



저작자표시-비영리-변경금지 2.0 대한민국

이용자는 아래의 조건을 따르는 경우에 한하여 자유롭게

- 이 저작물을 복제, 배포, 전송, 전시, 공연 및 방송할 수 있습니다.

다음과 같은 조건을 따라야 합니다:



저작자표시. 귀하는 원저작자를 표시하여야 합니다.



비영리. 귀하는 이 저작물을 영리 목적으로 이용할 수 없습니다.



변경금지. 귀하는 이 저작물을 개작, 변형 또는 가공할 수 없습니다.

- 귀하는, 이 저작물의 재이용이나 배포의 경우, 이 저작물에 적용된 이용허락조건을 명확하게 나타내어야 합니다.
- 저작권자로부터 별도의 허가를 받으면 이러한 조건들은 적용되지 않습니다.

저작권법에 따른 이용자의 권리는 위의 내용에 의하여 영향을 받지 않습니다.

이것은 [이용허락규약\(Legal Code\)](#)을 이해하기 쉽게 요약한 것입니다.

[Disclaimer](#)

공학박사 학위논문

과소팽창하는 제트에 의해 기저면에
전달되는 압력 및 열전달량 특성에
관한 연구

Study on the Characteristics of Base Pressure
and Heat Transfer by Underexpanding Jet

2020년 2월

서울대학교 대학원

기계항공공학부

이준우

국문 초록

비행 중인 초음속 비행체의 노즐에서 나오는 유동이 과소 팽창할 때 기저면 주위에서는 자유류와 과소 팽창하는 제트 유동이 만나 복잡한 유동 현상이 발생한다. 본 연구는 이러한 상황에서 수치 해석을 통해 기저면 주위에서 발생하는 다양한 물리적 현상을 규명하고 이에 따른 기저 항력과 기저면으로의 열전달량 특성을 연구하였다. 기저면 직경, 동체의 길이와 같은 비행체 형상과 자유류 마하수, 배압비, 플룸 비열비와 같은 유동 조건이 기저 항력과 열전달량에 미치는 영향을 분석하였다.

노즐 출구의 크기가 고정이고 기저면 직경이 증가하면 기저 압력이 감소하고 열전달량도 감소한다. 동체의 길이가 증가하면 기저 압력이 증가하고 열전달량도 증가한다.

기준 형상에 대하여 자유류 마하수가 3, 4, 5인 경우에 대하여 수치 해석을 수행하였다. 자유류 마하수가 증가하면 기저 압력은 감소하지만 열전달량은 증가한다. 배압비는 제트 유동의 압력과 대기압의 비로 결정되며 배압비가 5, 20, 35, 50, 65인 경우에 대하여 연구하였다. 배압비가 증가하면 기저 압력이 증가하지만 열전달량은 감소한다. 플룸 비열비가 1.1, 1.2, 1.3, 1.4일 때의 기저 압력 및 열전달량 특성을 연구하였다. 플룸 비열비가 증가할수록 기저 압력은 감소하며 열전달량도 감소한다.

이와 같이 과소 팽창하는 제트에 의해 전달되는 기저 항력과 열전달량은 다양한 요인들에 의해서 영향을 받고 각 요인들이 영향을 미치는 물리적인 이유가 다르기 때문에 하나의 실험식이나 이론으로 정립될 수 없으며 새로운 초음속 비행체의 개발 시 이를 필수적으로 고려해야한다.

주요어: 초음속 비행체, 기저 항력, 열전달량, 플룸, 과소 팽창

학번: 2010-30196

성명: 이준우

목 차

국문 초록	i
목 차	iii
표 목차	v
그림 목차	viii
기호 및 약어 설명	xv
제 1 장 서론	1
제 1 절 연구 배경	1
제 2 절 기존 연구 동향	9
제 3 절 연구 내용	14
제 2 장 지배방정식과 수치 기법	17
제 1 절 화학종 방정식이 포함된 지배방정식	17
제 2 절 수치 기법	25
제 3 장 수치 해석 코드 검증과 격자 수렴도 시험	32
제 1 절 수치 해석 코드의 검증	32
제 2 절 격자 수렴도 시험	42
제 3 절 다화학종과 2화학종 플룸 모델 비교	44
제 4 장 비행체 형상에 따른 기저 유동 변화	48
제 1 절 기저면 직경	51
제 2 절 동체 길이	63
제 5 장 유동 조건에 따른 기저 유동 변화	74
제 1 절 자유류 마하수	75
제 2 절 배압비	88
제 3 절 플룸 비열비	104

제 6 장 결론.....	119
Appendix.....	122
참고문헌.....	144
Abstract	151

표 목차

Table 1 Sensitivity test of turbulence models.....	8
Table 2 Measure of turbulence model goodness.....	8
Table 3 Flow conditions for supersonic flat plate.....	33
Table 4 Flow conditions for supersonic flow backward facing step	35
Table 5 Average base pressure comparisons between $k-\omega$ SST and $k-\omega$ SST -CC.....	37
Table 6 Flow conditions for hypersonic flow around cylinder	39
Table 7 Flow conditions and experimental data.....	40
Table 8 Flow conditions for grid convergence test	42
Table 9 Plume species and properties.....	45
Table 10 Base diameter and flow conditions.....	52
Table 11 Calculated results according to base diameter	54
Table 12 Averaged heat transfer rate and total heat transfer rate according to base diameter.....	59
Table 13 Base pressure ratio, heat transfer rate change rates and pressure coefficient differences according to base diameter	62
Table 14 Fuselage length and flow conditions	63
Table 15 Calculated results according to fuselage length.....	64
Table 16 Averaged heat transfer rate according to fuselage length	70
Table 17 Base pressure ratio, heat transfer rate change rates and pressure coefficient differences according to fuselage length ratio.....	72
Table 18 Freestream conditions for back pressure ratio and specific heat constant ratio of plume	74
Table 19 Flow conditions according to altitude.....	94

Table 20 Maximum prandtl–meyer function.....	106
Table 21 Comprehensive results	120
Table A1 Averaged base pressure ratios.....	124
Table A2 Base pressure coefficients.....	125
Table A3 Separation points	126
Table A4 Separation angles, α (deg.)	127
Table A5 Separation angles, β (deg.)	128
Table A6 Averaged heat transfer rate (kW/m ²)	129
Table A7 M_1, M_2 and expansion ratio along the streamline according to freestream Mach number in case of back pressure ratio 5, jet specific heat constant ratio 12	130
Table B1 Base pressure ratio change rates according to freestream Mach number	131
Table B2 Heat transfer rate change rates according to freestream Mach number	132
Table B3 Base pressure coefficient differences according to freestream Mach number	133
Table C1 Base pressure ratio change rates according to back pressure ratio	134
Table C2 Heat transfer rate change rates according to back pressure ratio	135
Table C3 Base pressure coefficient differences according to back pressure ratio	136

Table D1 Base pressure ratio change rates according to jet specific heat constant ratio.....	137
Table D2 Heat transfer rate change rates according to jet specific heat constant ratio.....	138
Table D3 Base pressure coefficient differences according to jet specific heat constant ratio.....	139
Table E1 Viscosity ① [poises]	140
Table E2 Viscosity ② [poises]	141
Table E3 Heat conductivity ① [cal/cm-sec-K]	142
Table E4 Heat conductivity ② [cal/cm-sec-K]	143

그림 목차

Figure 1 Flow around a power-on supersonic vehicle.....	2
Figure 2 Base flow with nozzle lip	3
Figure 3 Plume induced flow separation Type I	4
Figure 4 Plume induced flow separation Type II	4
Figure 5 Plume induced flow separation Type III.....	5
Figure 6 Factors affecting the base pressure and convective heat transfer rate.....	15
Figure 7 Grid system around the nozzle exit and base.....	30
Figure 8 Boundary Conditions	31
Figure 9 Flow conditions and boundary conditions for supersonic flow over the flat plate	33
Figure 10 Skin friction coefficients of flat plate for $Ma_\infty=8.0$	34
Figure 11 Flow conditions and boundary conditions for supersonic flow backward facing step	35
Figure 12 Base pressure comparisons with experimental data for $Ma_\infty=2.46$, $R=31.75$ [mm], $p_\infty=31415$ [pa]	36
Figure 13 Normalized average base pressure ratio comparisons between $k-\omega$ SST and $k-\omega$ SST-CC	38
Figure 14 Heat flux comparisons of hypersonic cylinder for $Ma_\infty=16.32$, $p_\infty=82.95$ [pa], $T_\infty=52$ [K], $T_{wall}=294.4$ [K]	39
Figure 15 Schlieren image and experimental results for $Ma_\infty=6$, $p_i/p_\infty=223$	41
Figure 16 Computational results of pressure for $Ma_\infty=6$, $p_i/p_\infty=223$	41

Figure 17	Base pressure distributions for grid convergence test, flow conditions are $Ma_\infty=5$, $Re_\infty=1.18 \times 10^8$, $T_\infty=300$ [K], $p_j/p_\infty=5$	43
Figure 18	Nozzle exit Mach number distributions for $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ and multi-species for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$	46
Figure 19	Nozzle exit pressure distributions for $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ and multi-species for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$	46
Figure 20	Base pressure ratio distributions for $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ and multi-species for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$	47
Figure 21	Computational Results and schematics of recirculating zone....	49
Figure 22	Base pressure distribution for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.1$	50
Figure 23	Heat transfer rate distribution for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.1$	50
Figure 24	Configurations of reference model	51
Figure 25	Nose length increase due to base diameter increase	52
Figure 26	Computational results of pressure contour and recirculation zone near the base according to base diameter for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], base diameter of $O_{base}=d$, $H_{base}=1.145d$, $D_{base}=1.29d$, $T_{base}=1.58d$	54
Figure 27	Base pressure distributions according to base diameter for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], base diameter of $O_{base}=d$, $H_{base}=1.145d$, $D_{base}=1.29d$, $T_{base}=1.58d$	55
Figure 28	Streamline through $y/d=+0.001$, $x/d=0$ for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K] of O_{base}	57
Figure 29	Back pressure distributions according to base diameter for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], base diameter of $O_{base}=d$, $H_{base}=1.145d$, $D_{base}=1.29d$, $T_{base}=1.58d$	57

Figure 30 Mach number distributions according to base diameter for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], base diameter of $O_{base}=d$, $H_{base}=1.145d$, $D_{base}=1.29d$, $T_{base}=1.58d$	58
Figure 31 Heat transfer rate distributions according to base diameter for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], base diameter of $O_{base}=d$, $H_{base}=1.145d$, $D_{base}=1.29d$, $T_{base}=1.58d$	59
Figure 32 Density contour of plume mixture for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], base diameter of $O_{base}=d$, $T_{base}=1.58d$	60
Figure 33 Temperature contour near the base $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], base diameter of $O_{base}=d$, $T_{base}=1.58d$	61
Figure 34 Normalized average base pressure ratio and heat transfer rate according to base diameter.....	62
Figure 35 Variation of supersonic vehicle geometry according to fuselage length	63
Figure 36 Computational results of pressure contour and recirculation zone near the base according to fuselage length for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], fuselage length of $FB02=2d$, $FB04=4d$, $FB06=6d$, $FB08=8d$, $FB10=10d$, $FB12=12d$	65
Figure 37 Base pressure ratio according to fuselage length for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], fuselage length of $FB02=2d$, $FB04=4d$, $FB06=6d$, $FB08=8d$, $FB10=10d$, $FB12=12d$	66
Figure 38 Velocity distributions in boundary layer on the fuselage at $x/d=0$ for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], fuselage	

	length of FB02=2d, FB04=4d, FB06=6d, FB08=8d, FB10=10d, FB12=12d.....	67
Figure 39	Mach number distributions according to fuselage length along the streamline at $x/d=0$, $y/d=0.51$ for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], fuselage length of FB02=2d, FB04=4d, FB06=6d, FB08=8d, FB10=10d, FB12=12d.....	68
Figure 40	Heat transfer rate distribution according to fuselage length for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], fuselage length of FB02=2d, FB04=4d, FB06=6d, FB08=8d, FB10=10d, FB12=12d.....	70
Figure 41	Temperature distribution at $x/d=0.02$ for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], fuselage length of FB02=2d, FB12=12d.....	71
Figure 42	Normalized average base pressure ratio and heat transfer rate according to fuselage length.....	73
Figure 43	Pressure contour around the vehicle according to freestream Mach number 3, 4, 5 for $p_j/p_\infty=35$, $\gamma_j=1.4$	76
Figure 44	Computational results of pressure contour and recirculation zone near the base according to freestream Mach number 3, 4, 5 for $p_j/p_\infty=50$, $\gamma_j=1.3$	77
Figure 45	Base pressure ratio distributions according to freestream Mach number for $Ma_\infty=3, 4, 5$, $p_j/p_\infty=50$, $\gamma_j=1.3$	78
Figure 46	Pressure contour and five points where the streamline start for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$ at $y/d=0.502, 0.51, 0.52, 0.53, 0.54$	80
Figure 47	Streamline flowing through 5 points according to freestream Mach number for $Ma_\infty=3, 4, 5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$ at $y/d=0.502$, 0.51, 0.52, 0.53, 0.54.....	80

Figure 48 Expansion ratio according to freestream Mach number 3, 4, 5 for $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$ at $y/d=0.502, 0.51, 0.52, 0.53, 0.54$	81
Figure 49 Schematic of trailing edge separation.....	81
Figure 50 Heat transfer rate according to freestream Mach number for $Ma_\infty=3, 4, 5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$	83
Figure 51 Thermal boundary layer on a fuselage at $x/d=0$ for $Ma_\infty=3,4,5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$	83
Figure 52 Normalized average base pressure ratio according to freestream Mach number	85
Figure 53 Normalized average heat transfer rate according to freestream Mach number	86
Figure 54 Base pressure coefficients according to Mach number	87
Figure 55 Schematic of recirculating zone	88
Figure 56 Correlation of separation points and separation angles α	89
Figure 57 Correlation of separation points and separation angles β	90
Figure 58 Base pressure ratio distributions by back pressure ratio for $Ma_\infty=4$, $p_j/p_\infty=5, 20, 35, 50, 65$, $\gamma_j=1.2$	92
Figure 59 Base pressure distributions by back pressure ratio for $Ma_\infty=4$, $p_j/p_\infty=5, 20, 35, 50, 65$, $\gamma_j=1.2$	92
Figure 60 Radial velocity from base wall to $x/d=0.02$ at $y/d=0.36$ for $Ma_\infty=4$, $p_j/p_\infty=5, 20, 35, 50, 65$, $\gamma_j=1.2$	93
Figure 61 Radial velocity from base wall to $x/d=0.02$ at $y/d=0.38$ for $Ma_\infty=4$, $p_j/p_\infty=5, 20, 35, 50, 65$, $\gamma_j=1.2$	93
Figure 62 Averaged base pressure according to altitude of 5, 10, 20, 30, 40, 50km for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=3, 6, 27, 123, 516, 1850$	95
Figure 63 Averaged base pressure ratio according to altitude of 5, 10, 20, 30, 40, 50km for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=3, 6, 27, 123, 516, 1850$	96

Figure 64 Heat transfer rate according to back pressure ratio for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5, 20, 35, 50, 65, \gamma_j=1.2$	98
Figure 65 Temperature distribution along the base at $x/d=0.01$ for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5, 20, 35, 50, 65, \gamma_j=1.2$	98
Figure 66 Temperature contour according to back pressure ratio for $Ma_\infty=5, p_j/p_\infty=5, 20, 35, 50, 65, \gamma_j=1.2$	99
Figure 67 Normalized average base pressure ratio according to back pressure ratio	101
Figure 68 Normalized average heat transfer rate according to back pressure ratio	102
Figure 69 Base pressure coefficient according to back pressure ratio...	103
Figure 70 Prandtl–Meyer function	106
Figure 71 Expansion ratio by specific heat constant ratio according to Mach number at $\theta=80^\circ$	107
Figure 72 Area–Mach number relation by specific heat constant ratio..	109
Figure 73 Area–pressure ratio relation by specific heat constant ratio.	109
Figure 74 Nozzle exit Mach number distributions for $p_{cham}=100$ [atm], $T_{cham}=1636, 3000, 4153.85, 5142.86$ [K] for $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$	110
Figure 75 Average base pressure ratio of under the separation point according to back pressure ratio.....	111
Figure 76 Streamline through $x/d=0, y/d=0.352$ for $Ma_\infty=5, p_j/p_\infty=35$, $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$	112
Figure 77 Radial momentum from base wall to $x/d=0.02$ at $y/d=0.355$ and 0.36 for $Ma_\infty=5, p_j/p_\infty=35, \gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$	113

Figure 78 Enthalpy distributions at Nozzle exit for $p_{\text{cham}}=100$ [atm], $T_{\text{cham}}=1636, 3000, 4153.85, 5142.86$ [K] for $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$	114
Figure 79 Normalized average base pressure ratio according to jet specific heat constant ratio.....	116
Figure 80 Normalized average heat transfer rate according to jet specific heat constant ratio.....	117
Figure 81 Base pressure coefficient according to jet specific heat constant ratio.....	118

기호 및 약어 설명

- 로마 문자 -

A	면적 (area)
A, B	자코비안 행렬 (Jacobian matrix)
c	음속 (speed of sound)
c_s	질량 분율 (mass fraction)
c_v	정적 비열 (specific heat at constant volume)
c_p	정압 비열 (specific heat at constant pressure)
C_D	항력 계수 (drag coefficient)
C_f	표면 마찰 항력 계수 (skin friction coefficient)
C_p	압력 계수 (pressure coefficient)
d	기저면 직경 (base diameter)
D	확산 계수 (diffusivity)
D_x, D_y	차분 연산자 (difference operator)
e_t	전 에너지 (total energy)
e_{vib}	진동 에너지 (vibrational energy)
E, F	비점성 플럭스 벡터 (inviscid flux vector)
E_v, F_v	점성 플럭스 벡터 (viscous flux vector)
g	비열비 (specific heat ratio)
h, H	엔탈피 (enthalpy)
h	플랑크 상수 (Planck constant)
H, H_v	축 대칭 항 (axisymmetric source term)

ΔH_f	생성열 (heat of formation)
I	단위 행렬 (identity matrix)
k	열전달 계수, 난류 운동 에너지
L	기준 길이 (reference length)
M, Ma	마하 수 (Mach number)
M	분자량 (molecular weight)
n	분자 자유도 (molecular degrees of freedom)
N_s	총 화학종 개수 (total species number)
Nu	너셀 수 (Nusselt number)
p	압력 (pressure)
Pr	프란틀 수 (Prandtl number)
q	열전달량 (heat transfer rate)
\mathbf{q}	열전달 플럭스 벡터 (heat flux vector)
Q	보존량 벡터
\dot{Q}	총 열전달량 (total heat transfer rate)
R	특별 기체 상수 (specific gas constant) 남은 항 (residuals)
\bar{R}	일반 기체 상수 (universal gas constant)
Re	레이놀즈 수 (Reynolds number)
SP	박리점 (separation point)
t	시간 (time)
T	온도 (temperature)
u, v	속도 (velocity)
\mathbf{V}	속도 벡터 (velocity vector)

wt%	질량 분율 (mole fraction)
x, y	직교 좌표계 (cartesian coordinate)
X	몰 분율 (mole fraction)

- 희랍 문자 -

α, β	박리각 (separation angle)
γ	비열비 (specific heat ratio)
η	몰-질량비 (mole-mass ratio)
θ_s	진동 특성 온도 (vibrational characteristic temperature)
κ	볼츠만 상수 (Boltzmann constant)
λ	고유값 (eigenvalue)
μ	점성 계수 (viscous coefficient)
ν	Prandtl-Meyer 함수, 특성 주파수 (characteristic frequency)
ρ	밀도 (density)
τ	전단 응력 (shear stress)
ω	난류 에너지 비소산율
ω	수렴 가속을 위한 가중 값

- 아래 첨자 -

0	정체 (stagnation)
$\frac{1}{2}$	제어면 (control surface)
∞	자유류 값 (freestream value)
avg	평균 값 (averaged value)

b	기저면 (base)
c	전도 (conduction)
cham	연소실 조건 (chamber condition)
D	확산 (diffusion)
j	제트 (jet)
L, R	좌우 물성치
max	최댓값
s	화학종 (species)
v	진동에너지 (vibrational energy)
wall	벽면 (wall)
v	점성값 (viscous value)

- 위 첨자 -

* 무차원화 변수

- 기호 -

Δ 변화량

제 1 장 서론

제 1 절 연구 배경

초음속 노즐을 통해 추력을 얻는 발사체에는 다양한 형태의 항력이 작용한다. 항력의 원인 중 가장 많은 부분을 차지하고 있는 것은 충격파에 의해 발생하는 항력이며 그 외에 점성에 의한 항력, 기저 항력 등이 있다. 이 중 기저 항력은 경계층 박리, 노즐에서 나온 유동의 과소 팽창, 자유류와 플룸이라 불리는 초음속 노즐에서 나온 배기 가스와의 상호작용 등의 복잡한 물리 현상에 의해 결정되기 때문에 정확한 값을 예측하기 어렵다. 또한 과소팽창하는 고온, 고압의 플룸은 기저면에 많은 양의 열을 전달 시킬 수 있다. 따라서 기저면에 가해지는 열전달량을 예측하는 것은 발사체 개발에 있어서 기저 압력을 고려하는 것만큼 중요하다. 기저면에 가해지는 열전달량의 예측 실패로 인해 세계적으로 여러 번 발사체의 발사 실패[1]가 있었다. 그러므로 기저면 근처에서 발생하는 유동 현상들의 물리적 작용과 기저 압력 및 열전달 특성에 대한 정확히 파악하는 것은 초음속 발사체 설계자가 과도한 안전 계수를 설정하는 것을 피할 수 있도록 해줄 뿐만 아니라 새롭게 비행체를 설계할 때 올바른 방향성을 제시하는 데 도움을 줄 수 있다

그림. 1에 과소 팽창하는 플룸을 포함한 기저 유동의 일반적인 특성을 나타냈다. 원통형 동체와 원뿔형 전두부를 가지고 있는 초음속 발사체가 CD 노즐을 통해 추력을 얻으며 비행할 때 주위의 유동을 나타냈다. 배압비, 자유류 마하수 혹은 발사체의 받음각 등의 유동 조건에 의해 기저면 근처에서 다양한 유동 현상이 발생한다. 전두부에서 초음속 자유류로

인해 충격파가 발생하며 동체와 전두부가 만나는 부분을 지나며 팽창한다. 이 과정에서 유동이 박리 되지 않는다면 동체 위에 부착되어 흐르면서 동체 벽에서 경계층을 형성하고 동체 후미부에서 박리 된다. 박리된 유동은 플룸과 만나 혼합층을 형성한다. 자유류 혹은 노즐 유동은 초음속이기 때문에 이 혼합층과 만나 충격파가 발생하며 각각 공기 충격파 (air shock), 플룸 충격파 (jet shock) 라고 부른다.

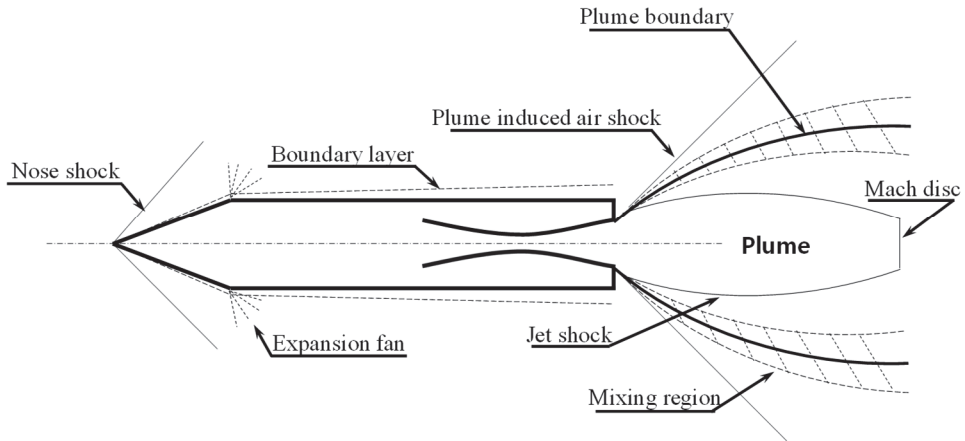


Figure 1 Flow around a power-on supersonic vehicle

노즐 립의 유무에 따라서 과소 팽창하는 제트를 포함한 기저면 근처 유동의 양상이 달라지기 때문에 본 논문에서는 노즐 립(Lip)이 없는 형태의 형상에 한해서 연구를 수행하였다. 그림. 2와 같이 노즐 립이 있어 기저면으로부터 어느 정도 떨어진 위치에서 제트 유동이 분출 되는 경우에는 노즐 출구에서 나오는 제트 유동이 과도하게 팽창하더라도 기저면에 경계층을 형성하지 않는다. 그러므로 노즐 립이 없는 경우에 한해서

유동 조건에 따라서 기저면 근처의 유동을 3가지 유형으로 구분할 수 있으며 이를 그림 3, 4, 5에 나타냈다.

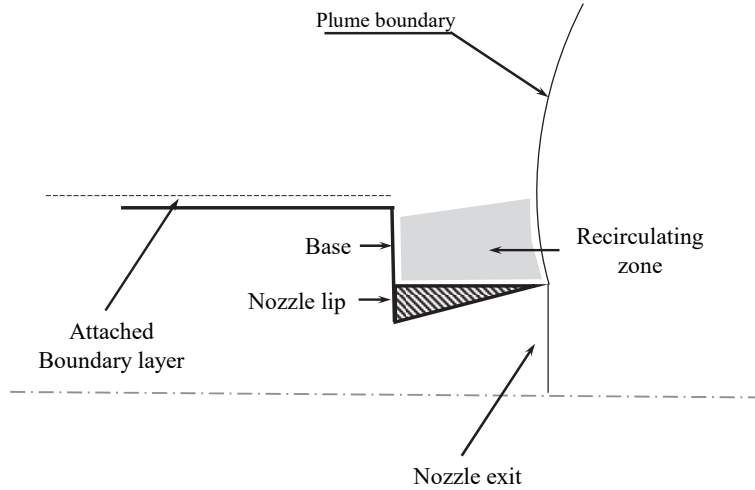


Figure 2 Base flow with nozzle lip

첫 번째 유형은 그림. 3에서 볼 수 있듯이 제트 유동이 노즐 출구에서 바로 박리 되는 형태이며 PIFS Type I이라고 명명하였다. 여기서 PIFS는 Plume Induced Flow Separation의 약어이다. 노즐 출구 조건과 배압 조건에 의해서 제트 유동이 노즐 벽면과 기저면이 이루는 볼록한 모서리를 회전할 수 있는 각도가 정해지는데 PIFS Type I은 제트 유동이 노즐 벽면과 기저면이 이루는 각도만큼 팽창 할 수 없는 경우 발생하는 형태이다. 이러한 형태에서는 동체 벽으로부터 박리 된 경계층과 노즐 출구로부터 박리 된 경계층에 의해 박리 거품 혹은 재순환 영역이라 불리는 역방향 유동이 기저면 뒤편에 형성된다. 재순환 영역 주위는 전단층으로 둘러싸이게 되며 재순환 영역 내부에서는 자유류와 플룸의 혼합이 발생

한다. Type I에서는 기저면에 작용하는 압력이 플룸 경계 (plume boundary)의 초기 각도에 의해서 결정되며 제트 유동이 재순환 영역을 통해 동체 후미부에서 팽창하는 유동에는 영향을 미치지 않는 경우를 의미한다.

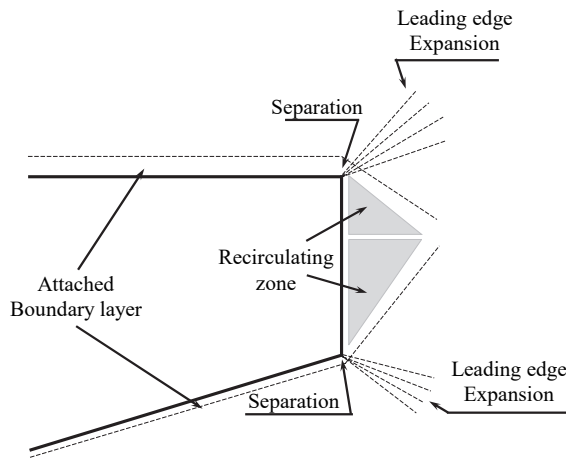


Figure 3 Plume induced flow separation Type I

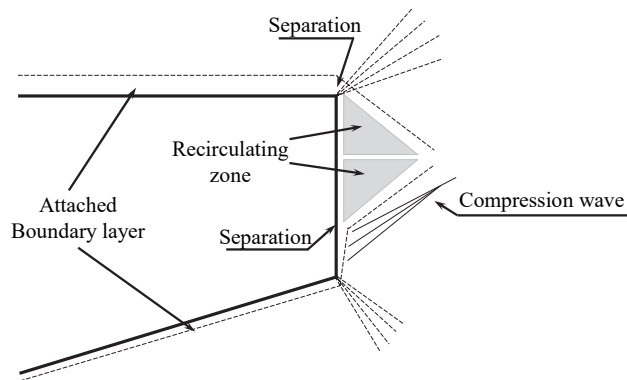


Figure 4 Plume induced flow separation Type II

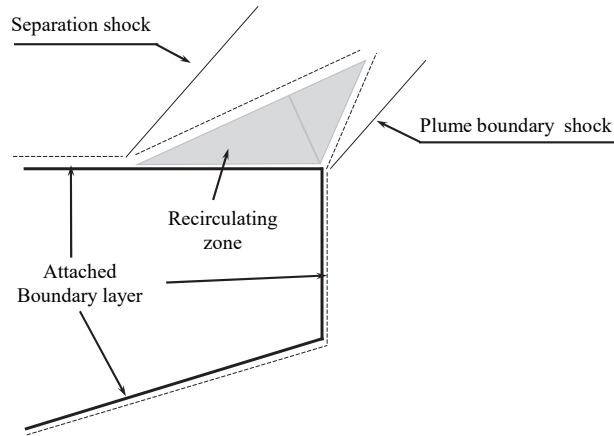


Figure 5 Plume induced flow separation Type III

PIFS Type II는 그림. 4에 나타냈다. 노즐 벽에서 형성된 경계층이 박리 되지 않고 기저면 벽을 따라 흐르다 박리 되는 형태를 의미한다. 이런 경우 Type I에 비해 재순환 영역이 작아지며 재순환 영역과 노즐 출구에서부터 팽창된 유동이 만나 압축파를 형성하기도 한다. Type II는 동체 후미부에서 팽창하는 자유류에 의한 압력 변화와 노즐 출구에서 나오는 제트 유동에 의한 압력 변화가 혼재하기 때문에 이를 구분하여 기저 유동의 특성을 파악하여야 한다. 특히 비행체 형상 조건과 유동 조건에 따라서 재순환 영역의 크기와 형태가 변화한다. 이 과정에서 제트 유동이 자유류의 팽창에 영향을 미치기도 하며 반대로 자유류의 팽창이 제트 유동의 박리에 영향을 미치기도 한다.

PIFS Type III는 그림. 5에서 볼 수 있듯이 재순환 영역이 동체 위로 올라가게 되는 형태이다. 동체 위를 흐르는 유동은 동체 후미부에서 박리되기 전에 동체 위에서 재순환 영역과 만나 충격파를 발생시킨다. 이런 경우에는 기저면이 플룸에 의해 완전히 뒤덮이기 때문에 기저 압력과 열전달량은 플룸의 팽창에 의해서만 결정된다. PIFS Type I과 Type III

의 경우 비교적 많은 연구가 이루어졌지만 두 번째 유형에 대한 연구는 거의 없는 상태이다. 그러므로 본 연구에서는 PIFS Type II를 중점적으로 다루었다.

노즐 립이 없는 발사체는 일반적으로 공기 역학을 이용하여 자세 제어를 가능하게 하는 핀이 달려 있지만 본 논문에서는 우선 핀에 의한 유동 변화를 무시하였다. 또한 노즐에 의한 자세 제어를 하는 우주 발사체의 경우가 아닌 단거리 혹은 중거리 탄도 미사일이 주요 연구 대상이 된다. 단거리 혹은 중거리 탄도 미사일은 고도 30~100km 내외에서 운용되기 때문에 자유류 압력과 제트 유동의 압력 비 즉, 배압비가 5이상, 65이하인 조건을 본 논문의 연구 대상으로 고려하였다.

앞서 설명한 복잡한 물리적 현상 외에도 플룸을 포함한 기저면 근처의 유동을 해석하기 어려운 이유 중 하나는 플룸을 구성하고 있는 기체의 특성 때문이다. 일반적으로 자유류는 공기라고 가정해도 무리가 없다. 하지만 고온, 고압의 연소실 내에서 연료/산화제 사이의 연소 반응을 통해 생성된 연소 기체는 다양한 화학종을 포함하게 된다. 이 화학종들은 초음속 노즐을 통해서 팽창하며 나오며 기저 압력과 기저면으로의 열전달량에 직접적인 영향을 미치기 때문에 이를 단순히 공기로 취급하여 해석하는 경우 실제 기저 압력 및 열전달량과는 다른 결과를 도출할 수 있다. 발사체 연료의 연소 생성물은 공기와 다른 점성 계수, 열전달 계수, 비열비, 분자량을 가지고 있기 때문이다. 그러므로 정확한 유동장 해석을 위해서는 Navier-Stokes 방정식에 화학종 방정식을 추가해야한다.

플룸을 포함한 기저 유동을 해석하기 위해서 가장 중요하게 고려해야 할 것 중 하나는 난류 모델의 선정이다. 연구 대상이 되는 초음속 비행체는 높은 레이놀즈 수에서 운용되기 때문에 완전 난류 유동을 가정할 수 있으며 동체 벽면에서 형성되어 기저면 모서리에서 박리 되는 난류

경계층을 정확히 예측하는 것이 중요하다. 또한 난류는 기저면 근처의 재순환 영역과 자유류 혹은 노즐을 통해 나오는 제트 사이에 형성되는 자유 전단층에서 중요한 역할을 한다. 최근 3차원 난류 해석에는 Large eddy simulation (LES) 과 Detached eddy simulation (DES) 이 우수한 해석 능력을 증명하였다. 하지만 일반적으로 초음속 발사체는 축대칭 형상을 가지며, 작은 받음각으로 비행하도록 설계되기 때문에 본 연구에서는 2차원 축대칭을 가정하여 연구를 수행하였다. 그러므로 3차원을 기반으로 만들어진 난류 모델을 사용하지 않고 비교적 우수한 계산 효율을 가지고 있는 Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS) 모델 중 하나인 $k-\omega$ SST 모델을 선택하였다.

대표적인 RANS 난류 모델은 1방정식인 Spalart-Allmaras (S-A) 모델과 2방정식인 $k-\epsilon$ 모델, $k-\omega$ 모델 그리고 이 둘을 결합한 $k-\omega$ SST 모델이 있다. Huang PG 등 [2,3]은 다양한 유동장에 대해서 수치적인 요인들을 고려하여 각각의 모델들에 대한 성능을 수치화하여 비교하였다. 성능 비교는 민감도 시험과 신뢰도 측정을 통해 수행되었다. 민감도 시험은 표. 1에서 볼 수 있듯이 격자 해상도, 난류도, 입구 조건 등 난류 모델에 영향을 미치는 수치적 요인들에 따른 성능을 비교하는 것이며 S-A 모델과 SST 모델이 각각 4.3, 4.0으로 다른 모델에 비해 좋은 성능을 보였다. 신뢰도 측정은 표. 2에서 볼 수 있듯이 다양한 유동장에 대하여 각각의 난류 모델들을 적용한 후 실험 데이터와 비교하여 성능을 측정하는 것이다. SST 모델은 멀리 떨어진 곳에서의 후류 유동장을 제외하고 전단층, 축대칭 제트, 역압력 구배가 있을 때의 경계층 등에서 높은 성능을 보였다. 이러한 유동장들은 플룸을 포함한 기저 유동장에서 특징적으로 보이는 유형이기 때문에 다른 난류 모델들에 비해 고르게 높은 성능을 보이는 SST 모델을 본 연구에 사용하였다.

Table 1 Sensitivity test of turbulence models

Sensitivity Test	Model			
	k- ω	k- ϵ	S-A	SST
Grid Resolution	4	3	4	3
y_1^+ Spacing	3	1	4	3
Turbulence Level	1	5	5	5
Angle-of-Attack	4	4	4	4
Inlet Profiles	5	5	5	5
Numerical Code	4	4	4	4
Average	3.5	3.5	4.3	4.0

Table 2 Measure of turbulence model goodness

Measure of Goodness	Model			
	k- ω	k- ϵ	S-A	SST
Mixing Layer	1	5	5	5
Far Wake	1	2	5	2
Plane Jet	1	5	2	5
Round Jet	1	4	1	4
ZPG BL	5	5	5	5
APG BL	2	1	4	5
Trans. Bump	2	1	3	4
RAE 2822	2	1	3	4
Average	1.9	3.0	3.5	4.3

제 2 절 기존 연구 동향

기저 유동에 대한 연구는 1950년대부터 현재까지 계속해서 이루어지고 있다. Chapman 등[4],[5]은 마하수 1.2에서 4 사이의 유동에 대해 실험적인 방법을 통해서 기저 압력을 측정하였고 이를 비점성 유동을 가정한 이론 값과 비교하였다. 그 결과 동체 길이가 길어짐에 따라 기저 압력 계수가 증가하는 양상을 보였지만 축대칭 형상에서는 무한한 수의 해를 가지기 때문에 이론적으로 기저 압력을 예측하는데 한계가 있었다. 70년대에 McGhee RJ[6]는 플룸이 포함된 초음속 발사체 형상에 대하여 실험을 수행하였다. McGhee는 자유류 마하수 3, 4.5, 6 의 조건하에서 각기 다른 전두부와 후미부를 가진 축대칭 형상에 대해 연구를 수행하였다. 솔리덴 기법을 이용하여 플룸에 의한 박리가 발생할 때 충격파와 전단층을 보였고, 동체 위에서의 압력을 측정하였다. 실험을 통해 power-on 상태의 초음속 발사체 주위 유동을 가시적으로 보여주었으며 배압비에 따라 플룸의 구조가 바뀌는 것을 확인하였다. 하지만 기저면에 작용하는 압력이 아닌 동체 위의 압력을 측정하였다.

컴퓨팅 파워가 부족한 과거에는 Herron[7]과 같이 노즐 출구에서 제트의 초기 각도와 Prandtl-Meyer 관계식 등을 이용하여 제트의 경계를 구하였다. 이 연구를 통해서 플룸의 비열비에 따라서 제트 경계의 형태가 바뀌는 것을 알 수 있을 뿐만 아니라 플룸의 비열비가 기저 압력과 열전달량에 영향을 미칠 것을 짐작할 수 있다.

Henson과 Robertson[8]은 플룸을 포함한 기저 유동에 대하여 기저면에 가해지는 압력을 수치적으로 계산하기 위한 연구를 수행하였다. 이 연구에서는 자유류 마하수가 4, 5, 6이고 노즐 출구 압력과 자유류 압력

의 비가 15부터 52인 경우에 대하여 기저 압력을 계산하였지만 비점성 유동을 가정하여 압력을 구했기 때문에 기저면 근처에서 발생하는 물리 현상을 명확히 규명하기에는 어려움이 있었다.

80년대 이후로는 Computational Fluid Dynamics (CFD) 기술의 발달과 컴퓨터 성능의 향상으로 플룸이 없는 초음속 기저 유동에 대한 수치적인 해석이 가능하게 되었다. 특히 다양한 RANS 난류 모델에 대한 검증과 관련된 많은 연구가 수행 [9],[10]되었고 LES나 DES의 성능을 검증하기 위해 기저 유동 해석이 이용 [11],[12],[13]되었다.

다양한 난류 모델의 개발을 바탕으로 최근에는 CFD를 이용하여 플룸을 포함한 초음속 발사체에 대한 해석이 수행되었다. Chatelain과 Hadjadj [14]는 $k-\epsilon$, 멀티스케일, ASM, $k-\omega$ SST 모델을 사용하여 보트-테일 형상에서 플룸의 영향이 있을 때 발생하는 박리 현상을 연구하였다. Ebrahimi 등 [15]은 플룸의 정확한 모사를 위하여 몇 가지 사항을 지적하였는데, 난류와 층류의 비교, 비평형현상의 고려, 3차원과 2차원 축대칭의 비교, 경계조건으로 고려되는 노즐 출구의 유동장 분포가 거론되었다. Rao 등 [16]은 플룸에 대한 난류의 영향을 분석하였고 그 결과 2방정식 난류 모델에서 난류 에너지가 후류의 온도에 영향을 미치는 것을 보였다.

플룸의 화학종에 대한 연구 또한 수행되어 왔다. Hall 등 [17]은 완전 기체, 열적 완전 기체, 열적 불완전 기체, 다화학종 기체의 네 가지 모델을 비교하였는데, 비평형 현상을 고려하였을 경우 화학종 OH의 질량분율과 마하디스크의 위치가 달라졌고 이에 따라 플룸의 온도 분포가 더 높아짐을 보였다. Mehta 등 [18]은 다중 노즐을 가지고 있는 비행체의 기저면 근처 유동장을 해석하고 그에 따른 기저면으로의 열전달량을 계산하였다. 이 연구를 통해 플룸 유동장을 해석 할 때 플룸의 화학적 모

델링이 정확도에 많은 영향을 미친다는 것을 보여주었다. 또한 노즐 내부의 경계 조건에 따라 형성된 열경계층에 의해 기저면으로의 열전달량이 크게 바뀐다고 지적하였다. 이는 기저면에 전달되는 압력을 계산할 때에도 노즐 내부 유동을 정확히 계산해야한다는 것을 의미한다.

물리적 현상의 복잡성, 실험적 방법에 필요한 많은 비용, 수치 해석적 어려움 때문에 기저면에서 발생하는 현상에 대해 자세히 분석하여 항력을 계산하기 보다는 반경험식으로 구하는 방법 또한 연구되었다. Brazzel[19],[20]은 제트의 운동량 플럭스와 발사체에 대한 자유류의 운동량 플럭스의 비를 변수로 두고 기저 압력과 상관계수를 분석하였다. 이를 바탕으로 Moore와 Hymer[21]는 자유류 마하수와 발사체 추력의 범위를 확장하여 추가적인 실험점들을 도입하였고 보완된 기저 압력에 관한 반경험식을 제시하였다.

가장 최근에도 실험적 방법을 통하여 플룸을 포함한 초음속 발사체에 작용하는 힘에 대한 연구가 계속되고 있다. Desikan 등[22],[23],[24]은 플룸을 포함한 유동장에서 공기역학적 계수들을 구하기 위한 많은 실험들을 수행하였다. 차가운 제트를 이용하여 자유류 마하수, 제트 유동의 마하수, 배압비, 받음각, 비행체의 후미부 형상에 따른 축 방향, 수직 방향 힘에 대한 계수 및 피칭 모멘트를 구하였다. 또한 Tripathi 등[25]은 기저면 형상을 수정하여 기저 압력을 조절하기 위한 방법을 제시하였다. 플룸이 있는 경우와 플룸이 없는 경우를 비교하였고 기저면의 모서리가 둥근 형상일 때 효과적으로 기저 압력을 증가시킬 수 있음을 보였다.

이와 더불어 수치 해석을 이용한 기저 유동에 대한 연구도 계속되고 있다. Mehta 등[26]은 다중 노즐을 가지고 있는 NASA의 Space Launch System (SLS) 비행체의 기저 유동에 대한 수치 해석을 수행하

여 기본적인 물리 현상에 대하여 분석하고 그에 따른 열전달량을 계산하였다. Savel' ev[27]는 플룸 유동을 강하게 과소 팽창시키며 비행하는 극초음속 비행체에 대한 수치 해석을 수행하였고 이 때 발생하는 물리적 현상들에 대하여 연구하였다.

국내에서도 플룸을 포함한 기저 유동에 대한 연구가 진행되었다. 최재혁 등[28]은 자유류 조건이 변할 때 플룸을 포함한 기저 유동에 대한 수치 해석을 수행하여 자유류 조건에 따른 기저 압력 변화를 연구하였고 이를 통해 자유류 마하수에 따른 기저 항력의 경향을 정성적으로 예측하였다. 허기훈, 변우식[29]은 제트 유동이 있는 경우와 없는 경우에 대해서 보트-테일 형상의 기저면을 가진 발사체를 수치 해석적으로 연구하였다. 이를 통해 기저면 직경 및 보트-테일 각도에 따라서 기저 항력이 변화함을 보였다. 이러한 연구를 통해 수치 해석적 방법이 기저 항력을 정성적으로 예측하는데 어느 정도 타당성을 가지는 것을 확인 할 수 있다. 또한 이복직[30]은 다양한 난류 모델이 기저 유동을 해석하는데 미치는 영향을 분석하고 조종을 위한 핀과 받음각이 있는 경우에는 수치 해석을 통한 기저 항력의 예측이 어려움을 보였다. 본 연구에서는 앞서 설명하였듯이 이러한 어려움을 피하기 위해 조종을 위한 핀과 받음각이 없는 경우에 대하여 연구를 수행하였다.

또한 국내에서도 플룸의 열적, 화학적 모델링에 대한 연구가 진행되어 왔다. 김성룡[31]은 플룸의 화학종이 노즐 유동에서 미치는 영향을 미치는 영향을 파악하였고 벽면 가열량을 비교하였는데 단일 화학종 플룸 모델이 비평형 반응 모델과 유사한 값을 보이는 것을 확인하였다. 최환석 등[32]은 열적, 화학적 비평형 유동장을 고려하여 유한 속도 화학 반응이 플룸 유동에 미치는 영향을 분석하였다. 이를 통해 다화학종 플

플롬 모델링을 위해 사용되는 화학종을 파악할 수 있고 열역학 및 전달 계수를 구하는 방법을 알 수 있다.

지금까지의 연구들은 실험을 통한 연구와 수치 해석을 통한 소수의 연구를 제외하고 대부분 기저 항력이나 열전달량의 특성을 목표로 연구를 하는 것이 아니라 전체적인 플롬의 거동을 연구하거나 난류 모델의 정확성을 시험하기 위한 연구 혹은 완전 기체와 열적, 화학적 비평형 유동장의 차이를 알아보기 위한 연구 등이 수행되어 왔다. 또한 기저 압력을 목표로 수행된 연구라 할지라도 정확한 물리 현상을 규명하여 압력을 예측하는 것이 아닌 반경험적 식을 도출하는 방식으로 연구가 진행되어 왔다.

기저 항력 및 열전달량에 영향을 미치는 요소는 다양하기 때문에 실험을 통해서 기저 항력과 열전달량 특성을 분석하기에는 실험적 방법의 어려움과 막대한 비용의 문제가 있다. 하지만 수치 해석적인 방법을 통해서 이러한 문제를 극복할 수 있다. 그러므로 본 논문에서는 수치 해석적 방법을 이용하여 각 요소들이 기저 항력과 열전달량에 어떠한 방식으로 영향을 미치는지 물리적 현상에 대하여 분석하고 그 결과를 통해 기저 항력과 열전달량의 특성을 연구하였다.

제 3 절 연구 내용

기저 유동의 물리적인 현상을 명확히 규명하려는 노력은 과거에서부터 지금까지 다양한 방법으로 수행되어 왔다. 하지만 실험적 방법으로 화학종을 포함한 고온의 플룸에 대하여 연구하기 위해서는 연료를 연소시켜야 하는데 이는 안전에 대한 우려와 더불어 많은 비용이 필요하다. 또한 자유류 조건과 배압비 등의 유동 조건을 바꾸는 것이 쉽지 않다는 단점이 있다. 그러므로 본 연구에서는 다양한 형상 조건 및 유동 조건에 대하여 기저 압력과 열전달량 특성을 분석하기 위해서 CFD를 이용하였다.

노즐 립이 없고 단일 노즐을 가진 원통형 형상의 초음속 비행체가 받음각 없이 비행하는 경우를 연구 대상으로 한정하였다. 그렇기 때문에 모든 경우에 있어서 축대칭 2차원 조건으로 수치 해석을 수행하였고 앞에서 설명했듯이 난류 모델로 $k-\omega$ SST 모델을 사용하였다.

초음속 비행체가 높은 고도에서 power-on 상태로 비행을 하는 경우 배압비가 1보다 훨씬 크며 과소팽창을 하게 된다. 본 논문에서는 마하수 3 이상의 초음속 자유류와 강하게 과소팽창을 한 플룸 제트가 상호작용을 할 때 기저면에 전달되는 압력과 열전달량의 특성에 관한 연구를 수행하였다. 기저 압력과 열전달량에 미치는 요인은 그림. 6과 같이 크게 3가지로 나눌 수 있다. 첫 번째는 형상에 의한 요인으로 노즐의 형상, 노즐 립의 유무, 동체의 길이, 기저면 직경이 있다. 두 번째는 자유류 조건으로 자유류 마하수, 압력, 온도가 있다. 본 연구에서는 자유류 마하수가 3부터 5까지인 경우를 고려하였다. 자유류 압력은 노즐 출구 압력과 비 측, 배압비로 고려되었다. 자유류 온도는 대부분 300K 내외로 가

정하였다. 세 번째는 노즐 출구 조건으로 노즐 출구 마하수, 압력, 온도가 있으며 플룸을 구성하고 있는 화학종에 의한 영향을 고려하였다.

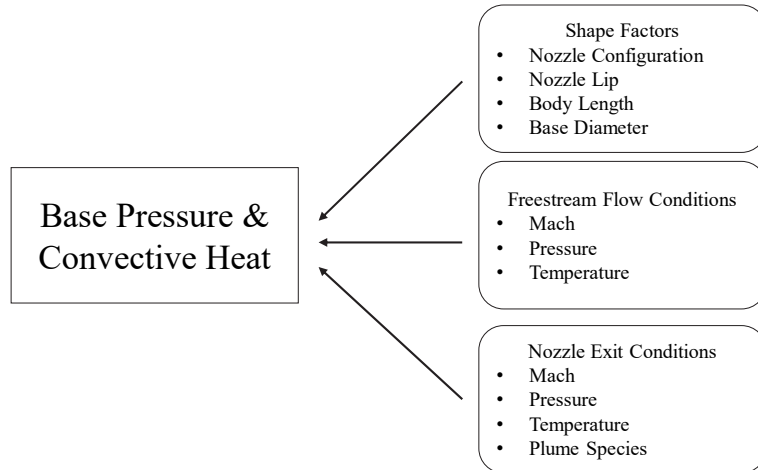


Figure 6 Factors affecting the base pressure and convective heat transfer rate

본 논문에서는 이와 같이 다양한 요인들이 기저 압력과 열전달량에 미치는 영향을 분석하고 그에 따른 물리적 현상을 규명하였다. 이를 통해 기저 항력과 열전달량은 하나의 이론 식에 의해 일반화 될 수 없으며 새로운 초음속 발사체를 설계할 때 기저 항력과 열전달량을 예측하기 위해서는 그 비행체 전체의 특성을 고려해야함을 보여주었다.

본 논문의 연구 내용과 범위는 다음과 같다.

- 1) 화학종 방정식을 포함한 2차원 축대칭 해석 코드를 개발하고, 이에 대한 검증을 수행한다.
- 2) 비행체 형상이 기저 압력과 열전달량에 미치는 영향을 분석한다. 형상 변수로는 동체의 길이, 기저면 직경을 고려한다.

- 3) 유동 조건이 기저 압력과 열전달량에 미치는 영향을 분석한다. 유동 조건으로는 자유류 마하수, 배압비를 고려한다.
- 4) 플룸 화학종에 따른 영향을 분석한다. 기체의 특성 중 플룸 비열비가 기저 압력과 열전달량에 미치는 영향을 살펴본다.
- 5) PIFS Type II에서 기저 압력과 열전달량의 특성을 정의한다.

기저면 직경, 동체의 길이, 자유류 마하수, 배압비, 플룸 비열비 5가지의 요인 중에 동체의 길이와 자유류 마하수는 주로 동체 후미부에서 박리 되는 자유류의 팽창에 의해 기저 압력에 영향을 미치며 이 때 노즐 출구에서 나오는 제트의 유동 조건은 변하지 않는다. 반면에 배압비, 플룸 비열비는 자유류 보다 제트 유동이 주로 기저 압력에 영향을 미치는 경우이다. 이렇듯 각각의 요인들이 기저 압력과 열전달량에 영향을 미치는 과정과 원인이 다르기 때문에 본 논문에서는 각각의 요인들이 기저 압력과 열전달량 특성에 미치는 영향을 규명하고 변화의 경향성을 알아보았다.

제 2 장 지배방정식과 수치 기법

제 1 절 화학종 방정식이 포함된 지배방정식

화학종 방정식이 포함된 2차원 축대칭 Navier-Stokes 방정식을 정리하였다. 공기와 플룸 혼합물 2가지만을 고려하는 경우도 있고 C-H-O 계열의 다화학종을 고려하기도 하였다. 제 3 장의 수치 해석 코드의 검증에서 다화학종을 고려하여 해석한 결과와 공기와 플룸 혼합물의 2화학종의 해석 결과를 비교하여 플룸을 단일 화학종으로 가정하여도 어느 정도 유사한 결과를 보이는 것을 확인하였다. 이에 따라 제 4 장 비행체 형상에 따른 기저 유동 변화와 제 5 장 중 자유류 마하수와 배압비에 따른 기저 압력과 열전달량의 특성 연구를 수행할 때는 공기와 플룸 혼합물 2가지만을 고려하였다.

화학적 비평형 유동장을 가정한다면 화학 반응에 의한 생성항이 있어야 하지만 본 연구에서는 화학 반응에 의한 영향을 고려하지 않았다. 또한 진동에너지를 계산하지만 이에 의한 비평형을 고려하지 않고 열적 평형 (thermal equilibrium) 이라고 가정하였다.

각 변수들에 대한 무차원변수들의 관계는 식. 1과 같다. 여기서 위 첨자 * 은 무차원화 된 변수를 의미한다. 아래첨자 s 는 화학종을 나타내고 v 는 진동에너지를 나타낸다. 화학종 방정식에서 c_s 는 질량 분율이다.

무차원화 된 지배방정식을 수치 해석에 용이한 벡터 형태로 전개하여 보존형으로 표현하면 식. 2와 같다. 편의상 위 첨자 * 은 생략되었다. E, F 는 비정성 플럭스이고 E_v, F_v 는 점성 플럭스이며 H, H_v 는 축대칭항이다.

$$\begin{aligned}
t &= (L_\infty/c_\infty)t^*, \quad x, y = L_\infty x^*, L_\infty y^*, \quad \rho = \rho_\infty \rho^*, \quad \rho_s = \rho_\infty \rho_s^*, \\
u, v &= c_\infty u^*, c_\infty v^*, \quad p = \rho_\infty c_\infty^2 p^*, \quad T = T_\infty T^*, \quad T_v = T_\infty T_v^*, \\
\mu &= \mu_\infty \mu^*, \quad k = k_\infty k^*, \quad D_s = c_\infty L_\infty D_s^*, \quad e_t = c_\infty^2 e_t^*, \quad h_s = c_\infty^2 h_s^*
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial y} + H = \frac{\partial E_v}{\partial x} + \frac{\partial F_v}{\partial y} + H_v \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
Q &= \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e_t \\ \rho_s \end{pmatrix}, \quad E = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (\rho e_t + p)u \\ \rho_s u \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ (\rho e_t + p)v \\ \rho_s v \end{pmatrix}, \quad H = \frac{1}{y} \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 \\ \rho(\rho e_t + p)v \\ \rho_s v \end{pmatrix} \\
E_v &= \frac{M_\infty}{Re_\infty} \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{yx} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v - \frac{1}{Pr_\infty(\gamma_\infty - 1)} q_x \\ \rho D_s \frac{\partial c_s}{\partial x} \end{pmatrix} \\
F_v &= \frac{M_\infty}{Re_\infty} \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{xy}u + \tau_{yy}v - \frac{1}{Pr_\infty(\gamma_\infty - 1)} q_y \\ \rho D_s \frac{\partial c_s}{\partial y} \end{pmatrix} \\
H_v &= \frac{1}{y} \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} - \frac{2}{3}y \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{v}{y} \right) \\ \tau_{yy} - \tau_{\theta\theta} - \frac{2}{3} \left(\mu \frac{v}{y} + y \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{v}{y} \right) \right) \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} - \frac{1}{Pr_\infty(\gamma_\infty - 1)} q_y - \frac{2}{3} \left(\mu \frac{v^2}{y} + y \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{v^2}{y} \right) + y \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{uv}{y} \right) \right) \\ \rho D_s \frac{\partial c_s}{\partial y} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

내부에너지

총 내부에너지는 식. 3과 같이 병진-회전에너지, 진동에너지, 생성에너지, 운동에너지로 구성된다. 병진 운동과 회전 운동의 에너지를 하나의 온도 T 로 나타내고 진동 운동의 에너지를 다른 하나의 온도 T_v 로 나타냈다. 여기서 η_s 는 몰-질량비이고, $\Delta H_{f,s}$ 는 생성열이다.

$$\rho e_t = E_{\text{trans-rot}} + E_{\text{vib}} + E_{\text{hof}} + E_{\text{kinetic}} \quad (3)$$

$$E_{\text{trans-rot}} = (\sum c_{v,s} \eta_s) T \quad (4)$$

$$E_{\text{vib}} = \sum e_{v,s} \eta_s \quad (5)$$

$$E_{\text{hof}} = \sum \Delta H_{f,s} \eta_s \quad (6)$$

$$E_{\text{kinetic}} = \frac{\rho}{2} (u^2 + v^2) \quad (7)$$

식. 4에서 $c_{v,s}$ 는 각 화학종의 정적 비열이고 분자의 자유도에 의해 식. 8로 구할 수 있다.

$$c_{v,s} = \frac{n}{2} \bar{R} \quad (8)$$

$$\text{단원자분자 } c_{v,s} = \frac{3}{2} \bar{R} = 12.471 \text{ JK}^{-1} \text{mol}^{-1}$$

$$\text{이원자분자 } c_{v,s} = \frac{5}{2} \bar{R} = 20.785 \text{ JK}^{-1} \text{mol}^{-1}$$

여기서 \bar{R} 은 일반기체상수로 8.314 J/K-mol 이고, n 은 분자의 자유도이다. 단원자분자의 경우 회전 운동 없이 3방향으로 병진 운동만 있으므로 $n=3$ 이고, 이원자분자의 경우는 3방향의 병진 운동과 2방향으로의

회전 운동을 고려하여 $n=5$ 이다. 분자 간을 잇는 축에 대한 회전에너지는 무시할 수 있을 만큼 작다.

식. 5의 $e_{v,s}$ 는 단일 화학종의 진동에너지로 식. 9로 정의되며 여기서 θ_s 는 진동특성온도로 식. 10을 통해 구할 수 있다. h 는 플랑크 상수, ν 는 특성 주파수, κ 는 볼츠만 상수이다.

$$e_{v,s} = \frac{\theta_s}{\exp\left(\frac{\theta_s}{T_v}\right) - 1} \bar{R} \quad (9)$$

$$\theta_s = \frac{h\nu}{\kappa} \quad (10)$$

열전달 플럭스

다양한 화학종을 가지고 있는 혼합물의 유동은 전도에 의한 열전달 외에도 확산에 의한 에너지 전달이 발생한다. 그러므로 열전달 플럭스는 전도에 의한 열전달과 확산에 의한 열전달을 고려하였다.

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_c + \mathbf{q}_D \quad (11)$$

$$q_{c,x} = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \quad q_{c,y} = -k \frac{\partial T}{\partial y} \quad (12)$$

$$q_{D,x} = \sum_s \rho h_s D_s \frac{\partial c_s}{\partial x}, \quad q_{D,y} = \sum_s \rho h_s D_s \frac{\partial c_s}{\partial y} \quad (13)$$

여기서 h_s 는 각 화학종의 엔탈피로 식. 3의 총 에너지와 비슷한 방식으로 구하며 식. 14에 정리하였다. 여기서 M_s 는 분자량이다.

$$h_s = H_s/M_s \quad (14)$$

$$H_s = c_{v,s}T + \frac{\theta_s}{\exp(\frac{\theta_s}{T}) - 1} \bar{R} + \Delta H_{f,s} + \bar{R}T$$

전달 계수

벽면 경계층, 플룸의 박리 현상 및 주위의 전단층을 정확하게 모사하기 위해서는 공기가 아닌 혼합물의 점성 계수를 구할 수 있어야 한다. 또한 기저면으로의 열전달량을 계산하기 위해서 식. 12의 열전달 계수 k 가 필요하다.

혼합물의 점성 계수와 열전달 계수를 구하기 위하여 Wilke의 방정식 [33]을 이용하였고 식. 15에 이를 나타냈다. 이 식은 약 10,000K까지의 고온에서도 높은 정확도와 쉬운 계산 방법을 제공 [34],[35] 한다.

$$\mu = \sum_s X_s \frac{\mu_s}{\Phi_s}, \quad k = \sum_s X_s \frac{k_s}{\Phi_s} \quad (15)$$

$$X_s = \frac{\rho_s M}{\rho M_s}, \quad M = \left(\sum_s \frac{c_s}{M_s} \right)^{-1}$$

$$\Phi_s = \sum_i X_i \left[1 + \sqrt{\frac{\mu_s}{\mu_i}} \left(\frac{M_i}{M_s} \right)^{1/4} \right]^2 \left[\sqrt{8} \left(1 + \frac{M_s}{M_i} \right)^{1/2} \right]^{-1}$$

각 화학종의 점성 계수 μ_s 와 전도에 의한 열전달 계수 k_s 는 Svehla가 구한 값 [36] 들을 이용하였다.

난류 모델

본 논문에서는 앞서 설명했듯이 Menter의 $k-\omega$ SST 모델[37]을 사용하였다. $k-\omega$ SST 모델은 함수 F_1 을 도입하여 $k-\omega$ 난류 모델과 $k-\varepsilon$ 난류 모델을 결합시킴으로써 각각의 모델의 장점을 이용하여 다양한 유동에 대하여 정확한 난류 해석을 가능하게 한다. 난류 운동 에너지 k 와 난류 에너지의 비소산율 ω 의 전달 방정식은 식. 16, 17과 같다.

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j k}{\partial x_j} = P - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (16)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \omega}{\partial x_j} = \frac{\gamma}{\nu_t} P - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (17)$$

이 때, 각 항들은 다음과 같다.

$$P = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad \tau_{ij} = \mu_t \left(2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

난류에 의한 점성은 다음과 같이 난류 운동 에너지 k 와 난류 에너지의 비소산 ω 의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\mu_t = \frac{\rho k / \omega}{\max[a_1 \omega, \Omega F_2]} \quad (18)$$

여기서 Ω 는 와도의 크기로 다음과 같다.

$$\Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}, \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

함수 F_1 과 F_2 는 각각 식. 19와 식. 22로 구할 수 있다.

$$F_1 = \tanh(\arg_1^4) \quad (19)$$

$$\arg_1^4 = \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} d^2} \right] \quad (20)$$

$$CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \quad (21)$$

$$F_2 = \tanh(\arg_2^2) \quad (22)$$

$$\arg_2 = \max \left(2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega d}, \frac{500\nu}{d^2 \omega} \right) \quad (23)$$

식. 20과 식. 23의 d 는 가장 가까운 벽면으로부터의 거리이다. 식. 16~23에 사용된 상수는 함수 F_1 을 통해 식. 24와 같이 벽면 근처 (1)과 멀리 떨어진 곳 (2)의 상수를 적절히 조합하여 구할 수 있으며 각 상수는 다음과 같다.

$$\Phi = F_1 \Phi_1 + (1 - F_1) \Phi_2 \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} k^2}{\sqrt{\beta^*}} & \gamma_2 &= \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} k^2}{\sqrt{\beta^*}} \\ \sigma_{k1} &= 0.85 & \sigma_{\omega 1} &= 0.5 & \beta_1 &= 0.075 \\ \sigma_{k2} &= 1.0 & \sigma_{\omega 2} &= 0.856 & \beta_2 &= 0.0828 \\ \beta^* &= 0.09 & \kappa &= 0.41 & a_1 &= 0.31 \end{aligned}$$

검증 문제에서 비교한 Compressibility Correction이 적용된 k - ω SST 난류 모델은 Suzen과 Hoffmann[38]의 방법을 참고하였다. 이 방법에

따르면 압축성 효과에 의한 소산 항과 압력 팽창 항이 Menter의 모델에 추가되며 식. 16, 17은 식. 25, 26과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j k}{\partial x_j} = P + (1 - F_1) \overline{p'' d''} - \beta^* \rho \omega k (1 + \alpha_1 M_t^2 (1 - F_1)) + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_j \omega}{\partial x_j} = & \frac{\gamma}{v_t} P + (1 - F_1) \beta^* \alpha_1 M_t^2 \rho \omega^2 - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \\ & 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} - (1 - F_1) \frac{\overline{p'' d''}}{v_t} \end{aligned} \quad (26)$$

여기서 난류 마하수 M_t 는 식. 27에 나타냈고 압력 팽창 항 $\overline{p'' d''}$ 은 식. 28에 나타냈다. 식. 27에서 c 는 음속이다.

$$M_t = \sqrt{2k/c} \quad (27)$$

$$\overline{p'' d''} = -\alpha_2 \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} M_t^2 + \alpha_3 \rho \epsilon M_t^2 \quad (28)$$

이때 $\alpha_1 = 1.0$, $\alpha_2 = 0.4$, $\alpha_3 = 0.2$ 이다.

제 2 절 수치 기법

공간 차분법

초음속 비행체 주위에서 발생하는 충격파와 팽창파 등을 정확히 포착하기 위해서 초음속 및 극초음속 유동에서 강건하고 정확한 AUSMPW+ 기법[39],[40]을 사용하였다. 또한 고차의 공간정확도를 확보할 수 있도록 MUSCL (Monotone Upstream-centered Scheme for Conservation Law) 기법[41]과 TVD (Total Variation Diminishing) 성질을 가진 제한자 중 minmod 제한자[42]를 사용하였다. 점성 플럭스는 중앙차분법을 사용하여 계산하였다.

AUSMPW+ 기법은 극초음속 유동에 의한 비평형 유동장을 해석하기 위해 개발되었기 때문에 자유류 마하수가 5 이상인 경우에도 효과적으로 경사충격파를 포착할 수 있으며 화학종 방정식이 추가 된 지배방정식에도 쉽게 적용이 가능하다.

AUSMPW+ 식. 29와 같이 정리된다.

$$\mathbf{F}_{\frac{1}{2}} = \bar{M}_L^+ c_{\frac{1}{2}} \Phi_L + \bar{M}_R^+ c_{\frac{1}{2}} \Phi_R + (P_L^+ \mathbf{P}_L + P_R^- \mathbf{P}_R) \quad (29)$$

아래 첨자 $\frac{1}{2}$, L , R 은 각각 제어면과 제어면 기준으로 좌우 물성치를 나타낸다. 제어면에서의 마하수는 식. 30으로 정의한다.

$$m_{\frac{1}{2}} = M_L^+ + M_R^- \quad (30)$$

$$\begin{aligned}
\text{i)} \quad m_{\frac{1}{2}} &\geq 0 \\
\bar{M}_L^{\pm} &= M_L^{\pm} + M_R^{\mp} \cdot [(1-w) \cdot (1+f_R) - f_L] \\
\bar{M}_R &= M_R \cdot w \cdot (1+f_R)
\end{aligned} \tag{31}$$

$$\begin{aligned}
\text{ii)} \quad m_{\frac{1}{2}} &< 0 \\
\bar{M}_L^{\pm} &= M_L^{\pm} \cdot w \cdot (1+f_L) \\
\bar{M}_R &= M_R + M_L^{\pm} \cdot [(1-w) \cdot (1+f_L) - f_R]
\end{aligned} \tag{32}$$

압력가중함수 f , w 는 다음과 같다.

$$f_{L,R} = \left(\frac{p_{L,R}}{p_s} - 1 \right) \times \min \left(1, \frac{\min(p_{1,L}, p_{1,R}, p_{2,L}, p_{2,R})}{\min(p_L, p_R)} \right), \quad p_s \neq 0 \tag{33}$$

$$w(p_L, p_R) = 1 - \min \left(\frac{p_L}{p_R}, \frac{p_R}{p_L} \right)^3 \tag{34}$$

여기서, $p_s = p_L^+ p_L + p_R^- p_R$ 이다.

마하수 분할 함수와 압력 분할 함수를 식. 35, 36에 나타냈다.

$$M^{\pm} = \begin{cases} \pm \frac{1}{4}(M \pm 1)^2, & |M| \leq 1 \\ \frac{1}{2}(M \pm |M|), & |M| > 1 \end{cases} \tag{35}$$

$$p^{\pm} = \begin{cases} \frac{1}{4}(M \pm 1)^2(2 \mp M), & |M| \leq 1 \\ \frac{1}{2}(1 \pm \text{sign}(M)), & |M| > 1 \end{cases} \tag{36}$$

좌우 마하수는 다음과 같다.

$$M_{L,R} = \frac{U_{L,R}}{c_{1/2}} \tag{37}$$

시간 적분법

본 연구에서는 시간 적분법으로 Yoon과 Jameson에 의해 개발된 내재적 기법인 LU-SGS 기법[43],[44]을 사용하였다. LU-SGS 기법은 플럭스 분할이 필요하지 않기 때문에 계산 시간이 작아져 효율적으로 수렴된 해를 얻을 수 있다. 식. 2에서 비점성 플럭스 항들을 자코비안 행렬을 도입하여 선형화하면 다음과 같다. 점성 플럭스 항과 축대칭 항들은 내재적으로 처리하지 않았다.

$$E^{n+1} = E^n + A\delta Q, \quad F^{n+1} = F^n + B\delta Q \quad (38)$$

여기서 자코비안 행렬 A, B 은

$$A = \frac{\partial E}{\partial Q}, \quad B = \frac{\partial F}{\partial Q} \quad (39)$$

이를 통해 식. 2를 선형화하면 다음 식. 40과 같다.

$$(I + \Delta t(D_x A + D_y B))\delta Q = -\Delta t R \quad (40)$$

여기서 D_x, D_y 는 $\partial/\partial x, \partial/\partial y$ 에 대한 차분 연산자들이고 R 은 남은 항들이다. 위 식을 LU 분해를 통해 다음의 방정식으로 변환시킨다.

$$LD^{-1}U\delta Q = -\Delta t R \quad (41)$$

$$L = I + \Delta t(D_x^- A^+ + D_y^- B^+ - A^- - B^-) \quad (42)$$

$$D = I + \Delta t(A^+ + B^+ - A^- - B^-) \quad (43)$$

$$U = I + \Delta t(D_x^+ A^+ + D_y^+ B^+ - A^+ - B^+) \quad (44)$$

여기서 D_x^- , D_y^- 는 후방 차분 연산자이고 D_x^+ , D_y^+ 는 전방 차분 연산자이다. A^+ , A^- , B^+ , B^- 는

$$\begin{aligned} A^+ &= \frac{1}{2}(A + \omega\lambda_A I), & A^- &= \frac{1}{2}(A - \omega\lambda_A I) \\ B^+ &= \frac{1}{2}(B + \omega\lambda_B I), & B^- &= \frac{1}{2}(B - \omega\lambda_B I) \end{aligned} \quad (45)$$

λ_A , λ_B 는 자코비안 행렬의 고유값 중 최댓값이고, ω 는 수렴 가속을 위한 가중 값으로 본 연구에서는 1.01을 사용하였다.

화학종을 포함한 유동의 지배방정식에서 전체 밀도 ρ 는 각 화학종들의 합이다.

$$\rho = \sum_i^{N_s} \rho_i \quad (46)$$

그러므로 총 화학종의 개수가 N_s 라고 했을 때 $N_s - 1$ 개의 화학종 방정식의 해를 구하면 식. 46을 통해 나머지 화학종의 밀도를 구할 수 있으며 이를 통해 질량의 보존을 만족시킬 수 있다. 화학종 방정식이 하나 없을 때 자코비안 행렬을 구하면 식. 47로 나타낼 수 있다. 행렬 B 도 같은 방식으로 구할 수 있다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ (\gamma - 1)\left(\frac{q^2}{2} - \Delta h_{fN_s}\right) - u^2 & (3 - \gamma)u & -(\gamma - 1)v & (\gamma - 1) & -(\gamma - 1)\Delta h_{f1} & \cdots & -(\gamma - 1)\Delta h_{fN_s-1} \\ -uv & v & u & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{u}{\rho}h + (\gamma - 1)u\left(\frac{q^2}{2} - \Delta h_{fN_s}\right) & \frac{h}{\rho} - (\gamma - 1)u^2 & -(\gamma - 1)uv & \gamma u & -(\gamma - 1)u\Delta h_{f1} & \cdots & -(\gamma - 1)u\Delta h_{fN_s-1} \\ -\frac{\rho_1}{\rho}u & \frac{\rho_1}{\rho} & 0 & 0 & u & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{\rho_{N_s-1}}{\rho}u & \frac{\rho_{N_s-1}}{\rho} & 0 & 0 & 0 & \cdots & u \end{bmatrix} \quad (47)$$

초기 조건 및 경계 조건

압력, 온도, 마하수 등과 같은 노즐 출구 조건은 노즐의 면적비에 의해 이론적으로 결정되기 때문에 단순히 이를 경계조건으로 계산하여 기저 유동을 해석할 수도 있다. 하지만 이런 방법으로는 노즐 내부에서 형성된 경계층과 유동의 방향 혹은 플룸 화학종의 분포 등을 제대로 묘사할 수 없다. 기저면 주위의 유동 현상을 결정할 때 노즐 벽면의 경계층이 중요한 역할을 하기 때문에 노즐 내부 유동과 외부 유동을 동시에 해석하여 보다 정확하게 플룸을 포함한 기저 유동을 분석하고자 하였다.

그림. 7에서 볼 수 있듯이 기저 압력과 기저면으로의 열전달량을 엄밀하게 계산하기 위해서는 기저면의 벽면에서 격자를 모아 주어야 한다. 하지만 이에 따라 노즐 확산부에서 출구 쪽으로 갈수록 격자가 밀집되어 내부 유동 해석에 의해 발생한 오차가 빠르게 소산되지 못하고 중첩되기 때문에 계산 효율이 안 좋아지게 된다. 그러므로 격자 크기가 줄어들지 않는 노즐 발산부의 특정 위치까지 먼저 수렴시킨 후 그 결과를 초기 조건으로 주어 내부 유동과 외부 유동을 함께 해석하였다.

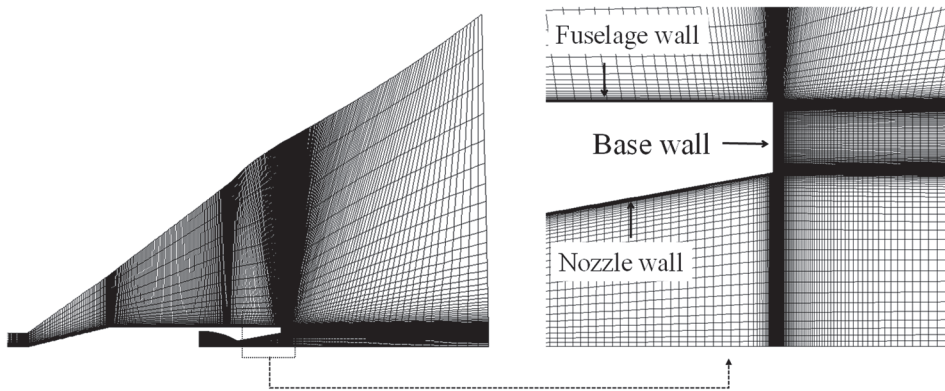


Figure 7 Grid system around the nozzle exit and base

노즐 내부 유동과 자유류를 포함한 외부 유동을 해석하기 위한 경계 조건을 그림. 8에 나타냈다. Mehta 등[18]에 따르면 노즐 벽면에 단열 조건을 주었을 경우 열전달량이 과도하게 예측되는 경향이 있기 때문에 노즐 벽면은 일정 벽 온도 조건을 사용하였고 이 때, 벽면의 온도는 600K으로 가정하였다. 유입류를 결정하기 위하여 노즐의 입구 부분을 연소실로 가정하고 등엔트로피 관계식을 통해 주어진 전압력과 전엔탈피에 대한 속도, 온도, 압력을 결정하였다. 비행체의 전두부와 동체의 벽면은 단열 조건을 주었고 기저면은 일정 벽 온도 조건을 주었다. 구체적인 경계 조건의 수치는 주어진 문제에 따라 표에 정리하였다.

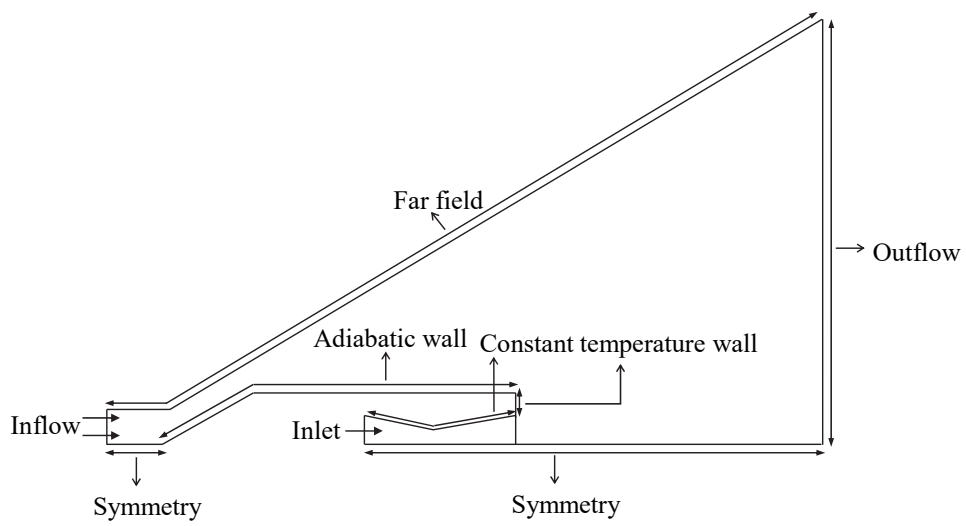


Figure 8 Boundary Conditions

제 3 장 수치 해석 코드 검증과 격자 수렴도 시험

제 1 절 수치 해석 코드의 검증

수치 해석 코드가 기저 유동을 해석할 수 있고 기저 압력 및 열전달량을 정확히 계산할 수 있는지에 대하여 검증하기 위해 다음과 같은 4가지 문제를 해석하였다.

평판을 지나는 초음속 유동

기저 유동을 모사할 때 기저면 근처에서 발생하는 재순환영역에 대한 모사가 중요하며 이를 위해서는 우선 박리가 되기 전의 점성경계층을 정확히 구할 수 있어야 한다. 평판 위를 지나는 초음속 유동에 대한 수치 해석을 수행한 후 평판에 작용하는 표면 마찰 항력을 계산하고 항력 계수를 van driest의 이론 값[45]과 비교하였다. 유동 조건 및 경계조건을 표. 3과 그림. 9에 나타냈다.

그림. 10은 수치 해석을 통해 구한 표면 마찰 계수 C_f 와 이론 값을 비교한 것이다. 층류와 난류의 정확도를 한꺼번에 확인하기 위하여 특정 위치에서 층류에서 난류로 강제 천이를 발생시켰다. 그림에서 볼 수 있듯이 2가지 경우 모두 이론 값과 잘 일치하는 것을 볼 수 있으며 이를 통해 발사체의 동체 위 혹은 노즐 내부에서 생성되는 경계층의 정확도에 대한 확신을 가질 수 있었다.

Table 3 Flow conditions for supersonic flat plate

Flow conditions	
Ma_∞	8.0
p_∞ [pa]	121114
ρ_∞ [kg/m ³]	0.19475
T_∞ [K]	216.65
μ_∞ [Ns/m ²]	1.4216×10^{-5}

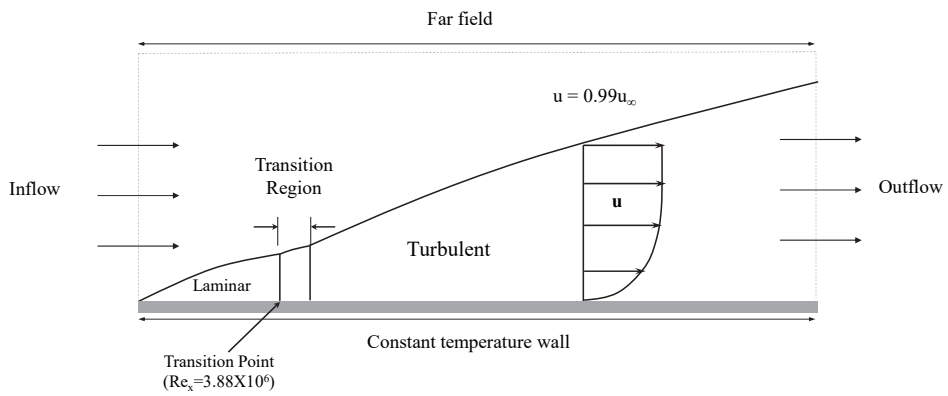


Figure 9 Flow conditions and boundary conditions for supersonic flow over the flat plate

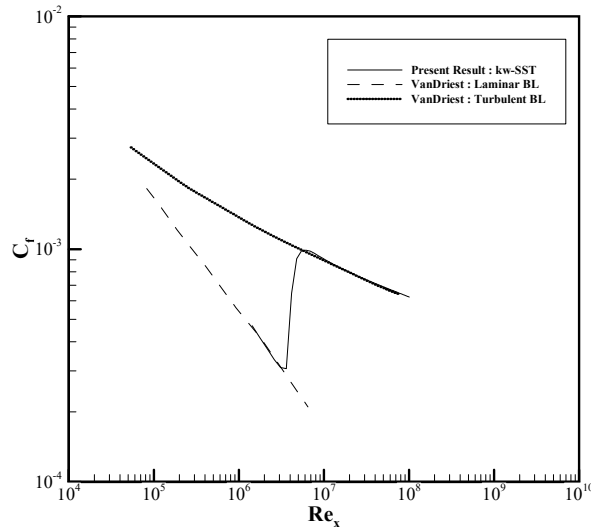


Figure 10 Skin friction coefficients of flat plate for $Ma_\infty=8.0$

후방 계단을 지나는 초음속 유동

두 번째로 후방 계단을 지나는 초음속 유동에 대한 수치 해석을 수행하여 압력 계수를 Herrin과 Dutton의 실험 값[12]과 비교하였다. 유동 조건 및 경계조건을 표. 4와 그림. 11에 나타냈다. $k-\omega$ SST 난류 모델과 $k-\omega$ SST 난류 모델에 압축성 보정(compressibility correction)을 하였을 경우를 비교하여 그림. 12에 나타냈다. $k-\omega$ SST 난류 모델을 사용했을 때는 위쪽에서 낮은 압력을 보이며 그 평균 값이 실험 값에 비해 작은 것을 알 수 있다. 반면에 $k-\omega$ SST 난류 모델에 압축성 보정(compressibility correction)을 하였을 경우 평균 값이 어느 정도 일치하는 것을 알 수 있다. 하지만 실험 값은 기저면을 따라 일정한 압력을 보이는데 반해 두 난류 모델 모두 최대 값과 최소 값의 차이가 크다.

Table 4 Flow conditions for supersonic flow backward facing step

Flow conditions	
Ma_∞	2.46
R [mm]	31.75
p_∞ [pa]	31415
ρ_∞ [kg/m ³]	0.7549
T_∞ [K]	145

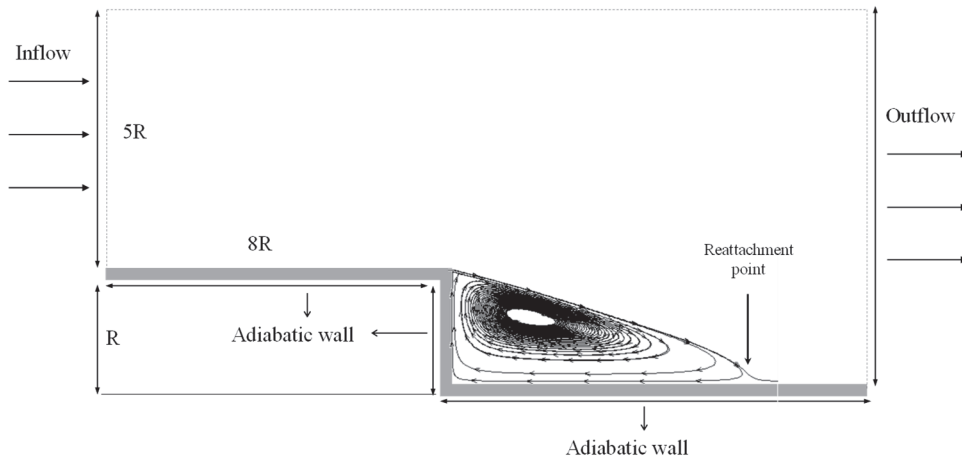
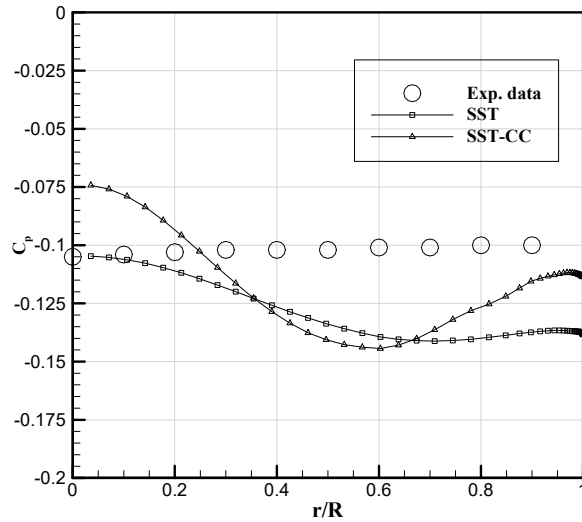


Figure 11 Flow conditions and boundary conditions for supersonic flow backward facing step



**Figure 12 Base pressure comparisons with experimental data for $Ma_\infty=2.46$,
 $R=31.75[\text{mm}]$, $p_\infty=31415[\text{pa}]$**

플룸을 포함한 기저 유동 해석에 기존의 $k-\omega$ SST 모델과 압축성 보정을 한 $k-\omega$ SST 모델을 비교하여 표. 5와 그림. 13에 나타냈다. 표와 그림에서 ‘SST’ 는 기존의 모델을 사용한 결과이고 ‘SST -CC’ 는 압축성 보정을 한 결과이다. 유동 조건은 자유류 마하수 5, 배압비가 5, 35, 65, 플룸 비열비가 1.4인 경우에 대해서 수치 해석을 수행하였다.

표. 5는 배압비에 따른 평균 기저 압력비를 나타낸 것으로 표에서 볼 수 있듯이 압축성 보정을 하였을 경우 검증 문제와 마찬가지로 기존 SST 난류 모델에 비해서 전반적으로 높은 평균 압력 값을 갖는 것을 확인 할 수 있다. 하지만 배압비가 5인 경우를 기준으로 정규화를 하면 그림. 13에서 볼 수 있듯이 그 경향성에는 큰 차이가 없음을 확인 할 수 있다.

또한 기저 유동에 대한 이전 연구[14],[25],[46],[47],[48]들을 살펴 보면 많은 경우 기존의 $k-\omega$ SST 난류 모델을 사용하여 연구를 수행하였고 Forsythe 등[12]의 결과를 보면 압축성 보정을 한 경우 기저 압력의 최대 값과 최소 값 차이가 기존의 $k-\omega$ SST 모델보다 더 큰 것을 확인할 수 있다. 본 논문의 주제는 기저 항력과 열전달량에 영향을 미치는 다양한 요인들을 정량적으로 평가하기 보다는 각 요인들이 기저 유동에 영향을 미치게 되는 물리적인 현상을 규명하고 그에 따른 정성적인 경향성을 평가하는 것이다. 그렇기 때문에 압축성 보정을 하지 않은 기존의 $k-\omega$ SST 난류 모델을 사용하여도 논문의 요지에 크게 벗어나지 않을 것으로 판단하여 이를 사용하였다.

Table 5 Average base pressure comparisons between $k-\omega$ SST and $k-\omega$ SST -CC

배압비 (p_j/p_∞)	SST	SST-CC
5	0.1374	0.1653
35	0.3402	0.4031
65	0.4505	0.5653

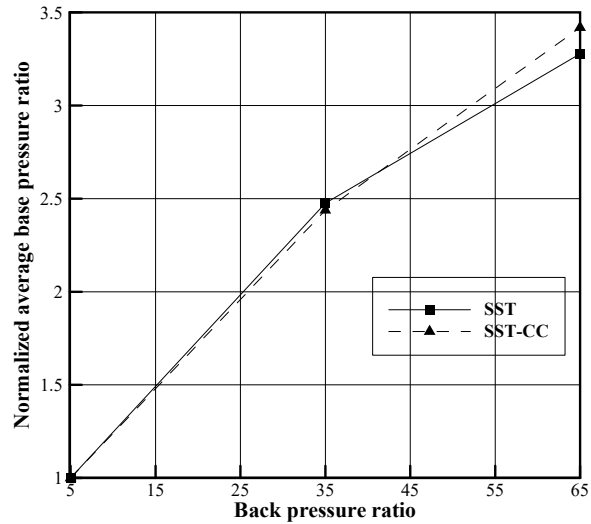


Figure 13 Normalized average base pressure ratio comparisons between $k-\omega$ SST and $k-\omega$ SST-CC

실린더 주위의 극초음속 유동

극초음속으로 비행하는 실린더 문제는 실린더 전방에서 생기는 강력한 충격파에 의해 발생한 고온 영역으로부터 표면으로 전달되는 열전달량을 검증하기 위해 많이 사용된다. 계산에 사용된 자유류 조건은 표. 6에 정리하였다. 그림. 14에서 볼 수 있듯이 열전달량은 정체점에서 약 600 kW/m^2 까지 상승했다가 길이 방향으로 점진적으로 감소하는 경향을 보인다. 계산된 열전달량 결과는 실린더 반경 방향을 따라 실험치와 비교했으며 상당히 잘 일치하고 있음을 확인 할 수 있다.

Table 6 Flow conditions for hypersonic flow around cylinder

Flow conditions	
Re_∞	1.5×10^5
Ma_∞	16.32
p_∞ [pa]	82.95
ρ_∞ [kg/m ³]	0.556×10^{-3}
T_∞ [K]	52
T_{wall} [K]	294.4

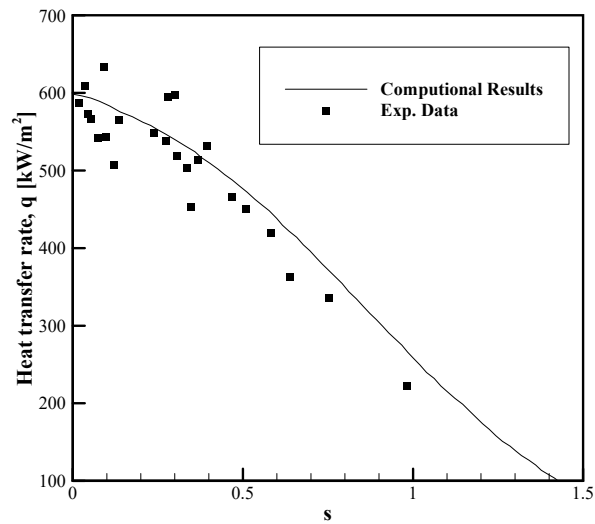


Figure 14 Heat flux comparisons of hypersonic cylinder for $Ma_\infty=16.32$, $p_\infty=82.95$ [pa], $T_\infty=52$ [K], $T_{wall}=294.4$ [K]

공기를 이용한 Jet on 비행체 유동

공기를 이용하여 플룸을 포함한 유동을 실험한 McGhee의 결과[6]와 박리 길이 및 박리 각을 비교하였다. 이를 통해 본 연구에서 개발된 코드가 박리 영역을 정확히 계산할 수 있는지의 여부를 판단하였다. 유동 조건 및 실험 결과를 표. 7에 정리하였고, 참고문헌의 슐리렌 사진을 그림. 15에 나타냈다. 슐리렌 사진을 통해 미끄럼 유선으로 구분되는 박리 영역을 확인 할 수 있으며 비행체의 전두부에서 발생하는 충격파 및 동체 위에 형성된 박리 영역에 의해 발생하는 충격파도 볼 수 있다. 이 때 박리 영역이 형성되어 있는 길이 l_s 를 전체 비행체 길이 L 로 나눈 값은 0.5가 되고 박리각은 6.5° 이다.

같은 형상에서 수치 해석을 통해 얻은 결과의 밀도 분포도로 박리 길이와 박리각을 비교하여 그림. 16에 나타냈다. 수치 해석 결과는 0.507, 박리각은 6.4° 로 1% 내외의 오차를 보인다. 이를 통해 플룸을 포함한 유동 해석이 충분히 가능하며 특히 박리 영역을 정확히 포착할 수 있는 것을 확인하였다.

Table 7 Flow conditions and experimental data

Flow conditions	Separation length (l_s/L)	Separation angle (θ_s)
$Re_\infty=6.86 \times 10^5$ $M_\infty=6.0$ $T_\infty=51.6 [K]$ $p_j/p_\infty=223$	0.5	6.5

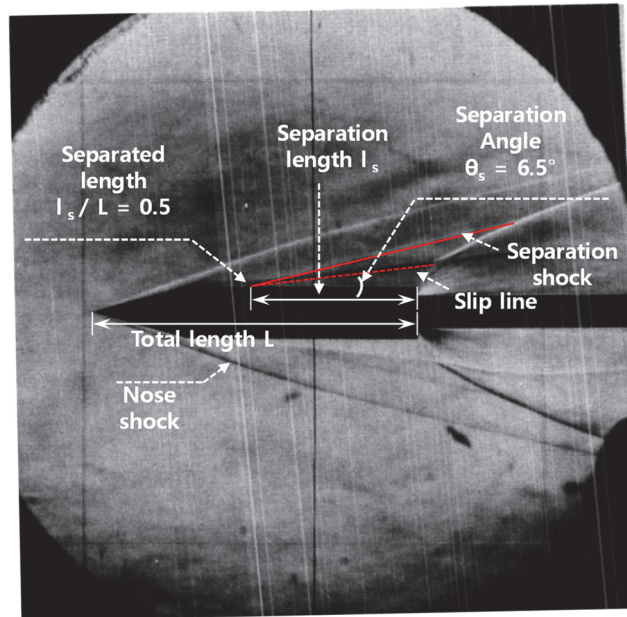


Figure 15 Schlieren image and experimental results for $Ma_\infty=6$, $p_1/p_\infty=223$

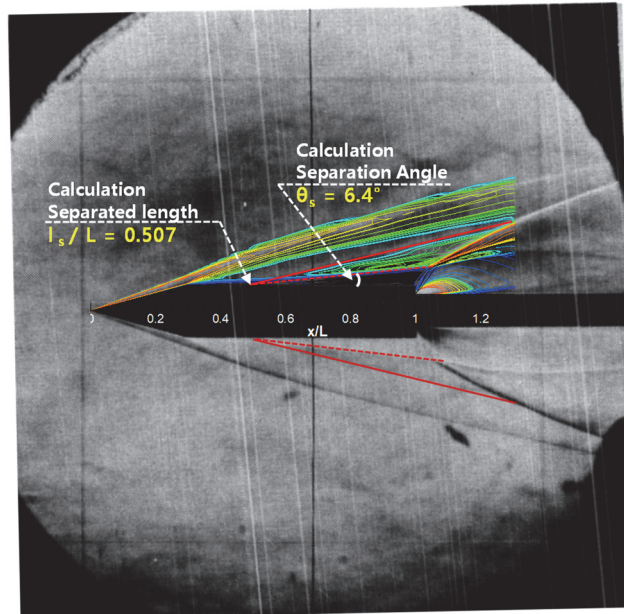


Figure 16 Computational results of pressure for $Ma_\infty=6$, $p_1/p_\infty=223$

제 2 절 격자 수렴도 시험

주어진 형상에 대하여 기준 격자를 생성하고 기저면에 작용하는 압력을 비교하여 격자 수렴도 테스트를 수행하였다. 격자 수렴도 시험을 위한 조건은 표. 8에 정리하였다.

Table 8 Flow conditions for grid convergence test

Freestream Conditions	
Ma_∞	5
Re_∞	1.18×10^8
T_∞ [K]	300
p_j/p_∞	5

기준이 되는 격자계는 기저면이 있는 구역에서 축 방향과 반경 방향으로 각각 240×240 개의 격자 수를 가진다. 성긴 격자와 정교한 격자를 만들어 기준 격자와 비교하였다. 성긴 격자와 정교한 격자는 각각 기저면이 있는 구역에서 180×180 개, 360×360 개의 격자 수를 가진다. 그림. 17은 기저면에 작용하는 압력 분포를 나타낸 것이다. 기준 격자와 정교한 격자를 비교해보면 압력의 최고점 위치가 거의 차이가 없다. 하지만 성긴 격자는 다른 2개의 경우와 비교했을 때 전반적으로 상당한 차이가 나는 것을 알 수 있다. 평균 압력을 계산해보면 기준 격자와 정교한 격자의 차이가 2% 내외로 거의 유사한 평균 압력을 보인다. 그러므로 본 연구에서는 몇 가지 예외적인 경우를 제외하고 대부분은 기준 격자를 사용하여 계산을 수행하였다.

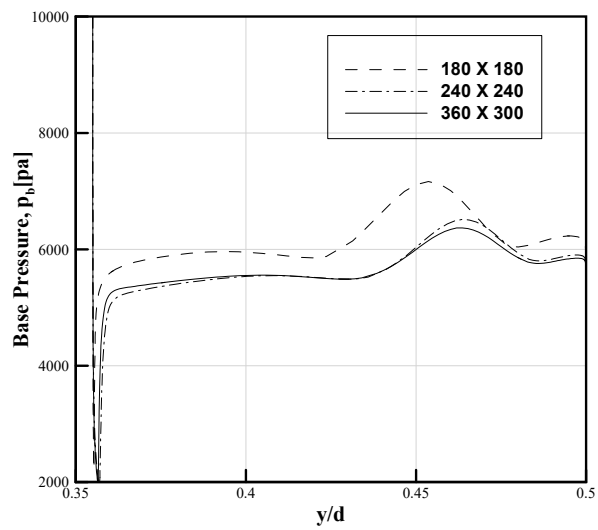


Figure 17 Base pressure distributions for grid convergence test, flow conditions are $Ma_\infty=5$, $Re_\infty=1.18 \times 10^8$, $T_\infty=300[K]$, $p_j/p_\infty=5$

제 3 절 다화학종과 2 화학종 플룸 모델 비교

기저 항력 및 열전달량 특성을 분석 하기에 앞서 플룸 혼합물과 공기의 2화학종 플룸 모델에 대한 타당성을 검토하였다. 2화학종 모델을 사용하는 경우 플룸 비열비가 일정하다고 가정하였고 이러한 가정을 통해 비교적 효율적으로 수치 해석을 수행할 수 있다. 다화학종 플룸 모델을 사용할 경우 화학종의 개수만큼 화학종 방정식을 풀어야하기 때문에 수치 해석을 위한 계산 시간이 상당히 증가하기 때문이다. 그러므로 2화학종 플룸 모델을 다화학종 플룸 모델과 비교하여 2화학종 모델의 적용 가능성을 확인한 후 4장과 5장의 결과를 해석하는데 사용하였다. 이 때 비교를 위한 다화학종 플룸 모델에서 화학 반응은 고려되지 않았다.

NASA의 Chemical Equilibrium Applications (CEA) 프로그램 [49],[50]을 이용하여 화학종의 조성비를 구하였다. 이 때의 비열비는 약 1.23이다. 이 화학종들의 질량분율과 물성치를 표. 9에 나타냈다. 또한 이 화학종들의 전달 계수는 별첨의 표. E에 정리하였다.

자유류 마하수가 5, 배압비가 5인 경우에 대해서 플룸 비열비가 1.1, 1.2, 1.3, 1.4로 일정한 값을 갖는 경우를 비교하였다. 우선 노즐 출구의 마하수와 압력을 보면 그림. 18, 19와 같다. 여기서 y 축은 노즐 중심에서부터 노즐 벽면까지의 거리이다. 그림에서 볼 수 있듯이 마하수와 압력이 플룸 비열비가 1.2와 1.3 사이의 값을 갖는 것을 알 수 있다. 또한 그림. 20은 기저면에서의 압력 분포를 나타낸 것으로 압력 분포의 양상이 크게 다르지 않고 이 역시 플룸 비열비가 1.2와 1.3 사이의 값을 갖는다. 이는 비록 다화학종을 고려하였지만 화학 반응이 고려되지 않는다면 비열비의 값이 크게 바뀌지 않기 때문인 것으로 보인다.

Table 9 Plume species and properties

Species	Molecular weight	Heat of formation (J/kmole $\times 10^8$)	Mass fraction
O	15.9994	2.49	1.250×10^{-3}
N	14.0067	4.73	0
H	1.0079	2.18	6.000×10^{-5}
OH	17.073	0.39	1.224×10^{-2}
H ₂	2.0159	0.00	6.600×10^{-4}
CO	28.0104	-1.11	6.625×10^{-2}
NO	30.0061	0.90	1.872×10^{-1}
O ₂	31.9988	0.00	4.436×10^{-1}
N ₂	28.0134	0.00	1.032×10^{-2}
H ₂ O	18.0153	-2.42	3.112×10^{-2}
CO ₂	44.0098	-3.94	2.473×10^{-1}

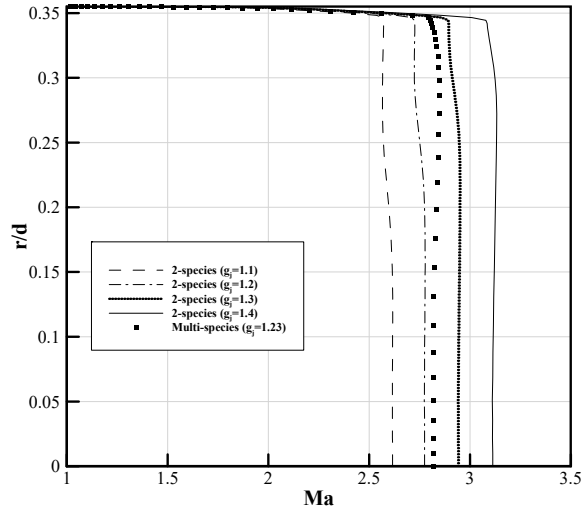


Figure 18 Nozzle exit Mach number distributions for $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ and multi-species for $Ma_\infty=5, p_i/p_\infty=5$

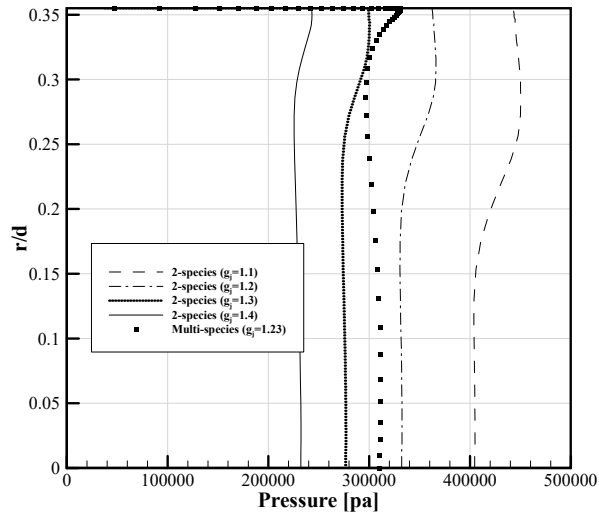


Figure 19 Nozzle exit pressure distributions for $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ and multi-species for $Ma_\infty=5, p_i/p_\infty=5$

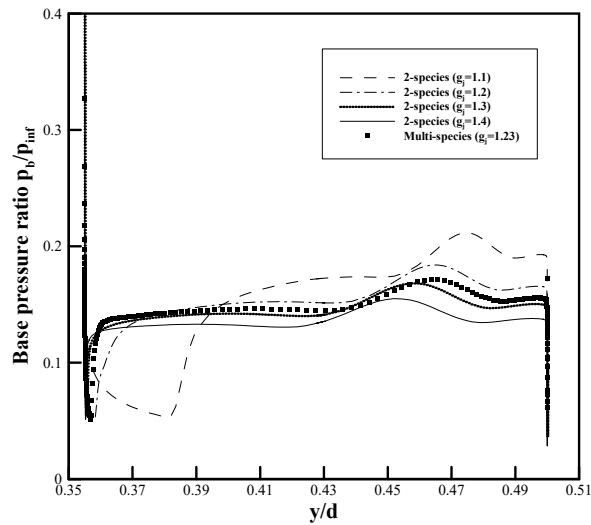


Figure 20 Base pressure ratio distributions for $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$ and multi-species for $Ma_\infty=5, p_i/p_\infty=5$

제 4 장 비행체 형상에 따른 기저 유동 변화

기저 압력과 열전달량 특성 연구에 앞서 재순환 영역의 크기에 대하여 정의하였다. 그림. 21은 해석 결과를 통해 얻은 재순환 영역과 이에 대한 개략도로 기저면에서 발생할 수 있는 3가지 유형 중 PIFS Type II의 전형적인 형태이다. 그림에서 볼 수 있듯이 재순환 영역은 아래 쪽과 위 쪽 2개로 구성되어있다. 기저면에서 박리가 발생하는 지점을 SP, 노즐 출구 모서리를 A, 동체 후미부의 모서리를 B, 두 개의 재순환 영역이 만나는 지점을 C 라고 명명하였다. 그리고 SP-C 와 축 방향이 이루는 각도를 박리각 α , B-C 와 축 방향이 이루는 각도를 박리각 β 로 정의하였다. 그러므로 박리각이 감소하면 재순환 영역이 커지고 박리각이 증가하면 재순환 영역이 작아진다. 실제로는 재순환 영역이 전단층에 둘러싸여 있어 SP-C, B-C 가 완벽한 직선이 아니기 때문에 정확한 각도를 정의할 수 없다. 하지만 이러한 개념을 통해 재순환 영역에 대한 정량적인 분석을 가능하게 하고 그 크기를 직관적으로 알 수 있는 장점을 가지기 때문에 뒤에 나올 논의에도 사용하였다.

PIFS Type II의 기저 압력 특징을 잘 설명할 수 있도록 대표적인 기저 압력 분포를 그림. 22에 나타냈다. x축은 노즐 출구 모서리 A에서 동체 후미부 모서리 B까지의 길이를 기저면 직경으로 나눈 값이며 y축은 기저 압력을 자유류 압력으로 나눈 기저 압력비이다. 그림에서 볼 수 있듯이 기저 압력은 세 영역으로 나눌 수 있다. 기저면에 경계층이 형성된 부분에서는 유동이 팽창함에 따라 압력이 감소하다가 압축과 영역을 지나며 압력이 증가한다. 재순환 영역에서는 대체적으로 일정한 압력을 보이지만 정체점에서 가장 높은 압력을 보인다.

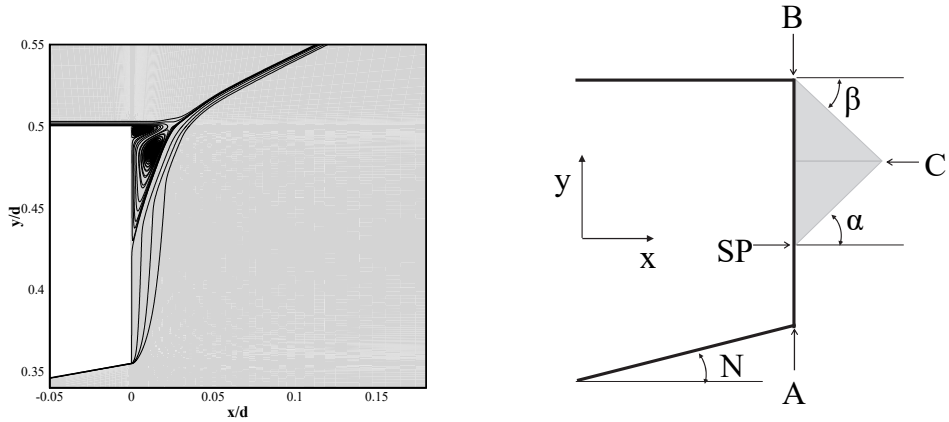


Figure 21 Computational Results and schematics of recirculating zone

기저 압력과 마찬가지로 열전달량 분포의 대표적인 사례를 그림. 23에 나타냈다. 노즐 출구 모서리에서 박리점까지 팽창에 의해 온도가 낮아지기 때문에 열전달량의 감소를 보인다. 그 후 박리점에서 교란이 발생하여 갑작스럽게 낮아졌다 다시 회복한다. 박리점에서 갑작스럽게 열전달량이 낮아지는 이유는 박리점에서 속도 구배가 0이 되며 마찰력이 없으므로 열전달량이 최소가 되기 때문인 것으로 보인다. 그 직후 벽면 근처에서 역으로 회전하는 유동에 의해 열전달량이 약간 증가하며 재순환 영역 내의 온도가 높기 때문에 재순환 영역에서는 팽창 영역보다 높은 열을 전달하게 된다. 또한 회전하는 2개의 유동이 만나는 정체점에서 높은 열전달량을 보인다.

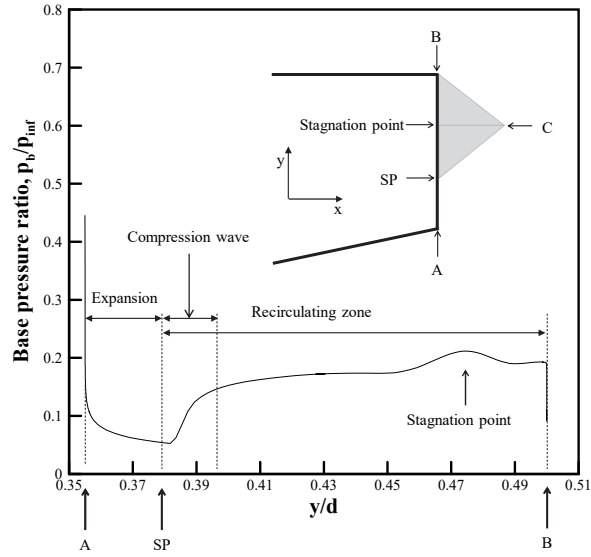


Figure 22 Base pressure distribution for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.1$

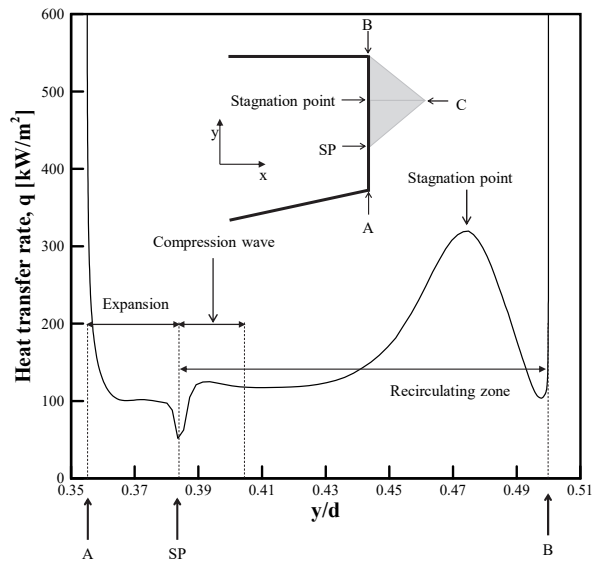


Figure 23 Heat transfer rate distribution for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.1$

제 1 절 기저면 직경

비행체 형상 변수 중 하나인 기저면의 직경이 기저 압력과 열전달량에 미치는 영향에 대하여 연구를 수행하였다. 노즐 출구의 크기와 동체의 길이는 고정된 상태에서 노즐 출구를 제외한 기저면의 크기가 기준이 되는 형상의 것보다 1.5배, 2배, 3배가 될 때 기저 압력과 열전달량의 변화를 살펴보았다.

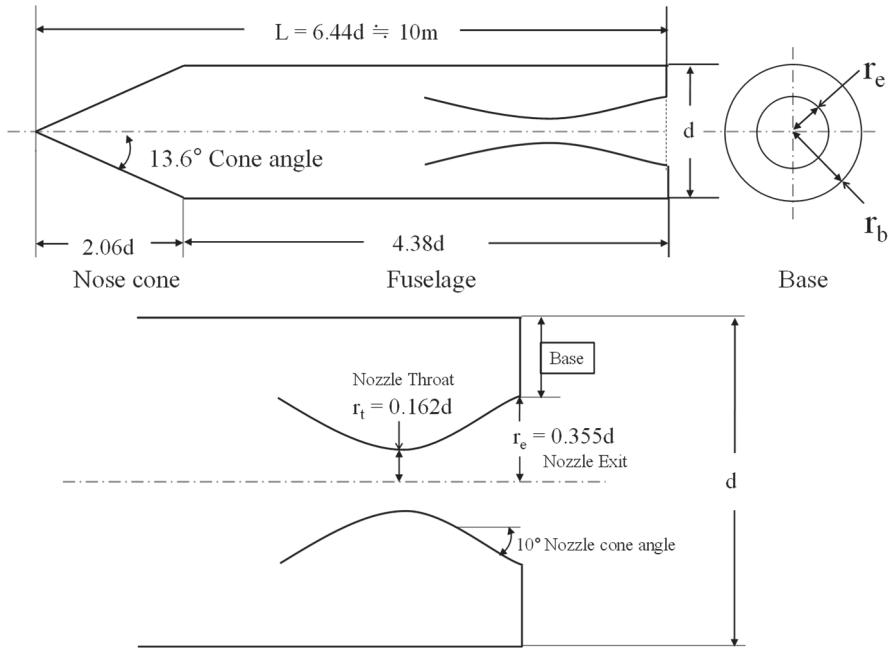


Figure 24 Configurations of reference model

연구 대상이 되는 모델의 제원을 그림. 24에 나타냈다. 기준이 되는 형상의 직경을 d , 전두부를 포함한 전체 기체의 길이를 L 로 명명하였다. 전두부의 반원각은 약 13.6° 이고 전체 기체 길이 L 은 10m 로 직경의

6.44배이다. 노즐 출구의 반지름 r_e 는 직경의 0.355배이고, 노즐 목의 반지름 r_t 는 직경의 0.162배이다. 이상 기체가 노즐 출구에서 마하수 3이 되도록 출구와 목의 반지름을 결정하였다. 노즐 확산부와 수축부의 반원각은 10° 이고 목의 곡률에 많은 영향을 받지 않도록 확산부의 길이를 적절히 길게 하였다. 그림. 25에서 볼 수 있듯이 전두부의 반원각을 유지하기 위하여 기저면 직경이 늘어날 경우 전체 기체의 길이가 길어져 경계층이 약간 두꺼워지는데 그 영향은 무시하였다. 각 경우에 대한 형상 조건 및 유동 조건을 표. 10에 정리하였다.

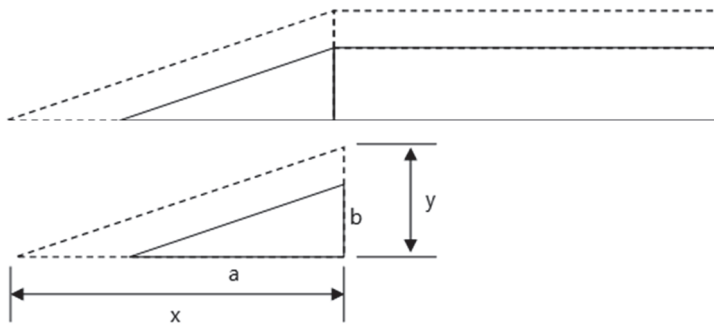


Figure 25 Nose length increase due to base diameter increase

Table 10 Base diameter and flow conditions

Case	Base diameter	Ma_∞	p_i/p_∞	γ_j	T_∞	T_{wall}
Obase	d/d_e	5	5	1.2	300K	600K
Hbase	$1.145d/d_e$					
Dbase	$1.29d/d_e$					
Tbase	$1.58d/d_e$					

기저 압력

각 경우에 대한 평균 기저 압력비, 압력 계수, 박리점 SP 와 박리각 α , β 를 표. 11에 정리하였다. 여기서 SP 는 비행체의 축 대칭 선을 기준으로 했을 때 축 대칭 선으로부터 박리점까지의 반경 방향 길이를 각 기저면 직경으로 나눈 값이다. 식. 48을 통해 기저면에 작용하는 압력의 면적당 평균을 구하고 식. 49로 압력 계수를 구하여 비교하였다. 표에서 볼 수 있듯이 기저면 직경이 길어질 수록 평균 기저 압력비와 압력 계수가 감소하여 기저 항력이 증가하는 것을 알 수 있다.

기저면 직경에 따른 압력 분포와 재순환 영역을 그림. 26에 나타냈다. y/d 로 나타낸 기저면의 길이가 다르기 때문에 기저면 직경이 클수록 재순환 영역의 크기가 큰 것을 알 수 있으며 직경이 작을수록 전반적으로 재순환 영역이 노즐 출구 쪽으로 내려오는 형태인 것을 알 수 있다. 또한 압력 분포도를 통해 직경이 작을수록 전체적인 압력이 높은 것을 알 수 있다.

$$p_{b,avg} = \frac{\int p(r,\theta)dA}{\int dA} \quad (48)$$

$$C_p = \frac{2}{\gamma_\infty M_\infty^2} \left(\frac{p_{b,avg}}{p_\infty} - 1 \right) \quad (49)$$

Table 11 Calculated results according to base diameter

Case	$P_{b,avg}/P_{\infty}$	C_p	SP	α (deg.)	β (deg.)
Obase	0.1549	-0.0483	0.3588	63.2	26.2
Hbase	0.1246	-0.0500	0.3188	63.1	28.2
Dbase	0.1077	-0.0510	0.2891	62.5	29.5
Tbase	0.0854	-0.0523	0.2479	61.5	31.2

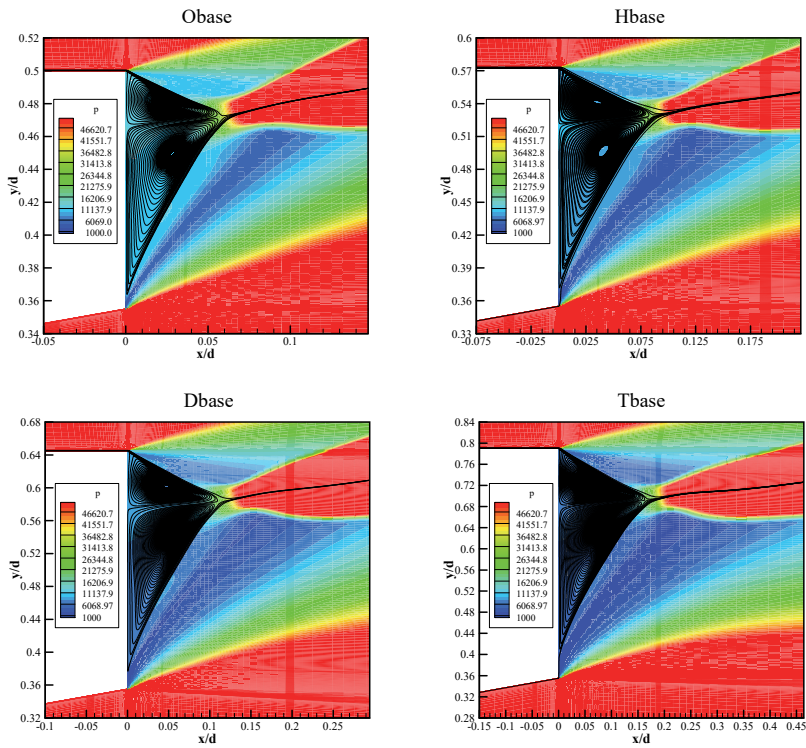


Figure 26 Computational results of pressure contour and recirculation zone near the base according to base diameter for $Ma_{\infty}=5$, $p_j/p_{\infty}=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_{\infty}=300[K]$, $T_{wall}=600[K]$, base diameter of Obase=d, Hbase=1.145d, Dbase=1.29d, Tbase=1.58d

기저면 직경에 따른 기저 압력비를 정확히 알아보기 위하여 기저면을 따른 압력 분포를 그림. 27에 나타냈다. 기저면 직경이 클수록 재순환 영역에서 전반적인 압력 분포가 감소한다. 박리점이 노즐 출구에서 멀어지는 것처럼 보이지만 전체 기저면 길이에 대비해서는 오히려 노즐 출구 쪽에 가까워 지기 때문에 SP 는 감소한다. 또한 박리각 α 역시 직경이 길어질수록 감소하고, 박리각 β 는 증가한다. 이는 곧 앞서 살펴보았듯이 재순환 영역이 전반적으로 노즐 출구 쪽으로 내려오는 형태이며 제트 유동의 반경 방향 모멘텀이 상대적으로 작다는 의미이다.

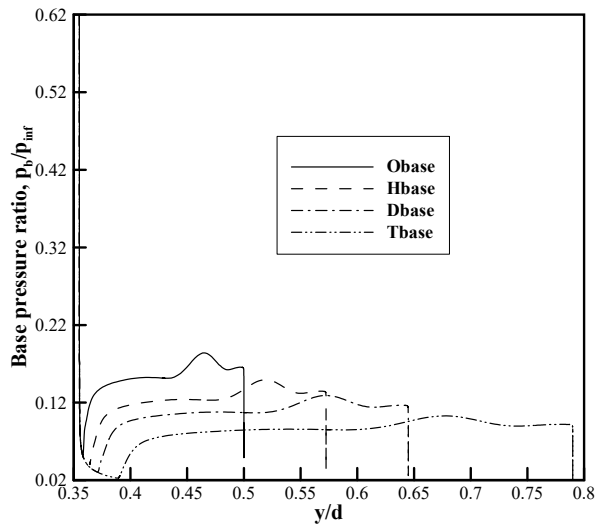


Figure 27 Base pressure distributions according to base diameter for $Ma_\infty=5$, $p_i/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300[K]$, $T_{wall}=600[K]$, base diameter of Obase= d , Hbase= $1.145d$, Dbase= $1.29d$, Tbase= $1.58d$

노즐 출구의 직경이 같으므로 노즐에서 나오는 질량 유량은 정해져 있다. 그렇기 때문에 기저면 위로 유입되는 면적당 질량 유량은 기저면의 길이가 길어질수록 작아지며 면적당 평균 기저 압력비는 감소한다. 또한 박리가 상대적으로 빠르게 발생하지만 그만큼 재순환 영역이 넓어졌기 때문에 박리각은 작아지게 된다.

동체 후미부의 모서리에서 반경 방향으로 $y/d=0.001$ 만큼 떨어진 위치에서 유선을 그린 후, 유선을 따라 압력과 마하수 분포를 나타내면 각각 그림. 29, 30 과 같다. x축은 기준이 되는 기저면 직경으로 무차원화된 축 방향 길이로 $x/d=0$ 에서 유동이 박리 된다. 그림에서 볼 수 있듯이, 동체 위를 흐르던 유동은 박리 되기 전까지 기저면 직경과 관계없이 거의 같은 마하수와 압력이다. 하지만 박리 된 이후 기저면 직경이 길수록 더 많이 팽창하여 마하수가 커지고 압력이 감소하는 것을 확인할 수 있다.

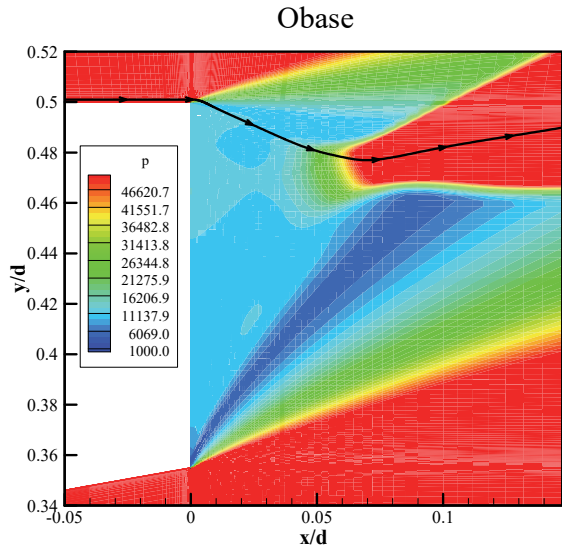


Figure 28 Streamline through $y/d=+0.001$, $x/d=0$ for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_1=1.2$, $T_\infty=300[K]$, $T_{wall}=600[K]$ of Obase

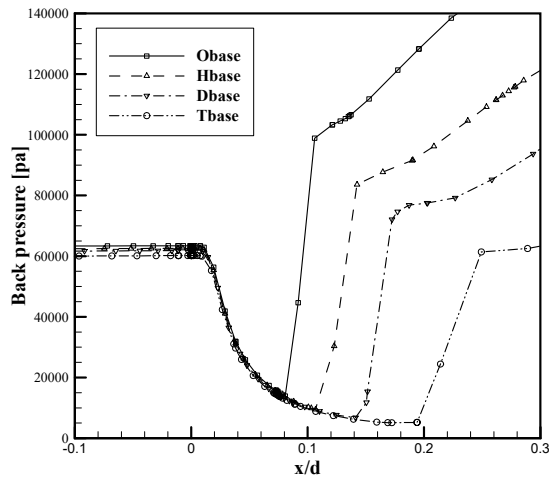


Figure 29 Back pressure distributions according to base diameter for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_1=1.2$, $T_\infty=300[K]$, $T_{wall}=600[K]$, base diameter of Obase= d , Hbase= $1.145d$, Dbase= $1.29d$, Tbase= $1.58d$

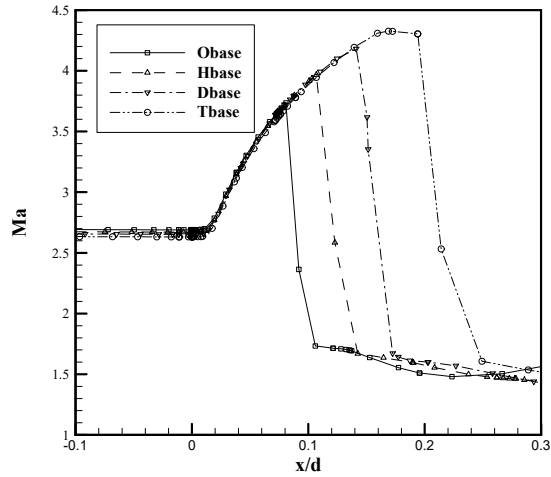


Figure 30 Mach number distributions according to base diameter for $Ma_\infty=5$, $p_1/p_\infty=5$, $\gamma_1=1.2$ $T_\infty=300[K]$, $T_{wall}=600[K]$, base diameter of $O_{base}=d$, $H_{base}=1.145d$, $D_{base}=1.29d$, $T_{base}=1.58d$

열전달량

면적당 평균 열전달량 q_{avb} 와 총 열전달량 Q 를 구하여 이를 표. 12 에 정리하였고 기저면 직경에 따른 kW/m^2 로 나타낸 열전달량 분포를 그림. 31에 나타냈다. 열전달량 분포를 보면 기저면 직경이 넓어질수록 전체적인 열전달량이 감소하고 하는 것을 알 수 있다. 면적당 평균 열전달량은 식. 48과 비슷한 방식으로 구하였다. 평균 열전달량 역시 기저압력과 마찬가지로 기저면 직경이 길어질수록 감소하며 기저면의 면적이 기준 형상보다 최대 약 3배까지 넓음에도 불구하고 전체 열전달량 역시 감소한다.

Table 12 Averaged heat transfer rate and total heat transfer rate according to base diameter

Case	q_{avb} [kW/m ²]	Base area ratio	Q [kW]
Obase	168.2	1.0	405.6
Hbase	131.9	1.2	364.1
Dbase	108.4	1.8	337.2
Tbase	87.6	3.0	333.7

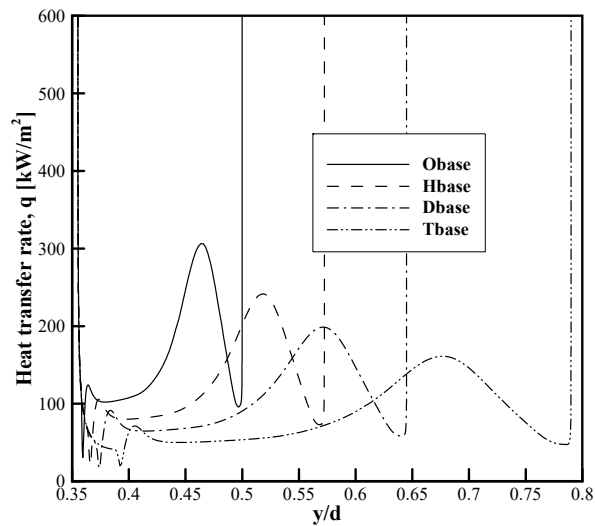


Figure 31 Heat transfer rate distributions according to base diameter for $Ma_\infty=5$, $p_i/p_\infty=5$, $\gamma_i=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], base diameter of Obase= d , Hbase= $1.145d$, Dbase= $1.29d$, Tbase= $1.58d$

자유류 조건 및 노즐 출구 조건이 같으므로 노즐에서 나온 고온 유동이 기저면에 미치는 영향이 클수록 열전달량이 증가할 것이라고 예측할 수 있다. 그림. 32는 기저면 직경이 가장 작은 Obase와 기저면 직경이 가장 긴 Tbase의 플룸 혼합물 밀도 분포를 나타낸 것이다. 그림에서 볼 수 있듯이 기저면 직경이 넓어질수록 플룸 혼합물의 밀도가 작다. 또한 이에 따른 온도 분포를 그림. 33에 나타냈다. 전체적인 온도 분포는 거의 비슷하거나 Tbase의 경우가 약간 높은 것을 확인 할 수 있다. 하지만 기저면 직경이 더 클수록 재순환 영역이 넓게 존재하기 때문에 온도 구배는 작아지게 되며 이에 따라 열전달량이 감소하게 된다. 또한 면적당 평균 열전달량과 전체 면적에 전달되는 열전달량 역시 감소한다.

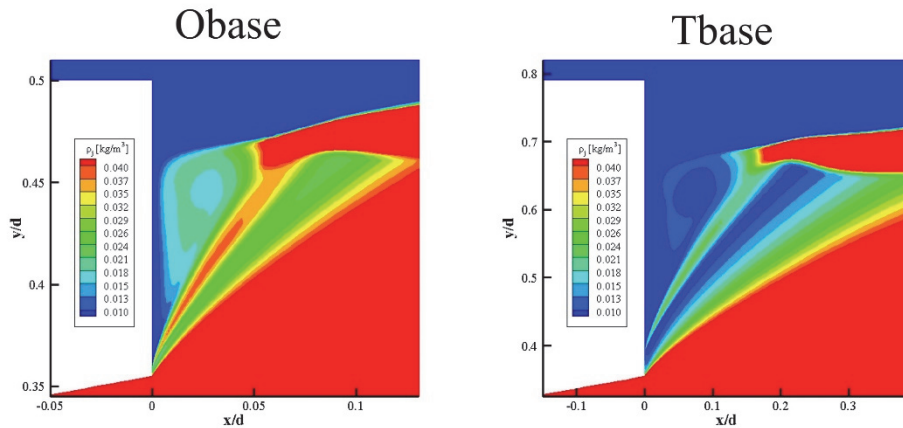


Figure 32 Density contour of plume mixture for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], base diameter of Obase= d , Tbase= $1.58d$

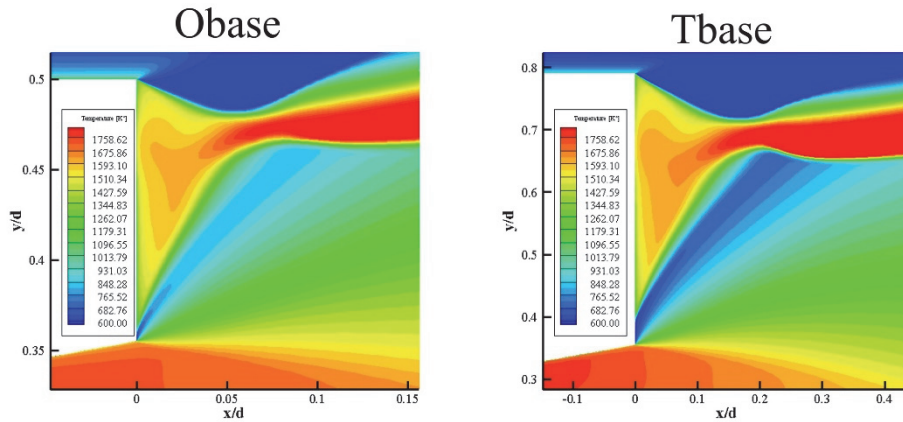


Figure 33 Temperature contour near the base $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300[K]$,
 $T_{wall}=600[K]$, base diameter of Obase= d , Tbase= $1.58d$

평균 기저 압력비, 열전달량과 압력 계수

기준 형상에 대하여 평균 기저 압력, 압력 계수와 열전달량의 변화율을 정리하여 표. 13에 나타냈고 기준 형상의 평균 기저 압력과 열전달량으로 정규화한 값을 그림. 34에 나타냈다. 기저면 직경이 1.58배 증가하였을 때 평균 기저 압력은 최대 약 45% 감소하였고 열전달량은 약 48% 감소하였다. 압력 계수는 약 0.004 가량 감소하여 기저 항력은 증가한다.

Table 13 Base pressure ratio, heat transfer rate change rates and pressure coefficient differences according to base diameter

Case	Base diameter ratio	$p_{b,avg}/p_{\infty}$	q_{avg} [kW/m ²]	C_p
Obase	1	—	—	—
Hbase	1.145	-19.6%	-21.6%	-0.0017
Dbase	1.29	-30.5%	-35.6%	-0.0027
Tbase	1.58	-44.9%	-47.9%	-0.0040

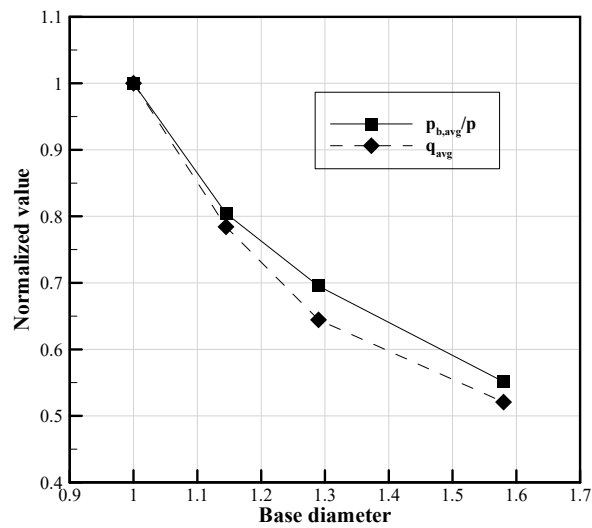


Figure 34 Normalized average base pressure ratio and heat transfer rate according to base diameter

제 2 절 동체 길이

동체의 길이가 기저 압력 및 열전달량에 미치는 영향을 알아보기 위하여 다양한 길이의 동체에 대해서 수치 해석을 수행하였다. 유동 조건 및 형상 변수를 표. 14에 나타냈다. 동체의 길이가 가장 짧은 것은 기저면 직경의 2배이고 가장 긴 것은 12배이다. 기저면의 온도는 600K으로 고정하였다.

Table 14 Fuselage length and flow conditions

Case	Fuselage length	Ma_∞	p_j/p_∞	γ_j	T_∞	T_{wall}
FB02	2d	5	5	1.2	300K	600K
FB04	4d					
FB06	6d					
FB08	8d					
FB10	10d					
FB12	12d					

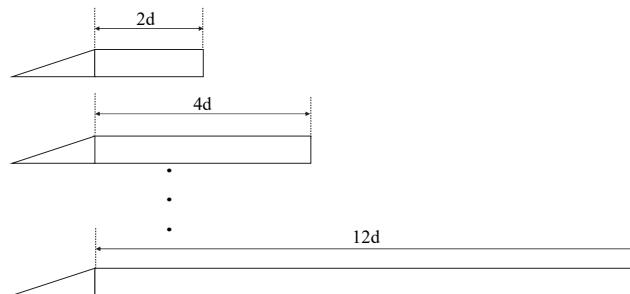


Figure 35 Variation of supersonic vehicle geometry according to fuselage length

기저 압력

동체 길이 별 평균 기저 압력비, 압력 계수, 박리점 SP 와 박리각 α , β 를 표. 15에 정리하였고 기저 압력비 분포도와 재순환 영역을 그림. 36에 나타냈다. 동체 길이가 길어질수록 전체적인 압력 분포가 약간씩 증가하는 것을 알 수 있으며 눈에 띄는 재순환 영역의 크기 변화는 없는 것을 알 수 있다.

기저면 위의 압력비 분포를 정확히 알아보기 위하여 이를 그림. 37에 나타냈다. 동체 길이가 길어질수록 전반적인 기저 압력이 증가하여 평균 기저 압력비가 증가하고 박리점은 감소하여 노즐 출구 쪽에 가까워진다. 또한 박리각 α 와 β 는 약간씩 감소하는 추세를 보인다. 즉, 동체 길이 변화에 의해 기저 압력이 증가하면 박리가 늦게 발생하며 박리각 α 와 β 가 감소하여 재순환 영역이 넓어진다.

Table 15 Calculated results according to fuselage length

Case	$p_{b,avg}/p_{\infty}$	C_p	SP	α (deg.)	β (deg.)
FB02	0.1322	-0.0496	0.3625	64.7	27.0
FB04	0.1456	-0.0488	0.3601	63.8	27.0
FB06	0.1533	-0.0484	0.3591	63.2	26.9
FB08	0.1587	-0.0481	0.3585	62.8	27.0
FB10	0.1640	-0.0478	0.3580	62.5	26.9
FB12	0.1671	-0.0476	0.3577	62.2	26.9

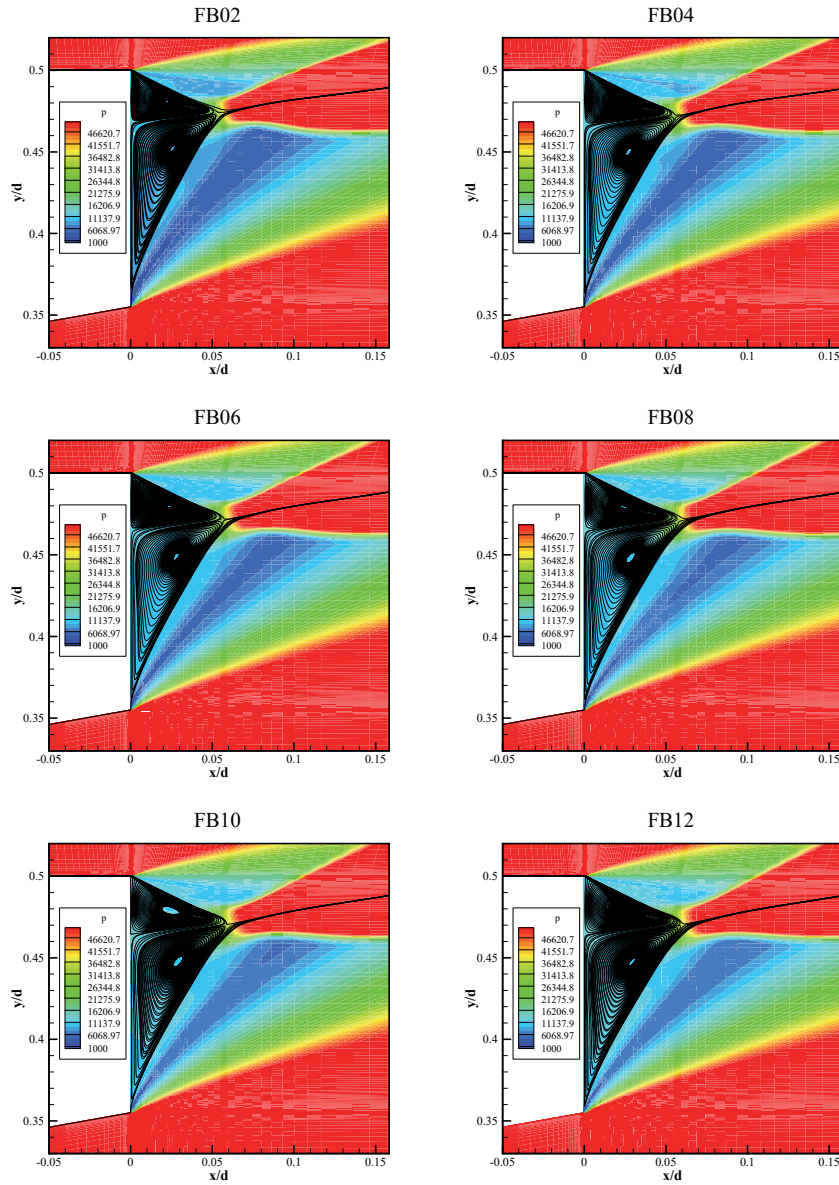


Figure 36 Computational results of pressure contour and recirculation zone near the base according to fuselage length for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], fuselage length of FB02=2d, FB04=4d, FB06=6d, FB08=8d, FB10=10d, FB12=12d

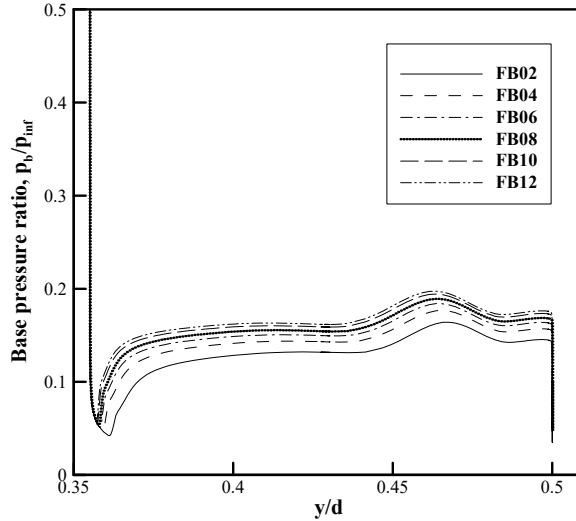


Figure 37 Base pressure ratio according to fuselage length for $Ma_\infty=5$, $p_i/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300[K]$, $T_{wall}=600[K]$, fuselage length of FB02=2d, FB04=4d, FB06=6d, FB08=8d, FB10=10d, FB12=12d

기저 압력 변화의 원인을 분석하기 위해 우선, 동체 위의 경계층을 살펴보았다. 그림. 38은 동체 위를 흐르는 유동이 박리가 되기 직전인 $x/d=0$ 에서 경계층의 속도분포를 나타낸 것이다. 경계층 두께를 비교해보면 당연히 동체 길이가 길수록 증가한다. 그러므로 벽면 위의 같은 위치에서 동체 길이가 길수록 경계층 내의 마하수가 작아진다.

그림. 39는 동체 후미부 모서리 B 에서 약간 떨어진 위치인 $x/d=0$, $y/d=0.51$ 을 지나는 유선을 따라 마하수를 나타낸 것이다. 동체 길이가 가장 짧은 경우 박리 되기 전 마하수는 약 2.598이고 가장 긴 경우는 3.334이다. 여기서 주목해야할 점은 표. 15에서 볼 수 있듯이 동체 위 마하수의 변화에 비해서 박리각 β 의 감소가 작다는 것이다.

경계층 내 마하수 분포와 박리각 β 의 결과를 종합하면 팽창각은 거의 같지만 동체 길이가 길수록 동체 후미부에서 박리 되는 경계층 내의 마하수가 크게 작아지므로 팽창 후 압력이 더 증가하게 된다. 팽창 후 압력이 커지면 재순환 영역 내부의 압력에도 영향을 미쳐 결국 기저 압력이 증가한다.

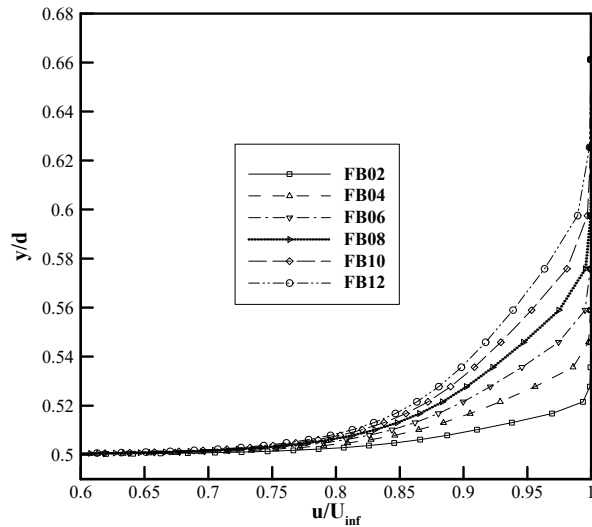


Figure 38 Velocity distributions in boundary layer on the fuselage at $x/d=0$ for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300[K]$, $T_{wall}=600[K]$, fuselage length of FB02=2d, FB04=4d, FB06=6d, FB08=8d, FB10=10d, FB12=12d

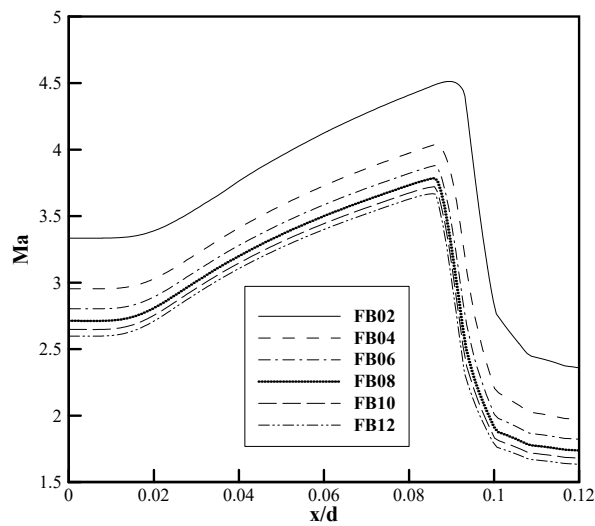


Figure 39 Mach number distributions according to fuselage length along the streamline at $x/d=0$, $y/d=0.51$ for $Ma_\infty=5$, $p_i/p_\infty=5$, $\gamma_i=1.2$, $T_\infty=300[K]$, $T_{wall}=600[K]$, fuselage length of FB02=2d, FB04=4d, FB06=6d, FB08=8d, FB10=10d, FB12=12d

열전달량

동체 길이에 따른 면적당 평균 열전달량을 표. 16에 정리하였고 열전달량 분포를 그림. 40에 나타냈다. 그림에서 x축은 노즐 출구 모서리에서 동체 후미부 모서리까지의 길이를 기저면 직경으로 나눈 값이며 y축은 열전달량으로 단위는 kW/m^2 이다.

동체 길이 증가에 의한 기저 압력의 증가는 자유류에 의해 유도되지만 재순환 영역에서의 상호작용을 통해 기저면 위를 흐르는 제트 유동에 영향을 미친다. 그래서 동체 벽면에서 박리 된 유동보다 노즐 출구에서 나오는 제트에 의한 열전달량의 변화가 크다. 즉, 그림에서 볼 수 있듯이 노즐 출구에서부터 정체점까지의 열전달량이 증가하는 반면에 동체 후미부 모서리에서 정체점까지는 거의 비슷한 것을 알 수 있다. 또한 이에 따라 표. 15에서 볼 수 있듯이 평균 열전달량도 증가한다.

그림. 41은 $x/d=0.02$ 에서 $y/d=0.355$ 부터 0.5까지의 온도 변화를 나타낸 것이다. 동체 길이가 가장 작은 FB02와 동체 길이가 가장 긴 FB12를 비교하였다. x축은 K으로 나타낸 온도이고 y축은 기저면 직경으로 나눈 반경 방향 길이이다.

노즐 출구에서 나온 유동이 팽창하면서 온도가 낮아지지만 재순환 영역에 의한 압축과가 발생하며 온도가 다시 상승한다. 이 때, 박리점 SP가 작은 즉, 박리가 빨리 발생하는 FB12의 경우 플룸 유동이 상대적으로 더 팽창하지 못하기 때문에 FB02에 비해서 높은 온도에서 다시 압축에 의한 온도 상승이 이루어지는 것을 알 수 있고 이에 따라 열전달량이 증가하게 될 것을 유추할 수 있다.

Table 16 Averaged heat transfer rate according to fuselage length

Case	q_{avg} [kW/m ²]
FB02	155.1
FB04	163.6
FB06	169.1
FB08	171.7
FB10	176.4
FB12	177.5

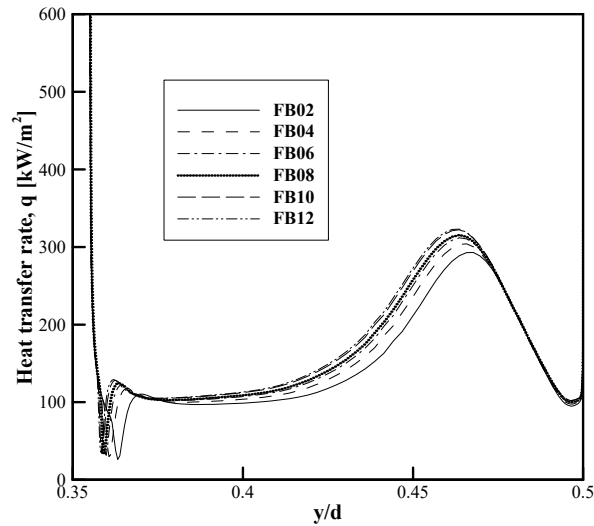


Figure 40 Heat transfer rate distribution according to fuselage length for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$, $T_\infty=300$ [K], $T_{wall}=600$ [K], fuselage length of FB02=2d, FB04=4d, FB06=6d, FB08=8d, FB10=10d, FB12=12d

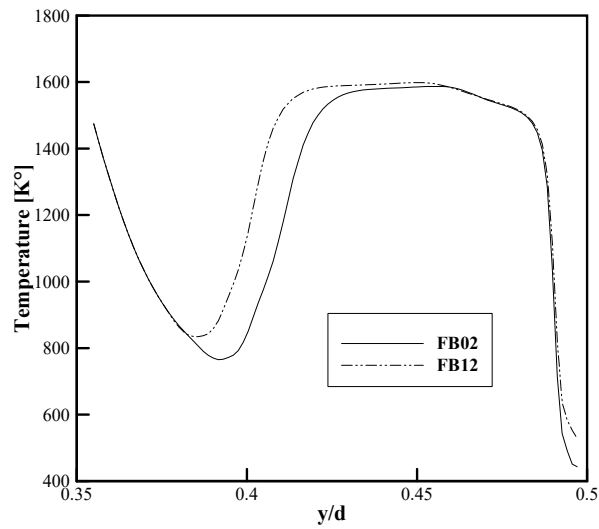


Figure 41 Temperature distribution at $x/d=0.02$ for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_l=1.2$, $T_\infty=300[K]$, $T_{wall}=600[K]$, fuselage length of FB02=2d, FB12=12d

평균 기저 압력비, 열전달량과 압력 계수

기준 형상을 동체의 길이가 가장 짧은 FB02로 정하고 이에 대하여 평균 기저 압력비, 압력 계수와 열전달량의 변화율을 정리하여 표. 17에 나타냈다. 또한 기준 형상의 평균 기저 압력비와 열전달량으로 정규화한 값을 그림. 42에 나타냈다.

동체의 길이가 길어질수록 평균 기저 압력비와 압력 계수가 증가하며 열전달량 역시 증가하는 것을 알 수 있다. 기준 형상에 비해서 동체의 길이가 6배가 되었을 때 평균 기저 압력비는 약 26.4% 가량 증가하고 압력 계수는 약 0.002만큼 증가하여 기저 항력은 감소한다. 열전달량도 14.5% 증가한다. 기저 압력과 열전달량 모두 동체 길이가 길어짐에 따라 증가 폭이 줄어들면서 어느 정도 수렴해 가는 모습을 보인다.

Table 17 Base pressure ratio, heat transfer rate change rates and pressure coefficient differences according to fuselage length ratio

Case	Fuselage length ratio	$p_{b,avg}/p_{\infty}$	q_{avg} [kW/m ²]	C_p
FB02	L/d=2	—	—	—
FB04	L/d=4	10.1%	5.5%	0.0008
FB06	L/d=6	15.9%	9.0%	0.0012
FB08	L/d=8	20.0%	10.7%	0.0015
FB10	L/d=10	24.0%	13.7%	0.0018
FB12	L/d=12	26.4%	14.5%	0.0020

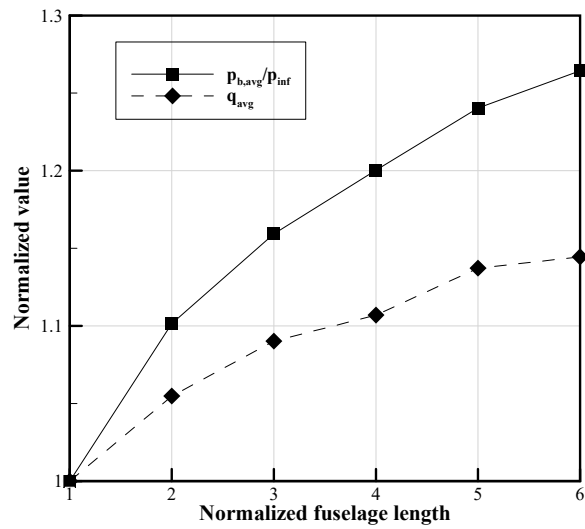


Figure 42 Normalized average base pressure ratio and heat transfer rate according to fuselage length

제 5 장 유동 조건에 따른 기저 유동 변화

기저 압력 및 기저면으로의 열전달량은 자유류와 플룸 유동이 상호작용하며 영향을 미치기 때문에 자유류와 더불어 노즐 내부 유동을 통해 결정되는 제트 유동이 중요하다. 본 연구에서는 자유류 마하수, 배압비, 플룸의 비열비를 변수로 고려하였다. 유동 조건은 표. 18에 정리하였고 형상 조건은 모든 경우에 있어서 그림. 24로 주었다. 수치 해석 결과는 별첨에 정리하였다. 별첨에 있는 표. A1은 평균 기저 압력비이고, 표. A2는 평균 기저 압력 계수, 표. A3는 박리점 SP, 표. A4는 박리각 α , 표. A5는 박리각 β , 표. A6는 평균 열전달량이다.

Table 18 Freestream conditions for back pressure ratio and specific heat constant ratio of plume

Flow conditions						
Mach number	Ma_∞	3, 4, 5				
Temperature	T_∞	300K				
Wall temperature	T_{wall}	600K				
Specific heat ratio	γ_j		1.1	1.2	1.3	1.4
Pressure	p_∞	$p_j/p_\infty=5$	86681	69775	56540	46086
		$p_j/p_\infty=20$	21670	17444	14135	11522
		$p_j/p_\infty=35$	12383	9968	8077	6584
		$p_j/p_\infty=50$	8668	6978	5654	4609
		$p_j/p_\infty=65$	6668	5367	4349	3545

제 1 절 자유류 마하수

기저 압력

자유류 마하수는 기저 압력에 큰 영향을 미치는 변수 중에 하나로 알려져 있다[21]. 본 연구에서는 자유류 마하수가 3, 4, 5인 경우에 대하여 수치 해석을 수행하였고 자유류 마하수에 따른 기저 압력 및 열전달량의 변화에 대해 설명하였다.

기저 압력을 분석하기에 앞서 자유류 마하수가 3, 4, 5인 경우의 전체 비행체 주위의 압력 분포도를 그림. 43에 나타냈다. 마하수가 증가할수록 비행체의 전두부에서 발생하는 충격파의 각도가 점차 작아지며 충격파의 강도가 강해지는 것을 알 수 있으며 자유류와 플룸이 만나서 형성되는 공기 충격파 (air shock)의 각도 역시 축 방향을 기준으로 작아지며 공기 충격파 뒤의 압력이 증가하는 것을 확인할 수 있다. 또한 이에 따라 마하수가 증가할수록 플룸 경계 (plume boundary)가 작아질 것을 유추할 수 있다.

기저면 근처의 압력 분포도와 재순환 영역을 그림. 44에 나타냈다. 배압비가 50이고 플룸 비열비가 1.3인 경우의 결과이다. 마하수가 클수록 전체적인 압력이 감소하고 박리점이 노즐 출구에서 멀어지며 재순환 영역이 작아는 것을 알 수 있다.

그림. 45는 그림. 44와 같은 조건에서 자유류 마하수에 따른 기저 압력비 분포를 나타낸 것이다. 박리가 발생하기 전까지는 자유류 마하수에 관계없이 같은 비율로 팽창하여 압력이 급격히 감소한다. 하지만 자유류

마하수가 커지면 박리점 SP 가 증가하는 것을 알 수 있으며 박리 이후에는 전체적인 기저 압력이 낮아져 결국 평균 기저 압력비가 감소한다.

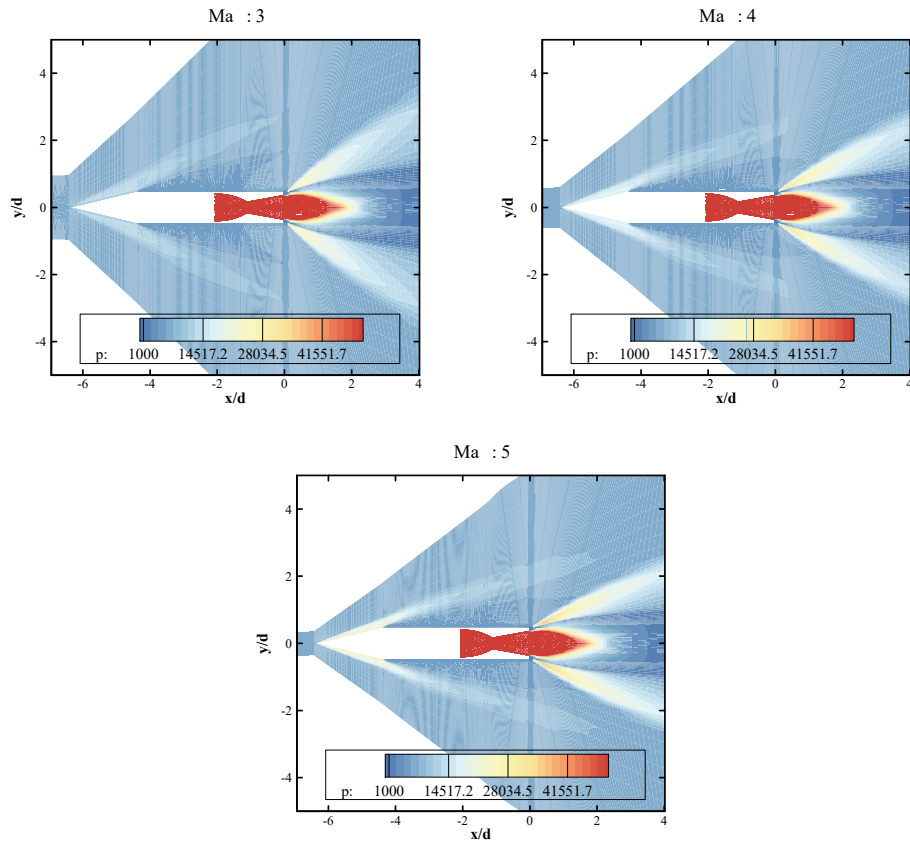


Figure 43 Pressure contour around the vehicle according to freestream Mach number 3, 4, 5 for $p_i/p_\infty=35$, $\gamma_j=1.4$

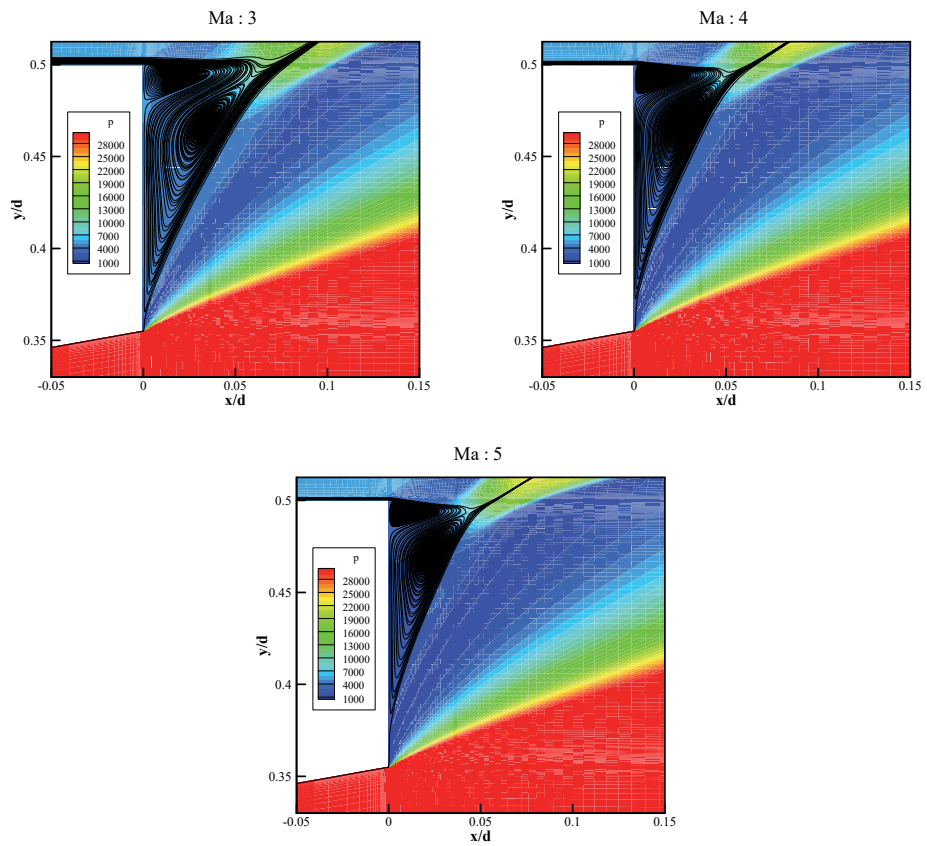


Figure 44 Computational results of pressure contour and recirculation zone near the base according to freestream Mach number 3, 4, 5 for $p_j/p_\infty=50$, $\gamma_j=1.3$

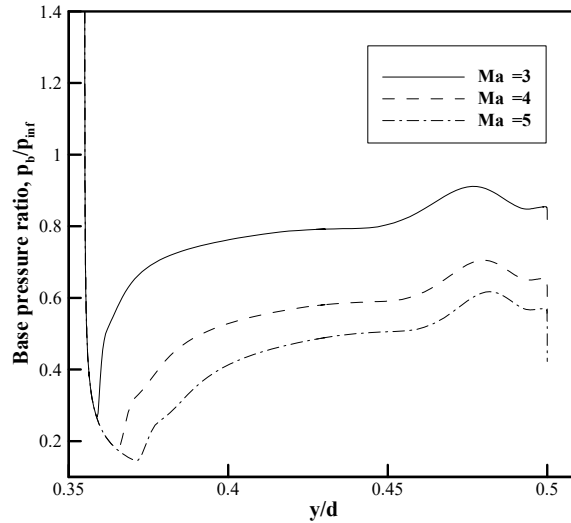


Figure 45 Base pressure ratio distributions according to freestream Mach number for $Ma_\infty=3, 4, 5$, $p_b/p_\infty=50$, $\gamma_j=1.3$

표. A3, A4, A5의 박리점 SP 및 박리각 α, β 와 그림. 44에 나타낸 재순환 영역의 크기 및 모양을 통해 알 수 있듯이 자유류 마하수가 증가하면 박리점 SP 와 박리각 α, β 가 모두 증가하여 전체적인 재순환 영역의 크기는 감소하게 된다. 이는 동체 길이가 증가했을 때와 같은 현상으로 두 경우를 통해 보았을 때 자유류에 의해서 기저 압력이 감소하는 경우 전체적인 재순환 영역의 크기가 감소하고 기저 압력이 증가하는 경우 재순환 영역의 크기가 커진다는 것을 알 수 있다.

동체 후미부 모서리에서 팽창하는 유동에 대하여 자세히 알아보기 위해 그림. 46과 같이 동체의 벽면에 수직인 방향으로 경계층 내부의 각기 다른 5개의 지점에서 유선을 그렸다. 배압비가 5이고 플룸 비열비가

1.2일 때의 결과이다. 각 유선은 $x/d=0$ 에서 $y/d=0.502, 0.51, 0.52, 0.53, 0.54$ 를 지난다. 그리고 각 지점에서 자유류 마하수에 따른 유선을 그림. 47에 나타냈다. 또한 각 유선에 따른 마하수와 팽창비 p_2/p_1 를 구하고 이를 별첨의 표. A7과 그림. 48에 정리하였다. 그림. 48에서 x 축은 동체 벽면에서 반경 방향의 거리이고 y 축은 팽창비이다. 여기서 알 수 있는 중요한 특징 중 하나는 자유류 마하수가 클수록 벽면에서 가까운 유동은 팽창비가 작지만 어느정도 벽면에서 먼 유동에서는 팽창비가 역전되어 커진다는 것이다.

즉, 자유류 마하수가 증가할수록 벽면에서 가까운 유선은 팽창각이 크고 이와 반대로 벽면에서 먼 유선은 팽창각이 작다. 자유류 마하수 별로 각 위치에서 실제 유선을 그린 그림. 47을 보면 이와 같은 사실을 확인할 수 있다. 그러므로 그림. 49와 같이 자유류 마하수가 클수록 동체 후미부에서 박리 된 경계층이 생성하는 전단층은 넓어지며 크게 팽창한다. 이 때 벽에서 가까운 유동이 기저 압력에 가장 큰 영향을 미치기 때문에 결국 기저 압력은 작아지게 된다.

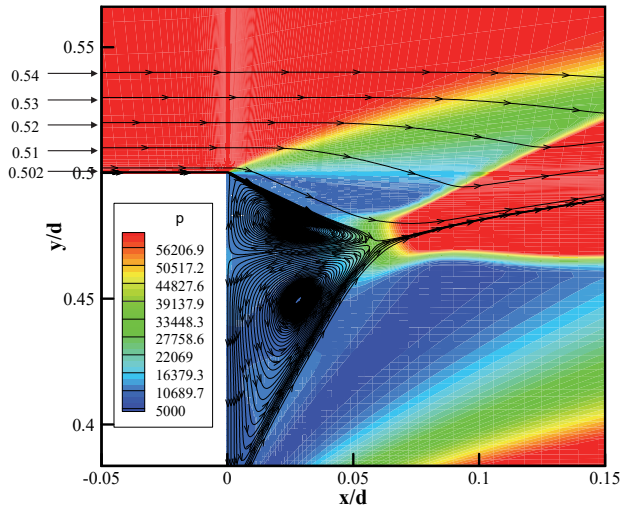


Figure 46 Pressure contour and five points where the streamline start for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$ at $y/d=0.502, 0.51, 0.52, 0.53, 0.54$

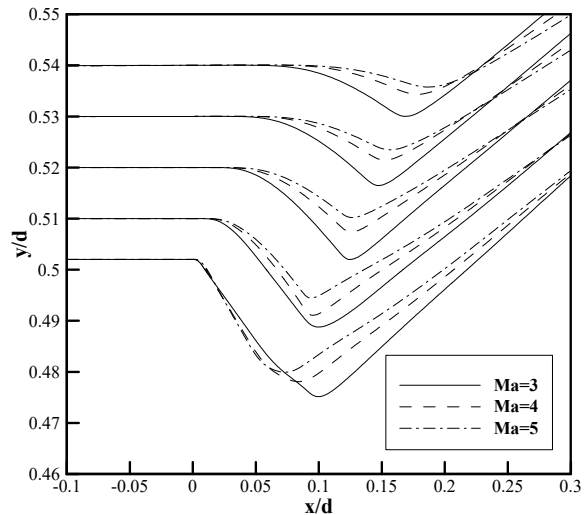


Figure 47 Streamline flowing through 5 points according to freestream Mach number for $Ma_\infty=3, 4, 5$, $p_j/p_\infty=5$, $\gamma_j=1.2$ at $y/d=0.502, 0.51, 0.52, 0.53, 0.54$

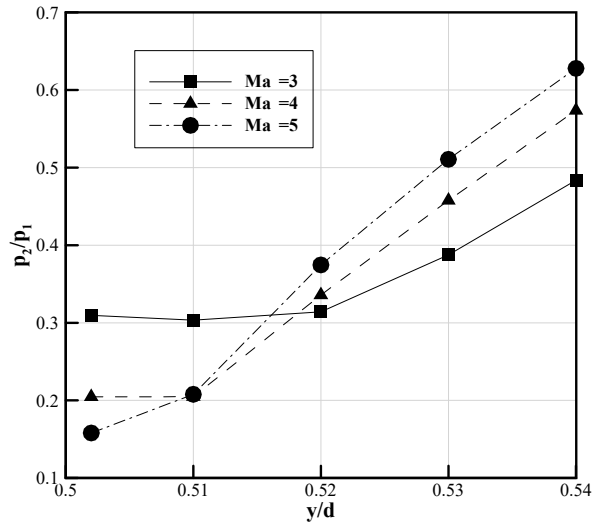


Figure 48 Expansion ratio according to freestream Mach number 3, 4, 5 for $p_i/p_\infty=5$, $\gamma_i=1.2$ at $y/d=0.502, 0.51, 0.52, 0.53, 0.54$

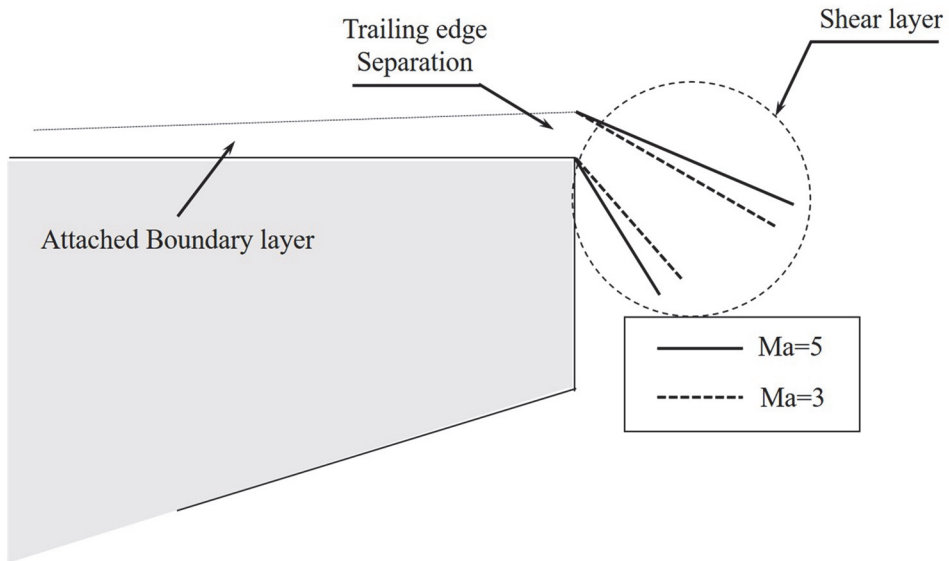


Figure 49 Schematic of trailing edge separation

열전달량

그림. 50은 배압비가 5, 플룸 비열비가 1.2일 때의 열전달량 분포이다. 자유류 마하수가 클수록 박리 직후의 열전달량은 작으며 정체점 근처로 갈수록 열전달량이 역전된다. 하지만 동체 후미부인 $y/d=0.5$ 에서 정체점까지의 열전달량은 자유류 마하수가 클수록 증가하며 정체점에서의 열전달량 역시 증가하기 때문에 자유류 마하수가 클수록 면적당 평균 열전달량은 증가한다.

그림. 51은 동체 위에서 박리하기 직전인 $x/d=0$ 에서의 열경계층을 나타낸 것이다. x 축은 온도이고 y 축은 벽면에서부터 반경 방향 길이를 기저면 직경으로 나눈 것이다. 동체 벽면은 단열 조건을 주었기 때문에 자유류 마하수가 증가할수록 공력 가열 현상에 의해서 벽면에서의 온도가 상승한다. 그러므로 자유류 마하수가 높을수록 재순환 영역 내의 온도가 증가하며 이에 따라 열전달량 역시 증가한다.

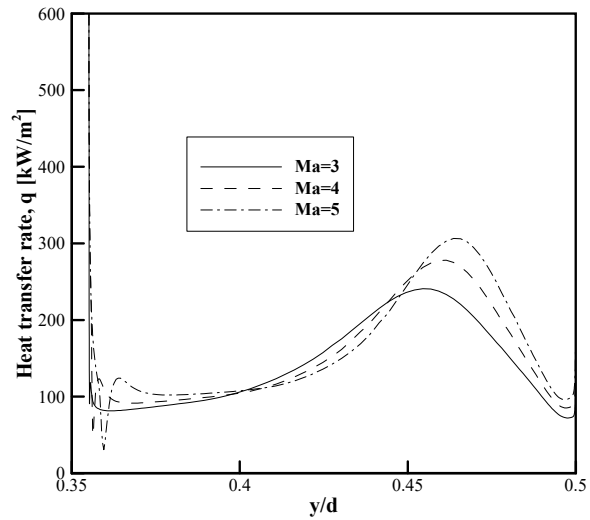


Figure 50 Heat transfer rate according to freestream Mach number for $Ma_\infty=3, 4, 5$,
 $p_j/p_\infty=5, \gamma_j=1.2$

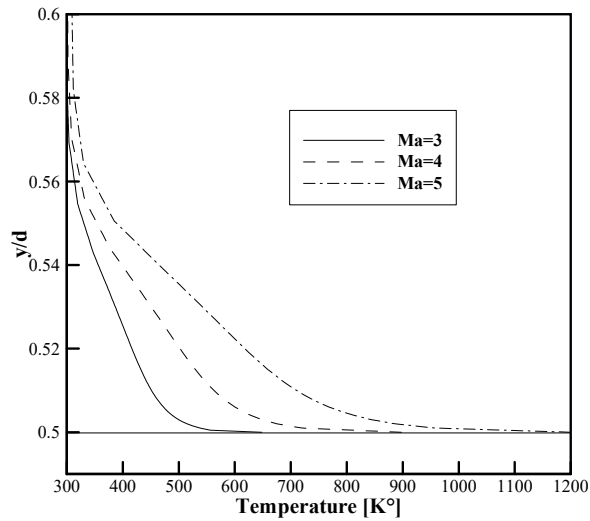


Figure 51 Thermal boundary layer on a fuselage at $x/d=0$ for $Ma_\infty=3,4,5$, $p_j/p_\infty=5$,
 $\gamma_j=1.2$

평균 기저 압력비, 열전달량과 압력 계수

그림. 52와 그림. 53은 자유류 마하수가 3일 때를 기준으로 정규화한 평균 기저 압력비와 열전달량을 플룸 비열비 별로 자유류 마하수에 따라서 나타낸 것이고 그림. 54는 표. A2의 평균 압력 계수를 나타낸 것이다.

자유류 마하수의 증가에 따라 평균 기저 압력비는 감소하고 평균 열전달량이 증가하는 것을 알 수 있다. 압력 계수의 경우 자유류 마하수의 증가에 따라서 반드시 선형적인 관계를 보이지 않는다. 배압비가 5인 경우 자유류 마하수가 증가할수록 평균 압력 계수가 커지며 기저 항력이 줄어든다. 반면에 배압비가 65인 경우 마하수가 5일 때의 평균 압력 계수가 가장 작다. 즉, 배압비가 점차 증가할수록 마하수가 작을 때의 평균 압력 계수가 커지는 경향이 더욱 두드러진다. 그러므로 배압비가 작을 때는 자유류 마하수가 증가할수록 기저 항력이 감소하지만 배압비가 커지면 자유류 마하수가 증가할수록 기저 항력 또한 증가하게 된다.

자유류 마하수에 대하여 평균 기저 압력비와 열전달량의 변화율을 각각 별첨에 있는 표. B1, B2에 정리하였고 압력 계수의 차이를 표. B3에 정리하였다. 대체적으로 배압비가 증가할수록, 플룸 비열비가 감소할수록 자유류 마하수에 의한 평균 기저 압력비의 변화율이 단조적으로 증가한다. 제트 유동의 조건에 따라 평균 기저 압력비는 최대 약 50%까지 감소한다.

열전달량의 변화율은 플룸 비열비가 1.4의 경우에 가장 크게 변화한다. 제트 유동의 조건에 따라 변화율이 달라지며 배압비가 35, 플룸 비열비가 1.4일 때 최대 34% 가량 증가한다.

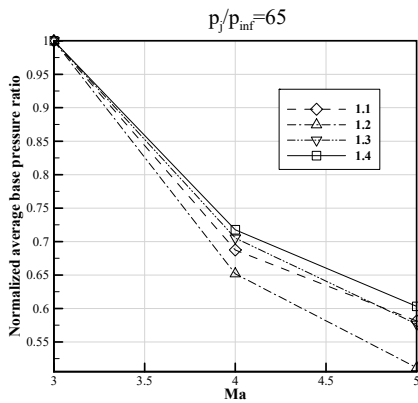
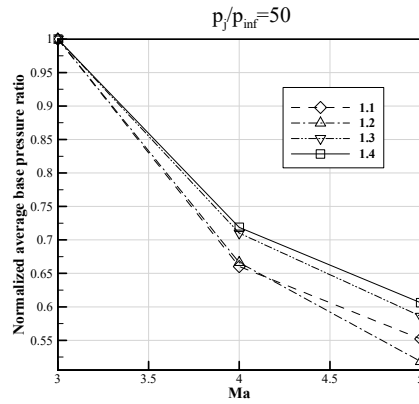
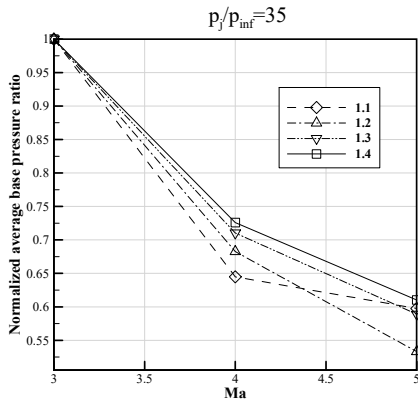
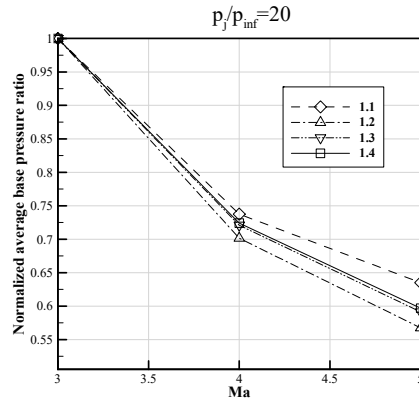
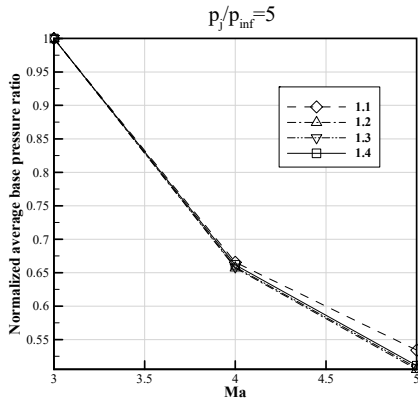


Figure 52 Normalized average base pressure ratio according to freestream Mach number

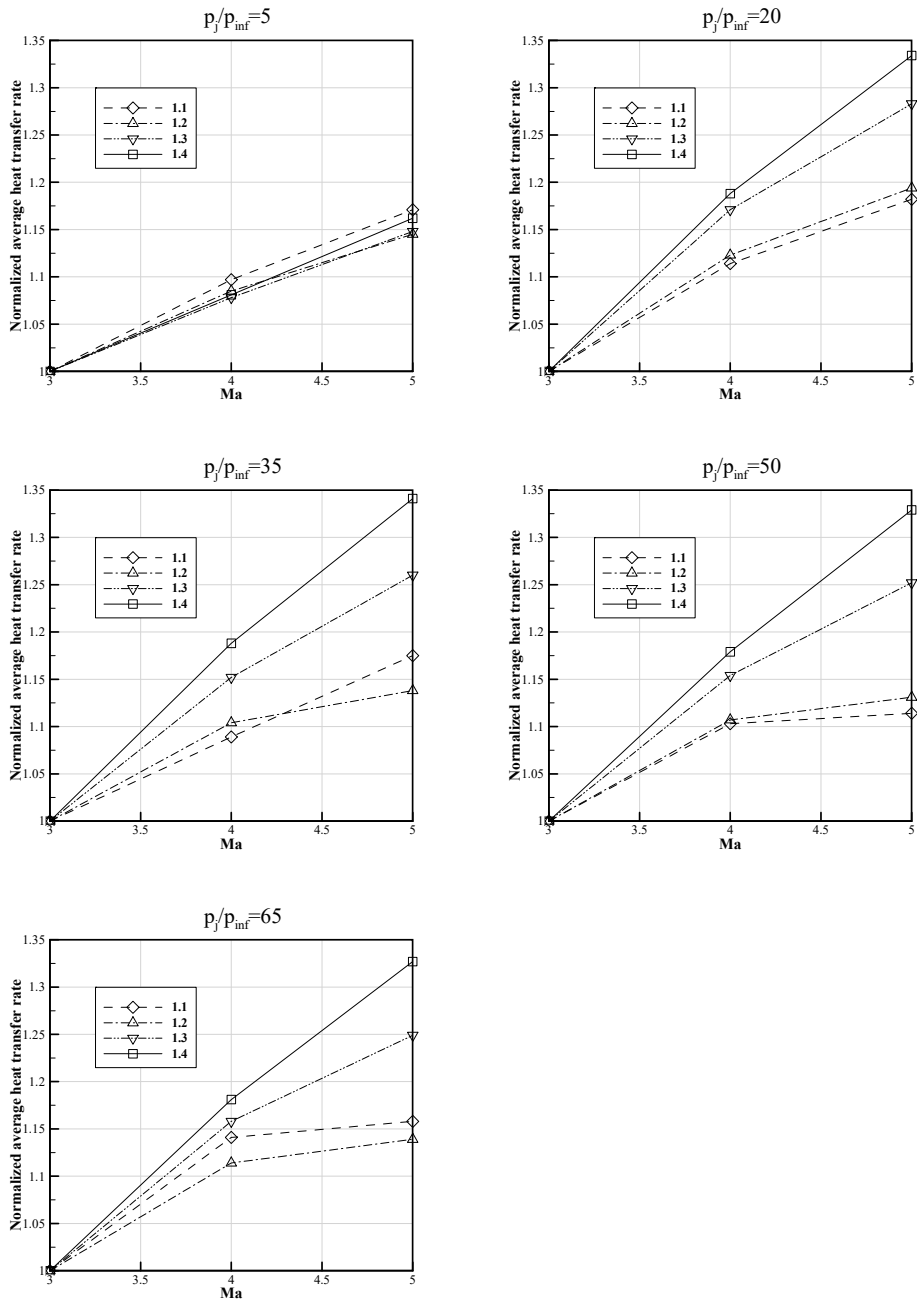


Figure 53 Normalized average heat transfer rate according to freestream Mach number

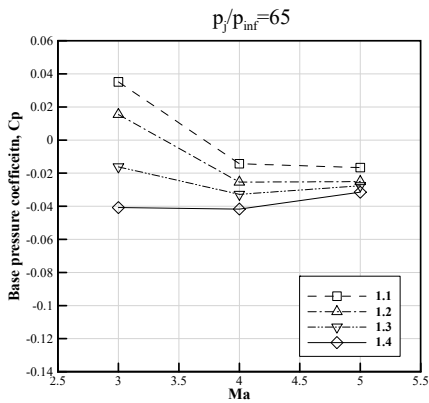
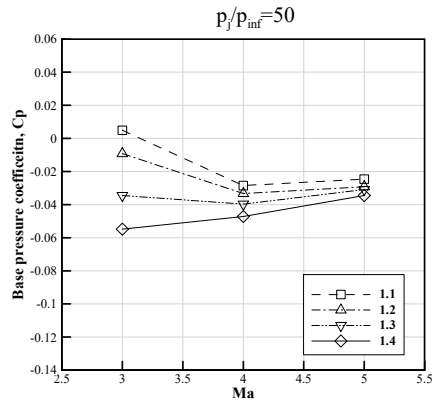
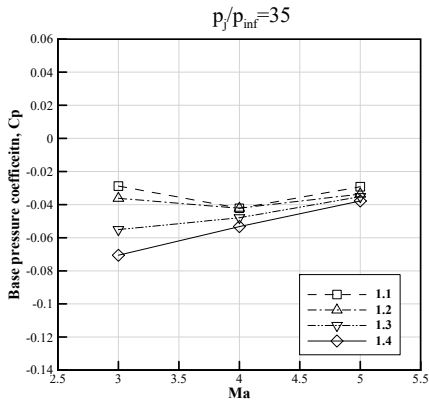
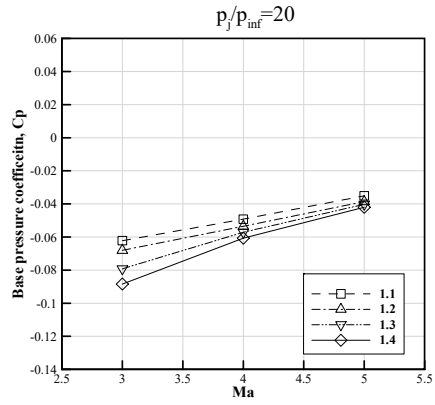
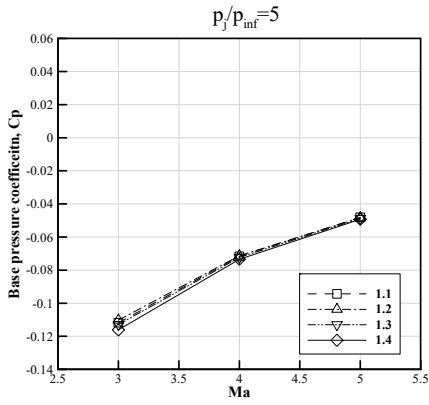


Figure 54 Base pressure coefficients according to Mach number

제 2 절 배압비

배압비에 따른 기저 압력의 변화를 보기에 앞서 표. A3, A4, A5를 통해 박리점 SP 와 박리각 α, β 의 변화를 보면 배압비가 증가 할수록 SP, α 가 증가하고 β 는 감소하는 것을 알 수 있다. SP 가 증가한다는 것은 박리점이 노즐 출구 모서리에서 동체 후미부 모서리 쪽으로 이동한다는 의미이다. 그림. 55는 이에 대한 개략도이다. 재순환 영역이 반경 방향과 축 방향으로 모두 감소하며 전반적인 재순환 영역이 제트 유동에 밀려 반경 방향으로 이동한다. 즉, 박리점이 노즐 출구에서 멀어지는 것과 박리각 α 가 증가한다는 것은 제트 유동의 반경 방향 모멘텀이 커진다는 것을 의미한다.

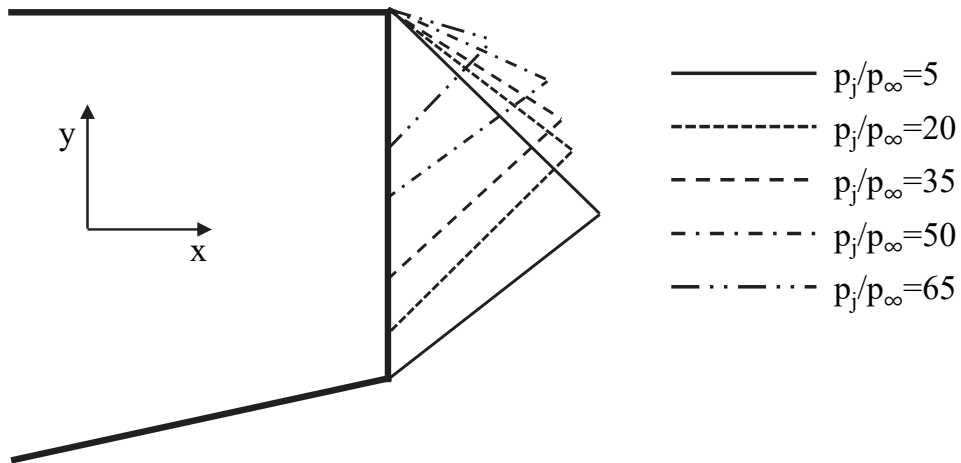


Figure 55 Schematic of recirculating zone

그림. 56, 57 은 자유류 마하수, 배압비에 관계 없이 모든 실험점에서의 박리점 SP 에 따른 박리각 α, β 를 나타낸 것이다. x 축은 SP 이고, y 축은

라디안으로 나타낸 α 와 β 이다. β 는 SP 와 상관관계가 없는데 반해서 α 는 플룸 비열비에 따라서 기울기는 다르지만 SP 와 양의 상관관계를 갖는다. β 가 음의 값을 갖는 경우는 자유류 유동이 팽창하지 않고 기저 압력이 추력으로 작용한다.

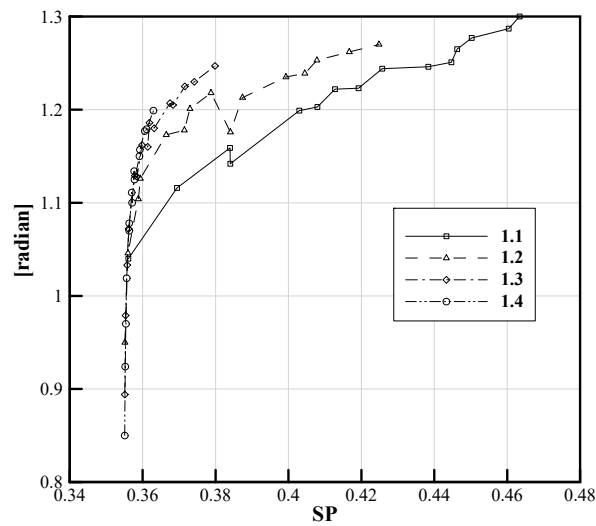


Figure 56 Correlation of separation points and separation angles α

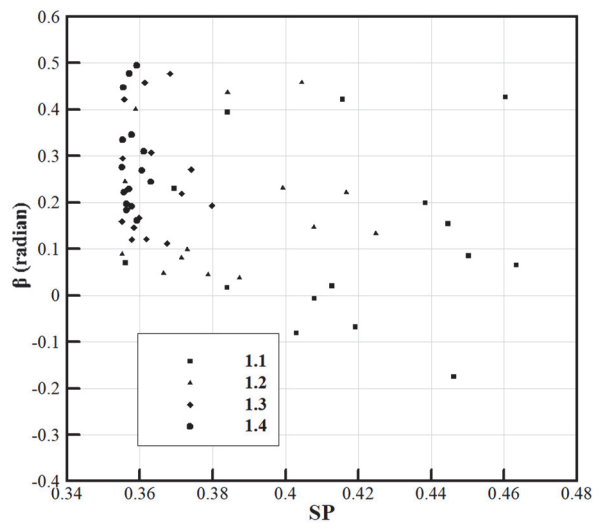


Figure 57 Correlation of separation points and separation angles β

기저 압력

그림. 58, 59는 배압비에 따른 기저 압력 분포를 그린 것으로 그림. 58은 기저 압력을 자유류 압력으로 나눈 기저 압력비이고 그림. 59는 기저 압력이다. 배압비가 증가함에 따라 박리점이 동체 후미부 쪽으로 올라가며 팽창에 의해 압력이 감소되는 영역이 넓어진다. 배압비가 크다는 것은 제트 유동의 압력이 상대적으로 자유류 압력에 비해서 크다는 것을 의미한다. 그러므로 배압비가 클수록 노즐 출구 모서리에서부터 박리점까지의 팽창 영역에서 기저 압력비가 더 크고 압축과를 지난 후 재순환 영역 내에서의 기저 압력 역시 크기 때문에 결과적으로 배압비가 클수록 평균 기저 압력비는 증가한다. 하지만 그림. 59를 보면 이와 반대의 경향을 보인다. 노즐 출구 모서리에서부터 박리점까지의 팽창 영역에서 배압비에 상관없이 압력이 같은 것을 알 수 있다. 플룸의 비열비가 같으면 노즐 출구 마하수와 출구 압력이 같고 팽창각이 같기 때문에 박리가 발생하기 전까지 벽면 위의 압력과 유동 속도는 같기 때문이다.

이를 확인하기 위해 그림. 60, 61에 기저 벽면에서부터 축 방향으로 $x/d=0.02$ 까지의 반경 방향 속도 분포를 나타냈다. 그림. 60은 $y/d=0.36$ 에서의 결과이고 그림. 61은 $y/d=0.38$ 에서의 결과이다. 그림. 60에서 배압비가 5인 경우 역압력구배에 의해 벽면에서 음의 속도 구배를 갖는 것을 확인할 수 있고, 그림. 61에서 배압비가 5, 20인 경우에 이것을 확인할 수 있다. 박리가 일어난 후 속도 분포는 제각각이지만 박리 전까지는 같은 속도와 압력으로 팽창하는 것을 알 수 있다. 그러므로 배압비가 매우 커져 PIFS Type III가 되면 기저면에서 박리가 발생하지 않아 기저면에 작용하는 평균 압력은 일정하게 가장 작을 것으로 예측할 수 있다.

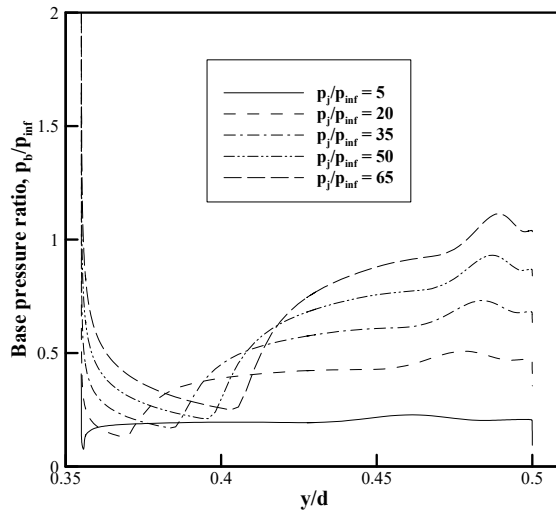


Figure 58 Base pressure ratio distributions by back pressure ratio for $Ma_\infty=4$, $p_j/p_\infty=5$, 20, 35, 50, 65, $\gamma_j=1.2$

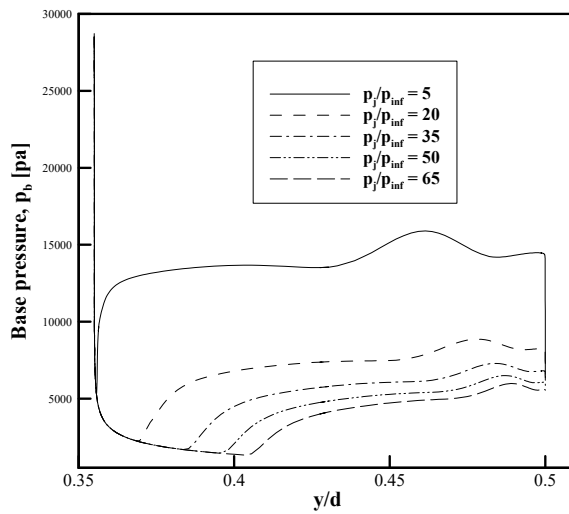


Figure 59 Base pressure distributions by back pressure ratio for $Ma_\infty=4$, $p_j/p_\infty=5$, 20, 35, 50, 65, $\gamma_j=1.2$

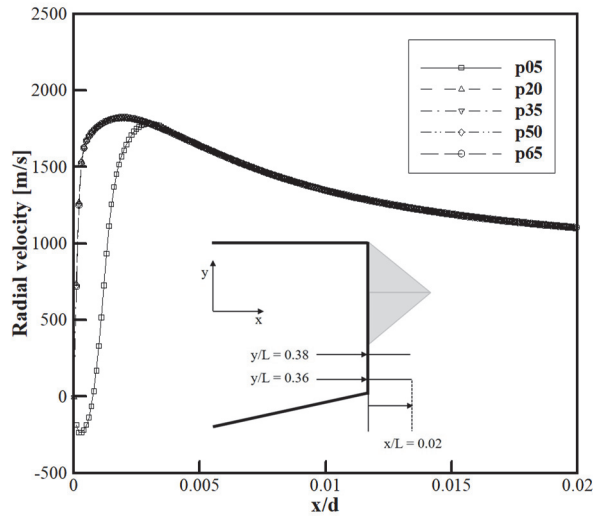


Figure 60 Radial velocity from base wall to $x/d=0.02$ at $y/d=0.36$ for $Ma_\infty=4$, $p_i/p_\infty=5$, 20, 35, 50, 65, $\gamma_j=1.2$

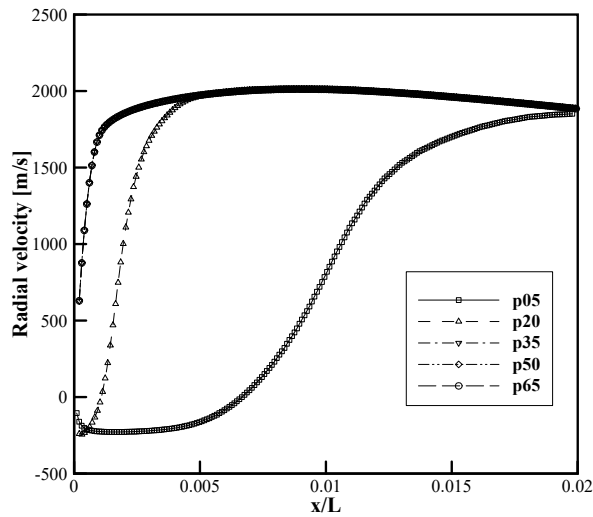


Figure 61 Radial velocity from base wall to $x/d=0.02$ at $y/d=0.38$ for $Ma_\infty=4$, $p_i/p_\infty=5$, 20, 35, 50, 65, $\gamma_j=1.2$

실제 초음속 비행체의 상황에서 기저 압력과 그 기저 압력비가 어떻게 변화할 것인지 예측하였다. 고정된 노즐 형상을 갖는 초음속 비행체의 경우 노즐 면적비에 의해 제트의 압력과 마하수가 결정되어 있다. 비행 고도가 높아지며 대기압이 작아져 배압비가 커지게 되고 이에 따라 기저 압력비는 증가하지만 기저 압력은 감소한다. 이 때의 기저 압력은 대부분의 경우 항력으로 작용하게 된다. 고도가 충분히 높아지면 노즐 출구에서 나온 유동이 기저면 끝까지 부착된 상태로 흐르고 재순환 영역은 완전히 동체 위로 이동한다. 이 후로, 기저면에 가해지는 실제 압력은 자유류 압력에 관계없이 일정하게 가장 작은 값을 갖게 되지만 자유류 압력의 감소로 압력비는 점점 크게 되며 추력으로 작용하게 된다.

고도에 따른 평균 기저 압력 및 평균 기저 압력비를 구하여 다음 그림. 62, 63에 나타냈다. 고도가 5km, 10km, 20km, 30km, 40km, 50km 인 경우에 대하여 수치 해석으로 구한 결과이다. 고도에 따른 대기 조건은 표. 19에 정리하였다.

Table 19 Flow conditions according to altitude

Altitude	Flow conditions	Pressure p_{∞} [pa]	Back pressure ratio p_j/p_{∞}
5km	$Ma_{\infty} = 5.0$ $p_{cham} = 7.0\text{Mpa}$ $T_{cham} = 3000\text{K}$	54048	3
10km		26500	6
20km		5529	27
30km		1197	123
40km		287	516
50km		80	1850

고도가 올라 갈수록 평균 기저 압력은 작아져 어느 정도 수렴하는 모습을 보이며 평균 기저 압력비는 증가한다. 고도 30km 이상에서는 압력비가 1보다 커져 항력이 아닌 추력으로 작용하며 특히 고도 50km 일 때는 PIFS Type III 가 되어서 평균 기저 압력비가 크게 증가한다.

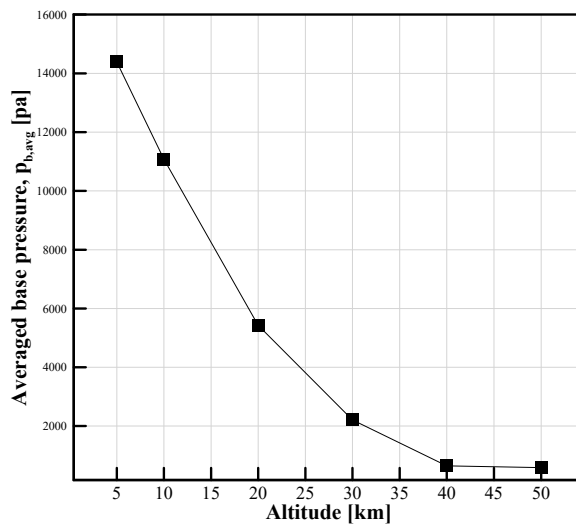


Figure 62 Averaged base pressure according to altitude of 5, 10, 20, 30, 40, 50km for $Ma_{\infty}=5$, $p_j/p_{\infty}=3, 6, 27, 123, 516, 1850$

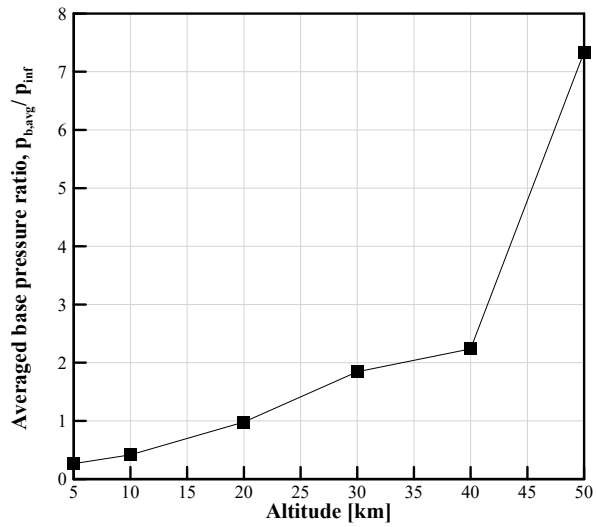


Figure 63 Averaged base pressure ratio according to altitude of 5, 10, 20, 30, 40, 50km
for $Ma_\infty=5$, $p_i/p_\infty=3, 6, 27, 123, 516, 1850$

열전달량

배압비에 따라 기저면에 작용하는 열전달량의 특징을 알아보기 위하여 마하수 5, 플룸 비열비 1.2인 경우의 열전달량 분포를 그림. 64에 나타냈다. x축은 기저면 길이를 기저면 직경으로 나눈 값이며 y축은 kW/m^2 로 나타낸 열전달량이다. 박리점 부근에서 약간의 교란이 있으며 박리점을 지난 후에는 제트 유동의 압축으로 인해 온도가 증가하여 기저면으로의 열전달량이 증가하게 된다.

박리가 발생하기 전까지는 노즐 출구 모서리에서 박리 없이 기저면을 따라 흐르는 플룸에 의해서만 열전달량이 발생하기 때문에 배압비와 관계없이 같은 열전달량 분포를 보인다. 하지만 박리가 발생한 이후에는 배압비가 증가할수록 열전달량이 감소하게 되며 결국 면적당 평균 열전달량은 배압비가 증가할수록 감소하게 된다.

그림. 65는 마하수 5, 플룸 비열비 1.2인 경우에 기저면에서 축 방향으로 약간 떨어진 거리인 $x/d=0.01$ 에서 $y/d=0.355$ 부터 0.5까지의 온도 분포를 나타낸 것이다. x축은 기저면 직경으로 나눈 반경 방향 길이이며 y축은 K으로 나타낸 온도이다. 배압비가 클수록 박리점이 동체 후미부 모서리에 가까워지기 때문에 더 많은 팽창을 할 수 있으며 그에 따라 온도가 감소한다. 또한 압축파에 의해 다시 온도가 상승하더라도 더 낮은 온도가 되는 것을 알 수 있다.

그림. 66은 기저면 주위의 온도 분포를 나타낸 것이다. 재순환 영역 내의 온도가 재순환 영역 바깥의 온도 보다 높은 것을 알 수 있으며 배압비가 증가할수록 재순환 영역이 작아져 평균 열전달량이 감소할 것을 예측할 수 있다.

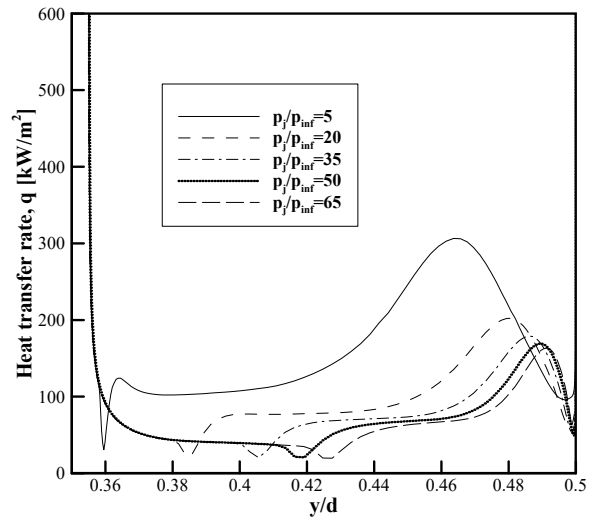


Figure 64 Heat transfer rate according to back pressure ratio for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5, 20, 35, 50, 65$, $\gamma_j=1.2$

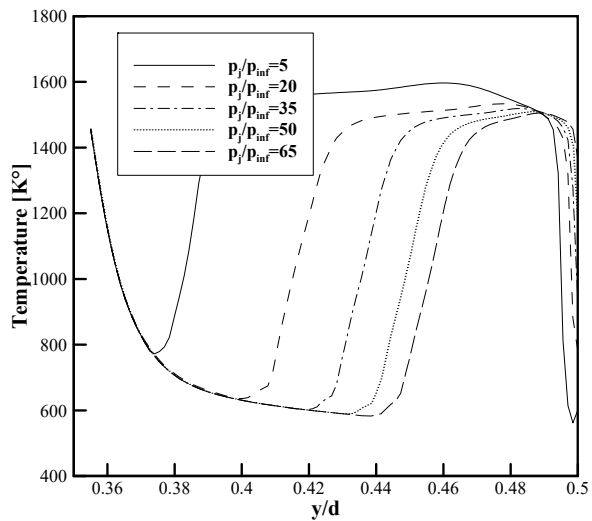


Figure 65 Temperature distribution along the base at $x/d=0.01$ for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5, 20, 35, 50, 65$, $\gamma_j=1.2$

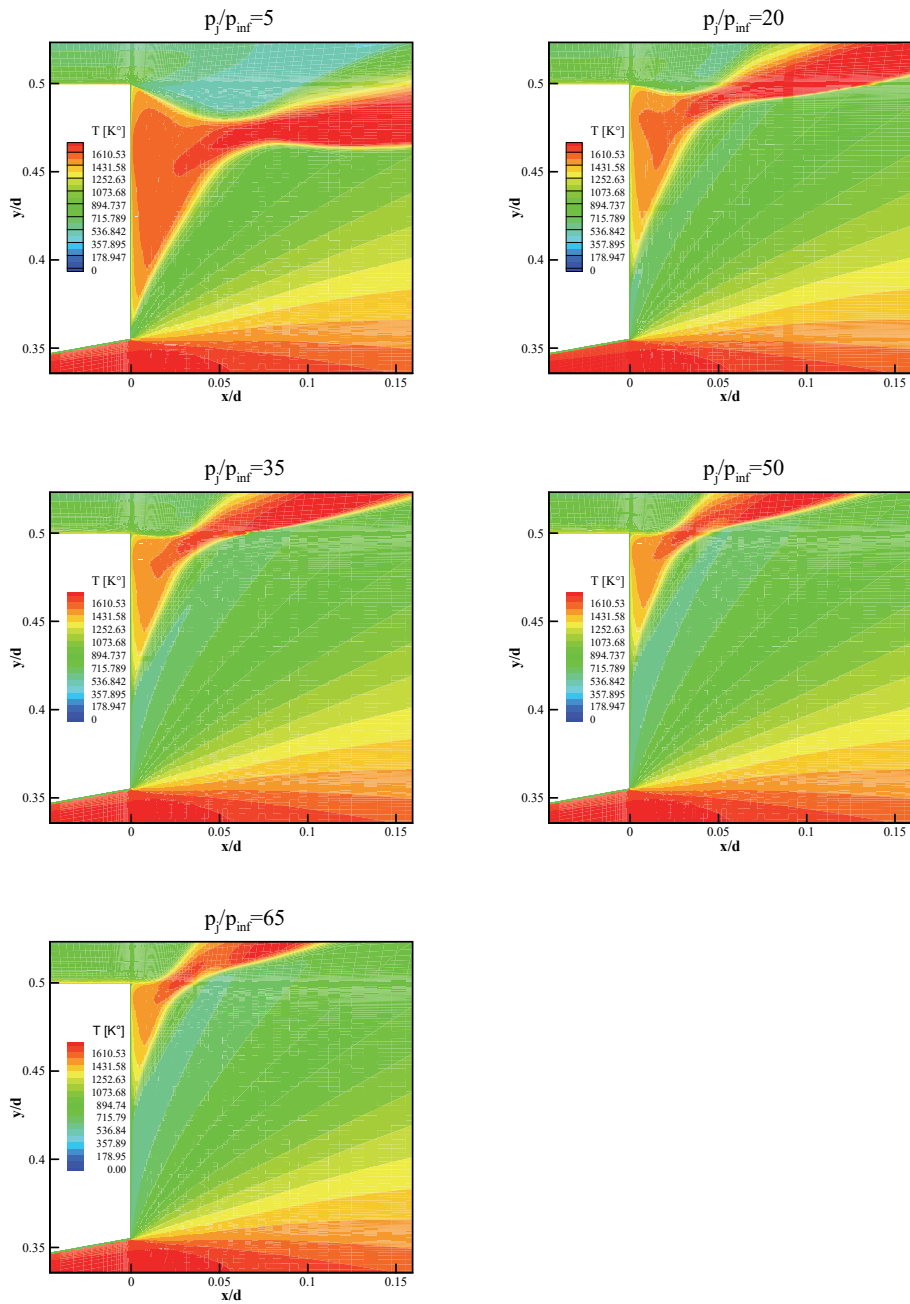


Figure 66 Temperature contour according to back pressure ratio for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=5$, 20, 35, 50, 65, $\gamma_j=1.2$

평균 기저 압력비, 열전달량과 압력 계수

그림. 67에 자유류 마하수 별로 배압비가 5인 경우를 기준으로 평균 기저 압력비를 정규화하여 나타냈고, 그림. 68은 같은 방식으로 정규화된 평균 열전달량이다. 그림. 69는 배압비에 따른 압력 계수이다. 배압비가 커지면 평균 기저 압력비가 증가하지만 평균 열전달량은 감소한다. 또한 압력 계수 역시 증가하여 기저 항력이 감소한다. 즉, 같은 비행 마하수라면 고고도로 올라갈수록 기저 항력이 감소하며 열전달량도 감소하게 된다.

배압비에 대하여 평균 기저 압력비와 열전달량의 변화율을 각각 별첨에 있는 표. C1, C2에 정리하였고 압력 계수의 차이를 표. C3에 정리하였다. 비열비가 작고 자유류 마하수가 클수록 배압비에 의한 평균 기저 압력비의 변화율은 증가한다. 평균 열전달량의 변화율은 비열비가 크고 자유류 마하수가 작을수록 증가한다. 그러므로 평균 기저 압력비는 자유류 마하수가 5, 배압비가 65이고 플룸 비열비가 1.1일 때 최대 약 3.5배 증가하며, 평균 열전달량은 자유류 마하수가 3, 배압비가 65이고 플룸 비열비가 1.4 일 때 최대 72.3% 감소한다.

압력 계수는 자유류 마하수가 3일 때 배압비에 따라서 가장 큰 차이를 보이며 배압비의 증가에 따라서 최대 0.1470만큼 증가하며 자유류 마하수가 4인 경우에는 0.0574, 5인 경우에는 0.0316의 증가를 보인다. 즉, 비행 마하수가 클 때에는 배압비에 의한 기저 항력 감소 효과가 줄어든다.

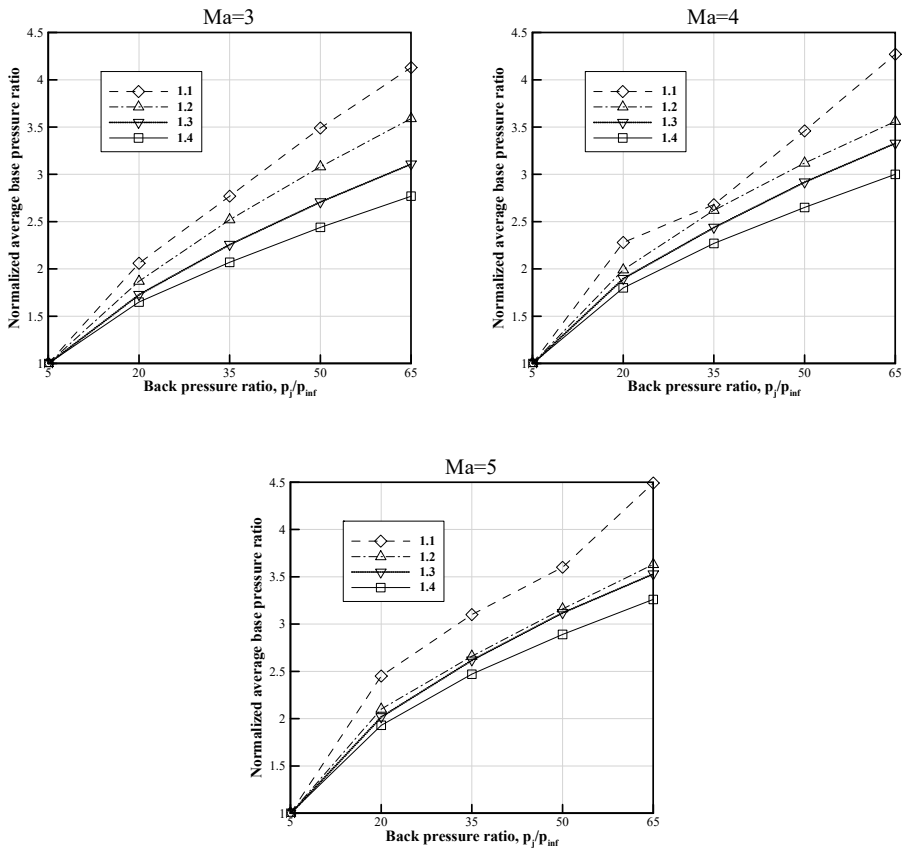


Figure 67 Normalized average base pressure ratio according to back pressure ratio

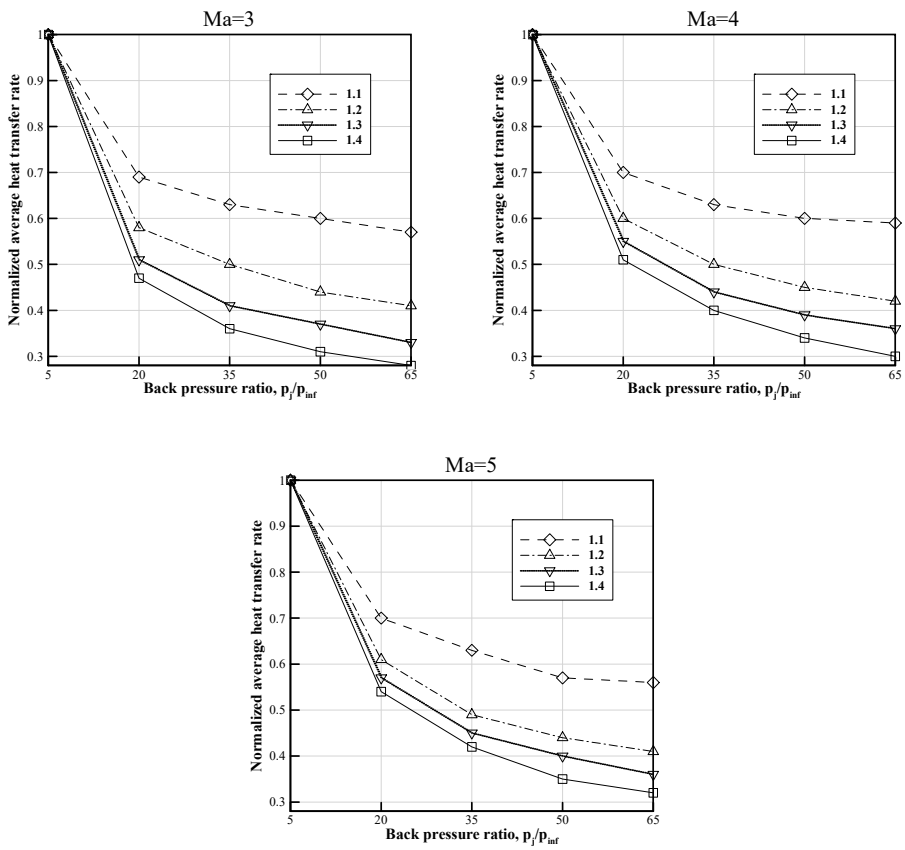


Figure 68 Normalized average heat transfer rate according to back pressure ratio

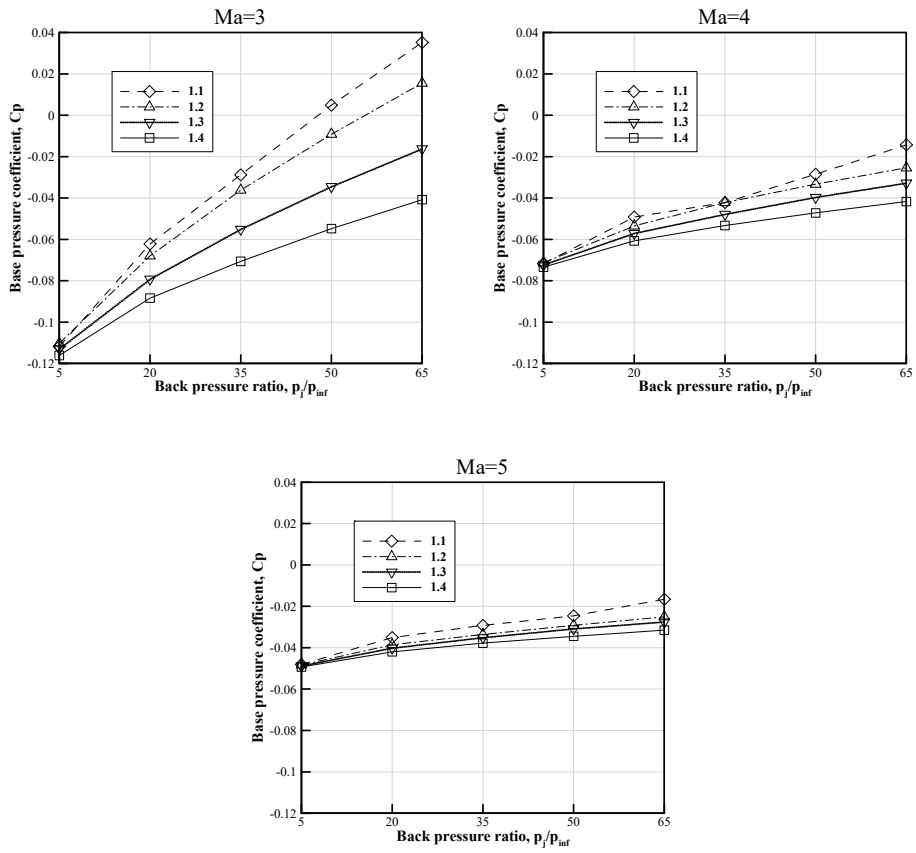


Figure 69 Base pressure coefficient according to back pressure ratio

제 3 절 플룸 비열비

정확한 기저 압력의 예측이 어려운 이유 중 하나는 플룸 기체 모델링이 어렵다는 점이다. 연소실에서 연료의 산화에 의해 생성되는 연소 생성물은 연료에 따라 연소 생성물이 달라서 수십 개의 화학종을 고려해야 할 수도 있다. 또한 연소에 의해 생성된 기체가 노즐을 지나 팽창하여 온도가 낮아지면 재결합을 하거나 충격파에 의해 온도가 상승하여 재연소를 하는 등 복잡한 화학 반응이 발생할 수 있다.

화학종들은 분자량, 생성열, 진동 특성 온도, 비열비 등 원소의 종류에 따라 다른 열화학적 특성을 갖는다. 본 연구에서는 연소에 의해 생성된 기체를 하나의 혼합물로 가정하여 비열비에 따른 기저 압력 및 열전달량의 특성을 분석하고 그 원인에 대하여 토의하였다.

공기의 비열비는 상온에서 1.4이지만 일반적으로 로켓의 연료가 연소된 후 발생하는 플룸의 비열비는 그보다 작기 때문에 비열비가 1.1, 1.2, 1.3, 1.4인 4가지 경우에 대해 연구를 수행하였다. 공기의 비열비와 플룸의 비열비가 다르기 때문에 두 화학종이 섞였을 때 에너지를 계산하기 위해서는 적절한 정적 비열을 구해야 한다. 식. 4를 다시 적어보면

$$E_{\text{trans-rot}} = (\sum c_{v,s} \eta_s) T \quad (4)$$

여기서 $c_{v,s}$ 는 각 화학종의 정적 비열이며 이 때의 정적 비열을 식. 50, 51로 정의할 수 있다.

$$c_{v,s} = \frac{3}{2}R \quad (\text{for atoms}) \quad (50)$$

$$c_{v,s} = \frac{3}{2}R + R + \frac{R}{\gamma-1} \quad (\text{for molecules}) \quad (51)$$

여기서 R 은 특별 기체 상수이다.

식. 51은 비록 화학 반응이 존재하는 기체에는 적용할 수 없지만 이를 통해 진동에너지가 평형 상태인 고온 유동을 가정할 수 있다.

기저 압력

플룸 비열비에 따른 기저 압력을 분석하기에 앞서 비열비가 초음속 유동의 팽창에 미치는 영향에 대하여 분석하였다. 식. 52는 Prandtl-Meyer function으로 그림. 70에 마하수에 대한 Prandtl-meyer function을 비열비 별로 나타냈다. 그림에서 볼 수 있듯이 이 식에 따르면 주어진 마하수에서 비열비가 작을수록 Prandtl-Meyer function 이 크다. 또한 마하수가 증가함에 따라서 특정 값에 수렴하며 이 때의 v 를 식. 53으로 쓸 수 있다. 비열비에 따라서 v_{\max} 를 표. 20에 정리하였다.

$$v(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \cdot \arctan \sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}}(M^2 - 1) - \arctan \sqrt{M^2 - 1} \quad (52)$$

$$v_{\max} = \frac{\pi}{2} \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} - 1 \right) \quad (53)$$

Table 20 Maximum prandtl-meyer function

	$\gamma = 1.1$	$\gamma = 1.2$	$\gamma = 1.3$	$\gamma = 1.4$
v_{max}	322.4	208.5	159.2	130.5

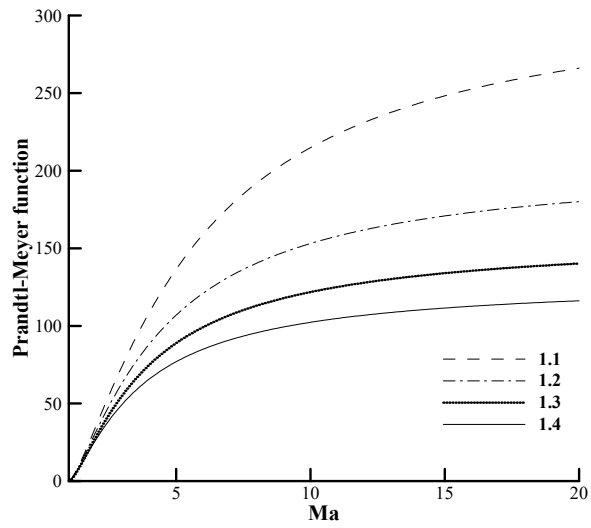


Figure 70 Prandtl-Meyer function

또한 그림. 70을 통해 알 수 있는 것은 비열비가 감소할수록 같은 전방 마하수일 때 v 가 커지며 이에 따라 팽창 후의 마하수가 감소한다는 것이다. 이 때, 전방 압력과 후방 압력의 비는 등엔트로피 관계식을 통해 유도한 식. 54로 구할 수 있다. 여기서 p_1, M_1 은 각각 팽창 전 압력과 마하수이고 p_2, M_2 는 팽창 후 압력과 마하수이다.

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (54)$$

식. 54를 통해 비열비가 감소하면 팽창비 p_2/p_1 가 커질 것을 알 수 있다. 예를 들어, 팽창각이 80° 인 경우에 대하여 팽창비 p_2/p_1 의 결과를 나타내면 그림. 71과 같다.

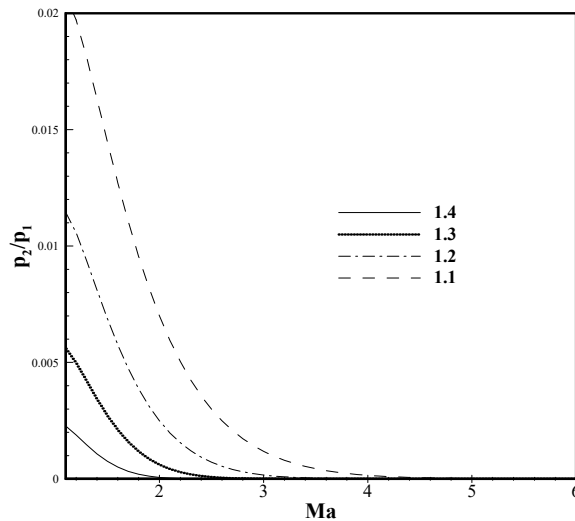


Figure 71 Expansion ratio by specific heat constant ratio according to Mach number at $\theta=80^\circ$

그림에서 볼 수 있듯이 같은 전방 마하수와 압력에서 비열비가 감소하면 팽창비는 커지고 팽창 후 압력은 증가하게 된다. 또한 팽창비 p_2/p_1 가 정해져 있다면 비열비가 감소할수록 꺾이는 각도가 커진다. 이는 위의 과정을 역산하여 유추할 수 있다.

이러한 비열비에 따른 초음속 유동의 팽창의 성질을 이용하여 플룸 비열비에 의한 기저 유동의 변화를 분석하였다. 우선, 플룸 비열비에 따른 재순환영역의 크기를 살펴보면 표. A2, A3, A4에서 볼 수 있듯이 플룸 비열비가 감소할수록 SP 와 α 는 증가하고 β 는 감소한다. 이는 배압비가 증가하는 것과 같이 전체적인 재순환 영역이 작아진다는 것을 의미한다. 앞 장에서 살펴보았던 동체 길이의 증가, 자유류 마하수 감소와 같이 자유류에 의해 기저 압력비가 증가할 때는 SP , α 가 감소하여 재순환 영역의 크기가 커졌지만 배압비의 증가, 플룸 비열비의 감소와 같이 제트 유동에 의해 기저 압력비가 증가할 때는 그 반대로 재순환 영역의 크기가 작아지는 것을 알 수 있다.

플룸 비열비가 기저 압력에 영향을 미치는 이유는 2 가지로 생각할 수 있다. 첫 번째는 노즐 내부 유동에 의해 비열비가 출구 마하수에 영향을 미치기 때문이고 두 번째는 비열비가 노즐 출구에서 팽창하는 초음속 유동의 각도에 영향을 미치기 때문이다. 우선, 노즐 내부 유동을 고찰하였다. 그림. 72, 73은 노즐 면적비에 대한 마하수와 압력비를 나타낸 그림이다. 그림. 72에서 x축은 마하수이고 y축은 노즐 면적비 A/A^* 이다. 그림. 73에서 x축은 압력비 p/p_0 이다. 여기서, p_0 는 전압력을 의미한다. 그림에서 알 수 있듯이 주어진 노즐 형상에서는 노즐 출구의 크기가 같기 때문에 비열비가 작을수록 출구 마하수가 작아지며 출구 압력은 커진다. 본 연구에서는 앞에서 설명했듯이 출구 압력이 아닌 배압비를 변수로 설정하였기 때문에 출구 마하수에 의한 영향만을 고려할 수 있다.

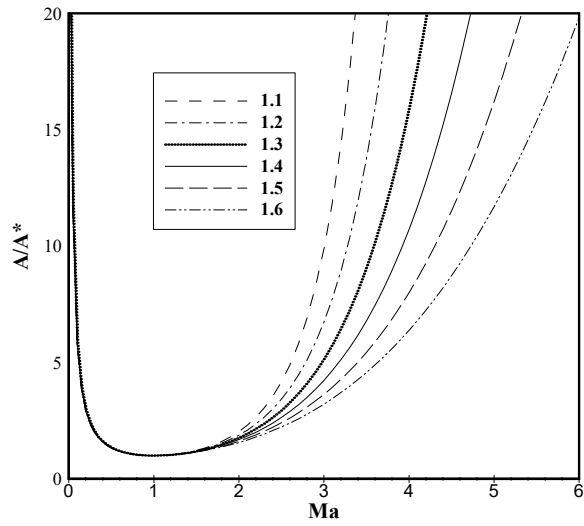


Figure 72 Area-Mach number relation by specific heat constant ratio

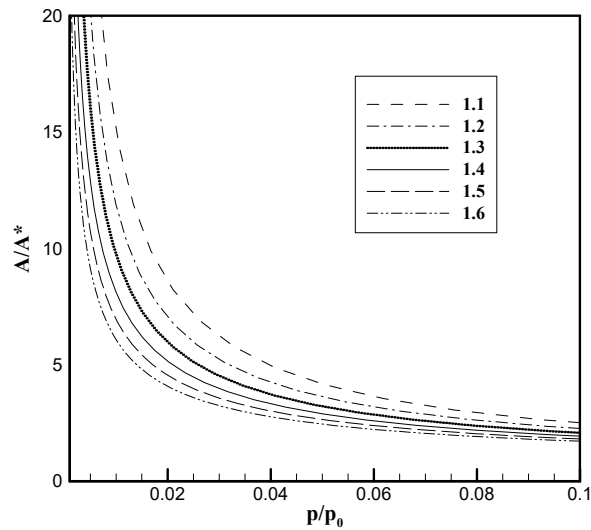


Figure 73 Area-pressure ratio relation by specific heat constant ratio

비열비가 작다는 것은 정압 비열이 정적 비열에 비해 상대적으로 작다는 것을 의미한다. 이는 단열 팽창에서 내부에너지의 감소로 인해 하는 일의 양이 더 작다는 뜻이다. 그러므로 노즐 내부 유동에서 내부에너지가 운동에너지로 전환될 때 비열비가 작을수록 운동에너지로 전환이 작으며 이에 따라 속도가 작아지게 된다.

그림. 74는 노즐 출구 마하수 결과이다. x축은 마하수이고 y축은 노즐 중앙에서 벽면까지의 길이이다. 그림에서 볼 수 있듯이 비열비가 작을수록 마하수가 작은 것을 확인할 수 있으며 마하수가 작을수록 같은 각도에서 팽창할 때 압력비 p_2/p_1 가 커진다. 그러므로 플룸 비열비가 작으면 출구 마하수가 작기 때문에 기저면에서 유동이 박리 되기 전까지의 압력은 커질 것을 유추할 수 있다.

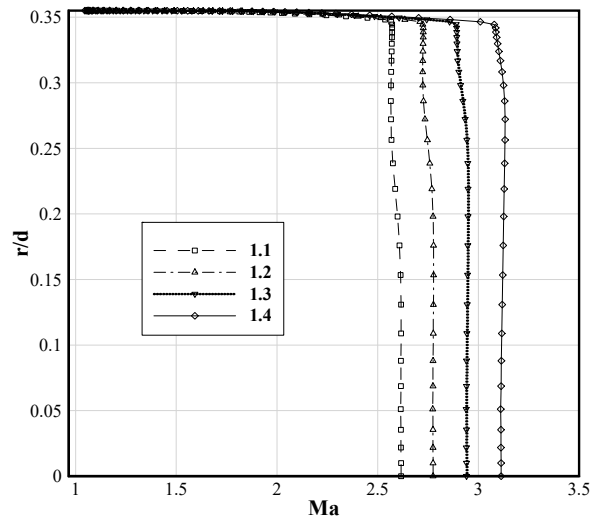


Figure 74 Nozzle exit Mach number distributions for $p_{\text{cham}}=100[\text{atm}]$, $T_{\text{cham}}=1636, 3000, 4153.85, 5142.86[\text{K}]$ for $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$

박리점 전까지의 평균 기저 압력비를 계산하여 그림. 75에 나타냈다. 그림의 x축은 배압비이고 y축은 평균 기저 압력비이다. 모든 마하수에서 배압비가 작을 때는 평균 기저 압력비가 거의 같지만 배압비가 커질수록 평균 압력비가 증가하고 특히 비열비가 작을수록 기울기가 큰 것을 확인할 수 있다. 즉, 비열비가 작을수록 박리점 전까지의 평균 기저 압력비는 증가한다.

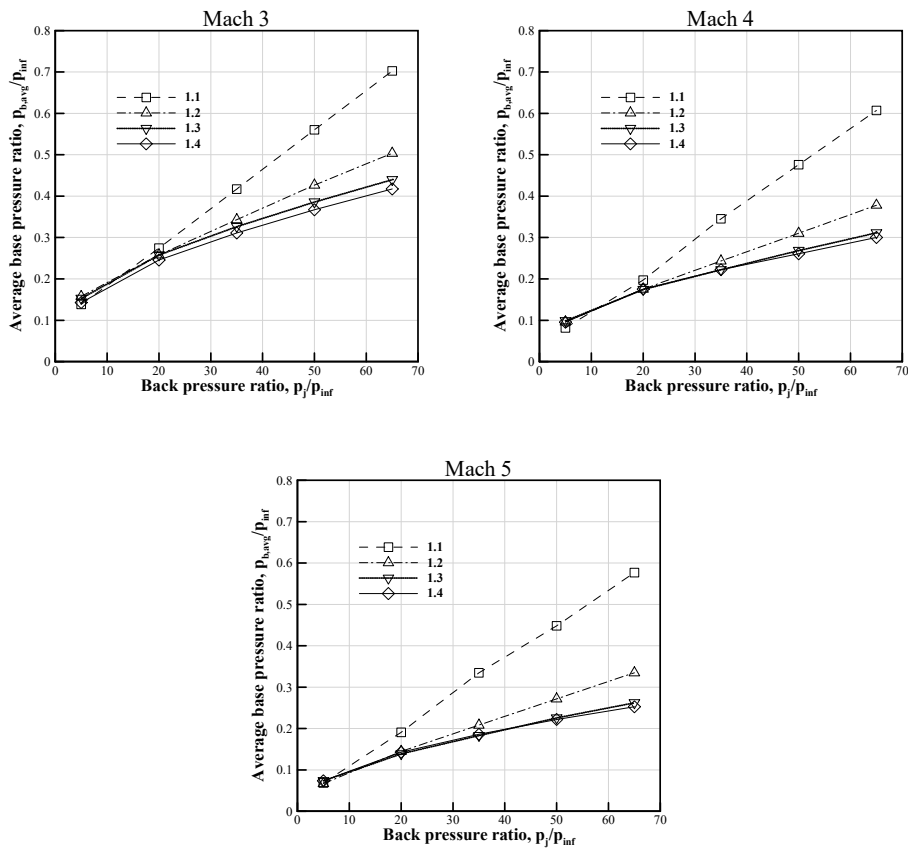


Figure 75 Average base pressure ratio of under the separation point according to back pressure ratio

비열비가 기저 압력에 영향을 미치는 2번째 요소는 노즐 출구에서 팽창하는 초음속 유동의 각도이다. 비열비에 따른 초음속 유동의 팽창을 통해 유추해보면 비열비가 작을수록 초음속 유동이 팽창 할 때 유동이 큰 각도로 꺾인다는 것을 예측할 수 있다. 또한 유동이 큰 각도로 꺾이는 게 가능할수록 반경 방향의 모멘텀이 증가한다. 이를 확인하기 위하여 노즐을 나온 유동이 $x/d=0$, $y/d=0.35$ 를 지날 때의 유선을 그림. 76에 나타냈다. 자유류 마하수 5, 배압비 35 일 때의 결과이다. 노즐 출구에서 유선이 꺾일 때 비열비가 작을수록 더 큰 각도를 갖는 것을 알 수 있다.

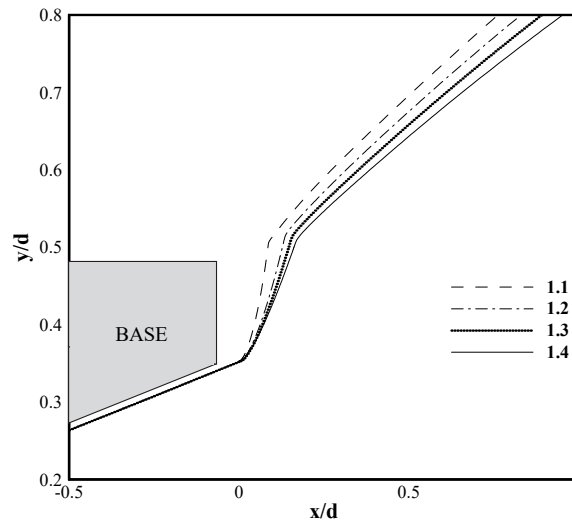


Figure 76 Streamline through $x/d=0$, $y/d=0.352$ for $Ma_\infty=5$, $p_j/p_\infty=35$, $\gamma_1=1.1, 1.2, 1.3,$

1.4

유선의 각도 차이에 의한 모멘텀의 변화를 알아보기 위해 이를 그림. 77에 나타냈다. 기저면 $x/d=0$ 에서 $x/d=0.02$ 까지의 반경 방향 모멘텀을 $y/d=0.355, 0.36$ 에서 구했다. $y/d=0.355$ 에서는 비열비가 작을수록 반경 방향 모멘텀이 작지만 $y/d=0.36$ 에서는 벽면 근처에서 이것이 역전되어 있다. 즉, 비열비가 작을수록 유선의 팽창각이 커져 반경 방향의 유동의 모멘텀이 커진다고 추측 할 수 있다. 그러므로 비열비가 감소할수록 평균 기저 압력비도 증가한다.

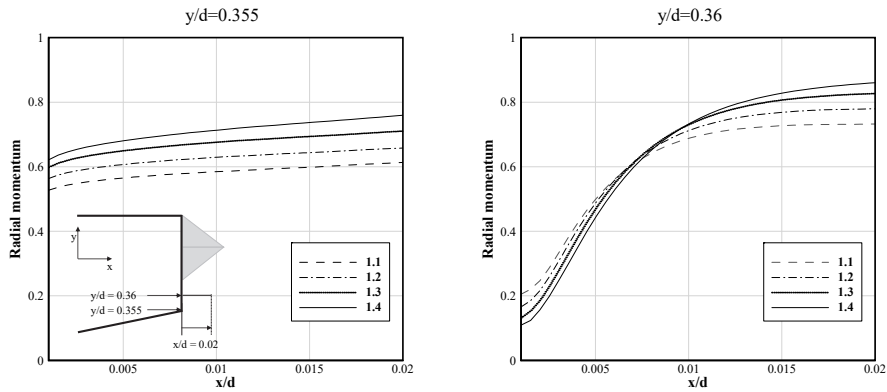


Figure 77 Radial momentum from base wall to $x/d=0.02$ at $y/d=0.355$ and 0.36 for $Ma_\infty=5, p_1/p_\infty=35, \gamma_1=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$

열전달량

노즐 유동 조건을 같은 전압력과 전엔탈피로 주었고 노즐 내부 유동을 등엔트로피 과정이라고 가정할 수 있으므로 노즐 출구에서의 전엔탈피는 모두 같다. 하지만 앞서 설명했듯이 비열비가 작을수록 내부에너지가 운동에너지로 전환되는 양이 작으며 이에 따라 노즐 출구에서의 엔탈피가 증가하게 된다. 그림. 78은 노즐 출구에서의 엔탈피를 나타낸 것이다. x 축은 kJ/kg으로 나타낸 엔탈피이고 y축은 노즐 중심에서 노즐 벽까지의 거리를 기저면 직경으로 나눈 값이다.

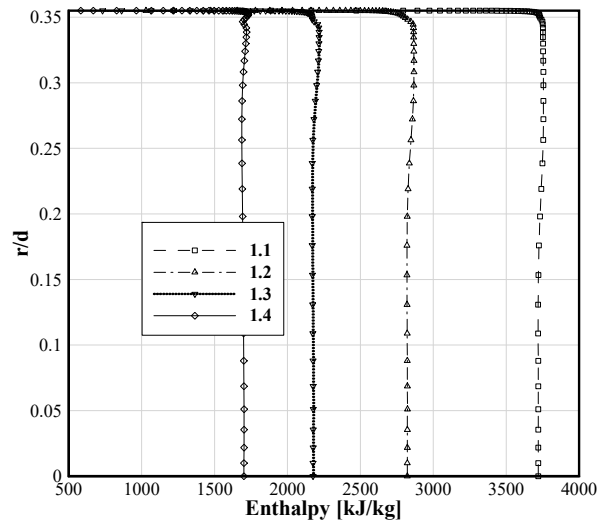


Figure 78 Enthalpy distributions at Nozzle exit for $p_{\text{cham}}=100[\text{atm}]$, $T_{\text{cham}}=1636, 3000, 4153.85, 5142.86[\text{K}]$ for $\gamma_j=1.1, 1.2, 1.3, 1.4$

평균 기저 압력비, 열전달량과 압력 계수

표. A1에서 볼 수 있듯이 자유류 마하수가 3, 배압비가 65, 비열비 1.1인 경우의 평균 기저 압력비는 약 1.2217이고 자유류 마하수와 배압비가 같지만 비열비 1.4인 경우는 0.7430이다. 즉, 비열비에 따라 평균 기저 압력비는 40% 이상의 차이가 발생한다. 그러므로 풍동을 이용한 지상 실험을 할 때에 질소 가스나 공기를 사용하면 실제 비행할 때의 기저 압력보다 더 작은 결과를 도출할 수 있다.

그림. 79, 80은 플룸 비열비가 1.4인 경우를 기준으로 평균 기저 압력비와 평균 열전달량을 정규화 한 것이고 그림. 81은 압력계수이다. 플룸 비열비가 감소할수록 평균 기저 압력과 열전달량, 압력 계수 모두 증가한다. 즉, 플룸 비열비가 감소할수록 기저 항력이 감소한다.

별첨 되어 있는 표. D1, D2, D3는 각각 플룸 비열비에 따른 평균 기저 압력비, 열전달량의 변화율과 압력 계수 차이를 정리한 것이다. 자유류 마하수가 작을수록, 배압비가 클수록 플룸 비열비에 따른 평균 기저 압력비의 변화율이 증가하며 자유류 마하수가 3, 배압비가 65인 경우에 최대 65% 가량 평균 기저 압력비가 증가한다. 또한 이 때의 압력 계수도 최대로 증가한다. 평균 열전달량은 비열비에 의한 변화가 배압비에 의한 변화보다 큰 편이며 플룸 비열비가 1.4일 때에 비해서 플룸 비열비가 1.1일 때 최대 3배 가량 증가한다.

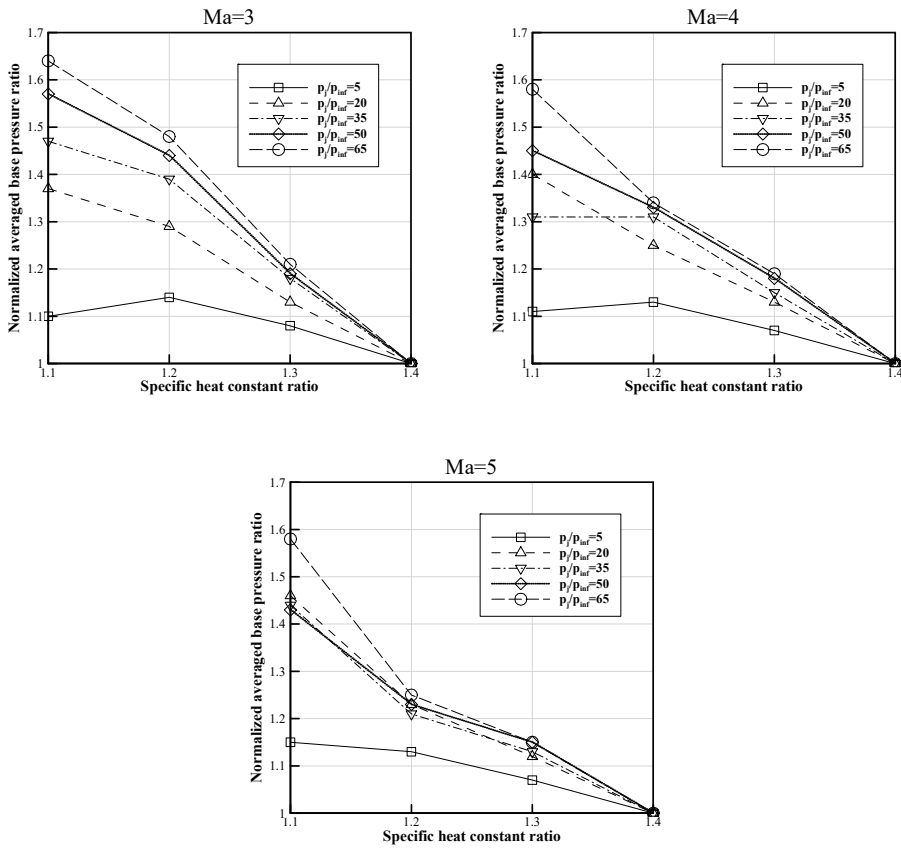


Figure 79 Normalized average base pressure ratio according to jet specific heat constant ratio

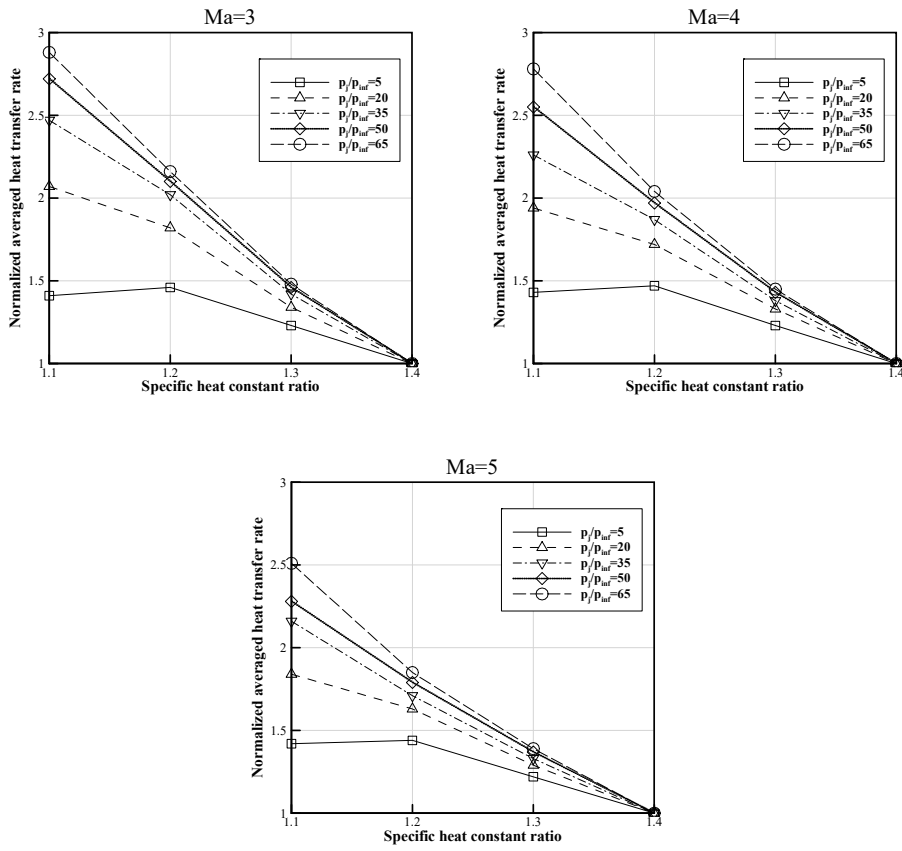


Figure 80 Normalized average heat transfer rate according to jet specific heat constant ratio

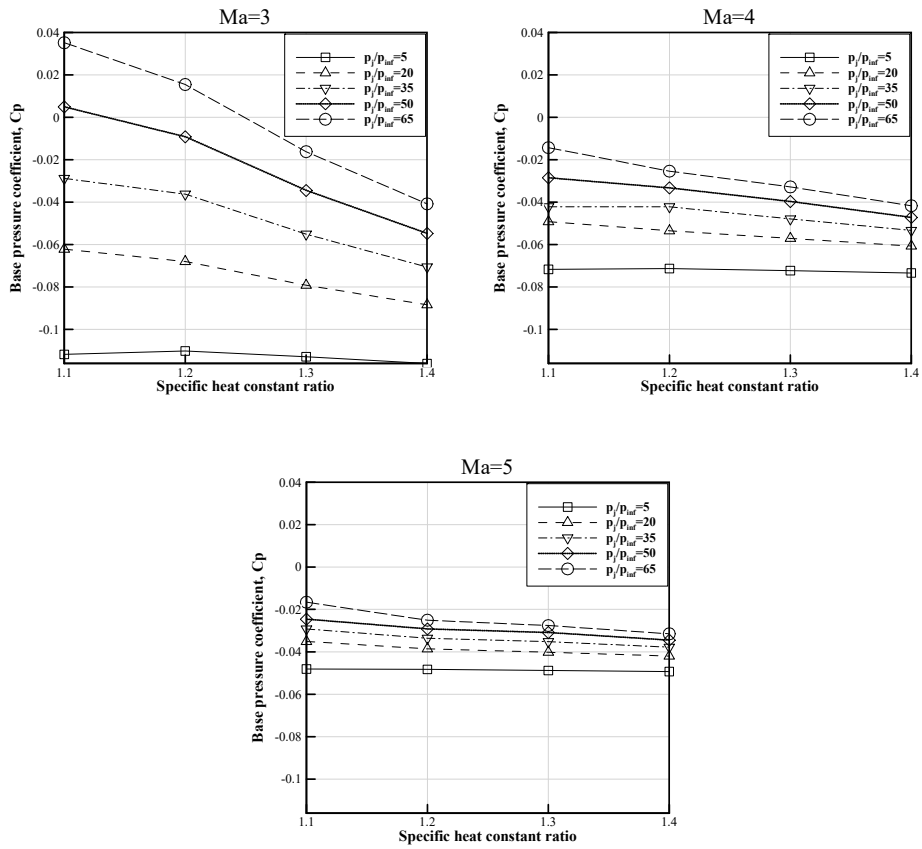


Figure 81 Base pressure coefficient according to jet specific heat constant ratio

제 6 장 결론

초음속 비행체가 플룸을 배출하며 비행할 때 노즐을 통해 나오는 제트 유동은 비행체의 고도가 높아짐에 따라 강하게 과소 팽창하게 된다. 이때 초음속 비행체에 작용하는 항력은 전방에서 발생하는 충격파에 의한 항력 외에도 기저면 근처의 낮은 압력으로 인한 기저 항력이 존재하며 과소팽창하는 플룸에 의해 기저면으로의 강한 열전달이 발생한다

본 연구에서는 플룸을 포함한 초음속 비행체의 기저면 근처 유동의 물리적 현상들을 규명하고 노즐 립이 없는 초음속 비행체에 대해서 기저면 직경, 동체 길이, 자유류 마하수, 배압비, 플룸 비열비가 기저 항력과 기저면으로의 열전달량에 미치는 과정 및 그 원인에 대하여 분석하였다. 노즐 립이 없는 비행체의 기저 유동은 3가지 형태로 구분 할 수 있으며 그 중 PIFS Type II에 대하여 중점적으로 연구하였다.

PIFS Type I은 노즐에서 나오는 제트가 바로 박리 되기 때문에 제트의 팽창 각도가 주어지면 기저 압력 및 열전달량을 비교적 쉽게 예측할 수 있고, PIFS Type III는 자유류가 기저면에 영향을 미치지 않기 때문에 제트 유동의 조건에 따라서 기저 압력 및 열전달량이 결정된다. 하지만 PIFS Type II는 제트 유동이 기저면을 따라 흐르다 박리 되기 때문에 PIFS Type I, III와 다르게 자유류의 팽창과 제트 유동의 팽창이 기저 항력과 열전달량에 영향을 주게 되며 이를 구분하여 파악하였다.

제 4장, 5장에서 논의되었던 5가지 요인인 기저면 직경 d_b/d_e , 동체 길이 L/d , 자유류 마하수 Ma_∞ , 배압비 p_j/p_∞ , 플룸 비열비 γ_∞ 가 증가할 때 박리점 SP , 박리각 α, β , 평균 기저 압력비 $p_{b,avg}/p_\infty$, 기저 압력 계수 C_p , 평균 열전달량 q_{avg} 가 어떻게 변화하는지 그 경향성을 다음 표. 21

에 정리하였다. 위쪽 방향 화살표는 각 요인이 증가할 때 해당 변수 역시 증가한다는 의미이고 아래쪽 방향 화살표는 감소한다는 의미이다.

Table 21 Comprehensive results

	d_b/d_e	L/d	Ma_∞	p_i/p_∞	γ_∞
SP	↓	↓	↑	↑	↓
α	↓	↓	↑	↑	↓
β	↑	↓	↑	↓	↑
$p_{b,avg}/p_\infty$	↓	↑	↓	↑	↓
C_p	↓	↑	-	↑	↓
q_{avg}	↓	↑	↑	↓	↓

각 요인들을 기저 유동에 영향을 미치는 과정에 의해 크게 세 가지로 나눌 수 있다.

첫 번째는 질량 유량에 의한 것으로 기저면 직경이 이에 해당된다. 기저면 직경이 커지면 기저면의 면적이 넓어지고 노즐 출구 면적이 고정되어 있다면 기저면으로 유입되는 질량 유량은 일정하기 때문에 기저면의 면적이 넓어지며 기저 압력이 감소하며 열전달량 역시 감소한다.

두 번째는 자유류의 팽창에 의한 것으로 동체의 길이, 자유류 마하수가 이에 해당된다. 동체의 길이가 증가하거나 자유류 마하수가 증가하더라도 체트 유동 조건에는 변화가 없고 주로 동체 후미부에서 자유류 유동의 팽창에 의해 기저 압력이 결정되기 때문에 박리 직전의 마하수가 이를 결정하게 된다. 앞서 살펴 보았듯이 동체의 길이가 증가하면 박리 직전의 마하수가 감소하고 자유류 마하수가 증가하면 박리 직전의 마하

수가 증가한다. 박리 직전의 마하수가 클수록 크게 팽창되어 기저 압력이 감소하게 되고 이에 따라 기저면 위의 경계층 박리가 지연되어 박리점이 증가하고 박리각 α 역시 커지며 박리각 β 역시 커진다. 또한 동체의 길이 증가와 마하수 증가가 모두 더 많은 공력 가열 현상을 야기하기 때문에 평균 열전달량이 증가하게 된다.

세 번째는 제트 유동 조건에 의한 것으로 배압비, 플룸 비열비가 이에 해당된다. 배압비의 증가와 비열비의 감소는 모두 제트 유동의 반경 방향 모멘텀을 증가시키는 요인이다. 반경 방향 모멘텀이 증가할수록 기저 압력이 증가하게 되며 박리점과 박리각 α 가 증가하고 박리각 β 가 감소하여 재순환 영역이 반경 방향으로 밀려 올라가는 형태가 된다. 박리점이 증가함에 따라서 기저면에서 팽창되는 영역이 커지고 이에 따라 제트 유동의 온도가 감소하여 평균 열전달량은 감소하게 된다.

마지막으로 기저 압력 계수의 경우 대부분 평균 기저 압력비와 같은 경향성을 보이지만 식. 49에서 볼 수 있듯이 자유류 마하수가 영향을 미치지 때문에 자유류 마하수에 따라서는 일정한 경향성을 보이지 않는다.

이와 같이 Power-on 상태의 초음속 비행체의 기저 항력 및 열전달량은 다양한 요인들에 의해서 영향을 받고 그 과정이 다르기 때문에 하나의 실험식이나 이론으로 정립될 수 없으며 새로운 초음속 비행체의 개발 시 이를 계산하기 위해서는 본 연구에서 언급한 요인들을 필수적으로 고려해야한다. 결론적으로 본 연구는 기저 항력 및 열전달량에 영향을 미치는 요인들을 분석하여 물리적 현상을 규명하였으며 각 요인들에 대한 경향성을 제시하였다.

Appendix

자유류 마하수, 배압비와 플룸 비열비에 따른 기저 유동의 수치 해석 결과를 표. A1, A2, A3, A4, A5에 정리하였다. 표. A1은 평균 기저 압력비, 표. A2는 평균 압력 계수, A3, A4, A5는 박리점, 박리각 α, β 이고 표. A6 는 평균 열전달량이다.

또한 자유류 마하수의 영향을 분석하기 위해 표. A7에 벽면에서 반경 방향으로 5개의 지점을 지나는 유선의 팽창비를 정리하였다. 5개의 지점은 $x/d=0$ 에서 $y/d=0.502, 0.51, 0.52, 0.53, 0.54$ 이다. M_1 과 p_1 은 각각, 팽창 전 마하수와 압력으로 $x/d=0$ 에서의 값이고 M_2, p_2 는 팽창 후 압력이 최소일 때의 값이다.

표. B1에는 자유류 마하수의 변화에 따른 평균 기저 압력비의 변화율을 정리하였다. 마하수가 3일 때 평균 기저 압력비가 가장 작기 때문에 배압비와 플룸 비열비가 같고 마하수가 3인 경우를 기준으로 변화율을 계산하였다. 마찬가지로 표. B2에는 자유류 마하수의 변화에 따른 열전달량, 표. B3에는 압력 계수의 차이를 각각 정리하였다.

표. C1에는 배압비의 변화에 따른 평균 기저 압력비의 변화율을 정리하였다. 배압비가 5일 때 평균 기저 압력비가 가장 작기 때문에 자유류 마하수와 플룸 비열비가 같고 배압비가 5인 경우를 기준으로 변화율을 계산하였다. 표. C2에는 배압비의 변화에 따른 열전달량, 표. C3에는 압력 계수의 차이를 각각 정리하였다.

표. D1에는 플룸 비열비의 변화에 따른 평균 기저 압력비의 변화율을 정리하였다. 플룸 비열비가 1.4인 경우를 기준으로 하였다. 표. D2에는

플룸 비열비의 변화에 따른 열전달량, 표. D3에는 압력 계수의 차이를 각각 정리하였다.

마지막으로 표. E에는 본 논문에서 사용된 화학종들의 전달계수를 정리하였다.

Table A1 Averaged base pressure ratios

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j=1.1$	$\gamma_j=1.2$	$\gamma_j=1.3$	$\gamma_j=1.4$
3	5	0.2958	0.3060	0.2890	0.2685
	20	0.6084	0.5713	0.5008	0.4429
	35	0.8184	0.7718	0.6528	0.5555
	50	1.0308	0.9420	0.7826	0.6550
	65	1.2217	1.0977	0.8976	0.7430
4	5	0.1968	0.2010	0.1903	0.1777
	20	0.4487	0.4008	0.3610	0.3207
	35	0.5277	0.5269	0.4637	0.4033
	50	0.6805	0.6275	0.5558	0.4708
	65	0.8398	0.7154	0.6331	0.5332
5	5	0.1580	0.1547	0.1468	0.1373
	20	0.3864	0.3242	0.2961	0.2644
	35	0.4891	0.4115	0.3845	0.3390
	50	0.5691	0.4884	0.4585	0.3970
	65	0.7102	0.5615	0.5175	0.4481

Table A2 Base pressure coefficients

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j=1.1$	$\gamma_j=1.2$	$\gamma_j=1.3$	$\gamma_j=1.4$
3	5	-0.1118	-0.1101	-0.1128	-0.1161
	20	-0.0620	-0.0680	-0.0791	-0.0883
	35	-0.0286	-0.0360	-0.0549	-0.0704
	50	0.0052	-0.0089	-0.0342	-0.0545
	65	0.0356	0.0159	-0.0159	-0.0404
4	5	-0.0717	-0.0713	-0.0723	-0.0734
	20	-0.0472	-0.0535	-0.0570	-0.0606
	35	-0.0420	-0.0421	-0.0478	-0.0532
	50	-0.0283	-0.0331	-0.0395	-0.0471
	65	-0.0140	-0.0252	-0.0325	-0.0415
5	5	-0.0481	-0.0483	-0.0487	-0.0493
	20	-0.0353	-0.0390	-0.0402	-0.0420
	35	-0.0291	-0.0335	-0.0351	-0.0377
	50	-0.0245	-0.0291	-0.0308	-0.0344
	65	-0.0164	-0.0249	-0.0274	-0.0314

Table A3 Separation points

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j=1.1$	$\gamma_j=1.2$	$\gamma_j=1.3$	$\gamma_j=1.4$
3	5	0.3561	0.3551	0.3551	0.3551
	20	0.3840	0.3594	0.3561	0.3556
	35	0.4030	0.3665	0.3578	0.3563
	50	0.4128	0.3730	0.3598	0.3570
	65	0.4192	0.3787	0.3619	0.3577
4	5	0.3694	0.3560	0.3553	0.3552
	20	0.4079	0.3715	0.3584	0.3563
	35	0.4384	0.3874	0.3631	0.3578
	50	0.4462	0.3993	0.3675	0.3592
	65	0.4502	0.4078	0.3716	0.3606
5	5	0.3840	0.3588	0.3557	0.3554
	20	0.4157	0.3840	0.3614	0.3571
	35	0.4447	0.4045	0.3683	0.3591
	50	0.4604	0.4167	0.3741	0.3611
	65	0.4634	0.4248	0.3798	0.3630

Table A4 Separation angles, α (deg.)

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j=1.1$	$\gamma_j=1.2$	$\gamma_j=1.3$	$\gamma_j=1.4$
3	5	59.6	54.4	51.2	48.7
	20	66.4	64.5	61.4	58.4
	35	68.7	67.2	64.7	61.7
	50	70.0	68.8	66.6	63.6
	65	71.3	69.8	67.9	65.0
4	5	63.9	59.9	56.1	52.9
	20	68.9	67.5	64.7	61.3
	35	71.4	69.5	67.6	64.4
	50	72.5	70.8	69.1	66.3
	65	73.2	71.8	70.2	67.4
5	5	65.5	63.2	59.2	55.6
	20	70.1	67.4	66.5	63.0
	35	71.7	71.0	69.0	65.9
	50	73.8	72.3	70.5	67.5
	65	74.5	72.8	71.4	68.7

Table A5 Separation angles, β (deg.)

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j=1.1$	$\gamma_j=1.2$	$\gamma_j=1.3$	$\gamma_j=1.4$
3	5	22.6	23.0	24.2	25.7
	20	8.8	12.6	15.5	17.8
	35	3.7	7.6	11.1	14.0
	50	-0.4	4.6	8.4	11.3
	65	-10.0	2.2	6.4	9.3
4	5	24.2	25.1	26.3	27.4
	20	13.2	14.0	16.9	19.2
	35	4.8	8.4	12.5	15.4
	50	0.9	5.1	9.1	12.7
	65	-4.6	2.7	6.8	10.5
5	5	24.5	26.2	27.3	28.4
	20	11.4	13.2	17.6	19.8
	35	4.0	9.2	12.9	15.8
	50	1.1	5.6	9.6	13.1
	65	-3.9	2.6	6.9	11.0

Table A6 Averaged heat transfer rate (kW/m²)

Ma _∞	p _j /p _∞	γ _j =1.1	γ _j =1.2	γ _j =1.3	γ _j =1.4
3	5	141.1	146.9	123.8	100.3
	20	97.4	85.5	63.2	47.0
	35	89.2	72.7	51.3	36.1
	50	84.5	65.2	45.2	31.0
	65	80.0	60.1	41.1	27.8
4	5	154.7	159.4	133.4	108.5
	20	108.5	96.1	74.0	55.8
	35	97.1	80.3	59.1	42.9
	50	93.2	72.2	52.2	36.6
	65	91.3	66.9	47.6	32.8
5	5	165.2	168.2	142.1	116.5
	20	115.1	102.1	81.0	62.6
	35	104.8	82.8	64.6	48.4
	50	94.1	73.8	56.6	41.2
	65	92.6	68.4	51.3	36.9

Table A7 M1, M2 and expansion ratio along the streamline according to freestream Mach number in case of back pressure ratio 5, jet specific heat constant ratio 12

y/d=0.502			
Ma _∞	M ₁	M ₂	p ₂ /p ₁
3	1.627	2.212	0.3097
4	1.902	2.887	0.2046
5	2.067	3.225	0.1580
y/d=0.51			
3	2.023	2.775	0.3033
4	2.422	3.464	0.2048
5	2.690	3.769	0.2078
y/d=0.52			
3	2.246	3.014	0.3140
4	2.732	3.499	0.3358
5	3.070	3.793	0.3746
y/d=0.53			
3	2.442	3.095	0.3875
4	3.019	3.605	0.4578
5	3.424	3.978	0.5107
y/d=0.54			
3	2.641	3.148	0.4838
4	3.333	3.778	0.5737
5	3.836	4.277	0.6279

Table B1 Base pressure ratio change rates according to freestream Mach number

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j = 1.1$	$\gamma_j = 1.2$	$\gamma_j = 1.3$	$\gamma_j = 1.4$
3		–	–	–	–
4	5	-33.45%	-34.30	-34.16	-33.83
5		-46.58%	-49.46	-49.21	-48.89
3		–	–	–	–
4	20	-26.25	-29.85	-27.91	-27.59
5		-36.49	-43.25	-40.87	-40.31
3		–	–	–	–
4	35	-35.52	-31.74	-28.97	-27.41
5		-40.24	-46.69	-41.10	-38.98
3		–	–	–	–
4	50	-33.98	-33.38	-28.98	-28.12
5		-44.79	-48.16	-41.41	-39.38
3		–	–	–	–
4	65	-31.26	-34.82	-29.47	-28.24
5		-41.87	-48.85	-42.35	-39.69

Table B2 Heat transfer rate change rates according to freestream Mach number

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j = 1.1$	$\gamma_j = 1.2$	$\gamma_j = 1.3$	$\gamma_j = 1.4$
3	5	—	—	—	—
4		9.7%	8.5%	7.8%	8.1%
5		17.1%	14.5%	14.8%	16.2%
3	20	—	—	—	—
4		11.4%	12.3%	17.1%	18.8%
5		18.2%	19.4%	28.3%	33.4%
3	35	—	—	—	—
4		8.9%	10.4%	15.2%	18.8%
5		17.5%	13.8%	26.0%	34.1%
3	50	—	—	—	—
4		10.3%	10.7%	15.4%	17.9%
5		11.4%	13.1%	25.2%	32.9%
3	65	—	—	—	—
4		14.1%	11.4%	15.8%	18.1%
5		15.8%	13.9%	24.9%	32.7%

Table B3 Base pressure coefficient differences according to freestream Mach number

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j = 1.1$	$\gamma_j = 1.2$	$\gamma_j = 1.3$	$\gamma_j = 1.4$
3	5	–	–	–	–
4		0.0401	0.0388	0.0406	0.0427
5		0.0637	0.0619	0.0641	0.0668
3	20	–	–	–	–
4		0.0129	0.0145	0.0222	0.0278
5		0.0271	0.0294	0.0390	0.0464
3	35	–	–	–	–
4		-0.0133	-0.0060	0.0072	0.0173
5		-0.0004	0.0026	0.0199	0.0328
3	50	–	–	–	–
4		-0.0334	-0.0241	-0.0052	0.0075
5		-0.0295	-0.0200	0.0036	0.0203
3	65	–	–	–	–
4		-0.0495	-0.0409	-0.0165	-0.0009
5		-0.0517	-0.0406	-0.0113	0.0093

Table C1 Base pressure ratio change rates according to back pressure ratio

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j=1.1$	$\gamma_j=1.2$	$\gamma_j=1.3$	$\gamma_j=1.4$
3	5	–	–	–	–
	20	1.06	0.87	0.73	0.65
	35	1.77	1.52	1.26	1.07
	50	2.49	2.08	1.71	1.44
	65	3.13	2.59	2.11	1.77
4	5	–	–	–	–
	20	1.28	0.99	0.90	0.80
	35	1.68	1.62	1.44	1.27
	50	2.46	2.12	1.92	1.65
	65	3.27	2.56	2.33	2.00
5	5	–	–	–	–
	20	1.45	1.10	1.02	0.93
	35	2.10	1.66	1.62	1.47
	50	2.60	2.16	2.12	1.89
	65	3.49	2.63	2.53	2.26

Table C2 Heat transfer rate change rates according to back pressure ratio

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j=1.1$	$\gamma_j=1.2$	$\gamma_j=1.3$	$\gamma_j=1.4$
3	5	–	–	–	–
	20	–30.9%	–41.8%	–49.0%	–53.2%
	35	–36.8%	–50.5%	–58.6%	–64.0%
	50	–40.1%	–55.6%	–63.5%	–69.1%
	65	–43.3%	–59.1%	–66.8%	–72.3%
4	5	–	–	–	–
	20	–29.9%	–39.7%	–44.5%	–48.5%
	35	–37.2%	–49.6%	–55.7%	–60.5%
	50	–39.8%	–54.7%	–60.9%	–66.3%
	65	–41.0%	–58.0%	–64.3%	–69.7%
5	5	–	–	–	–
	20	–30.3%	–39.3%	–43.0%	–46.3%
	35	–36.6%	–50.8%	–54.6%	–58.5%
	50	–43.0%	–56.1%	–60.2%	–64.6%
	65	–44.0%	–59.3%	–63.9%	–68.3%

Table C3 Base pressure coefficient differences according to back pressure ratio

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j=1.1$	$\gamma_j=1.2$	$\gamma_j=1.3$	$\gamma_j=1.4$
3	5	–	–	–	–
	20	0.0496	0.0421	0.0336	0.0277
	35	0.0830	0.0739	0.0577	0.0456
	50	0.1167	0.1010	0.0783	0.0613
	65	0.1470	0.1257	0.0966	0.0753
4	5	–	–	–	–
	20	0.0225	0.0178	0.0152	0.0128
	35	0.0295	0.0291	0.0244	0.0201
	50	0.0432	0.0381	0.0326	0.0262
	65	0.0574	0.0459	0.0395	0.0317
5	5	–	–	–	–
	20	0.0130	0.0097	0.0085	0.0073
	35	0.0189	0.0147	0.0136	0.0115
	50	0.0235	0.0191	0.0178	0.0148
	65	0.0316	0.0232	0.0212	0.0178

Table D1 Base pressure ratio change rates according to jet specific heat constant ratio

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j = 1.1$	$\gamma_j = 1.2$	$\gamma_j = 1.3$	$\gamma_j = 1.4$
3	5	10.1%	14.0%	7.6%	–
	20	37.4%	29.0%	13.1%	–
	35	47.3%	38.9%	17.5%	–
	50	57.4%	43.8%	19.5%	–
	65	64.4%	47.7%	20.8%	–
4	5	10.8%	13.1%	7.1%	–
	20	39.9%	25.0%	12.6%	–
	35	30.9%	30.7%	15.0%	–
	50	44.5%	33.3%	18.0%	–
	65	57.5%	34.2%	18.7%	–
5	5	15.1%	12.7%	7.0%	–
	20	46.1%	22.6%	12.0%	–
	35	44.3%	21.4%	13.4%	–
	50	43.3%	23.0%	15.5%	–
	65	58.5%	25.3%	15.5%	–

Table D2 Heat transfer rate change rates according to jet specific heat constant ratio

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j=1.1$	$\gamma_j=1.2$	$\gamma_j=1.3$	$\gamma_j=1.4$
3	5	40.6%	46.5%	23.4%	—
	20	107.4%	82.1%	34.5%	—
	35	147.1%	101.5%	42.0%	—
	50	172.4%	110.3%	45.7%	—
	65	187.7%	116.0%	47.8%	—
4	5	42.7%	46.9%	23.0%	—
	20	94.4%	72.1%	32.5%	—
	35	126.4%	87.2%	37.7%	—
	50	154.8%	97.5%	42.6%	—
	65	178.0%	103.8%	45.0%	—
5	5	41.8%	44.3%	21.9%	—
	20	83.8%	63.0%	29.4%	—
	35	116.5%	71.0%	33.4%	—
	50	128.3%	79.0%	37.2%	—
	65	151.0%	85.3%	39.1%	—

Table D3 Base pressure coefficient differences according to jet specific heat constant ratio

Ma_∞	p_j/p_∞	$\gamma_j = 1.1$	$\gamma_j = 1.2$	$\gamma_j = 1.3$	$\gamma_j = 1.4$
3	5	0.0043	0.0059	0.0033	–
	20	0.0263	0.0204	0.0092	–
	35	0.0417	0.0343	0.0154	–
	50	0.0596	0.0456	0.0203	–
	65	0.0760	0.0563	0.0245	–
4	5	0.0017	0.0021	0.0011	–
	20	0.0114	0.0071	0.0036	–
	35	0.0111	0.0110	0.0054	–
	50	0.0187	0.0140	0.0076	–
	65	0.0274	0.0163	0.0089	–
5	5	0.0012	0.0010	0.0005	–
	20	0.0070	0.0034	0.0018	–
	35	0.0086	0.0041	0.0026	–
	50	0.0098	0.0052	0.0035	–
	65	0.0150	0.0065	0.0040	–

Table E1 Viscosity ① [poises]

Temp. [K]	CO	NO	O ₂	N ₂	H ₂ O	CO ₂
0	5.5	75.2	94.1	53.3	11.2	1.1
100	24.5	118.3	141.3	93.7	43.9	51.1
200	46.3	167.1	195	138.5	77.1	102.8
300	63.9	207.4	238.9	176.7	109.6	152
400	79.4	243.3	277.5	211.2	143.2	196
500	94.1	276.4	312.9	243.5	178.6	235.4
600	108.6	307.4	346	274.2	214.9	271.4
700	123.1	336.9	377.3	303.6	251.5	304.8
800	137.4	365.2	407.1	332	287.9	335.9
900	151.2	392.5	435.8	359.6	323.5	365.3
1000	164.6	418.9	463.6	386.6	358.7	393.1
1500	528	542	591.7	513.7	521.7	517.6
2000	637	654.7	708	632.6	663.7	625.1
2500	736.1	760.8	816.6	746.1	790.5	721.3
3000	828.1	862.2	919.9	855.8	906.1	812.2
3500	914.8	960	1018.9	962.7	1013	899
4000	997.1	1054.8	1114.7	1067.2	1112.5	980.7
4500	1075.7	1147.3	1207.7	1170	1206.6	1058.7
5000	1151.4	1237.9	1298.4	1271.1	1296.6	1133.5

Table E2 Viscosity ② [poises]

Temp. [K]	O	N	H	OH	H ₂
0	53.5	47.8	14.8	21.1	13.1
100	110	98.3	34.3	78.1	37.8
200	172.5	154.1	56.9	144.2	66.6
300	226	201.9	74.9	196.7	89.2
400	274.5	245.3	90.3	241.4	108.6
500	319.9	285.8	104.2	281.2	126.1
600	362.9	324.2	117.5	318	142
700	404	361	129.9	352.2	156.8
800	443.7	396.5	141.7	384.2	170.8
900	482.1	430.8	153	414.5	184.5
1000	519.5	464.2	163.8	443.4	197.8
1500	694.8	620.8	212.8	577.9	257.5
2000	856.7	765.5	256.2	696.7	310.1
2500	1009.6	902.1	295.8	804.9	358.2
3000	1155.9	1032.9	332.7	905.4	402.8
3500	1297.2	1159.1	367.5	1000.1	444.9
4000	1434.3	1281.6	400.6	1090	485
4500	1567.9	1401	432.2	1176	523.2
5000	1698.6	1517.8	462.6	1258.7	560

Table E3 Heat conductivity ① [cal/cm-sec-K]

Temp. [K]	CO	NO	O ₂	N ₂	H ₂ O	CO ₂
0	5.5	23.6	4	4.7	5	0.1
100	24.5	37.2	20.4	23.4	26.5	11.7
200	46.3	52.5	39.2	44.8	48.9	25.9
300	63.9	65.2	54.4	62.2	69.9	43.5
400	79.4	76.5	67.4	77	93	61.8
500	94.1	86.9	78.8	90	119	79.8
600	108.6	96.7	89	101.6	147.3	97.2
700	123.1	105.9	98.3	112.3	177.5	114.1
800	137.4	114.8	106.9	122.1	209.4	130.2
900	151.2	123.4	117.4	131.3	242.5	145.7
1000	164.6	131.7	126.9	139.9	276.9	160.5
1500	226.3	170.4	170.5	177.2	456	226.6
2000	280.3	205.8	208.7	213	628.5	282.5
2500	328.7	239.2	240.8	251.3	787.2	331.7
3000	373.2	271.1	271.2	288.2	933	377.7
3500	414.9	301.8	300.4	324.2	1068.2	421.2
4000	454.5	331.6	328.6	359.4	1194.5	462.3
4500	492.3	360.7	356.1	394	1314.4	501.5
5000	528.7	389.2	382.8	428.1	1429.5	539.2

Table E4 Heat conductivity ② [cal/cm-sec-K]

Temp. [K]	O	N	H	OH	H ₂
0	24.9	25.5	109.2	12.5	235.1
100	51.2	52.3	253.4	46.3	314.6
200	80.3	82	420.8	85.5	394.8
300	105.2	107.4	553.4	116.6	474
400	127.8	130.4	667.6	143.2	554.6
500	148.9	152	770.4	167.1	633.2
600	168.9	172.4	868.5	189.5	714.7
700	188.1	192	960.5	211.2	791.9
800	206.5	210.8	1047.7	232.4	867.6
900	224.4	229.1	1130.9	253.6	944.2
1000	241.8	246.8	1210.8	274.9	1022.4
1500	323.4	330.1	1573.2	382.9	1414.3
2000	398.8	407	1893.9	484.5	1796.9
2500	470	479.7	2187	577.9	2157.4
3000	538.1	549.2	2459.8	664.6	2496.1
3500	603.9	616.3	2717	746.1	2816.6
4000	667.7	681.5	2961.4	823.6	3122.7
4500	729.9	745	3195.2	898.1	3417.3
5000	790.7	807.1	3419.9	970.3	3702.8

참고문헌

- [1] Mehta M, Canabal F, Tashakkor SB, Smith SD. 2013. “Numerical Base Heating Sensitivity Study for a Four-Rocket Engine Core Configuration.” *Journal of Spacecraft and Rockets* 50, no. 3.
- [2] Huang PG, Jacob JD. 1998. “On the Development of an Intelligent Code Validation System for the Rapid Transfer of Turbulence Model Technology.” *Proceedings of FEDSM98, 1998 ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting*, June 21–25, 1998, Washington, DC, USA.
- [3] Bardina JE, Huang PG, Coakley TJ. 1997. “Turbulence Modeling Validation, Testing, and Development.” Moffett Field, California 94035–1000: NASA Ames Research Center, *NASA Technical Memorandum 110446*.
- [4] Chapman DR, Kuehn DM, Larson HK. 1958. “Investigation of Separated Flows in Supersonic and Subsonic Streams Emphasis on the Effect of Transition.” *NACA-TR-1356*, pp. 419–460.
- [5] Chapman DR. 1951. “An Analysis of Base Pressure at Supersonic Velocities and Comparison with Experiment.” *NACA-TR-1051*.
- [6] McGhee RJ. 1970. “Jet-Plume-Induced Flow Separation on Axisymmetric Bodies at Mach Numbers of 3.00, 4.50, and 6.00.” *NASA TM X-2059*.

- [7] Herron RD. 1968. "Investigation of Jet Boundary Simulation Parameters for Underexpanded Jets in a Quiescent Atmosphere." *AEDC-TR-68-108*.
- [8] Henson JR and Robertson JE. 1962. "Methods of Approximating Inviscid Jet Boundaries for Highly Underexpanded Supersonic Nozzles." *AEDC-TDR-62-7*.
- [9] Sahu J. 1993. "Numerical Computations of Supersonic Base Flow with Special Emphasis on Turbulence Modeling." *AIAA Journal* 32, no. 7, pp. 1547-1549.
- [10] Chuang CC, Chieng CC. 1996. "Supersonic Base-Flow Computation Using Higher-Order Closure Turbulence Models." *Journal of Spacecraft and Rockets* 33, no. 3.
- [11] Fureby C, Nilsson Y, Andersson K. 1999. "Large Eddy Simulation of Supersonic Base Flow." *37th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, AIAA-99-0426*.
- [12] Forsythe JR, Hoffmann KA, Cummings RM, Squires KD. 2002. "Detached-Eddy Simulation with Compressibility Corrections Applied to a Supersonic Axisymmetric Base Flow." *Journal of Fluids Engineering* 124, no.4, pp. 911-923.
- [13] Soshi K, Kozo F. 2005. "Computational Study of Supersonic Base Flow Using Hybrid Turbulence Methodology." *AIAA Journal* 43, no.6, pp.1265-1275.
- [14] Chatelain A and Hadjadj A. 2001. "Computational Study of a Plume-Induced Flow Separation on a Boattailed Afterbody." *Proc.*

4th Europ Symp. Aerothermodynamics for Space Applications, Oct.15–18, Capua, Italy, ESA–487.

[15] Ebrahimi HB, Levine J, and Kawasaki A. 2000. “Numerical Investigation of Twin–Nozzle Rocket Plume Phenomenology.” *Journal of Propulsion and Power* 16, no. 2, pp. 178–186.

[16] Rao RM, Sinha K, Candler GV, Wright MJ, and Levin DA. 1999. “Numerical Simulations of Atlas II Rocket Motor Plumes.” *35th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit*, June 20 – 23, 1999, Los Angeles, CA.

[17] Hall L, Applebaum MP, and Eppard WM. 2011. “Multi–Species Effects for Plume Modeling on Launch Vehicle Systems.” *49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition*, 4 – 7 January 2011, Orlando, Florida.

[18] Mehta M, Canabal F, Tashakkor SB, Smith SD. 2013. “Numerical Base Heating Sensitivity Study for a Four–Rocket Engine Core Configuration.” *Journal of Spacecraft and Rockets* 50, no. 3, pp. 509–526.

[19] Brazzel CE, Henderson JH. 1966. “A Correlation of the Base Drag of Bodies of Revolution with a net Exhausting through the Base.” Army Missile Command, Redstone Arsenal, *AD 634662*.

[20] Craft JC, Brazzel CE. 1970. “An Experimental Investigation of Base Pressure on a Body of Revolution at High Thrust Levels and Free Stream Mach Numbers of 1.5 to 2.87.” Army Missile Command, Redstone Arsenal, *AD875042*.

- [21] Moore FG, Hymer TC. 2002. “Improved Semi-Empirical Method for Power-On Base-Drag Prediction.” *Journal of Spacecraft and Rockets* 39, no. 1, pp. 56–65.
- [22] Desikan SLN, Saravanan R, Suresh K, Tennyson A, Chandrasekar N, Subramanian S, Patil MM. 2015. “Effect of Cold Jet Plume on Aerodynamics Coefficients.” *Journal of Spacecraft and Rockets* 52, no. 2, pp. 404–416.
- [23] Desikan SLN, Suresh K, Saravanan R, Patil MM, Balasubramanian P, and Prasath M. 2016. “Effect of Freestream - Plume Interaction on Launch Vehicle Aerodynamics.” *Journal of Spacecraft and Rockets* 53, no. 2, pp. 354–369.
- [24] Desikan SLN, Suresh K, Saravanan R, Chandrasekar N., Patil MM, Pandian S. 2017. “Effect of Freestream-Jet Plume Interaction on Aerodynamic Coefficients with Different Flared Aft-Bodies.” *Experimental Thermal and Fluid Science* 80, pp. 348–362.
- [25] Tripathi A, Manisankar A, Verma SB. 2015. “Control of Base Pressure for a Boat-Tailed Axisymmetric Afterbody via Base Geometry Modifications.” *Aerospace Science and Technology* 45, pp. 284–293.
- [26] Mehta M, Knox KS, Mark Seaford C. 2016. “Space Launch System Base Heating Test: Environments and Base Flow Physics.” *AIAA SciTech Forum, 4–8 January 2016, 54th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, San Diego, California, USA.
- [27] Savel’ ev. 2018. “Numerical Simulation of a Hypersonic Flow over an Aircraft in a High-Altitude Active Movement Area.”

- Mathematical Models and Computer Simulations* 10, no. 2, pp. 218 - 225.
- [28] 최재혁, 이은석, 이광섭. 2015. “CFD를 이용한 유도탄 power-on 기저항력 해석.” *Journal of Computational Fluids Engineering* 20, no.2, pp.16-22.
- [29] 허기훈, 변우식. 2000. “후방 동체 항력에 대한 Jet의 영향.” *한국전산유체공학회 학술대회논문집* 10, pp.170-175.
- [30] 이복직. 2006. “CFD를 이용한 초음속 유도탄 기저항력 예측.” *Journal of Computational Fluids Engineering* 11, no.3, pp.59-63.
- [31] 김성룡. 2014. “로켓 후류 유동 해석을 위한 노즐 플룸 모델링 연구.” *한국추진공학회 학술대회논문집* 12, pp.196-200.
- [32] 최환석, 문윤완, 최정열. 2002. “유한속도 화학반응을 고려한 초음속 로켓의 플룸 유동장 해석.” *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences* 30, no.1, pp.114-123.
- [33] Wilke CR. 1950. “A Viscosity Equation for Gas Mixtures.” *Journal of Chemical Physics* 18, no. 4, pp. 517-519.
- [34] Palmer GE and Wright MJ. 2003. “Comparison of Methods to Compute High-Temperature Gas Viscosity.” *Journal of Thermophysics and Heat Transfer* 17, no. 2, pp. 232-239.
- [35] Magin TE and Degrez G. 2004. “Transport Algorithms for Partially Ionized and Unmagnetized Plasmas.” *Journal of Computational Physics* 198, no. 2, pp. 424449.
- [36] Svehla RA. 1962. “Estimated Viscosities and Thermal Conductivities of Gases at High Temperatures.” *NASA TR R-132*.

- [37] Menter FR. 1994. “Two–Equation Eddy–Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications.” *AIAA Journal* 32, no. 8, pp. 1598–1605.
- [38] Suzen YB and Hoffmann KA. “Investigation of Supersonic Jet Exhaust Flow by One– and Two–Equation Turbulence Model.” *AIAA Paper No.98–0322*
- [39] Kim KH, Kim C, Rho O. 2001. “Methods for the Accurate Computations of Hypersonic Flows I. AUSMPW+ Scheme.” *Journal of Computational Physics* 174, pp.38 - 80.
- [40] Liou MS. 1996. “A Sequel to AUSM: AUSM+.” *Journal of Computational Physics* 120, pp. 364–382.
- [41] Bram Van Leer. 1974. “Towards the Ultimate Conservative Difference Scheme. II. Monotonicity and Conservation Combined in a Second–Order Scheme.” *Journal of Computational Physics* 14, pp.361–370.
- [42] Roe PL. 1981. “Approximate Riemann Solvers, Parameter Vectors, and Difference Schemes.” *Journal of Computational Physics* 43, pp.357–372.
- [43] Jameson A and Yoon S. 1987. “Lower–Upper Implicit Schemes with Multiple Grids for the Euler Equations.” *AIAA Journal* 25, no. 7, pp. 929–935.
- [44] Seokkwan Yoon. 1986. “An LU–SSOR Scheme for the Euler and Navier–Stokes Equations.” *AIAA–87–0600*.

- [45] Roy CJ, Blottner FG. 2003. “Methodology for Turbulence Model Validation: Application to Hypersonic Flows.” *Journal of Spacecraft and Rockets* 40, no. 3, pp. 313–325.
- [46] Lee J, Hur KH. (2016. “Plume-on Base Flows of a Cylindrical Afterbody with Tails using RANS and DES Models.” *The 2016 Structures Congress*.
- [47] 전우진, 백승욱, 박재현, 이지형. 2013. “로켓 플룸의 유동 및 저부면 복사 열전달 해석.” *한국항공우주학회 학술발표회 초록집*, 2013, 11, pp.332–334
- [48] 정기연, 강동기, 이대연, 노경호. 2019. “전산유체역학을 이용한 유도무기 선두부 절단 비율에 대한 공력해석.” *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences* 47, no.4, pp.245–255.
- [49] Gordon S and McBride BJ. 1994. “Computer Program for Calculations of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications I. Analysis.” *NASA Reference publication 1311*.
- [50] McBride BJ and Gordon S. 1996. “Computer Program for Calculations of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Applications II. Users Manual and Program Description.” *NASA Reference publication 1311*.

Abstract

Study on the Characteristics of Base Pressure and Heat Transfer by Underexpanding Jet

June Woo Lee

Aerospace Engineering

The Graduate School

Seoul National University

When the flow from the nozzle of a supersonic vehicle in flight highly underexpands, a complex flow phenomenon occurs due to the interaction of freestream flow and the underexpanded jet around the base.

In this situation, this study attempted to identify physical phenomena and research the characteristics of base drag and heat transfer through numerical analysis. The effects of vehicle shape such as base diameter and fuselage length and flow conditions such as freestream Mach number, back pressure ratio and plume specific heat constant were analyzed.

If the nozzle exit is fixed in size and the base diameter increases, the base pressure decreases and the heat transfer rate decreases.

As the fuselage length increases, the base pressure increases and the heat transfer rate increases.

In order to investigate the influence of freestream Mach, numerical analysis were performed for the Mach 3, 4, 5. As the freestream Mach number increases, the base pressure decreases but the heat transfer rate increases. The back pressure ratio is determined by the ratio of the jet pressure to the atmospheric pressure and the back pressure ratios were studied for 5, 20, 35, 50 and 65. As the back pressure ratio increases, the base pressure increases but the heat transfer rate decreases. The base drag and heat transfer rate characteristics of the plume specific heat constant ratios of 1.1, 1.2, 1.3 and 1.4 were studied. As the plume specific heat constant ratio increases, the base pressure decreases and the heat transfer rate decreases.

Since the base drag and heat transfer delivered by underexpanded jets are influenced by various factors and the physical reasons for each of these factors are different. Therefore, they cannot be established by one empirical formula or theory. This must be taken into account during a new supersonic vehicle development.

Keywords: Supersonic Vehicle, Base drag, Heat transfer, Plume Underexpanded Jet

Student Number: 2010–30196