D ćelije data je u poglavlju §4. 3D čvor koji definiše ćeliju, kao što je ranije navedeno, ima 12 portova i 6 komponenti elektromagnetskog polja koje se rešavaju u centru ćelije (Slika 5.3.). Brzina prostiranja na transmissionim linijama unutar uniformne 3D mreže je  $2c = \Delta l / \Delta t$ .



Slika 5.3. 3D TLM ćelija

U jednačinama (4.44) i (4.49), koje su radi pogodnosti ovde ponovljene, definisani su prvi i drugi korak Z-TLM algoritma za 3D formulaciju respektivno.

$$2 \begin{bmatrix} V_1^i + V_2^i + V_3^i + V_4^i \\ V_5^i + V_6^i + V_7^i + V_8^i \\ V_9^i + V_{10}^i + V_{11}^i + V_{12}^i \\ -(V_7^i - V_8^i - V_9^i + V_{10}^i) \\ -(V_{11}^i - V_{12}^i - V_1^i + V_2^i) \\ -(V_3^i - V_4^i - V_5^i + V_6^i) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} i_{efx} \\ i_{efy} \\ i_{efz} \\ V_{mfx} \\ V_{mfy} \\ V_{mfz} \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} V_x^r \\ V_y^r \\ V_z^r \\ -i_x^r \\ -i_y^r \\ -i_z^r \end{bmatrix}, \quad (5.27)$$

$$2\underline{F}^r = 4\underline{F} + \underline{\sigma}(T) * \underline{F} + 2 \frac{\partial}{\partial T} [\underline{M}(T) * \underline{F}] \quad (5.28)$$

Reflektovani naponi na vodovima kao *treći korak* Z-TLM algoritma, na osnovu relacija incidentnih naponskih impulsa na portovima i komponenti polja, se izračunavaju prema jednačini (5.30).

$$\begin{bmatrix} V_1^r \\ V_2^r \\ V_3^r \\ V_4^r \\ V_5^r \\ V_6^r \\ V_7^r \\ V_8^r \\ V_9^r \\ V_{10}^r \\ V_{11}^r \\ V_{12}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_x - i_y \\ V_x + i_y \\ V_x + i_z \\ V_x - i_z \\ V_y - i_z \\ V_y + i_z \\ V_y + i_x \\ V_y - i_x \\ V_z - i_x \\ V_z + i_x \\ V_z + i_y \\ V_z - i_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_2^i \\ V_1^i \\ V_4^i \\ V_3^i \\ V_6^i \\ V_5^i \\ V_8^i \\ V_7^i \\ V_{10}^i \\ V_9^i \\ V_{12}^i \\ V_{11}^i \end{bmatrix}. \quad (5.30)$$

Vektor reflektovanih naponskih impulsa na osnovu prethodnog izraza se takođe može odrediti kao:

$$\underline{V}^r = \underline{R} \cdot \underline{F} - \underline{P} \cdot \underline{V}^i \quad (5.31)$$

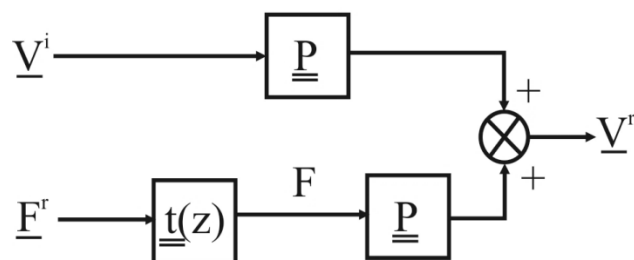
gde su  $\underline{\underline{R}}$  i  $\underline{\underline{P}}$  matrice kombinacije vektora incidentnih napona  $\underline{V}^i$ . Takođe, može se definisati i vektor sortiranih incidentnih napona  $\underline{\tilde{V}}^i$  prilikom čega se eliminiše potreba za matricom  $\underline{\underline{P}}$  iz čega sledi alternativni oblik jednačine (5.31):

$$\underline{V}^r = \underline{\underline{R}} \cdot \underline{F} - \underline{\tilde{V}}^i \quad (5.32)$$

Izrazi (5.31) i (5.32) predstavljeni su u formi dijagrama toka signala na slici 5.4.

Četvrti korak 3D formulacije, proces povezivanja i relacije incidentnih i reflektovanih naponskih impulsa čvorova susednih čvoru na koordinatama (x,y,z) (Slika 2.3) u 3D mreži dat je u formuli (5.33).

$$\begin{bmatrix} V_1^r[z] \\ V_2^r[z] \\ V_3^r[y] \\ V_4^r[y] \\ V_5^r[x] \\ V_6^r[x] \\ V_7^r[z] \\ V_8^r[z] \\ V_9^r[y] \\ V_{10}^r[y] \\ V_{11}^r[x] \\ V_{12}^r[x] \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} V_2^i[z-1] \\ V_1^i[z+1] \\ V_4^i[y-1] \\ V_3^i[y+1] \\ V_6^i[x-1] \\ V_5^i[x+1] \\ V_8^i[z-1] \\ V_7^i[z+1] \\ V_{10}^i[y-1] \\ V_9^i[y+1] \\ V_{12}^i[x-1] \\ V_{11}^i[x+1] \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} V_2^i[z-1] \\ V_1^i[z+1] \\ V_4^i[y-1] \\ V_3^i[y+1] \\ V_6^i[x-1] \\ V_5^i[x+1] \\ V_8^i[z-1] \\ V_7^i[z+1] \\ V_{10}^i[y-1] \\ V_9^i[y+1] \\ V_{12}^i[x-1] \\ V_{11}^i[x+1] \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} V_1^r[z] \\ V_2^r[z] \\ V_3^r[y] \\ V_4^r[y] \\ V_5^r[x] \\ V_6^r[x] \\ V_7^r[z] \\ V_8^r[z] \\ V_9^r[y] \\ V_{10}^r[y] \\ V_{11}^r[x] \\ V_{12}^r[x] \end{bmatrix} \quad (5.33)$$



Slika 5.4. Dijagram toka za proces izračunavanja reflektovanih napona na vodovima

Primenom bilinearne  $Z$  transformacije, isto kao i u slučaju 1D formulacije vrši se diskretizacija normalizovanog operatora izvoda u vremenu:

$$\frac{\partial}{\partial T} \approx 2 \frac{(1 - z^{-1})}{(1 + z^{-1})}, \quad (5.34)$$

na osnovu koje se dalje izraz (5.28) prevodi u  $Z$  domen:

$$2(1 + z^{-1})\underline{F}^r = (1 + z^{-1})\underline{4} \cdot \underline{F} + (1 + z^{-1})\underline{\sigma}(T) \cdot \underline{F} + (1 + z^{-1})\underline{4}\underline{M}(T) \cdot \underline{F}. \quad (5.35)$$

gde je matrica  $\underline{4} = 4 \cdot \underline{1}$ .

Argument ( $z$ ) u slučaju matrice provodnosti  $\underline{\sigma}(z)$  i matrice efektivnih susceptibilnosti  $\underline{M}(z)$  označava da one mogu sadržati vremenski zavisne elemente, što je navedeno i u poglavlju §4.2.8. Ova vremenska zavisnost se primenom parcijalnih razvoja (5.36) i (5.37) pomera u prethodni vremenski korak.

$$(1 + z^{-1})\underline{\sigma}(z) = \underline{\sigma}_0 + z^{-1}(\underline{\sigma}_1 + \overline{\underline{\sigma}(z)}), \quad (5.36)$$

$$(1 - z^{-1})\underline{M}(z) = \underline{M}_0 - z^{-1}(\underline{M}_1 + \overline{\underline{M}(z)}). \quad (5.37)$$

Zavisno od materijala koji se simulira, matrice  $\underline{\sigma}_0$ ,  $\underline{\sigma}_1$ ,  $\underline{M}_0$  i  $\underline{M}_1$  sadrže konstantne (moguće i nulte) elemente, dok matrice  $\underline{\sigma}_2(z)$  i  $\underline{M}_2(z)$  sadrže nulte ili vremenski zavisne elemente. Uvođenjem izraza (5.36) i (5.37) u izraz (5.35) dobija se:

$$\underline{F} = \underline{T} \cdot [2\underline{F}^r + z^{-1}\underline{S}], \quad (5.38)$$

gde je matrica  $\underline{T}$  jednaka:

$$\underline{T} = [\underline{4} + \underline{\sigma}_0 + 4\underline{M}_0]^{-1}. \quad (5.39)$$

Glavni vektor akumulator  $\underline{S}$  se definiše kao:



$$\underline{S} = 2\underline{F}^r + \underline{k} \cdot \underline{F} - \underline{S}_\sigma + \underline{S}_m, \quad (5.40)$$

pri čemu se matrica  $\underline{k}$  računa kao:

$$\underline{k} = -\left[ \underline{4} + \underline{\sigma}_1 - 4\underline{M}_1 \right] \quad (5.41)$$

a vektori akumulatora materijala kao:

$$\underline{S}_\sigma = \underline{\sigma}_2(z) \cdot \underline{F}, \quad \underline{S}_m = 4\underline{M}_2(z) \cdot \underline{F} \quad (5.42)$$

Jednačine (5.38) i (5.40) se koriste u svakom vremenskom koraku u simulaciji da bi se vektor totalnog polja  $\underline{F}$  proračunao na osnovu pobudnog vektora reflektovanog polja  $\underline{F}^r$ . Ovaj proces se može predstaviti u kompaktnoj notaciji kao:

$$\underline{F} = \underline{t}(z) \cdot \underline{F}^r \quad (5.43)$$

gde je  $\underline{t}(z)$   $6 \times 6$  matrica transfer funkcija u Z domenu.

## 5.2 METOD VEKTORSKOG FITOVANJA

Izraz *fitovanje* (*fitting*) u opštem slučaju označava proces određivanja nepoznatih parametara modela na osnovu poznatih, najčešće eksperimentalnim putem dobijenih, podataka.

Metod vektorskog fitovanja (VF) u osnovi predstavlja generalni pristup fitovanja merenih ili na drugi način dobijenih odziva u frekvencijskom domenu upotrebom aproksimacija racionalnih funkcija. Bazira se na principu fitovanja *optimalnim skaliranjem* koje podrazumeva zamenu seta početnih polova poboljšanim setom polova preko procedure skaliranja.

VF metod razvijen je u ranoj formi 1997. godine [44] od strane *B. Gustavsen*-a i *A. Semlyen*-a sa idejom smanjenja kompjuterske zahtevnosti proračuna odziva transmisiona linije smanjenjem broja neophodnih konvolucija između napona na čvorovima i impulsnih odziva koji karakterišu dinamiku modela. Međutim, autori su ubrzo shvatili da je metod neuspešan kada je potrebno fitovati odziv sa većim brojem rezonantnih pikova i već naredne

godine su objavili unapređeni oblik VF metoda [45] koji koristi pristup relokacije polova. U narednoj deceniji metod je dalje usavršavan u cilju povećanja brzine i efikasnosti izvršenja [46,47].

U okviru samog metoda razmatra se aproksimacija racionalne funkcije:

$$f(s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - p_n} + d + sh \quad (5.44)$$

gde su ostaci  $c_n$  i polovi  $p_n$  ili realni ili dolaze u konjugovano kompleksnim parovima, dok su  $d$  i  $h$  realni (mogu biti i jednaki nuli).

Problem je proceniti sve koeficijente u izrazu (5.44) kako bi se dobilo najmanje kvadratnih aproksimacija funkcije  $f(s)$  u datom frekvencijskom intervalu. Smatra se da je (5.44) nelinearni problem u smislu nepoznatih, pošto se nepoznate  $p_n$  javljaju u imeniocu pa VF metod predstavlja ovaj problem kao linearni i rešava ga u dve faze, oba puta sa poznatim polovima.

U prvoj fazi određivanja polova, definiše se set početnih polova, predstavljenih kao  $\bar{p}_n$  u izrazu (5.45), kojima se zamenjuju originalni polovi. Broj početnih polova  $\bar{p}_n$  treba biti jednak ili veći od broja traženih polova  $p_n$  kako bi zamena polova u funkciji  $f$  bila potpuna i kako se ne bi narušila preciznost postupka.

Funkcija  $f(s)$  množi se nepoznatom funkcijom  $u(s)$  i uvode se racionalne aproksimacije za  $u(s)$  što generalno proširuje problem:

$$\begin{bmatrix} u(s)f(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - p_n} + d + sh \\ \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s - \bar{p}_n} + 1 \end{bmatrix}. \quad (5.45)$$

Treba imati u vidu da u jednačini (5.45) racionalna aproksimacija za  $u(s)$  ima iste polove kao aproksimacija za  $u(s)f(s)$ . Množenje drugog reda izraza (5.45) sa  $f(s)$  vodi do sledeće relacije:

$$\left( \sum_{n=1}^N \frac{c_n}{s - p_n} + d + sh \right) \approx \left( \sum_{n=1}^N \frac{\tilde{c}_n}{s - p_n} + 1 \right) f(s), \quad (5.46)$$

koja se takođe može predstaviti u formi:

$$(uf)_{fit}(s) \approx u_{fit}(s) f(s), \quad (5.47)$$

gde  $(uf)_{fit}$  i  $u_{fit}$  predstavljaju novonastale nepoznate funkcije.

Pošto je jednačina (5.46) linearna za svoje nepoznate  $c_n, d, h, \tilde{c}_n$ , ukoliko se napiše za nekoliko frekvencijskih tačaka  $N$  dobiće se predeterminisan linearni problem:

$$Ax = b, \quad (5.48)$$

pri čemu se nepoznate određuju rešavanjem vektora  $x$ . Jednačina (5.48) rešava se *metodom najmanjih kvadrata*.

Aproksimacija racionalne funkcije  $f(s)$  se sada može dobiti iz izraza (5.46) ukoliko se svaka suma parcijalnih razlomaka u izrazu napiše kao razlomak, pri čemu su ostaci  $c_n$  i  $\tilde{c}_n$  predstavljeni preko nula  $z_n$  i  $\tilde{z}_n$  respektivno:

$$(uf)_{fit}(s) = h \frac{\prod_{n=1}^{N+1} (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - \bar{p}_n)}, \quad u_{fit}(s) = h \frac{\prod_{n=1}^N (s - \tilde{z}_n)}{\prod_{n=1}^N (s - \bar{p}_n)} \quad (5.49)$$

Iz prethodnog izraza sledi:

$$f(s) = \frac{(uf)_{fit}(s)}{u_{fit}(s)} = h \frac{\prod_{n=1}^{N+1} (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - \tilde{z}_n)} \quad (5.50)$$

Izraz (5.50) pokazuje da polovi funkcije  $f(s)$  postaju jednaki nulama funkcije  $u_{fit}(s)$  i da se u ovom koraku uvedeni početni polovi poništavaju jer su iste grupe polova korišćene za nepoznate funkcije  $(uf)_{fit}$  i za  $u_{fit}$ . Samim tim, izračunavanjem nula za uvedenu nepoznatu funkciju  $u_{fit}(s)$  dobija se validan set polova za fitovanje originalne funkcije  $f(s)$ .

U nekim slučajevima, neki od novih polova mogu biti nestabilni, ali se ovaj problem prevazilazi promenom znaka njegovih realnih delova.

U drugoj fazi određivanja ostataka, ostaci za  $f(s)$  se mogu izračunati direktno iz (5.50). Međutim, precizniji rezultati su generalno dobijeni rešavanjem originalnog problema datog jedačinom (5.44) upotrebom nula funkcije  $u(s)$  kao novih početnih polova  $p_n$  za funkciju  $f(s)$ . Ovo ponovo daje predefinisan linearni problem u obliku  $Ax = b$  gde rešenje vektora  $x$  sadrži nepoznate  $c_n$ ,  $d$  i  $h$  kao u prethodnoj fazi.

Pametnim izborom početnih polova u velikom broju slučajeva može se ukloniti potreba za iterativnim procesom, pri čemu bi početni polovi trebali biti kompleksni sa malim slabljenjem, raspodeljeni u okviru razmatranog frekvencijskog intervala. Međutim, dokazano je da čak i ukoliko su početni polovi loše odabrani, prilično tačno rešenje se i dalje može postići ponovnom upotrebom novo dobijenih polova kao početnih polova u narednom koraku iterativnog procesa, što naravno dovodi do dužeg vremena izvršenja, ali i pokazuje snagu samog metoda.

Preporučeno je fitovanje racionalnih funkcija nižeg reda ali metod neće biti neuspešan čak i ukoliko se pokuša fitovanje racionalne funkcije visokog reda.

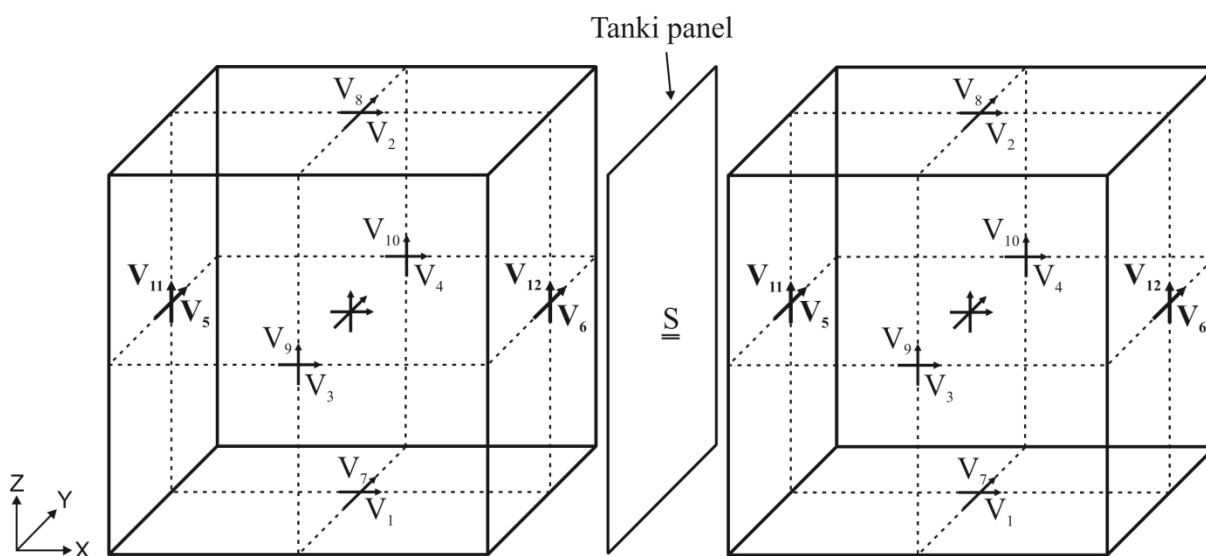
Kompjuterska implementacija VF metoda je veoma jednostavna, i u suštini se svodi na kreiranje matrica na osnovu jednostavnih razlomaka, pri čemu se svi rezultujući matrični problemi lako mogu rešiti primenom standardnih softverskih paketa.

### **5.3 METOD POSREDNOG MODELOVANJA ELEKTROMAGNETSKIH STRUKTURA NA BAZI DIGITALNIH FILTARA**

Modelovanje geometrijski malih, ali sa elektromagnetskog stanovišta važnih, disperzivnih i anizotropnih elektromagnetskih struktura primenom konvencionalnog pristupa,

koji se bazira na korišćenju mreže fine rezolucije, može biti izuzetno vremenski i računarski zahtevno ili čak nemoguće. Primera radi, kako bi se precizno opisao i modelovao tanak panel kompozita ugljeničnog vlakna u okviru geometrijski velike strukture kao što je spoljna konstrukcija aviona, neophodno je da korak prostorne diskretizacije za modelovanje panela bude izuzetno mali. Dimenzije ćelija formirane mreže bi bile u sub-milimetarskom opsegu, što bi predstavljalo veoma memorijski zahtevan zadatak za računar, i samo vreme izvršenja simulacije bi bilo izuzetno dugo, što bi u pojedinim slučajevima dovelo u pitanje svrsishodnost i izvodljivost ovakvog procesa.

Ovaj problem može se prevazići razvojem odgovarajućih kompaktnih modela. Kompaktni modeli pružaju mogućnost da se kompleksne strukture, veštački ili višeslojni materijali predstave kao jedan efektivni blok materijala preko parametara rasejanja što u nekoj meri pojednostavljuje numeričku analizu i proces modelovanja. Pored toga, kompaktni modeli se mogu takođe koristiti za smanjenje kompjuterske i vremenske zahtevnosti simulacija upotrebom znatno grublje mreže za modelovanje tankog panela materijala.

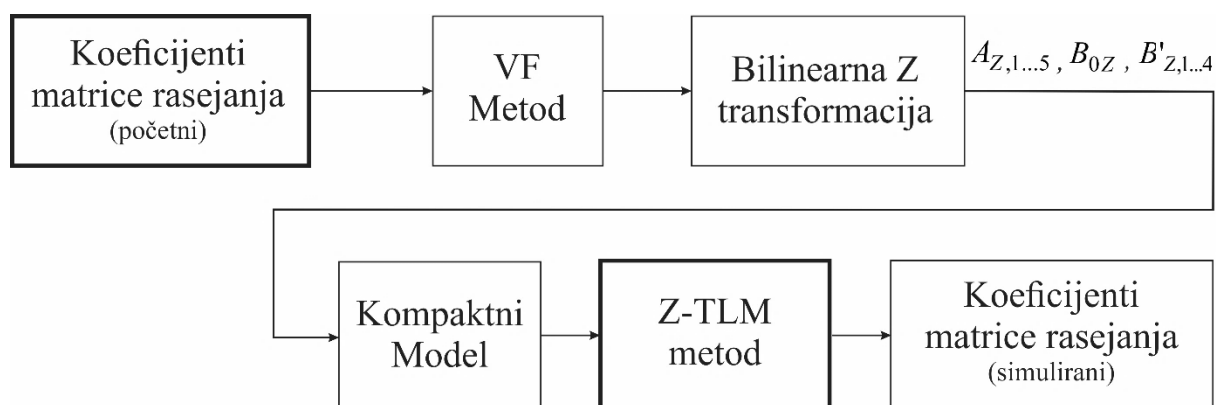


Slika 5.5 Tanak anizotropni provodni panel modelovan kao interfejs postavljen između odgovarajućih TLM čvorova (slika će biti korigovana)

*Metod posrednog modelovanja elektromagnetskih struktura primenom digitalnih filtara* [42,48-51], predstavlja način primene Z-TLM metod-a za razvoj kompaktnih modela koji omogućuju efikasno uključivanje prisustva tankih disperzivnih i anizotropnih struktura bez potrebe za njihovim direktnim modelovanjem. Kompaktni model koristi prethodno dobijene elemente matrice rasejanja da umesto odgovarajućeg broja ćelija, modelovanu strukturu predstavi interfejsom koji između dve susedne TLM ćelije simulira razmenu

naponskih impulsa na isti način kao kada je struktura prisutna u numeričkoj mreži (Slika 5.5). Ovo je pogodno u slučajevima kada analiza prostiranja elektromagnetskog polja unutar posmatrane strukture nije od interesa već je bitan samo efekat koji struktura ima na raspodelu polja. Sam proces se može na neki način posmatrati kao pristup „crne kutije“ kod kojeg se pažnja posvećuje samo ulaznim i izlaznim parametrima modela.

Proces posrednog modelovanja (Slika 5.6.) počinje određivanjem numeričkih vrednosti ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata matrice rasejanja modelovane strukture, upotrebom TLM mreže.



Slika 5.6. Blok dijagram procesa Z-TLM kompaktnog modelovanja anizotropnog materijala

Pretpostavlja se da je tanak anizotropni materijal okružen vazduhom pozicioniran u  $i$  ravni. Prvo se mora razmotriti slučaj jednodimenzionog prostiranja u  $i$  smeru, pri čemu ne postoji direktna povezanost između komponenta polja koje su orijentisane u  $i$  smeru i ostalih komponenti polja. Za svaku pobudu i svaki vremenski korak simulacije, treba zabeležiti incidentno polje na interfejsu *vazduh - anizotropni materijal*, kao i reflektovano i transmitovano polje odgovarajuće polarizacije na interfejsima *vazduh -anizotropni materijal* i *anizotropni materijal - vazduh*, kako bi se ko-polarizovani i kros-polarizovani koeficijenti refleksije i transmisije odredili upotrebom sledećih jednačina:

$$S_{11}^{kk} = \frac{V_{reflektovano\_polje}^k}{V_{incidentno\_polje}^k}, \quad S_{21}^{kk} = \frac{V_{transmitovano\_polje}^k}{V_{incidentno\_polje}^k} \quad (5.51)$$

$$S_{11}^{jj} = \frac{V_{reflektovano\_polje}^j}{V_{incidentno\_polje}^j}, \quad S_{21}^{jj} = \frac{V_{transmitovano\_polje}^j}{V_{incidentno\_polje}^j} \quad (5.52)$$

$$S_{11}^{jk} = \frac{V_{reflektovano\_polje}^j}{V_{incidentno\_polje}^k}, \quad S_{21}^{jk} = \frac{V_{transmitovano\_polje}^j}{V_{incidentno\_polje}^k} \quad (5.53)$$

$$S_{11}^{kj} = \frac{V_{reflektovano\_polje}^k}{V_{incidentno\_polje}^j}, \quad S_{21}^{kj} = \frac{V_{transmitovano\_polje}^k}{V_{incidentno\_polje}^j} \quad (5.54)$$

gde indeks  $k$  označava incidentno, reflektovano ili transmitovano polje  $k$  polarizacije, dok se indeks  $j$  koristi za označavanje incidentnog, reflektovanog ili transmitovanog polja  $j$  polarizacije. Preostali ko-polarizovani i kros-polarizovani koeficijenti refleksije i transmisije,  $S_{12}$  i  $S_{22}$ , se mogu naći na sličan način imajući u vidu  $j$  i  $k$  polarizovan incidentni talas koji se prostire u  $-i$  smeru. Na osnovu prethodnog sledi da matrica rasejanja  $\underline{S}$  za slučaj prostiranja duž  $i$  ose koordinatnog sistema ima sledeći oblik [49]:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} S_{11}^{kk} & S_{12}^{kk} & S_{11}^{kj} & S_{12}^{kj} \\ S_{22}^{kk} & S_{21}^{kk} & S_{22}^{kj} & S_{21}^{kj} \\ S_{11}^{jj} & S_{12}^{jj} & S_{11}^{jk} & S_{12}^{jk} \\ S_{22}^{jj} & S_{21}^{jj} & S_{22}^{jk} & S_{21}^{jk} \end{bmatrix} \quad (5.55)$$

Nakon izvršenja *Fourier*-ove transformacije i prevođenja parametara iz vremenskog u frekvencijski domen, prethodno opisan VF metod se koristi kako bi se izračunale racionalne aproksimacije  $n$ -tog reda (racionalni izrazi sa  $n$  polova) za prethodno dobijene ko-polarizovane i kros-polarizovane koeficijente refleksije i transmisije u formi:

$$S_{ij}^{pr} = \sum_{k=0}^{NP_{ij}^{pr}-1} \frac{C_{k,ij}^{pr}}{(s - s_{pk,ij}^{pr})}, \quad (5.56)$$

gde  $s_{pk,ij}^{pr}$  i  $C_{k,ij}^{pr}$  predstavljaju kompleksne frekvencije polova i ostatke, respektivno,  $NP_{ij}^{pr}$  označava broj polova pri čemu važi  $(ij) \in \{(11), (12), (21), (22)\}$ ,  $(pr) \in \{(kk), (kj), (jk), (jj)\}$ .

Primenom bilinearne  $Z$ -transformacije u narednom koraku kao rezultat dobija se vremenski diskretna reprezentacija izraza (5.56):

$$S_{ij}^{pr} = \frac{\sum_{k=0}^{NP_{ij}^{pr}} B_{k,ij}^{pr} z^{-k}}{\sum_{k=0}^{NP_{ij}^{pr}} A_{k,ij}^{pr} z^{-k}} = \frac{B_{0,ij}^{pr} + \sum_{k=1}^{NP_{ij}^{pr}} B_{k,ij}^{pr} z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{NP_{ij}^{pr}} A_{k,ij}^{pr} z^{-k}}, \quad (5.57)$$

gde su koeficijenti  $A_{k,ij}^{pr}$  i  $B_{k,ij}^{pr}$  realni koeficijenti pri čemu je  $A_{0,ij}^{pr} = 1$ .

Nakon primene parcijalnog razvoja izraz (5.57) dobija oblik:

$$S_{ij}^{pr} = B_{0,ij}^{pr} + \frac{\sum_{k=1}^{NP_{ij}^{pr}} B'_{k,ij}{}^{pr} z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{NP_{ij}^{pr}} A_{k,ij}^{pr} z^{-k}}, \quad (5.58)$$

pri čemu se koeficijent  $B'_{k,ij}{}^{pr}$  izračunava kao:

$$B'_{k,ij}{}^{pr} = B_{k,ij}^{pr} - B_{0,ij}^{pr} A_{k,ij}^{pr}. \quad (5.59)$$

Imajući u vidu izraze (5.51)-(5.54) i izraz (5.58) koeficijenti matrice rasejanja se inkorporiraju u kompaktni model na bazi digitalnog filtra na osnovu naponskih impulsa i dobijenih koeficijenata  $A$  i  $B$ . Način implementacije je isti za sve koeficijente refleksije i transmisije bez obzira na polarizaciju, i u ovom slučaju biće ilustrovan na primeru koeficijenta refleksije[11].

S obzirom da koeficijent refleksije predstavlja odnos reflektovanog i incidentnog naponskog impulsa,  $V_{refl}^{pr} / V_{inc}^{pr}$ , na osnovu izraza (5.58) sledi:

$$V_{refl}^{pr} = B_0^{pr} V_{inc}^{pr} + \frac{V_{inc}^{pr} \sum_{k=1}^{NP} B'_k{}^{pr} z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{NP} A_k^{pr} z^{-k}}. \quad (5.60)$$



Ukoliko se definišu nove promenljive  $X_k^{pr}$  tako da važi:

$$\sum_{k=1}^{NP} B_k^{pr} X_k^{pr} = \frac{V_{inc}^{pr} \sum_{k=1}^{NP} B_k^{pr} z^{-k}}{1 + \sum_{k=1}^{NP} A_k^{pr} z^{-k}}, \quad (5.61)$$

izraz (5.60) se može napisati kao:

$$V_{refl}^{pr} = B_0^{pr} V_{inc}^{pr} + \sum_{k=1}^{NP} B_k^{pr} X_k^{pr}. \quad (5.62)$$

Na osnovu izraza (5.61) pojedinačne vrednosti promenljivih  $X$  se izračunavaju na sledeći način:

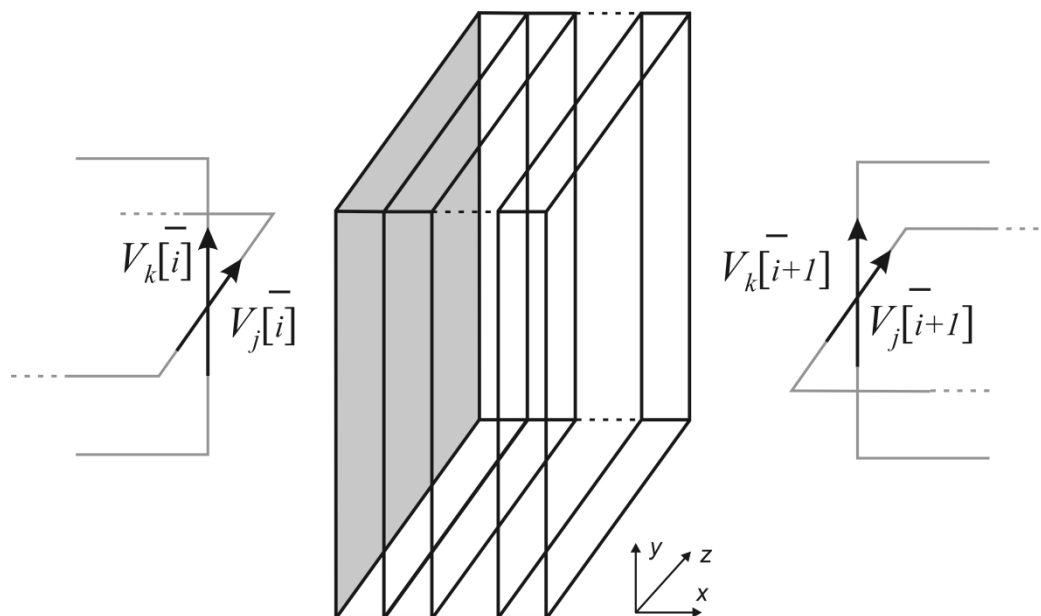
$$\begin{aligned} X_1 &= z^{-1} V^i - z^{-1} \sum_{k=1}^{NP} A_k^{pr} X_k^{pr}, \\ X_2 &= z^{-1} X_1, \\ X_3 &= z^{-1} X_2, \\ &\dots \\ X_{NP} &= z^{-1} X_{NP-1}. \end{aligned} \quad (5.63)$$

Kompaktni model na bazi digitalnog filtra je zatim inkorporiran u matricu povezivanja dve TLM ćelije na čijem je interfejsu anizotropni materijal modelovan kao unutrašnji granični uslov (Slika 5.7) tako da važi:

$$\begin{bmatrix} V_k^{inc} [i] \\ V_k^{inc} [i+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{kk} & S_{12}^{kk} \\ S_{21}^{kk} & S_{22}^{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k^{ref} [i] \\ V_k^{ref} [i+1] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11}^{kj} & S_{12}^{kj} \\ S_{21}^{kj} & S_{22}^{kj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_j^{ref} [i] \\ V_j^{ref} [i+1] \end{bmatrix}, \quad (5.64)$$

$$\begin{bmatrix} V_j^{inc} [i] \\ V_j^{inc} [i+1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}^{jk} & S_{12}^{jk} \\ S_{21}^{jk} & S_{22}^{jk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_k^{ref} [i] \\ V_k^{ref} [i+1] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{11}^{jj} & S_{12}^{jj} \\ S_{21}^{jj} & S_{22}^{jj} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_j^{ref} [i] \\ V_j^{ref} [i+1] \end{bmatrix}, \quad (5.65)$$

gde su orijentacije incidentnih i reflektovanih naponskih impulsa definisani u odnosu na centar TLM ćelija.



Slika 5.7. Anizotropni  $n$ -to slojni panel materijala modelovan kao interfejs

Uzimajući u obzir da prostiranje talasa može biti posmatrano duž različitih osa Dekartovog koordinatnog sistema, odgovarajuća upotreba naponskih impulsa TLM ćelije u jednačinama (8) i (9) data je u Tabeli 5.1.

Tabela 5.1: Notacija naponskih impulsa bazirana na prostiranju u  $i$  smeru

$i, j, k$	$i \in x$	$i \in y$	$i \in z$
$V_k^-[i]$	$V_{12}$	$V_{10}$	$V_8$
$V_k^-[i+1]$	$V_{11}$	$V_9$	$V_7$
$V_j^-[i]$	$V_6$	$V_4$	$V_2$
$V_j^-[i+1]$	$V_5$	$V_3$	$V_1$

Nakon izvršenja Z-TLM simulacije kao rezultat dobijaju se koeficijenti matrice rasejanja za modelovanu strukturu za različite polarizacije.

U nastavku će biti predstavljena primena ovog metoda kroz dva primera modelovanja anizotropnih materijala [42]:

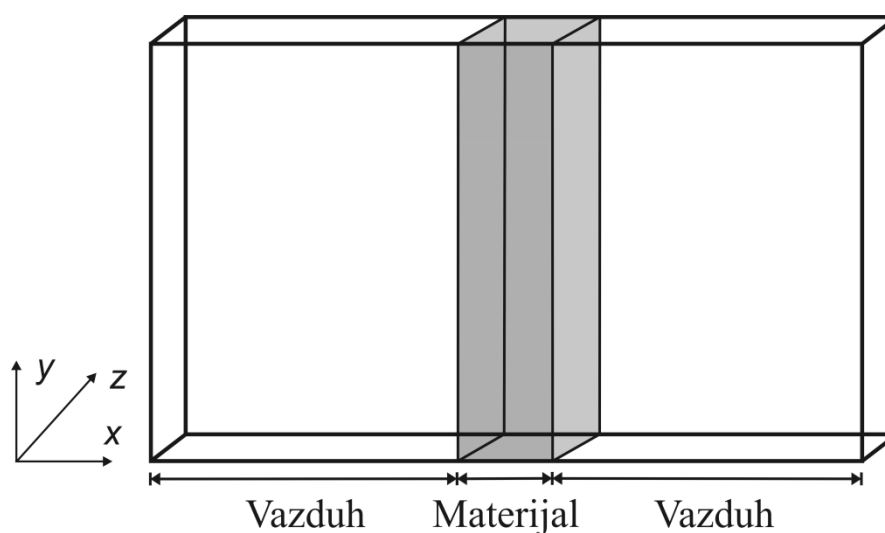
- Modelovanje jednoslojnog simetričnog panela anizotropnog materijala
- Modelovanje dvoslojnog asimetričnog panela kompozita ugljeničnog vlakna

### 5.3.1. Simetrični slučaj

Tanak jednoslojni anizotropni panel materijala okružen vazduhom sa obe strane postavljen je u 2D prostor (Slika 5.8). Debljina materijala je  $d = 1mm$ , izotropna relativna permitivnost ima vrednost  $\varepsilon_r = 5$  dok je električna provodnost anizotropna i opisana je matricom:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}, \quad (5.66)$$

pri čemu su  $\sigma_{yy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zy} = \sigma_{zz} = 100$  dok su drugi elementi matrice jednaki nuli.



Slika 5.8. Tanak jednoslojni anizotropni materijal smešten u 2D prostor

#### 5.3.1.1. Modelovanje 1D finom mrežom

Kako bi se za početak odredili ko-polarizovani i kros-polarizovani koeficijenti refleksije i transmisije, kao što je objašnjeno u prethodnoj sekciji, kreira se 1D model odgovarajućih parametara. 1D Z-TLM fina mreža korišćena u ovom slučaju, sastoji se od 210 ćelija, dimenzija  $\Delta l = 0.1mm$ , postavljenih duž  $x$  ose, pri čemu se 10 ćelija koristi kako bi se precizno predstavilo EM polje unutar materijala, dok ostale ćelije predstavljaju vazduh.

Kako bi se kompletirala matrica rasejanja i definisali svi koeficijenti matrice, izvršavaju se dve simulacije u kojima se sredina pobuđuje istim jediničnim Gausovim impulsom koji je u prvoj simulaciji  $z$  polarizovan, a u drugoj polarizovan u  $y$  ravni dok se razmatra prostiranje signala duž  $x$  ose.

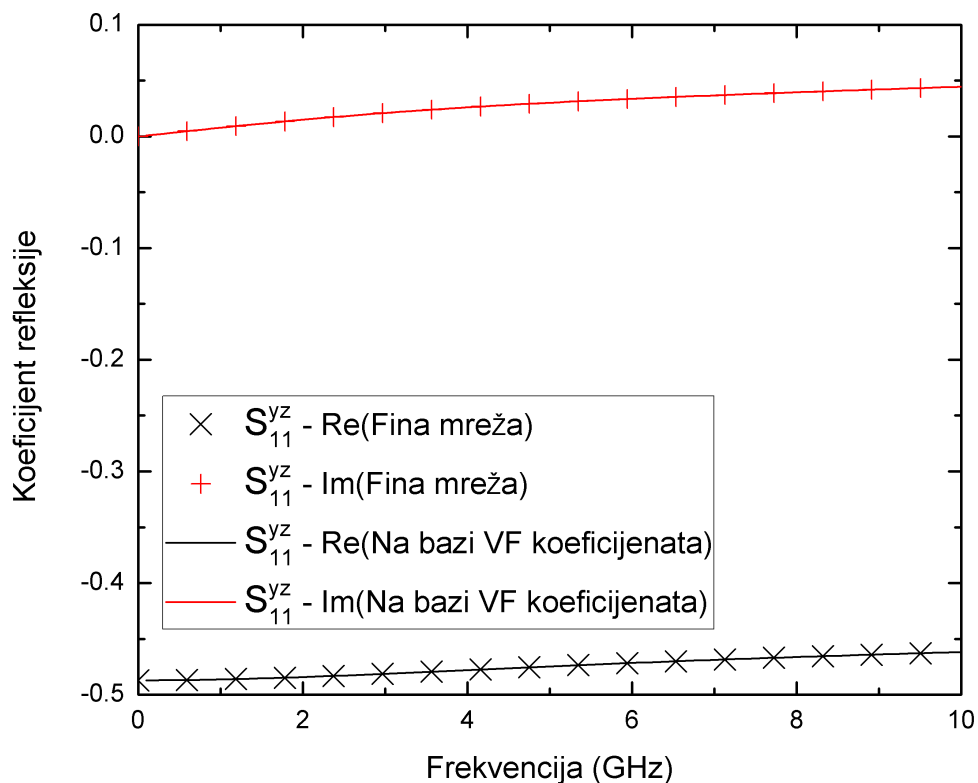
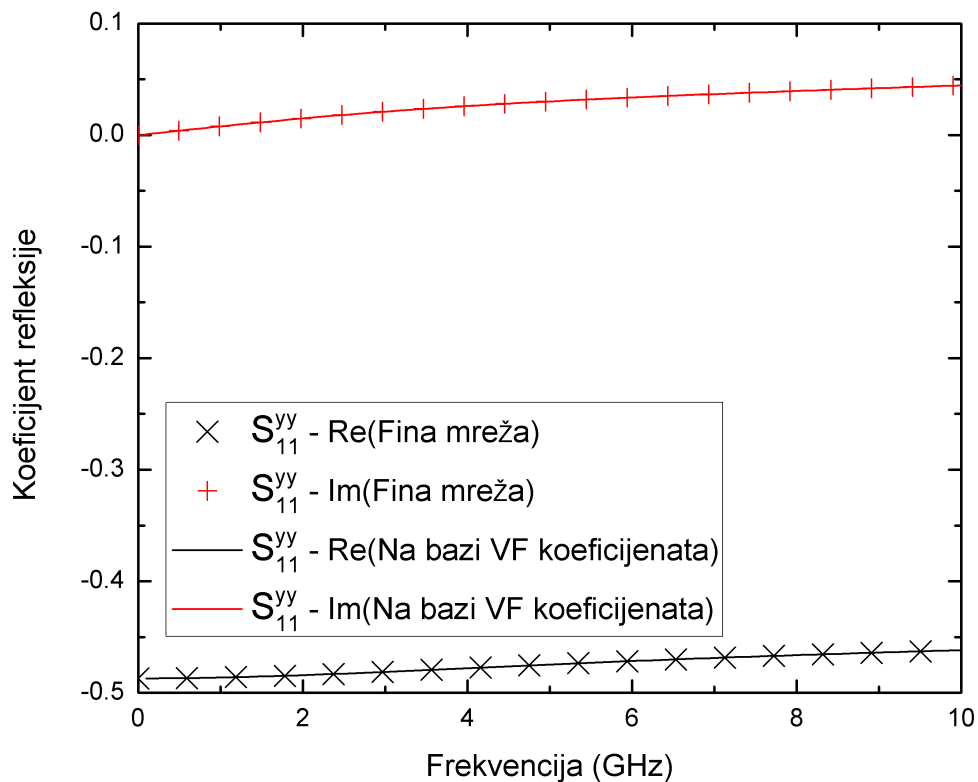
Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata refleksije i transmisije dobijeni na takav način su prikazani na slikama 5.9 i 5.10, pri čemu usled simetričnog slučaja važi:

$$S_{11}^{yy} = S_{22}^{yy} = S_{11}^{zz} = S_{22}^{zz}, S_{11}^{yz} = S_{22}^{yz} = S_{11}^{zy} = S_{22}^{zy}, \quad (5.67)$$

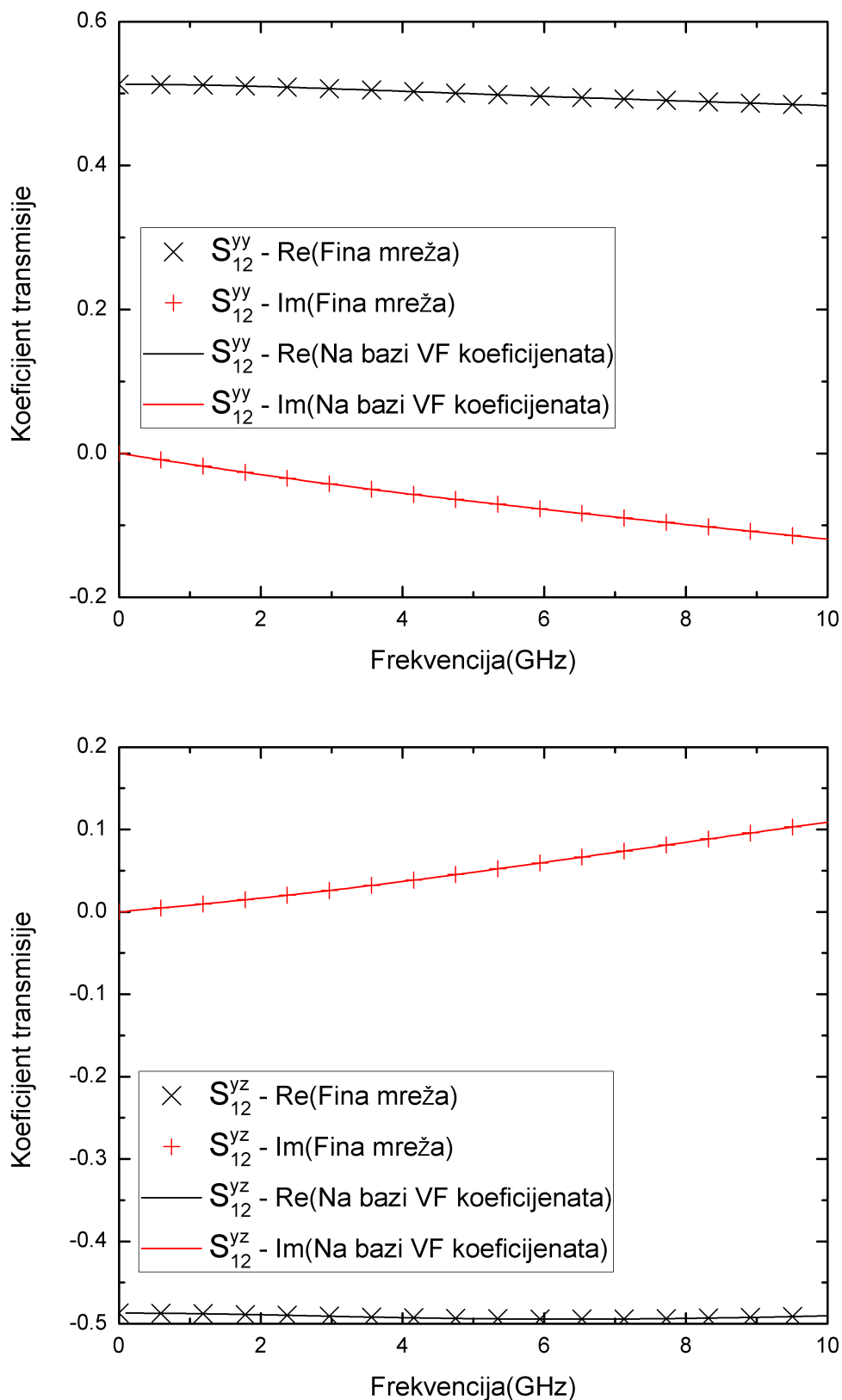
$$S_{12}^{yy} = S_{21}^{yy} = S_{12}^{zz} = S_{21}^{zz}, S_{12}^{yz} = S_{21}^{yz} = S_{12}^{zy} = S_{21}^{zy}. \quad (5.68)$$

Zatim u nastavku postupka, korišćenjem VF metoda kako bi se aproksimirali dobijeni koeficijenti refleksije i transmisije, i primenom bilinearne  $Z$  transformacije da bi se iz frekvencijskog domena koeficijenti preveli u  $Z$  domen, određuju se koeficijenti  $A$  i  $B$ . Koeficijenti dobijeni za 1D slučaj dati su u Tabeli 5.2 i oni predstavljaju osnovne podatke za razvoj kompaktnog 2D modela o kome će više biti reči u nastavku.

U okviru VF metoda korišćenje su racionalne aproksimacije 4-tog reda (broj polova  $NP=4$ ) da bi se postigla željena preciznost rezultata. U [49] kompleksnost frekvencijske zavisnosti koeficijenata zahtevala je racionalne aproksimacije 24-tog reda kako bi se postiglo idealno poklapanje fitovanih rezultata. Ovakve zahtevnosti ne utiču na stabilnost metoda niti smanjuju preciznost (kao što je navedeno u sekciji §5.2), ali uzimajući u obzir da veliki broj polova povećava kompleksnost razvijenog koda koji se koristi za opisivanje modela, samim tim se povećava i vreme izvršenja simulacije pa je preporučeno naći odgovarajući balans. U nekim slučajevima, smanjenje frekvencijskog opsega u okviru kojeg je model validan može smanjiti kompleksnost pristupa i samim tim pozitivno uticati na proces modelovanja. Krive koje su definisane aproksimiranim koeficijentima  $A$  i  $B$  su takođe prikazane na slikama 5.9. i 5.10., i na osnovu prikazanog poklapanja može se izvesti zaključak da je proces aproksimacije i transformacije izuzetno precizan i pouzdan.



Slika 5.9. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata refleksije  $S_{11}^{yy}$  i  $S_{11}^{yz}$  tankog jednoslojnog anizotropnog materijala



Slika 5.10. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata transmisije  $S_{12}^{yy}$  i  $S_{12}^{yz}$  tankog jednoslojnog anizotropnog materijala

Tabela 5.2: Koeficijenti korišćeni u (5.64) i (5.65) za kompaktnu reprezentaciju parametara rasejanja jednoslojnog anizotropnog materijala

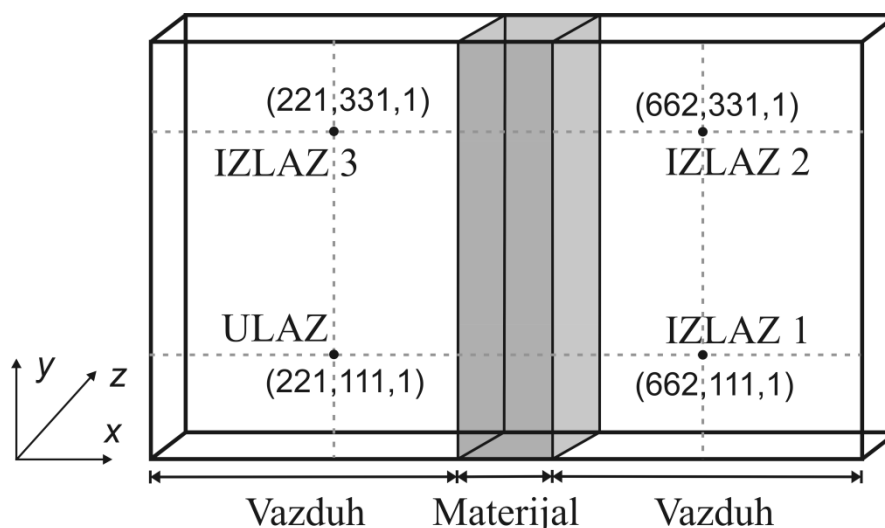
Koeficijent	$S_{11}^{yy} = S_{22}^{yy} = S_{11}^{zz} = S_{22}^{zz}$	$S_{11}^{yz} = S_{22}^{yz} = S_{11}^{zy} = S_{22}^{zy}$	$S_{12}^{yy} = S_{21}^{yy} = S_{12}^{zz} = S_{21}^{zz}$	$S_{12}^{yz} = S_{21}^{yz} = S_{12}^{zy} = S_{21}^{zy}$
$B_0$	-0.30415	-0.30415	0.063009	-0.06914
$B'$	-0.19535	-0.19534	0.271142	-0.24547
	0.454817	0.454811	-0.30291	0.099353
	-0.33921	-0.3392	-0.11521	0.07618
	0.079605	0.079601	0.150994	0.023792
$A$	1	1	1	1
	-2.02082	-2.02079	-1.94979	-1.40735
	0.942684	0.942647	1.278526	1.036736
	0.263883	0.263892	-0.48868	-0.65231
	-0.18501	-0.18501	0.168866	0.13335

Tanak jednoslojni anizotropni materijal smešten u 2D prostor, kao što je prikazano na slici 5.8. u nastavku je razmatran na dva načina:

1. Konvencionalni pristup upotrebom fine Z-TLM mreže, koji se u ovom slučaju koristi na kraju kao referentni pristup za potrebe provere rezultata dobijenih primenom metode posrednog modelovanja
2. Predstavljen pristup primene metode posrednog modelovanja upotrebom grube mreže pri čemu je kompaktni model definisan u formi interfejsa smešten na poziciji koja odgovara inicijalnoj poziciji anizotropnog materijala.

### 5.3.1.2. Modelovanje 3D finom mrežom

Fina mreža se sastoji od 882x441x1 TLM ćelija istih dimenzija kao i u slučaju 1D simulacije -  $\Delta l = 0.1mm$ . Materijal je opisan sa 10x441 ćelija dok je ostatak ćelija definisan u područjima ispunjenim vazduhom. S obzirom da važi (5.67) i (5.68) dovoljno je izvesti simulaciju za jednu polarizaciju pobudnog signala. Izvor pobude, polarizovan u z ravni, postavljen je u tački označenoj kao ULAZ, dok je električno polje posmatrano u 3 različite izlazne tačke (IZLAZ 1, IZLAZ 2 i IZLAZ 3). Koordinate ulazne i izlaznih tačaka date su na slici 5.11.



Slika 5.11. Tanak jednoslojni anizotropni materijal smešten u 2D prostor za slučaj fine Z-TLM mreže

Grafični uslovi su uspostavljeni tako da su:

- Spoljne granice mreže u x i y ravnima definisane kao apsorbujuće time što su vrednosti naponskih impulsa na spoljnim površinama graničnih ćelija postavljene na nultu vrednost. Na osnovu slike 5.3 sledi:

$$\begin{aligned} V_4(1, 441, 1), \dots, V_4(882, 441, 1) &= 0, \\ V_{10}(1, 441, 1), \dots, V_{10}(882, 441, 1) &= 0, \end{aligned} \quad (5.69)$$

$$\begin{aligned} V_3(1, 1, 1), \dots, V_3(882, 1, 1) &= 0, \\ V_9(1, 1, 1), \dots, V_9(882, 1, 1) &= 0, \end{aligned} \quad (5.70)$$

$$\begin{aligned} V_6(882, 1, 1), \dots, V_6(882, 441, 1) &= 0, \\ V_{12}(882, 1, 1), \dots, V_{12}(882, 441, 1) &= 0, \end{aligned} \quad (5.71)$$

$$\begin{aligned} V_5(1, 1, 1), \dots, V_5(1, 441, 1) &= 0, \\ V_{11}(1, 1, 1), \dots, V_{11}(1, 441, 1) &= 0. \end{aligned} \quad (5.72)$$

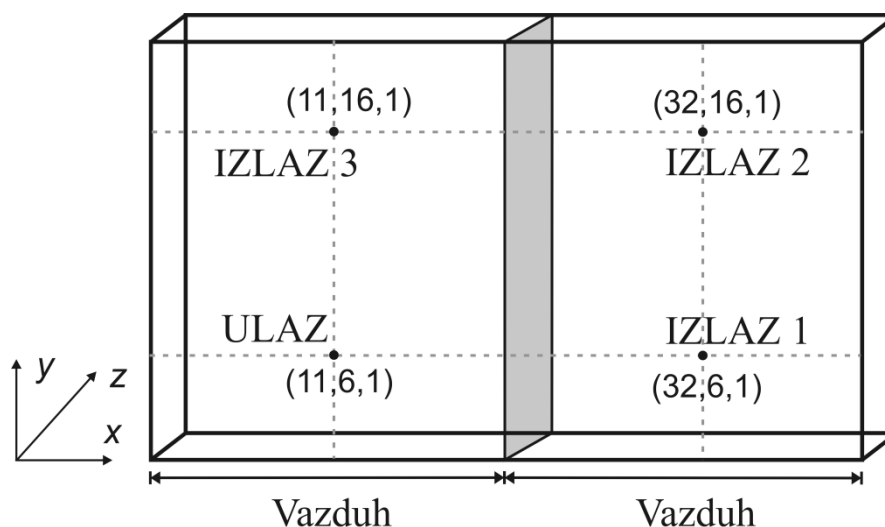
- Spoljne granične površine u celoj z ravni povezane takozvanim *wrap* pristupom, gde se vrednosti naponskih impulsa razmenjuju između graničnih površina i time eliminišu refleksije u toj ravni.

$$\begin{aligned} V_1 &\leftrightarrow V_2, \\ V_7 &\leftrightarrow V_8. \end{aligned} \quad (5.73)$$

Simulacija je izvedena za 6300 vremenskih trenutaka.



### 5.3.1.3. Modelovanje 3D grubom mrežom primenom digitalnih filtara



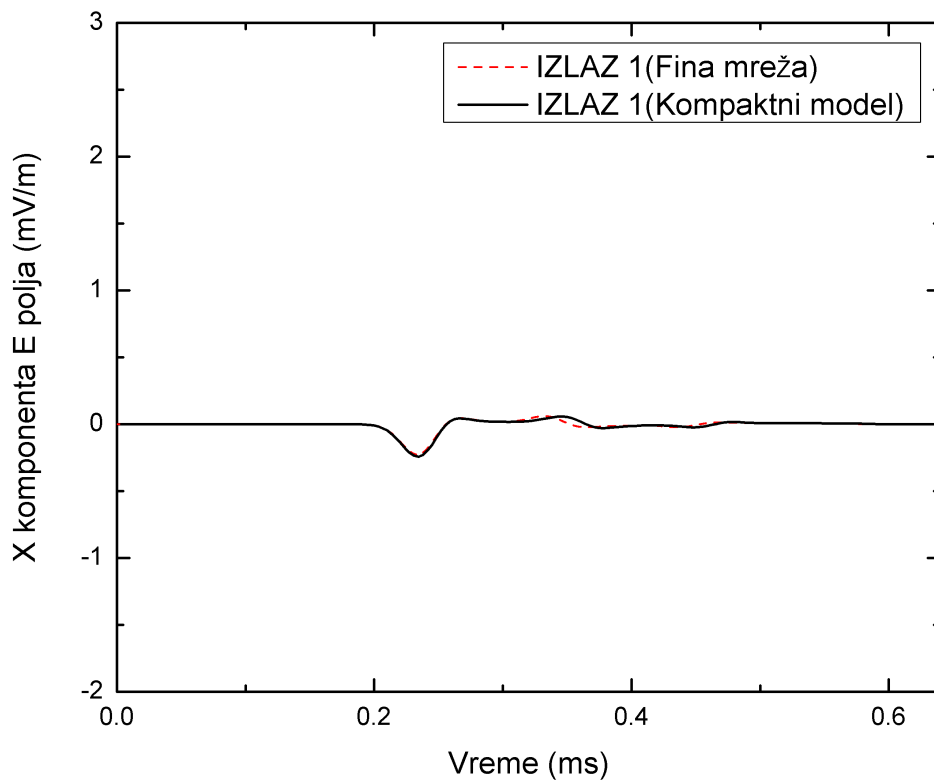
Slika 5.12. Kompaktni model jednoslojnog anizotropnog materijala smešten u 2D prostor za slučaj grube Z-TLM mreže

Kompaktni model je na osnovu koeficijenata A i B prikazanih u tabeli 5.2, inkorporiran u grubu mrežu dimenzija 42x21x1 ćelija, u vidu interfejsa postavljenog između ćelija koje predstavljaju prostor ispunjen vazduhom. Dimenzije modela ostaju iste što znači da su ćelije u mreži većih dimenzija,  $\Delta l = 2.1mm$ . Broj upotrebljenih ćelija je značajno smanjen, sa 388962 ćelije korišćenih za Z-TLM simulaciju u finoj mreži, na samo 882 ćelije (potrebno je skoro 99.78% manje ćelija) i broj vremenskih koraka u samoj simulaciji redukovano je sa 6300 na 600.

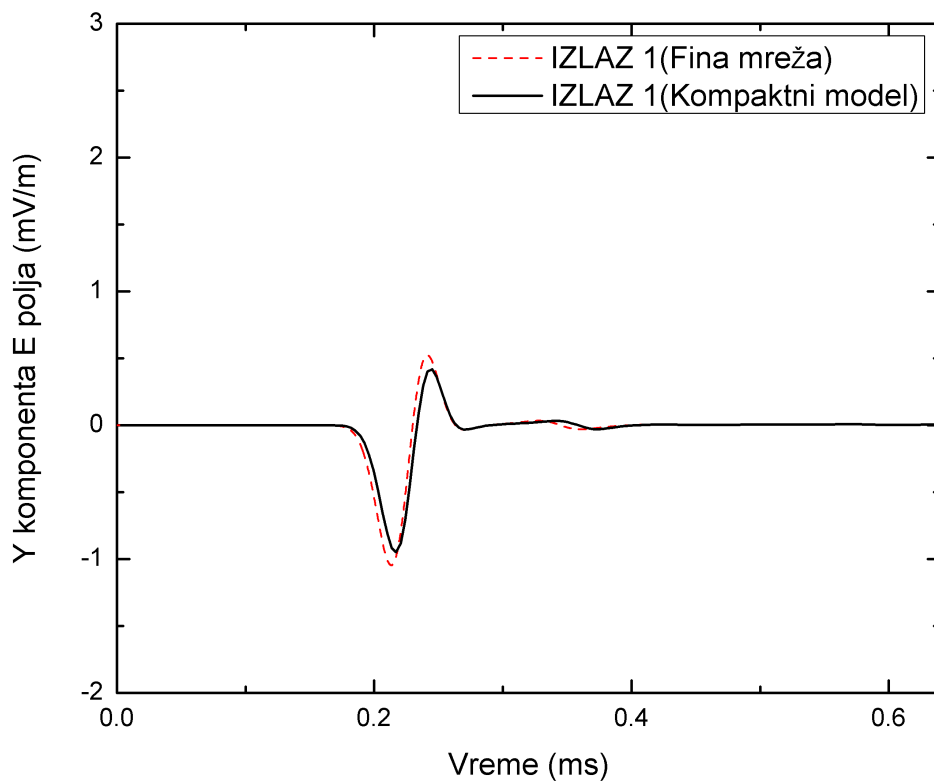
Granični uslovi su uspostavljeni na isti način kao i u finoj mreži, i model je takođe pobuđen z polarizovanim jediničnim Gausovim impulsom na mestu ulazne tačke ULAZ. Pozicija ulaznih i izlaznih tačaka u gruboj mreži definisana je imajući u vidu prethodne koordinate tačaka i stepen redukcije mreže, što se može videti na slici 5.12.

### 5.3.1.4. Poređenje rezultata

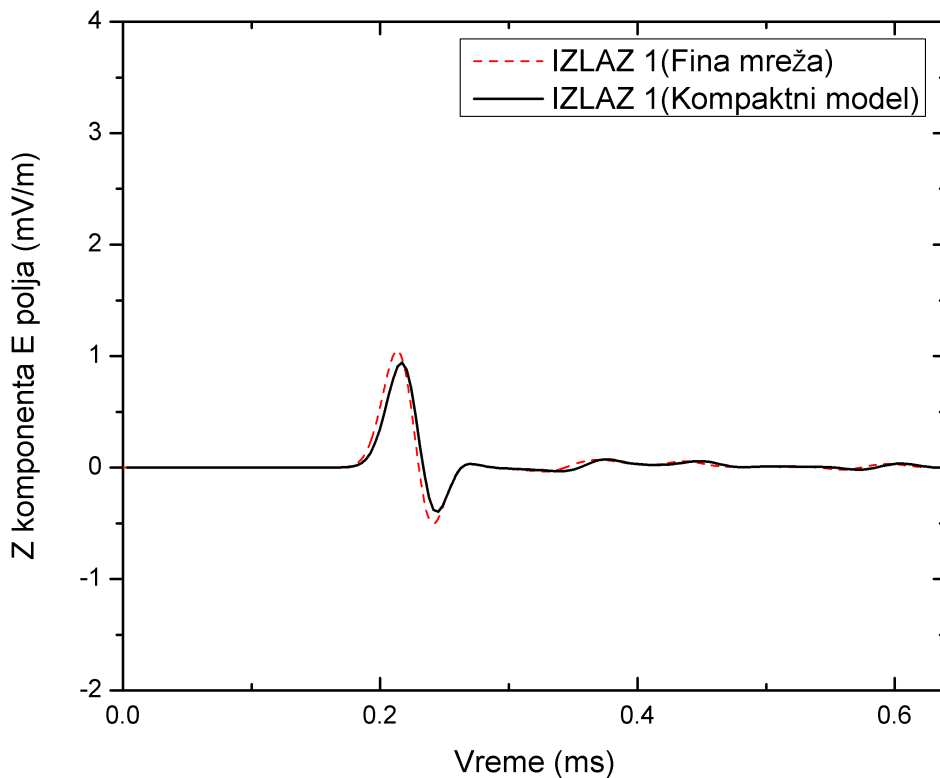
Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u 3 izlaznih tačaka, dobijenih upotrebom fine mreže (označeno na graficima isprekidanim linijama) i grube mreže sa inkorporiranim kompaktnim modelom (označeno punim linijama) prikazane su na slikama 5.13.-5.15. Može se videti dobro poklapanje između ovih rezultata.



a)

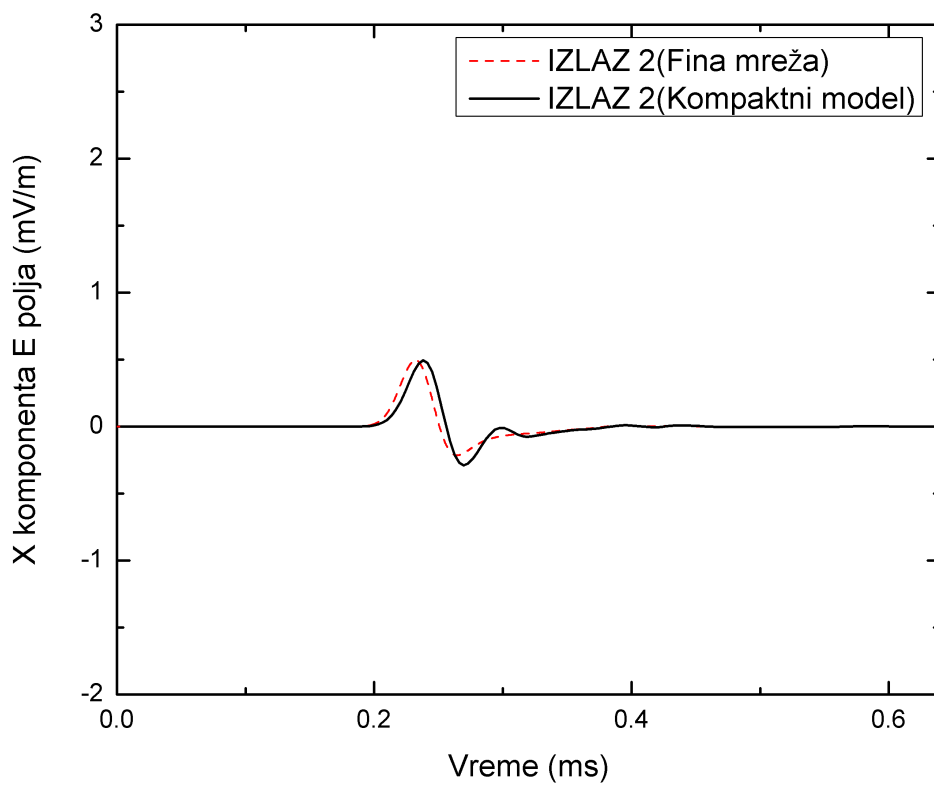


b)

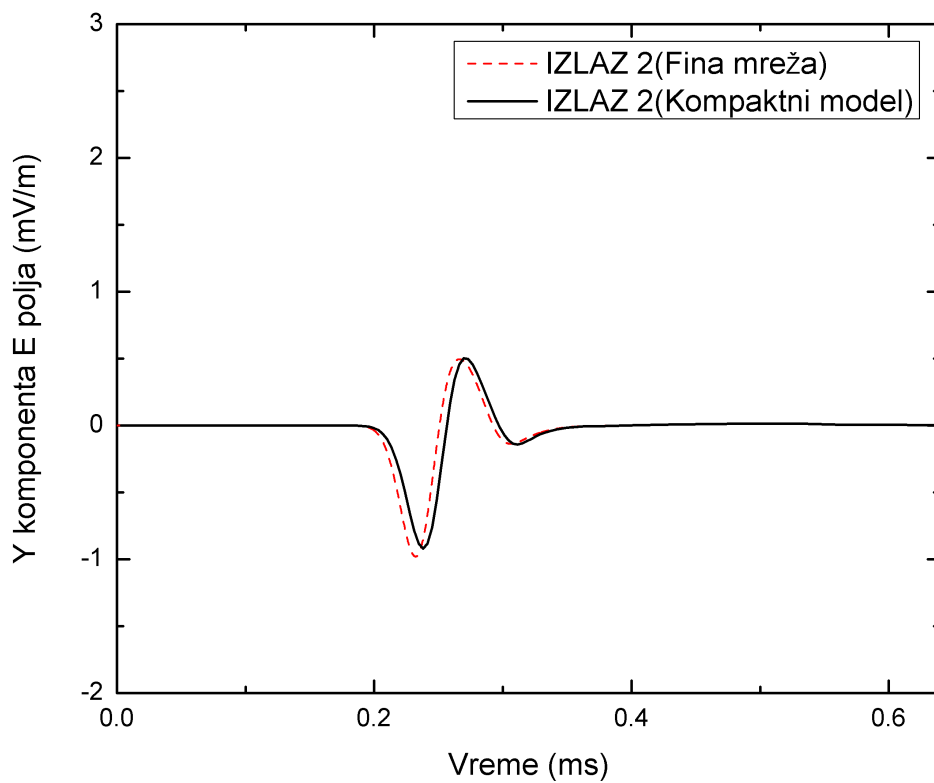


c)

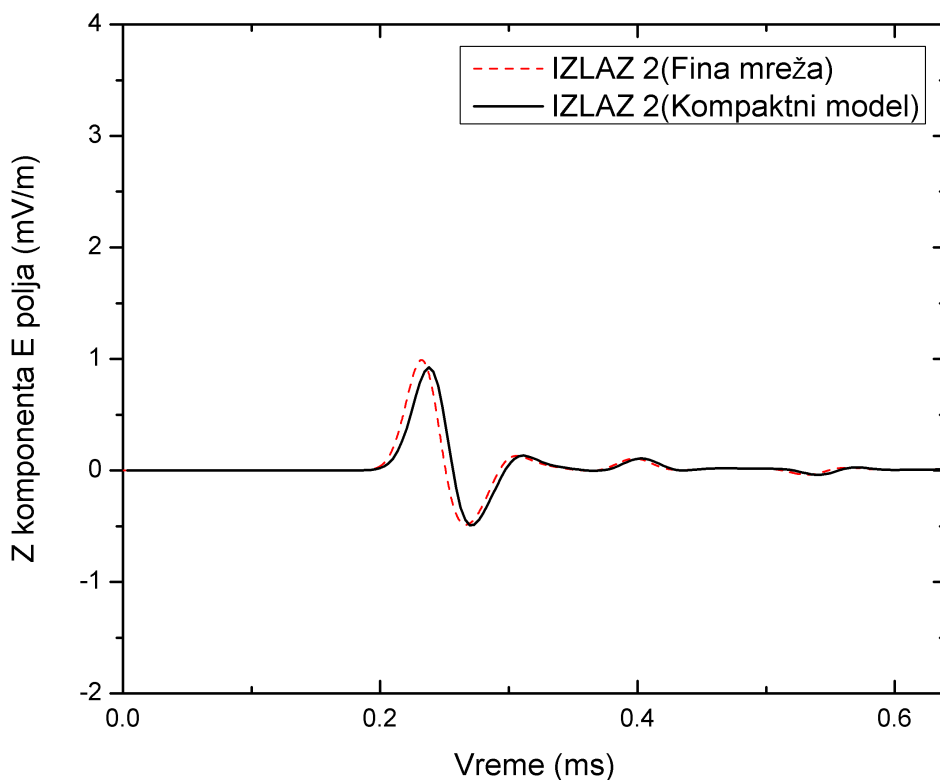
Slika 5.13. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 1 za tanak jednoslojni anizotropni materijal a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta



a)

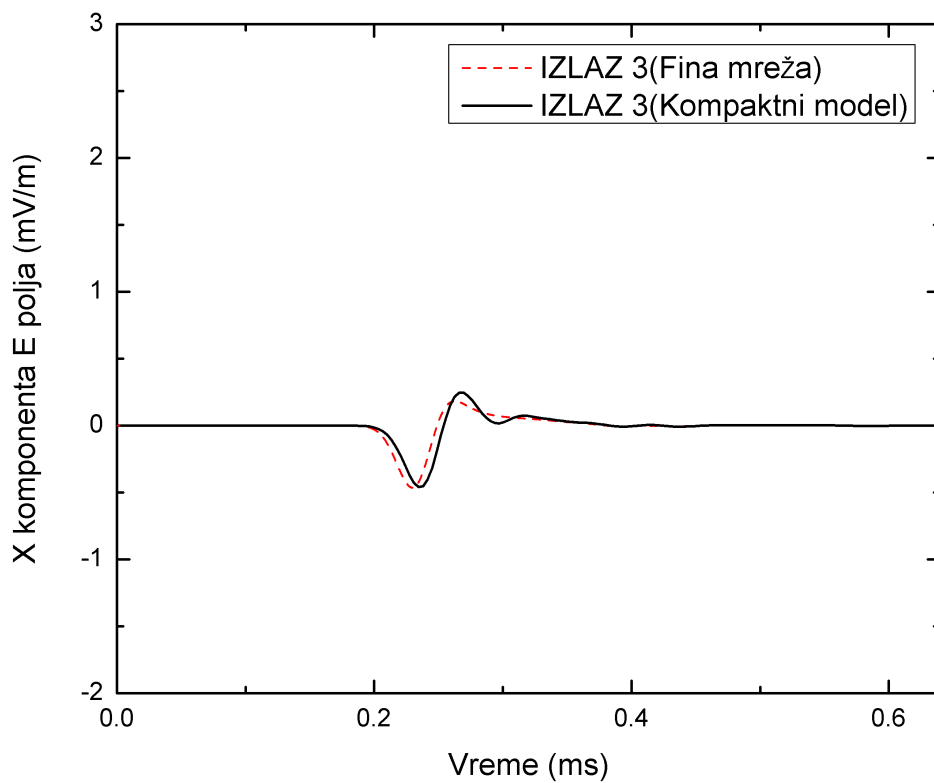


b)

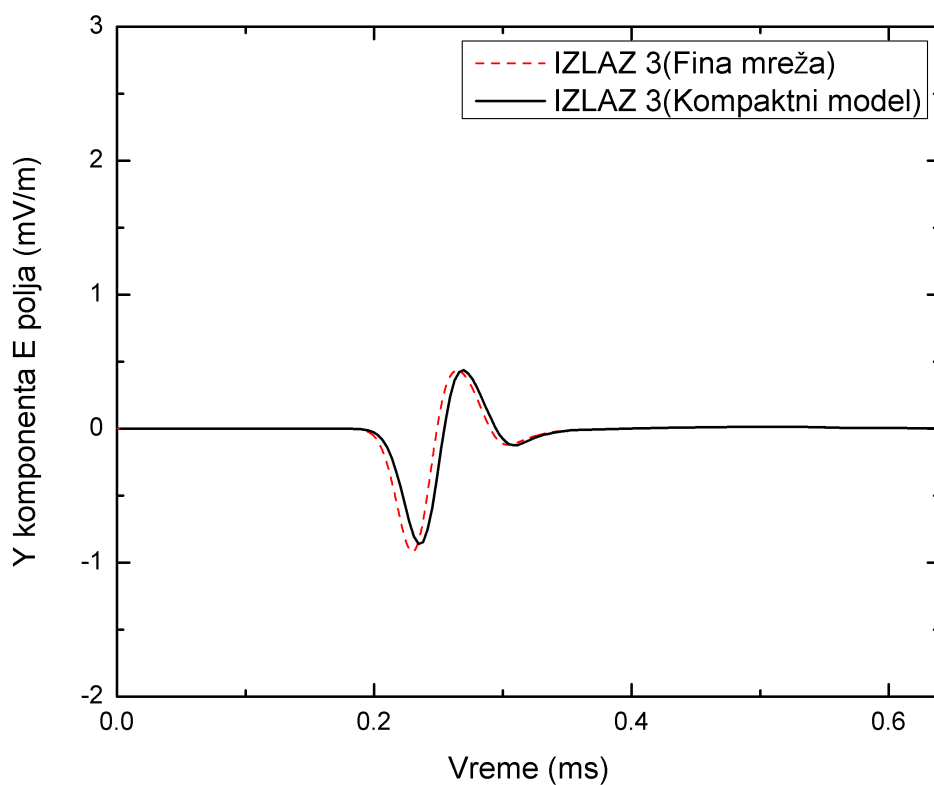


c)

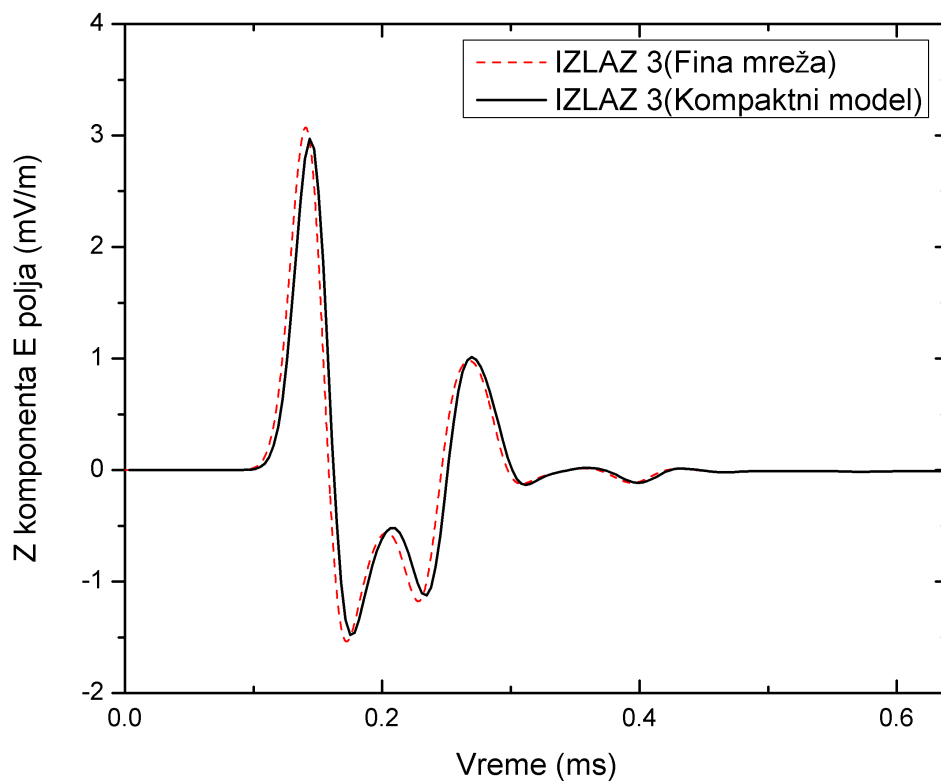
Slika 5.14. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 2 za tanak jednoslojni anizotropni materijal a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta



a)



b)



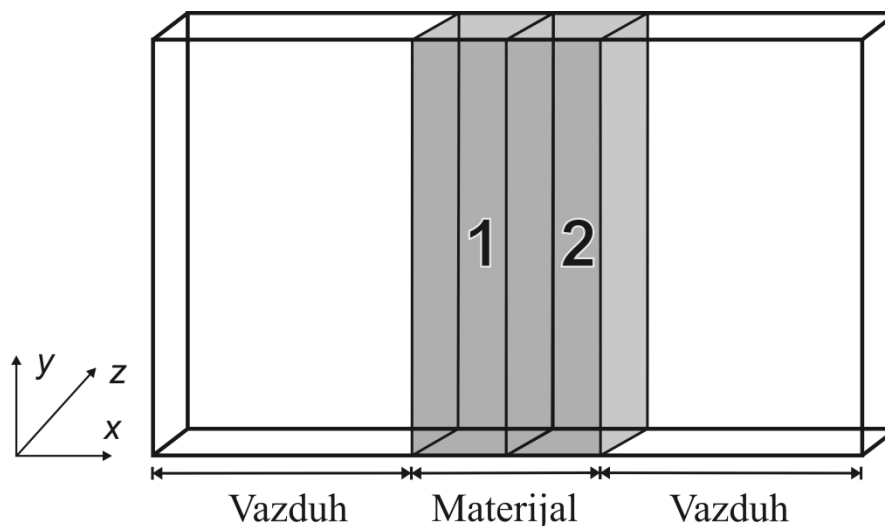
c)

Slika 5.15. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 3 za tanak jednoslojni anizotropni materijal a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta

### 5.3.2. Asimetrični slučaj

U drugom 2D slučaju, tanak panel generalnog anizotropnog kompozita karbonskog vlakna (slika 5.16) sastoji se od dva sloja debljina  $d_1 = d_2 = 1\text{mm}$ , izotropne relativne permitivnosti  $\varepsilon_r = 5$ , i anizotropnih električnih konduktivnosti:

$$\underline{\underline{\sigma}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 100 \\ 0 & 100 & 100 \end{bmatrix}, \underline{\underline{\sigma}}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 500 \end{bmatrix}. \quad (5.74)$$



Slika 5.16. Tanak dvoslojni generalno anizotropni kompozit ugljeničnog vlakna smešten u 2D prostor

### 5.3.2.1. Modelovanje 1D finom mrežom

Ukupne dimenzije i veličine ćelija za 1D finu mrežu su iste kao u prethodno opisanom jednoslojnom modelu - 210 ćelija postavljenih duž x ose, dimenzija  $\Delta l = 0.1mm$ , pri čemu se za opisivanje debljine svakog od slojeva materijala koristi 10 ćelija.

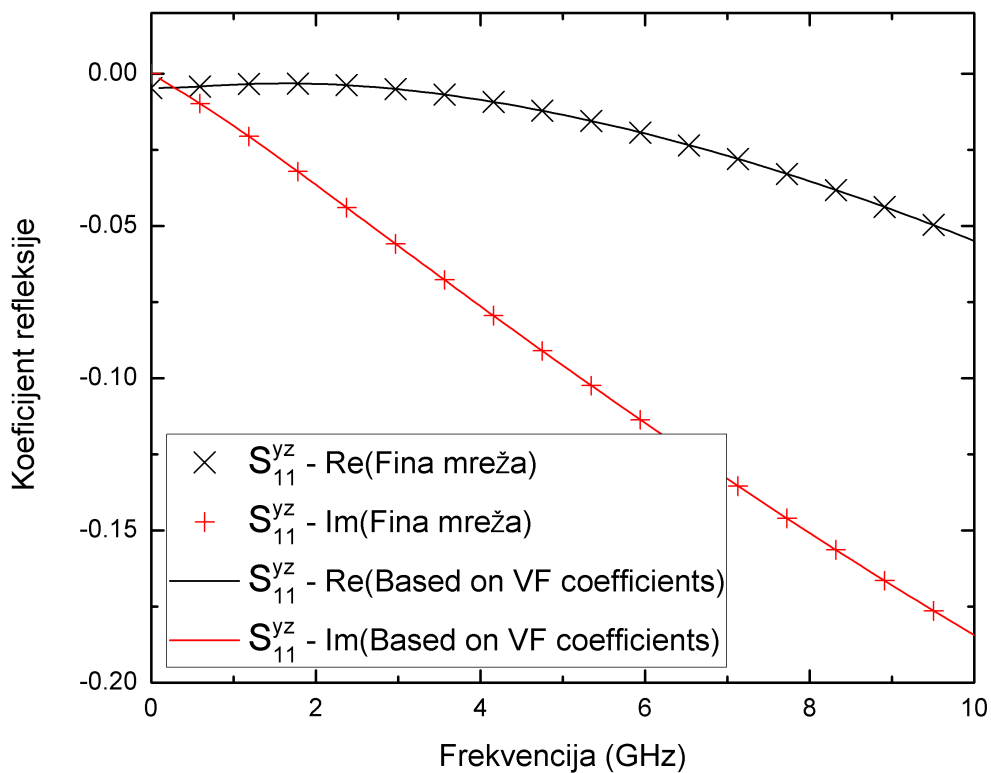
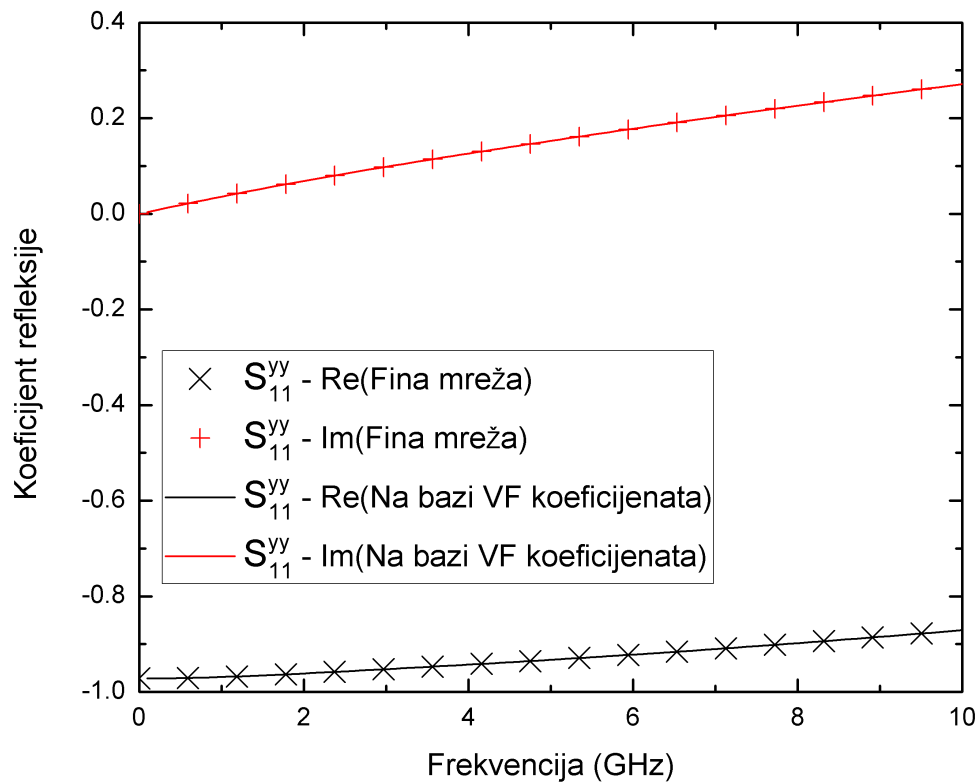
S obzirom da u ovom slučaju modelovanje panela predstavlja asimetričan problem neophodno je odrediti sve koeficijente matrice rasejanja kako bi se na ispravan način i u potpunosti moglo opisati prostiranje EM polja kroz model. Samim tim izvršene su četiri simulacija u ovom koraku, po jedna simulacija za y i jedna za z polarizovani pobudni signal za slučaj prostiranja u pozitivnom pravcu x ose (+x), i isto toliko simulacija za negativni pravac x ose (-x). Realni i imaginarni delovi pojedinih ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata refleksije i transmisije, određenih na ovaj način, su prikazani na slikama 5.17. – 5.20.

Postupak primene VF metoda i bilinearne Z transformacije je ponovljen kako bi se koeficijenti refleksije i transmisije aproksimirali. Dobljene vrednosti aproksimiranih koeficijenata A i B prikazane su u tabeli 5.3 i krive generisane na osnovu njih takođe su date na slikama slikama 5.17. – 5.20 radi poređenja.

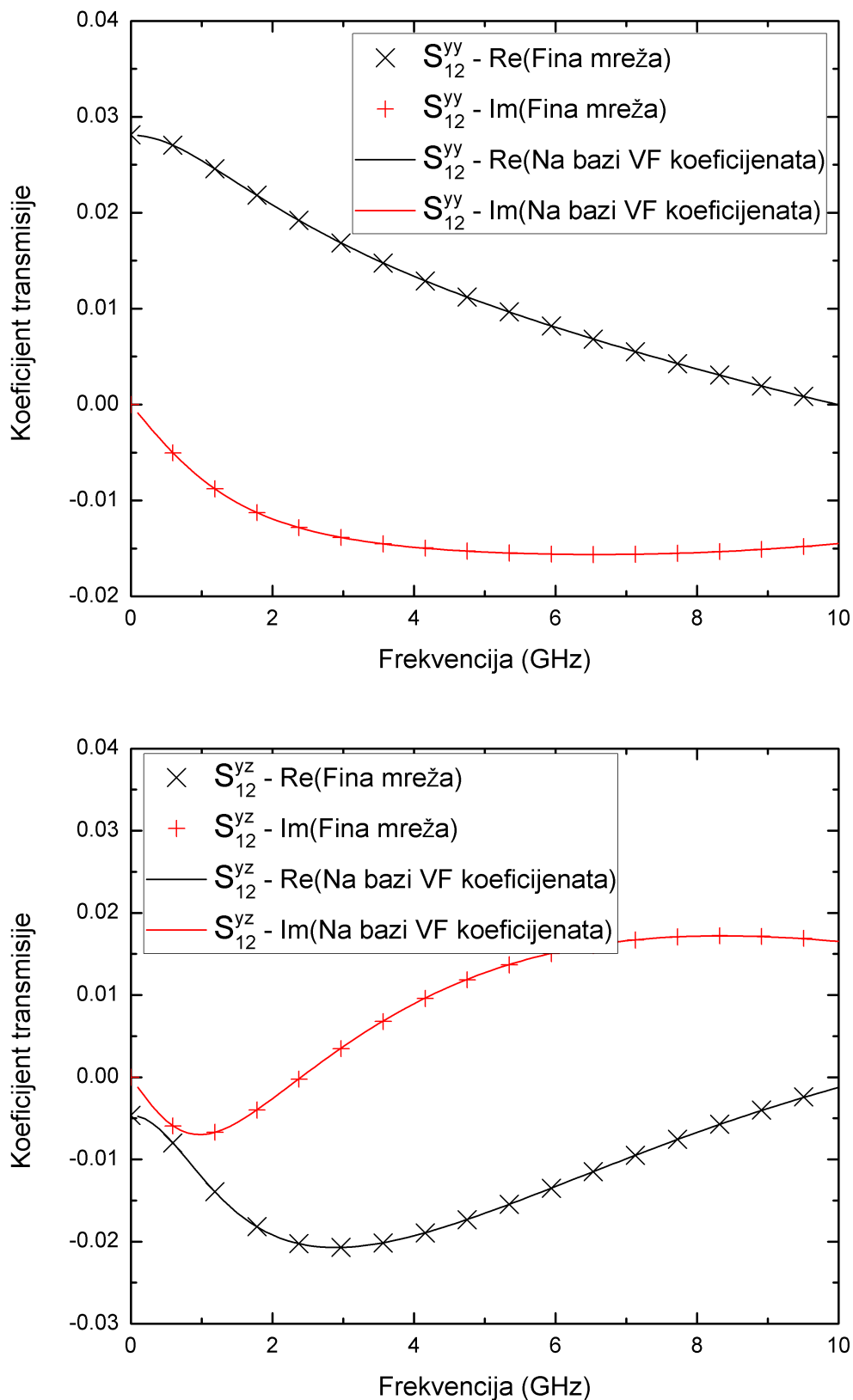
Tabela 5.3: Koeficijenti korišćeni u (5.64) i (5.65) za kompaktnu reprezentaciju parametara rasejanja dvoslojnog anizotropnog materijala

Koeficijent	$S_{11}^{yy}$	$S_{11}^{zy}$	$S_{11}^{yz}$	$S_{11}^{zz}$	$S_{12}^{yy}$	$S_{12}^{zy}$	$S_{12}^{yz}$	$S_{12}^{zz}$
$B_0$	-0.24811	-0.34991	-0.34991	-0.24751	-0.00064	-4.3E-05	0.000806	2.62E-05
$B'$	-0.36872	-0.05714	-0.05714	-0.36872	-0.00032	-5.1E-05	0.000567	3.32E-05
	0.938844	0.438528	0.438528	0.926638	0.002292	0.000184	-0.00276	-0.00011
	-0.8042	-0.68222	-0.68222	-0.77416	-0.00338	-0.00023	0.002462	0.000132
	0.232546	0.301308	0.301308	0.215514	0.001415	9.24E-05	-0.00028	-4.9E-05
$A$	1	1	1	1	1	1	1	1
	-3.03142	-2.0778	-2.0778	-3.00084	-3.36594	-3.5849	-2.69801	-3.51673
	3.418113	1.169718	1.169718	3.328296	4.257562	4.825226	2.615658	4.658698
	-1.69193	-0.03519	-0.03519	-1.61464	-2.40398	-2.89129	-1.06807	-2.75777
	0.30736	-0.05533	-0.05533	0.288149	0.512677	0.65106	0.152168	0.616004
Koeficijent	$S_{22}^{yy}$	$S_{22}^{zy}$	$S_{22}^{yz}$	$S_{22}^{zz}$	$S_{21}^{yy}$	$S_{21}^{zy}$	$S_{21}^{yz}$	$S_{21}^{zz}$
$B_0$	-0.53567	9.19E-06	9.19E-06	-0.66253	-0.00064	0.000806	-4.3E-05	2.62E-05
$B'$	-0.40885	2.38E-05	2.38E-05	-0.39397	-0.00032	0.000567	-5.1E-05	3.32E-05
	1.018796	-5.4E-05	-5.4E-05	1.023097	0.002292	-0.00276	0.000184	-0.00011
	-0.83547	3.66E-05	3.66E-05	-0.8784	-0.00338	0.002462	-0.00023	0.000132
	0.224896	-6.4E-06	-6.4E-06	0.24896	0.001415	-0.00028	9.24E-05	-4.9E-05
$A$	1	1	1	1	1	1	1	1
	-2.29451	-3.62786	-3.62786	-2.21122	-3.36594	-2.69801	-3.5849	-3.51673
	1.48577	4.920007	4.920007	1.193826	4.257562	2.615658	4.825226	4.658698
	-0.02709	-2.95467	-2.95467	0.291451	-2.40398	-1.06807	-2.89129	-2.75777
	-0.16274	0.662553	0.662553	-0.2731	0.512677	0.152168	0.65106	0.616004

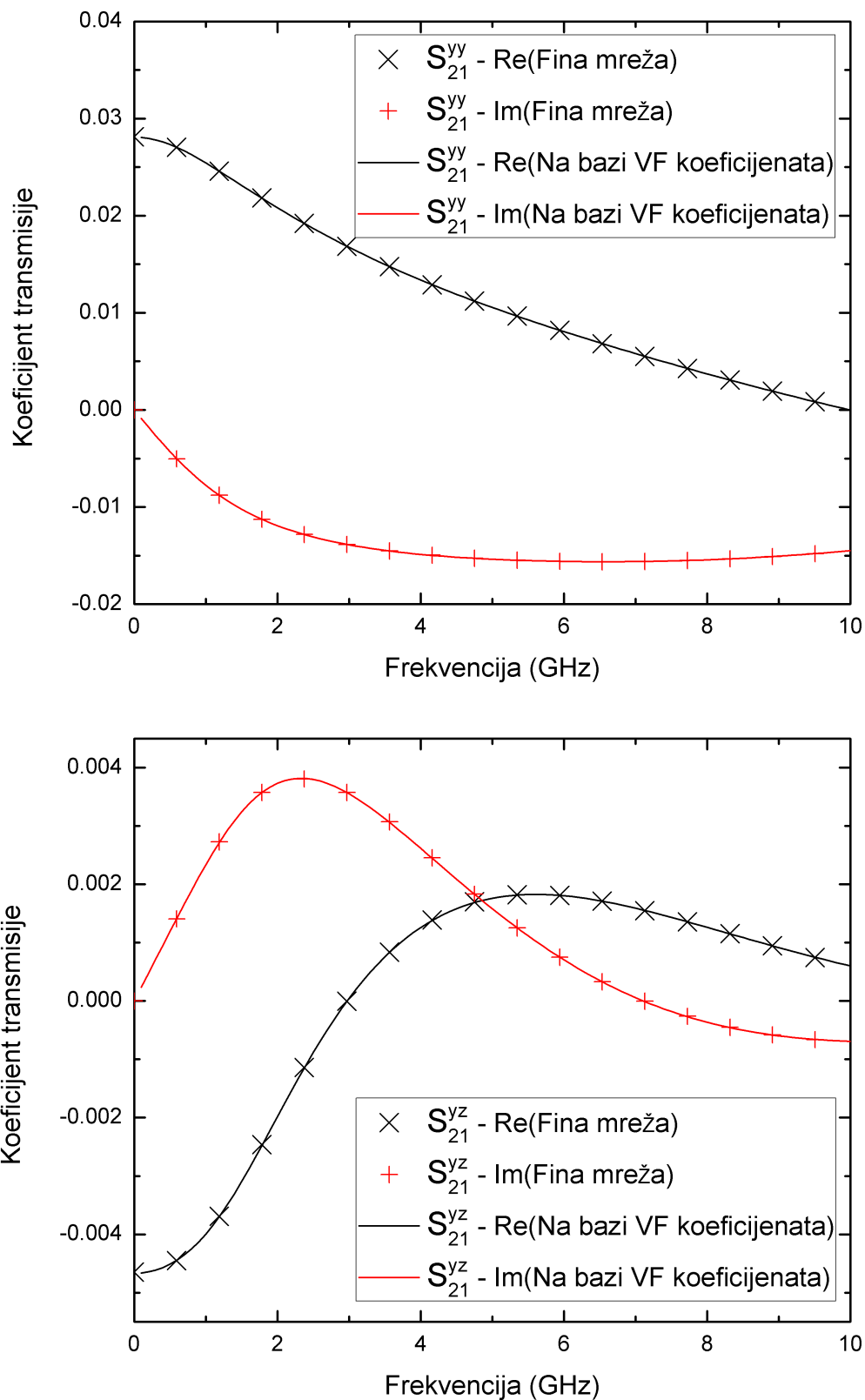




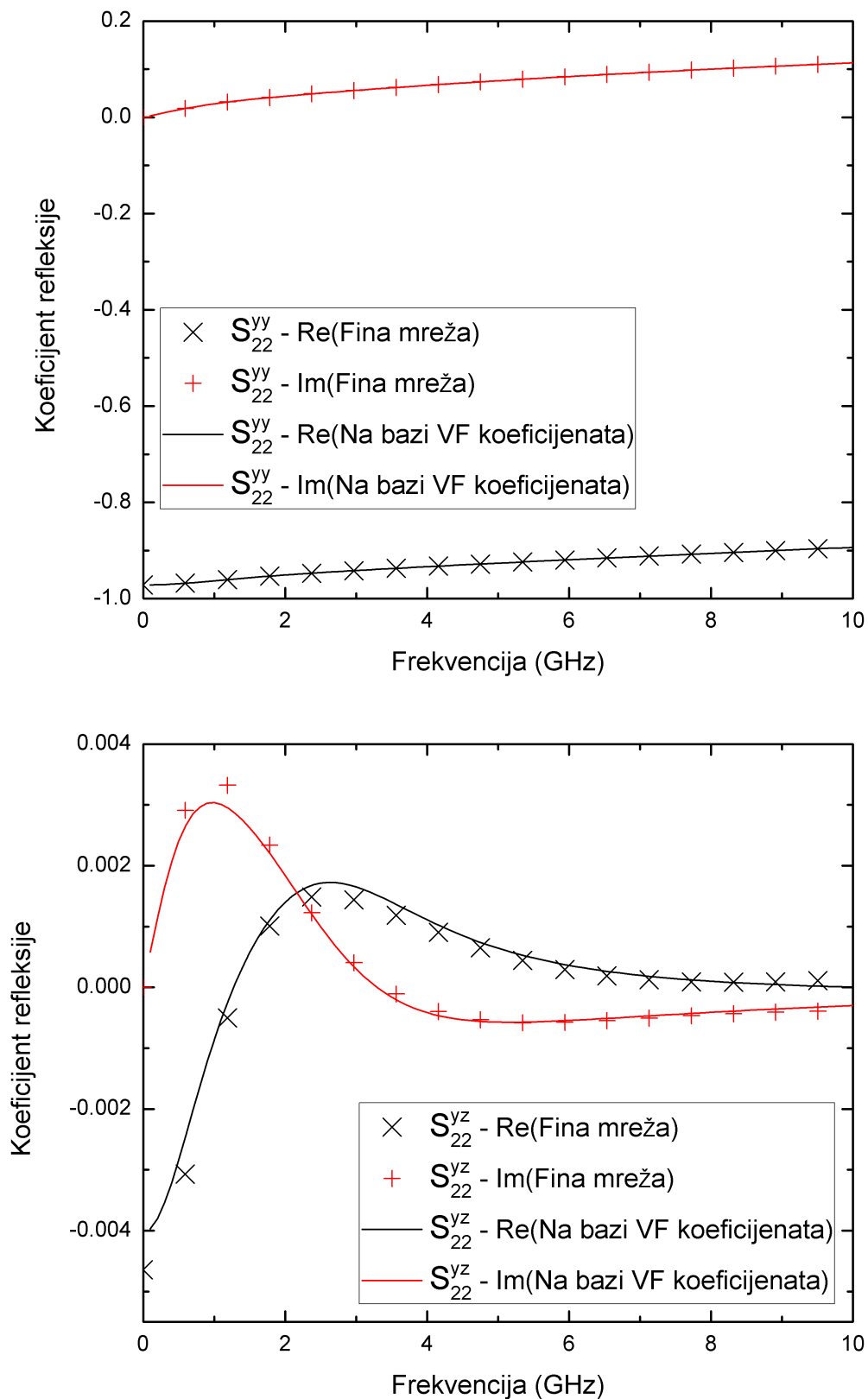
Slika 5.17. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata refleksije ( $S_{11}^{yy}$  i  $S_{11}^{yz}$ ) za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna



Slika 5.18. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata transmisije ( $S_{12}^{yy}$  i  $S_{12}^{yz}$ ) za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna



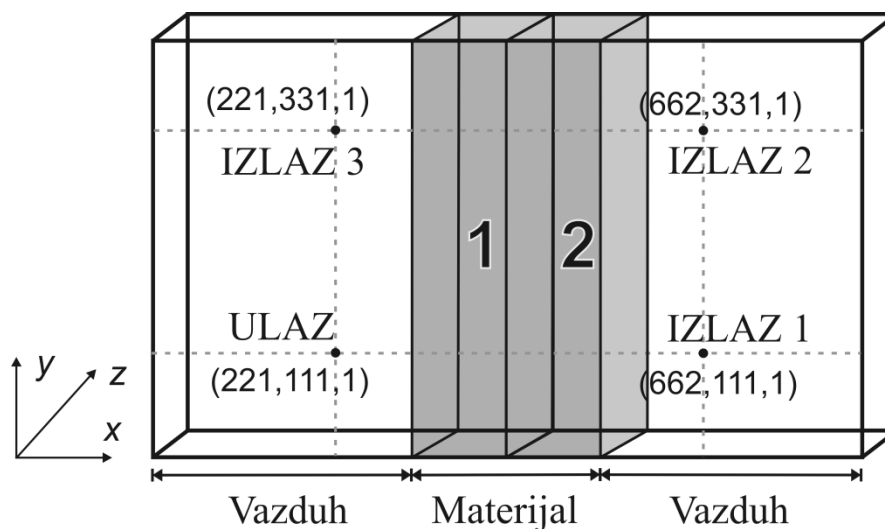
Slika 5.19. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata transmisije ( $S_{21}^{yy}$  i  $S_{21}^{yz}$ ) za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna



Slika 5.20. Realni i imaginarni delovi ko-polarizovanih i kros-polarizovanih koeficijenata refleksije ( $S_{22}^{yy}$  i  $S_{22}^{yz}$ ) za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna

### 5.3.2.2. Modelovanje 3D finom mrežom

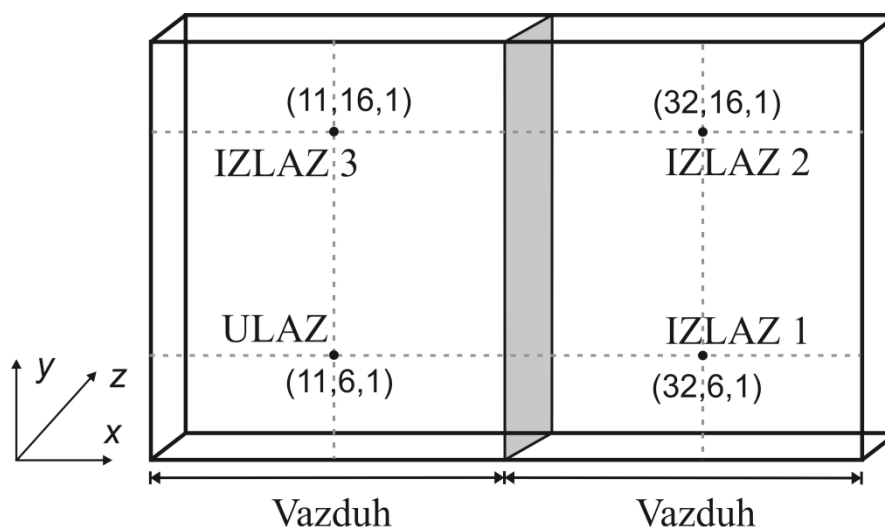
Geometrija korišćene fine mreže za modelovanje dvoslojnog kompozita ista je kao geometrija mreže prethodno predstavljenog simetričnog slučaja. Koordinate ulazne i izlaznih tačaka su iste, što se može videti na slici 5.21.



Slika 5.21. Tanak dvoslojni generalno anizotropni kompozit ugljeničnog vlakna smešten u 2D prostor za slučaj fine Z-TLM mreže

Modelovanje i simulacija su izvršeni na osnovu vrednosti osnovnih parametara panela materijala, u skladu sa prethodno opisanim postupkom za 6300 vremenskih trenutaka.

### 5.3.2.3. Modelovanje 3D grubom mrežom primenom digitalnih filtara

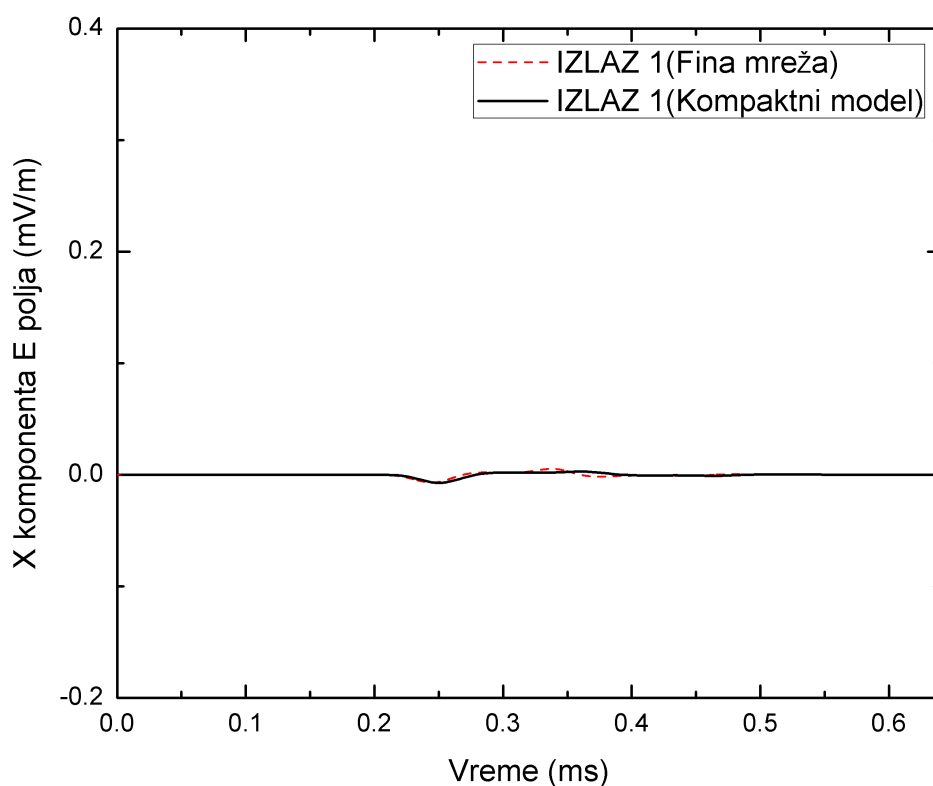


Slika 5.22. Tanak dvoslojni generalno anizotropni kompozit ugljeničnog vlakna smešten u 2D prostor za slučaj grube Z-TLM mreže

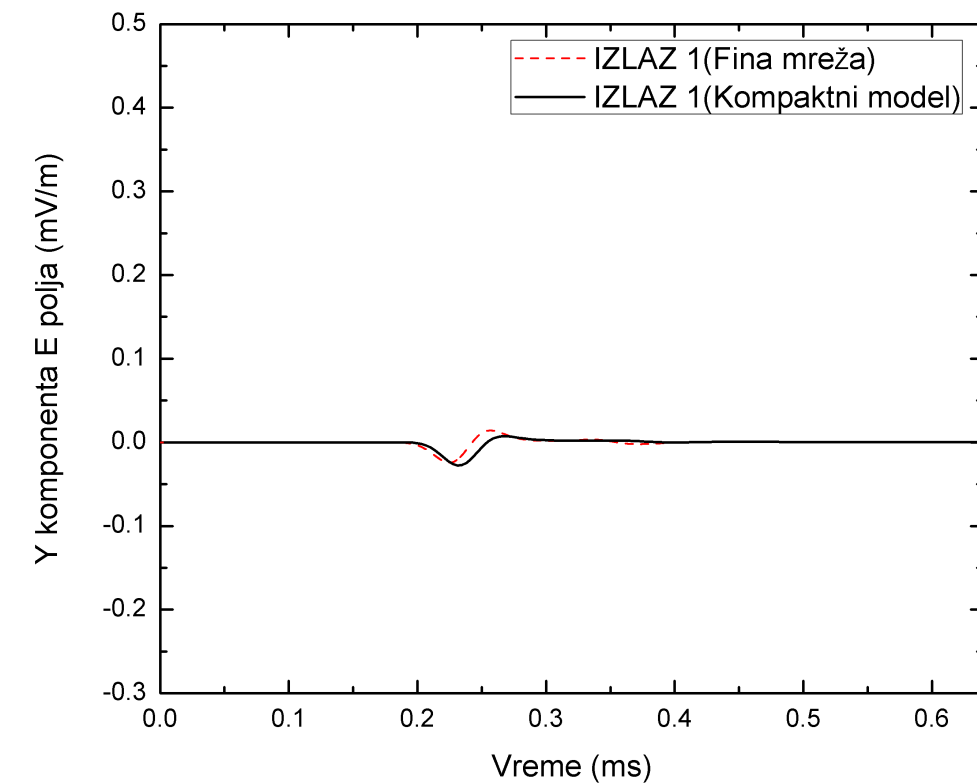
Kompaktni model je generisan na osnovu vrednosti koeficijenata iz tabele 5.3 i dvoslojni materijal zamenjen je interfejsom između ćelija koje opisuju prostor ispunjen vazduhom na isti način kao što je to učinjeno u slučaju simetričnog problema. Geometrija mreže (42x21x1 ćelija,  $\Delta l = 2.1mm$ ) koordinate ulazne i izlaznih tačaka (slika 5.22.) kao i vreme izvršenja simulacije (600 vremenskih trenutaka) je isto kao u slučaju kompaktnog modela korišćenog za rešavanje simetričnog problema.

#### 5.3.2.4. Poređenje rezultata

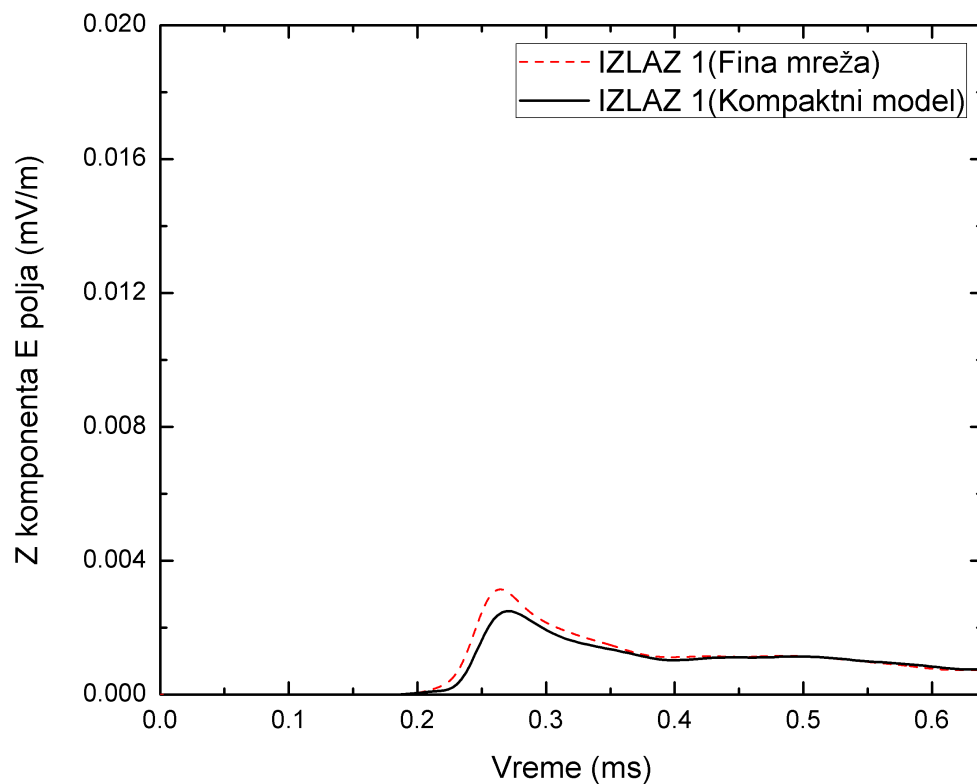
Na slikama 5.23.-5.25. može se videti dobro poklapanje između vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu, za tri definisane 3 izlazne tačke, dobijenih upotrebom fine mreže (označeno na graficima isprekidanim linijama) i grube mreže sa inkorporiranim kompaktnim modelom (označeno punim linijama). Ovim je potvrđeno da je predstavljeni metod posrednog modelovanja primenom Z-TLM kompaktnih modela na bazi digitalnih filtara podjednako uspešan kako za modelovanje simetričnih tako i asimetričnih anizotropnih struktura i materijala.



a)

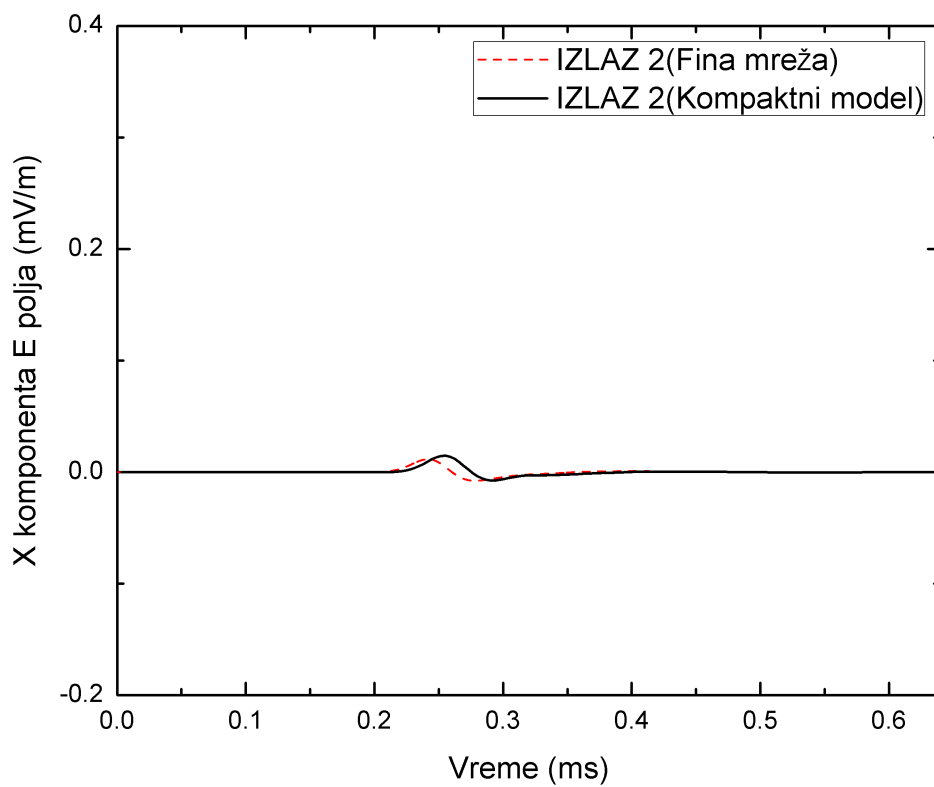


b)

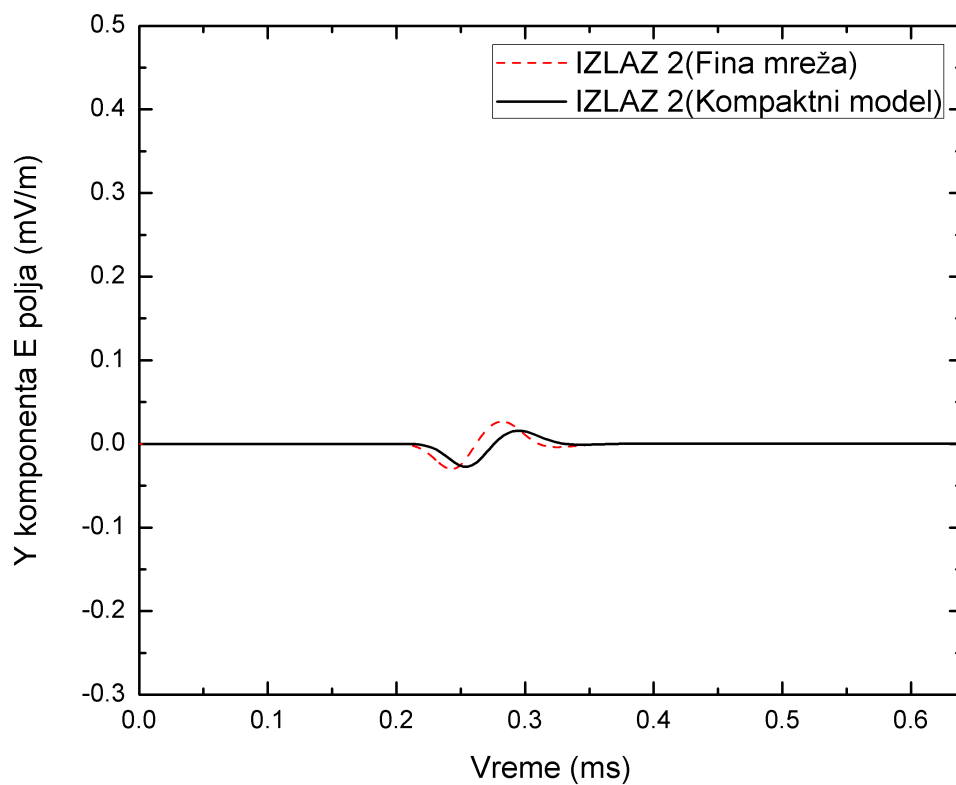


c)

Slika 5.23. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 1 za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta

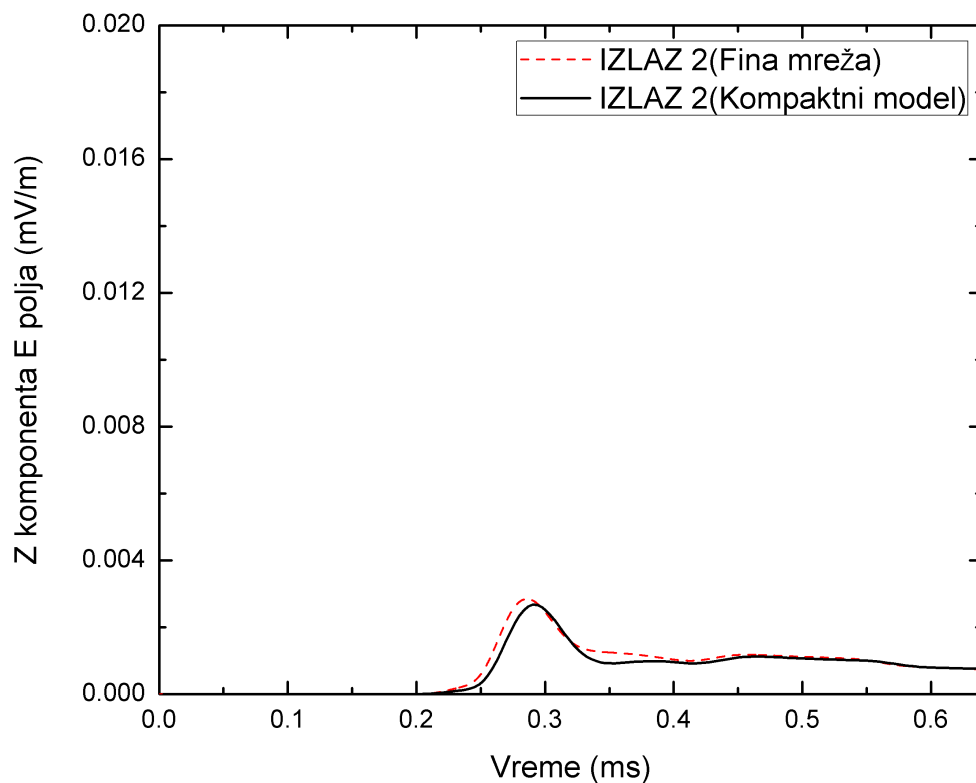


a)



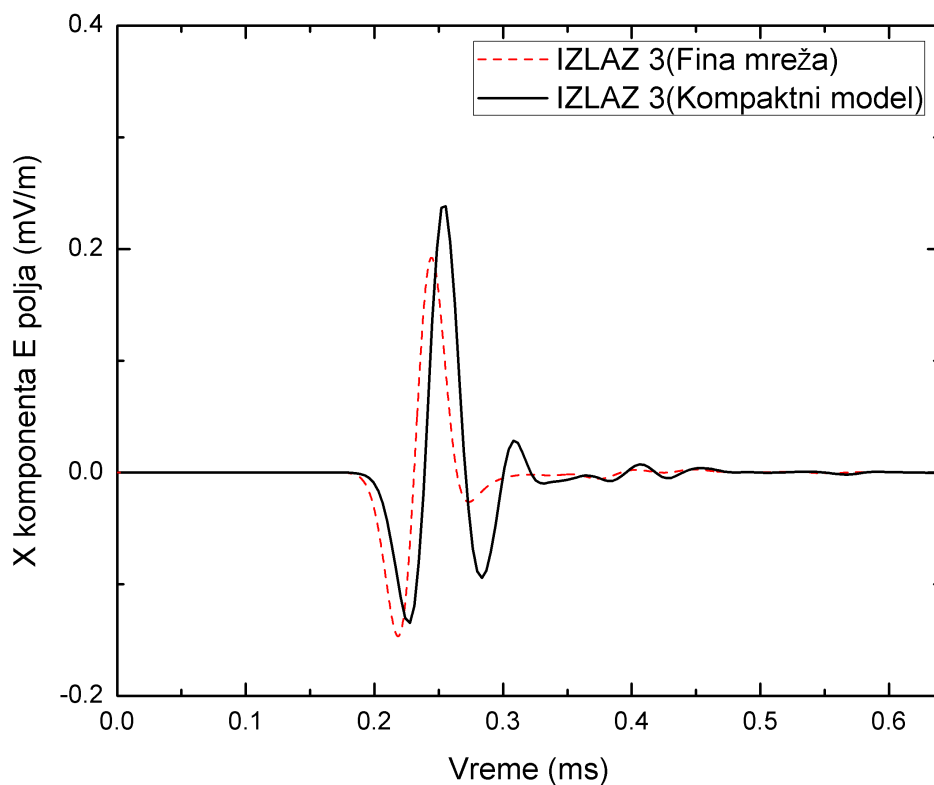
b)



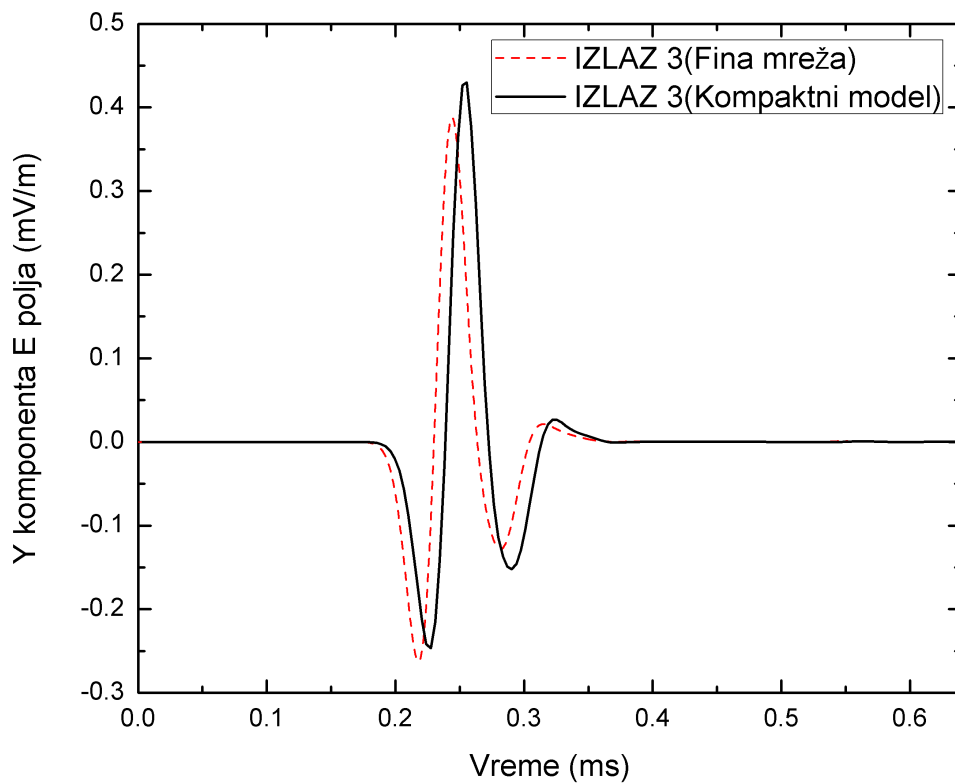


c)

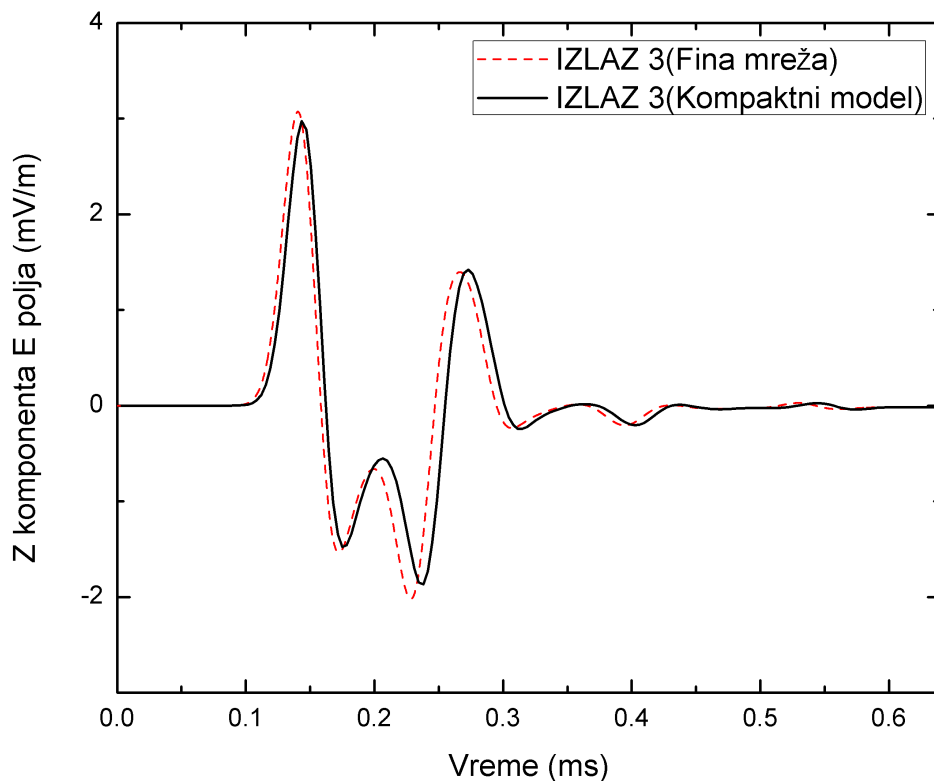
Slika 5.24. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 2 za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta



a)



b)



c)

Slika 5.25. Vrednosti komponenti električnog polja u vremenskom domenu u izlaznoj tački IZLAZ 3 za tanak dvoslojni kompozit ugljeničnog vlakna a) X komponenta b) Y komponenta c) Z komponenta

## **6 RAZVOJ KOMPAKTNIH TLM MODELA NA BAZI DIGITALNIH FILTERA ZA MODELOVANJE STRUKTURA OPISANIH SAMO PARAMETRIMA RASEJANJA**

Materijale, sredine, strukture i sklopove kod kojih ponašanja frekvencijskih zavisnosti elektromagnetskih karakteristika prate neki od postojećih modela poput *Drude*-ovog, *Debye*-vog, *Lorenz*-ovog, *Pade*-ovog i drugih, znatno je lakše opisati i implementirati u neki od metoda modelovanja u poređenju sa realnim slučajem gde se frekvencijske zavisnosti ne menjaju po unapred definisanim pravilima. Da bi se ovakvi realni slučajevi na ispravan način modelovali potrebno je pronaći način kojim bi se prethodno pomenute frekvencijski zavisne karakteristike uvele u model na što efikasniji način. Jedan od mogućih pristupa modelovanja predstavljen je u ovom poglavlju.

### **6.1 METOD EKSTRAKCIJE EFEKTIVNIH PARAMETARA**

Za svaku strukturu ili sklop koji je potrebno modelovati, određivanje parametara rasejanja predstavlja direktan korak i uglavnom se izvodi odgovarajućim eksperimentalnim merenjima, analitičkim putem (za neke jednostavnije slučajeve) ili nekim od dostupnih

pouzdanih numeričkih pristupa kao što je numeričko usrednjavanje polja ili najčešće korišćena procedura na bazi inverzije koeficijenata matrice rasejanja [52,53].

*Metod ekstrakcije efektivnih parametara* [52-55] predstavlja proces određivanja efektivnih parametara strukture na osnovu prethodno određenih koeficijenata matrice rasejanja. Proces se bazira na primeni teorije homogenizacije i pretpostavci da se modelovana struktura bez obzira na kompleksnost geometrije ili gradivni sastav, može predstaviti panelom ili blokom ekvivalentnog kontinualnog materijala opisanog setom efektivnih konstitutivnih parametara. Proces se odvija određivanjem indeksa refrakcije  $n$  i talasne impedanse razmatrane strukture  $z$  u prvom koraku, koji su direktno povezani i na osnovu kojih se u drugom koraku određuju efektivni elektromagnetski parametri:

- električna permitivnost  $\varepsilon$ ,
- magnetska permeabilnost  $\mu$ ,
- koeficijent magnetoelektričnog efekta  $\xi$  (ukoliko modelovana struktura ispoljava magnetoelektrična svojstva).

Iako je moguće u potpunosti opisati strukturu direktnom upotrebom koeficijenata  $n$  i  $z$  često je pogodnije upotrebiti prethodno pomenuti set parametara jer oni bliže opisuju elektromagnetsko ponašanje modelovane strukture. Parametri  $n$  i  $z$  povezani su sa parametrima  $\varepsilon$ ,  $\mu$  i  $\xi$  sledećim relacijama:

$$\varepsilon = \frac{n}{z}, \quad \mu = nz, \quad \xi = \sqrt{\varepsilon\mu} - n. \quad (6.1)$$

Razlike i problemi u procesu određivanja koeficijenata  $n$  i  $z$  za slučaj homogene i nehomogene strukture biće predstavljeni u nastavku.

Generalni pristup ekstrakcije za homogene materijale [52] počinje određivanjem transfer matrice, koja povezuje polja sa jedne strane modelovane strukture sa poljem na drugoj strani. Ova relacija se može predstaviti kao:

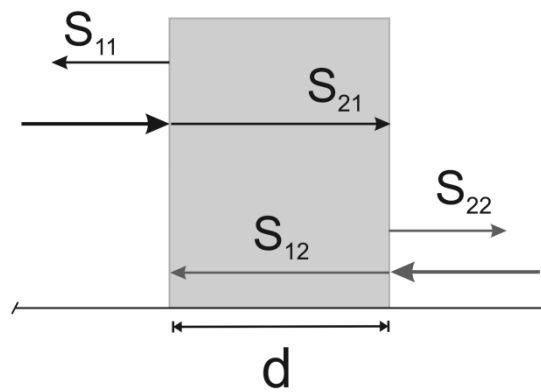
$$\underline{F}' = \underline{T}\underline{F}, \quad (6.2)$$

pri čemu transfer matrica za homogeni 1D panel ima analitički oblik:

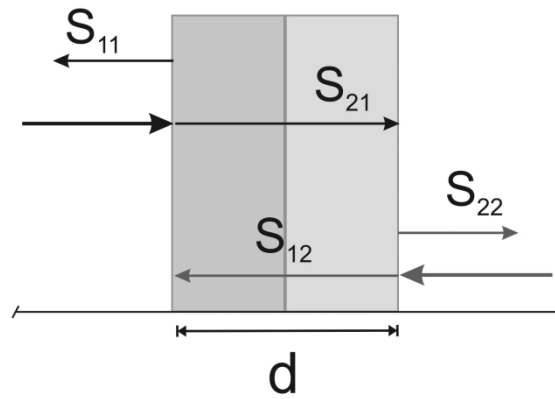
$$\underline{\underline{T}} = \begin{bmatrix} \cos(nkd) & -\frac{z}{k} \sin(nkd) \\ \frac{k}{z} \sin(nkd) & \cos(nkd) \end{bmatrix}, \quad (6.3)$$

gde je  $k = \omega / c$  talasni broj (prostorna frekvencija) incidentnog talasa, a  $d$  dužina panela (Slika 6.1). Prema [52], koeficijenti matrice rasejanja  $\underline{\underline{S}}$  se na osnovu koreficionata matrice  $\underline{\underline{T}}$  mogu odrediti kao:

$$\begin{aligned} S_{21} &= \frac{2}{T_{11} + T_{22} + \left( ikT_{12} + \frac{T_{21}}{ik} \right)}, \\ S_{11} &= \frac{T_{11} - T_{22} + \left( ikT_{12} - \frac{T_{21}}{ik} \right)}{T_{11} + T_{22} + \left( ikT_{12} + \frac{T_{21}}{ik} \right)}, \\ S_{12} &= \frac{2 \det(\underline{\underline{T}})}{T_{11} + T_{22} + \left( ikT_{12} + \frac{T_{21}}{ik} \right)}, \\ S_{22} &= \frac{T_{22} - T_{11} + \left( ikT_{12} - \frac{T_{21}}{ik} \right)}{T_{11} + T_{22} + \left( ikT_{12} + \frac{T_{21}}{ik} \right)}. \end{aligned} \quad (6.4)$$



a)



b)

Slika 6.1. 1D panel a) homogenog b) nehomogenog asimetričnog materijala

S obzirom da za homogenu strukturu ili materijal (Slika 6.1. a)) važi da je  $T_{11} = T_{22} = T_s$  i  $\det(\underline{T}) = 1$ , pri čemu je  $\underline{S}$  matrica simetrična, relacije (6.4) mogu se napisati kao:

$$S_{21} = S_{12} = \frac{1}{T_s + \frac{1}{2} \left( ikT_{12} + \frac{T_{21}}{ik} \right)},$$

$$S_{11} = S_{22} = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{T_{21}}{ik} - ikT_{12} \right)}{T_s + \frac{1}{2} \left( ikT_{12} + \frac{T_{21}}{ik} \right)}. \quad (6.5)$$

Uvođenjem analitičkog oblika koeficijenta matrice  $\underline{T}$  iz (6.3) u jednačinu (6.5) dobija se direktna relacija  $n$  i  $z$  koeficijenta sa koeficijentima matrice  $\underline{S}$ :

$$S_{21} = S_{12} = \frac{1}{\cos(nkd) - \frac{i}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right) \sin(nkd)} \quad (6.6)$$

$$S_{11} = S_{22} = \frac{i}{2} \left( \frac{1}{z} - z \right) \sin(nkd). \quad (6.7)$$

Daljim sređivanjem izraza (6.6) i (6.7) dolazi se do formula za izračunavanje  $n$  i  $z$  koeficijenta za slučaj homogene sredine:

$$n = \frac{1}{kd} \cos^{-1} \left[ \frac{1}{2S_{21}} \left( 1 - S_{11}^2 + S_{21}^2 \right) \right], \quad (6.8)$$

$$z = \sqrt{\frac{(1+S_{11})^2 - S_{21}^2}{(1-S_{11})^2 - S_{21}^2}}. \quad (6.9)$$

U praksi, međutim, inverzni kosinus u jednačini (6.8) otežava nedvosmisleno određivanje parametara materijala osim ukoliko je poznato da je talasna dužina u modelovanoj sredini mnogo veća od dužine panela  $d$  [53].

Kada je modelovana struktura nehomogena, validnost jednačina (6.8) i (6.9) nije jasno definisana, naročito ukoliko postoji asimetrija duž pravca prostiranja (Slika 6.1. b)), tada će se  $S_{11}$  i  $S_{22}$  razlikovati, i procedura ekstrakcije će kao rezultat dati drugačije parametre materijala zavisno od pravca prostiranja dolazećeg talasa (drugim rečima  $\varepsilon(z) \neq \varepsilon(-z)$ ). Usled ovog problema prethodno predstavljena formulacija za homogenu sredinu u ovakvom slučaju neće dati validne rezultate.

U [52] je izvođenjem pokazano da se indeks refrakcije  $n$  za nehomogeni slučaj može odrediti upotrebom iste jednačine kao i za homogeni slučaj uz uvođenje srednje vrednosti refleksija  $S_{11}$  i  $S_{22}$  u formi koeficijenta parametra  $S_{av}$  koji se definiše kao:

$$S_{av} = \sqrt{S_{11}S_{22}}, \quad (6.10)$$

odakle sledi:

$$n = \frac{1}{kd} \cos^{-1} \left[ \frac{1}{2S_{21}} (1 - S_{av}^2 + S_{21}^2) \right]. \quad (6.11)$$

Treba imati u vidu da je procedura ekstrakcije kako za homogene tako i za simetrične nehomogene jedinične ćelije, identična jer važi  $S_{11} = S_{22}$ .

Za naredni korak u okviru kojeg treba odrediti impedansu  $z_{red}$  za nehomogenu sredinu najpre je neophodno izraziti elemente  $\underline{\underline{S}}$  matrice preko elemenata  $\underline{\underline{T}}$  matrice na sledeći način [52]:

$$\begin{aligned}
 T_{11} &= \frac{(1+S_{11})(1-S_{22})+S_{21}S_{12}}{2S_{21}}, \\
 T_{12} &= \frac{(1+S_{11})(1+S_{22})-S_{21}S_{12}}{2S_{21}}, \\
 T_{21} &= \frac{(1-S_{11})(1-S_{22})-S_{21}S_{12}}{2S_{21}}, \\
 T_{22} &= \frac{(1-S_{11})(1+S_{22})+S_{21}S_{12}}{2S_{21}}.
 \end{aligned} \tag{6.12}$$

Za ekvivalentni blok materijala  $z_{red}$  je unutrašnji parametar koji opisuje odnos električnog i magnetskog polja za ravanski talas. Očigledno, za nehomogeni materijal odnos polja će varirati kroz sredinu što vodi do neizbežne dvosmislenosti u samoj definiciji. Redukovana impedansa  $z_{red}$  se može naći kao:

$$z_{red} = \frac{(T_{22} - T_{11}) \mp \sqrt{(T_{22} - T_{11})^2 + 4T_{12}T_{21}}}{2T_{21}}. \tag{6.13}$$

Znak  $\pm$  ispred korena ove jednačine predstavlja dva smera prostiranja EM signala kroz sredinu, duž definisane ose prostiranja.

Upotrebom vrednosti za elemente  $\underline{T}$  matrice, jednačine (6.12), dobija se zavisnost impedanse  $z_{red}$  od koeficijenata matrice rasejanja kao i u jednačini (6.9).

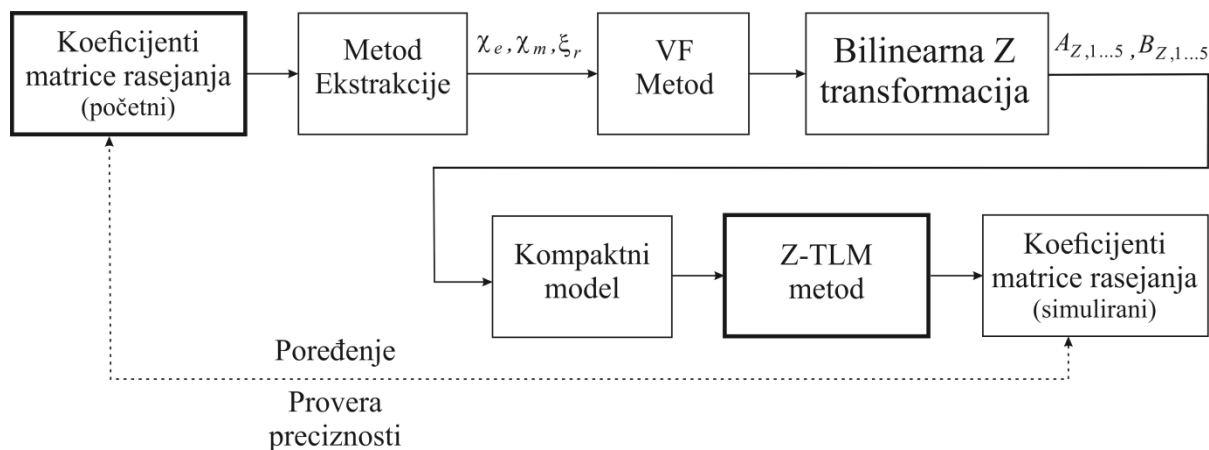
Ovako određeni indeks refrakcije  $n$  i redukovana impedansa  $z_{red}$  se na kraju vraćaju u relacije (6.1) kako bi se odredile vrednosti efektivnih elektromagnetskih parametara materijala.

## 6.2 METOD MODELOVANJA ELEKTROMAGNETSKIH STRUKTURA OPISANIH SAMO MATRICOM RASEJANJA PRIMENOM EKSTRAHOVANIH EFEKTIVNIH PARAMETARA

*Metod modelovanja elektromagnetskih struktura opisanih samo matricom rasejanja primenom ekstrahovanih efektivnih elektromagnetskih parametara [56-58,41] (Slika 6.2),*



počinje primenom odgovarajućeg metoda ekstrakcije, predstavljenog u prethodnoj sekciji, na koeficijente matrice rasejanja razmatranog materijala, dobijenih analitički, numerički ili eksperimentalno, kako bi se odredili indeks refrakcije  $n$  i impedansa modelovanog materijala  $z$ . Ovi parametri se dalje koriste za određivanje efektivne permitivnosti, permeabilnost i koeficijenta magnetoelektričnog efekta (naravno, ukoliko je takav efekat prisutan u modelovanom materijalu) u frekvencijskom opsegu od interesa.



Slika 6.2. Blok dijagram procesa Z-TLM kompaktnog modelovanja anizotropnog materijala na bazi ekstrahovanih efektivnih parametara

Ovako dobijeni efektivni parametri se primenom direktne konverzije transformišu u odgovarajuće susceptibilnosti (električna –  $e$ , magnetska –  $m$  i magnetoelektrična –  $r$ ). One se zatim dalje aproksimiraju upotrebom VF metoda (sekcija §5.2) kako bi se svaka susceptibilnost predstavila u formi racionalne funkcije:

$$\chi_{[e,m,r]}(s) = \sum_{i=0}^{NP_{[e,m,r]}-1} \frac{C_{[e,m,r]i}}{s - s_{[e,m,r]pi}} \quad (6.14)$$

U izrazu (6.14)  $NP_{[e,m,r]}$  predstavlja broj polova,  $s_{[e,m,r]pi}$  predstavlja grupu kompleksnih frekvencija polova, dok su  $C_{[e,m,r]i}$  ostaci u polovima VF aproksimiranih susceptibilnosti.

U narednom koraku se primenjuje bilinearna Z transformacija:

$$s \xrightarrow{z} \frac{2}{\Delta l} \left( \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \right), \quad (6.15)$$

kako bi se dobio vremenski diskretni model oblika:

$$\chi_{[e,m,r]}(z) = \frac{\sum_{i=0}^{NP_{[e,m,r]}} B_{[e,m,r]} i z^{-i}}{\sum_{i=0}^{NP_{[e,m,r]}} A_{[e,m,r]} i z^{-i}}, \quad (6.16)$$

gde  $A_{[e,m,r]} i$  i  $B_{[e,m,r]} i z^{-i}$  predstavljaju realne koeficijente a  $z$  je vremenski operator.

A i B koeficijenti se koriste za definisanje kompaktnog modela koji u potpunosti predstavlja razmatrani materijal sa datim S parametrima i omogućuje analizu prostiranja elektromagnetskog polja kroz materijal.

Kompaktni model se dalje inkorporira u TLM proceduru rasejanja gde su električno i magnetsko polje proračunati kao:

$$\begin{bmatrix} \underline{V} \\ \underline{i} \\ \underline{S}_e \\ \underline{S}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{T}_e \cdot (2\underline{V}^r + z^{-1} \underline{S}_e) \\ \underline{T}_m \cdot (-2\underline{i}^r + z^{-1} \underline{S}_m) \\ 2\underline{V}^r + \underline{k}_e \underline{V} + \underline{S}_{e1} + \underline{S}_{rm} \\ -2\underline{i}^r + \underline{k}_m \underline{i} + \underline{S}_{m1} + \underline{S}_{re} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

pri čemu su:

$$\begin{aligned} \underline{T}_e &= \left( \underline{4} + \underline{g}_{e0} + 4\underline{\chi}_{e0} + 4\underline{\xi}_{r0} \right)^{-1}, \\ \underline{T}_m &= \left( \underline{4} + \underline{r}_{m0} + 4\underline{\chi}_{m0} + 4\underline{\zeta}_{r0} \right)^{-1}, \\ \underline{k}_e &= - \left( \underline{4} + \underline{g}_{e0} - 4\underline{\chi}_{e1} \right)^{-1}, \\ \underline{k}_m &= - \left( \underline{4} + \underline{r}_{m0} - 4\underline{\chi}_{m1} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (6.18)$$

dok  $\underline{S}_{e1}, \underline{S}_{m1}, \underline{S}_{re}, \underline{S}_{rm}$  predstavljaju vektore dodatnih akumulatora materijala. Radi pojednostavljenja, pretpostavlja se da električna provodnost i magnetska otpornost nisu frekvencijski zavisni.

Na kraju nakon izvršenja TLM algoritma, ispravnost i preciznost postupka se takođe može potvrditi poređenjem finalnih rezultata sa početnim vrednostima S parametra.

Ovim metodom se takođe može vršiti analiza uticaja promene efektivnih parametara na raspodelu elektromagnetskog polja, u cilju optimizacije postojećih i razvoja novih uređaja i sklopova na bazi generalnih anizotropnih i disperzivnih materijala o čemu će više biti reči u sekciji § 6.5.

U nastavku će biti predstavljen način primene ovog metoda za dva slučaja:

- Modelovanje jedinične ćelije metamaterijala na bazi *split ring* rezonatora i žičanih cilindara,
- Modelovanje panela hiralnog materijala.

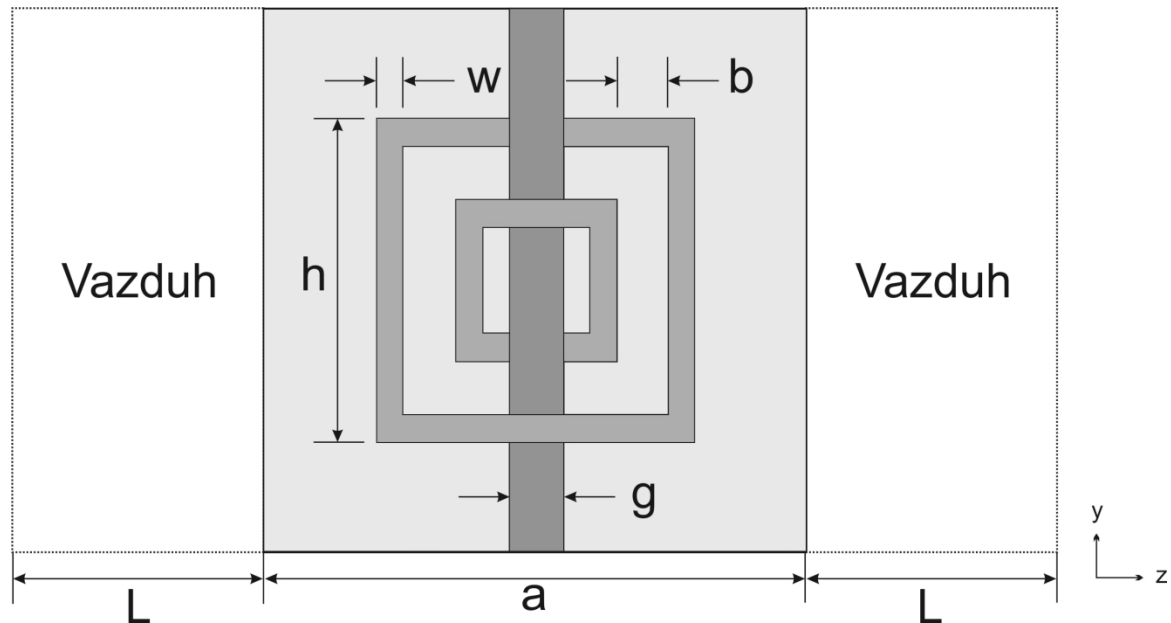
## 6.3 MODELOVANJE JEDINIČNE ĆELIJE METAMATERIJALA

Pristup modelovanja baziran na jednodimenzionalnom (1D) TLM metodu sa Z transformacijama, koji koristi ekstrahovane efektivne parametare za efikasno predstavljanje disperzivne strukture metamaterijala sa gubicima opisane matricom rasejanja [56], proširen je za trodimenzionalni (3D) slučaj [57,58]. Panel jedinične ćelije na bazi žičanih cilindara i *split-ring* rezonatora koji ispoljava karakteristike dvostruko negativnih metamaterijala u THz frekvencijskom opsegu, je upotrebljen kako bi se potvrdila preciznost i stabilnost predstavljenog metoda.

### 6.3.1. Parametri modela

Konstrukcija jedinične ćelije MM koja je razmatrana u ovom primeru bazira se na SSR i žičanom cilindru (slika 6.3.) [55]. Širina jedinične ćelije je  $a = 50\mu m$ , rastojanje između prstenova  $b = 5\mu m$ , visina spoljnog prstena  $h = 30\mu m$ , širina prstena je  $w = 2.5\mu m$  dok je širina procepa  $g = 5\mu m$ . Dielektrični materijal debljine  $2.5\mu m$  između bakarnog SRR

i bakarnog žičanog cilindra okarakterisan je dielektričnom konstantom  $\varepsilon_r = 3.84$  i tangensom gubitaka  $\tan \delta = 0.018$  pri čemu ne postoji prisustvo magnetoelektričnog efekta i direktne povezanosti između komponenti električnog i magnetskog polja. Područje ispunjeno vazduhom u ovom slučaju je širine  $L = 75 \mu\text{m}$  sa obe strane metamaterijala.



Slika 6.3. Geometrija jedinične ćelije panela metamaterijala na bazi SRR i žičanog cilindra okružena vazduhom [55]

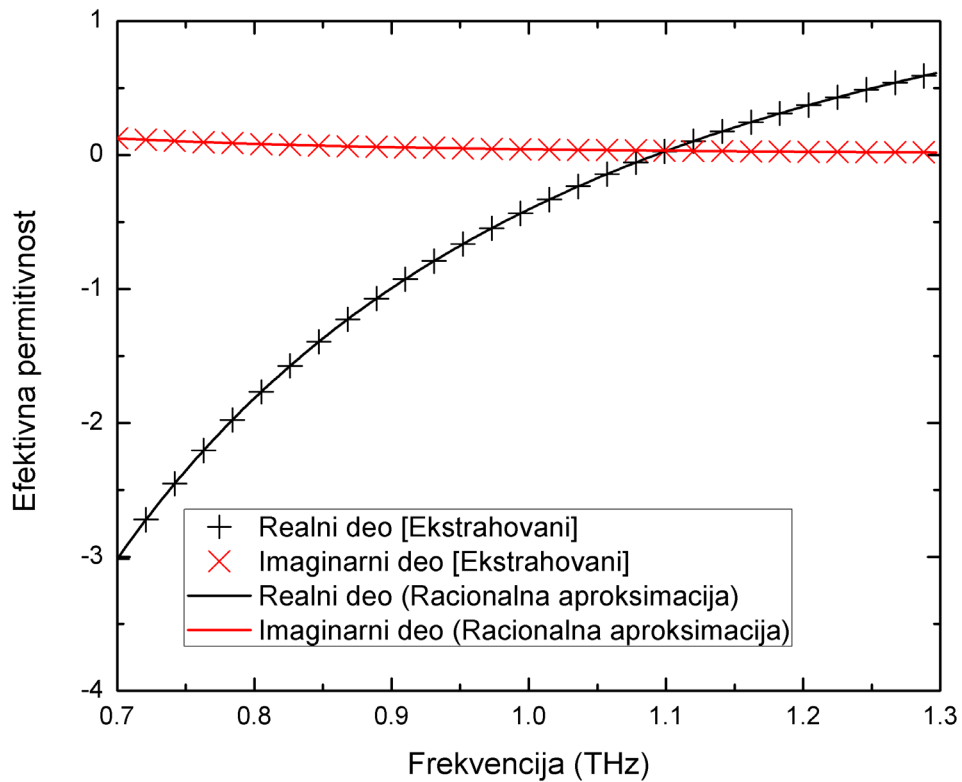
### 6.3.2. Proces modelovanja

Efektivna permitivnost i permeabilnost, su ekstrahovane u [55] upotrebom metoda ekstrakcije na bazi modela disperzije kako bi se obezbedilo da njihovi imaginarni delovi nisu negativni u razmatranom frekvencijskom opsegu pošto je u pitanju pasivna sredina:

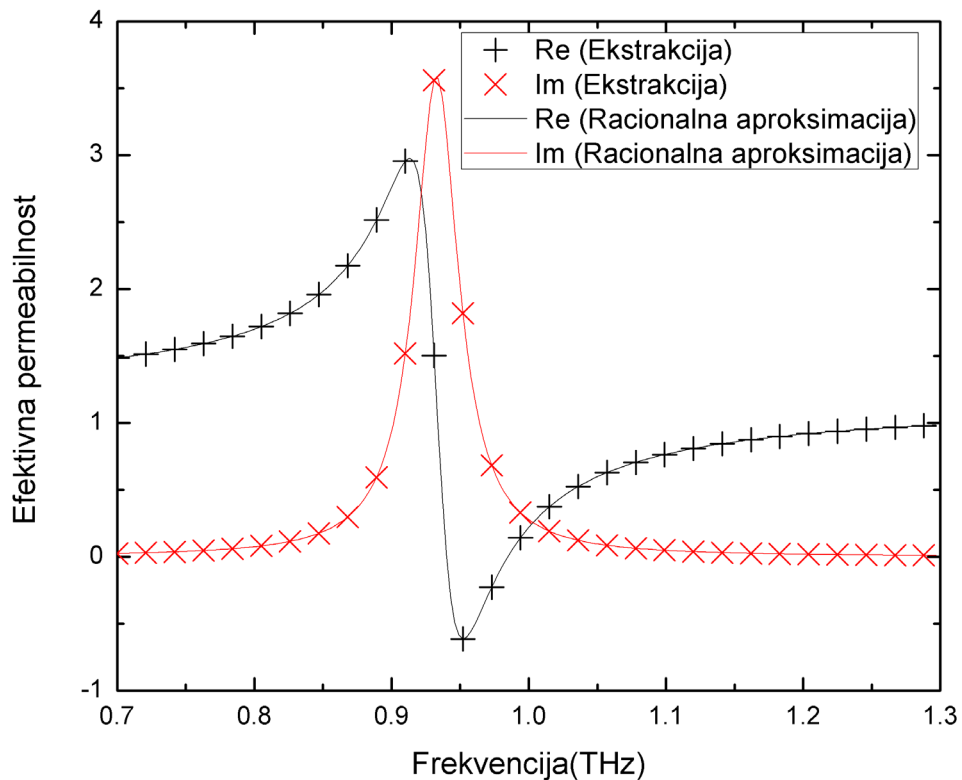
$$\text{Im}(\varepsilon) \geq 0, \text{Im}(\mu) \geq 0. \quad (6.19)$$

Ekstrahovane permitivnost i permeabilnost (Slike 6.4. i 6.5.), su prvo konvertovane u električnu i magnetsku susceptibilnost respektivno, umanjnjem njihove vrednosti za 1, i zatim aproksimirane upotrebom VF metoda racionalnim funkcijama 4-tog reda (NP=4). Realni koeficijenti A i B vremenski diskretnog modela dati na osnovu izraza (6.16), dobijeni nakon primene bilinearne Z transformacije su dati u Tabeli 6.1. Vremenski diskretni modeli

savršeno prate ekstrahovanu permitivnost i permeabilnost što je prikazano punim linijama na slikama 6.4. i 6.5.



Slika 6.4. Efektivna permitivnost jedinične ćelije metamaterijala na bazi SRR i žičane ćelije



Slika 6.5. Efektivna permeabilnost jedinične ćelije metamaterijala na bazi SRR i žičane ćelije

Tabela 6.1 Koeficijenti diskretnih vremenskih modela za električne i magnetske susceptibilnosti u (6.16)

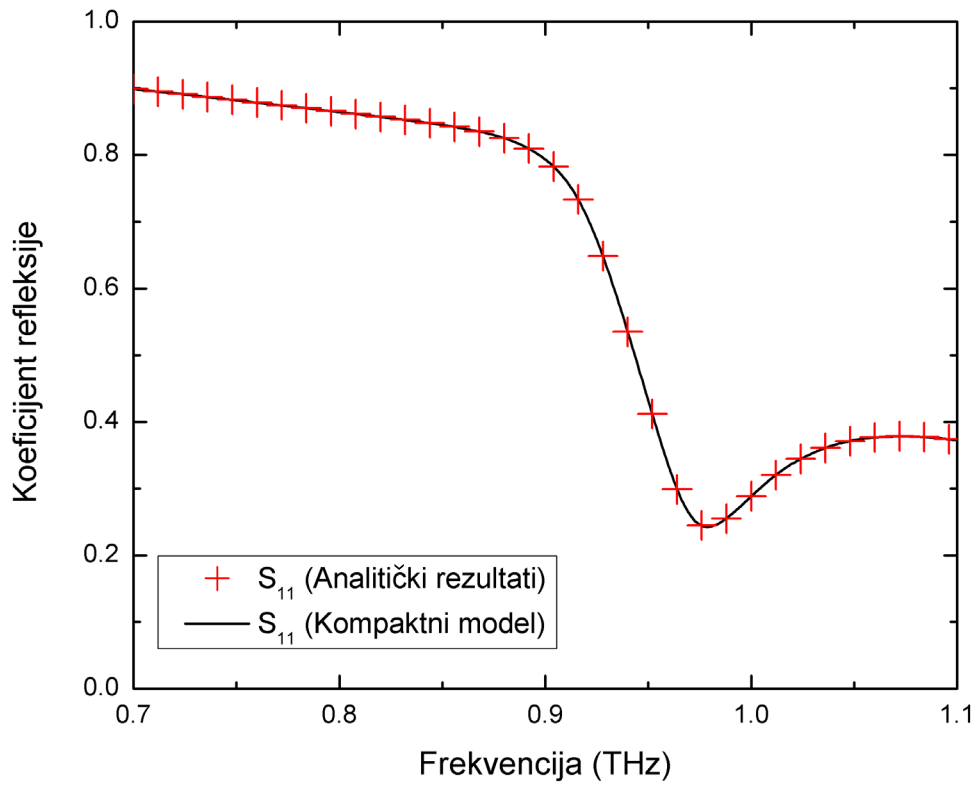
$i$	$A$		$B$	
	$A_{[e]i}$	$A_{[m]i}$	$B_{[e]i}$	$B_{[m]i}$
0	1	1	1.104003E+00	1.440001E-01
1	-1.999907E+00	-1.924199E+00	-2.207892E+00	-2.770844E-01
2	-9.297834E-05	-7.579065E-02	-1.026476E-04	-1.091382E-02
3	1.999907E+00	1.924199E+00	2.207892E+00	2.770844E-01
4	-9.999070E-01	-9.242091E-01	-1.103900E+00	-1.330862E-01

Kompaktni model razvijen na osnovu aproksimiranih A i B koeficijenata je inkorporiran u Z-TLM algoritam prateći prethodno objašnjen pristup. Kako bi se precizno predstavilo elektromagnetsko polje unutar metamaterijala, prostor je opisan sa 2000 ćelija dimenzija  $\Delta l = 0.1\mu m$ , od koji je 500 ćelija korišćeno za opisivanje panela metamaterijala. Simulacija je izvršena za 40 000 vremenskih koraka.

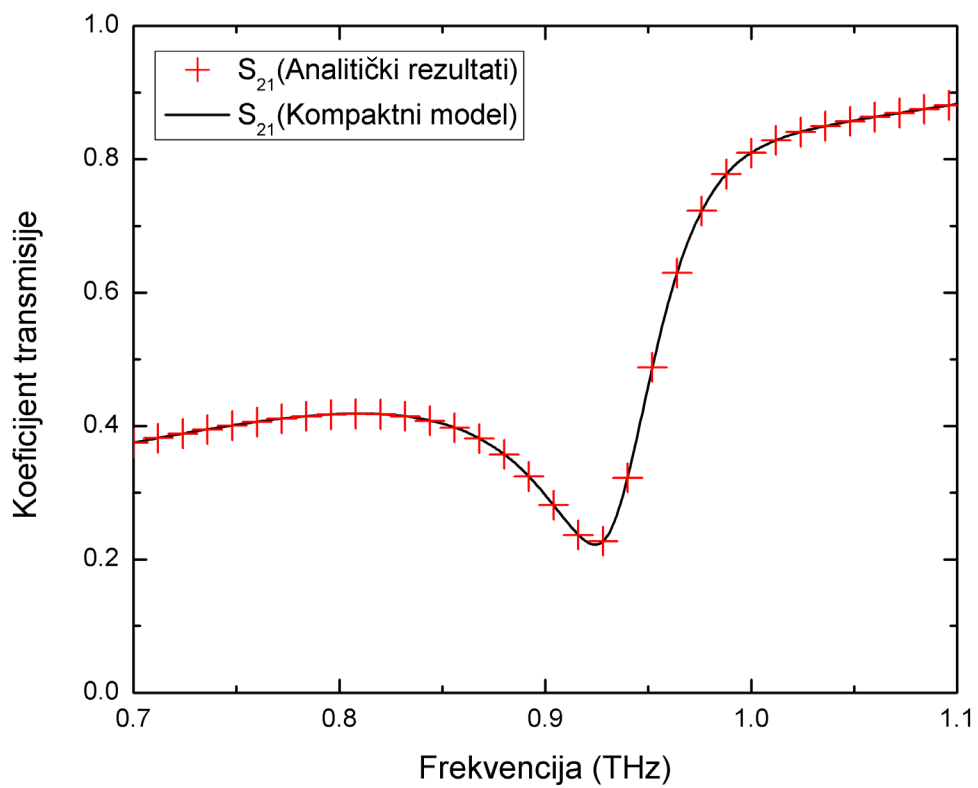
Koeficijenti matrice rasejanja jedinične ćelije metamaterijala su numerički izračunati upotrebom dve TLM simulacije. U prvoj simulaciji, incidentno električno polje na prvom interfejsu *vazduh-metamaterijal* je izračunato pod pretpostavkom da panel nije prisutan u TLM mreži. U drugoj simulaciji električno polje je zabeleženo na prvom interfejsu *vazduh-metamaterijal* kako bi se odredilo totalno polje, i na drugom interfejsu *metamaterijal-vazduh* da bi se odredilo transmitovano polje, pri čemu je metamaterijal prisutan u samom modelovanom prostoru. Reflektovano električno polje je određeno oduzimanjem incidentnog polja od vrednosti totalnog polja.

### 6.3.3. Poređenje rezultata

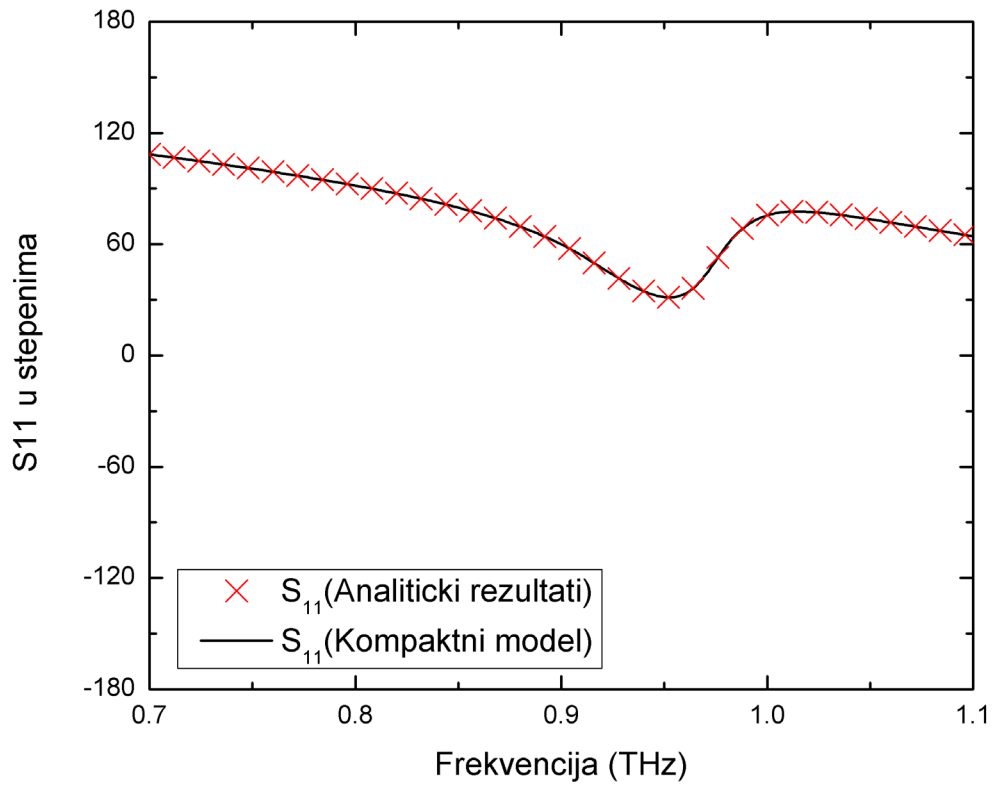
Rezultujuće vrednosti koeficijenata rasejanja dobijeni primenom 3D Z-TLM metoda su prikazani na slikama 6.6.-6.9. i upoređeni sa analitički dobijenim rezultatima. Dobro poklapanje između predstavljenih rezultata se može posmatrati na primeru amplitude i faze koeficijenata matrice rasejanja  $S_{11}$  i  $S_{21}$ .



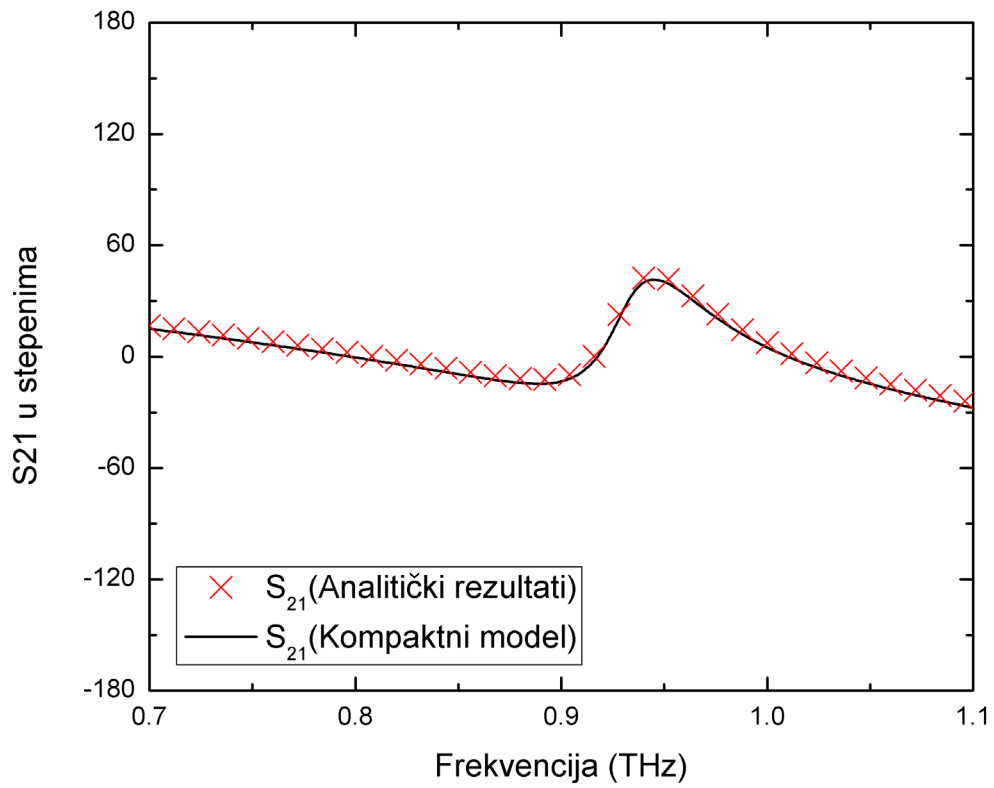
Slika 6.6. Amplituda koeficijenta  $S_{11}$  matrice rasejanja



Slika 6.7. Amplituda koeficijenta  $S_{21}$  matrice rasejanja



Slika 6.8. Faza koeficijenta  $S_{11}$  matrice rasejanja



Slika 6.9. Faza koeficijenta  $S_{21}$  matrice rasejanja

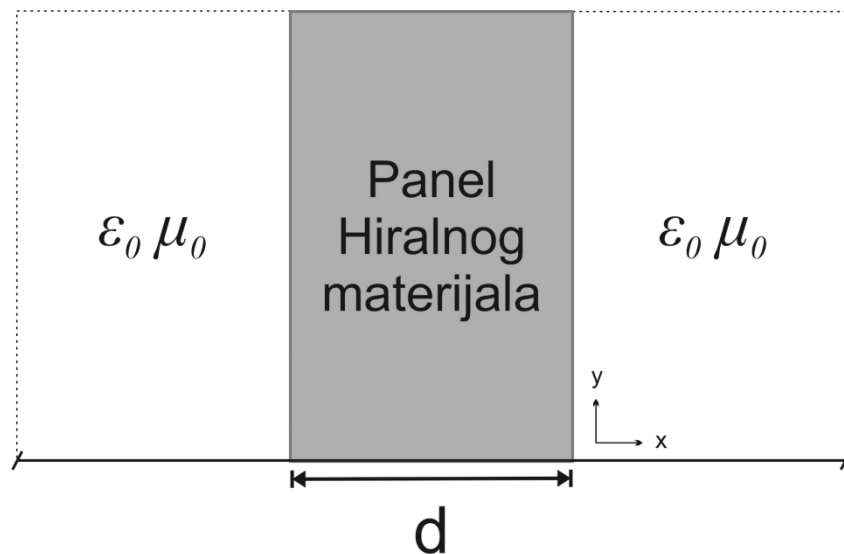


## 6.4 MODELOVANJE HIRALNOG MATERIJALA

Pristup baziran na Z-TLM metodu predstavljen u [56-58] je proširen da bi se omogućilo modelovanje disperzivnih materijala sa karakteristikama magnetoelektričnog efekta [41] dok se zadržava prednost uvođenja proizvoljnih frekvencijskih zavisnosti elektromagnetskih parametara modelovanog materijala, drugim rečima, ove zavisnosti ne moraju da prate neki od poznatih disperzionih modela.

### 6.4.1. Parametri modela

Metod je u ovom slučaju ilustrovan na primeru efikasnog modelovanja disperzivnog izotropnog panela hiralnog materijala, širine  $d = 200mm$ , postavljenog u slobodnom prostoru [59] (Slika 6.10.).



Slika 6.10. Panel hiralnog materijala u slobodnom prostoru

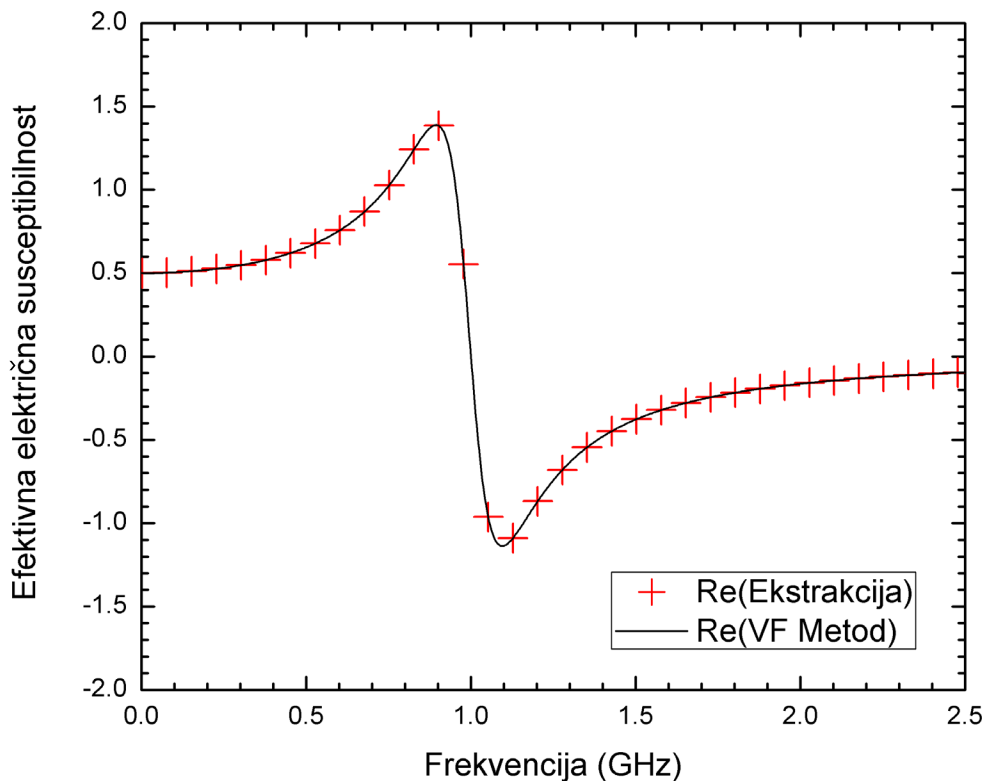
### 6.4.2. Proces modelovanja

Primenom metoda ekstrakcije, efektivna permitivnost, permeabilnost i koeficijent magnetoelektričnog efekta su prvo ekstrahovani iz koeficijenata matrice rasejanja koji su analitički određeni u [59] i zatim konvertovani u susceptibilnosti redukovanjem njihove vrednosti za 1.

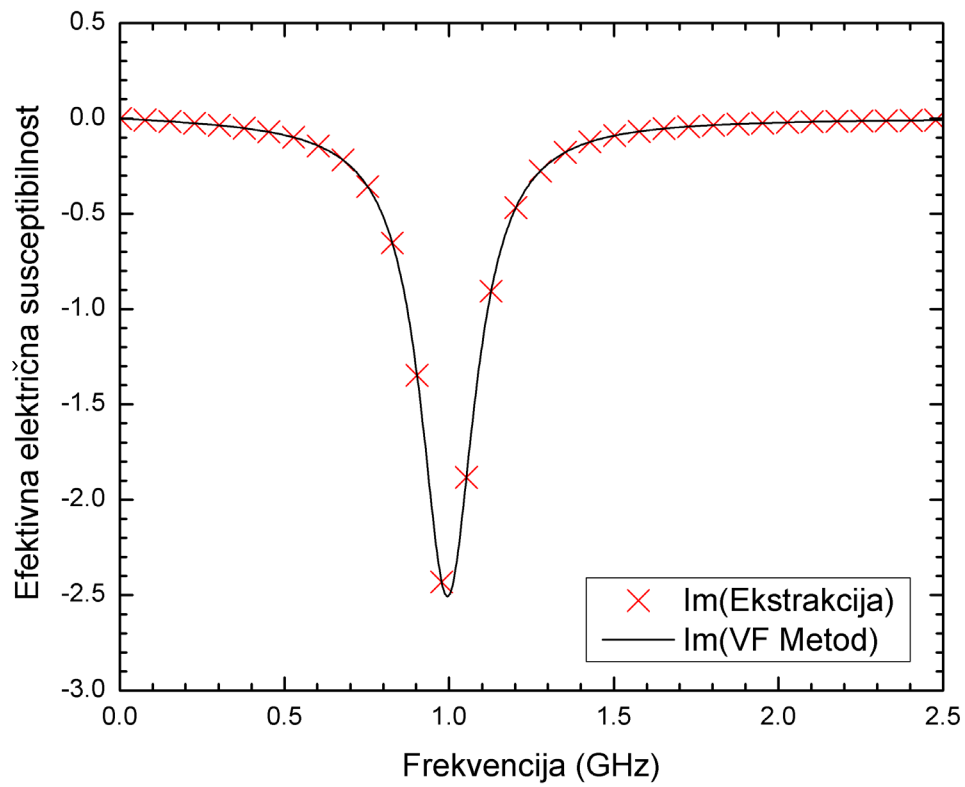
Treba napomenuti, da u ovom slučaju usled izotropne prirode panela materijala, koeficijenti magnetoelektričnog efekta imaju oblik:

$$\underline{\underline{\xi}}_r = \frac{1}{c} \begin{bmatrix} \xi_r & 0 & 0 \\ 0 & \xi_r & 0 \\ 0 & 0 & \xi_r \end{bmatrix}, \quad \underline{\underline{\zeta}}_r = -\underline{\underline{\xi}}_r. \quad (6.20)$$

Ovako dobijene susceptibilnosti aproksimirane su VF metodom racionalnim funkcijama 4-tog reda (NP=4 u izrazima (6.14) i (6.16)). Dobijeni A i B koeficijenti za električnu i magnetsku kao i magnetoelektričnu susceptibilnost su predstavljeni u Tabeli 6.2. Preciznost aproksimacije je potvrđena kroz idealno poklapanje pri poređenju vrednosti ekstrahovanih parametara i vrednosti izračunatih na osnovu A i B koeficijenata, kao što je prikazano na slikama 6.11.-6.13.

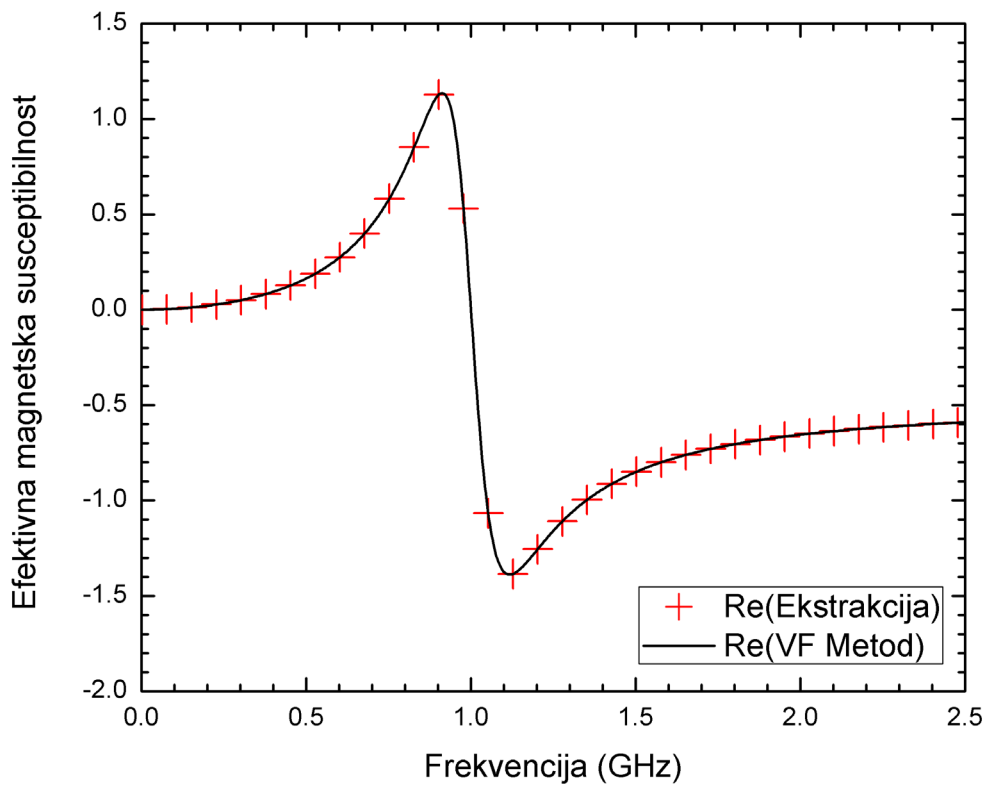


a)

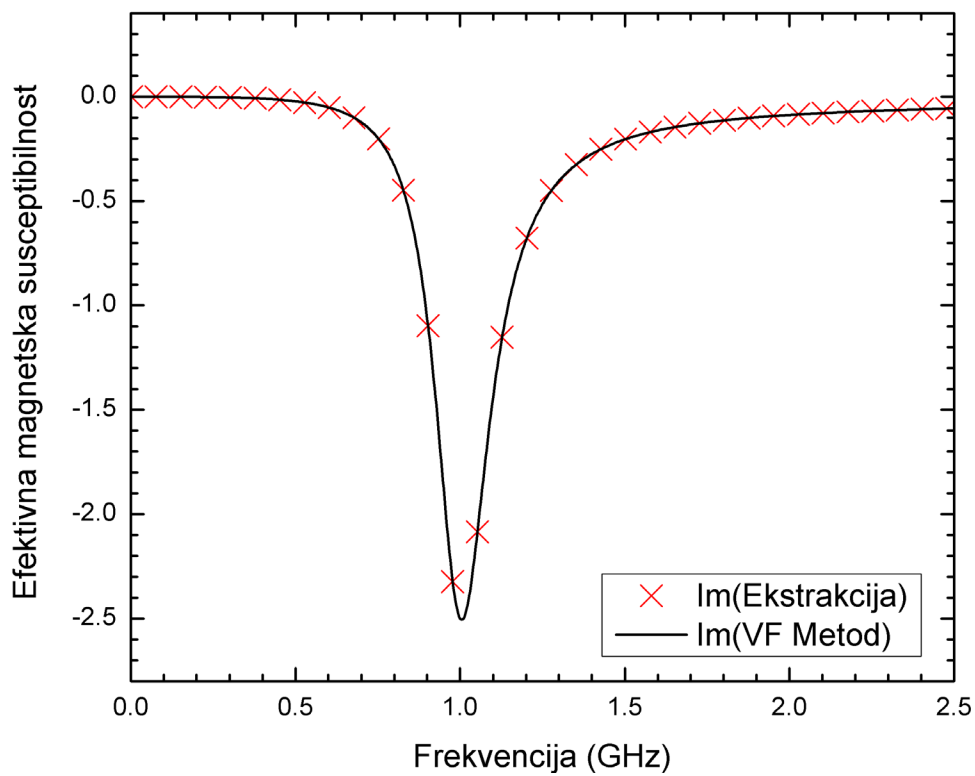


b)

Slika 6.11. Efektivna električna susceptibilnost a) Realni deo b) Imaginarni deo

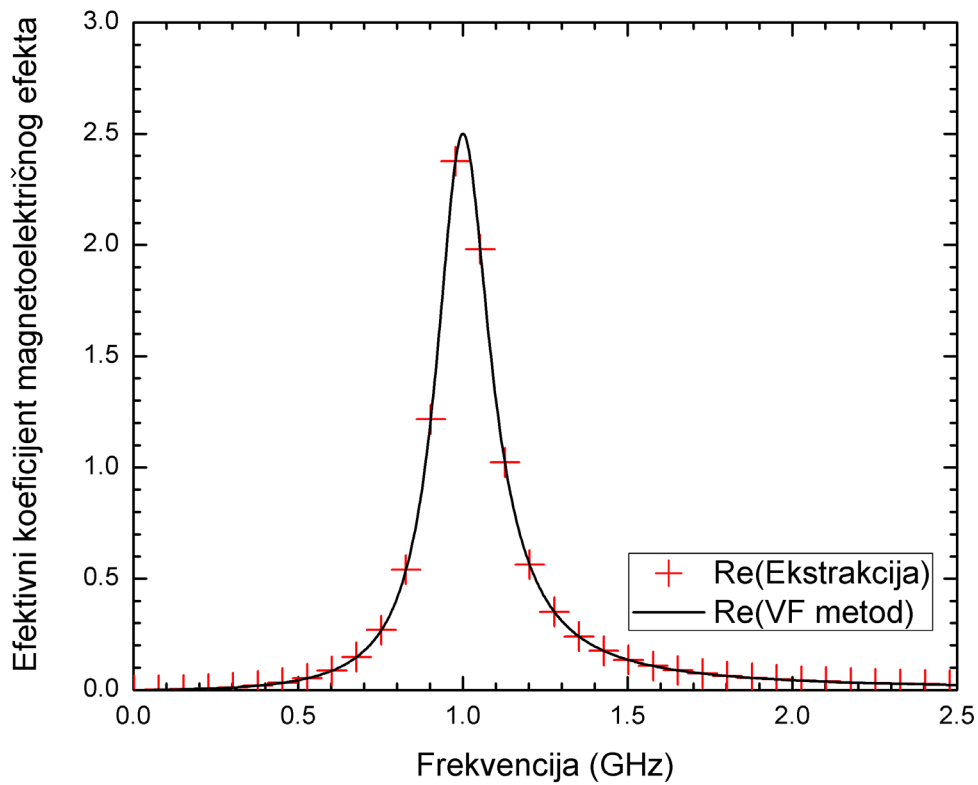


a)

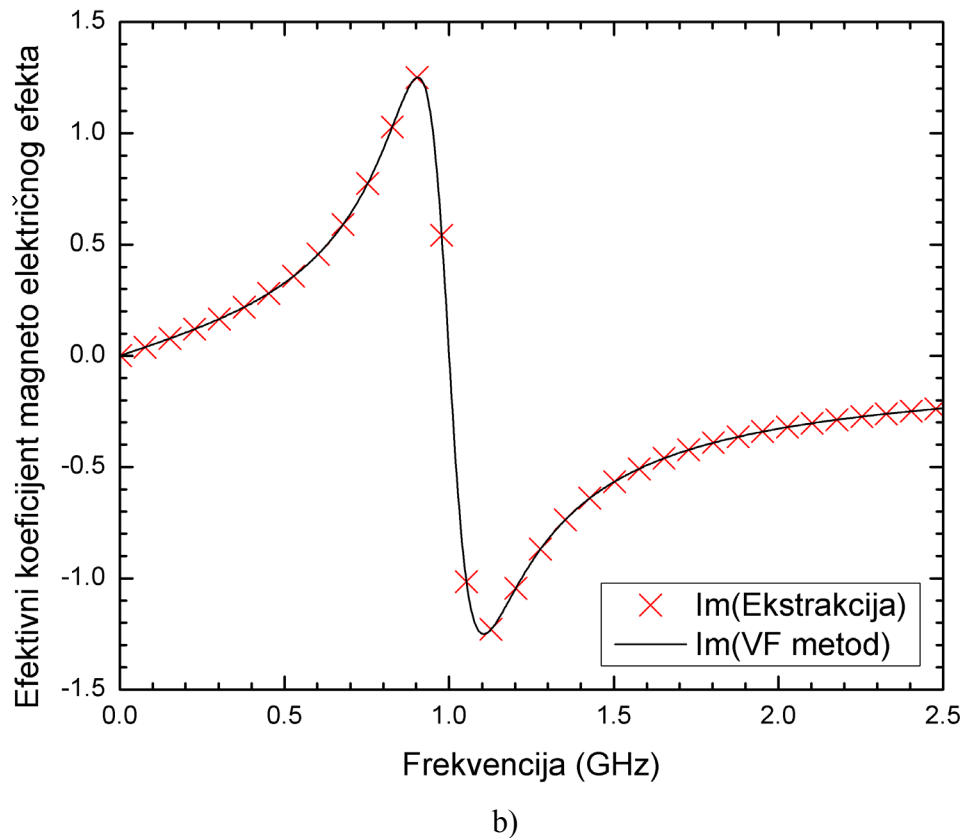


b)

Slika 6.12. Efektivna magnetska permeabilnost a) Realni deo b) Imaginarni deo



a)



Slika 6.13. Efektivni koeficijent magnetoelektričnog efekta a) Realni deo b) Imaginarni deo

Diskretni vremenski modeli opisani sa (6.16) su dalje inkorporirani u proces rasejanja Z-TLM algoritma u (6.17) pri čemu se uključuje karakteristika magnetoelektričnog efekta panela izotropnog hiralnog materijala. Ukupno 800 TLM ćelija je korišćeno u x smeru, dok je sam hiralni materijal modelovan sa 200 ćelija, i simulacija je izvršena za 2000 vremenskih koraka. Model je pobuđen početnim z polarizovanim Gausovim impulsom koji se prostire u pozitivnom pravcu x ose (+x), pri čemu su S koeficijenti kružno polarizovani usled prirode hiralne sredine (sekcija §3.3)

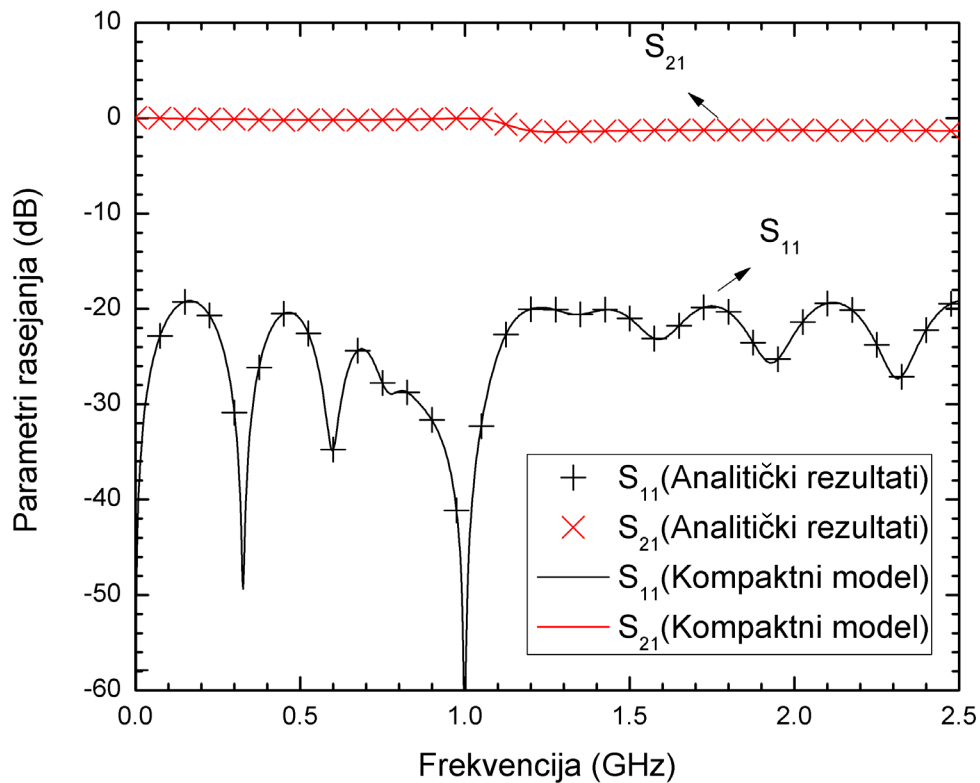
Izvršene su dve simulacije, prva gde hiralni materijal nije smatran prisutnim u samoj mreži kako bi se odredile vrednosti incidentnog polja, i druga simulacija u kojoj je hiralni materijal prisutan i u kojoj se totalno polje određuje na prvom interfejsu, *slobodan prostor-panel hiralnog materijala*, i transmitovano polje na drugom interfejsu, *panel hiralnog materijala-slobodni prostor*. Reflektovano polje se računa, kao i u primeru iz prethodne sekcije, oduzimanjem incidentnog polja od vrednosti totalnog polja.

Tabela 6.2 Koeficijenti diskretnog vremenskog modela u (6.16)

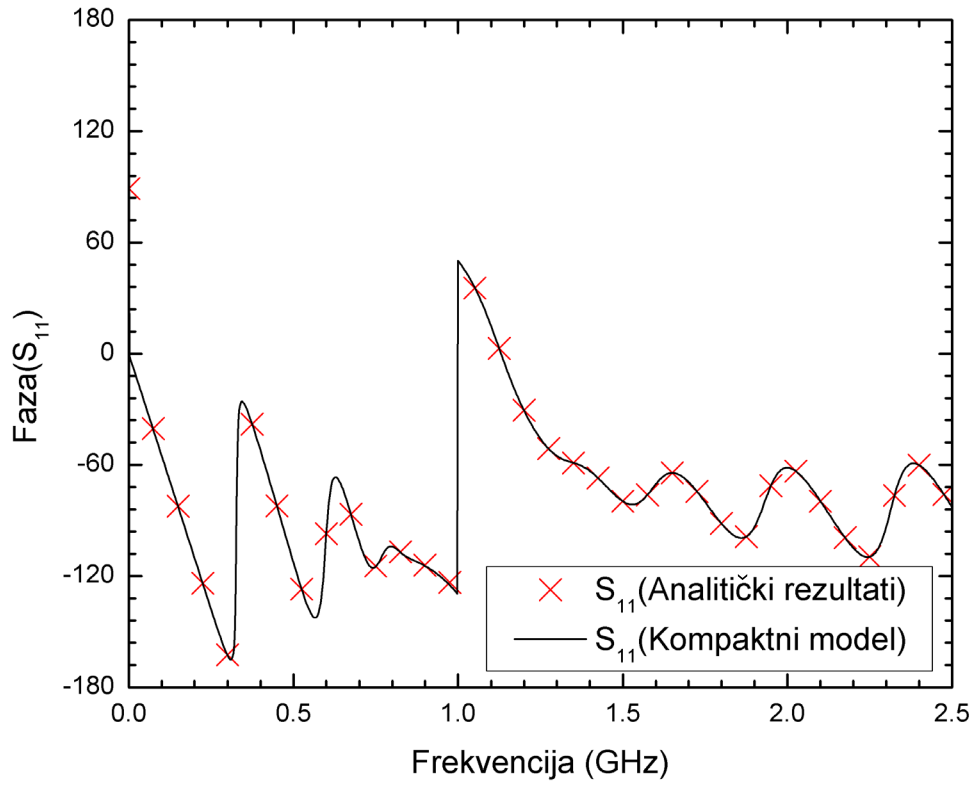
Koeficijent	$\chi_e$	$\chi_m$	$\xi_r = -\zeta_r$
A	1	1	1
	-3.994898E+00	-1.971846E+00	-3.994897E+00
	5.985618E+00	-2.760262E-02	5.985617E+00
	-3.986539E+00	1.971845E+00	-3.986539E+00
	9.958199E-01	-9.723764E-01	9.958197E-01
B	5.471056E-05	-4.988997E-01	5.224473E-03
	2.651185E-08	9.860555E-01	-1.044641E-02
	-1.093681E-04	1.174398E-02	-3.898947E-09
	2.649748E-08	-9.860555E-01	1.044641E-02
	5.471051E-05	4.871557E-01	-5.224469E-03

### 6.4.3. Poređenje rezultata

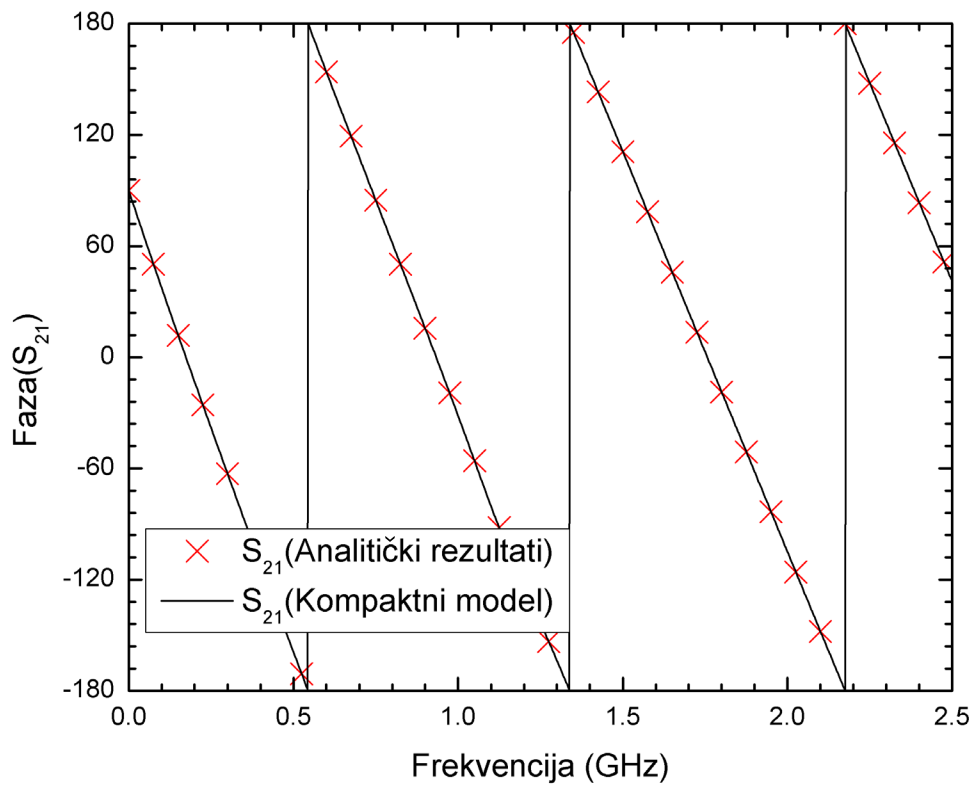
Preciznost predstavljenog pristupa je potvrđena kroz poređenje amplituda i faza parametara rasejanja iz [59] i simuliranih parametara rasejanja što je prikazano na slikama 6.14. - 6.17.



Slika 6.14. Amplituda koeficijenata rasejanja  $S_{11}$  i  $S_{21}$

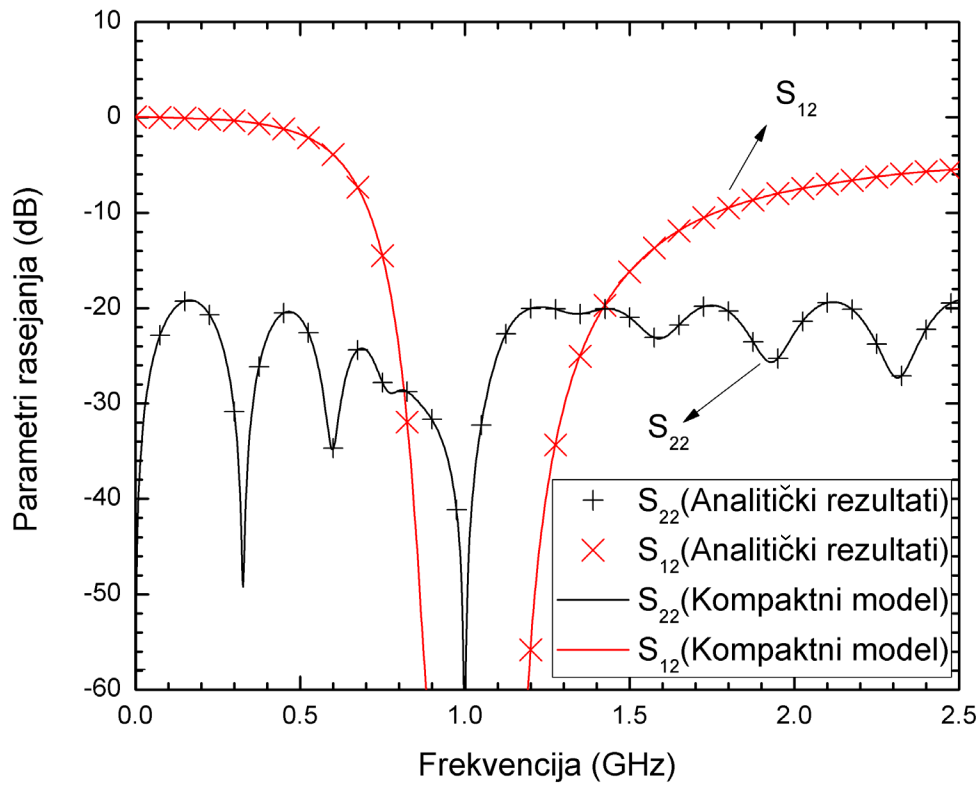


a)

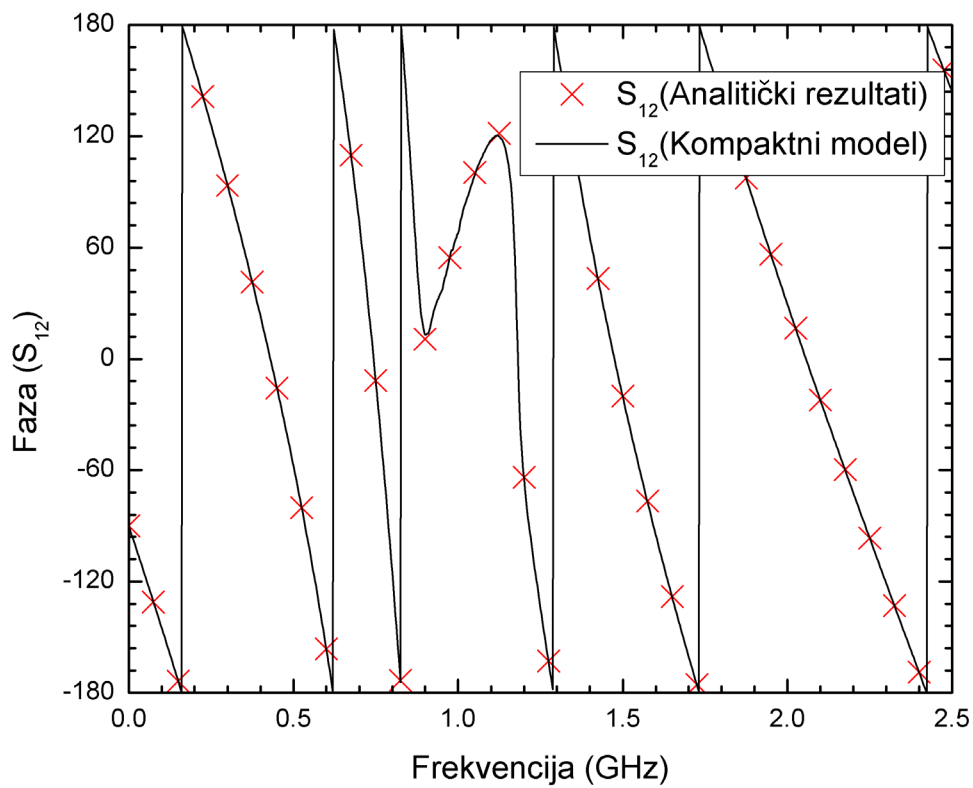


b)

Slika 6.15. Faza koeficijenta rasejanja a)  $S_{11}$  b)  $S_{21}$

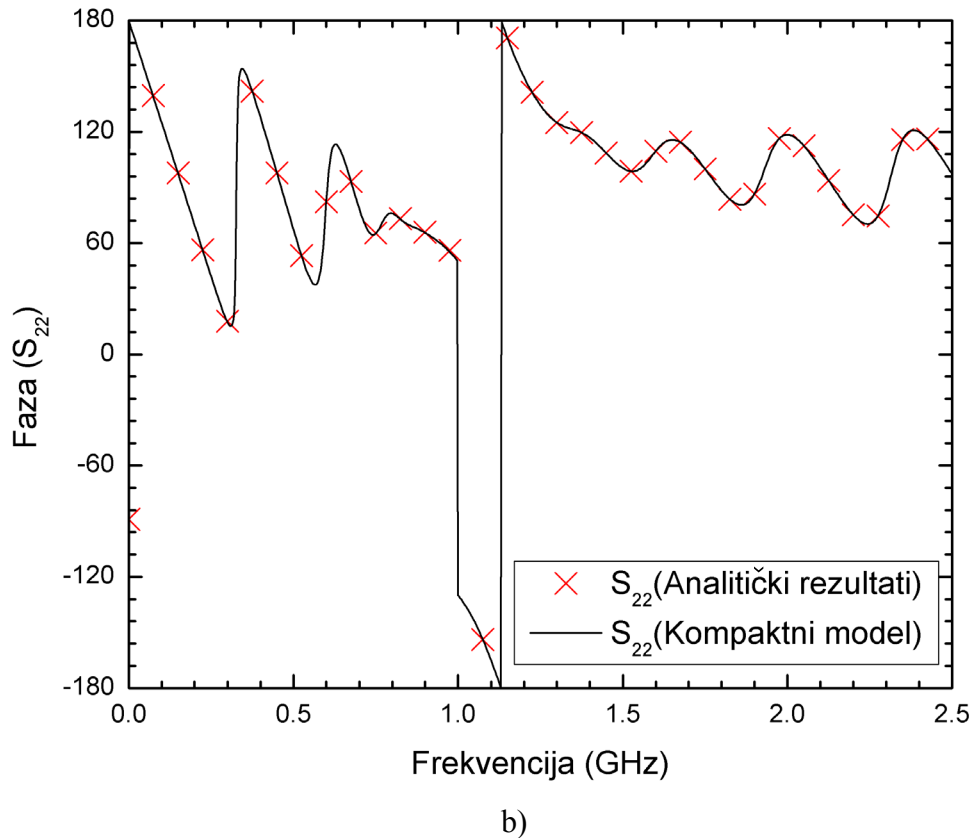


Slika 6.16. Amplituda koeficijenta rasejanja  $S_{12}$  i  $S_{22}$



a)





Slika 6.17. Faza koeficijenta rasejanja a)  $S_{12}$  b)  $S_{22}$

## 6.5 OPTIMIZACIJA STRUKTURA I MIKROTALASNIH SKLOPOVA PRIMENOM METODA MODELOVANJA NA BAZI KOMPAKTNIH MODELA

### 6.5.1 Koncept procesa optimizacije

U procesu modelovanja elektromagnetskog sklopa, komponente ili strukture, nezaobilazan korak predstavlja proces optimizacije, kako bi se korigovali potencijalni nedostaci, poboljšale performanse i postigli željeni rezultati. Najčešće se za proces ispitivanja koriste neki od dostupnih komercijalnih softverskih alata (poput CST, COMSOL, SolidWorks i drugi), kako bi se ispitale mogućnosti projektovanog sklopa bez potrebe za izradom fizičkog modela i eksperimentalnog ispitivanja, naročito u ranijim fazama projektovanja. Međutim, ne retko usled ograničenja nekih od metoda virtualnog ispitivanja usled specifičnosti problema,

pribejava se i samom eksperimentalnom testiranju što može biti finansijski zahtevno, naročito ukoliko je neophodno iterativno ponavljati eksperiment nakon svake izmene u dizajnu kako bi se optimizacija izvršila.

Metod modelovanja primenom kompaktnih Z-TLM modela razvijen za modelovanje struktura opisanih samo preko parametara rasejanja, opisan u sekciji §6.2, otvara mogućnost za potencijalnu optimizaciju uređaja i sklopova na bazi disperzivnih i generalnih anizotropnih materijala pošto omogućuje da se numerički istraži kako parametri rasejanja uređaja reaguju na promenu efektivnih parametara u posmatranom radnom frekvencijskom opsegu.

Zahvaljujući pretpostavci da se ceo sklop može posmatrati kao ekvivalentni blok bez obzira na gradivne elemente, prisutne diskontinuitete i slično, promenom efektivnih parametara ekvivalentnog bloka i primenom pomenutog metoda može se pratiti promena njegovih parametara rasejanja. Na osnovu izvršene analize, optimalnih simuliranih kao i originalnih vrednosti efektivnih parametara mogu se izvesti zaključci o potencijalnim korekcijama ili finim podešavanjima u dizajnu radi postizanja željenih rezultata.

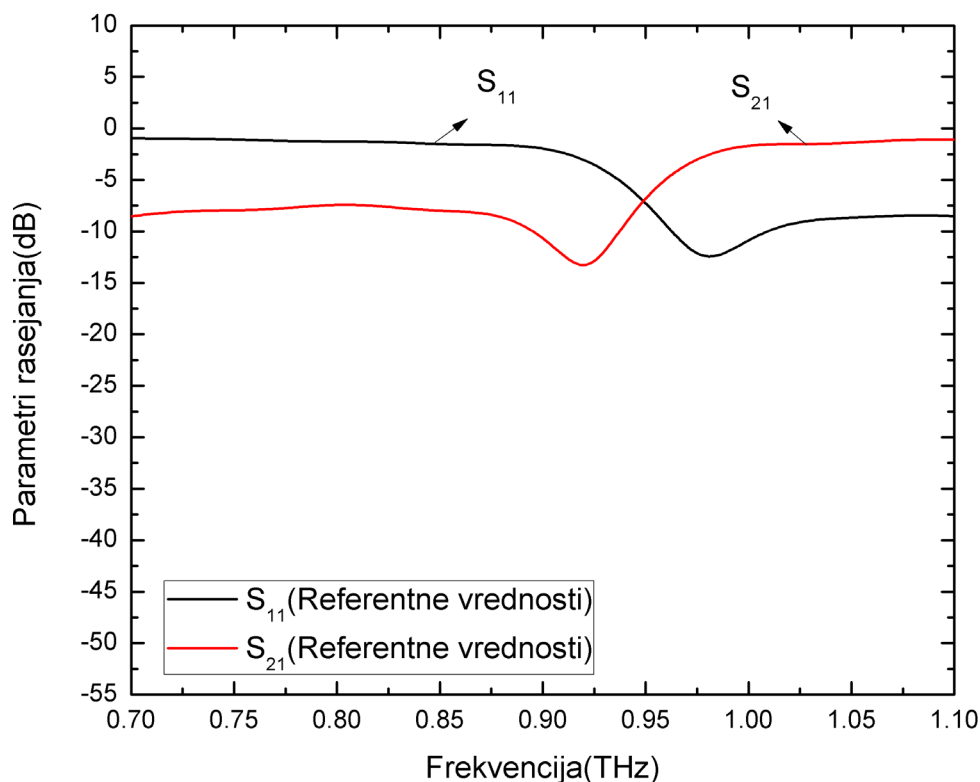
Za početak treba odrediti koeficijente matrice rasejanja analitički, softverski ili merenjem ukoliko postoji fizički model i primenom metoda ekstrakcije odrediti efektivne parametre ekvivalentnog bloka. Da bi se ustanovila povezanost efektivnih parametara sa parametrima rasejanja i kako promene njihovih vrednosti utiču na promenu u okviru željenih karakteristika, npr. karakteristika transmisije u posmatranom opsegu, neophodno je izvršiti nekoliko početnih Z-TLM simulacija prema postupku opisanom u poglavlju §6.2. Na kraju svake od simulacija dobijene simulirane vrednosti koeficijenata rasejanja se upoređuju sa originalnim koeficijentima ekvivalentnog bloka i na osnovu toga se donose odluke o daljim koracima. Kada se odredi kako promena efektivnih parametara utiče na posmatrani parametar rasejanja, mogu se izvršiti dodatne simulacije sa finijim promenama na ulazu radi postizanja ciljanih vrednosti parametara rasejanja. Na osnovu prikupljenih informacija treba odrediti izmene u samom elektromagnetskom sklopu, poput podešavanja parametara ulaznog signala ili prilagođenja i promena u samim gradivnim elementima kao što je dodavanje novih kapacitivnih, induktivnih ili komponenti otpornosti u strukturi, da bi se optimizacija implementirala. Naravno, sama optimizacija sklopa, kao i odluke o pristupima i metodama kojima se postižu sugerisane optimalne vrednosti efektivnih parametara, ostaje u nadležnosti istraživača/projektanta i oslanja se na njegovu stručnost u datoj oblasti.

U nastavku će proces optimizacije biti ilustrovan na primeru prilagođenja dizajna jedinične ćelije metamaterijala okružene vazduhom, predstavljene u sekciji §6.3. Proces je

pojednostavljen i opisan na primeru manje kompleksne realne strukture sa razlogom kako bi se prikazao dodatni potencijal razvijenog metoda modelovanja (Sekcija §6.2). Određivanje direktnih izmena u samom dizajnu jedinične ćelije metamaterijala, poput promene dimenzija ćelije, rastojanja između prstenova ili širine procepa sa ciljem optimizacije, ne spada u oblast istraživanja ove doktorske disertacije, ali će razvoj procesa optimizacije i njegova implementacija biti jedna od potencijalnih tema budućih istraživanja.

### 6.5.2. Primer optimizacije

Rezultujuće simulirane vrednosti parametara rasejanja jedinične ćelije metamaterijala [55] prikazane u sekciji §6.3 predstavljaju početne referentne vrednosti za proces optimizacije. Vrednosti amplituda parametara rasejanja izražene u decibelima date su na slici 6.18.

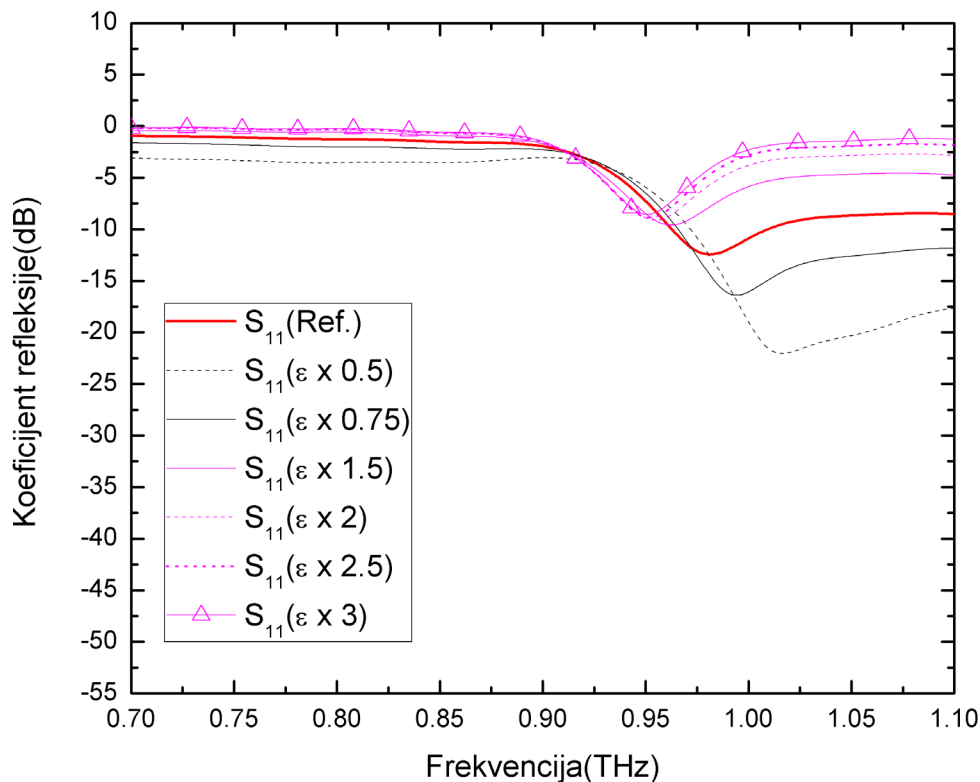


Slika 6.18. Referentne vrednosti parametara rasejanja  $S_{11}$  i  $S_{21}$  jedinične ćelije metamaterijala

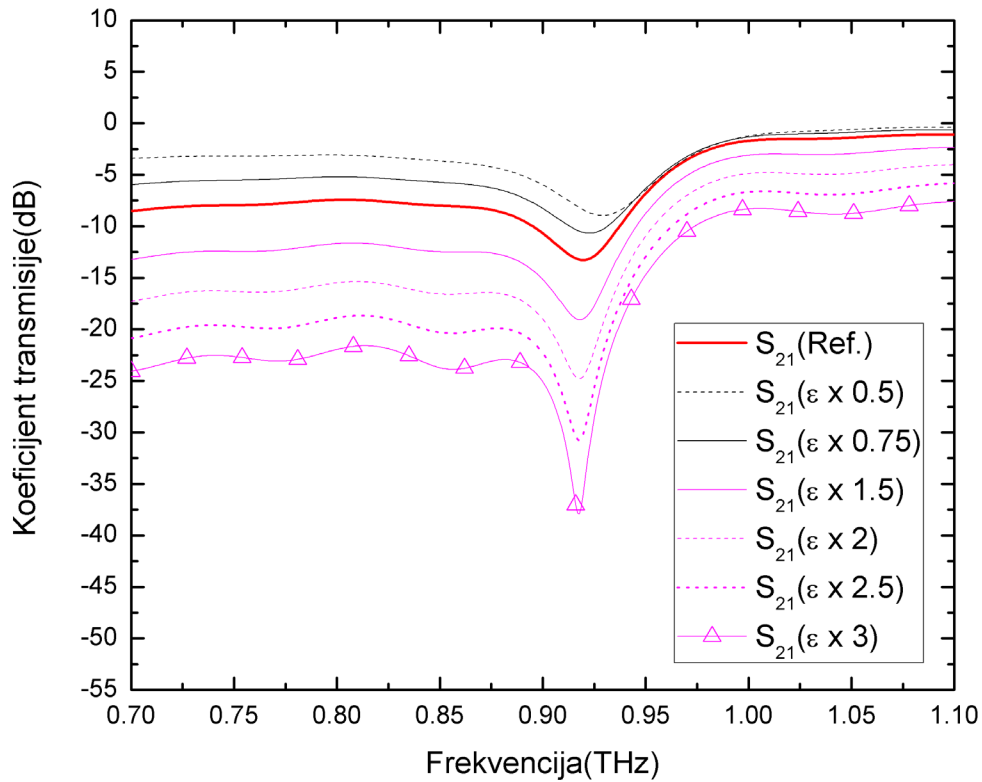
Ciljem optimizacije na početku procesa, može se primera radi, proglašiti povećanje vrednosti koeficijenta transmisije u frekventijskom opsegu između 0.7 i 1.1 THz.

Optimizacija počinje izvršenjem tri seta simulacija. U okviru prvog seta vrednosti permeabilnosti su konstantne dok se vrednosti permitivnosti menjaju i to tako što se originalne vrednosti množe vrednostima 0.5, 0.75, 1.5, 2, 2.5 i 3 (Slika 6.19). Set multiplikatora u ovom slučaju odabran je proizvoljno kako bi se ispitao uticaj promene permitivnosti na vrednosti koeficijenta refleksije i transmisije, pri čemu je ideja sagledati uticaj umanjenja kao i povećanja vrednosti permitivnosti, pa se u generalnom slučaju on može proširiti, redukovati ili raspodeliti oko određene vrednosti u skladu sa primenom procesa.

Postupak je ponovljen kako bi se dobio drugi set podataka, pri čemu su ovog puta vrednosti permitivnosti konstantne dok se permeabilnost menja po istom pravilu (Slika 6.20), i na kraju treći set se određuje za slučaj da se vrednosti permitivnosti i permeabilnosti menjaju istovremeno, množene istim multiplikatorima (Slika 6.21). Treba napomenuti da se, ukoliko je potrebno, mogu uvesti dodatni setovi u kojima se efektivne vrednosti menjaju po nekim drugim pravilima, ali za potrebe ovog eksperimenta predstavljena grupa varijacija se smatra dovoljnom kako bi se koncept ilustrovao.

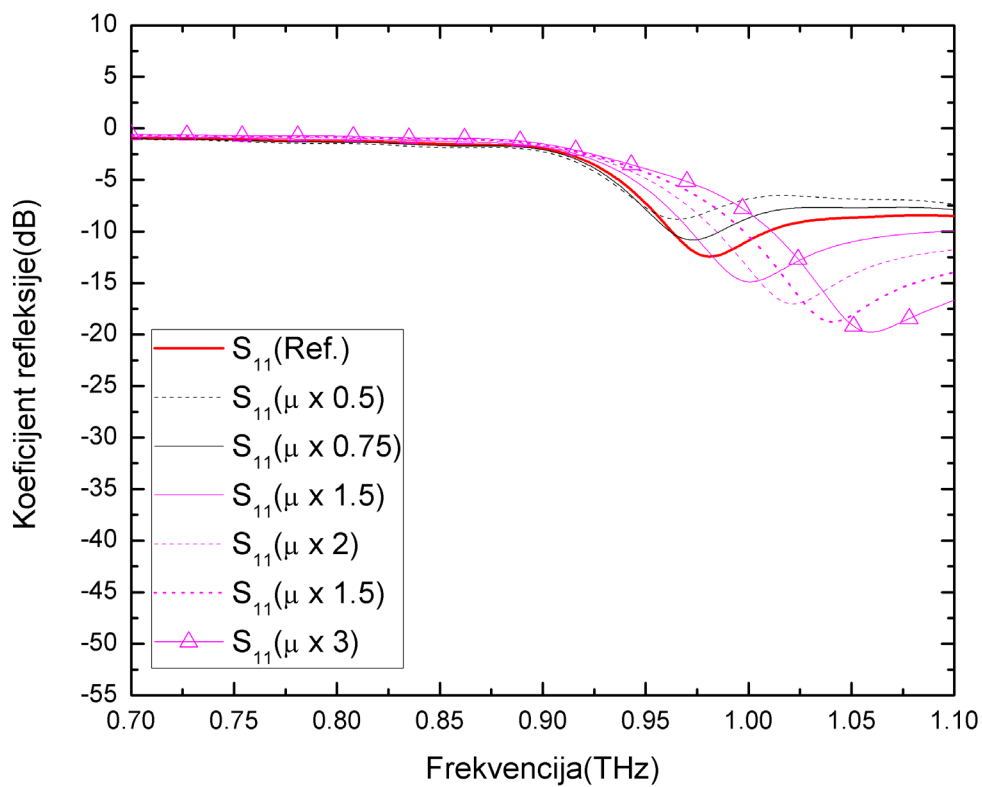


a)

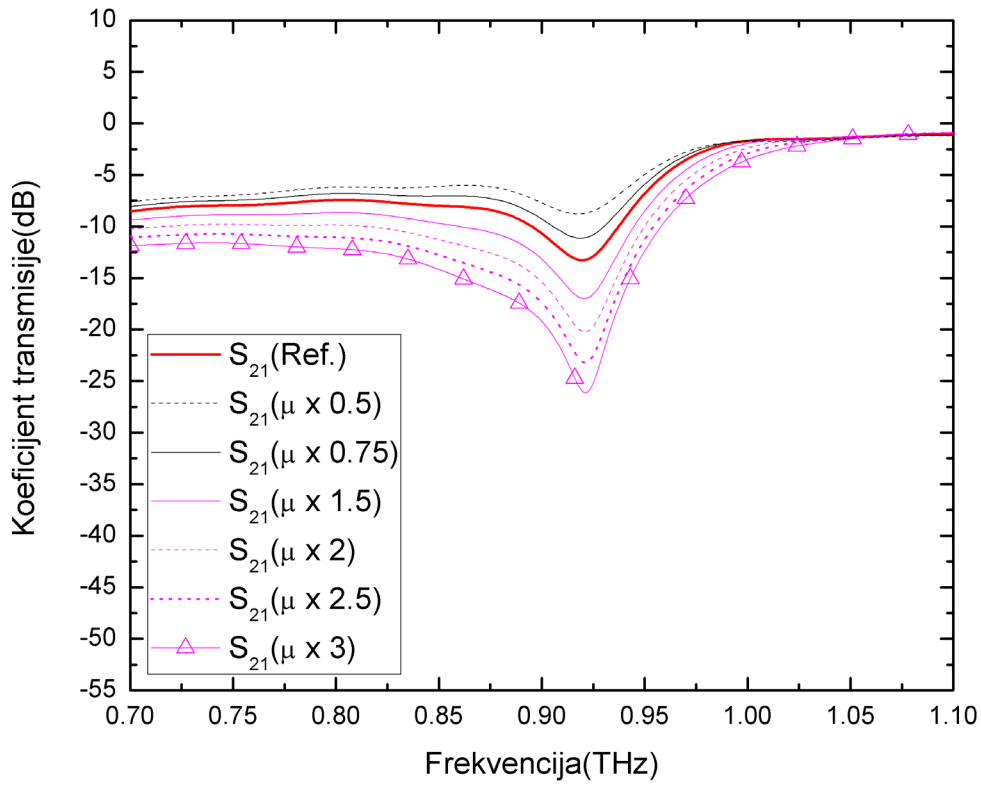


b)

Slika 6.19. Amplituda parametara rasejanja za različite vrednosti permitivnosti a)  $S_{11}$  b)  $S_{21}$

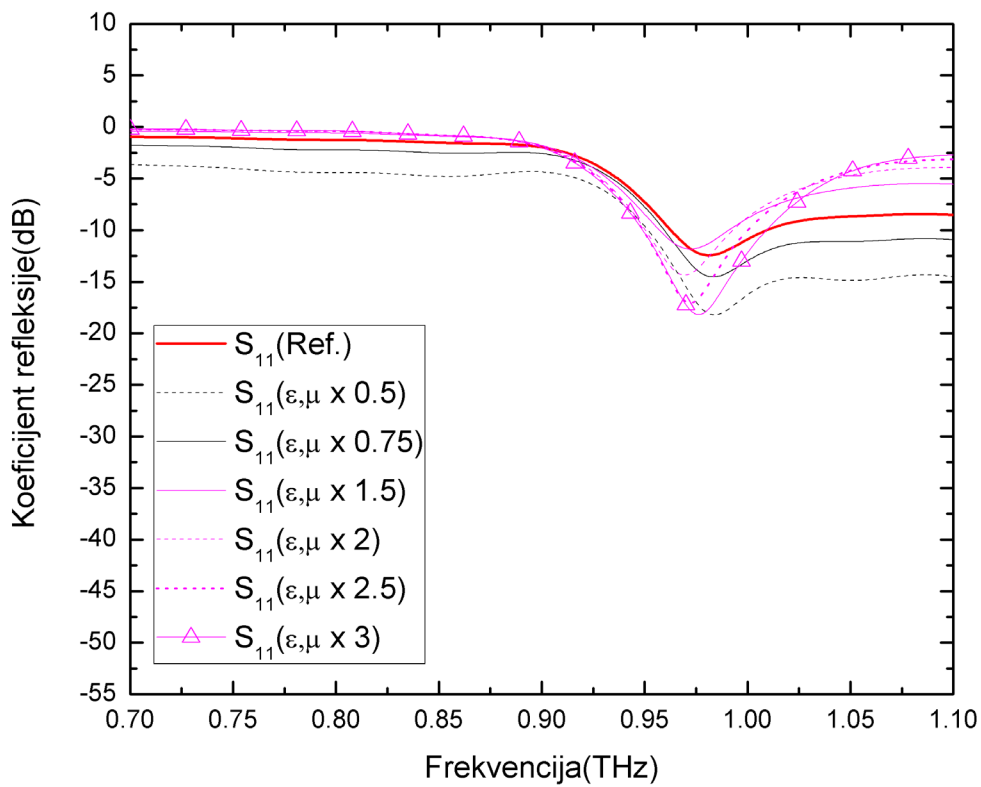


a)

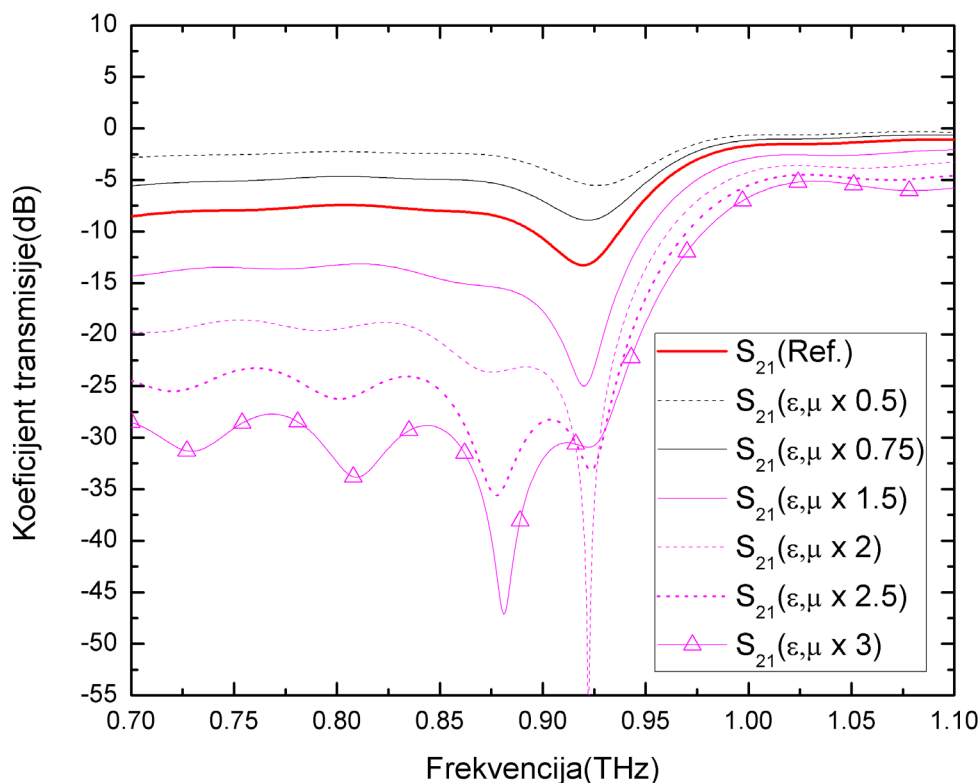


b)

Slika 6.20. Amplituda parametara rasejanja za različite vrednosti permeabilnosti a)  $S_{11}$  b)  $S_{21}$



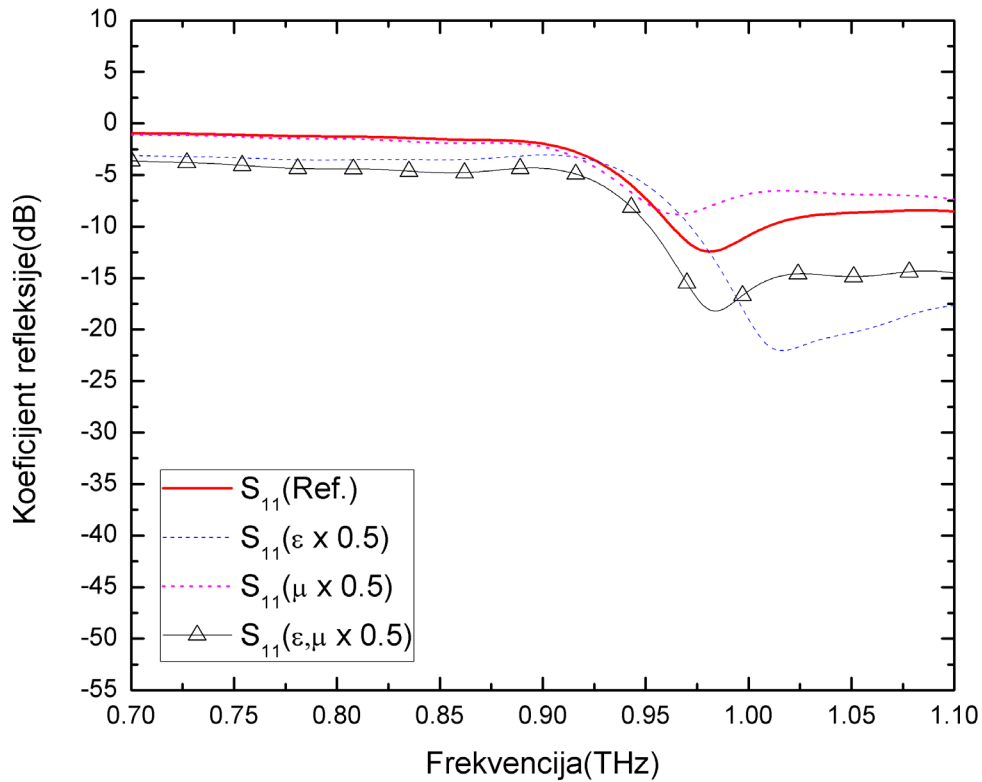
a)



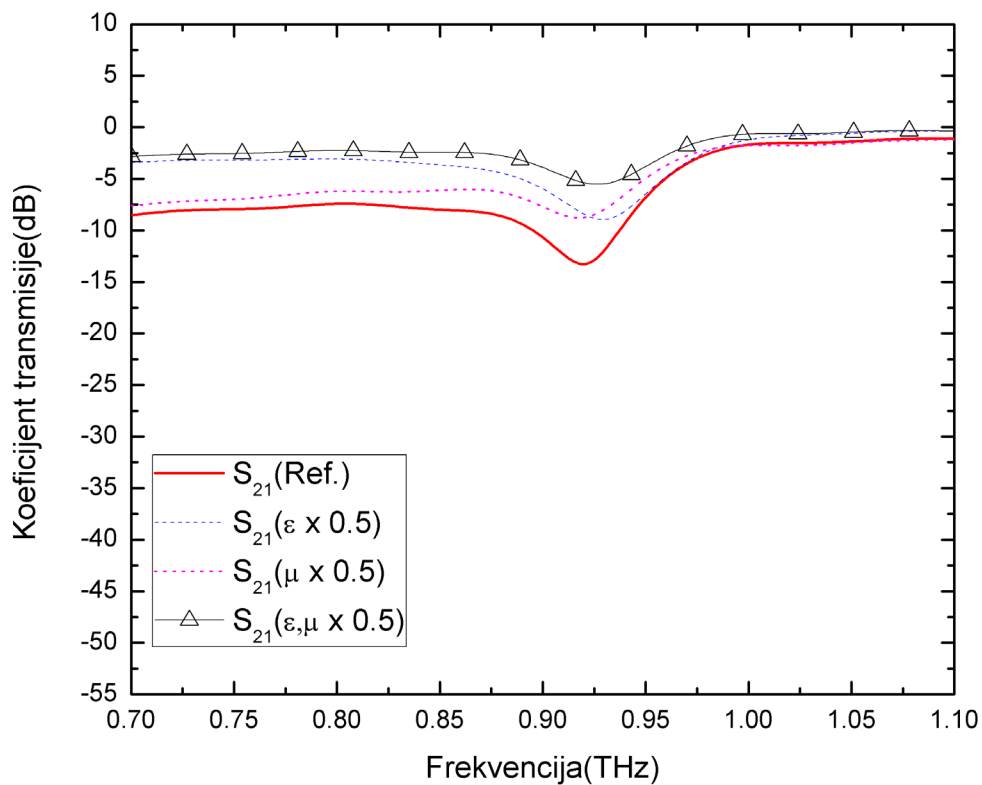
Slika 6.21. Amplituda parametara rasejanja za različite vrednosti permutivnosti i permeabilnosti a)  $S_{11}$  b)  $S_{21}$

Nakon generisanja setova podataka treba ih analizirati. Prema prikazanom može se zaključiti da povećanje permutivnosti i permeabilnosti negativno utiču na transmisiju naročito u prvom delu opsega i istovremeno povećavaju vrednost refleksije, što za potrebe odabranog primera nije pogodan efekat, tako da se dalje pažnja usmerava na rezultate nastale umanjenjem vrednosti efektivnih parametara. Kao što se može videti, veći stepen umanjenja od 0.5 dovodi do povećanja vrednosti transmisije, na osnovu čega se donosi odluka da se dalje ispita kako u okviru svake od tri grupe simuliranih vrednosti, umanjenje vrednosti jednog od, ili oba efektivna elektromagnetska parametra utiče i koja od tri opcije daje najpogodniji rezultat (Slika 6.22).

Na osnovu slike 6.22 može se zaključiti da se vrednost koeficijenta transmisije u najvećoj meri povećava u datom frekvencijskom opsegu za slučaj istovremene redukcije permutivnosti i permeabilnosti za 50%. Ovako dobijeno pojačanje, koje je dominantno u prvoj polovini opsega i iznosi oko 10 dB možemo smatrati prihvatljivim rezultatom. Ukoliko je u određenom slučaju neophodna detaljnija analiza, postupak kreiranja grupe prilagođenih rezultata se može ponoviti ovog puta sa dosta finijim korakom uvećanja/umanjenja multipliciranjem vrednostima koje su bliske prethodno utvrđenom pogodnom multiplikatoru.



a)



b)

Slika 6.22. Amplituda parametara rasejanja za vrednosti permitivnosti i permeabilnosti multiplicirane faktorom 0.5 a)  $S_{11}$  b)  $S_{21}$



U zadnjem koraku procesa optimizacije, na osnovu ovako dobijenih podataka istraživač/projektant treba da odredi kojim izmenama u dizajnu se vrednosti permitivnosti i permeabilnosti jedinične ćelije metamaterijala mogu dovesti na predviđenu, ili vrednost blisku predviđenoj vrednosti. Primena ovih korekcija bi u praksi trebala da koriguje i poboljša željeni aspekt dizajna. Treba imati u vidu da optimalne preporučene vrednosti dobijene optimizacijom u nekim slučajevima ne mogu biti praktično realizovane usled fizičkih ograničenja, što naravno zavisi od strukture ili sklopa koji se optimizuje i samog cilja optimizacije. Na istraživaču/projektantu je da proceni izvodljivost optimizacije i ukoliko je potrebno odabere one vrednosti efektivnih elektromagnetskih parametara koje su fizički ostvarljive.

Kao što je rečeno predstavljeni proces optimizacije predstavlja dodatnu mogućnost razvijenog metoda. U trenutnoj formi proces zahteva izvršenje izvesnog broja simulacija (zavisno od zahtevnosti problema i kompleksnosti strukture) ali se proces takođe može u budućnosti automatizovati dodatnim razvojem solvera, što uz sam dalji razvoj procesa optimizacije i njegove primene za optimizaciju kompleksnijih struktura i sklopova predstavlja jedan o potencijalnih budućih pravaca istraživanja.

## 7. ZAKLJUČAK

Primena numeričkih tehnika modelovanja predstavlja nezaobilazan alat u modernim istraživanjima jer omogućuje elektromagnetsku analizu sredine, materijala ili strukture od značaja, i njenu interakciju sa elektromagnetskim poljem, bez potrebe za realizacijom fizičkog prototipa i ekperimentalnih ispitivanja. Uprkos velikoj tačnosti primene analitičkih metoda, rešavanje kompleksnih problema, i potencijalno iterativno ponavljanje postupka predstavlja generalno nemoguć zadatak. Sa druge strane, numeričke tehnike se oslanjaju na upotrebu računarskih sistema za brzo izvršenje kompleksnih matematičkih proračuna što pruža mogućnost efikasnog modelovanja i analize kompleksnih struktura i sklopova, izvršenje velikog broja simulacija, praćenje rezultata određenih različitim izlaznim parametrima itd. Numerički metodi implementiraju se primenom komercijalnih i ne-komercijalnih softverskih paketa, pri čemu sa napretkom računarskih tehnologija i povećanjem dostupnih resursa, napreduje i razvoj numeričkih metoda.

Imajući u vidu činjenicu da su elektromagnetske karakteristike većine prirodnih sredina frekvencijski zavisne, tj. ispoljavaju disperzivna svojstva, i kompleksnost opisivanja generalnih anizotropnih materijala koji predstavljaju najopštiju formu prostorne zavisnosti parametara sredine, jasno se javlja potreba za metodima numeričkog modelovanja koje se mogu primeniti za opisivanje ovakvih sredina. Dva značajna problema koji se mogu uočiti prilikom modelovanja disperzivnih i generalnih anizotropnih materijala i struktura su:

- Modelovanje tankih panela primenom konvencionalnih metoda modelovanja na bazi mreže sa malim prostornim korakom diskretizacije može biti neefikasno

ili čak neizvodljivo usled prevelike memorijske i vremenske zahtevnosti koja nastaje zbog potrebe za korišćenjem ćelija submilimetarskih dimenzija kako bi se na pravilan način opisalo prostiranje elektromagnetskog polja kroz unutrašnjost panela

- Modelovanje struktura opisanih samo matricom rasejanja i kod kojih se frekvencijska zavisnost elektromagnetskih parametara ne menja po unapred definisanim modelima može predstavljati veliki izazov usled nedostatka osnovnih informacija za kreiranje preciznog modela.

Glavni predmet istraživanja i naučni doprinos disertacije predstavlja razvoj kompaktnih TLM modela na bazi digitalnih filtera za efikasno modelovanje disperzivnih i generalno anizotropnih struktura kojima bi se odgovorilo na prethodno navedene probleme koji se mogu sresti u procesu modelovanja. Pored razvijenih metoda predstavljena je i nova formulacija Z-TLM metoda koja omogućuje modelovanje u okviru neuniformne numeričke mreže. Na ovaj način se povećava efikasnosti modela boljom kontrolom dostupnih resursa time što se diskretizacija prostora vrši na takav način da se područje od interesa opisuje većom preciznošću ćelijama manjih dimenzija u odnosu na ostatak modelovanog prostora.

U disertaciji su predstavljena dva razvijena metoda modelovanja upotrebom TLM metoda na bazi Z transformacionih tehnika, koji predstavlja jedan od najčešće primenjivanih diferencijalnih metoda modelovanja na bazi vremenske i prostorne diskretizacije. Prvi metod odnosi se na povećanje efikasnosti modelovanja tankih panela disperzivnih i generalnih anizotropnih materijala njihovim posrednim modelovanjem primenom kompaktnog modela, čime se eliminiše potreba za korišćenjem numeričke mreže fine rezolucije za opisivanje unutrašnjosti panela. Kompaktni model opisuje tanki panel odgovarajućim interfejsom, pri čemu se ni na koji način ovakvom redukcijom ne utiče na smanjenje preciznosti modela i na razmenu elektromagnetskih impulsa u samom prostoru. Drugi metod odgovara na problem modelovanja disperzivnih i generalnih anizotropnih struktura okarakterisanih samo parametrima rasejanja, tako što se primenom odgovarajućeg metoda ekstrakcije na osnovu elemenata matrice rasejanja određuju efektivni elektromagnetski parametri strukture na osnovu kojih se vrši dalje modelovanje. Pogodan je za analizu efekata prostiranja i raspodele elektromagnetskog polja unutar disperzivnih i anizotropnih struktura, i pruža mogućnost potencijalne optimizacije i unapređenja dizajna uređaja i sklopova na bazi tih struktura.

Efikasnost i preciznost prvog predstavljenog metoda ilustrovana je na primerima modelovanja jednoslojnog anizotropnog materijala (simetričan slučaj) i dvoslojnog kompozita ugljeničnog vlakna za dva slučaja (asimetričan slučaj). Na ovim primerima je

pokazano da se primenom kompaktnih modela broj neophodnih ćelija u procesu modelovanja može redukovati u meri većoj i od 90% u pojedinim slučajevima naročito kada se radi o višedimenzionom prostoru modelovanja, što znatno smanjuje memorijsku zahtevnost i redukuje vreme izvršenja simulacija bez narušavanja preciznosti kreiranog modela. Kreirani kompaktni model u svim pogledima opisuje modelovani materijal, i pogodan je u slučajevima kada ponašanje elektromagnetskog polja unutar samog materijala nije od direktnog interesa.

Na primeru jedinične ćelije metamaterijala kao i primeru panela hiralnog materijala verifikovan je drugi predstavljeni metod, pri čemu kod hiralnog materijala postoji prisustvo magnetoelektričnog efekta što pored asimetričnosti sredine uvodi dodatni stepen kompleksnosti u sam model. Takođe, predstavljen je koncept potencijalne primene ovog metoda za optimizaciju struktura i uređaja na bazi disperzivnih i anizotropnih materijala za slučaj jedinične ćelije metamaterijala. Izvršena je analiza zavisnosti promene parametara rasejanja od promene efektivnih parametara i definisane su sugestije pomoću kojih se optimizacija jedinične ćelije može izvršiti kako bi se zadovoljio uslov postavljen na početku procesa optimizacije.

Rezultati dobijeni primenom oba metoda verifikovani su poređenjem sa rezultatima dobijenim analitičkim putem ili rezultatima dobijenim primenom konvencionalnog pristupa modelovanja finom numeričkom mrežom.

Pored TLM metoda u okviru doktorske disertacije primenjeni su i drugi metodi iz literature, kao što su metod vektorskog fitovanja, metod ekstrakcije efektivnih parametara i bilinearna  $Z$  transformacija, a za potrebe izvođenja kompaktnih modela.

Na osnovu predstavljenih rezultata istraživanja, kao glavni naučni doprinosi doktorske disertacije mogu se izdvojiti:

- Osposobljavanje primene  $Z$ -TLM metoda za generalni slučaj numeričke mreže sa različitim prostornim koracima duž svake od osa pravougaonog koordinantnog sistema (tzv. neuniforma mreža).
- Razvoj odgovarajućeg solvera na bazi ovog metoda u programskom jeziku više nivoa kao što je MATLAB.
- Razvoj modela na bazi digitalnih filtara za efikasno uključivanje uticaja tankih kompozitnih struktura (izraženog preko  $S$  matrice) bez potrebe za njihovim direktnim modelovanjem.
- Razvoj modela na bazi digitalnih filtara koji omogućava da se složene i višeslojne kompozitne strukture predstavljaju samo preko ekvivalentne

transmisione linije čiji su efektivni elektromagnetski parametri izvedeni na osnovu matrice rasejanja kompozitne strukture, pri čemu model u potpunosti može opisati potencijalno prisustvo magnetoelektričnog efekta u samoj strukturi.

- Softverska implementacija razvijenih metoda u odgovarajući solver za potrebe modelovanja kompozitnih, hiralnih i metamaterijala u 1D, 2D i 3D prostoru.
- Analiza uticaja elektromagnetskih parametara disperzivnih i anizotropnih kompozitnih struktura na prostiranje i raspodelu elektromagnetskog polja u tim strukturama, sa ciljem potencijalne primene u optimizaciji postojećih i razvoja novih mikrotalasnih sklopova i uređaja sa poboljšanim karakteristikama na bazi ovih kompozita.

Budući pravci istraživanja obuhvataju:

- Dalji razvoj predstavljenih metoda u pogledu potencijalne primene u okviru *multigrid* neuniformne mreže, koja u odnosu na klasičnu neuniformnu mrežu pruža mogućnost izuzetno fine prostorne diskretizacije u području od značaja dok se ostatak prostora opisuje mrežom male rezolucije, čime se efikasnost modelovanja znatno poboljšava.
- Modifikacija razvijenih numeričkih modela za opisivanje disperzivnih dielektričnih karakteristika bioloških materijala i analiza njihove primene za tačnu i efikasnu simulaciju interakcije elektromagnetskog polja sa biološkim tkivima u vremenskom i frekvencijskom domenu, a za potrebe projektovanja mikrotalasnih rezonantnih aplikatora sa višestrukim antenama za hipertermički tretman kancerogenih bolesti.
- Primena predstavljenih metoda za modelovanje plemenitih materijala primenjenih u oblasti optike.
- Dalji razvoj predstavljenog procesa optimizacije struktura, uređaja i sklopova na bazi disperzivnih i anizotropnih materijala i njegova primena za optimizaciju kompleksnih slučajeva.
- Primena metoda posrednog modelovanja anizotropnih struktura za modelovanje grafena – izuzetno tankog materijala ugljeničnog vlakna debljine jednog atoma, koji ispoljava jedinstvene karakteristike izuzetno atraktivne u naučnom svetu poslednjih godina.

## 8. LITERATURA

- [1] M. N. O. Sadiku, “*Numerical Techniques in Electromagnetics*”, CRC Press LLC, Florida, United States, 2000.
- [2] K. S. Kunz, R. J. Luebbers, “*The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*”, CRC Press, Boca Raton, United States 1993.
- [3] C. Christopoulos, “*The Transmission-Line Modelling (TLM) Method*”, IEEE/OUP Press, New York, United States, 1995.
- [4] P. B. Johns, R. L. Beurle, “*Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission line matrix*”, Proceedings IEEE, vol. 118, No. 9, pp. 1023-1028. Sept. 1971.
- [5] C. Huygens, “*Traité De La Lumière*”, (eng. “*Treatise on Light*”), Leiden, Netherlands 1960.
- [6] P. B. Johns, “*A symmetrical condensed node for TLM method*”, IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 35, no. 4, pp. 370-377, 1987.
- [7] C. Christopoulos, “*The Transmission-Line Modeling (TLM) Method in Electromagnetics*”, Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics, Lecture #7, San Rafael, California, United States, 2006.
- [8] V. Trenkić, “*The Development and Characterization of Advanced Nodes for TLM Method*”, Ph.D. Thesis, University of Nottingham, United Kingdom, 1995.

- [9] N. Dončov, “*TLM metod-efikasan numerički pristup za rešavanje problema u oblasti mikrotalasnog zagrevanja, elektromagnetske kompatibilnosti i metamaterijala*”, Edicija: Monografija, Elektrinski fakultet, Niš, Srbija, 2013.
- [10] S. Le Maguer, M. M. Ney, “*Extended PML-TLM node: An efficient approach for full-wave analysis of open structures*”, International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, Vol. 14, No. 2, pp. 129-144, 2001.
- [11] J. Paul, “*Modelling of General Electromagnetic Material Properties in TLM*”, Ph.D. dissertation, University of Nottingham, United Kingdom, 1998.
- [12] J. Paul, C. Christopoulos, D. W. P. Thomas, “*Generalized Material Models in TLM – Part I: Materials with Frequency-Dependent Properties*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.47, No.10, pp.1528-1534, 1999.
- [13] J. Paul, C. Christopoulos, D. W. P. Thomas, “*Generalized Material Models in TLM – Part II: Materials with Anisotropic Properties*”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol.47, No.10, pp.1535-1542, 1999.
- [14] J. Paul, C. Christopoulos, D.W.P. Thomas, “*Generalized material models in TLM – Part III: Materials with nonlinear properties*”, IEEE Trans. Antennas and Propagation, vol. 50, no. 7, pp. 997-1004, 2002.
- [15] J. Paul, C. Christopoulos, and D.W.P. Thomas, “*Time-domain simulation of electromagnetic wave propagation in two-level dielectrics*”, International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields, vol. 22, no. 2, pp. 129-141, 2009.
- [16] O. Abbas, “*Electromagnetic Scattering and Material Characterization*”, Artech House, Boston Massachusetts, 2011.
- [17] D. Melrose, R. McPhedran, “*Electromagnetic Processes in Dispersive Media*”, Cambridge: Cambridge University Press, 1991.
- [18] K. E. Oughstun, “*Electromagnetic and Optical Pulse Propagation 1 - Spectral Representation in Temporally Dispersive Media*”, Springer Series in Optical Senses, New York, 2007.
- [19] H. A. Lorentz, “*The Theory of Electrons and Its Applications to the Phenomena of Light and Radiant Heat*”, B. G. Teubner Publisher, Leipzig, Germany, 1916.
- [20] L. Onsager, “*Reciprocal relations in irreversible processes I*”, Physical Review Journal Volume 37, Issue 4, American Physical Society, 1931.
- [21] N. A. Krall, A. W. Trivelpiece, “*Principles of Plasma Physics*”, McGraw-Hill, New York, United States, 1973.

- [22] A. H. Sihvola, I. V. Lindell, “*Effective permeability of mixtures*”, Progress in Electromagnetics Research ”, Vol. 06, 153–180, 1992.
- [23] T.G. Mackay and A. Lakhtakia, “*Electromagnetic Anisotropy and Bianisotropy: A Field Guide*”, World Scientific, New Jersey, 2010.
- [24] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, *Electrodynamics of Continuous Media*, Oxford: Pergamon Press, 1960.
- [25] S. Lanceros-Méndez, P. Martins, “*Magnetolectric Polymer-Based Composites: Fundamentals and Applications*”, Wiley-VCH Verlag, 2017.
- [26] R.E. Newnham, “*Properties of Materials - Anisotropy, Symmetry, Structure*”, Oxford University Press, New York, United States, 2005.
- [27] F.C. Campbell, “*Structural Composite Materials*”, ASM International, Ohio, 2010.
- [28] G.W. Milton, “*The Theory of Composites*”, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom, 2002.
- [29] C. Simovski, “*Composite Media with Weak Spatial Dispersion*”, Pan Stanford Publishing Pte. Ltd., Singapore, 2018.
- [30] M. Schäferling, “*Chiral Nanophotonics – Chiral Optical Properties of Phasmonic Systems*”, Springer Series in Optical Sciences Vol. 205, Switzerland, 2017.
- [31] I. V. Lindell, A. H. Sihvola, S. A. Tretyakov, A. J. Viitanen, “*Electromagnetic Waves in Chiral and Bi-Isotropic Media*”, Boston, MA, USA: Artech House, 1994.
- [32] D. H. Kwon, D. H. Werner, A. V. Kildishev, V. M. Shalaev, “*Material Parameter Retrieval Procedure for General Bi-isotropic Metamaterials and its Application to Optical Chiral Negative-Index Metamaterial Design*”, Opt. Express 16, 11822-11829 (2008)
- [33] G. J. Molina-Cuberos, A.J. García-Collado, J. Margineda, E. Martín, , “*Chiral Material With Tunable Double Plates*”, IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters, Vol. 17, No. 9, September 2018.
- [34] G. Eleftheriades, K. Balmain, “*Negative refraction metamaterials*”, John Wiley & Sons, New Jersey, 2005.
- [35] V.G. Veselago, “*The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$* ”, Soviet Physics Uspehi, vol. 92, no. 3, pp. 517-526, 1967, U.S.S.R.



- [36] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, I. Youngs “*Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures*”, Physical Review Letters, Vol. 76, No. 25, pp. 4773-4776, 1996.
- [37] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, W. J. Stewart, “*Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena*”, IEEE Transactions on microwave theory and technique, Vol. 47, No. 11, pp. 2075-2084, 1999.
- [38] N. Engheta, R. W. Ziolkowski, “*Metamaterials – Physics and Engineering Explorations*”, John Wiley & Sons, New Jersey, 2006.
- [39] C. Caloz, T. Itoh, “*Electromagnetic metamaterials: Transmission line theory and microwave applications*”, John Wiley & Sons, United States, 2006.
- [40] V. Radonjić, Branka Jokanović, V. Crnojević-Bengin, “*Different Approaches to the Design of Metamaterials*”, Microwave Review, Vol. 13, No. 2, December 2007.
- [41] M. Kostić, N. Dončov, Z. Stanković, J. Paul, “*Numerical Compact Modeling Approach Of Dispersive Magnetolectric Media Based On Scattering Parameters*”, Facta Universitatis, accepted paper, 2019.
- [42] M. Kostić, N. Dončov, Z. Stanković, J. Paul, “*Efficient TLM-based approach for compact modeling of anisotropic materials and composites*”, Applied Computational Electromagnetics Society (ACES) Journal, Vol. 34, No. 1, January 2019, ISSN 1054-4887.
- [43] J. A. Kong, “*Electromagnetic Wave Theory*”, Wiley, New York, 1986.
- [44] B. Gustavsen, A. Semlyen, “*Simulation of Transmission Line Transients Using Vector Fitting and Modal Decomposition*”, IEEE Transactions Power Delivery, vol. 13, no. 2, pp. 605-614, April 1999.
- [45] B. Gustavsen, A. Semlyen, “*Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting*”, IEEE Transactions Power Delivery, vol. 14, no. 3, pp. 1052-1061, July 1999.
- [46] B. Gustavsen, “*Improving the pole relocating properties of vector fitting*”, IEEE Transactions Power Delivery, vol. 21, no. 3, pp. 1587-1592, July 2006.
- [47] D. Deschrijver, M. Mrozowski, T. Dhaene, and D. De Zutter, “*Macromodeling of multiport systems using a fast implementation of the vector fitting method*”, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 18, no. 6, pp. 383-385, June 2008.
- [48] M. Kostić, B. Stošić, N. Dončov, J. Paul, “*Efficient Simulation of Thin Anisotropic Conductive Materials by using Digital Filter-based TLM Method*”, International

- Conference on Electromagnetics in Advanced Applications – ICEAA 2015, Torino, Italy, 07-11 Sept. 2015, pp. 1268 – 1271.
- [49] M. Kostić, N. Dončov, B. Stošić, B. Milovanović, “*Compact TLM Model of Dispersive Anisotropic Carbon-fiber Material*”, Proceedings of the 2nd International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering - IcETRAN 2015, Silver Lake, Serbia 2015, pp. MTI1.5.1-6, 2015.
- [50] Miloš Kostić, Nebojša S. Dončov, Biljana Stošić, Bratislav Milovanović “*Digital Filter-based 1D TLM Model of Dispersive Anisotropic Conductivity Panel*”, Serbian Journal of Electrical Engineering Vol. 13, No. 1, February 2016.
- [51] N. Dončov, M. Kostić, Z. Stanković, “*Compact numerical models for efficient representation of EM field propagation through dispersive and anisotropic media*” , Proceedings of the 5th International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering, IcETRAN 2018, Palić, Serbia, June 11 – 14, 2018, pp.582-587.
- [52] D. R. Smith, D. C. Vier, Th. Koschny, C. M. Soukoulis, “*Electromagnetic parameter retrieval from inhomogeneous metamaterials*”, Physical review E, 71, 036617, 2005.
- [53] D. R. Smith, S. Schultz, P. Markoš, C. M. Soukoulis, “*Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients*”, Physical review B, 65, 195104, 2002.
- [54] V. Milošević, B. Jokanović, R. Bojanić, "Effective Electromagnetic Parameters of Metamaterial Transmission Line Loaded With Asymmetric Unit Cells", IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 61, no. 8, pp. 2761-2772, Aug. 2013.
- [55] F. J. Hsieh, W. C. Wang, “*Full Extraction Methods to Retrieve Effective Refractive Index and Parameters of a Anisotropic Metamaterial Based on Material Dispersion Models*”, Journal of Applied Physics, Vol. 112, 064907, September 2012.
- [56] T. Asenov, M. Kostić, N. Dončov, B. Milovanović, “*Z-TLM Method Simulation of Left-Handed Metamaterials Based on Retrieved Effective Parameters*”, Proceedings of the 2nd International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering, IcETRAN 2015, Silver Lake, Serbia, pp. MTI1.7.1-5, 2015.
- [57] M. Kostić, N. Dončov, Z. Stanković and T. Asenov, “*3D Z-TLM Modeling of Dispersive Lossy Metamaterial Structures Described by Scattering Parameters*”,

- Proceedings of the 3rd International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering, IcETRAN 2016, Zlatibor, Serbia, pp. MTI2.7.1-4, 2016.
- [58] N. Dončov, M. Kostić, Z. Stanković, “*Compact numerical models for efficient representation of EM field propagation through dispersive and anisotropic media*”, Proceedings of the 5th International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering, IcETRAN 2018, Palić, Serbia, pp.582-587, 2018.
- [59] J. Paul, C. Christopoulos and D. W. P. Thomas (1999) “*Time-Domain Modeling of Electromagnetic Wave Propagation in Complex Materials*”, *Electromagnetics*, vol. 19, no. 6, pp. 527-546, 1999.

## BIOGRAFIJA AUTORA

Kostić Miloš rođen je 11.08.1989. godine u Nišu, gde je završio osnovnu školu OŠ “Rodoljub Čolaković” (današnji naziv škole OŠ ”Miroslav Antić”) i za postignuti uspeh je nagrađen Vukovom diplomom. Srednju elektrotehničku školu ETŠ ”Mija Stanimirović” završio je 2008. godine sa prosečnom ocenom 5.00 i stekao zvanje Elektrotehničar Telekomunikacija. Maturirao je sa radom na temu “*Novine u telekomunikacionim sistemima*”. U periodu od 2004. godine do 2008. godine bio je korisnik učeničke stipendije Ministarstva prosvete. Studije na Elektronskom fakultetu u Nišu, započeo je 2008. godine. Studirao je na smeru Telekomunikacije, podsmer Komunikacione i Informacione tehnologije, i studije završio 11.7.2013. godine sa prosečnom ocenom 9.44. Diplomski rad “*Primene softverskog paketa Radio Mobile za projektovanje bežičnih komunikacionih sistema*” odbranio je sa ocenom 10 pri katedri za Telekomunikacije i stekao zvanje diplomirani inženjer elektrotehnike za telekomunikacije. Tokom studija bio je više puta nagrađivan i pohvaljivan od strane Saveta Elektronskog fakulteta u Nišu za postignute odlične i izuzetne uspehe. U periodu od 2008. do 2013. godine bio je stipendista Ministarstva prosvete i sporta.

U periodu od 02.09.2013. godine do 03.10.2013. godine bio je angažovan kao profesor na zameni za predmete “*Računarstvo i informatika*” i “*Računari i programiranje*” u srednjoj elektrotehničkoj školi ETŠ “*Mija Stanimirović*” - Niš, i predmet “*Računarstvo i informatika*” u gimnaziji “*Svetozar Marković*” – Niš, dok je u periodu 20.01.2014. godine do 14.03.2014. godine bio je angažovan kao redovni profesor za predmete “*Praktična nastava*” i “*Elektronika 2*” u srednjoj elektrotehničkoj školi ETŠ “*Mija Stanimirović*” - Niš.

Od novembra 2013. godine, student je doktorskih studija na Elektronskom fakultetu u Nišu na smeru Telekomunikacije. U periodu od 2014. do kraja 2016. bio je stipendista Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja. Od novembra 2016. godine radi u “*Inovacionom Centru naprednih tehnologija ICNT d.o.o.*” Niš-Mediana kao istraživač pripravnik. Januara 2018. godine izabran je u istraživačko zvanje istraživač saradnik.

Do sada je bio angažovan na naučnim istraživanjima iz oblasti razvoja i primene odgovarajućih numeričkih modela za tačnu i efikasnu karakterizaciju i projektovanje mikrotalasnih struktura na bazi disperzivnih, generalnih anizotropnih materijala i metamaterijala. U okviru dosadašnjeg naučno-istraživačkog rada objavio je kao autor/koautor ukupno 11 radova. Juna 2015. dobio je nagradu za najbolji rad mladog autora na međunarodnoj konferenciji IcETRAN.

U toku svoje profesionalne karijere bio je angažovan u realizaciji tri naučno istraživačka projekta. Od 2014. godine angažovan je na projektu “Istraživanje i razvoj rešenja za poboljšanje performansi bežičnih komunikacionih sistema u mikrotalasnom i milimetarskom opsegu frekvencija” (TP 32052) koji je finansiran od strane Ministarstva za prosvetu, nauku i tehnološki razvoj, dok je nosilac projekta Elektronski fakultet u Nišu. U toku 2016., 2017. i 2018. godine angažovan je na bilateralnom projektu “Napredno modelovanje prostiranja elektromagnetske interferencije u integrisanim elektronskim kolima i sistemima i njihovom okruženju” na kome je jedan od učesnika Elektronski fakultet u Nišu. U toku 2017., 2018. i 2019. godine angažovan je na projektu “Razvoj nove generacije uređaja za sterilno povezivanje medicinskih PVC cevčica koje se koriste u sistemima za transfuziju krvi” koji je finansiran od strane Nacionalnog fonda za inovacije, dok je nosilac projekta Lmb Soft LLC.

Od 2013. godine član je tehničko-organizacionog odbora međunarodnih naučnih skupova TELSIS i ICEST.

## REFERENCE AUTORA

### Naučni radovi u međunarodnim časopisima

1. **Miloš Kostić**, Nebojša S. Dončov, Zoran Stanković, John Paul, “Efficient TLM-based approach for compact modeling of anisotropic materials and composites”, *Applied Computational Electromagnetics Society (ACES) Journal*, Vol. 34, No. 1, January 2019, ISSN 1054-4887.
2. **Miloš Kostić**, Nebojša Dončov, Zoran Stanković, John Paul, “Numerical Compact Modeling Approach of Dispersive Magnetolectric Media Based on Scattering Parameters”, *Facta Universatis, Series: Electronics and Energetics*, accepted paper, 2019.

### Naučni radovi u časopisima sa recenzijom (M51 i M52)

1. **Miloš Kostić**, Nebojša S. Dončov, Biljana Stošić, Bratislav Milovanović “Digital Filter-based 1D TLM Model of Dispersive Anisotropic Conductivity Panel”, *Serbian Journal of Electrical Engineering* Vol. 13, No. 1, February 2016, DOI:10.2298/SJEE1601001K, ISSN 1451-4869.

**Radovi saopštteni na međunarodnim naučnim skupovima i štampani u odgovarajućim zbornicima (M33)**

1. **Miloš Kostić**, Nebojša S. Dončov, Zoran Stanković, “TLM Method with Z-transforms, efficient tool for dispersive anisotropic structures modelling”, *49th International Scientific Conference on Information, Communication and Energy Systems and Technologies*, Niš, June 25-27, 2014, Serbia, pp.RMA.4 139-142, ISBN: 978-86-6125-108-5 COBISS.SR-ID 210190092.
2. **Miloš Kostić**, Nebojša S. Dončov, Biljana Stošić, Bratislav Milovanović, “Compact TLM Model of Dispersive Anisotropic Carbon-fibre Material”, *Proceedings of the 2nd International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering, IcETRAN 2015*, Silver Lake, Serbia, June 8-11, 2015, pp.MT11.5.1-6, ISBN: 978-86-80509-71-6, COBISS.SR-ID 217144076, Best Young Researcher's Paper Award.
3. Biljana Stošić, Nebojša S. Dončov, **Miloš Kostić**, “Two-port Wave Digital Network Models of Impedance Inverters”, *Proceedings of the 2nd International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering, IcETRAN 2015*, Silver Lake, Serbia, June 8-11, 2015, pp.MT11.4.1-5, ISBN: 978-86-80509-71-6, COBISS.SR-ID 217144076.
4. Tatjana Asenov, **Miloš Kostić**, Nebojša S. Dončov, Bratislav Milovanović, “Z-TLM Method Simulation of Left-Handed Metamaterials Based on Retrieved Effective Parameters”, *Proceedings of the 2nd International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering, IcETRAN 2015*, Silver Lake, Serbia 2015, pp.MT11.7.1-5, ISBN: 978-86-80509-71-6, COBISS.SR-ID 217144076.
5. **Miloš Kostić**, Biljana Stošić, Nebojša S. Dončov, John Paul, “Efficient simulation of thin anisotropic conductive materials by using digital filter-based TLM method”, *Proceedings of the 2015 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications, ICEAA 2015 (17th Edition)*, pp. 1268-1271, Torino, Italy, November 19-21, 2015, ISBN: 978-1-4799-7805-2 (first page of paper; 978-1-4799-7806-9/15/\$31.00 ©2015 IEEE), IEEE Catalog Number: CFP1568B-USB
6. **Miloš Kostić**, Nebojša S. Dončov, Zoran Stanković, Tatjana Asenov, “3-D Z-TLM Modeling of Dispersive Lossy Metamaterial Structures Described by Scattering Parameters”, *Proceedings of the 3rd International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering, IcETRAN 2016*, Zlatibor, Serbia, June 13-16, 2016, pp.MT12.7.1-4, ISBN: 978-86-7466-618-0.

7. Tijana Ž. Dimitrijević, Jugoslav J. Joković, Nebojša S. Dončov, Bratislav D. Milovanović, **Miloš Kostić**, “Consideration of TLM Modelling on Example of Cylindrical Rectangular Microstrip Antenna”, *Proceedings of the 13th of International Conference on Advanced Technologies, Systems and Services in Telecommunications*, TELSIS 2017, Niš, Serbia, October 18-20, 2017, pp.363, ISBN: 978-1-5386-1798-4.
8. Nebojša S. Dončov, **Miloš Kostić**, Zoran Stanković, “Compact numerical models for efficient representation of EM field propagation through dispersive and anisotropic media” , *Proceedings of the 5th International Conference on Electrical, Electronic and Computing Engineering*, IcETRAN 2018, Palić, Serbia, June 11 – 14, 2018, pp.582-587.





Univerzitet u Nišu  
Elektronski fakultet

---

## IZJAVA O AUTORSTVU

Izjavljujem da je doktorska disertacija, pod naslovom

**RAZVOJ NUMERIČKIH MODELA ZA EFIKASNU KARAKTERIZACIJU  
DISPERZIVNIH I GENERALNIH ANIZOTROPNIH ELEKTROMAGNETSKIH  
STRUKTURA U MIKROTALASNOM OPSEGU FREKVENCIJA**

koja je odbranjena na Elektronskom fakultetu Univerziteta u Nišu:

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da ovu disertaciju, ni u celini, niti u delovima, nisam prijavljivao na drugim fakultetima, niti univerzitetima;
- da nisam povredio autorska prava, niti zloupotrebio intelektualnu svojinu drugih lica.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci, koji su u vezi sa autorstvom i dobijanjem akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada, i to u katalogu Biblioteke, Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Nišu, kao i u publikacijama Univerziteta u Nišu.

U Nišu, 19.07.2019.

Potpis autora disertacije:

---

Miloš Kostić



Univerzitet u Nišu  
Elektronski fakultet

---

**IZJAVA O ISTOVETNOSTI ŠTAMPANOG I ELEKTRONSKOG OBLIKA  
DOKTORSKE DISERTACIJE**

Ime i prezime autora: Miloš Kostić

Naslov disertacije: **RAZVOJ NUMERIČKIH MODELA ZA EFIKASNU  
KARAKTERIZACIJU DISPERZIVNIH I GENERALNIH ANIZOTROPNIH  
ELEKTROMAGNETSKIH STRUKTURA U MIKROTALASNOM OPSEGU  
FREKVENCIJA**

Mentor: Nebojša Dončov

Izjavljujem da je štampani oblik moje doktorske disertacije istovetan elektronskom obliku, koji sam predao za unošenje u **Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu**.

U Nišu, 19.07.2019 .

Potpis autora disertacije:

---

Miloš Kostić



Univerzitet u Nišu  
Elektronski fakultet

---

## IZJAVA O KORIŠĆENJU

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku "Nikola Tesla" da, u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu, unese moju doktorsku disertaciju, pod naslovom

### **RAZVOJ NUMERIČKIH MODELA ZA EFIKASNU KARAKTERIZACIJU DISPERZIVNIH I GENERALNIH ANIZOTROPNIH ELEKTROMAGNETSKIH STRUKTURA U MIKROTALASNOM OPSEGU FREKVENCIJA**

Disertaciju sa svim priložima predao sam u elektronskom obliku, pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju, unetu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Nišu, mogu koristiti svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons), za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo (CC BY)
2. Autorstvo – nekomercijalno (CC BY-NC)
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade (CC BY-NC-ND)
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)
5. Autorstvo – bez prerade (CC BY-ND)
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

U Nišu, 19.07.2019 .

Potpis autora disertacije:

---

Miloš Kostić