

Západočeská univerzita v Plzni  
Fakulta aplikovaných věd  
Katedra kybernetiky

# **DIPLOMOVÁ PRÁCE**

## **Časově úsporný PID autotuner**

## Podklad pro zadání DIPLOMOVÉ práce studenta

Jméno a příjmení: **Bc. Lukáš DOSTÁLEK**  
Osobní číslo: **A18N0037P**  
Adresa: **Vránov 25, Staňkov – Vránov, 34561 Staňkov, Česká republika**  
Téma práce: **Časově úsporný PID autotuner**  
Téma práce anglicky: **Short Time PID Autotuner**  
Vedoucí práce: **Prof. Ing. Miloš Schlegel, CSc.**  
**Katedra kybernetiky**

### Zásady pro vypracování:

1. Seznamte se se současnými algoritmy pro automatické nastavování PID regulátorů (PID autotunery).
2. Srovnajte existující autotunery podle trvání užitého identifikačního experimentu v procesu automatického nastavování.
3. Pro statické systémy s jednou dominantní časovou konstantou navrhnete modifikaci PID autotuneru PIDMA firmy REX Controls s.r.o., která významně zkracuje dobu identifikačního experimentu.
4. Navržený algoritmus modifikace implementujte v programovém systému MATLAB/Simulink.
5. Funkční vlastnosti modifikovaného PID autotuneru ověřte na reprezentativní množině statických a astatických systémů.

### Seznam doporučené literatury:

- Åström, K., Hägglund, T. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. 1995.  
Åström, K., Hägglund, T. The Future of PID Control. 2000.  
Schlegel, M., Balda, P., Štětina, M. Robustní PID autotuner: Momentová metoda.  
Schlegel, M., Mertl, J. Process Identification for Automatic Tuning of Industrial Controllers. 2010.  
Ya-Gang, W., Zhi-Gang, S., Wen-Jian, C. PID autotuner and its application in HVAC systems. 2001.

Podpis studenta:

Datum:

Podpis vedoucího práce:

Datum:

# Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě diplomovou práci zpracovanou na závěr studia na Fakultě aplikovaných věd Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracoval samostatně a výhradně s použitím odborné literatury a pramenů, jejichž úplný seznam je její součástí.

V Plzni dne 7. června 2020

Lukáš Dostálek

# Poděkování

Tímto bych rád poděkoval Prof. Ing. Miloši Schlegelovi, CSc. za odborné vedení diplomové práce a za trpělivost, ochotu a cenné rady, které mi v průběhu jejího vypracování věnoval.

## Abstract

The aim of this work is to design a modification of the moment autotuner for systems with one dominant time constant to reduce significantly the time of the identification experiment. The proposed modification is tested on a set of a priori permissible systems. Furthermore, we define the area of suitable usage of this method. The dependence of the quality of identification on the size of the dominant time constant and its influence on the design of PI and PID controllers is analysed. In addition we discuss possibilities of real-time decision-making for using the results provided by this method.

**Key words:** PID controller, moment autotuner, REX Controls s.r.o., astatic systems, MATLAB/Simulink

## Abstrakt

Cílem této práce je navrhnout pro systémy s jednou dominantní časovou konstantou modifikaci momentového autotuneru, která výrazně sníží čas identifikačního experimentu. Navržená modifikace je otestována na množině apriorně přípustných systémů a vymezena oblast vhodného použití této metody. Je provedena analýza závislosti kvality identifikace na velikosti dominantní časové konstanty a její vliv na návrh PI a PID regulátoru. Dále jsou analyzovány možnosti rozhodování o vhodnosti navržené metody v reálném čase v rámci samotného autotuneru.

**Klíčová slova:** PID regulátor, momentový autotuner, REX Controls s.r.o., astatické systémy, MATLAB/Simulink

# Obsah

<b>1 Přípravná kapitola</b>	<b>9</b>
1.1 Charakteristická čísla procesu . . . . .	9
1.2 Normalizace systémů . . . . .	9
1.3 Princip superpozice . . . . .	11
1.4 PID regulátor se dvěma stupni volnosti . . . . .	11
<b>2 Autotunery</b>	<b>13</b>
2.1 Úvod . . . . .	13
2.2 Algoritmy nastavování PID regulátorů . . . . .	13
2.3 Ziegler-Nicholsova metoda . . . . .	14
2.3.1 ZN frekvenční metoda . . . . .	14
2.3.2 ZN metoda z přechodové charakteristiky . . . . .	14
2.4 Aström-Hägglundova metoda . . . . .	16
2.4.1 AH metoda z přechodové charakteristiky . . . . .	16
2.4.2 AH frekvenční metoda . . . . .	17
2.5 Autotuner PIDMA . . . . .	18
<b>3 Testovací množina systémů</b>	<b>22</b>
3.1 Obecné vymezení . . . . .	22
3.2 Hranice oboru hodnot celočíselného množinového modelu . . . . .	23
<b>4 Identifikace systémů s dominantní časovou konstantou</b>	<b>26</b>
4.1 Úvod . . . . .	26
4.2 Řešení pro konkrétní struktury systémů . . . . .	26
4.3 Experimentální ověření . . . . .	28
4.4 Určení přítomnosti dominantní časové konstanty . . . . .	30
<b>5 Simulace</b>	<b>36</b>
5.1 Realizace funkčního bloku PIDMA v programovém prostředí MATLA- B/Simulink . . . . .	36
5.2 Úprava systémů pro simulaci . . . . .	39
5.3 Vyhodnocení . . . . .	39
5.3.1 Kvalita identifikace (statické systémy) . . . . .	40
5.3.2 Kvalita identifikace (astatické systémy) . . . . .	42
5.3.3 Kvalita regulace . . . . .	43

5.3.4	Real-time rozhodovací kritérium . . . . .	50
<b>6</b>	<b>Závěr</b>	<b>51</b>
	<b>Literatura</b>	<b>53</b>
	<b>Symboly a značení</b>	<b>54</b>
<b>A</b>	<b>Kvalita identifikace - relativní chyby charakteristických čísel v závislosti na dominanci časové konstanty</b>	<b>55</b>

# Motivace

PID regulátory se používají v řízení procesů a strojů v masovém měřítku. Každý rok jsou ve světě nasazeny miliony těchto regulátorů. Většina z nich však není řádně seřízena. Parametry regulátoru totiž nastavují technici, kteří nejsou experti v oblasti automatického řízení, a navíc mají obvykle na tuto činnost málo času. Jakmile dosáhnou jen trochu vyhovující chování regulační smyčky, svoji práci ukončují. Provozovatel však má velký zájem na kvalitě regulace, neboť ta velmi často určuje i výslednou efektivitu procesu či stroje, a tedy i příslušné ekonomické výsledky. Z tohoto důvodu praxe požaduje od výrobců kompaktních regulátorů nebo výrobců řídicích systémů regulačního typu do regulátoru zabudovanou funkci automatického nastavování regulátorů. Tato funkce na povel operátora vybudí řízený systém testovacím vstupem a podle jeho odezvy určí "optimální" parametry regulátoru. Nejčastější požadavek praxe je, aby takovýto identifikační experiment byl pokud možno co nejkratší.



# 1 Přípravná kapitola

## 1.1 Charakteristická čísla procesu

Na základě teorie momentové metody identifikace systémů [8] lze lineární monotónní systém popsat prostřednictvím tří charakteristických čísel odvozených pomocí prvních tří momentů váhové funkce. Momenty získáme následujícími vztahy, kde  $h(t)$  je váhová funkce systému.

$$\begin{aligned}m_0 &= \int_0^{\infty} h(t)dt, \\m_1 &= \int_0^{\infty} th(t)dt, \\m_2 &= \int_0^{\infty} t^2h(t)dt.\end{aligned}\tag{1.1}$$

Charakteristická čísla  $\kappa$ ,  $\mu$  a  $\sigma^2$ , která jsou z fyzikální podstaty odvozena jako plocha pod křivkou váhové funkce systému, její těžiště a moment setrvačnosti, definujeme pomocí momentů následovně:

$$\begin{aligned}\kappa &= m_0, \\ \mu &= \frac{m_1}{m_0}, \\ \sigma^2 &= \frac{m_2}{m_0} - \frac{m_1^2}{m_0^2}.\end{aligned}\tag{1.2}$$

Lze ukázat, že pro přenos

$$P(s) = K \frac{\prod_{i=1}^m (\theta_i s + 1)^{m_i}}{\prod_{i=1}^n (\tau_i s + 1)^{n_i}} e^{-Ds}\tag{1.3}$$

platí

$$\begin{aligned}\kappa &= K, \\ \mu &= \sum_{k=1}^n n_k \tau_k - \sum_{k=1}^m m_k \theta_k + D, \\ \sigma^2 &= \sum_{k=1}^n n_k \tau_k^2 - \sum_{k=1}^m m_k \theta_k^2.\end{aligned}\tag{1.4}$$

## 1.2 Normalizace systémů

Normalizace v čase:

Uvažujme systém s jednou časovou konstantou ve tvaru  $\frac{1}{(\tau s + 1)}$ . Změnou časového mě-

řítka  $t \rightarrow \bar{t} = \alpha t$  dochází zároveň ke změně časové konstanty přenosové funkce, což je za pomoci převodu přenosové funkce na diferenciální rovnici zřejmé ze vztahu (1.5).

$$\frac{1}{(\tau s + 1)} = \frac{Y(s)}{U(s)},$$

$$\tau \dot{y}(t) + y(t) = u(t).$$

S novým časovým měřítkem se jednotlivé členy  $y(t)$  a  $\dot{y}(t)$  změní následovně:

$$y(t) \rightarrow y(\alpha t) = y(\bar{t}),$$

$$\dot{y}(t) \rightarrow \alpha \dot{y}(\bar{t}).$$

A nová časová konstanta je úměrná škálovacímu parametru  $\alpha$ .

$$\alpha \tau \dot{y}(\bar{t}) + y(\bar{t}) = u(\bar{t}),$$

$$\frac{\bar{Y}(s)}{\bar{U}(s)} = \frac{1}{(\alpha \tau s + 1)}. \quad (1.5)$$

Obdobně můžeme odvodit i předpis pro normované dopravní zpoždění. Uvážíme-li, že

$$e^{-Ds} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\left(\frac{D}{n}s + 1\right)^n}, \quad (1.6)$$

lze dopravní zpoždění interpretovat jako součin  $n$  přenosů s časovou konstantou  $\frac{D}{n}$ . Dále můžeme aplikovat již získaný předpis pro transformaci časové konstanty. Ze vztahů (1.5), (1.6) je zřejmé, že normované dopravní zpoždění bude mít tvar

$$e^{-\alpha D s}. \quad (1.7)$$

Normalizace charakteristických čísel  $\kappa$ ,  $\mu$ ,  $\sigma^2$ :

Obdobně lze provést normalizace i pro charakteristická čísla momentové metody. Zafixováním charakteristického čísla  $\kappa$  na hodnotě 1 docílíme normalizace v zesílení. Normalizace v čase, ekvivalentní k výše popsanému postupu, docílíme zafixováním charakteristického čísla  $\mu$ . V principu se jedná o přeškálování časových konstant takovým způsobem, aby byl jejich součet roven jedné. Normalizované charakteristické číslo  $\sigma^2$  pak nabývá hodnot mezi nulou a jedničkou.

$$\kappa_n = 1,$$

$$\mu_n = 1, \quad (1.8)$$

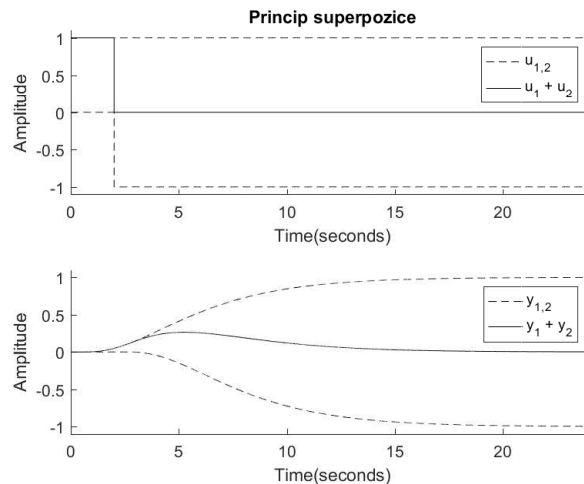
$$\sigma_n^2 = \frac{\sigma^2}{\mu^2}; \sigma_n^2 \in (0, 1).$$

Normalizovaná charakteristická čísla umožňují normovaný výpočet parametrů regulátoru, podrobněji v [5], kde jsou popsány tabelované parametrizace pro jejich výpočet a zpětnou denormalizaci.

### 1.3 Princip superpozice

Jedná se o důležitou vlastnost lineárních systémů, která definuje vztah mezi dílčími složkami vstupního a výstupního signálu  $u(t)$  a  $y(t)$ . Nechť je dán výstup lineárního systému  $y(\cdot) = L[u(\cdot)]$ . Podle principu superpozice, je-li výstup  $y_1$  způsoben vstupem  $u_1$  a výstup  $y_2$  způsoben vstupem  $u_2$ , lze odezvu na společný vstup  $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2$  zapsat následovně:

$$L[\alpha_1 u_1(\cdot) + \alpha_2 u_2(\cdot)] = \alpha_1 y_1(\cdot) + \alpha_2 y_2(\cdot). \quad (1.9)$$



Obr. 1.1: Zobrazení vstupních a výstupních signálů (princip superpozice).

### 1.4 PID regulátor se dvěma stupni volnosti

2DOF regulátor (2 Degree Of Freedom), neboli regulátor se dvěma stupni volnosti [2], se vyznačuje dvěma vstupy a jedním výstupem, kde počet stupňů volnosti lze chápat jako počet přenosových funkcí uzavřených smyček, které lze nezávisle nastavit. Je-li potřeba reagovat regulátorem současně na skok v požadované hodnotě a na skok v poruše, není použití klasického regulátoru s jedním stupněm volnosti ideální, jelikož jeho optimální nastavení je v obou případech odlišné. 2DOF regulátor umožňuje optimalizovat odezvu regulované veličiny na skokovou změnu obou zmíněných signálů.

Laplaceův obraz akčního zásahu regulátoru lze pak zapsat následovně:

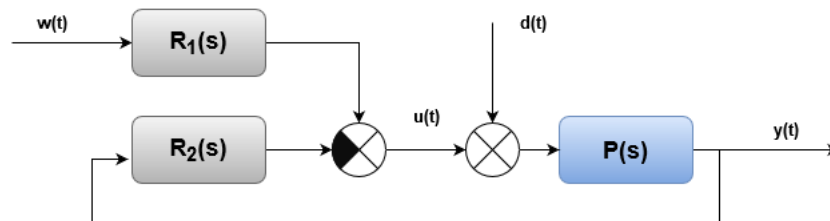
$$U(s) = K \left\{ bW(s) - Y(s) + \frac{1}{T_i s} [W(s) - Y(s)] + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} [cW(s) - Y(s)] \right\}. \quad (1.10)$$

Upravením rovnice (1.10), respektive rozdělením na členy obsahující obraz výstupu systému a členy obsahující obraz požadované hodnoty, získáme tvar dílčích bloků struktury 2DOF regulátoru (Obr. 1.2).

$$\begin{aligned} U(s) &= R_1 W(s) + R_2 Y(s), \\ R_1(s) &= K \left\{ b + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} c \right\}, \\ R_2(s) &= K \left\{ 1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{\frac{T_d}{N} s + 1} \right\}. \end{aligned} \quad (1.11)$$

Pomocí parametrů  $b$  a  $c$  lze doladit optimální odezvu na změnu v požadované hodnotě. Na stabilitu uzavřené smyčky již tyto parametry vliv nemají. Pro další důležité přenosy platí následující vztahy:

$$\begin{aligned} w \rightarrow y &: \frac{R_1 P}{1 + R_2 P}, \\ d \rightarrow y &: \frac{P}{1 + R_2 P}. \end{aligned} \quad (1.12)$$



(d-vstupní porucha, u-akční zásah, w-referenční signál, y-výstup systému)

Obr. 1.2: Struktura 2DOF regulátoru.

## 2 Autotunery

### 2.1 Úvod

Jak vyplývá již ze samotného názvu, autotuning lze chápat jako proces samoladění, který na základě implementovaného algoritmu nastavuje parametry regulátoru. Jeho nezbytnou součástí je identifikační experiment, prostřednictvím kterého je získán popis řízeného systému ve formě potřebné pro návrhovou metodu regulátoru (přenosová funkce, frekvenční odezva, významná charakteristická čísla, atd.).

### 2.2 Algoritmy nastavování PID regulátorů

Většina návrhových metod předpokládá znalost řízeného systému. Z tohoto důvodu je nezbytné, aby identifikační experiment byl součástí autotuneru. Vhodný identifikační experiment je implementován tak, aby poskytoval potřebné informace návrhové metodě, přičemž se zpravidla jedná o vybuzení systému a následné zpracování vstupně-výstupních dat. Princip identifikačních metod se liší podle toho, zda je známa struktura řízeného systému, nebo zda k němu přistupujeme jako k černé skřínce reagující na vstupní signál odpovídajícím výstupem.

Parametry systémů se známou strukturou lze identifikovat poměrně přesně, a kvalitu identifikace určuje do jisté míry pouze volba budicího signálu. Hojně využívanou metodou pro zpracování vstupně-výstupních dat je metoda nejmenších čtverců, která poskytuje nemalé množství modifikací. V praxi se však případy, kdy je možné strukturu považovat za známou, vyskytují spíše v menším zastoupení, a proto mezi mnohem známější a používanější přístupy patří heuristické metody. Vhodnou alternativou, v případě, že neznáme přesnou strukturu ani řád identifikovaného systému, je použití algoritmu pro známou strukturu systému, avšak cyklicky pro celou množinu uvažovaných řádů. Rozdělením dat na identifikační a validační část pak lze pomocí definované kritériální funkce určit nejlépe vyhovující model.

Heuristické metody, které zpravidla nemají jasně definovaný okruh svojí platnosti, a tudíž zaručenou funkčnost, mohou dobře posloužit pro prvotní nastavení regulátoru a získání orientačních hodnot jeho parametrů. Z praxe vyplynulo, že pro dostatečný popis systému stačí použití tříparametrového modelu. Nejedná se však o model v pravém slova smyslu, spíše jde o charakteristická čísla, která lze snadno a poměrně přesně

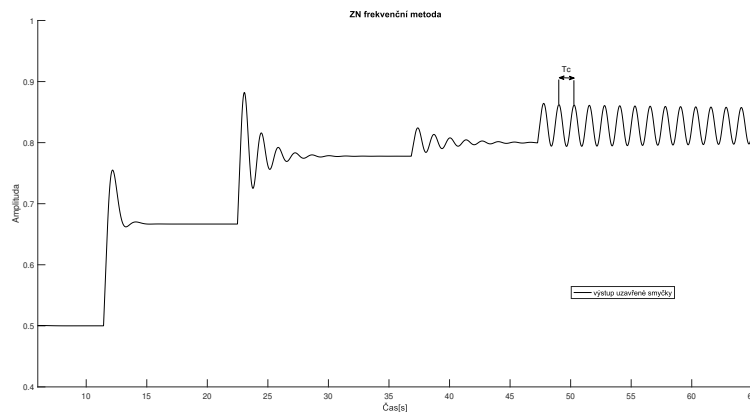
určit, a zároveň mají schopnost dostatečného popisu systému.

## 2.3 Ziegler-Nicholsova metoda

Pro nastavování parametrů PID regulátoru pomocí Ziegler-Nicholsovy metody [4], [7] jsou používané dva základní přístupy; ladění regulátoru v uzavřené smyčce (Ziegler-Nicholsova frekvenční metoda), nebo určování jeho parametrů na základě přechodové charakteristiky (experiment v otevřené smyčce). Obě zmíněné metody využívají popisu systému prostřednictvím dvou parametrů.

### 2.3.1 ZN frekvenční metoda

Experiment spočívá v uzavření zpětné vazby pomocí čistě proporcionálního regulátoru. Obsahuje-li regulátor integrační a derivační složku, je potřeba je během experimentu vyřadit z provozu ( $T_i = \infty, T_d = 0$ ). Proporcionální zesílení je pak zvětšováno na takovou úroveň, dokud odezva uzavřené smyčky neobsahuje trvalé kmity. Hodnotu zesílení  $K$ , pro kterou tyto kmity nastanou, lze označit za kritické zesílení  $K_c$ . Periodu kmitů značíme  $T_c$ . Pomocí těchto dvou hodnot pak lze vypočítat parametry PID regulátoru dané tabelovanými vztahy pro paralelní i sériovou strukturu. Zesílení je potřeba zvyšovat opatrně po malých dávkách, aby nebyl systém přiveden na mez stability, z tohoto důvodu může být procedura časově náročná.



Obr. 2.1: ZN frekvenční metoda.

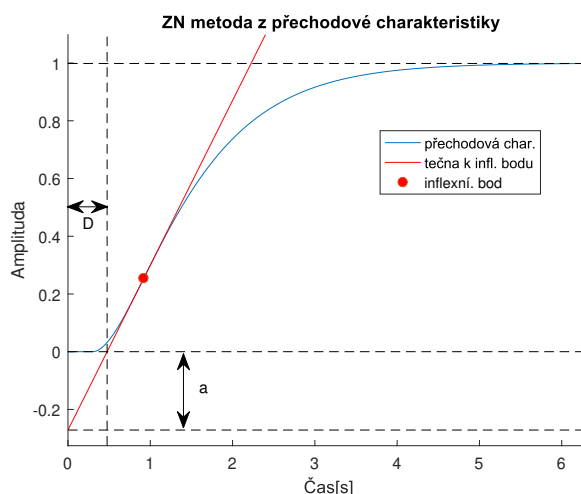
### 2.3.2 ZN metoda z přechodové charakteristiky

Podmínka pro použití Ziegler-Nicholsovy metody v otevřené smyčce je stabilita řízeného systému. Identifikace charakteristických čísel je graficky znázorněna na Obr. 2.2.

Tab. 2.1: Parametry regulátoru (ZN frekvenční metoda).

	paralelní			sériový		
	$K$	$T_i$	$T_d$	$K$	$T_i$	$T_d$
P	$0.5K_c$			$0.5K_c$		
PI	$0.45K_c$	$\frac{T_c}{1.2}$		$0.45K_c$	$\frac{T_c}{1.2}$	
PID	$0.6K_c$	$\frac{T_c}{2}$	$\frac{T_c}{8}$	$0.3K_c$	$\frac{T_c}{4}$	$\frac{T_c}{4}$

Inflexním bodem přechodové charakteristiky je vedena tečna, která protíná osy  $x$  a  $y$ . Vzdálenost mezi počátkem a průsečíkem tečny s osou  $x$  je označena  $D$ , vzdálenost mezi počátkem a průsečíkem s osou  $y$  označme  $a$ . Parametry regulátoru pak lze určit pomocí těchto dvou charakteristických čísel, opět na základě tabelovaných vztahů. Proceduru lze ukončit po dosažení inflexního bodu, odměření celé přechodové charakteristiky tedy není potřeba. Metoda však není spolehlivá a může vést na nestabilní uzavřenou smyčku.



Obr. 2.2: ZN metoda z přechodové charakteristiky.

Tab. 2.2: Parametry regulátoru (ZN metoda z přechodové char.).

	paralelní			sériový		
	$K$	$T_i$	$T_d$	$K$	$T_i$	$T_d$
P	$\frac{1}{a}$			$\frac{1}{a}$		
PI	$\frac{0.9}{a}$	$3D$		$\frac{0.9}{a}$	$3D$	
PID	$\frac{1.2}{a}$	$2D$	$0.5D$	$\frac{0.6}{a}$	$2D$	$D$

## 2.4 Aström-Hägglundova metoda

A-H metoda [3] vychází z empirického Ziegler-Nicholsova konceptu nastavování PID regulátoru s cílem potlačit jeho zásadní nedostatky, jako je kmitavost uzavřené smyčky, absence optimalizačního parametru, špatné výsledky pro systémy s velkým normalizovaným zpožděním a různé nastavení pro změnu v požadované hodnotě a změnu v poruše. Hlavní rozdíl je v použití tří parametrů popisujících řízený systém, oproti původním dvěma, což umožňuje dokonalejší popis systému. Ačkoli se jedná opět o empirickou metodu, je tato optimalizována a testována na široké testovací množině typicky řízených procesů s dodatečným omezujícím požadavkem na horní mez citlivostní funkce.

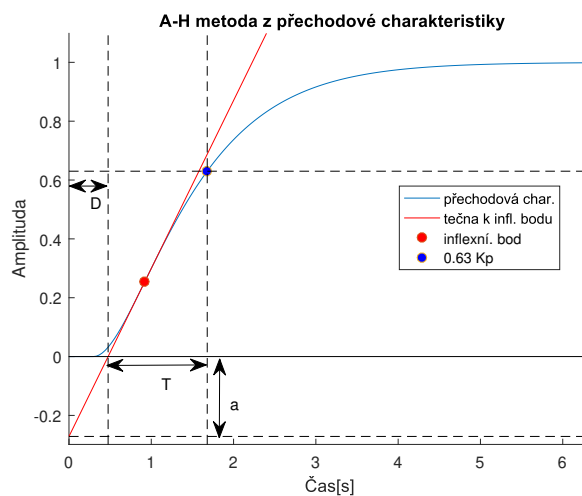
$$\sup_{\omega} \left| \frac{1}{1 + G_p(i\omega)G_c(i\omega)} \right| \leq M_s, \quad (2.1)$$

kde  $G_p$  je přenosová funkce řízeného systému a  $G_c$  je přenosová funkce regulátoru. Návratové parametry charakterizují regulátor s dvěma stupni volnosti (1.10) s nulovou hodnotou koeficientu  $c$ .

### 2.4.1 AH metoda z přechodové charakteristiky

Parametry  $a$  a  $D$  jsou získány stejným způsobem jako v případě Ziegler-Nicholsovy metody, dodatečný parametr  $T$  je definován pomocí času  $T_{ar}$ , kdy přechodová charakteristika dosáhne 63 % své konečné hodnoty. Pro tuto potřebu je nutné vyčkat na ustálený stav, což dobu identifikačního experimentu oproti ZN metodě prodlužuje.

$$T = T_{ar} - D. \quad (2.2)$$



Obr. 2.3: AH metoda z přechodové charakteristiky.



Dále je zavedeno normalizované zpoždění  $\tau$  definované pomocí parametrů  $D$  a  $T$ . Normalizované parametry regulátoru jsou pak funkcí tohoto parametru  $f(\tau)$ , přičemž jejich skutečné hodnoty lze snadno získat denormalizací pomocí naměřených hodnot  $a$ ,  $D$  a  $T$ .

$$\tau = \frac{D}{D + T}, \quad (2.3)$$

$$f(\tau) = a_0 e^{a_1 \tau + a_2 \tau^2}. \quad (2.4)$$

Tabulkové sety koeficientů  $a_{0-2}$  byly získány pro PI a PID regulátor ve dvou verzích pro maximální hodnoty citlivostní funkce  $M_s = 1.4$  a  $M_s = 2$ .

Tab. 2.3: Parametry PID regulátoru (AH metoda z přechodové char.).

	$M_s = 1.4$			$M_s = 2.0$		
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
aK	3.8	-8.4	7.3	8.4	-9.6	9.8
$T_i/D$	5.2	-2.5	-1.4	3.2	-1.5	-0.93
$T_i/T$	0.46	2.8	-2.1	0.28	3.8	-1.6
$T_d/D$	0.89	-0.37	-4.1	0.86	-1.9	-0.44
$T_d/T$	0.077	5.0	-4.8	0.076	3.4	-1.1
b	0.40	0.18	2.8	0.22	0.65	0.051

Jak je zřejmé z Tab. 2.3, integrační a derivační časová konstanta regulátoru lze získat dvěma způsoby; buď za použití parametru  $D$  (2. a 4. řádek tabulky), nebo parametru  $T$  (3. a 5. řádek tabulky).

### 2.4.2 AH frekvenční metoda

Stejně jako varianta z přechodové charakteristiky, vychází AH frekvenční metoda z principu Zieglera a Nicholse. Jedná se o návrh regulátoru pomocí dvou bodů frekvenční charakteristiky; statického zesílení  $K_p$  a zesílení  $-K_{180}$  na frekvenci  $\omega_{180}$ . Přejatý parametr kritického zesílení  $K_c$  a odpovídající periodu kmitů  $T_c$  lze vyjádřit pomocí zesílení  $K_{180}$  následujícím způsobem:

$$K_c = \frac{1}{K_{180}}. \quad (2.5)$$

Dále je zavedeno normalizované zesílení  $\kappa$  definované pomocí parametrů  $K_p$  a  $K_c$ . Normalizované parametry regulátoru jsou pak funkcí tohoto parametru  $f(\kappa)$ , přičemž jejich skutečné hodnoty lze snadno získat denormalizací pomocí hodnot  $K_c$  a  $T_c$ .

$$\kappa = \frac{1}{K_c K_p}, \quad (2.6)$$

$$f(\kappa) = a_0 e^{a_1 \kappa + a_2 \kappa^2}. \quad (2.7)$$

Normalizované parametry regulátoru jsou optimalizovány stejným způsobem jako v případě z přechodové charakteristiky a opět jsou k dispozici různé sady těchto parametrů pro PI a PID regulátor a pro maximální hodnoty citlivostní funkce  $M_s = 1.4$  a  $M_s = 2$ .

Tab. 2.4: Parametry PID regulátoru (AH frekvenční metoda).

	$M_s = 1.4$			$M_s = 2.0$		
	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_0$	$a_1$	$a_2$
$K/K_c$	0.33	-0.31	-1.0	0.76	-1.6	1.2
$T_i/T_c$	0.76	-1.6	-0.36	0.59	-1.3	0.38
$T_d/T_c$	0.17	-0.46	-2.1	0.15	-1.4	0.56
b	0.58	-1.3	3.5	0.25	0.56	-0.12

## 2.5 Autotuner PIDMA

Jedná se o funkční blok systému REXYGEN firmy REX Controls, který plní funkci regulátoru, s možností automatického naladění (autotuning). Provozování regulátoru je možné v automatickém i manuálním režimu. Jak je uvedeno v dokumentaci funkčních bloků [1], před začátkem ladicího experimentu je zapotřebí dosáhnout ustáleného stavu. Systém je identifikován ve formě charakteristických čísel (1.4), na jejichž základě jsou vypočteny parametry regulátoru. PIDMA pro informaci seřizovače poskytuje též standardní model FOPDT (první řád s dopravním zpožděním) nebo model SOPDT (druhý řád s dopravním zpožděním) s násobnou časovou konstantou. Identifikovaná charakteristická čísla jsou zcela nezávislá na řádu systému a na jeho tvaru. Daná sada charakteristických čísel tedy vymezuje množinu všech apriorně přípustných systémů s těmito charakteristickými čísly. Pro tuto množinu je poté navrhován robustní regulátor, tj. regulátor, který splňuje návrhové požadavky pro každý systém z této množiny. Více o oboru hodnot apriorní přípustné množiny viz Kapitola 3.

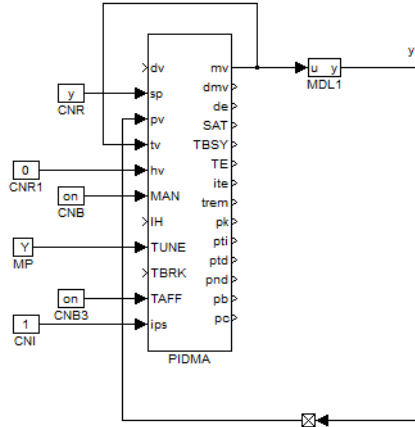
Identifikační experiment spočívá ve vybuzení řízeného systému obdélníkovým pulzem. Pulz je definován amplitudou pulzu a parametrem  $dy$ , který určuje okamžik ukončení pulzu. Šířka pulzu závisí právě na voleném parametru, kterým je absolutní změna od ustálené hodnoty  $dy$ . Další nastavitelné parametry související s automatickým laděním jsou následující:

ittype	Typ regulátoru (PI, PID)
iainf	Druh apriorní informace (bez integrátoru, s integračním chováním)
DGC	Kompenzace gradientu trendu (on, off)
tdg	Doba odhadu gradientu trendu [s]
tn	Doba odhadování šumu [s]
ispeed	Požadovaná rychlost uzavřené smyčky (pomalá, středně rychlá, rychlá)
ipid	Forma realizace PID regulátoru (paralelní, sériová)
hilim	Horní mez akčního zásahu regulátoru
lolim	Dolní mez akčního zásahu regulátoru
MAN	Manuální nebo automatický režim (on, off)
TUNE	Zahájení ladicího experimentu
TBRK	Ukončení ladicího experimentu
TAFF	Přijetí výsledků ladicího experimentu (on, off)
TE	Příznak chyby během ladění
ite	Kód chyby ladění

Jakmile odezva dosáhne výchozího ustáleného stavu, jsou z pořízených dat vypočítány první tři momenty procesu. Pomocí momentů jsou dále určeny ostatní návratové parametry, typicky se jedná o charakteristická čísla  $\kappa$ ,  $\mu$  a  $\sigma^2$ . Vzhledem ke své robustnosti a jednoduchému přepínání mezi manuálním a automatickým režimem je PIDMA autotuner také vhodný pro seřizování uzavřených smyček při kaskádní regulaci.

Na Obr. 2.4 je znázorněno zapojení autotuneru PIDMA, který společně s řízeným procesem MDL1 tvoří uzavřenou smyčku. Regulátor je během identifikačního experimentu provozován v manuálním režimu. Zahájení identifikace je provedeno pomocí manuálního pulzu přivedeného na vstup TUNE. Identifikaci je možné přerušit pomocí vstupu TBRK. Po naladění a přepnutí do automatického režimu se již funkční blok chová jako klasický regulátor; řízená veličina je přivedena na vstup  $pv$  a požadovaná hodnota na vstup  $sp$ . Vypočtené parametry regulátoru mohou být pouze zobrazeny pro další použití, nebo automaticky nastaveny do funkčního bloku (pomocí vstupu TAFF).

Průběh identifikačního experimentu je znázorněn na Obr. 2.5. Nejprve je po definované dobu odhadován vliv přítomného šumu, následně je systém vybuzen pulzem.



Obr. 2.4: Zapojení funkčního bloku PIDMA.

Jakmile výstup systému dosáhne nastavené změny, pulz je ukončen a systém se vrací do ustáleného stavu. Ihned po ukončení identifikačního experimentu je možné regulátor přepnout do automatického režimu. Průběh regulované veličiny i akčního zásahu, bezprostředně po naladění regulátoru, je možné vidět na Obr. 2.6.

Nastavení volitelných parametrů identifikačního experimentu je plně v režii obsluhy, a nejčastěji vyplývá z různých technických omezení. Typicky se jedná o potřebu udržet regulovanou veličinu v blízkém okolí pracovního bodu, jelikož identifikace často probíhá za plného provozu, z čehož pramení požadavek na nízkou změnu  $dy$ . Zároveň je však potřeba, aby odezva systému nebyla utopena v šumu, a tudíž je vhodné, aby amplitudu šumu převyšovala alespoň pětinasobně. Další omezení musí být kladeno na amplitudu budicího pulzu, aby se řízená soustava nedostala do saturace.

Parametry robustního regulátoru [10] jsou optimalizovány pro množinový model (viz Kapitola 3) tak, že

$$I = \frac{T_i}{K} \rightarrow \min \quad (2.8)$$

s dodatečnou podmínkou na stabilitu (Nyquistova křivka neobkličuje bod -1) a bezpečnost ve stabilitě (Nyquistova křivka leží vně kruhu se středem  $s = C$  a poloměrem  $R$ ). Pomocí podmínky na bezpečnost ve stabilitě lze vyjádřit různé požadavky. Např. pro omezení citlivostní funkce

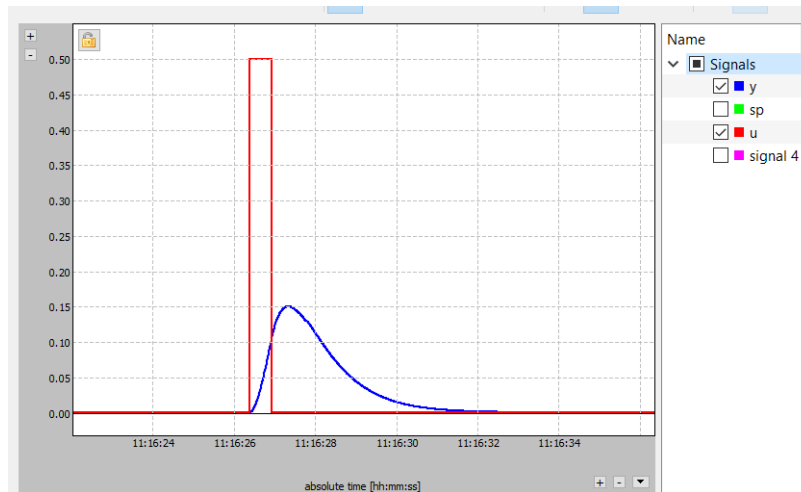
$$\sup_{\omega} \left| \frac{1}{1 + G_p(i\omega)G_c(i\omega)} \right| \leq M_s, \quad (2.9)$$

kde  $G_p$  je přenosová funkce řízeného systému a  $G_c$  je přenosová funkce regulátoru, platí volba  $C = -1$ ,  $R = \frac{1}{M_s}$ . Optimální parametry regulátoru pro danou hodnotu normalizovaného (1.8) charakteristického čísla  $\sigma_n \in (0, 1)$  jsou aproximovány funkcí ve tvaru

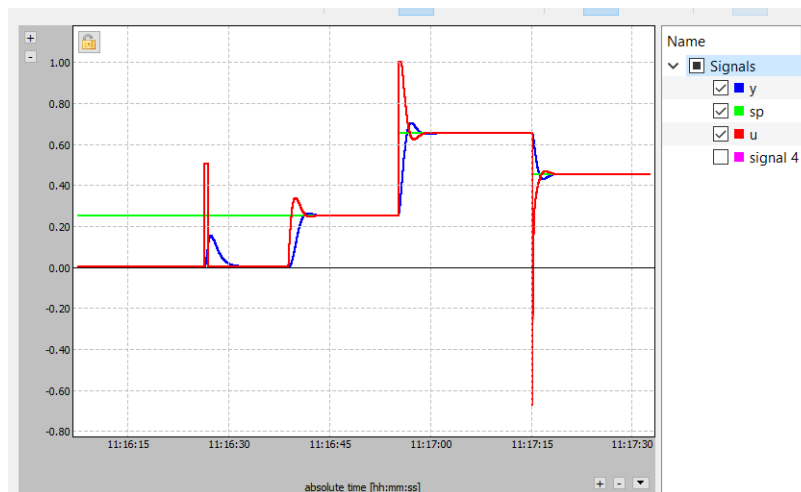
$$f(\sigma) = a_0 e^{a_1 \sigma + a_2 \sigma^2 + a_3 \sigma^3 + a_4 \sigma^4}. \quad (2.10)$$

Spočtené parametry  $K_n, T_{i_n}, T_{d_n}$  jsou samozřejmě také normalizované, a pro jejich de-normalizaci je nutné použít skutečná charakteristická čísla systému ( $\kappa, \mu, \sigma^2$ ).

$$\begin{aligned} K &= \frac{K_n}{\kappa}, T_i = \mu T_{i_n}, T_d = \mu T_{d_n}; & \text{pro statické systémy,} \\ K &= \frac{K_n}{\kappa \mu}, T_i = \mu T_{i_n}, T_d = \mu T_{d_n}; & \text{pro astatické systémy.} \end{aligned} \quad (2.11)$$



Obr. 2.5: Identifikační experiment.



Obr. 2.6: Identifikace a provoz v automatickém režimu.

# 3 Testovací množina systémů

## 3.1 Obecné vymezení

Tato práce se soustředí zejména na princip činnosti autotuneru PIDMA, jehož funkčnost je garantována pro třídu lineárních monotónních systémů ve tvaru

$$P(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^p (\tau_i s + 1)^{n_i}}, \quad (3.1)$$

kde  $K \in \mathbb{R}$ ,  $p \in \mathbb{N}$ ,  $\tau_i \in \mathbb{R}^+$ ,  $n_i \in \mathbb{R}^+$ ,  $n_i \geq m$ ,  $\sum_{i=1}^p n_i \leq n$  s odpovídajícími charakteristickými čísly (1.4). Množinu všech přípustných funkcí  $P(s)$  nazýváme množinový model [6] a označujeme  $S_m^n(\kappa, \mu, \sigma^2)$ . Obor hodnot takového množinového modelu na určité frekvenci  $\omega$  tvoří uzavřenou oblast a označuje se  $V_\omega = \{P(j\omega) : P(s) \in S_m^n(\kappa, \mu, \sigma^2)\}$ . Pro normované systémy množinového modelu  $S_m^\infty(1, 1, \sigma^2)$  je hranice oboru hodnot tvořena třemi oblouky  $P_i(s = j\omega, \alpha)$ ,  $\alpha \in I_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ .

$$P_1(s, \alpha) = \frac{e^{-(1-\sigma\sqrt{\alpha})s}}{\left(\frac{\sigma}{\sqrt{\alpha}}s + 1\right)^\alpha}; I_1 = \left[m, \frac{1}{\sigma^2}\right], \quad (3.2)$$

$$P_2(s, \alpha) = \frac{1}{\left(\frac{\alpha - \sqrt{\alpha m((m+\alpha)\sigma^2 - 1)}}{\alpha(m+\alpha)}s + 1\right)^\alpha \left(\frac{m + \sqrt{\alpha m((m+\alpha)\sigma^2 - 1)}}{m(m+\alpha)}s + 1\right)^m};$$

$$I_2 = \left[\max\left\{m, \frac{1 - m\sigma^2}{\sigma^2}\right\}, \infty\right], \quad (3.3)$$

$$P_3(s, \alpha) = \frac{1}{\left(\frac{\alpha + \sqrt{\alpha m((m+\alpha)\sigma^2 - 1)}}{\alpha(m+\alpha)}s + 1\right)^\alpha \left(\frac{m - \sqrt{\alpha m((m+\alpha)\sigma^2 - 1)}}{m(m+\alpha)}s + 1\right)^m};$$

$$I_2 = \left[\max\left\{m, \frac{1 - m\sigma^2}{\sigma^2}\right\}, \frac{1}{\sigma^2}\right]. \quad (3.4)$$

Pohlédneme-li blíže na intervaly  $I_i$ , které probíhá parametr  $\alpha$ , je zřejmé, že hranice oboru hodnot vymezená příslušnými oblouky je tvořena obecně systémy neceločíselného řádu. Pro další testování bude využito aproximace takto definovaného oboru hodnot využitím vztahů pro generování jeho celočíselné hranice, tedy systémů s celočíselným řádem.

## 3.2 Hranice oboru hodnot celočíselného množinového modelu

Celočíselná hranice [9] vymezuje obor hodnot množinového modelu s danými charakteristickými čísly  $\kappa, \mu, \sigma^2$  a s omezením na maximální řád systému  $n$ . Takový množinový model označujeme  $S^n(\kappa, \mu, \sigma^2)$  a příslušný obor hodnot na dané frekvenci  $\omega$   $F^n(\kappa, \mu, \sigma^2; \omega) = \{P(j\omega) : P(s) \in S^n(\kappa, \mu, \sigma^2)\}$ . Čím větší je zvolený přípustný řád, tím dokonaleji je aproximována neceločíselná hranice oboru hodnot. Navíc pro  $n \rightarrow \infty$  obsahuje model i systémy s čistým dopravním zpožděním. Změna velikosti vymezené oblasti oboru hodnot v závislosti na maximálním řádu systému je znázorněna na Obr. 3.2.

Aby množinový model obsahoval alespoň jeden prvek, je zapotřebí, aby byla splněna následující podmínka:

$$\frac{1}{n} \leq \frac{\sigma^2}{\mu^2} \leq 1. \quad (3.5)$$

Parametrizace je nyní dána až čtyřmi stěžejními oblouky, na rozdíl od případu neceločíselné hranice (viz Obr. 3.1). Dále je každý oblouk rozdělen na podkřivky, které se vyznačují stejným řádem procesu. Systémy, které se vyskytují na spojnici těchto podkřivek, nazýváme vrcholové systémy, a na samotných podkřivkách lze nalézt nekonečně mnoho celočíselných procesů. Tím může být dosaženo libovolné přesnosti hranice oboru hodnot v rámci maximálního řádu systémů  $n$ .

Bez ztráty na obecnosti se opět omezíme na normalizovaný množinový model  $S^n(1, 1, \sigma^2)$  a podmínka pro neprázdnot množinového modelu se zjednoduší následovně:

$$\frac{1}{n} \leq \sigma^2 \leq 1. \quad (3.6)$$

Veškeré přenosové funkce tvořící hranici množinového modelu mohou být vyjádřené ve tvaru

$$\frac{1}{(\tau_\nu(\alpha)s + 1)^{n_1} (\theta_\nu(\alpha)s + 1)^{n_2} (\zeta_\nu(\alpha)s + 1)^{n_3}}, \quad (3.7)$$

kde triplet  $\nu = (n_1, n_2, n_3)$  je dán v závislosti na parametru  $k$ .  $k$  je největší celé číslo menší nebo rovno  $\frac{1}{\sigma^2} + 1$ .

Jestliže  $k \equiv 2$ , je hranice množinového modelu tvořena dvěma oblouky (a), (b) a hodnoty parametrů tripletu  $\nu$  jsou následující:

$$\begin{aligned} (a) &: (1, 1, 1), (1, 2, 1), \dots, (1, n-2, 1), \\ (b) &: (n-2, 1, 1). \end{aligned} \tag{3.8}$$

Jestliže  $k \in \{3, \dots, n-1\}$ , je hranice množinového modelu tvořena čtyřmi oblouky (a), (b), (c), (d) a hodnoty parametrů tripletu  $\nu$  jsou následující:

$$\begin{aligned} (a) &: (1, k-1, 1), (1, k, 1), \dots, (1, n-2, 1), \\ (b) &: (n-2, 1, 1), (n-3, 1, 2), \dots, (n-k+1, 1, k-2), \\ (c) &: (n-k, 1, k-1), \\ (d) &: (1, k-2, 1). \end{aligned} \tag{3.9}$$

Jestliže  $k = n$ , je hranice množinového modelu tvořena dvěma oblouky (b), (d) a hodnoty parametrů tripletu  $\nu$  jsou následující:

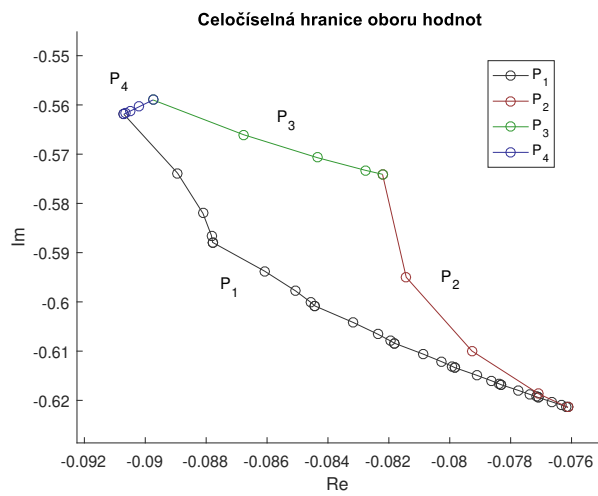
$$\begin{aligned} (b) &: (n-2, 1, 1), (n-3, 1, 2), \dots, (1, 1, n-2), \\ (d) &: (1, n-2, 1). \end{aligned} \tag{3.10}$$

Časové konstanty přenosové funkce (3.7) jsou parametrizovány pomocí tohoto tripletu a dále parametrem  $\alpha$  probíhající interval  $I_\nu = [a_\nu, b_\nu]$ .

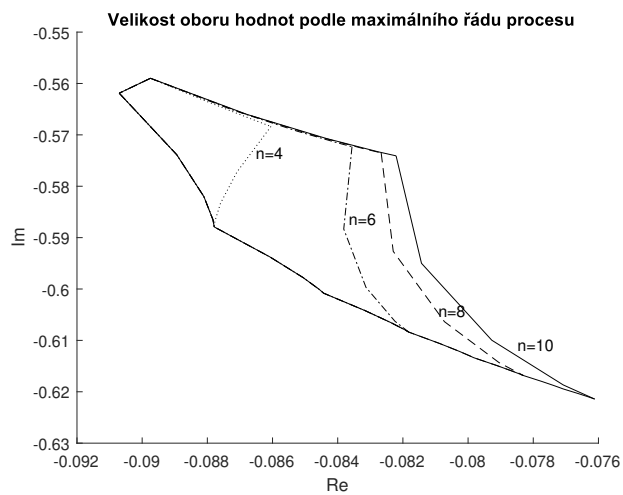
$$\begin{aligned} \tau_\nu(\alpha) &= \alpha, \\ \theta_\nu(\alpha) &= \frac{1 - n_1\alpha}{n_2 + n_3} - \sqrt{n_3} \frac{\sqrt{\sigma^2(n_2 + n_3) - (1 - n_1\alpha)^2 - n_1(n_2 + n_3)\alpha^2}}{\sqrt{n_2}(n_2 + n_3)}, \\ \zeta_\nu(\alpha) &= \frac{1 - n_1\alpha}{n_2 + n_3} + \sqrt{n_2} \frac{\sqrt{\sigma^2(n_2 + n_3) - (1 - n_1\alpha)^2 - n_1(n_2 + n_3)\alpha^2}}{\sqrt{n_3}(n_2 + n_3)}. \end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned} a_\nu &= \begin{cases} 0, & \text{pro oblouky (a), (c),} \\ \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_2 + n_3} \sqrt{\sigma^2(n_1 + n_2 + n_3) - 1}}{\sqrt{n_1}(n_1 + n_2 + n_3)}, & \text{pro oblouky (b), (d),} \end{cases} \\ b_\nu &= \frac{1}{n_1 + n_2 + n_3} - \frac{\sqrt{n_3} \sqrt{\sigma^2(n_1 + n_2 + n_3) - 1}}{\sqrt{n_1 + n_2}(n_1 + n_2 + n_3)}. \end{aligned} \tag{3.12}$$





Obr. 3.1: Hraniční oblouky ( $\sigma^2 = 0.36$ ).



Obr. 3.2: Hranice celočíselného oboru hodnot v závislosti na maximálním řádu systému ( $\sigma^2 = 0.36$ ).

# 4 Identifikace systémů s dominantní časovou konstantou

## 4.1 Úvod

V praxi je dosažení ustáleného stavu otázkou času, který je v mnoha případech velmi dlouhý. Vezmeme-li v úvahu energeticky náročné procesy, jako např. ohřev průmyslové pece a jiné teplotní procesy, jedná se řádově o desítky hodin, až dny. Dlouhá doba trvání není na obtíž pouze při procesu identifikace, ale i při ověřování nalezených parametrů regulátoru, kdy pro otestování sebemenší změny v konfiguraci je zapotřebí dlouhého čekání. Hlavní příčina dlouhého trvání přechodového děje je ta, že systém, kterým modelujeme probíhající proces, obsahuje velkou časovou konstantu. Ve snaze zredukovat potřebný čas a náklady na identifikaci systému je vhodné zvolit sofistikovanější postup založený na apriorní informaci o tom, zda daný systém má, či nemá jednu dominantní časovou konstantu.

Za předpokladu, že se dominantní časová konstanta blíží k nekonečnu, začne v přenosové funkci zastávat roli integrátoru. Předpokládejme tedy apriorní informaci o její existenci a vykompenzujeme ji zavedením derivačního filtru se známou časovou konstantou. Díky derivačnímu kompenzátoru docílíme identifikace zbylé části<sup>1</sup> systému a přítomnost dominantní časové konstanty zohledníme návrhem regulátoru pro astatický systém. Identifikace takto upraveného systému proběhne za výrazně kratší dobu.

Celý proces včetně vlivu časové konstanty kompenzátoru bude nyní podrobně demonstrován na vybraných strukturách, jeho použití je však možné i v obecném případě.

## 4.2 Řešení pro konkrétní struktury systémů

Uvažujme nyní strukturu P2D (systém se dvěma póly a dopravním zpožděním) ve tvaru

$$P_{p2d}(s) = \frac{K_r}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} e^{-Ds}, \quad (4.1)$$

---

<sup>1</sup>statická část systému s astatismem, nebo dynamika bez dominantní časové konstanty pro systém s jednou dominantní časovou konstantou

$$K_r = K\tau_2,$$

kde  $\tau_2$  plní funkci dominantní časové konstanty. Dominancí časové konstanty rozumíme velký poměr vůči ostatním časovým konstantám. Díky časové normalizaci (1.5) lze dominantní časovou konstantu uvažovat nekonečně velkou. Úpravou a pro limitní případ  $\tau_2 \rightarrow \infty$  dostáváme tvar

$$\lim_{\tau_2 \rightarrow \infty} \frac{K\tau_2}{\tau_2(\tau_1 s + 1)\left(s + \frac{1}{\tau_2}\right)} e^{-Ds} = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)s} e^{-Ds}, \quad (4.2)$$

a je zřejmé, že nekonečně velká časová konstanta přejme roli integrátoru. Dalším parametrem, ve kterém dochází ke změně, je zesílení systému, které se úměrně k dominantní časové konstantě zmenší. Dále je aplikován derivační filtr s vhodně<sup>2</sup> zvolenou časovou konstantou  $T$

$$P_f(s) = \frac{s}{(Ts + 1)}, \quad (4.3)$$

a po dalších úpravách získáme konečný tvar systému, který je podroben identifikaci a je zcela nezávislý na časové konstantě  $\tau_2$ .

$$P_{ident}(s) = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)s} e^{-Ds} \frac{s}{(Ts + 1)} = \frac{K}{(\tau_1 s + 1)(Ts + 1)} e^{-Ds}. \quad (4.4)$$

Systém je identifikován ve formě charakteristických čísel  $\kappa$ ,  $\mu$  a  $\sigma^2$  momentovou metodou implementovanou v bloku PIDMA firmy REX Controls. Ze vztahů (1.4) vyplývá, že pól, který byl do systému zanesen derivačním filtrem, lze ze systému odebrat pouhým odečtením časové konstanty  $T$ , respektive její druhé mocniny, od identifikovaných charakteristických čísel  $\mu$ , respektive  $\sigma^2$ . Takto upravená charakteristická čísla však stále neodpovídají skutečnému systému, ale pouze jeho statické části. Tato skutečnost bude zohledněna při návrhu regulátoru, kdy budou jeho parametry navrhovány pro identifikovaný systém rozšířený o astatismus.

Charakteristická čísla systému druhého řádu s dopravním zpožděním (4.1)  $\kappa_r$ ,  $\mu_r$ ,  $\sigma_r^2$  odvozená pomocí vztahu (1.4) jsou

$$\boxed{\begin{aligned} \kappa_r &= K\tau_2, \\ \mu_r &= \tau_1 + \tau_2 + D, \\ \sigma_r^2 &= \tau_1^2 + \tau_2^2. \end{aligned}} \quad (4.5)$$

---

<sup>2</sup>Doba identifikačního experimentu je ovlivněna i časovou konstantou derivačního filtru, proto je vhodnější volit řádově malé hodnoty, rovněž není žádoucí, aby tato časová konstanta přebrala roli integrátoru nebo se nějak výrazně podílela na dynamice systému

Identifikovaná charakteristická čísla po odečtení časové konstanty derivačního filtru  $\kappa_i$ ,  $\mu_i$ ,  $\sigma_i^2$  jsou zcela oproštěna od časové konstanty  $\tau_2$ .

$$\boxed{\begin{aligned}\kappa_i &= K, \\ \mu_i &= \tau_1 + D, \\ \sigma_i^2 &= \tau_1^2.\end{aligned}} \quad (4.6)$$

Obdobně určíme skutečná a identifikovaná charakteristická čísla pro systém s dvěma póly bez dopravního zpoždění  $P2$  a pro systém s jedním pólem a s dopravním zpožděním  $P1D$ . Na těchto vybraných strukturách bude experimentálně ověřena správnost identifikovaných charakteristických čísel, respektive jejich předpokládaných teoretických hodnot.

## Struktura P2

$$P_{p2}(s) = \frac{K\tau_2}{(\tau_1s + 1)(\tau_2s + 1)}; \tau_2 \rightarrow \infty. \quad (4.7)$$

$$\boxed{\begin{aligned}\kappa_r &= K\tau_2, \\ \mu_r &= \tau_1 + \tau_2, \\ \sigma_r^2 &= \tau_1^2 + \tau_2^2.\end{aligned}} \quad \boxed{\begin{aligned}\kappa_i &= K, \\ \mu_i &= \tau_1, \\ \sigma_i^2 &= \tau_1^2.\end{aligned}} \quad (4.8)$$

## Struktura P1D

$$P_{p1d}(s) = \frac{K\tau}{(\tau s + 1)}e^{-Ds}; \tau \rightarrow \infty. \quad (4.9)$$

$$\boxed{\begin{aligned}\kappa_r &= K\tau, \\ \mu_r &= \tau + D, \\ \sigma_r^2 &= \tau^2.\end{aligned}} \quad \boxed{\begin{aligned}\kappa_i &= K, \\ \mu_i &= D, \\ \sigma_i^2 &= 0.\end{aligned}} \quad (4.10)$$

## 4.3 Experimentální ověření

Nyní máme k dispozici teoretické vztahy pro skutečná a identifikovaná charakteristická čísla, které předpokládají existenci jedné dominantní časové konstanty. Vztahy byly odvozeny pro dominantní konstantu blížíící se nekonečnu, lze tedy předpokládat, že kvalita identifikace (přesnost identifikovaných charakteristických čísel) bude tím lepší, čím větší bude skutečná dominantní časová konstanta identifikovaného systému.

Uvažujme všechny časové konstanty ve tvaru  $10^n$ , kde  $n$  pro dominantní časovou konstantu bude probíhat množinu  $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$  a pro všechny zbývající časové konstanty bude zafixováno na hodnotě 1. Ve strukturách, kde figuruje dopravní zpoždění, je toto zafixováno na hodnotě  $d = 1$ . Očekávaná hodnota identifikovaných charakteristických čísel pro danou strukturu by měla společně s rostoucím parametrem  $n$  konvergovat k tabulkovým hodnotám (4.6), (4.8), (4.10) s indexem  $i$ . Po vyčíslení pro zmíněné parametry se jedná o hodnoty  $[\kappa_i, \mu_i, \sigma_i^2]_{P_2} = [1, 10, 100]$ ,  $[\kappa_i, \mu_i, \sigma_i^2]_{P_{1D}} = [1, 1, 0]$ ,  $[\kappa_i, \mu_i, \sigma_i^2]_{P_{2D}} = [1, 11, 100]$ .

Tab. 4.1: Identifikovaná char. čísla (P2)

$n$	$\kappa_i$	$\mu_i$	$\sigma_i^2$
1	0,3641	2,7420	4,2615
2	0,7738	6,4185	27,4673
3	0,9545	8,8995	64,7705
4	0,9931	9,7605	88,8825
5	0,9991	9,9578	97,3685
6	0,9999	9,9925	99,3622
7	1,0000	9,9971	99,6623
8	1,0000	9,9976	99,6950

Tab. 4.2: Identifikovaná char. čísla (P1D)

$n$	$\kappa_i$	$\mu_i$	$\sigma_i^2$
1	0,9279	0,9763	-0,0081
2	0,9903	0,9962	-0,0023
3	0,9988	0,9998	-0,0005
4	0,9999	1,0004	-0,0000
5	1,0000	1,0005	-0,0000
6	1,0000	1,0005	-0,0000
7	1,0000	1,0005	-0,0000
8	1,0000	1,0005	-0,0000

Z dosažených experimentálních výsledků jasně vyplývá konvergence všech charakteristických čísel k teoretickým hodnotám s rostoucí dominantní časovou konstantou. Rychlost konvergence těchto čísel pak odpovídá jejich významnosti<sup>3</sup>, tedy char. číslo  $\kappa$  konverguje nejrychleji, následně char. číslo  $\mu$  a jako poslední char. číslo  $\sigma^2$ . Pro

<sup>3</sup>schopnosti charakterizovat systém

Tab. 4.3: Identifikovaná char. čísla (P2D)

$n$	$\kappa_i$	$\mu_i$	$\sigma_i^2$
1	0,3624	3,7084	4,0474
2	0,7735	7,4116	27,3472
3	0,9544	9,8981	64,7236
4	0,9930	10,7603	88,8711
5	0,9991	10,9578	97,3734
6	0,9999	10,9929	99,3970
7	1,0000	10,9976	99,7132
8	1,0000	10,9981	99,7481

další analýzu dosažených výsledků bude identifikace uvažována jako uspokojivá, bude-li poskytovat všechna charakteristická čísla v rozmezí desetiprocentní chyby od jejich teoretické hodnoty. Na základě Tab. 4.1, 4.3 lze shodně vyhodnotit testované struktury P2 a P2D, kde k uspokojivé identifikaci dochází pro dominantní časovou konstantu  $10^4$ -násobně větší než je menší z obou časových konstant.

Za povšimnutí také stojí identifikace dopravního zpoždění, které je v rámci charakteristického čísla  $\mu$  identifikováno téměř přesně pro všechny hodnoty parametru  $n$ , a nezáleží tedy na velikosti dominantní časové konstanty. Toto tvrzení vyplývá z definice char. čísel (1.4) a z porovnání prostředního sloupce obou tabulek. Stejně tak je tento jev dobře viditelný v Tab. 4.2 struktury P1D, kde prostřední sloupec odráží pouze hodnotu dopravního zpoždění. Celkově lze pro tuto strukturu označit identifikaci za uspokojivou pro všechny testované konfigurace. Neobsahuje-li systém více časových konstant a dochází tedy pouze k identifikaci zesílení a dopravního zpoždění, dominance časové konstanty nehraje tak zásadní roli, jako v předchozích případech.

Pro kvalitu regulace nejspíš nebude potřeba, aby bylo dosaženo přesné identifikace, obzvláště ne pak u všech charakteristických čísel. Výše diskutované experimentální výsledky slouží pouze jako náhled na kvalitu identifikace jednotlivých charakteristických čísel  $\kappa_i$ ,  $\mu_i$ ,  $\sigma_i^2$  v závislosti na velikosti přítomné dominantní časové konstanty.

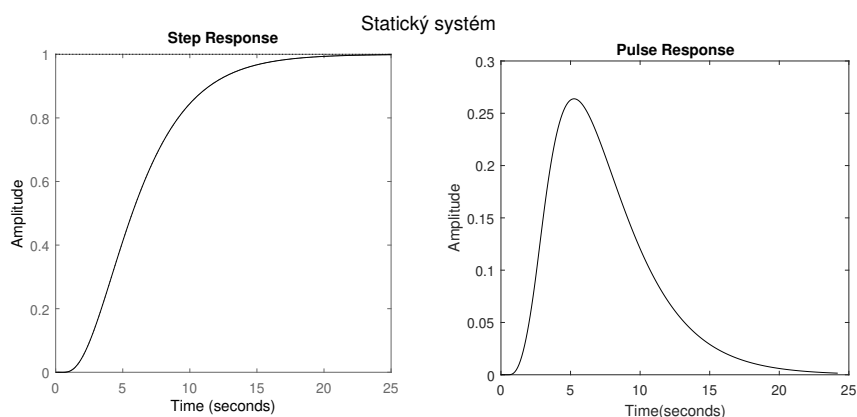
## 4.4 Určení přítomnosti dominantní časové konstanty

Jak bylo teoreticky i experimentálně dokázáno, použití derivačního filtru vede na rychlejší proces identifikace systémů s dlouhou časovou konstantou, jehož kvalita závisí

na velikosti dominantní časové konstanty. V případě nedostatečné dominance jsou výsledky identifikačního experimentu zkrácené a navržené parametry regulátoru nemusí splňovat garantované návrhové požadavky.

Pro lepší porozumění identifikačního experimentu pro systémy s dlouhou časovou konstantou se blíže podíváme na pulzní odezvy systému astatického, statického a speciální případ statického s dominantní časovou konstantou. Důvodem, proč nás zajímá právě odezva na obdélníkový pulz, je použití tohoto budicího signálu v bloku PIDMA. Budeme-li uvažovat dostatečně úzkou šířku pulzu, lze jeho odezvu interpretovat jako derivaci přechodové charakteristiky.

Na Obr. 4.1 můžeme vidět pulzní odezvu statického systému s monotónní přechodovou charakteristikou. Pro tuto třídu systémů je primárně navržen identifikační blok PIDMA, a vyprodukovaná charakteristická čísla plně popisují křivku pulzní odezvy. Tato křivka je vždy kladná, což vyplývá z neklesajícího charakteru přechodové charakteristiky - ať už z interpretace její derivace, nebo principu superpozice<sup>4</sup>.



Obr. 4.1: Odezva statického systému.

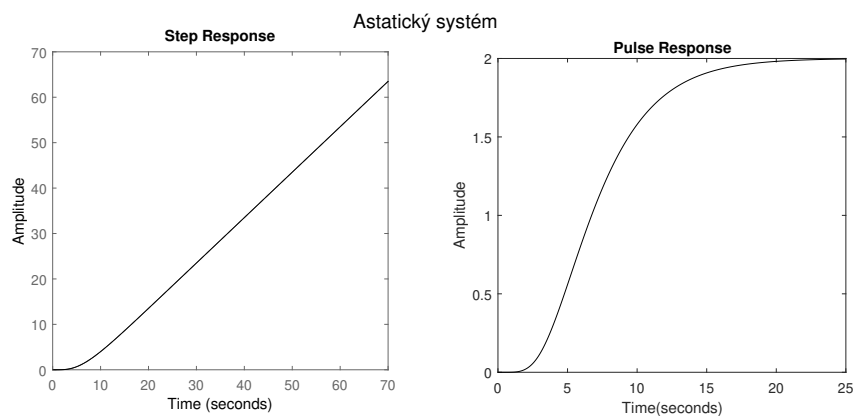
Jak bylo ukázáno dříve, v případě systémů s dominantní časovou konstantou je vhodné při identifikaci k systému přičlenit derivační filtr. Je otázkou, jak derivační filtr ovlivní skokovou a pulzní odezvu. Nejprve se však ještě podíváme na charakteristiky ideálního astatického systému a porovnáme je s charakteristikami statického systému s dominantní časovou konstantou.

Přechodová charakteristika astatického systému projeví svoji dynamiku a dále se vyznačuje jen její integrační charakter (viz Obr. 4.2). Tento rostoucí lineární charakter

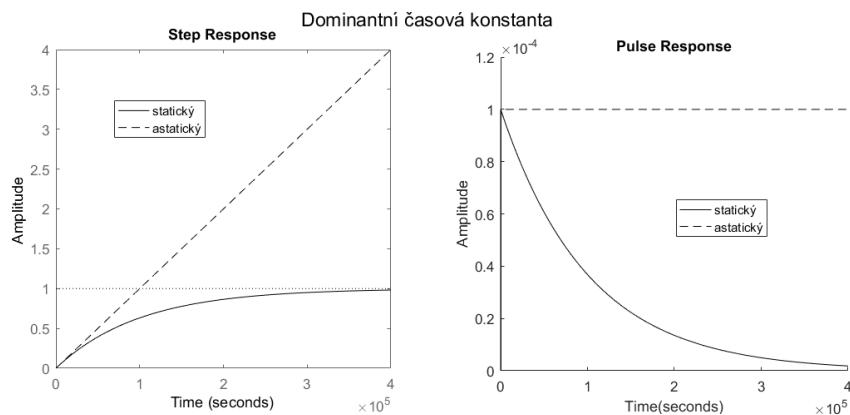
<sup>4</sup>pulz lze definovat jako součet dvou skokových změn s opačným znaménkem

má vliv i na pulzní odezvu, která nápadně připomíná přechodovou charakteristiku statického systému. Je zřejmé, že tento tvar lze opět získat jako derivaci přechodové charakteristiky nebo pomocí principu superpozice.

Porovnáme-li odezvy systému s integrátorem a systému s dominantní časovou konstantou (Obr. 4.3), lze pozorovat, že jejich průběh se shoduje poměrně dlouhou dobu po projevení zbylé dynamiky. Samozřejmě zde platí výše diskutované závěry, jako rostoucí přechodová a neklesající pulzní odezva astatického systému v porovnání s charakteristikami systému s dominantní časovou konstantou, který je statický. Na návrh regulátoru však toto pozdní chování vliv nemá.



Obr. 4.2: Odezva astatického systému.



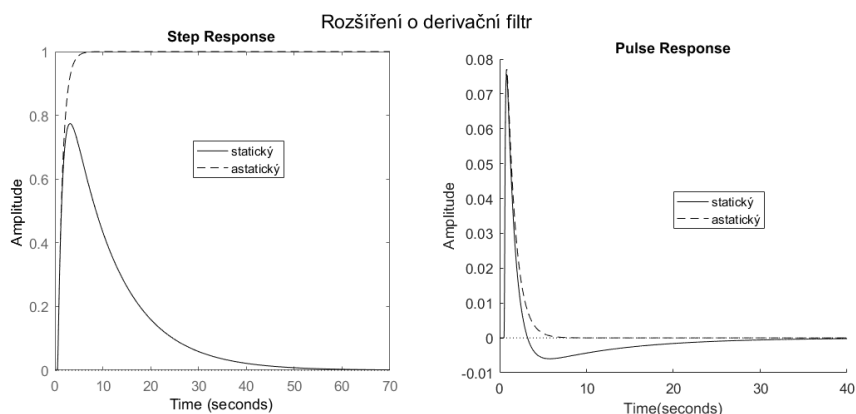
Obr. 4.3: Porovnání odezvy statického systému s dominantní čas. konstantou a astatického systému.

Co již problém vyvolat může, je přiřčení derivačního filtru, respektive zavedení druhé derivace přechodové charakteristiky. Při aplikaci derivace na neklesající pulzní odezvu ideálního astatického systému získáme charakteristiku neméně podobnou pulzní



odezvě statického systému. V případě dominantní časové konstanty, tedy statického systému, nabývá pulzní odezva i záporných hodnot a získaný popis charakteristickými čísly  $\kappa, \mu, \sigma^2$  (1.2) je zkreslený.

Záporné hodnoty pulzní odezvy jsou důsledkem derivace klesající části přechodové charakteristiky. Jak je zřejmé z Obr. 4.4, jedná se již o úsek, kdy se statický systém s dominantní časovou konstantou chová jinak než plně astatický systém. Jelikož je dominantní časová konstanta při návrhu považována za integrátor, není její příspěvek do celkové dynamiky relevantní. K identifikaci bude tedy využita jen ta část pulzní odezvy nabývající kladné hodnoty. Dále je vhodné poznamenat, že pro větší dominanci časové konstanty je propad pulzní odezvy do záporných hodnot menší, a pro limitní případ nekonečně velké časové konstanty se blíží k nule.



Obr. 4.4: Odezva filtr systému.

Předmětem dalšího zkoumání je určit, kdy obecný systém skutečně dominantní časovou konstantu obsahuje a stanovit kritérium, kdy je možné časovou konstantu označit za dominantní. Cílem je samozřejmě vyhodnotit tuto situaci v reálném čase, nejprve se však budeme opět věnovat teoretické analýze a pokusíme se ze vztahů mezi jednotlivými charakteristickými čísly vyvodit dodatečné informace, které by mohly v rozhodovacím procesu pomoci.

Uvažujme monotónní systém s  $n$  časovými konstantami ve tvaru

$$P(s) = \frac{K}{\prod_{i=1}^n (T_i s + 1)} \quad (4.11)$$

a definujme normované charakteristické číslo  $\sigma_n^2$  tohoto systému

$$\sigma_n^2 = \frac{\sigma^2}{\mu^2}. \quad (4.12)$$

Nastat může několik situací. Systém buď obsahuje jednu dominantní časovou konstantu, obsahuje více dominantních časových konstant, nebo neobsahuje žádnou dominantní časovou konstantu.

V případě jedné dominantní časové konstanty ( $\tau_1 \gg \tau_{2-n}$ ) lze psát:

$$\begin{aligned}\mu &\approx \tau_1, \\ \sigma^2 &\approx \tau_1^2, \\ \sigma_n^2 &= \frac{\tau_1^2}{\tau_1^2} = 1.\end{aligned}$$

Problémem však je, že na základě tohoto výsledku nelze jednoznačně dokázat předpoklad existence jedné dominantní časové konstanty, neboť stejnou hodnotu parametru  $\sigma_n^2$  získáme i pro systém s jednou (libovolně velkou) časovou konstantou. Ve skutečnosti se však projeví přítomnost zbylých časových konstant, a při dostatečné výpočetní přesnosti se parametr  $\sigma_n^2$  bude k hodnotě jedna pouze blížit.

Nyní uvažujme případ shodně velkých časových konstant ( $\tau_1 = \tau_2 = \dots = \tau_n$ ). Pro charakteristická čísla potom platí:

$$\begin{aligned}\mu &= n\tau_1, \\ \sigma^2 &= n\tau_1^2, \\ \sigma_n^2 &= \frac{n\tau_1^2}{n^2\tau_1^2} = \frac{1}{n}.\end{aligned}$$

Ze získaného vztahu je patrné, že při počtu alespoň dvou časových konstant nabývá parametr  $\sigma_n^2$  maximálně hodnoty 0.5 a s vyšším počtem časových konstant tato hodnota klesá. Zároveň tento výsledek potvrzuje, že když systém obsahuje pouze jednu časovou konstantu, je parametr  $\sigma_n^2$  roven jedné.

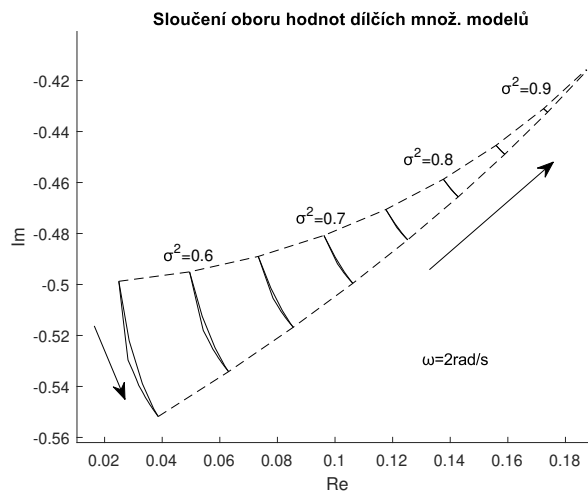
Případ více dominantních časových konstant pak přechází na již řešený problém stejně velkých časových konstant, což opět vyplývá z předpokladu, že dominantní časové konstanty jsou přibližně stejně velké (aby mohly být všechny dominantní) a ostatní časové konstanty jsou oproti nim zanedbatelné. Tento případ může být demonstrován pro dvě dominantní časové konstanty lišící se o vůči nim zanedbatelnou hodnotu  $\delta_\tau$  ( $\tau_2 = \tau_1 + \delta_\tau$ ).

$$\begin{aligned}\mu &= 2\tau_1 + \delta_\tau, \\ \sigma^2 &= 2\tau_1^2 + 2\tau_1\delta_\tau + \delta_\tau^2, \\ \sigma_n^2 &= \lim_{\delta_\tau \rightarrow 0} \left( \frac{2\tau_1^2 + 2\tau_1\delta_\tau + \delta_\tau^2}{4\tau_1^2 + 4\tau_1\delta_\tau + \delta_\tau^2} \right) = \frac{1}{2}.\end{aligned}$$

Výsledek: Je potřeba nalézt množinu  $\Sigma_n = (\sigma_{n1}^2, \sigma_{n2}^2)$  takovou, která jednoznačně určí přítomnost dominantní časové konstanty. Na základě provedené analýzy lze určit horní hranici tohoto intervalu  $\sigma_{n2}^2 = 1$  a hrubý odhad spodní hranice tohoto intervalu  $\sigma_{n1}^2 = 0.5$ . Reálně lze spodní hranici tohoto intervalu očekávat mnohem výše.

Berme výsledek předchozí analýzy jako doplňující informaci o závislostech v rámci sloučeného oboru hodnot množinových modelů  $S^n(1, 1, \sigma^2)$  pro různé hodnoty  $\sigma^2$ . Pro všechny hraniční systémy (3.7) generované parametrem  $\sigma^2 < 0.5$  opravdu platí, že časová konstanta s největší hodnotou je přítomna v násobném zastoupení nebo její dominance není výrazná, a nejedná se tedy o hledaný případ.

Jelikož obor hodnot obsahuje systémy rozdílných struktur, dominance největší časové konstanty závisí nejen na charakteristickém čísle  $\sigma^2$ , ale také na samotné struktuře, respektive počtu obsažených časových konstant. Na Obr. 4.5 jsou šipkami znázorněné směry, ve kterých dochází k nárůstu dominance největší časové konstanty vůči ostatní dynamice. Pomocí těchto směrů lze odhadnout, jak bude vypadat oblast systémů splňujících kritéria rychlé identifikace.



Obr. 4.5: Sloučený obor hodnot množinových modelů ( $\sigma^2 = [0.55, 0.95]$ ).

# 5 Simulace

## 5.1 Realizace funkčního bloku PIDMA v programovém prostředí MATLAB/Simulink

Ačkoli REXYGEN poskytuje volně programovatelný blok REXLANG, prostřednictvím kterého lze realizovat algoritmy řešení vyplývající z této práce, bylo přistoupeno k implementaci v programovém prostředí MATLAB/Simulink. Hlavním důvodem je délka simulace, která v rámci REXYGENu probíhá v reálném čase, a je tudíž časově mnohem náročnější. Implementováno bylo zvláště simulační schéma (Obr. 5.2), provádějící pulzový identifikační experiment, metoda zpracovávající experimentální vstupně-výstupní data a metody pro návrh regulátoru.

Podstata identifikačního schéma plně vychází z konceptu identifikačního experimentu bloku PIDMA, až na možnost odhadování šumu, kterou schéma v Simulinku neobsahuje. Simulace je tvořena fází měření vstupně-výstupních dat a fází rozhodování, zda se jedná o přípustný případ<sup>1</sup>. Délka simulace je ovlivněna jednak volitelnými parametry, jako je amplituda budicího pulzu a změna od ustáleného stavu, ale také přístupem k simulaci. První možností je měření celé odezvy a následné vyhodnocení (vyčíslení kritéria, návrh regulátoru). Druhý přístup je založen na předpokladu, že obsahuje-li systém dominantní časovou konstantu, je možné odezvu ve známém tvaru dopočítat. V tom případě nemusí být odezva měřena celá a simulace je rozšířena o odhad parametrů modelu, který odezvu generuje. Podrobněji bude tento případ řešen dále.

Shodu implementovaného simulačního schéma, respektive poskytovaných vstupně-výstupních dat, je možné vidět na Obr. 5.3. Data generovaná v prostředí REXYGEN i Simulink pro statický případ jsou naprosto shodná.

### 1. přístup

Na začátku simulace je systém vybuzen skokem o ekvivalentní amplitudě *amp* bloku PIDMA. Jakmile odezva dosáhne požadované změny *dy*, je pomocí matlabovské funkce amplituda skoku nastavena na nulu. Simulace je ukončena, jakmile odezva systému klesne pod zadanou mez  $y_{ust} = 10^{-5}$ , která charakterizuje ustálený stav. Zároveň je kontrolována amplituda vstupního signálu, která musí být na konci simulace nulová.

---

<sup>1</sup>na základě stanoveného kritéria

Bez této podmínky by nebylo možné simulovat systémy s dopravním zpožděním, jejichž odezva je zpočátku nulová, a došlo by k ukončení simulace v domnění, že se systém již nachází v ustáleném stavu. Kritérium posuzující přítomnost dominantní časové konstanty je definováno jako relativní střední kvadratická chyba klesající části odezvy systému na obdélníkový pulz od její aproximace křivkou  $ce^{-\frac{t}{\tau}}$ .

Tento přístup poskytuje přesné odměření kladné odezvy systému. Za předpokladu, že příspěvek pomalých časových konstant zde již nefiguruje, poskytuje i přesná charakteristická čísla pro návrh regulátoru. Nevýhodou je delší trvání experimentu, oproti druhému přístupu, a riziko, že výstup ovlivněný vnější poruchou neklesne na očekávanou hodnotu, čímž dojde k nekonečnému integrování a znehodnocení experimentu.

## 2. přístup

Vybuzení systému a ukončení pulzu probíhá stejným způsobem jako v případě č. 1. Měření je však ukončeno již po dosažení hodnoty klesajícího výstupu  $y = dy/2$ . Z dat na intervalu  $[dy, dy/2]$  jsou odhadnuty parametry funkce  $ce^{-\frac{t}{\tau}}$  a zbytek odezvy až do hodnoty  $y_{ust}$  je dopočítán numericky. Kritérium posuzující přítomnost dominantní časové konstanty je rovněž posuzováno z dat na tomto intervalu.

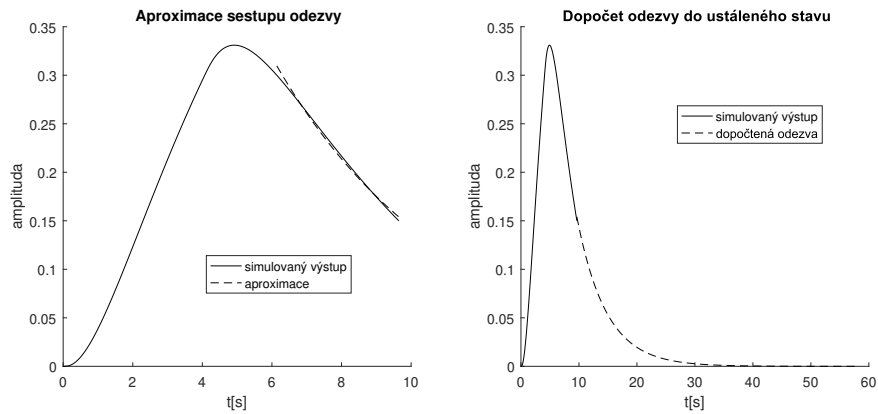
Pro odhad parametrů  $c, \tau$  je využita metoda nejmenších čtverců s příslušným vektorem regresorů  $\phi$ .

$$y(t) = ce^{-\frac{t}{\tau}}$$

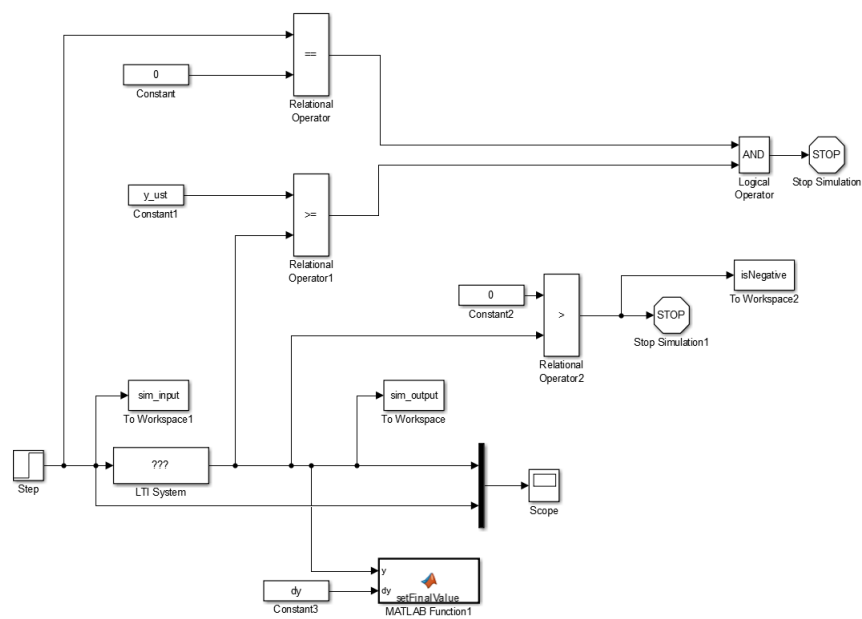
$$\ln(y(t)) = \ln(c) - \frac{t}{\tau},$$

$$\phi = [-t, 1], \theta = \left[\frac{1}{\tau}, \ln(c)\right].$$

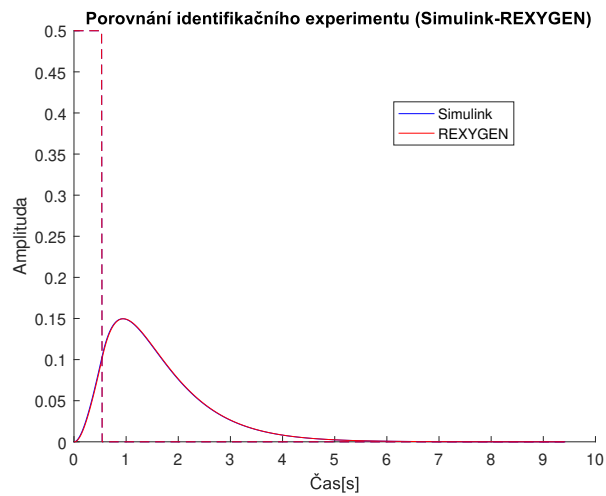
Výhodou tohoto přístupu je zaručená konvergence výstupního signálu k ustálené hodnotě a menší časové nároky na identifikační experiment. Spočtená charakteristická čísla se však mohou od skutečných lišit, obzvláště v případech, kdy se hodnota kritéria blíží k hraniční hodnotě. Vizualizace aproximovaných dat a následného dopočítání odezvy je vyobrazeno na Obr. 5.1.



Obr. 5.1: Simulování odezvy (2. přístup).



Obr. 5.2: Schéma identifikačního experimentu (Simulink).



Obr. 5.3: Porovnání vstupně-výstupních dat.

## 5.2 Úprava systémů pro simulaci

Aby bylo možné všechny systémy simulovat v rámci jednoho schéma bez individuálního přístupu k volitelným parametrům, je testovací sada systémů normována následujícím způsobem. Veškeré časové konstanty jsou přeškálovány tak, aby nejmenší z nich nabývala hodnoty 1. Tímto je umožněno použití stejné periody vzorkování pro všechny systémy a zajištěno zachycení veškeré dynamiky dostatečným počtem vzorků. Stejně tak je zajištěno nedominantní chování časové konstanty derivačního filtru. Dále je systém normován v zesílení na hodnotu dominantní časové konstanty. Jak bylo ukázáno dříve, po aplikaci derivačního filtru se zesílení systému zmenší úměrně k dominantní časové konstantě. Tato normalizace tedy umožňuje použití konstantní hodnoty  $dy$ , které by systém s velkou dominantní časovou konstantou jinak nedosáhl. Normované systémy (3.7) mají následující tvar:

$$\begin{aligned}
 T &= \min(\tau_{\nu}(\alpha), \theta_{\nu}(\alpha), \zeta_{\nu}(\alpha)), \\
 \tau_{\nu_n}(\alpha) &= \frac{\tau_{\nu}(\alpha)}{T}, \\
 \theta_{\nu_n}(\alpha) &= \frac{\theta_{\nu}(\alpha)}{T}, \\
 \zeta_{\nu_n}(\alpha) &= \frac{\zeta_{\nu}(\alpha)}{T}, \\
 K_n &= \max(\tau_{\nu_n}(\alpha), \theta_{\nu_n}(\alpha), \zeta_{\nu_n}(\alpha)), \\
 &\frac{K_n}{(\tau_{\nu_n}(\alpha)s + 1)^{n_1} (\theta_{\nu_n}(\alpha)s + 1)^{n_2} (\zeta_{\nu_n}(\alpha)s + 1)^{n_3}}. \tag{5.1}
 \end{aligned}$$

## 5.3 Vyhodnocení

Vyhodnocení dosažených výsledků lze provést jak na úrovni identifikace systému (v podobě charakteristických čísel (1.4)), tak na úrovni regulace. Zatímco posouzení kvality regulace závisí z části také na optimalizačních pravidlech, pomocí kterých byly získány parametry regulátoru, kvalita identifikace lze posoudit bez sebemenších zkreslení. Jediné volitelné parametry, které byly pro všechny simulace zafixovány, jsou amplituda budicího pulzu  $amp = 1$ , změna od ustáleného stavu  $dy = 0.3$ , časová konstanta derivačního filtru  $T = 0.1$  a perioda vzorkování  $T_s = 10^{-3}$ . Jelikož nebyla uvažována přítomnost šumu, nemá nastavení těchto parametrů zásadní vliv na konečné výsledky.

Pro testování byl zvolen maximální řád systémů (3.7)  $n = 10$  a počet systémů propojujících dva vrcholové systémy stanoven na hodnotu 5. Pro  $\sigma^2 > 0.5$  je obor hodnot v komplexní rovině tvořen dvěma oblouky a s výše uvedenými parametry čítá 38 systémů. Simulováno bylo 8 množinových modelů určených parametrem  $\sigma^2 = \{0.55, 0.60, \dots, 0.90\}$ . Dále byla simulována třída astatických systémů, do které byl vybrán jeden reprezentant z každého množinového modelu s rozšířením o astatismus.

### 5.3.1 Kvalita identifikace (statické systémy)

Nechť jsou skutečná charakteristická čísla (1.4) systému označena indexem  $r$ ;  $[\kappa_r, \mu_r, \sigma_r^2]$  a identifikovaná charakteristická čísla tohoto systému označena indexem  $i$ ;  $[\kappa_i, \mu_i, \sigma_i^2]$ .

Relativní chybu identifikace určíme následovně:

$$[\kappa_e, \mu_e, \sigma_e^2] = \frac{|[\kappa_i, \mu_i, \sigma_i^2] - [\kappa_r, \mu_r, \sigma_r^2]|}{[\kappa_r, \mu_r, \sigma_r^2]} \cdot 100\%. \quad (5.2)$$

Výsledky v rámci všech množinových modelů jsou reprezentovány formou tabulky v Příloze A. Podle všech předpokladů, chyba identifikace klesá s rostoucí dominancí časové konstanty, a to na celé škále parametru  $\sigma^2$ . Závislost velikosti dominantní časové konstanty na parametru  $\sigma^2$  má exponenciální charakter, což je patrné z rychlosti nárůstu dominance napříč množinovými modely. Za povšimnutí stojí, že systémy se stejnou dominancí časové konstanty, ale z jiných množinových modelů, nedosahují shodné kvality identifikace. Zpravidla platí, že systém generovaný větším  $\sigma^2$  dosahuje menší chyby. Tento jev je především patrný pro systémy s větší dominancí a pro druhý přístup pořizování vstupně-výstupních dat.

Obecně lze říci, že přístup č. 2 poskytuje přesněji identifikovaná charakteristická čísla, a zároveň s rostoucí dominancí identifikované parametry i rychleji zpřesňuje. To ovšem znamená, že kladná část pulzní odezvy není postačující pro popis zbylé dynamiky systému bez příspěvku dominantní časové konstanty. Daleko výhodnější je použití přístupu č. 2, kdy je doznívající část odezvy aproximována předpokládanou křivkou.

Na modelovém příkladu ukážeme, jak vypadá skutečná odezva dynamiky bez příspěvku dominantní časové konstanty. Pro tyto účely definujeme statický systém  $P$  s dvěma póly a dominantní časovou konstantou  $\zeta$ , derivační kompenzátor  $C_d$  s časovou konstantou  $\nu$  a statickou část systému, která je identifikována,  $P_s$ . Přenosová funkce



$P_s$  je tvořena přenosem  $P$  bez dominantní časové konstanty a časovou konstantou derivačního filtru  $C_d$ .

$$P = \frac{1}{(\zeta s + 1)(\tau s + 1)}, \quad (5.3)$$

$$C_d = \frac{s}{(\nu s + 1)}, \quad (5.4)$$

$$P_c = P \cdot C_d = \frac{s}{(\zeta s + 1)(\tau s + 1)(\nu s + 1)}, \quad (5.5)$$

$$P_s = \frac{1}{(\tau s + 1)(\nu s + 1)}. \quad (5.6)$$

Příslušné impulzní odezvy získáme inverzní Laplaceovou transformací. Jejich symbolické vyjádření v časové proměnné  $t$  je následující:

$$hp = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{t}{\zeta}}}{\tau - \zeta}, \quad (5.7)$$

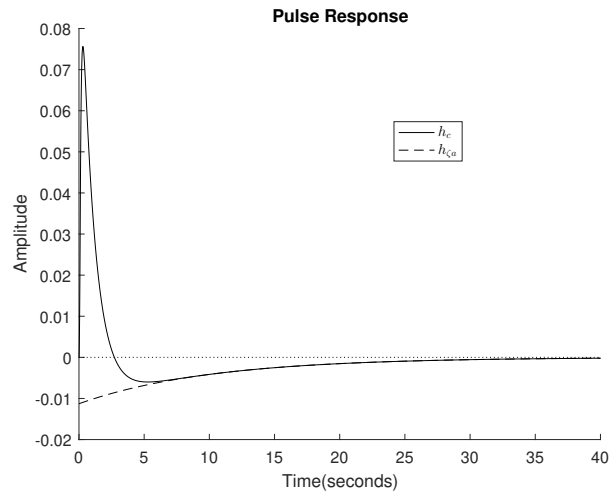
$$hs = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{t}{\nu}}}{\tau - \nu}, \quad (5.8)$$

$$hc = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}}(\zeta - \nu) + e^{-\frac{t}{\nu}}(\tau - \zeta) + e^{-\frac{t}{\zeta}}(\nu - \tau)}{(\nu - \zeta)(\tau - \zeta)(\tau - \nu)}. \quad (5.9)$$

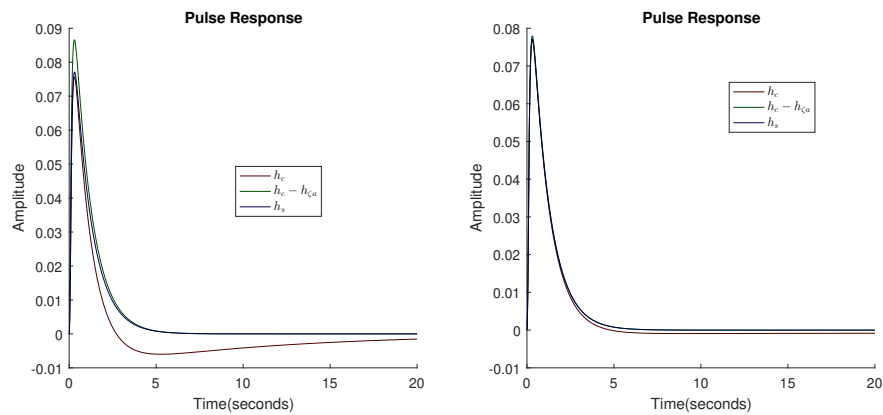
Z porovnání impulzní charakteristiky  $h_c$  a  $h_s$  (Obr. 5.5) je patrné, že s rostoucí dominancí obě křivky získávají stejný průběh. V případě, že dominance není dostatečná, dosahuje odezva  $h_c$  významnějšího propadu ve svojí záporné části, jak již bylo ostatně ukázáno. Důležité ovšem je, že ani kladná část  $h_c$  neodpovídá na celém rozsahu křivce  $h_s$ , což je příčinou chybné identifikace. Závěry vyvozené pomocí tabulek v Příloze A jsou tedy tímto modelovým příkladem podpořeny, a dále lze říci, že simulační přístup č. 2 bude ve většině případů vhodnějším kandidátem. Dypočtená odezva lépe vyjadřuje skutečnou odezvu zbylé dynamiky a její průběh lze graficky očekávat mezi křivkami  $h_c$  a  $h_s$ , jelikož klesání  $h_c$  je v porovnání s  $h_s$  strmější a její hodnoty menší.

Pokud bychom chtěli určit i hodnotu dominantní časové konstanty, je možné odhadnout parametry jejího příspěvku do impulzní charakteristiky ze záporných dat (viz Obr. 5.4). Odečtením této aproximace příspěvku  $h_{\zeta a}$  od celé charakteristiky  $h_c$  lze docílit shody se skutečnou charakteristikou zbylé dynamiky  $h_s$ . Shoda však platí pouze v pozdější fázi doznívání odezvy, což je přesný opak oproti měřené odezvě, která se s charakteristice  $h_s$  blíží na počátku sestupu. Vhodnou kombinací těchto dvou úseků by

se dalo docílit poměrně přesného popisu skutečného systému. Je však potřeba brát v úvahu, že doba potřebná pro odhad dominantní časové konstanty zásadně prodlouží identifikační experiment, a je otázkou, zda nedocílíme ve srovnatelném čase přesnější identifikace klasickým přístupem pro statické systémy. Tímto řešením se tedy dále zabývat nebudeme.



Obr. 5.4: Aproximace příspěvku dlouhé čas. konstanty.



Obr. 5.5: Porovnání impulzní odezvy ( $\tau = 1$ ;  $\nu = 0.1$ ;  $\zeta = 10$  - vlevo,  $\zeta = 100$  - vpravo).

### 5.3.2 Kvalita identifikace (astatické systémy)

Problém se zápornými hodnotami odezvy na obdélníkový pulz se v tomto případě již nevyskytuje. Z tohoto důvodu je přístup č. 1 ideálním řešením. Charakteristická čísla jsou identifikována přesně (v rámci vzorkovací frekvence a parametru  $y_{ust}$  označujícího hodnotu ustáleného stavu pro ukončení simulace) a chyba identifikace je v důsledku přítomnosti integrátoru nezávislá na  $\sigma^2$ . Přístup č. 2 v aktuální podobě přesná charak-

teristická čísla neposkytuje, ale i přesto jsou parametry uzavřené smyčky<sup>2</sup> lepší. Pro kvalitnější identifikaci v rámci tohoto přístupu je potřeba vhodněji zvolit oblast dat, ze které je prováděno dopočítání odezvy, nebo změnit tvar odhadované křivky. Stejný problém je diskutován v sekci týkající se real-time rozhodovacího kritéria.  $[\kappa_e, \mu_e, \sigma_e^2]$  v Tab. 5.1, 5.2 označuje relativní chybu identifikace (5.2) charakteristických čísel  $\kappa, \mu, \sigma^2$  udávanou v procentech.

Tab. 5.1: Kvalita identifikace a řízení (astatické systémy): PID (slow), 1. přístup

$\sigma^2$	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$	Ms	Překmit [%]	$T_{reg}[s]$
0,55	0,00	0,04	0,12	1,97	10,17	5,02
0,60	0,00	0,04	0,14	1,98	10,24	4,49
0,65	0,00	0,04	0,16	1,99	10,36	4,02
0,70	0,00	0,04	0,18	2,01	10,37	3,52
0,75	0,00	0,03	0,20	2,02	10,24	3,04
0,80	0,00	0,03	0,21	2,03	10,01	2,63
0,85	0,00	0,03	0,23	2,02	9,72	2,23
0,90	0,00	0,03	0,25	1,97	9,46	1,90

Tab. 5.2: Kvalita identifikace a řízení (astatické systémy): PID (slow) 2. přístup

$\sigma^2$	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$	Ms	Překmit [%]	$T_{reg}[s]$
0,55	3,50	7,39	31,72	2,03	8,99	4,39
0,60	2,76	5,74	22,33	2,03	9,35	4,07
0,65	2,04	4,19	14,85	2,03	9,68	3,67
0,70	1,42	2,88	9,31	2,04	9,88	3,32
0,75	0,88	1,78	5,21	2,04	9,94	2,98
0,80	0,48	0,97	2,50	2,04	9,85	2,59
0,85	0,21	0,44	0,89	2,02	9,65	2,21
0,90	0,09	0,19	0,18	1,97	9,44	1,88

### 5.3.3 Kvalita regulace

Parametry regulátoru byly spočteny pomocí tabelovaných koeficientů (2.11) pro astatické systémy. Tyto koeficienty se liší pro jednotlivé typy regulátoru (PI, PID) a pro

<sup>2</sup>překmit, doba regulace  $T_{reg}$

jednotlivé rychlosti módy (slow, normal, fast). Konkrétně bylo využito tabulek optimalizovaných pro následující konfigurace:

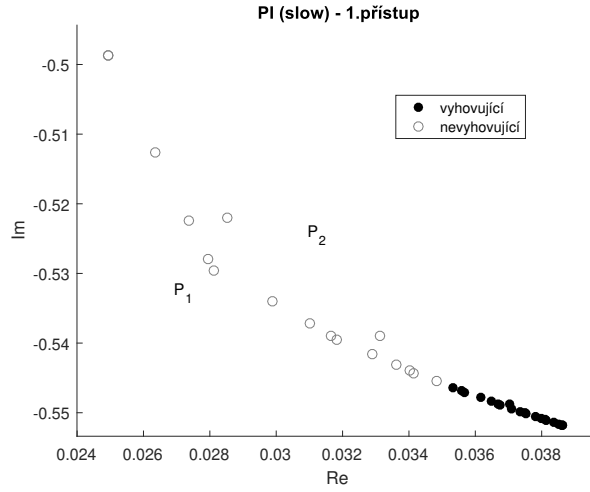
$$\begin{aligned} PI(\text{slow}) &: M_s = 2, \text{překmit} = 5\%, \\ PI(\text{normal}) &: M_s = 2, \text{překmit} = 10\%, \\ PI(\text{fast}) &: M_s = 2, \text{překmit} = 20\%. \end{aligned} \tag{5.10}$$

$$\begin{aligned} PID(\text{slow}) &: M_s = 2, \text{překmit} = 10\%, N = 2, \\ PID(\text{normal}) &: M_s = 2, \text{překmit} = 10\%, N = 4, \\ PID(\text{fast}) &: M_s = 2, \text{překmit} = 10\%, N = 8. \end{aligned} \tag{5.11}$$

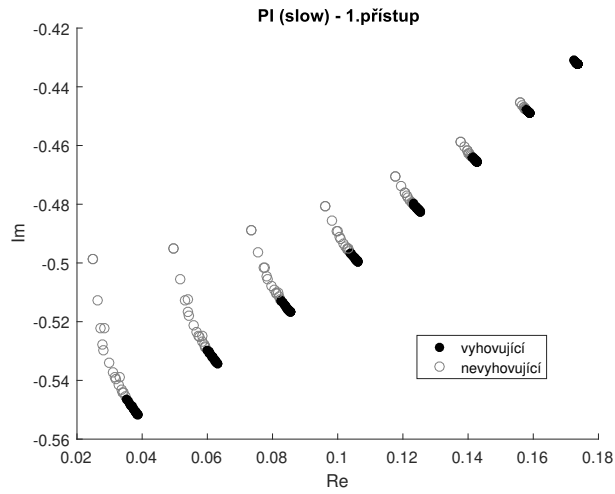
Vyhodnocení proběhlo zvláště pro všechny konfigurace v rámci obou přístupů k získávání simulačních dat. Parametry regulátoru byly optimalizovány pro čistě astatické systémy, my však uvažujeme výhradně statické systémy (ideálně s jednou dostatečně dominantní časovou konstantou). Z tohoto důvodu definujeme nová kritéria na uzavřené smyčce, při jejichž splnění lze systém považovat za vyhovující případ pro rychlou identifikaci - konkrétně jde o toleranci pro  $M_s$  10 % a toleranci pro překmit 50 %.

Grafické vyhodnocení pro vybrané módy PI regulátoru lze pozorovat na Obr. 5.7, 5.10 pro oba simulační přístupy a detail pro jeden obor hodnot (jednu hodnotu  $\sigma^2$ ) na Obr. 5.6. Vyhovující systémy tvoří ve frekvenční rovině oblast plně v souladu s kvalitou identifikace a nárůstem dominantní časové konstanty. Je pozoruhodné, jakým způsobem se zvětší oblast vyhovujících systémů při použití druhého simulačního přístupu. Stejně tak uzavřené smyčky napříč obory hodnot dosahují pro přístup č. 2 mnohem menšího překmitu a hodnoty  $M_s$ . Toto vyhodnocení je vyobrazeno formou tabulky pro všechny diskutované konfigurace regulátoru a obsahuje vždy informaci o počtu vyhovujících systémů  $N$ , maximální hodnotě  $M_s$  daného oboru hodnot a maximálním překmitu daného oboru hodnot (Tab. 5.3-5.5 pro PI regulátor).

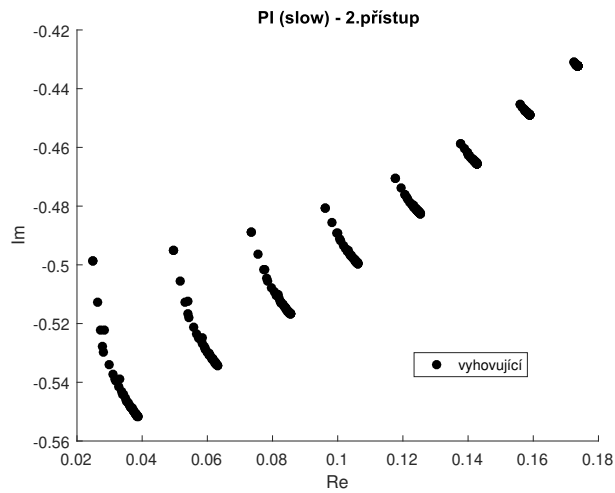
Samostatné vyhodnocení je potřeba pro uzavřené smyčky s PID regulátorem. Rozdíl mezi simulačními přístupy není nijak výrazný, co do počtu vyhovujících systémů, jako v případě PI regulátoru. 2. přístup dokonce dosahuje vyšších hodnot  $M_s$ , ale daleko menšího překmitu. Pozoruhodného zlepšení je zde dosaženo u rychlejších módů, za cenu vyšší maximální hodnoty  $M_s$ . U většiny systémů však došlo ke snížení této hodnoty, neboť počet vyhovujících systémů  $N$  se zvýšil a tolerance pro překmit je splněna ve všech rychlostních módech.



Obr. 5.6: Kvalita regulace graficky: PI (slow), 1. přístup ( $\sigma^2 = 0.55$ ).



Obr. 5.7: Kvalita regulace graficky: PI (slow), 1. přístup.



Obr. 5.8: Kvalita regulace graficky: PI (slow), 2. přístup.

Tab. 5.3: Kvalita regulace: PI (slow).

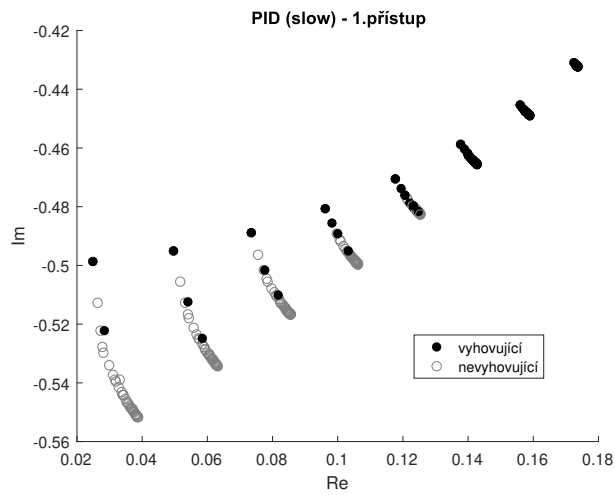
1. přístup				2. přístup		
$\sigma^2$	N	Ms	Překmit [%]	N	Ms	Překmit [%]
0.55	21/38	2,65	3,41	38/38	2,06	-0,01
0.60	22/38	2,59	3,29	38/38	2,05	0,00
0.65	24/38	2,52	3,55	38/38	2,04	0,00
0.70	25/38	2,46	3,89	38/38	2,02	-0,02
0.75	27/38	2,40	4,29	38/38	2,01	0,00
0.80	29/38	2,33	4,75	38/38	2,01	-0,02
0.85	31/38	2,26	5,21	38/38	2,00	0,09
0.90	38/38	2,19	5,84	38/38	1,99	0,94

Tab. 5.4: Kvalita regulace: PI (normal).

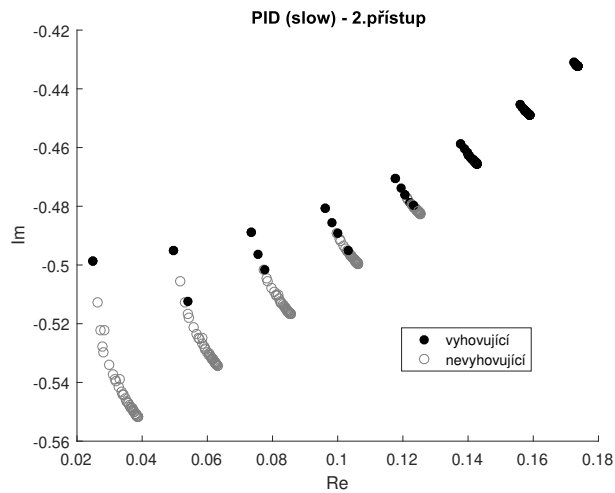
1. přístup				2. přístup		
$\sigma^2$	N	Ms	Překmit [%]	N	Ms	Překmit [%]
0.55	22/38	2,61	10,34	38/38	2,07	0,68
0.60	24/38	2,55	10,45	38/38	2,05	1,46
0.65	25/38	2,49	10,58	38/38	2,04	2,17
0.70	26/38	2,43	10,71	38/38	2,03	2,94
0.75	27/38	2,37	10,84	38/38	2,02	3,70
0.80	29/38	2,31	10,97	38/38	2,01	4,51
0.85	31/38	2,25	11,04	38/38	2,00	5,47
0.90	38/38	2,18	11,06	38/38	1,99	6,52

Tab. 5.5: Kvalita regulace: PI (fast).

$\sigma^2$	1. přístup			2. přístup		
	N	Ms	Překmit [%]	N	Ms	Překmit [%]
0.55	22/38	2,62	21,22	38/38	2,08	10,09
0.60	24/38	2,56	21,23	38/38	2,07	10,83
0.65	25/38	2,50	21,21	38/38	2,06	11,55
0.70	26/38	2,44	21,18	38/38	2,04	12,32
0.75	27/38	2,38	21,23	38/38	2,03	13,05
0.80	30/38	2,32	21,24	38/38	2,02	13,88
0.85	31/38	2,25	21,29	38/38	2,01	14,84
0.90	38/38	2,18	21,15	38/38	2,00	15,95



Obr. 5.9: Kvalita regulace graficky: PID (slow), 1. přístup.



Obr. 5.10: Kvalita regulace graficky: PID (slow), 2. přístup.

Tab. 5.6: Kvalita regulace: PID (slow).

$\sigma^2$	1. přístup			2. přístup		
	N	Ms	Překmit [%]	N	Ms	Překmit [%]
0.55	3/38	2,52	14,24	2/38	2,54	6,97
0.60	4/38	2,44	14,19	3/38	2,46	7,11
0.65	4/38	2,38	14,14	4/38	2,38	7,57
0.70	5/38	2,31	14,07	5/38	2,31	7,99
0.75	11/38	2,25	13,96	7/38	2,25	8,38
0.80	38/38	2,19	13,74	38/38	2,19	8,74
0.85	38/38	2,12	13,44	38/38	2,15	9,05
0.90	38/38	2,07	12,84	38/38	2,10	9,33

Tab. 5.7: Kvalita regulace: PID (normal).

$\sigma^2$	1. přístup			2. přístup		
	N	Ms	Překmit [%]	N	Ms	Překmit [%]
0.55	4/38	2,51	14,79	3/38	2,55	7,52
0.60	4/38	2,44	14,37	3/38	2,47	7,83
0.65	16/38	2,38	13,99	5/38	2,39	8,14
0.70	34/38	2,31	13,59	7/38	2,33	8,43
0.75	36/38	2,25	13,12	25/38	2,27	8,71
0.80	38/38	2,19	12,76	35/38	2,21	8,98
0.85	38/38	2,13	12,92	38/38	2,16	9,23
0.90	38/38	2,06	12,77	38/38	2,11	9,46



Tab. 5.8: Kvalita regulace: PID (fast).

$\sigma^2$	1. přístup			2. přístup		
	N	Ms	Překmit [%]	N	Ms	Překmit [%]
0.55	21/38	2,64	13,96	4/38	2,66	6,29
0.60	30/38	2,56	12,98	5/38	2,57	6,79
0.65	33/38	2,49	12,91	23/38	2,49	7,26
0.70	34/38	2,42	13,64	25/38	2,42	7,46
0.75	34/38	2,35	14,37	29/38	2,35	8,03
0.80	36/38	2,27	14,93	31/38	2,29	8,67
0.85	38/38	2,20	14,94	35/38	2,23	9,33
0.90	38/38	2,11	13,89	38/38	2,17	10,02

### 5.3.4 Real-time rozhodovací kritérium

Nástroj, který by v reálném čase bezpečně rozhodl o vhodnosti systému k rychlé identifikaci, vytvořen nebyl. Byl však nastíněn princip, jakým lze toto rozhodnutí učinit<sup>3</sup> (5.12) a prozkoumány možnosti použití v obou simulačních přístupech. Jelikož je vhodnost systému posuzována podle parametrů uzavřené smyčky, nelze stanovit jednu univerzální prahovou hodnotu střední kvadratické chyby. Tyto parametry jsou totiž ovlivněny nejen kvalitou identifikace, ale i volbou typu a rychlostního módu regulátoru. Zásadní odlišnosti v dosažených výsledcích mezi řízením PI a PID regulátorem byly diskutovány v předchozí sekci.

Hodnota kritéria

$$J = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \frac{y(n) - \hat{y}(n)}{y(n)} \quad (5.12)$$

je střední kvadratická chyba odezvy systému  $y(t)$  od její aproximace předpokládanou křivkou  $\hat{y}(t) = ce^{-\frac{t}{\tau}}$ .

Pro dokonalé rozhodování je potřeba podrobně analyzovat simulační data a nalézt významné body určující hranici ideálního intervalu pro vyhodnocování kritéria. V rámci této práce byl zvolen interval  $[dy, dy/10]$  pro 1. přístup a  $[dy, dy/2]$  pro 2. přístup. Ačkoli je možné sledovat závislosti mezi chybou aproximace a vyhodnocením vhodnosti systému, hodnoty kritériální funkce nabývají řádově malých hodnot a v rámci bloku PIDMA je vhodné tyto hodnoty upravit vzhledem k odhadnutým parametrům šumu.

---

<sup>3</sup>porovnávání odezvy s předpokládanou křivkou a vyčíslení střední kvadratické chyby

## 6 Závěr

Tato práce se zabývala možnostmi vylepšení identifikačního experimentu funkčního bloku PIDMA firmy REX Controls s.r.o pro systémy s dlouhotrvajícím přechodovým dějem, typicky pro systémy s jednou dominantní časovou konstantou.

Byla popsána sofistikovaná metoda pro identifikaci astatických systémů za pomoci derivačního kompenzátoru a zkoumány možnosti jejího využití právě pro případ statických systémů s velkou dominancí časové konstanty. Identifikační algoritmus byl teoreticky prověřen na typických tvarech přenosových funkcí řízených systémů. Dále bylo odvozeno, jakým způsobem se mění identifikované parametry v důsledku použití derivačního filtru, a experimentálně ověřena konvergence k těmto teoretickým hodnotám pro limitní případ nekonečně velké dominantní časové konstanty, která představuje astatické chování.

Z analýzy apriorně přípustných systémů vyplynula dodatečná omezení na statické systémy, ke kterým lze při identifikačním experimentu přistupovat jako k astatickým. V oboru hodnot množinového  $(\kappa, \mu, \sigma)$ -modelu byly charakterizovány systémy s dominantní časovou konstantou a určeny směry jejího růstu. Omezením na systémy celočíselného řádu a vhodným vzorkováním hranice oboru hodnot jsme vyhodnotili kvalitu identifikace charakteristických čísel a následně i kvalitu regulace pomocí překmitu uzavřené smyčky a maximální hodnoty citlivostní funkce  $M_s$ .

V důsledku odlišného chování odezvy na obdélníkový pulz statického systému a systému s astatismem bylo potřeba navrhnout alternativní postup k odměření experimentálních dat. Byly otestovány dva přístupy a porovnány jimi dosažené výsledky, přičemž přístup č. 2 (aproximace doznívající části odezvy předpokládanou křivkou) se jeví jako mnohem kvalitnější řešení. Tento závěr byl vyvozen na základě simulačních dat a podpořen analýzou na řešeném příkladu. Veškeré simulace byly provedeny v programovém prostředí MATLAB/Simulink a pro tyto účely byl vytvořen automatizovaný modul obstarávající simulování vstupně-výstupních dat po vzoru bloku PIDMA, výpočet charakteristických čísel, návrh parametrů 2DOF PI nebo PID regulátoru a vyhodnocení atributů uzavřené smyčky (překmit, citlivostní funkce, doba regulace,...).

Takto navržený identifikační proces je možné použít v případě, kdy máme apriorní informaci o přítomnosti jedné dostatečně dominantní časové konstanty. Pokud tuto dodatečnou informaci nemáme, lze proces spustit paralelně s klasickým identifikačním

experimentem a naladěné parametry akceptovat pouze jsou-li "rozumné", nebo je brát pouze jako orientační hodnoty. Cílem je samozřejmě rozhodnutí o platnosti navržených parametrů na úrovni samotného bloku. Přístup k hodnotícímu kritériu i s drobnými závěry byl diskutován v této práci. Finální kritérium však navrženo nebylo a jeho tvar i hranice příslušné oblasti dat k posouzení by měly být podrobeny hlubší samostatné analýze.

# Literatura

- [1] PID regulátor s momentovým autotunerem - REXYGEN manuál. Dostupné z: <https://www.rexygen.com/doc/CZECH/MANUALS/BRef/PIDMA.html>.
- [2] ARAKI, M. – TAGUCHI, H. Two-Degree-Of-Freedom PID Controllers. *International Journal of Control, Automation, and Systems*. 2003.
- [3] ASTRÖM, K. – HÄGGLUND, T. *PID Controllers: Theory, Design, and Tuning*. Instrument Society of America, 2nd edition, 1995. pp. 200-218.
- [4] ERIKSSON, L. *PID Controller Design And Tuning In Networked Control Systems*. Helsinki University of Technology, 2008. pp. 39-40.
- [5] MERTL, J. – SCHLEGEL, M. *Aproximace optimálních parametrů ISA PID regulátoru pro řízené soustavy se třemi známými charakteristickými čísly*. Západočeská univerzita v Plzni, 2003.
- [6] SCHLEGEL, M. Robustní identifikace procesů pro automatické ladění regulátorů. 2008.
- [7] SCHLEGEL, M. *Průmyslové PID regulátory: Teorie pro praxi*. Fakulta aplikovaných věd ZČU v Plzni, katedra kybernetiky, ZAT a.s. Příbram, 2001. pp. 20-21.
- [8] SCHLEGEL, M. – MERTL, J. *Process identification for automatic tuning of industrial controllers*. 2010.
- [9] SCHLEGEL, M. – VEČEREK, O. *Robust design of Smith predictive controller for moment model set*. University of West Bohemia in Pilsen, Department of Cybernetics, Univerzitní 8, 306 14 Plzeň, Czech Republic, 2005.
- [10] SCHLEGEL, M. – BALDA, P. – ŠTĚTINA, M. *Robustní PID autotuner: Momentová metoda*.

# Symboly a značení

$m_0, m_1, m_2$	první tři momenty systému
$(\kappa, \mu, \sigma^2)$	charakteristická čísla procesu založená na znalosti jeho prvních tří momentů
$S^n(\kappa, \mu, \sigma^2)$	množinový model s maximálním řádem procesu $n$
$F^n(\kappa, \mu, \sigma^2; \omega)$	obor hodnot množinového modelu na frekvenci $\omega$
2DOF	dva stupně volnosti (2 Degree of Freedom)
P1D	system s jedním pólem a dopravním zpožděním
P2D	system s dvěma póly a dopravním zpožděním
P2	system s dvěma póly
FOPDT	(First Order Plus Dead Time)
	system s jedním pólem a dopravním zpožděním
SOPDT	(Second Order Plus Dead Time)
	system s dvěma póly a dopravním zpožděním

# Příloha A

## Kvalita identifikace - relativní chyby charakteristických čísel v závislosti na dominanci časové konstanty

$\sigma^2$	hodnota pro parametrizaci množinového modelu
dominance	poměr mezi největší a druhou největší časovou konstantou procesu
$[\kappa_e, \mu_e, \sigma_e^2]$	relativní chyba identifikace charakteristických čísel $\kappa, \mu, \sigma^2$ [%]

Table 1: Identifikace množinového modelu  $S^n$  (1, 1, 0.55)

$\sigma^2 = 0.55$		1. přístup			2. přístup		
1. oblouk	dominance	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$
		1,92	51,17	62,81	92,07	42,52	43,95
	2,48	46,36	52,21	88,80	37,57	34,81	61,61
	3,12	43,18	44,22	84,14	34,54	27,01	49,16
	3,92	41,42	39,44	79,36	33,16	22,73	37,93
	4,98	40,91	37,97	77,45	32,98	21,79	34,39
	5,55	38,90	33,74	75,40	31,78	20,27	36,15
	6,21	37,45	30,59	72,81	31,38	19,56	37,81
	6,98	36,58	28,65	70,36	30,96	18,60	36,12
	7,88	36,33	28,05	69,44	30,90	18,36	35,53
	8,49	35,04	25,72	68,10	30,00	17,23	36,32
	9,17	34,13	24,03	66,59	29,62	16,68	37,52
	9,92	33,58	22,98	65,17	29,34	16,18	37,10
	10,77	33,42	22,66	64,65	29,29	16,05	36,92
	11,40	32,49	21,18	63,73	28,58	15,19	37,24
	12,09	31,86	20,13	62,81	28,25	14,75	37,93
	12,83	31,48	19,48	61,93	28,03	14,41	37,77
	13,65	31,37	19,28	61,62	27,99	14,33	37,74
	14,29	30,66	18,24	60,97	27,42	13,67	37,83
	14,99	30,19	17,53	60,40	27,14	13,32	38,29
	15,73	29,90	17,09	59,84	26,97	13,07	38,23
	16,52	29,83	16,96	59,66	26,94	13,01	38,22
	17,18	29,26	16,20	59,18	26,46	12,49	38,26
	17,88	28,89	15,69	58,85	26,23	12,21	38,60
	18,61	28,67	15,37	58,49	26,09	12,03	38,59
	19,40	28,62	15,28	58,39	26,07	11,98	38,63
	20,06	28,15	14,69	58,04	25,67	11,56	38,63
	20,76	27,86	14,30	57,86	25,47	11,34	38,92
	21,50	27,68	14,07	57,64	25,36	11,20	38,95
	22,27	27,64	14,00	57,59	25,34	11,16	39,00
	22,94	27,24	13,53	57,34	24,99	10,82	38,99
	23,64	27,01	13,23	57,27	24,83	10,64	39,25
	24,37	26,87	13,05	57,14	24,74	10,52	39,31
	25,14	26,83	13,00	57,13	24,72	10,50	39,37



Table 2: Identifikace množinového modelu  $S^n(1, 1, 0.60)$ 

$\sigma^2 = 0.60$		1. přístup			2. přístup		
1. oblouk	dominance	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$
	2,62	45,17	57,70	89,46	35,94	37,61	60,95
	3,21	41,44	48,22	86,30	32,34	30,17	55,33
	3,93	38,74	40,85	81,51	29,89	23,34	43,35
	4,87	37,16	36,32	76,51	28,71	19,42	32,12
	6,16	36,69	34,91	74,46	28,59	18,57	28,58
	6,83	34,88	31,00	72,43	27,62	17,41	30,63
	7,61	33,55	28,06	69,79	27,38	16,96	32,76
	8,53	32,74	26,22	67,26	27,03	16,14	31,24
	9,62	32,50	25,64	66,29	26,98	15,92	30,64
	10,34	31,32	23,50	64,95	26,21	14,98	31,54
	11,15	30,48	21,93	63,42	25,91	14,56	32,90
	12,05	29,96	20,94	61,96	25,66	14,12	32,54
	13,07	29,81	20,63	61,41	25,62	14,01	32,39
	13,82	28,96	19,27	60,49	24,99	13,26	32,73
	14,64	28,38	18,30	59,54	24,71	12,90	33,49
	15,53	28,02	17,69	58,64	24,52	12,60	33,37
	16,51	27,91	17,49	58,31	24,49	12,53	33,33
	17,28	27,26	16,55	57,65	23,98	11,95	33,45
	18,11	26,82	15,89	57,06	23,73	11,65	33,93
	19,00	26,56	15,48	56,47	23,58	11,44	33,90
	19,95	26,48	15,35	56,27	23,55	11,39	33,90
	20,74	25,96	14,65	55,79	23,13	10,93	33,93
	21,57	25,62	14,18	55,43	22,93	10,69	34,29
	22,45	25,42	13,88	55,05	22,80	10,53	34,29
	23,39	25,36	13,79	54,93	22,78	10,49	34,32
	24,19	24,94	13,26	54,57	22,42	10,12	34,31
	25,02	24,67	12,90	54,36	22,25	9,93	34,60
	25,90	24,51	12,68	54,12	22,15	9,80	34,63
	26,83	24,46	12,61	54,05	22,13	9,77	34,67
27,63	24,10	12,19	53,79	21,82	9,46	34,66	
28,47	23,88	11,91	53,68	21,68	9,31	34,92	
29,35	23,75	11,74	53,53	21,59	9,20	34,97	
30,27	23,72	11,69	53,51	21,58	9,18	35,02	

Table 3: Identifikace množinového modelu  $S^n(1, 1, 0.65)$

$\sigma^2 = 0.65$		1. přístup			2. přístup		
1. oblouk	dominance	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$
	3,42	40,10	53,21	86,81	30,58	32,33	54,26
	4,09	36,95	44,50	83,66	27,69	25,99	49,15
	4,94	34,55	37,61	78,71	25,57	19,85	37,38
	6,07	33,09	33,29	73,46	24,50	16,20	25,97
	7,65	32,65	31,91	71,28	24,39	15,39	22,30
	8,45	31,02	28,33	69,25	23,64	14,59	24,73
	9,38	29,79	25,58	66,57	23,54	14,40	27,32
	10,49	29,02	23,85	63,97	23,24	13,70	25,94
	11,83	28,79	23,29	62,95	23,20	13,51	25,37
	12,69	27,72	21,33	61,62	22,55	12,74	26,35
	13,66	26,95	19,87	60,06	22,32	12,45	27,88
	14,75	26,47	18,94	58,57	22,11	12,08	27,62
	16,00	26,32	18,64	58,00	22,08	11,98	27,47
	16,90	25,55	17,40	57,07	21,53	11,36	27,85
	17,88	25,01	16,51	56,11	21,30	11,07	28,70
	18,97	24,67	15,93	55,18	21,13	10,82	28,61
	20,17	24,57	15,75	54,83	21,10	10,75	28,59
	21,09	23,98	14,89	54,17	20,66	10,26	28,73
	22,09	23,58	14,29	53,56	20,45	10,02	29,26
	23,16	23,33	13,90	52,95	20,32	9,83	29,24
	24,33	23,26	13,78	52,74	20,29	9,79	29,25
	25,27	22,79	13,15	52,25	19,92	9,40	29,29
	26,27	22,48	12,71	51,86	19,75	9,20	29,67
	27,35	22,29	12,44	51,46	19,64	9,06	29,68
	28,49	22,24	12,35	51,33	19,62	9,02	29,72
	29,45	21,85	11,87	50,96	19,30	8,70	29,71
	30,45	21,60	11,54	50,73	19,15	8,54	30,01
	31,52	21,45	11,33	50,46	19,06	8,43	30,04
	32,65	21,41	11,27	50,38	19,05	8,40	30,08
	33,62	21,08	10,88	50,11	18,77	8,14	30,06
	34,63	20,88	10,63	49,98	18,65	8,01	30,32
	35,70	20,76	10,47	49,80	18,57	7,92	30,36
	36,82	20,73	10,42	49,77	18,56	7,90	30,40

Table 4: Identifikace množinového modelu  $S^n(1, 1, 0.70)$ 

$\sigma^2 = 0.70$		1. přístup			2. přístup		
1. oblouk	dominance	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$
		4,44	35,38	48,86	83,89	25,73	27,41
	5,23	32,64	40,82	80,71	23,37	22,03	42,83
	6,26	30,47	34,37	75,60	21,44	16,43	31,07
	7,64	29,10	30,25	70,10	20,42	12,99	19,35
	9,61	28,68	28,91	67,78	20,31	12,21	15,50
	10,58	27,21	25,63	65,75	19,77	11,77	18,35
	11,72	26,09	23,10	63,05	19,79	11,82	21,36
	13,08	25,38	21,46	60,39	19,54	11,24	20,11
	14,75	25,15	20,93	59,33	19,51	11,07	19,53
	15,80	24,20	19,15	58,00	18,97	10,50	20,68
	16,98	23,49	17,81	56,43	18,82	10,33	22,39
	18,33	23,04	16,95	54,91	18,64	10,03	22,22
	19,87	22,90	16,66	54,32	18,61	9,95	22,10
	20,97	22,21	15,54	53,40	18,15	9,45	22,54
	22,18	21,72	14,72	52,43	17,97	9,24	23,47
	23,52	21,41	14,19	51,48	17,83	9,04	23,45
	25,00	21,31	14,02	51,12	17,81	8,98	23,42
	26,13	20,78	13,25	50,46	17,43	8,58	23,61
	27,36	20,42	12,69	49,83	17,26	8,39	24,19
	28,68	20,19	12,34	49,20	17,14	8,23	24,19
	30,12	20,12	12,23	48,98	17,12	8,20	24,21
	31,28	19,70	11,66	48,49	16,80	7,87	24,28
	32,51	19,42	11,26	48,08	16,66	7,71	24,68
	33,83	19,25	11,01	47,66	16,56	7,59	24,71
	35,25	19,20	10,93	47,51	16,55	7,56	24,73
	36,42	18,85	10,49	47,15	16,27	7,30	24,75
	37,66	18,63	10,19	46,89	16,15	7,16	25,05
	38,97	18,49	10,01	46,60	16,07	7,07	25,10
	40,37	18,45	9,95	46,51	16,06	7,05	25,14
	41,55	18,16	9,60	46,23	15,82	6,83	25,13
	42,80	17,98	9,37	46,07	15,72	6,72	25,38
	44,11	17,86	9,23	45,88	15,65	6,65	25,43
	45,49	17,83	9,18	45,83	15,64	6,63	25,47

Table 5: Identifikace množinového modelu  $S^n(1, 1, 0.75)$ 

$\sigma^2 = 0.75$		1. přístup			2. přístup		
1. oblouk	dominance	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$
	5,83	30,76	44,39	80,51	21,16	22,66	40,37
	6,80	28,37	37,01	77,27	19,22	18,17	36,22
	8,08	26,41	31,02	72,03	17,43	13,04	24,36
	9,81	25,12	27,11	66,28	16,42	9,74	12,16
	12,32	24,71	25,82	63,82	16,32	9,03	8,23
	13,53	23,42	22,86	61,81	15,96	8,91	11,37
	14,97	22,40	20,54	59,10	16,09	9,20	14,81
	16,69	21,74	19,02	56,39	15,89	8,75	13,73
	18,80	21,53	18,52	55,29	15,86	8,60	13,13
	20,12	20,68	16,93	53,98	15,44	8,22	14,43
	21,61	20,05	15,71	52,41	15,36	8,17	16,33
	23,31	19,64	14,92	50,88	15,22	7,95	16,26
	25,27	19,51	14,65	50,26	15,20	7,89	16,15
	26,65	18,90	13,66	49,36	14,83	7,51	16,69
	28,17	18,46	12,91	48,38	14,70	7,39	17,73
	29,86	18,18	12,43	47,42	14,59	7,23	17,77
	31,73	18,09	12,27	47,05	14,57	7,19	17,75
	33,16	17,63	11,58	46,40	14,25	6,87	17,99
	34,70	17,30	11,09	45,76	14,12	6,74	18,63
	36,37	17,09	10,76	45,12	14,03	6,62	18,68
	38,20	17,03	10,66	44,89	14,01	6,59	18,70
	39,65	16,66	10,16	44,40	13,75	6,33	18,80
	41,20	16,41	9,80	43,98	13,63	6,22	19,23
	42,87	16,26	9,57	43,55	13,56	6,12	19,28
	44,66	16,21	9,50	43,39	13,54	6,10	19,31
	46,14	15,91	9,11	43,02	13,31	5,89	19,35
	47,70	15,71	8,85	42,74	13,22	5,79	19,68
	49,36	15,58	8,68	42,44	13,15	5,71	19,73
	51,13	15,55	8,62	42,35	13,14	5,70	19,77
52,62	15,29	8,32	42,06	12,94	5,52	19,77	
54,19	15,13	8,11	41,88	12,86	5,43	20,03	
55,84	15,03	7,98	41,67	12,80	5,37	20,08	
57,59	15,00	7,94	41,61	12,79	5,36	20,12	

Table 6: Identifikace množinového modelu  $S^n(1, 1, 0.80)$

$\sigma^2 = 0.80$		1. přístup			2. přístup		
1. oblouk	dominance	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$
		7,87	26,07	39,60	76,38	16,77	18,03
	9,13	24,01	32,93	73,10	15,18	14,33	29,22
	10,78	22,26	27,44	67,75	13,47	9,58	17,07
	13,05	21,06	23,78	61,79	12,45	6,44	4,38
	16,37	20,67	22,55	59,18	12,33	5,73	0,13
	17,94	19,55	19,93	57,19	12,16	5,98	3,68
	19,81	18,66	17,85	54,50	12,40	6,50	7,53
	22,06	18,06	16,46	51,78	12,25	6,17	6,59
	24,85	17,86	15,99	50,64	12,23	6,06	6,00
	26,56	17,14	14,60	49,36	11,93	5,88	7,50
	28,51	16,58	13,52	47,81	11,92	5,96	9,59
	30,74	16,21	12,81	46,29	11,82	5,82	9,63
	33,32	16,09	12,56	45,66	11,81	5,77	9,55
	35,12	15,58	11,70	44,78	11,53	5,53	10,20
	37,12	15,19	11,04	43,81	11,45	5,49	11,34
	39,33	14,94	10,61	42,85	11,37	5,38	11,46
	41,79	14,86	10,46	42,47	11,35	5,35	11,45
	43,65	14,47	9,87	41,84	11,11	5,13	11,77
	45,67	14,19	9,43	41,20	11,02	5,06	12,48
	47,87	14,01	9,15	40,57	10,95	4,98	12,58
	50,27	13,95	9,05	40,32	10,94	4,96	12,60
	52,17	13,64	8,62	39,84	10,73	4,77	12,75
	54,20	13,42	8,31	39,41	10,65	4,70	13,23
	56,38	13,28	8,10	38,98	10,59	4,63	13,30
	58,74	13,24	8,04	38,81	10,58	4,62	13,35
	60,67	12,99	7,71	38,45	10,40	4,46	13,41
	62,71	12,81	7,47	38,16	10,32	4,39	13,76
	64,89	12,71	7,32	37,85	10,27	4,34	13,83
	67,21	12,67	7,27	37,74	10,27	4,32	13,87
	69,16	12,46	7,01	37,46	10,11	4,19	13,90
	71,22	12,32	6,83	37,26	10,05	4,13	14,17
	73,39	12,23	6,72	37,05	10,00	4,09	14,23
	75,69	12,21	6,68	36,97	10,00	4,08	14,28

Table 7: Identifikace množinového modelu  $S^n(1, 1, 0.85)$

$\sigma^2 = 0.85$		1. přístup			2. přístup		
1. oblouk	dominance	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$
		11,24	21,14	34,21	71,04	12,43	13,34
	12,97	19,41	28,34	67,72	11,18	10,46	21,70
	15,26	17,90	23,45	62,33	9,50	6,03	9,06
	18,41	16,83	20,11	56,21	8,45	3,00	4,37
	23,07	16,46	18,96	53,48	8,31	2,30	8,95
	25,25	15,54	16,72	51,55	8,34	2,93	4,88
	27,84	14,78	14,92	48,92	8,68	3,69	0,62
	30,99	14,26	13,70	46,22	8,59	3,50	1,41
	34,89	14,08	13,27	45,07	8,57	3,42	1,99
	37,27	13,49	12,09	43,84	8,40	3,44	0,29
	39,99	13,03	11,17	42,34	8,47	3,67	2,02
	43,10	12,71	10,55	40,85	8,41	3,60	2,19
	46,70	12,61	10,33	40,22	8,41	3,58	2,12
	49,21	12,19	9,61	39,38	8,22	3,47	2,90
	51,98	11,87	9,05	38,44	8,20	3,52	4,18
	55,07	11,66	8,68	37,51	8,15	3,47	4,38
	58,52	11,59	8,55	37,13	8,14	3,46	4,41
	61,10	11,27	8,06	36,52	7,97	3,34	4,80
	63,91	11,04	7,69	35,90	7,92	3,33	5,58
	66,98	10,88	7,44	35,28	7,88	3,28	5,73
	70,33	10,83	7,36	35,03	7,87	3,27	5,78
	72,97	10,58	7,00	34,57	7,72	3,16	5,99
	75,80	10,40	6,74	34,15	7,67	3,13	6,51
	78,85	10,29	6,56	33,72	7,63	3,10	6,63
	82,15	10,25	6,50	33,55	7,63	3,09	6,68
	84,83	10,05	6,23	33,20	7,50	2,99	6,80
	87,68	9,90	6,04	32,90	7,45	2,96	7,17
	90,71	9,81	5,91	32,60	7,42	2,93	7,27
	93,96	9,79	5,87	32,49	7,42	2,92	7,31
	96,67	9,61	5,65	32,21	7,30	2,83	7,37
	99,53	9,50	5,50	32,00	7,26	2,80	7,66
	102,56	9,43	5,40	31,78	7,23	2,78	7,74
	105,77	9,40	5,37	31,70	7,23	2,77	7,78

Table 8: Identifikace množinového modelu  $S^n$  (1, 1, 0.90)

$\sigma^2 = 0.90$		1. přístup			2. přístup		
1. oblouk	dominance	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$	$\kappa_e$	$\mu_e$	$\sigma_e^2$
		17,94	15,73	27,74	63,48	8,12	8,60
	20,62	14,39	22,87	60,19	7,18	6,49	13,54
	24,17	13,18	18,76	54,89	5,49	2,34	0,18
	29,11	12,28	15,87	48,76	4,41	0,57	14,03
	36,44	11,95	14,83	45,95	4,23	1,28	19,08
	39,83	11,25	13,05	44,13	4,46	0,26	14,51
	43,88	10,66	11,58	41,65	4,91	0,74	9,86
	48,81	10,25	10,56	39,07	4,87	0,68	10,52
	54,93	10,10	10,20	37,94	4,86	0,63	11,12
	58,65	9,65	9,28	36,80	4,82	0,88	9,15
	62,89	9,30	8,54	35,41	4,97	1,25	6,62
	67,76	9,05	8,03	34,00	4,96	1,27	6,31
	73,42	8,96	7,85	33,40	4,96	1,27	6,36
	77,33	8,65	7,29	32,62	4,87	1,32	5,40
	81,66	8,41	6,85	31,75	4,91	1,46	3,98
	86,49	8,24	6,55	30,88	4,89	1,47	3,68
	91,90	8,19	6,44	30,51	4,90	1,47	3,64
	95,94	7,95	6,06	29,96	4,80	1,46	3,12
	100,33	7,78	5,77	29,38	4,81	1,51	2,25
	105,13	7,66	5,57	28,80	4,79	1,51	2,03
	110,39	7,62	5,50	28,56	4,79	1,51	1,98
	114,51	7,43	5,23	28,14	4,70	1,48	1,66
	118,94	7,30	5,03	27,74	4,69	1,50	1,09
	123,72	7,21	4,89	27,33	4,67	1,50	0,92
	128,88	7,18	4,84	27,17	4,67	1,50	0,88
	133,06	7,03	4,63	26,85	4,59	1,46	0,68
	137,52	6,92	4,48	26,56	4,58	1,47	0,27
	142,28	6,85	4,38	26,27	4,56	1,46	0,15
	147,37	6,83	4,35	26,16	4,56	1,46	0,11
	151,60	6,71	4,18	25,90	4,49	1,42	0,02
	156,08	6,62	4,07	25,69	4,48	1,42	0,32
	160,82	6,57	3,99	25,48	4,46	1,41	0,42
	165,85	6,55	3,96	25,40	4,46	1,41	0,46