UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

FRANCINE DAHM

ÁREA E PERÍMETRO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS: PERCEPÇÕES E CRIAÇÕES ATRAVÉS DE MALHA QUADRICULADA E O SOFTWARE GEOGEBRA

PORTO ALEGRE

2019

FRANCINE DAHM

ÁREA E PERÍMETRO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS: PERCEPÇÕES E CRIAÇÕES ATRAVÉS DE MALHA QUADRICULADA E O SOFTWARE GEOGEBRA

Dissertação de mestrado elaborada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós – Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

PORTO ALEGRE

2019

FRANCINE DAHM

ÁREA E PERÍMETRO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS: PERCEPÇÕES E CRIAÇÕES ATRAVÉS DE MALHA QUADRICULADA E O SOFTWARE GEOGEBRA

Dissertação de mestrado elaborada como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática, pelo Programa de Pós – Graduação em Ensino de Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Marcus Vinicius de Azevedo Basso

BANCA EXAMINADORA

____

Profa. Dra. Daniela Stevanin Hoffmann

Instituto de Física e Matemática- UFPel

____

Profa. Dra. Márcia Rodrigues Notare Meneghetti

Instituto de Matemática e Estatística- UFRGS

____

Profa. Dr. Rodrigo Dalla Vecchia

Instituto de Matemática e Estatística- UFRGS

AGRADECIMENTOS

À minha família por incentivar meus aprimoramentos, me manter motivada e segura nos momentos exaustivos e estar sempre presente.

Aos professores e colegas do Programa de Pós Graduação em Ensino de Matemática pelas trocas de experiências e contribuições para minha formação e prática docente.

Ao Colégio Alberto Torres por acreditar no meu projeto e possibilitar a aplicação das atividades visando o aprimoramento do ensino de área e perímetro de figuras geométricas planas.

Aos estudantes que foram ativos no processo de aprendizagem e não mediram explicações e exposições de raciocínio para o desenvolvimento das atividades.

RESUMO

A dissertação apresenta um estudo onde relaciona atividades envolvendo área e perímetro de figuras geométricas planas, explorando a malha quadriculada e o software Geogebra. O trabalho é composto por uma sequência de atividades que explora o ensino de área e perímetro de figuras geométricas planas, buscando encontrar modelos genéricos para o cálculo de área de quadrado, retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios. O estudo foi aplicado como um projeto piloto em 2017 e depois de analisado, reaplicado em 2018, envolvendo duas turmas de 7ª série do ensino fundamental na cidade de Lajeado. É apresentado, com a proposta, um modelo para desenvolver o estudo de geometria com a malha quadriculada e com o Geogebra, articulando diversas formas de aprendizagem. A proposta está ancorada na Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1993) e no construcionismo de Papert (2008). Propõe-se com esse estudo responder de que forma os estudantes relacionam e organizam a obtenção do saber sobre os conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas. As atividades abordadas relacionam noções de perímetro e área de quadrados, retângulos, triângulos, paralelogramos, losangos e trapézios, desejando que os estudantes, ao final da sequência de atividades, descubram fórmulas para a área das figuras exploradas. Com o desenvolvimento da pesquisa pode ser notado que os alunos articularam ideias nas diferentes formas de abordagens dos temas discutidos. Os argumentos dos estudantes foram evidenciados, buscando encontrar a área e o perímetro de diferentes figuras geométricas planas, relacionando assim, as diferentes informações e situações geradas. Esclarecimentos de diferentes conceitos surgidos com a atividade foram provocados e observou-se singularidade nas respostas apresentadas pelos discentes. A pesquisa denota as características observadas pelos estudantes a respeito dos objetos geométricos e permitiu a participação coletiva na construção de ideias matemáticas.

Palavras Chaves: Área. Polígono. Geometria. Malha quadriculada. Geogebra.

ABSTRACT

The dissertation presents a study that relates activities involving area and perimeter of flat geometric figures, exploring the grid and the Geogebra software. The work consists of a sequence of activities that explores the teaching of area and perimeter of flat geometric figures, seeking to find generic models for the calculation of square area, rectangles, parallelograms, triangles, rhombuses and trapezoids. The study was applied as a pilot project in 2017 and then reviewed, reapplied in 2018, involving two 7th grade elementary classes in the city of Lajeado. It is presented, with the proposal, a model to develop the study of geometry with the grid and Geogebra, articulating several forms of learning. The proposal is anchored in Vergnaud's Theory of Conceptual Fields (1993) and Papert's constructionism (2008). This study proposes to answer how students relate and organize the obtaining of knowledge about the concepts of area and perimeter of flat geometric figures. The activities covered relate notions of perimeter and area of squares, rectangles, triangles, parallelograms, rhombuses and trapezoids, hoping that students, at the end of the sequence of activities, discover formulas for the area of explored figures. With the development of the research it can be noticed that the students articulated ideas in the different ways of approaches of the discussed subjects. The students' arguments were highlighted, seeking to find the area and perimeter of different flat geometric figures, thus relating the different information and situations generated. Clarifications of different concepts that emerged from the activity were provoked and there was uniqueness in the answers presented by the students. The research denotes the characteristics observed by students regarding geometric objects and allowed the collective participation in the construction of mathematical ideas.

Key Words: Area. Polygon. Geometry. Check mesh. Geogebra.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A cada desenvolvimento de assunto em sala de aula, gosto de trabalhar com diferentes formas de abordagens, pois a minha experiência, suportada pela Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud (VERGNAUD, 1993) e no construcionismo de Seymour Papert (PAPERT, 2008), tem relacionado que quanto mais variados forem os pensamentos sobre o mesmo tema, mais significativa será a aprendizagem.

Em minhas aulas de matemática, tento envolver os alunos no processo de aprendizagem, fazendo com que os estudantes sintam-se parte do meio que estão inseridos. Penso que o envolvimento dos discentes no ambiente escolar torna os discentes mais a vontade e autônomos, expondo mais seus pensamentos, dúvidas e reflexões sobre os saberes a serem desenvolvidos.

Um procedimento didático que pode contribuir para essa troca de experiências envolve o uso de recursos computacionais. Os alunos estão familiarizados com as tecnologias e a utilização de softwares não é empecilho para a maioria. Utilizo o software de uma maneira que provoca o discente a refletir sobre conceitos trabalhados em ambiente escolar, exemplificando relações antes vistas ou abordando de outra maneira aquilo já estudado anteriormente.

A proposta de trabalho aqui apresentada é constituída por duas partes. Um projeto piloto que aconteceu no ano de 2017 e a versão ajustada do projeto piloto que ocorreu em 2018. A relação de ajustes será descrita no capítulo da versão final do projeto. Cada momento de aplicação foi separado em duas partes para posterior análise. A primeira envolve a utilização de malha quadriculada para desenvolvimento de noções iniciais de área e perímetro de figuras geométricas planas e a segunda trata da criação de fórmulas no software Geogebra para calcular a área de paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios.

Neste trabalho, pretendia-se promover a descoberta, através de manipulações de figuras geométricas planas, do cálculo da área de paralelogramos, triângulos, trapézios, losangos, conhecendo a área de quadrados e retângulos. Para isso, utilizei o software Geogebra, cujas algumas características a se destacar envolvem a presença de linguagem clara e objetiva do menu de opções.

Já trabalhei, em minha atuação profissional, com vários softwares, mas o que os meus alunos mais se identificam e preferem trabalhar é o Geogebra. São diversos recursos que o software apresenta e ligados a geometria, que é o conceito que quero abordar, possui várias utilidades e ferramentas simples de manipular.

Era pretendido, com o desenvolvimento das atividades, construir um ambiente que contribuísse para o estabelecimento de relações entre as diferentes figuras geométricas, provocando-os a pensar sobre suas estruturas e classificações. Desejava observar a estruturação dos registros dos estudantes sobre suas descobertas, de que forma organizaram seu pensamento e as conclusões que tiveram acerca dos conhecimentos de áreas sobre as figuras geométricas planas: quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios.

A questão principal que me guiou no desenvolvimento desse trabalho foi: de que forma os estudantes articulam e organizam a obtenção do saber sobre os conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas?

Haviam também algumas questões adicionais, que também tinha o interesse de pesquisar:

— Como se desenvolve o ensino de área e perímetro no nível do ensino fundamental?
— Quais os argumentos dos estudantes para determinar áreas e perímetros de figuras planas?
— Quais os argumentos dos estudantes para encontrar modelos genéricos (fórmulas) para áreas de figuras planas?
— Quais os modelos de resolução para questões envolvendo área e perímetro de figuras planas?
— De que forma os estudantes expressam seus pensamentos na resolução de problemas envolvendo área e perímetro de figuras planas?
— Como os discentes selecionam as informações para se prepararem a resolver os problemas propostos?

Para isso responder a essas perguntas, tinha como objetivos:

— Compreender os argumentos dos envolvidos utilizados no desenvolvimento das atividades sobre área e perímetro de figuras geométricas planas;
— Perceber que ferramentas os alunos usaram no desenvolvimento de sua linguagem e como avançaram em busca de um modelo genérico para o cálculo de área de figuras como o quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango e trapézio;

— Incentivar os discentes a estruturarem seu pensamento matemático depois de suas descobertas.

O projeto piloto foi proposto para duas turmas de 7ª séries do ensino fundamental em uma escola da rede privada na cidade de Lajeado no ano de 2017. Foram 48 alunos participantes da maioria dos momentos em que trabalhamos com a exploração dos conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas.

O projeto ajustado foi aplicado também em duas turmas de 7ª séries do ensino fundamental em uma escola da rede privada na cidade de Lajeado no ano de 2018. A Carta de Apresentação entregue a escola está no Apêndice A desse mesmo documento. Foi aplicada a sequência de atividades em duas turmas de 7º série, a 7SA e 7SB. Foram 60 estudantes envolvidos na maioria dos encontros onde desenvolvemos os conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas. Os momentos de exploração oscilaram entre ser individual e em duplas.

Para uma melhor organização desse trabalho foram distribuídas as ações construídas em capítulos. O Capítulo 1 apresenta relatos e inquietações de minha trajetória profissional, sendo o problema a ser investigado nesse estudo parte dessas reflexões.

No Capítulo 2 dessa dissertação é encontrado o Referencial Teórico que norteou o trabalho, sendo baseado nos ideais de Seymour Papert e o construcionismo, além do estudo em desenvolvimento que está suportado na Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud.

Já no Capítulo 3 estão apresentados os procedimentos metodológicos e a sequência de atividades proposta para estudo com suas respectivas análises, baseada nos materiais desenvolvidos pelos discentes.

No Capítulo 4 estão as Considerações Finais e as percepções acerca das atividades desenvolvidas e observações sobre os materiais dos estudantes.

No Capítulo 5 se encontra as Referências utilizadas na pesquisa. E por fim, os Apêndices que trazem a Carta de Apresentação, o Termo de Consentimento Informado, o Termo de Assentimento e o Produto Técnico.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Para compreender como se dá a aprendizagem de área e perímetro de figuras geométricas planas, buscando a generalização de fórmulas que evidenciassem o cálculo de área de quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios, foram estudados e explorados alguns autores. A teoria, as análises e as criações das atividades foram baseadas e inspiradas nos autores Seymour Papert e Gérard Vergnaud, dando ênfase aos estudos do construtivismo de Papert e a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, abrangendo os Campos Conceituais das Estruturas Aditivas e Multiplicativas.

2.1 Seymour Papert e o construcionismo

Dar aula de matemática é desafiador. Não precisamos de pessoas que respondem através de mecanismos e fórmulas prontas, desejamos seres que saibam pensar, refletir e desenvolver saberes a respeito do desconhecido. É necessário desenvolver habilidades, em diferentes áreas do conhecimento, preparar os discentes para possíveis inquietudes que tenham que resolver na sociedade. A curiosidade deve ser despertada, um problema deve ser provocativo, para que assim se consiga despertar o interesse do estudante em resolver aquela questão.

Como Papert (2008, p. 13) menciona, "A habilidade mais determinante do padrão de vida de uma pessoa é a capacidade de aprender novas habilidades, assimilar novos conceitos, avaliar novas situações, lidar com o inesperado."

A provocação ligada à construção de conhecimento deve ser significativa. É necessário criar um ambiente que desperte o interesse do aluno, que o convide a participar e o motive a buscar soluções para o problema em análise. Deseja-se criar um ambiente enriquecido, no qual, através de envolvimento docente, se consiga estabelecer relações e significados sobre os assuntos trabalhados, sendo o progresso gratificante em cada etapa conquistada.

Em Papert (2008, p.20) se compara o videogame e a Escola, e, "para muitos jovens a Escola parece lenta, maçante e claramente desatualizada". A aprendizagem está embasada sobre a mesma filosofia educacional desde o século XIX, são poucas as mudanças percebidas desde lá. O sistema de ensino é praticamente o mesmo e os recursos que as pessoas usavam naquela época são muito diferentes das possibilidades que se tem atualmente. (PAPERT, 2008)

A aprendizagem deve ser variada. Não basta ter caneta e papel. Os estímulos devem ser diversos para atingir diferentes pensamentos e caminhos de saberes. Além de livros, temos muitos materiais que merecem ser lidos e estudados. O que se tem virtualmente pode ser tão rico quanto manualmente. O virtual pode nos permitir o movimento, a variação e a multiplicidade. Não é só lendo que se aprende. Vivência e trocas de experiências são fundamentais para a construção da aprendizagem. Como afirma Papert (2008, p. 24):

> [...] é necessário uma nova concepção a respeito da posição do aprender a ler como requisito para o acúmulo, por estudantes, de conhecimentos necessários. Ou pelo menos como a primeira via a ser aberta para as crianças quando iniciam a educação formal.

Indo ao encontro de Papert (2008, p. 25), tem-se, “Tornar-se alfabetizado significa pensar de uma forma diferente da anterior, ver o mundo de outra maneira, supondo-se que há muitas alfabetizações diferentes.” Cada pessoa tem sua maneira de ver e explorar coisas novas. A experiência e o tempo diferem de ser para ser. Propor-se a coisas novas é fundamental. A aprendizagem pode ser dada de muitas maneiras, basta querer participar de algo antes não pensado. Para uma aprendizagem mais significativa é necessário envolvimento, ação e reflexão. Educação é conhecimento no todo, vivências diferenciadas, proporcionar diferentes situações para reflexão de uma mesma temática. É necessário tempo e envolvimento e não há um modo único de se fazer ou ser tocado.

A tecnologia traz suporte para essa perspectiva, sendo algo novo e desafiador. É necessário muito envolvimento e entusiasmo para desenvolver boas atividades nesse meio. Não basta, nesse ambiente de aprendizagem, apenas ler e escrever. É necessário ouvir, sentir, pensar, refletir e socializar aquilo que se pretende encontrar. São diversos caminhos para se encontrar o conhecimento e toda experiência nesse espaço é válida. Como Papert (2008, p. 26) informa:

> [...] a Máquina do Conhecimento oferece às crianças uma transição entre a aprendizagem anterior à escola e a verdadeira alfabetização de uma forma mais pessoal, mais negociada, mais gradual e, portanto, menos precária do que a súbita transição que se exige hoje das crianças, quando passam do modo de aprender por meio da experiência direta para uso da palavra impressa como a fonte de informações importantes.

É necessário sair do cômodo, do ambiente de segurança que se cria em relação às funções que se exerce. O diferente é provocador e inovador. Não se sabe o que pode acontecer quando se está em uma situação desconhecida. A transição entre o cômodo e o exploratório não é fácil. A tecnologia pode fazer parte desse processo transitório, pois trabalha com o diferente e com o movimento em algumas situações. Provoca a quem a manipula, agindo de modo único em cada expectador.

A geometria é o tema central da minha pesquisa, a qual abordará perímetro e área de figuras geométricas planas. Será desejado provocar os estudantes a buscar modelos matemáticos que representam a área de triângulos, paralelogramos, losangos e trapézios. Será analisada a experiência de interação, desejando proporcionar algo prazeroso e não habitual dessa turma de alunos. Como Papert (2008, p. 32) relata:

> A geometria não está presente para ser aprendida, mas para ser usada. A principal exceção que eu faria não é pequena: tanto a geometria quanto a aprendizagem podem ser objetos de prazer, situação na qual o uso poderia ficar em um plano à margem.

Não é desejado apresentar as fórmulas de cálculos de áreas de figuras planas e pedir que os estudantes reproduzam muitas vezes apenas trocando os valores indicados. Quer-se tornar significativa a construção do conceito desses modelos para que os estudantes percebam a facilidade de usar os modelos genéricos e os benefícios que podem ter ao usufruir desse conhecimento obtido, relacionando em diversas áreas e saberes. Uma vez feitas relações satisfatórias, o conhecimento pode ser muito positivo e palpável.

Já trabalhei em diversas escolas, onde uma, em especial, possuía um laboratório de informática com cerca de 30 máquinas funcionando em perfeito estado, mas que não deveria ser utilizado, pois poderia ser estragado. Além disso, ainda tinha cerca de 30 netbooks na mesma situação. No nosso estado não são todas as escolas que dispõem desse recurso e essa, em particular, menospreza seu uso. Nos momentos em que era cedido o espaço, era para uso de aula de informática. Como Papert (2008, p. 51) enfatiza: “em vez de mudar a ênfase de um currículo formal e impessoal para a exploração viva e empolgada por parte dos alunos, o computador passou a ser usado para reforçar o modo de ser a Escola.”

O computador é uma ferramenta que potencializa conhecimento. O professor deve pensar e articular sua proposta de ensino da melhor maneira possível, tentando prever algumas situações e estando disposto a solucionar questionamentos que estarão por vir no desenvolvimento das atividades. A proposta criada deve entreter os estudantes, envolver os mesmos a buscar soluções ou modificações na problemática envolvida. Deve deixar os discentes inquietos, desejando buscar algo desconhecido. Como visto em Papert (2008, p.51):

> Se este não progride de forma esperada, o professor “desenvolvimentista” tenta entender o que ocorreu em vez de estigmatizar o aluno como um fracassado. Olhando sob a superfície, pode-se, com freqüência, perceber uma coerência interna naquilo que parecia ser apenas um erro; perceber obstáculos mentais que obstaculizam o caminho do progresso, e perceber elementos dinâmicos que possam ser mobilizados para ajudá-lo.

O professor deve estar sensível ao que for acontecendo em sala de aula. Suas observações são importantes para o desenvolvimento do trabalho. Aulas onde não acontece como o planejado podem ser analisadas em diferentes perspectivas. O diálogo é muito importante nessas descobertas, pois a cada etapa superada muitos ensinamentos estão sendo desenvolvidos e articulados. A tecnologia é a base das novas descobertas. O inovador provocará relações diferentes e desafiadoras. Papert (2008, p.64) afirma:

> [...] a tecnologia pode apoiar uma megamudança tão ampla quanto a que vimos na medicina, porém em um processo diretamente oposto ao que conduziu às mudanças na medicina moderna. A medicina mudou tornando-se cada vez mais técnica em sua natureza; na educação, a mudança virá pela utilização de meios técnicos para eliminar a natureza técnica da aprendizagem da Escola.

Não se quer criar pessoas que sentem e agem iguais a robôs. Quer-se ter pessoas ativas e criativas em seus diferentes meios de trabalhos e relações. Quanto mais forem exploradas diversas áreas do pensamento, melhores os resultados obtidos. Diferentes áreas de estudos devem ser interligadas, fazendo com que trocas de experiências sejam relatadas e utilizadas ao bem comum.

O professor tem um papel muito importante na busca por aprendizagens. A rota que ele indica seguir é a base para o conhecimento do estudante. Quanto mais relacionáveis forem as experiências proporcionadas, melhores são os resultados em busca de saberes. Cada um tem seu momento e seu modo de resolver os enigmas propostos e os envolvidos devem estar livres e motivados a buscar as soluções. Essas diferenças devem ser respeitadas e o tempo para cada atividade deve ser desconsiderado, não podendo se ter uma comparação entre os envolvidos na ação. Como Papert (2008, p. 71) comenta:

> Aprender-em-uso libera os alunos para aprender de uma forma pessoal, e isso, por sua vez, libera os professores para oferecer aos seus estudantes algo mais pessoal e mais gratificante para ambos os lados.

O professor deve ser sensível, observador e incentivador de ideias. O ambiente a qual está proporcionando deve ser harmonioso e aberto a novas ideias e discussões. Cada reflexão será válida e, o professor, analisando as situações, irá trazendo novos problemas e diferentes perspectivas de aprendizagem para a evolução dos conceitos envolvidos.

Muitas vezes diferentes argumentos expostos pelos estudantes estarão corretos e assim, a discussão pode ficar melhor ainda. Diferentes elementos deverão ser observados e analisados, a construção de conhecimento é evidente, e as diferentes linhas de raciocínio podem estar certas. Como Papert (2008, p. 75) relata: “Não haverá uma resposta absoluta, mas pode haver discussões articuladas e reflexivas.”.

O computador é um dos caminhos para diferentes reflexões em prol de um mesmo assunto. Mesmo recebendo a mesma ordem de problema, as interpretações são diferentes e os meios de resolução mais ainda. Os pensamentos, muitas vezes, vão a rotas diferentes para chegar ao mesmo objetivo, que é solucionar o problema proposto. Esse caminho é muito rico e o computador proporciona trabalhar com diferentes observações e execuções de comandos. Como Papert (2008, p. 79) diz:

> Muito mais do que “treinamento”, é necessário que os professores desenvolvam a habilidade de beneficiarem-se da presença dos computadores e de levarem esse benefício para seus alunos.

Não basta trabalhar com os estudantes em um meio de reprodução mecânica de conhecimento, o que se deseja é fazer com que os discentes pensem, articulem experiências e coloquem significado naquilo que desconhecem. Está-se carregado de informações e teorias sobre como ensinar, mas sobre como aprender existem muitas lacunas. Como Papert (2008, p. 173) menciona: “O conhecimento torna-se valorizado por ser útil, por ser possível compartilhar com outras pessoas e por combinar com o estilo pessoal do individuo.”

Quer-se lançar problemas e não questões. Deseja-se fazer os estudantes parar e pensar sobre o determinado enigma, fazendo possíveis relações e trocas de saberes com quem desejam. Diferentes vistas sobre o mesmo tópico pode fazer com que os estudantes revejam o que estão trabalhando e o que desejam encontrar como solução para aquele problema. Como Papert (2008, p. 91) informa: “Não é usar a regra que resolve o problema; é pensar sobre o problema que promove a aprendizagem”.

Dar significado a conhecimento que você não obtinha pode proporcionar ensinamento duradouro e qualitativo. Tentar relacionar algo novo com o que se conhece pode ajudar nessa obtenção de saber. Quanto mais significativa e relacionável forem suas práticas, mais utilizável será sua informação adquirida. Como Papert (2008, p. 105) diz:

> Não tenho dúvidas de que meu conhecimento desenvolveu-se até mesmo quando eu não estava prestando atenção! [...] a parte deliberada do ato de aprender consiste em estabelecer conexões entre entidades mentais já existentes; novas entidades mentais parecem entrar em existência de formas mais sutis, que escapam do controle do consciente.

O estudo em desenvolvimento também está suportado na Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud (VERGNAUD, 1993, 2009) com destaque para o fundamento que discute o papel da exploração de diversas situações e pontos de vista no trabalho com um mesmo conceito matemático, como fator que favorece a aprendizagem.

Acrescento que, em alinhamento com as ideias de Papert e Vergnaud, neste estudo de Vergnaud (1986) e em relação a Hoffmann, Martins, Serres e Basso (2010):

> Os conceitos matemáticos, explorados nas atividades, utilizam-se de materiais digitais e não-digitais para proporcionarem a vivência de diversas situações nas quais se possa identificar as invariantes operatórias desses conceitos que podem ser representados das mais variadas formas, da mesma forma, identificáveis nestas inúmeras situações.

2.2 Surgimento do uso do computador na educação

Por volta de 1960, algumas pessoas desconhecidas tornaram visível o computador no meio da educação. Algumas dessas pessoas são professores universitários: Patrick Suppes da psicologia e da filosofia, John Kemeny da física e administração universitária, Donald Bitzer da engenharia e Seymond Papert da matemática e do estudo da inteligência. Além disso, havia empresários que já haviam perdido dinheiro em iniciativas prematuras de comercialização. A tecnologia era muito primitiva, não havia cores, desenhos e nem som. Pouco do que se usava na época é usual atualmente. (PAPERT, 2008, p. 152)

Já em 1970 o grupo estava maior, havia uns cem membros engajados nesse meio. Em 1980 dezenas de milhares de pessoas dedicavam seu tempo aos computadores e à educação. Atualmente o número está em centenas de milhares de pessoas, sendo a maioria delas professores e muitos outros localizados em setores de pesquisa e de comércio de computadores na educação. (PAPERT, 2008, p. 152)

A tentativa de classificar as maneiras de utilização dos computadores na educação foi o início significativo, pois até então apenas era proporcionado e planejado o quantitativo. O livro *The computer in the school: tutor, tutee, tool* de Ed Taylor foi o primeiro livro composto de artigos na área mostrando o que os computadores podem fazer em educação. (PAPERT, 2008, p. 153)

Suppes e Papert, através de experiências e análises, perceberam diferenças na atmosfera intelectual dos diferentes ambientes de estudos. Enquanto o primeiro trabalhava com o controlado pensamento lógico, o segundo desenvolvia no ambiente lúdico do laboratório de inteligência artificial do MIT (*Massachussetts Institute of Tecnology*). Assim discordavam sobre o tipo de conhecimento que desejavam proporcionar às crianças. Além disso, diferiam na maneira de pensar e nas compreensões do modo como pensamos. (PAPERT, 2008, p. 157)

Papert trabalhava no MIT e também prestava consultoria em tempo parcial para um grupo liderado por Wally Feuerzeig, chefe de tecnologia educacional na empresa Bolt, Beranek and Newman, que estavam trabalhando em uma ação de ensinar programação em uma escola. Papert desejava desenvolver uma linguagem totalmente nova e o grupo assumiu sua ideia. Assim a primeira linguagem *Logo* estava sendo desenvolvida. (PAPERT, 2008, p. 161)

2.3 Criança como eixo central de aprendizagem

As aprendizagens podem ser geradas de inúmeras maneiras. O professor tem o papel de proporcionar a sua turma diferentes meios de aprendizagens, relações e interrelações que podem fazer com que algo que já aprendeu, viveu e/ou experimentou seja relacionado com o que está sendo trabalhado em sala de aula. Como Vergnaud (2009, p. 15) menciona:

> Os conhecimentos que essa criança adquire devem ser construídos por ela em relação direta com as operações que ela, criança, é capaz de fazer sobre a realidade, com as relações que e capaz de discernir, de compor e de transformar, com os conceitos que ela progressivamente constrói.

O professor tem papel fundamental como articulador de ideias e espaços de conhecimento. O professor deve conhecer o público no qual está lidando e a partir daí perceber melhores didáticas que podem gerar maiores sucessos em ambiente escolar. Como Vergnaud (2009, p. 15) relata: “Trata-se de um conhecimento aprofundado do conteúdo a ser ensinado e das relações desse conteúdo com a atividade possível da criança.”

Não basta o professor apenas ter o domínio do conteúdo a ser ensinado, ele precisa saber relacionar as dificuldades que os alunos apresentarem e como pode proporcionar significado e tornar válido aquilo que está sendo discutido, debatido e analisado. É necessário reconhecer as etapas de aprendizagem e a partir daí desenvolver mecanismos de ensino que podem favorecer essa representação.

2.4 Análise das noções e de sua ordem de complexidade crescente

Gérard Vergnaud (2009, p.16) informa: “A noção de complexidade não é a mesma para o matemático e para o professor, pois o primeiro procura os axiomas mais gerais e os mais poderosos, enquanto o segundo procura as noções e as relações mais simples para a criança.” O professor sabe o nível no qual seu público atua, tentando inicialmente abordagens mais simples para depois, ir avançando nos determinados temas que se quer propor ensinar.

A ordem de complexidade crescente das noções compreendidas pelas crianças não é a ordem total ou linear, na qual primeiro se aprende A, depois B, para depois se conhecer C, ... A ordem compreendida é a ordem parcial ou com vários ramos. As noções A e B podem ser adquiridas de formas muito diferentes e sem relação, sendo apenas anteriores à obtenção do saber C. Há uma ordem nas relações, mas não em todos os momentos, por isso de ser parcial. (VERGNAUD, 2009, p.16)

Dessa forma é importante que o professor analise sua sequência de atividades e evidencie a ordem parcial pela qual deve ser explorada e desenvolvida pelo estudante, possibilitando assim diferentes relações e conexões com base em diferentes saberes que já obteve.

Cada momento em sala de aula requer uma análise: explicação sobre um assunto novo, exercícios, provas, manipulação de instrumentos que exemplificam e aplicam o assunto a ser estudado, etc. Vergnaud (2009, p.17) apresenta alguns questionamentos que podem guiar a análise dos mesmos:

> Que relações e noções devem ser compreendidas pela criança para que ela tenha sucesso na tarefa? Qual o critério de sucesso estabelecido? Pode-se de acordo com o caso, pedir para procurar um resultado, ou explicar como esse resultado foi encontrado, [...] Em que condições a tarefa é executada? Em um trabalho individual, em cooperação com um pequeno grupo, com toda a classe, com ou sem a ajuda do professor?

É necessário e relevante se fazer uma análise dos acertos e dos erros cometidos pelos alunos. Para os acertos, é muito importante saber o que o estudante pensou para desenvolver bem a atividade e alcançar o objetivo desejado. Há sempre um caminho mais curto, um mais simples e um mais frequente dependendo do nível em que se encontra. Em relação ao erro, é muito mais importante fazer essa análise, uma vez que podem ser percebidas as dificuldades na resolução da atividade e as possíveis intervenções para a conclusão da mesma. (VERGNAUD, 2009)

2.5 Campo Conceitual das Estruturas Aditivas e Multiplicativas

A teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista, gera uma estrutura coerente e alguns princípios básicos para aprendizagem de competências complexas. Não é específica da matemática, embora tenha sido criada para explicar processos de conceitualização de estruturas aditivas, multiplicativas, relações número-espaço e álgebra. (VERGNAUD, 1993)

Para o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas, Vergnaud (1993) relata:

> É o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias adições ou subtrações, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar tais situações como tarefas matemáticas.

Vergnaud propõe trabalhar com campos conceituais ao invés de conceitos. Um problema trabalha com uma situação, vários conceitos. Um conjunto de problemas explora novas situações e vários conceitos. Exemplos de componentes das estruturas aditivas são os conceitos de número, medidas, alterações de valores com o passar do tempo, comparações em quantidades, transformações e relações, e assim por diante.

Na presente dissertação, o Campo Conceitual das Estruturas Aditivas será explorado para realizar as análises de quando for calculado o perímetro de figuras geométricas planas e de quando relacionarem a atividade que estão realizando com outros componentes que envolvam determinações aditivas.

Já para o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, Vergnaud (1993) menciona: “É o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões, e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar essas situações.”

Exemplos de componentes das estruturas multiplicativas são: fração, razão, número racional, múltiplo e divisor, quociente e produto, ... Na presente dissertação, o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas dará suporte às análises feitas em relação ao cálculo de área de figuras geométricas planas.

2.6 Geogebra

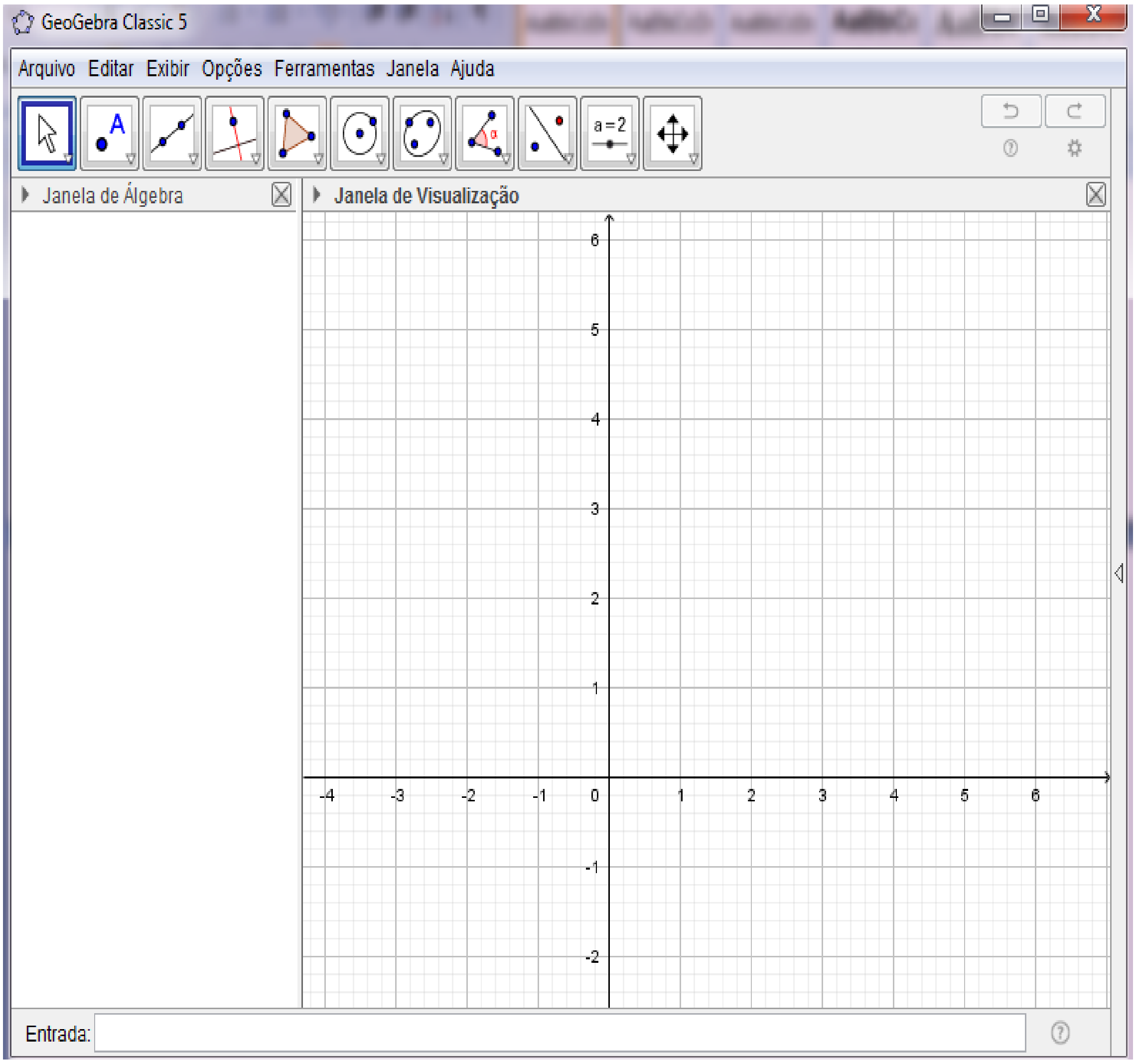
A escolha de um software possibilita o aprimoramento de aprendizagens e possíveis facilidades de manuseio e relações, o que seria mais difícil de realizar utilizando apenas o recurso da malha quadriculada. Assim, para a presente dissertação foi pensado em um software que aliasse o uso de recursos gráficos e preciso de desenho, facetas de diferentes representações dos resultados projetados, linguagem clara e possibilidade de manipulação dos objetos desenhados.

Na sequência de atividades foi explorado o software Geogebra, que é um sólido de matemática dinâmico, voltado para o ensino e aprendizagem de matemática. É um aplicativo que permite a manipulação de modelos geométricos de maneira simples e objetiva, trabalhando com uma linguagem clara e de fácil entendimento em um primeiro contato. O potencial articulador do software é vasto, uma vez que possibilita trabalhar com a Janela de Álgebra, a Janela de Visualização e comandos bem rápidos e precisos.

A distribuição do Geogebra é livre, possibilitando a disponibilização em várias plataformas de acesso: online e offline. Foi criado em 2001 como tese de Markus Hohenwarter. Atualmente é utilizado em 190 países, traduzido para 55 idiomas. É possível o download em computadores, tablets, smartphones com sistema android, ...

A multiplataforma atua em todos os níveis de ensino, combinando geometria, álgebra, tabelas, gráficos, estatísticas e cálculo em uma única aplicação. Possibilita explorar, conjecturar, investigar determinados conteúdos, obtendo assim uma construção do saber matemático. A figura a seguir ilustra a plataforma inicial do Geogebra.

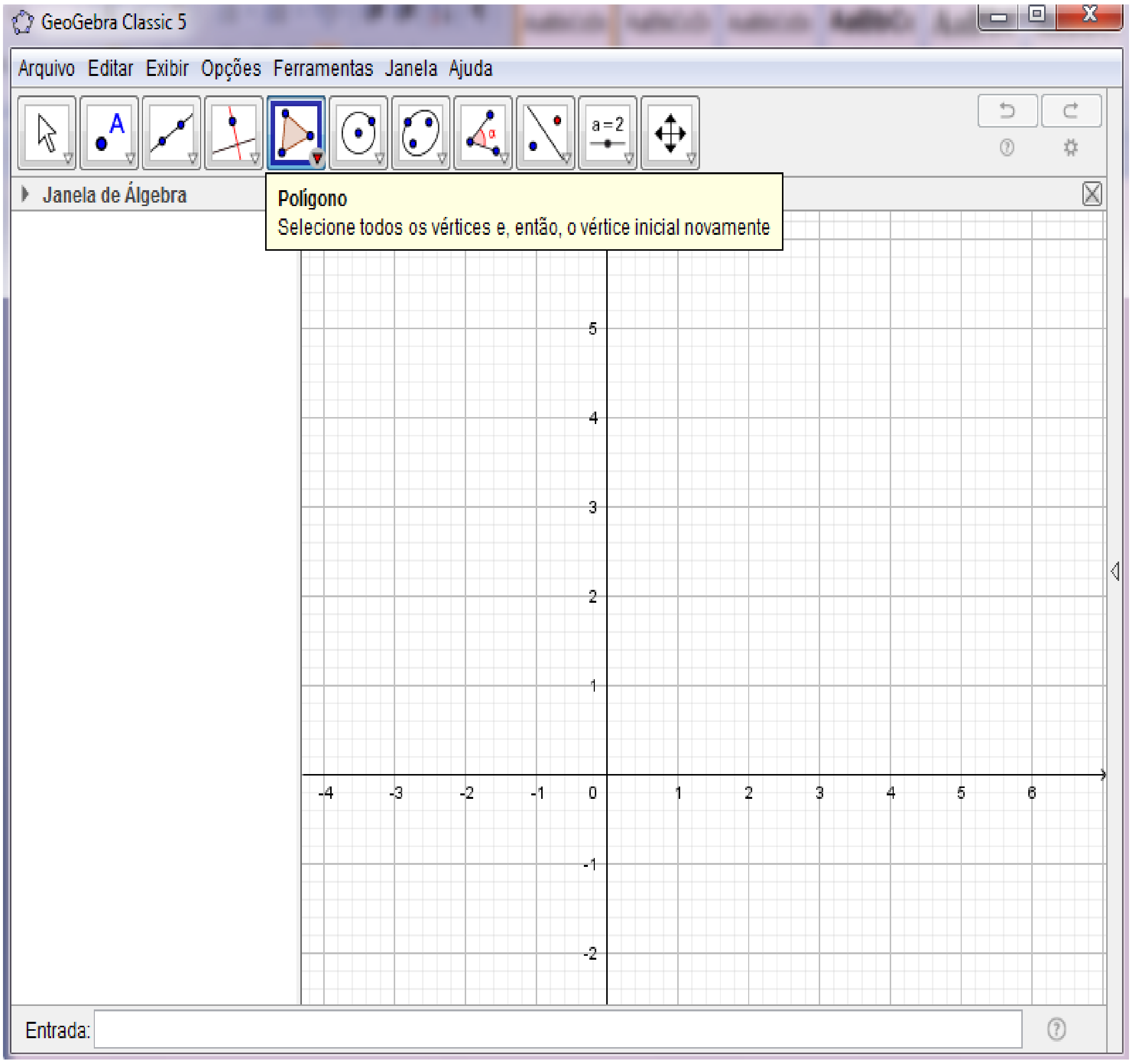
Figura 1– Plataforma inicial software Geogebra



Fonte: acervo pessoal

O Geogebra possui um menu de fácil manuseio e identificação. Ao selecionar uma de suas ferramentas, aparece uma descrição da atividade a ser feita, podendo assim o manipulador verificar se é realmente isso o que deseja fazer, como ilustra a figura a seguir.

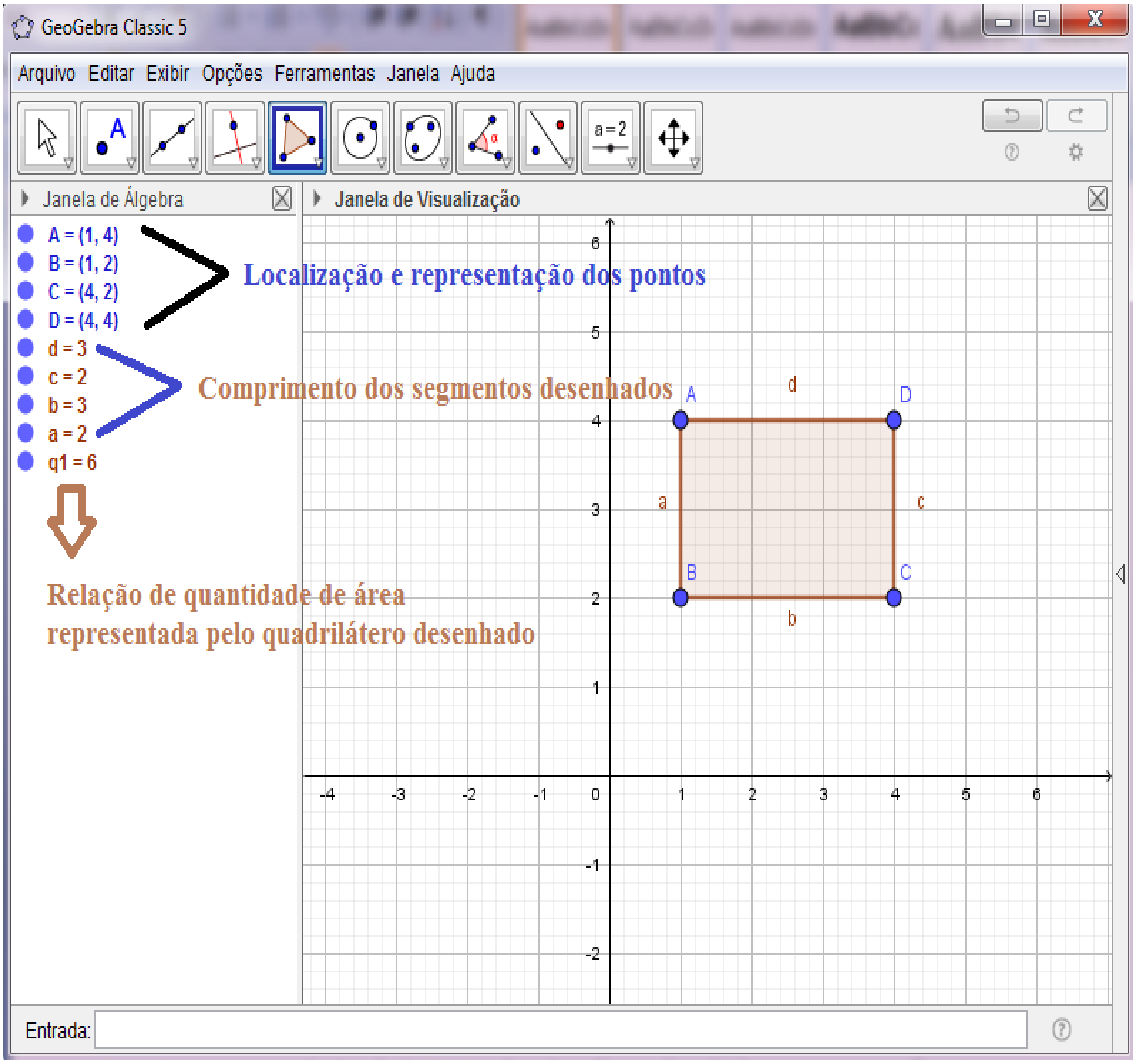
Figura 2– Ilustração descrição da atividade a ser executada no Geogebra



Fonte: acervo pessoal

Com o software Geogebra é possível interpretar os resultados de forma diferente, aparecendo os pontos no espaço projetado, relações de comprimento de segmentos e relações de área ocupada pelo polígono desenhado, como mostra a figura a seguir.

Figura 3 - Ilustração de potencialidades do software Geogebra



Fonte: acervo pessoal

Dessa forma, torna-se evidente a utilização do software Geogebra como maneira de potencializar as atividades planejadas e possibilitar aos estudantes um recurso de manuseio simples e direto, podendo ser relacionado suas diversas nuances e possibilidades, buscando assim facilitar a compreensão de fórmulas matemáticas para o cálculo de área de quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios.

3 METODOLOGIA, SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES E ANÁLISES

Nesse capítulo, estará sendo descrito os aspectos metodológicos da pesquisa, estando detalhados os materiais entregues aos estudantes, a sequência de atividade e a descrição dos desenvolvimentos efetuados pelos estudantes. Além disso, serão apresentadas as análises das atividades desenvolvidas com os discentes.

3.1 Metodologia

Nessa dissertação, a pesquisa consistiu em investigar uma abordagem de ensino e aprendizagem sobre área e perímetro de figuras geométricas planas, alternando momentos de investigação na malha quadriculada e no software Geogebra. Além disso, era desejado que os estudantes encontrassem fórmulas para o cálculo de área de quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios.

Para isso, a questão central da pesquisa era: de que forma os estudantes articulam e organizam a obtenção do saber sobre os conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas?

Para o projeto piloto foi entregue para cada discente um Termo de Consentimento Informado, cujo modelo está localizado no Apêndice B. Já para o projeto final, para cada estudante foi entregue um Termo de Consentimento Informado, o mesmo do projeto piloto (Apêndice B), e um Termo de Assentimento, que está no Apêndice C. O Termo de Consentimento Informado foi dirigido à família dos alunos e o Termo de Assentimento foi para os próprios estudantes. Os discentes tiveram que trazer esses documentos assinados para assim poderem ser utilizados seus dados na pesquisa.

Foi elaborada uma sequência de atividades a ser desenvolvida com os estudantes. As aulas foram gravadas em áudio e vídeo, sendo o interesse principal as observações e reflexões dos estudantes. Depois de cada atividade realizada, foram registrados em imagens os registros dos estudantes para posteriores análises. A professora pesquisadora teve o papel de intermediar as discussões, provocando a pensar de diversas maneiras sobre o determinado modelo.

Depois de coletados os dados em ambiente escolar, a pesquisadora recolheu o material produzido pelos estudantes e assim fez uma análise do mesmo, percebendo os possíveis encaminhamentos para as próximas atividades a serem desenvolvidas. A pesquisadora fez observações sobre o material confeccionado, registrando mediante fotos o que foi produzido pelos estudantes.

Como em 2017 foi realizada uma prévia do Projeto Final, foram encontrados alguns erros. Assim, foi ajustada a questão 7 da atividade inicial realizada na malha quadriculada, que havia sido confeccionada com 8 unidades de área e, na verdade, eram para ser 6 unidades de área, podendo assim os alunos perceber que poderia se ter diferentes representações utilizando a mesma quantidade de área, alterando a quantidade das unidades de comprimento (perímetro). Também na atividade inicial, foram acrescentadas as questões 9 e 10 a solicitação de explicação através de desenhos e palavras, uma vez que no projeto piloto os alunos foram muito sucintos.

Além disso, foi acrescentada a Atividade 7 no Projeto Final que não havia na versão piloto. Logo, o Projeto Piloto foi constituído pela atividade inicial na malha quadriculada e sete atividades com potencial de exploração no Geogebra. Já o Projeto Final, foi constituído pela atividade inicial na malha quadriculada e oito atividades com potencial de exploração no Geogebra.

A seguir, estão apresentadas a seguir as atividades desenvolvidas no Projeto Piloto que ocorreu em 2017 e a sequência de atividade final ocorrida para o Projeto Piloto em 2018. Foram sempre apresentadas as atividades, para depois evidenciar as ideias que os estudantes apresentaram.

3.2 Projeto Piloto

Constituindo o projeto piloto de dissertação de mestrado profissional, apresento as etapas iniciais da investigação com destaque para a experimentação realizada e resultados parciais do estudo.

A atividade foi abordada com estudantes do sétimo ano das séries finais do ensino fundamental em 2017, durante os meses de maio e junho. Foram desenvolvidos com os alunos conceitos fundamentais de área e perímetros de figuras geométricas planas, trabalhando inicialmente com a malha quadriculada no papel para depois apropriar-se dos conceitos e das ferramentas do software Geogebra.

A primeira parte do trabalho será baseada em questões iniciais de cálculo de área e perímetro de qualquer figura plana. As questões estão descritas a seguir:

Atividade inicial: noções experimentais de área e perímetro de figuras geométricas planas

1) O que é área para você?

2) O que é perímetro para você?

Responda as questões acima utilizando palavras e desenhos. Será considerado o quadradinho como 1 cm² de área e 4 cm de perímetro.

3) A figura abaixo é a planta baixa de um apartamento. Observe-a e responda as questões, considerando cada quadradinho uma unidade de medida de área.

Figura 4- Planta baixa do apartamento

Fonte: https://doutormatematico.blogspot.com.br/

a) Qual é a área total do apartamento?

b) Qual é a área do banheiro?

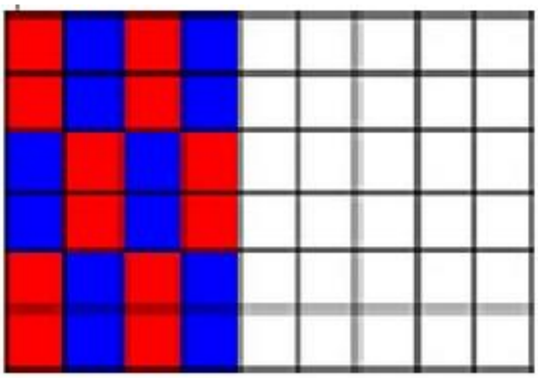
c) Qual é o cômodo cuja área mede 5 unidades de área?

d) Quais cômodos tem área de 4 unidades?

e) Quais cômodos tem área de 6 unidades?

4) A figura representa o padrão do mosaico no chão de um salão de festas. Parte do piso já foi colocado. Considerando cada quadradinho como uma unidade de área, observe a figura e responda.

Figura 5 - Mosaico no chão do salão de festas



Fonte: https://doutormatematico.blogspot.com.br/

a) Qual é a área total do chão em que já foi colocado o piso?

b) No fim do trabalho, qual será a área total de azulejos azuis?

c) No fim do trabalho, qual será a área total de azulejos vermelhos?

d) Qual é a área total do salão de festas?

e) Qual é a área que já foi coberta por azulejos vermelhos?

5) Desenhe o que se pede, calculando os conceitos trabalhados.

a) Dois retângulos diferentes de mesma área.

b) Dois retângulos diferentes de mesmo perímetro.

c) Duas figuras diferentes com a mesma área.

d) Duas figuras diferentes com o mesmo perímetro.

6) Desenhe os polígonos pedidos.

a) Um polígono de área igual a 15 quadradinhos.

b) Um polígono de área igual a 6 quadradinhos.

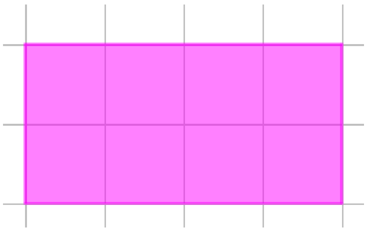
c) Um quadrilátero com área igual a 7 quadradinhos.

d) Um octógono com área igual a 4 quadradinhos.

7) Calcule a área e o perímetro das seguintes formas:

Figura 6 - Retângulo

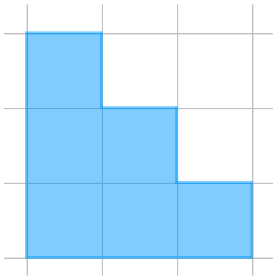
a)



Fonte: acervo pessoal

Figura 7 - Polígono 1

b)



Fonte: acervo pessoal

Figura 8 - Polígono 2

c)

Fonte: acervo pessoal

8) Agora, você deve criar um desenho formado pelos quadradinhos. Pode ser um foguete, um caminhão, uma casa... Deve indicar o perímetro e a área de seu desenho. Após isso, deve desenhar um retângulo ou um quadrado que possui a mesma área que seu desenho.

9) Qual é a fórmula da área de um quadrado? Por quê?

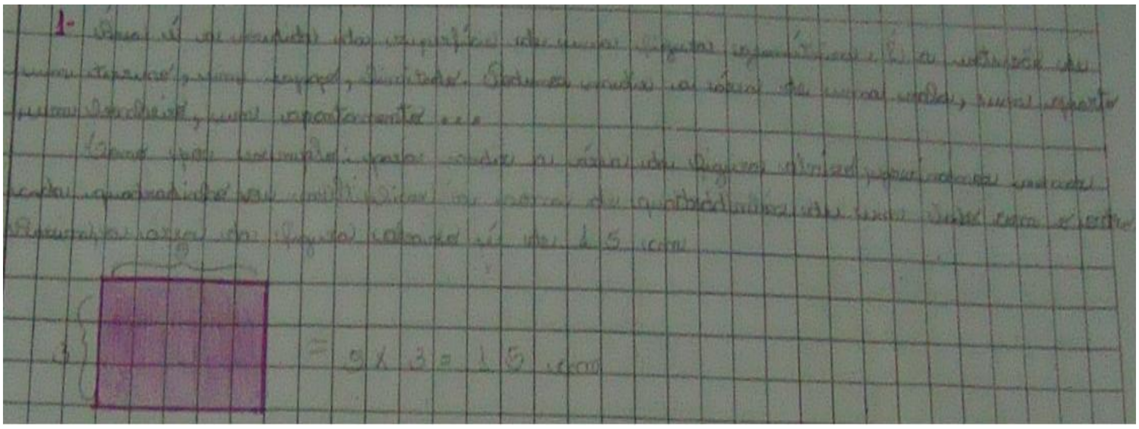
10) Qual é a fórmula da área de um retângulo? Por quê?

Para essas atividades, serão selecionados alguns modelos de respostas que geraram maior debate entre os discentes e que possui algum potencial problematizador, ou seja, capaz de gerar alguma reflexão para a prática que foi desenvolvida. Foram escolhidas com base nas respostas mais desenvolvidas, com mais argumentos de explicação e com ideias diferentes do que alguns colegas expuseram. Serão omitidos os nomes verdadeiros dos estudantes para preservar sua identidade. O que se deseja, é da melhor maneira possível, descrever os fatos que aconteceram em ambiente escolar, tentando ser rico e coerente com os detalhes lá ocorridos.

A primeira atividade desenvolvida foi realizada em uma malha quadriculada, pois o objetivo inicial era perceber o que os estudantes realmente sabiam sobre área e perímetro. Ao final de cada aula era recolhido o material que os estudantes confeccionaram para as possíveis análises serem feitas e assim saber uma possível abordagem para a próxima aula.

A primeira questão que trabalhamos em sala de aula abrangia o conceito e o significado de área. Algumas respostas foram:

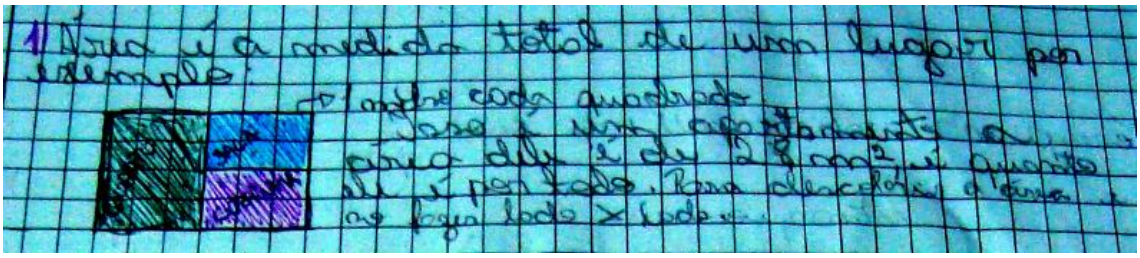
Figura 9 - Exemplo questão 1 aluno B. F.



Fonte: acervo pessoal

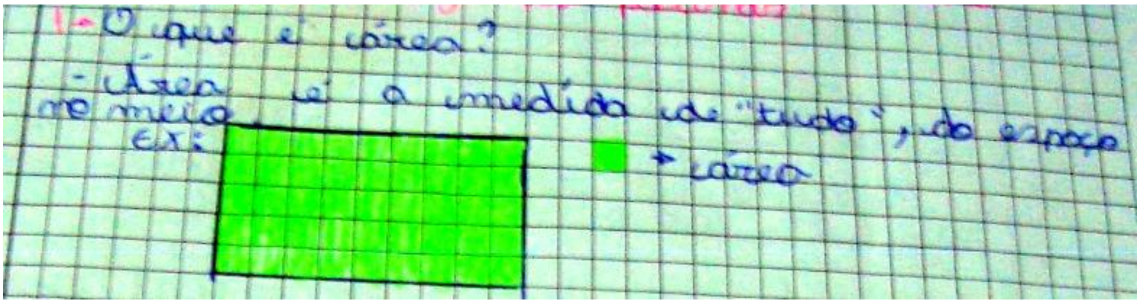
O aluno a seguir comete um equívoco para relacionar a quantidade de área do desenho que ilustrou. Note que ele desenha uma região com 24 unidades de área, mas relaciona com 28 unidades de área, enganando-se no momento da contagem ou na realização do princípio multiplicativo.

Figura 10 - Exemplo questão 1 aluno A. C. A.



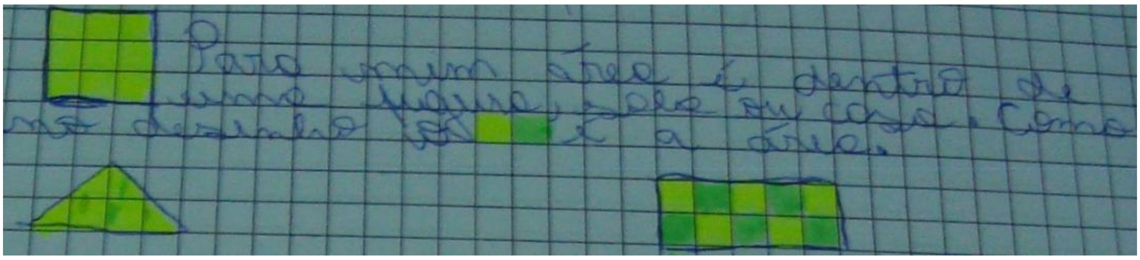
Fonte: acervo pessoal

Figura 11 - Exemplo questão 1 aluno M. C.



Fonte: acervo pessoal

Figura 12 - Exemplo questão 1 aluno P. S.

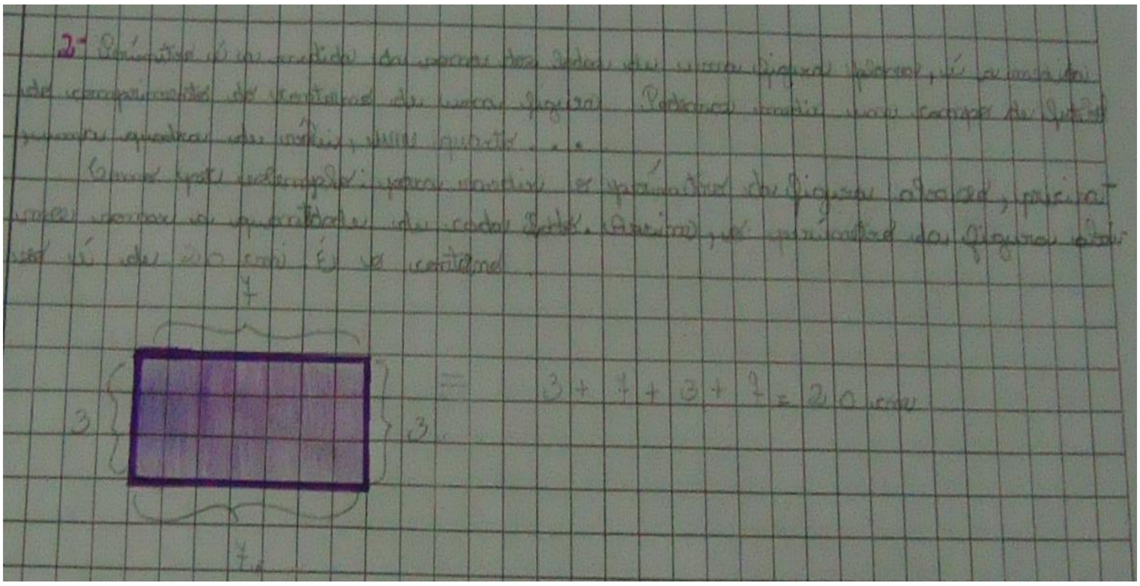


Fonte: acervo pessoal

É notória a necessidade em representar o conceito através de desenhos. Palavras não são um argumento único na representação da conceituação de área. Por mais diferentes que são as respostas, todas simbolizam a área e, no primeiro e segundo casos, os alunos ainda calculam a área em um determinado espaço, onde o primeiro calcula de maneira correta e o segundo há um equívoco. Utilizam de recursos de cores para representar diferentes meios e criam legendas próprias para explicar o que estão afirmando. Dessa maneira está muito presente as Teorias de Campos Conceituais, hora explorando Campos Aditivos e hora explorando Campos Multiplicativos.

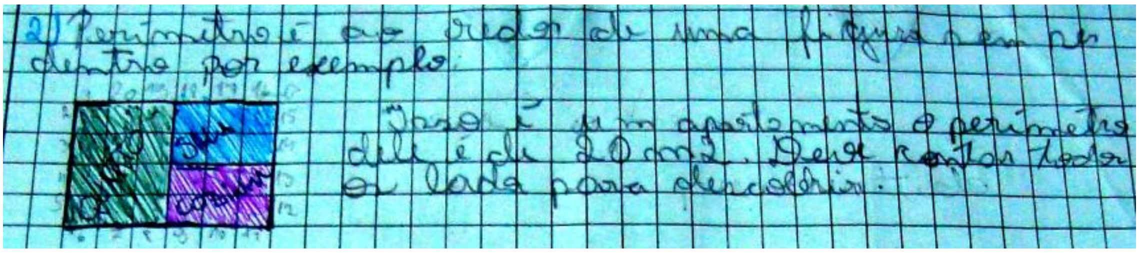
Acabaram respondendo a definição de perímetro de uma maneira muito similar ao modo que trabalharam anteriormente. Também criaram imagens para representar suas explicações e relacionaram de maneira correta a ideia de perímetro. Deram exemplos e calcularam o perímetro de alguns exemplos criados por eles.

Figura 13 - Exemplo questão 2 aluno B. F.



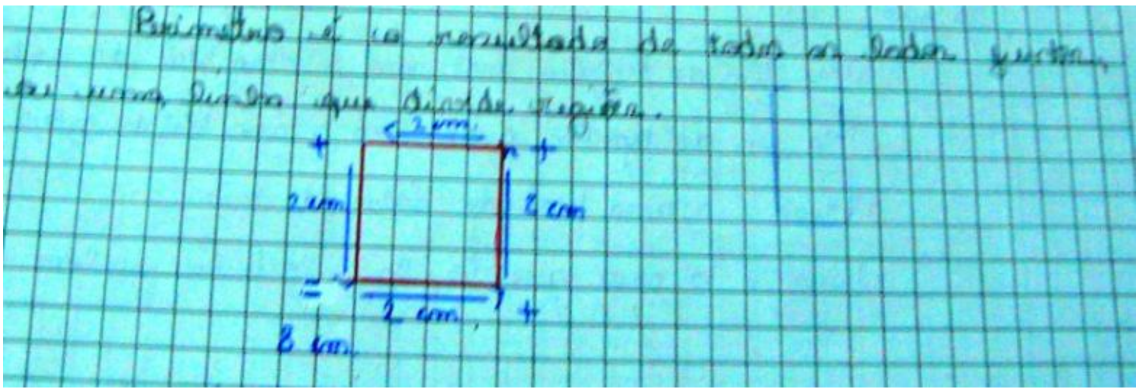
Fonte: acervo pessoal

Figura 14 - Exemplo questão 2 aluno A. C. A



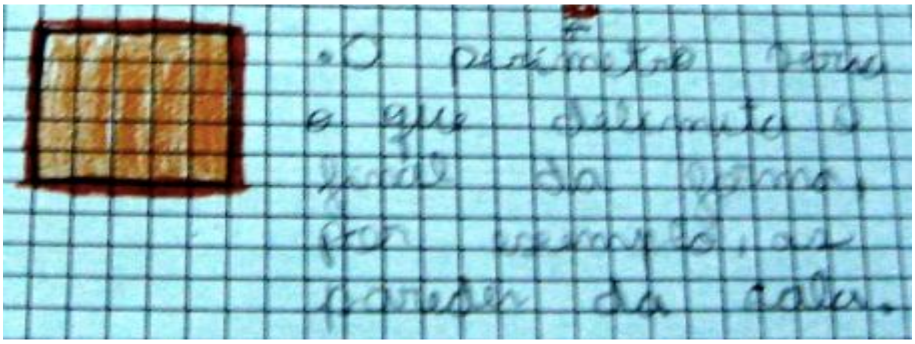
Fonte: acervo pessoal

Figura 15 - Exemplo questão 2 aluno M. G.



Fonte: acervo pessoal

Figura 16 - Exemplo questão 2 aluno N. P.

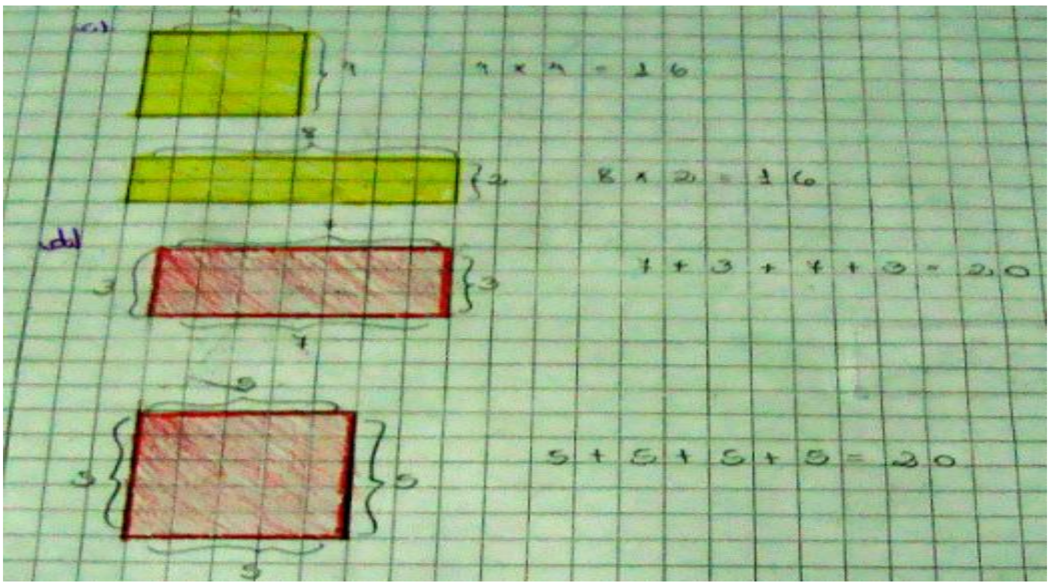


Fonte: acervo pessoal

Para as atividades 3 e 4 os alunos responderam as questões de modo correto, com respostas claras e com pouco desenvolvimento. Foram objetivos em suas explicações e precisos em seus cálculos. Não utilizaram nenhuma prática diferente do que já trabalhávamos em sala de aula.

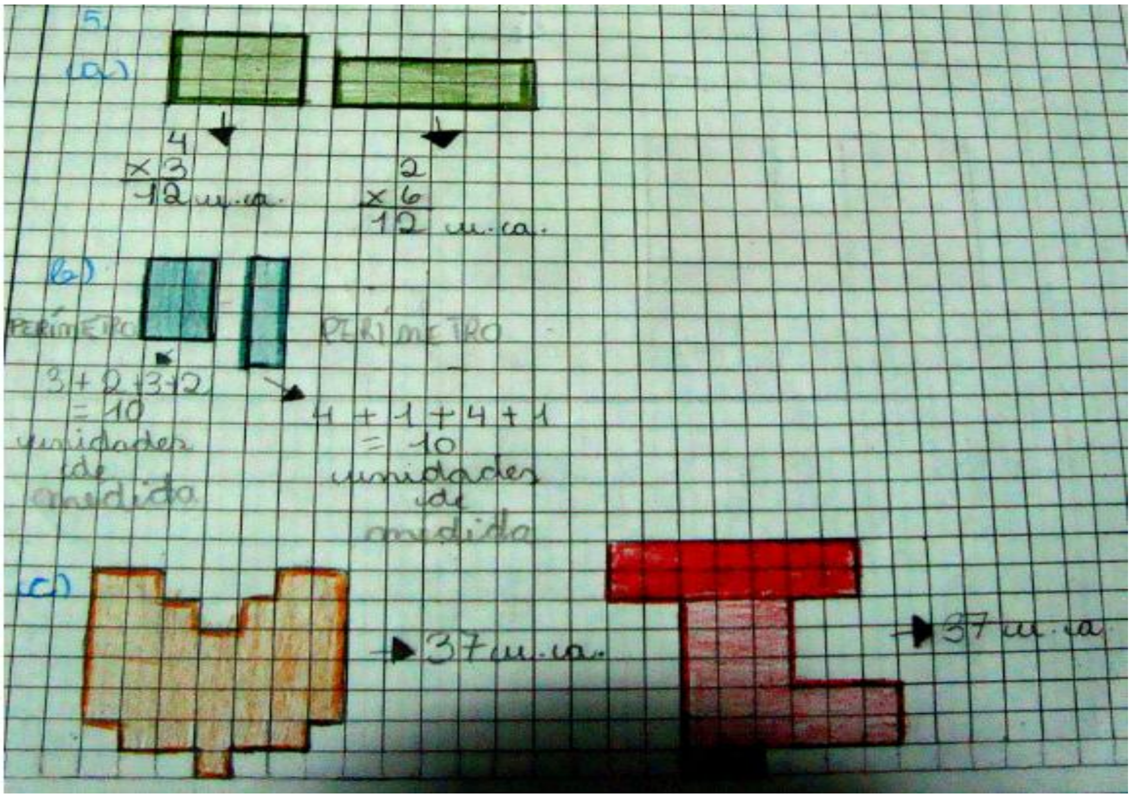
Sobre a questão 5, em muitos momentos os alunos representaram a mesma figura em localização diferente. Alguns perceberam o erro dos colegas e comentaram perante a turma, questionando a professora. Foram relatados alguns exemplos e debatidos entre os estudantes essas diferenças. Assim, alguns desenhos iniciais foram alterados, tentando encontrar diferentes figuras que representavam as situações propostas. Alguns exemplos de resoluções estão descritos a seguir.

Figura 17 - Exemplo questão 5 aluno B. F.



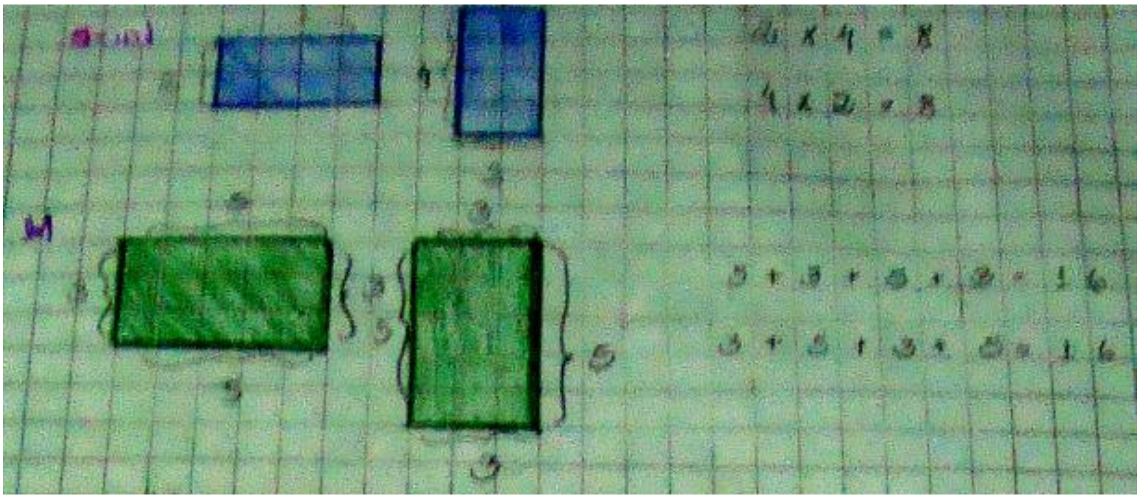
Fonte: acervo pessoal

Figura 18 - Exemplo questão 5 aluno C. T.



Fonte: acervo pessoal

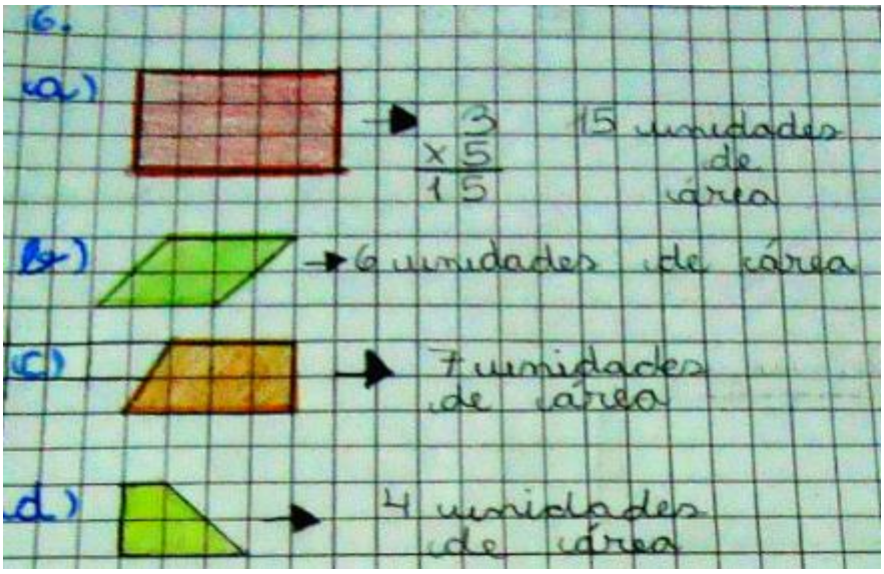
Figura 19 - Exemplo questão 5 aluno B. F.



Fonte: acervo pessoal

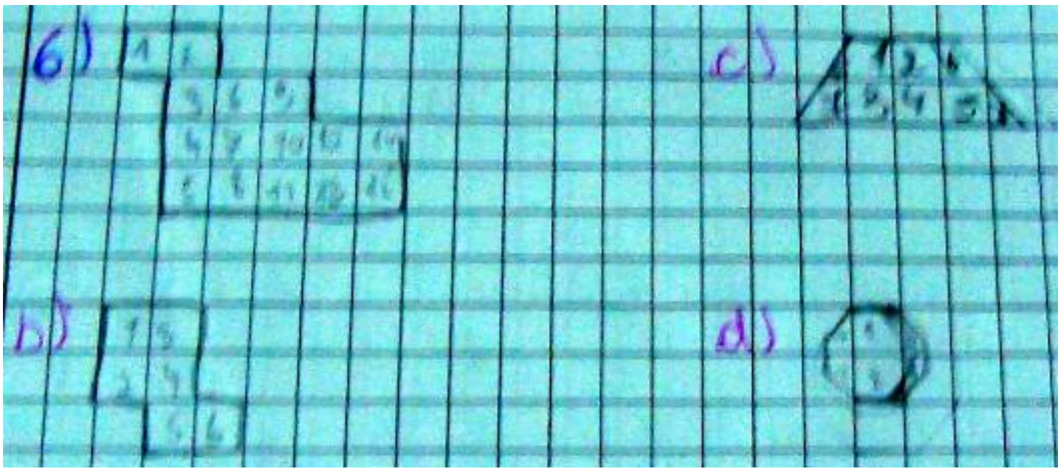
Na atividade 6, as dúvidas encontradas foram a respeito da conceituação de polígono. Assim, foi necessário fazer uma retomada sobre sua definição. Um modelo criado por um aluno não está correto quanto sua definição. O estudante criou um trapézio representando um octógono de 4 unidades de área, como pode ser visto no Figura 20. Como não havia maiores esclarecimentos nessa questão, não se pode afirmar sobre o que o estudante pensou nesse item. O primeiro exemplo ilustra o problema encontrado pelo estudante comentado anteriormente e os demais uma representação de outros modelos criados.

Figura 20 - Exemplo questão 6 aluno C. T.



Fonte: acervo pessoal

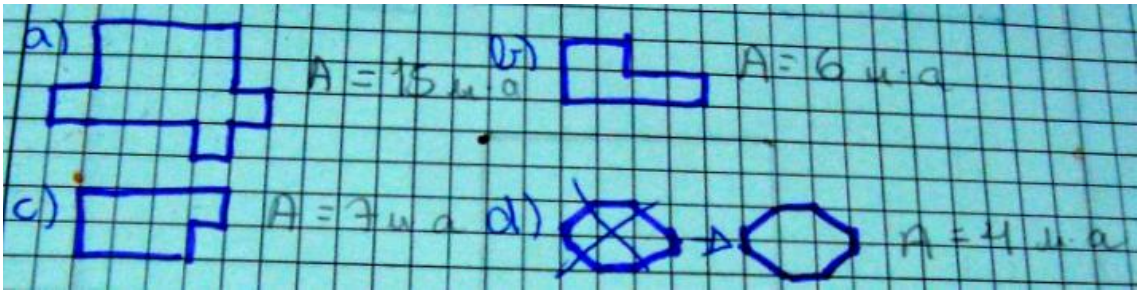
Figura 21 - Exemplo questão 6 aluno A. C. A.



Fonte: acervo pessoal

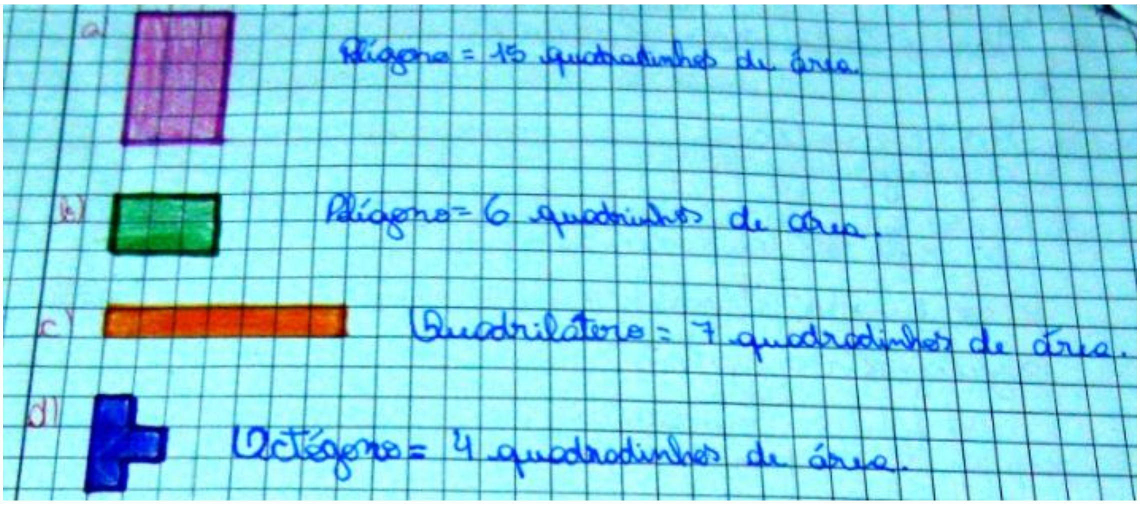
O próximo aluno apresenta a alternativa d com uma edição. Apresenta um octógono, onde a principio, comete um erro e refaz seu polígono, estando satisfeito com o novo modelo criado.

Figura 22 - Exemplo questão 6 aluno T. L.



Fonte: acervo pessoal

Figura 23 - Exemplo questão 6 aluno M. E. P.

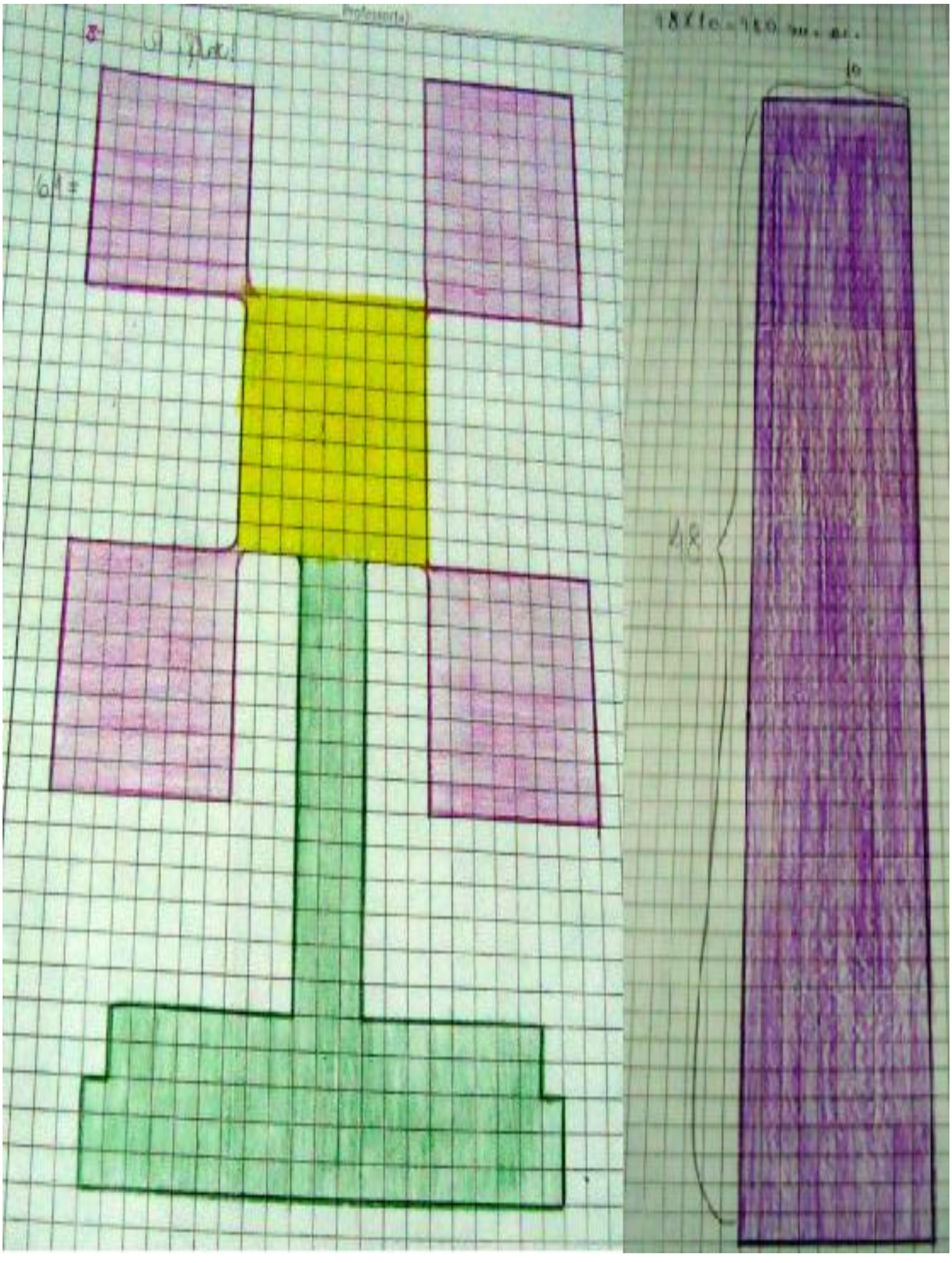


Fonte: acervo pessoal

Em referência a questão 7, os estudantes também responderam sem maiores problemas. Como o conceito de área e perímetro estavam bem definidos, uma vez que explicaram e relacionaram de modo correto nas questões anteriores, nenhum aluno trocou sua definição e todas as amostragens foram satisfatórias. Para o cálculo de área contaram quadradinho por quadradinho, não utilizaram cálculos com fórmulas, utilizando assim argumentos da teoria de Campos Aditivos.

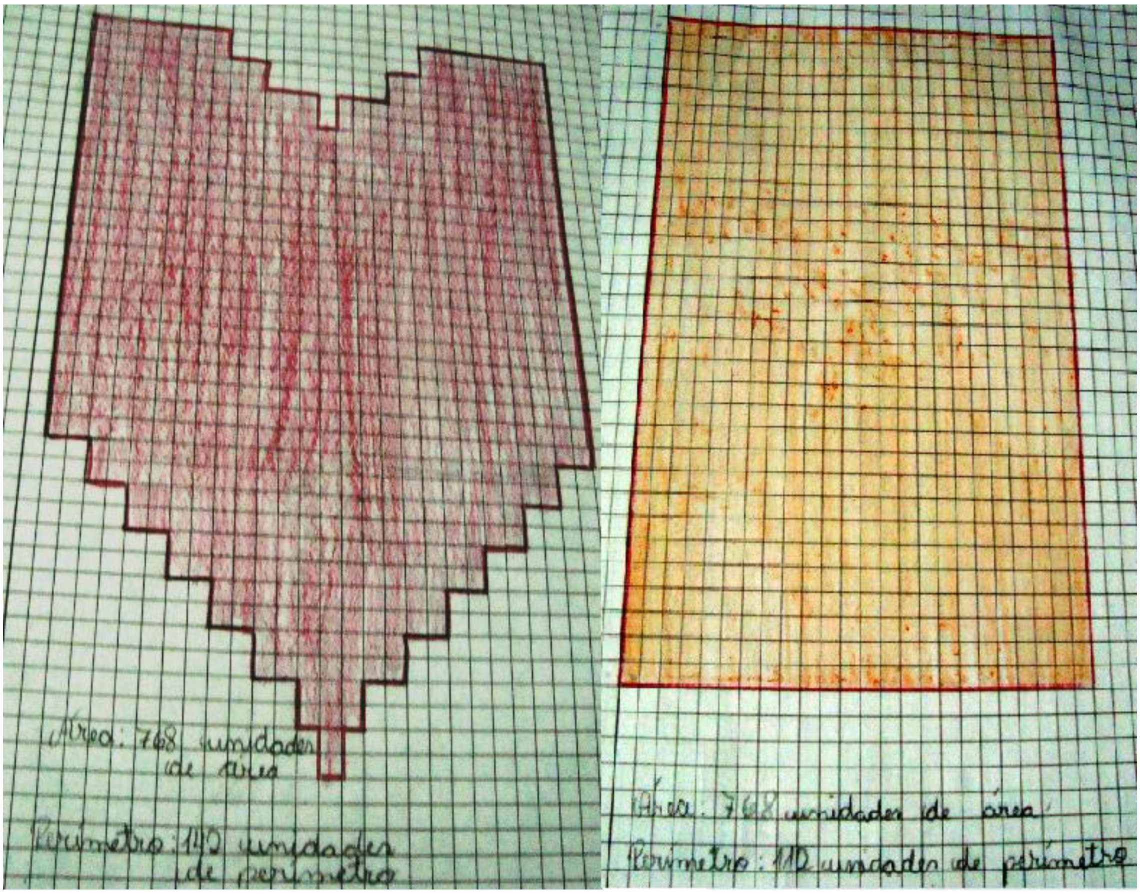
Na questão 8 os desenhos formados foram os mais variados possíveis. Muitos encontraram dificuldades em criar um retângulo que tivesse a mesma quantidade de área que seu desenho, chegando a medidas aproximadas. A maioria dos alunos refletiu sobre os pedaços de quadradinhos que às vezes não eram metades e que precisavam articular mais de um fragmento para conseguir chegar às relações que criaram. Alguns exemplos de desenhos e seu respectivo retângulo estão ilustrados a seguir.

Figura 24 - Exemplo questão 8 aluno B. F.



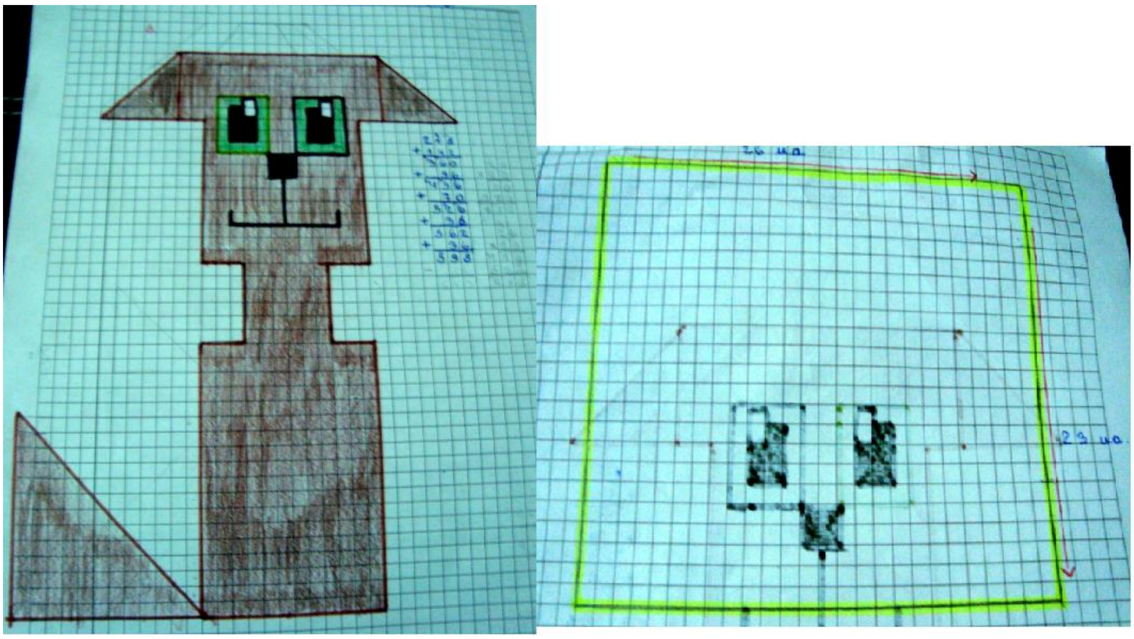
Fonte: acervo pessoal

Figura 25 - Exemplo questão 8 aluno C. T.



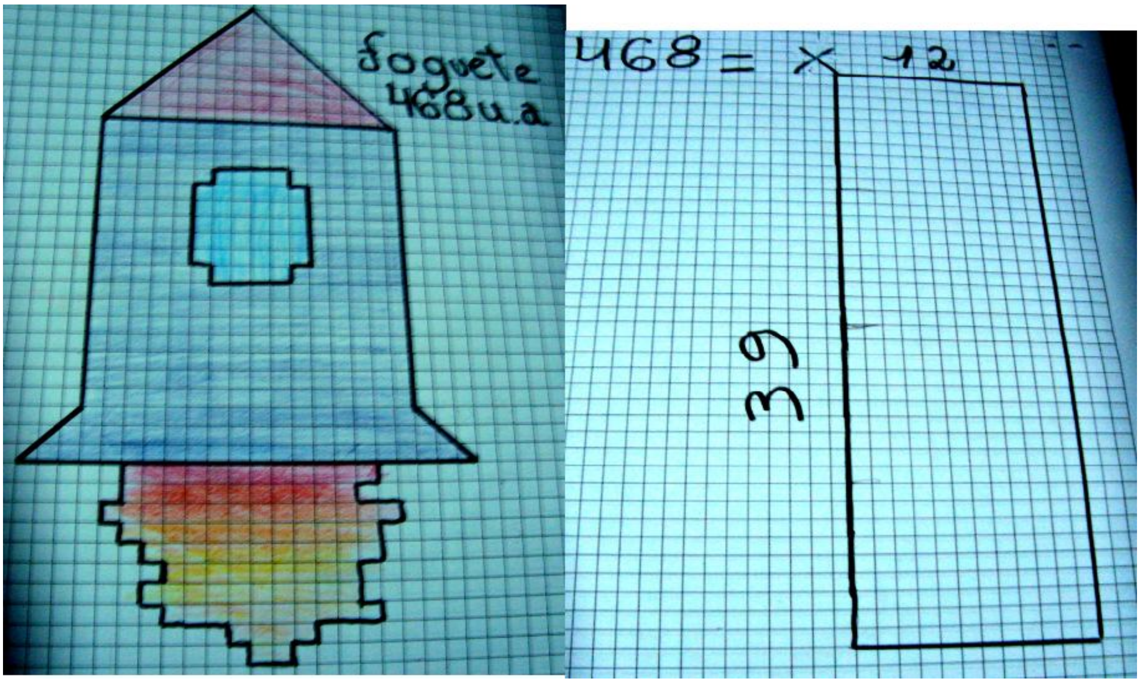
Fonte: acervo pessoal

Figura 26 - Exemplo questão 8 aluno M. G.



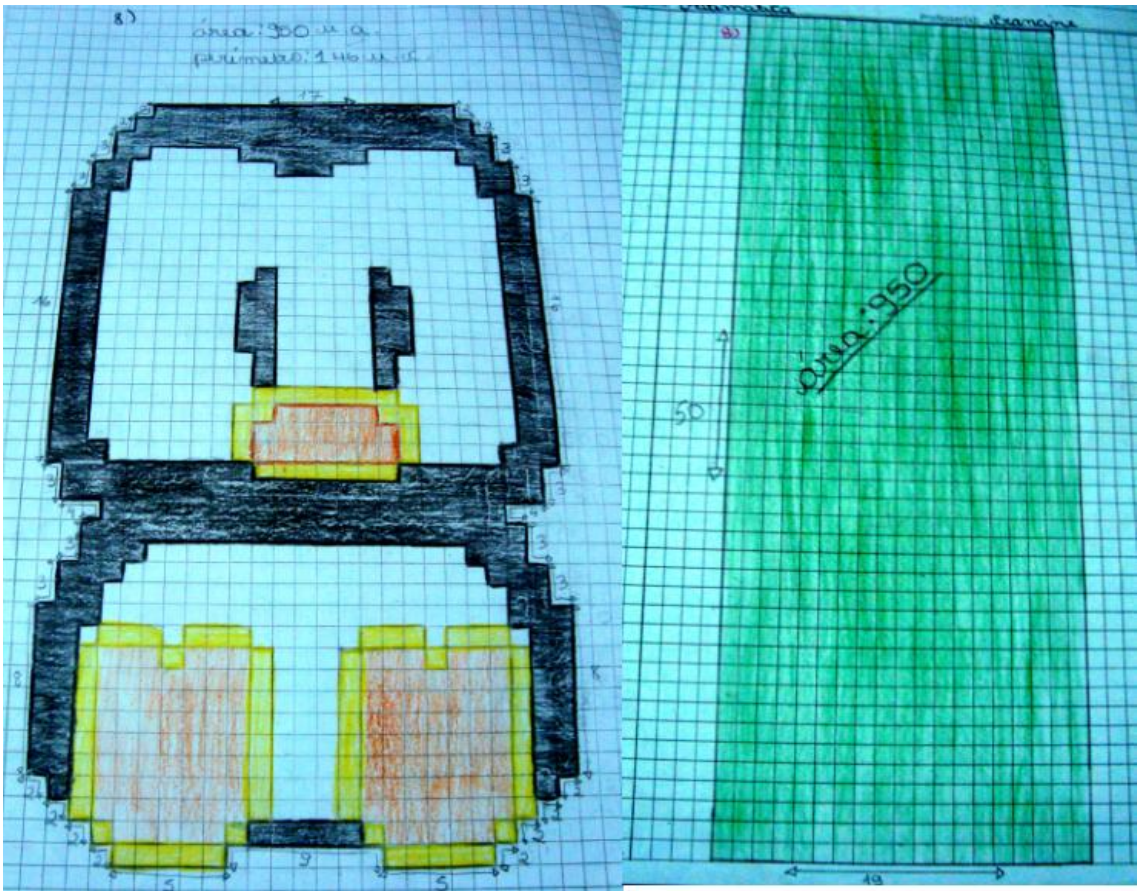
Fonte: acervo pessoal

Figura 27 - Exemplo questão 8 aluno I. Z.



Fonte: acervo pessoal

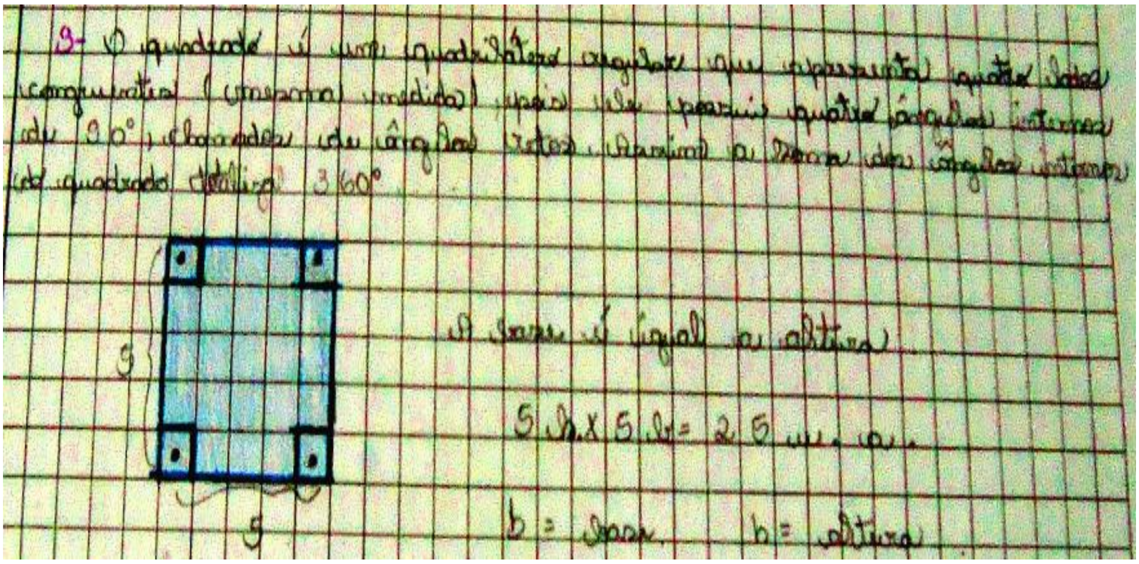
Figura 28 - Exemplo questão 8 aluno N. S.



Fonte: acervo pessoal

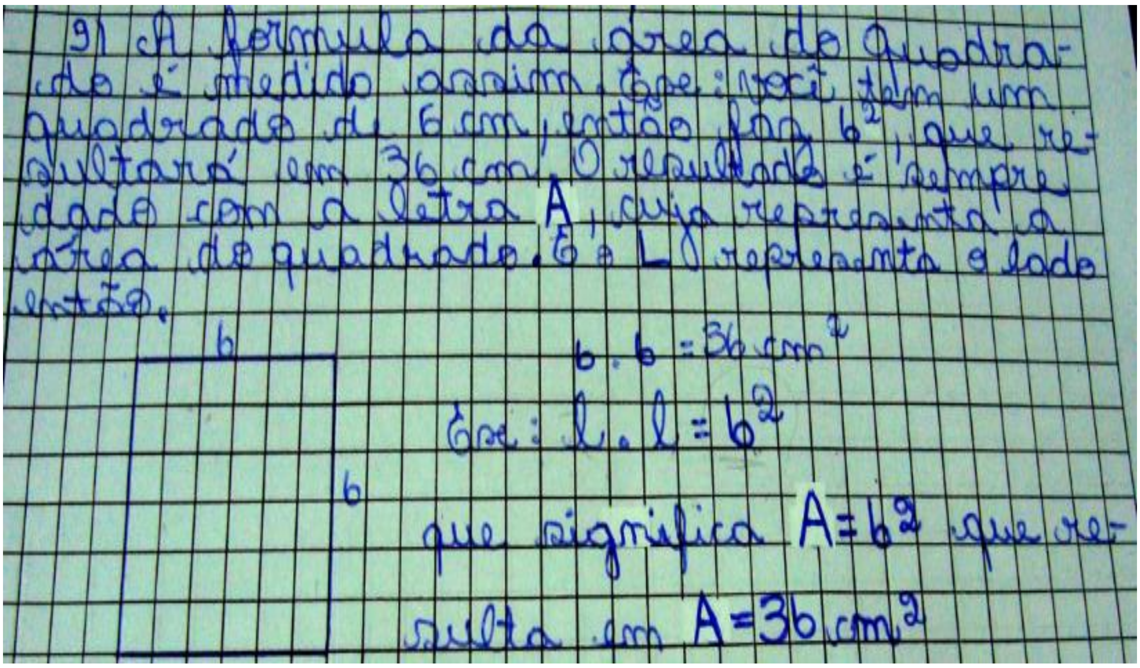
Para as atividades 9 e 10, a maioria dos discentes pesquisaram na internet, uma vez que ficaram como atividades para serem realizadas em casa. A maioria deles não havia visto uma fórmula para representar o modelo de quadrados e retângulos. Assim copiaram a definição dada e muitos mostraram a fórmula através de exemplos. Alguns modelos estão descritos a seguir.

Figura 29 - Exemplo questão 9 aluno B. F.



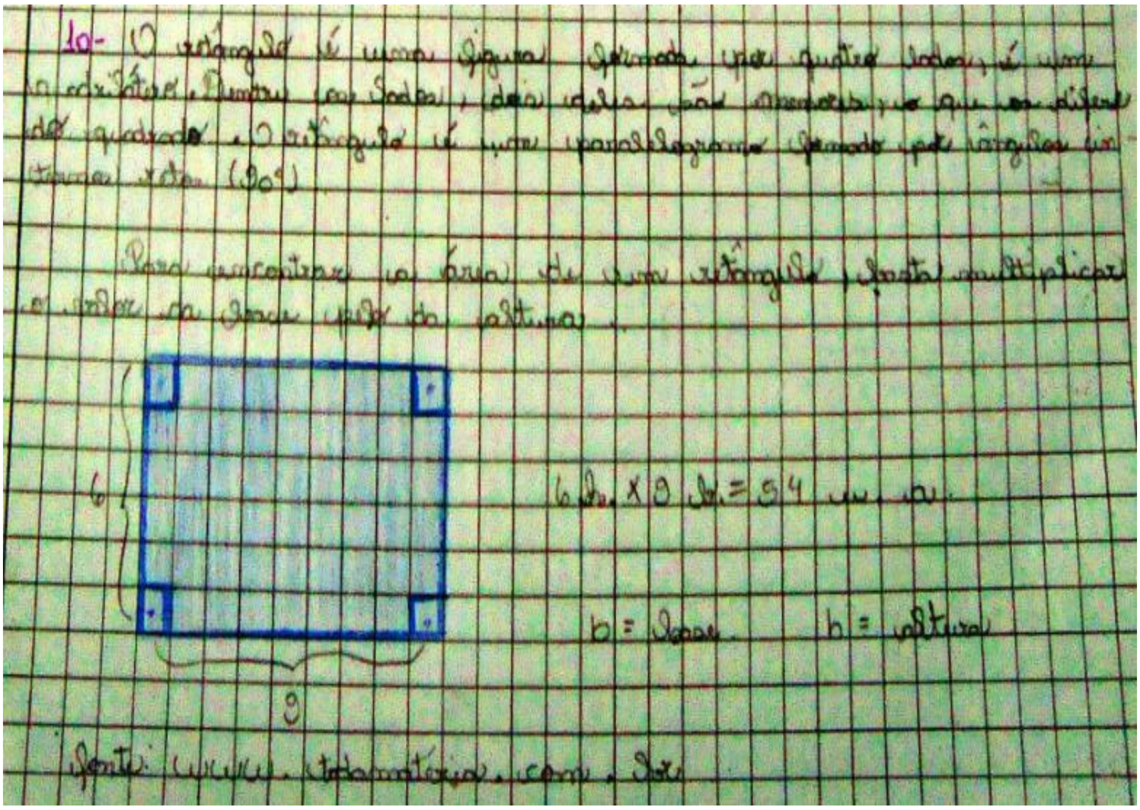
Fonte: acervo pessoal

Figura 30 - Exemplo questão 9 aluno V. P.



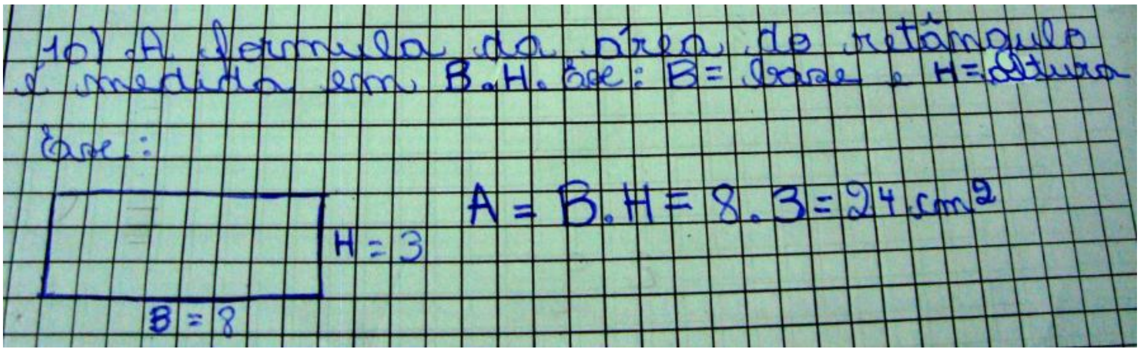
Fonte: acervo pessoal

Figura 31 - Exemplo questão 10 aluno B. F.



Fonte: acervo pessoal

Figura 32 - Exemplo questão 10 aluno V. P.



Fonte: acervo pessoal

Após esse estudo em sala de aula, mudamos o ambiente para o Laboratório de Informática da escola. Trabalhamos uma aula no Laboratório, mas depois começamos a utilizar os tablets em sala de aula. As primeiras questões desenvolvidas no software Geogebra foram acerca de manipulações iniciais do software e mecanismos de áreas de figuras que eles dominam: o quadrado e o retângulo. Foram trabalhadas também, diversas figuras geométricas, para perceberem que podem calcular a área e o perímetro de qualquer imagem, além das comumente estudadas.

A atividade inicial que foi proposta era sobre os conhecimentos básicos que possuem de perímetro e áreas, fazendo os estudantes descreverem seus iniciais saberes sobre o tema. Os alunos tiveram à disposição a malha quadriculada do software Geogebra, não interessando trabalhar com os eixos ordenados e nem com a janela de álgebra como modelo inicial.

A proposta foi desenvolvida em duplas, em função da troca de ideias e experiências, de modo que pudessem ter uma melhor observação e desenvolvimento dos elementos e conceitos envolvidos. Além disso, o Laboratório de Informática não possui uma máquina para cada estudante.

Antes de realizar as atividades, foi acordado com a turma que o lado do menor quadrado da malha quadriculada media 1 centímetro. As atividades que foram desenvolvidas no software Geogebra estão descritas a seguir:

Atividade 1- Abordagem inicial dos conceitos de área e perímetro

1) Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com perímetro de 10 centímetros.

a) Calcule as áreas das figuras**.**

b) As áreas são iguais? Por que isso acontece?

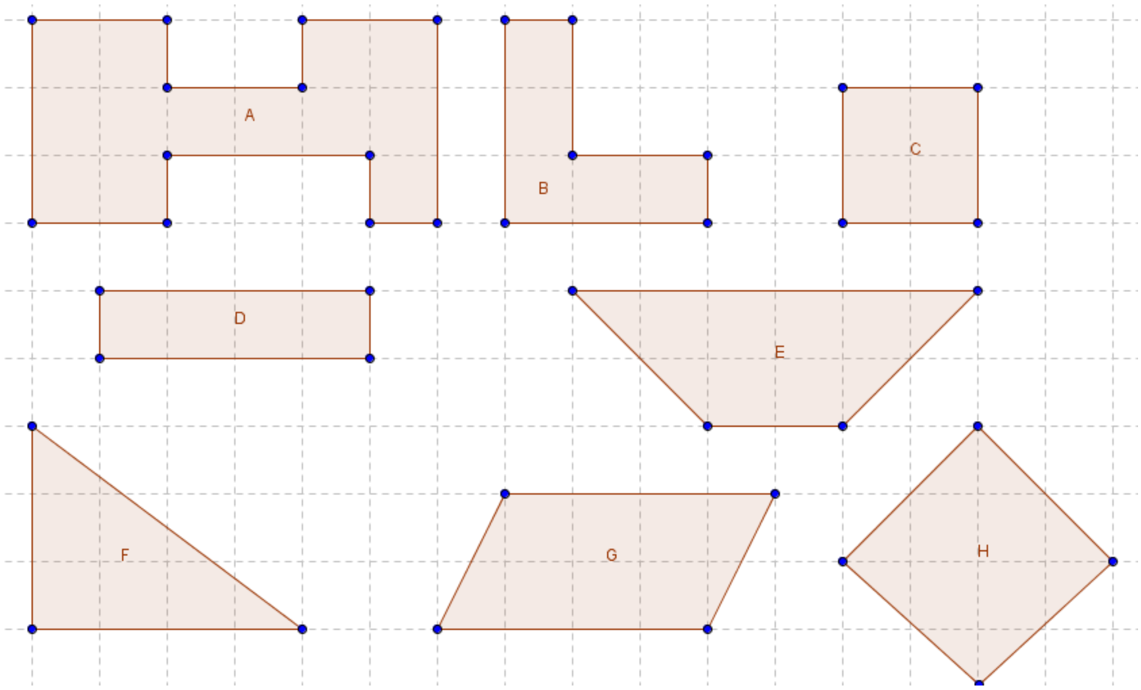
2) Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com área de 4 centímetros quadrados.

a) Calcule os perímetros das figuras**.**

b) Os perímetros são iguais? Por que isso acontece?

3) Agora, abra o arquivo na área de trabalho intitulado Trabalho1 e calcule a área e o perímetro de cada uma das figuras representadas. Descreva como você chegou a cada resultado.

Figura 33 - Trabalho 1



Fonte: acervo pessoal

Atividade 2- Estudo da fórmula da área do quadrado e retângulo

Os exercícios que serão propostos na Atividade 2 estão descritos a seguir.

1) Crie quatro quadrados e quatro retângulos. Identifique-os. Calcule a área e o perímetro dessas figuras.

2) Abra um novo arquivo e com as áreas dos retângulos anteriores forme quadrados.

3) Isso é sempre possível? De que forma?

4) Abra um novo arquivo e com as áreas dos quadrados anteriores forme retângulos.

5) Isso é sempre possível? De que forma?

Atividade 3- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos paralelogramos

A Atividade 3 foi desenvolvida com a abordagem da professora, tentando provocar a autonomia dos estudantes para as Atividade 4, Atividade 5 e Atividade 6.

Nessa parte do desenvolvimento da proposta de trabalho, não estaremos direcionados em calcular o perímetro de paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios, uma vez que precisamos, por exemplo, do Teorema de Pitágoras e esse será abordado em outro momento de aprendizagem. Nosso foco agora será a descoberta das fórmulas de área de paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios. Os exercícios que serão propostos na Atividade 3 estão descritos a seguir.

1) Escreva a definição do paralelogramo.

2) Crie três exemplos diferentes de paralelogramos.

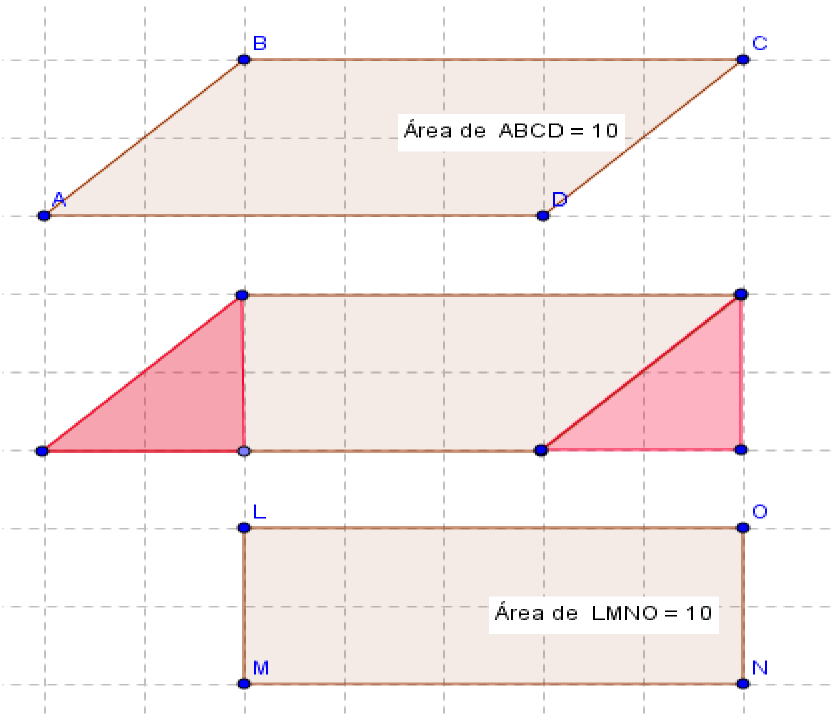
3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.

4) Há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?

5) Como podemos calcular a área de paralelogramos utilizando uma fórmula?

Depois desses relatos iniciais, foi desenhado um paralelogramo na malha quadriculada e criou-se, a partir de questionamentos e pensamentos dos alunos, um retângulo, pois desse conhecemos a fórmula de sua área.

Figura 34 - Modelo representado de transformação de paralelogramo em retângulo



Fonte: acervo pessoal

Assim, conseguimos perceber que a área do paralelogramo inicial, é a mesma área do retângulo obtido através das transformações, concluindo que:

$A_{paralelogramo} = A_{retângulo} = b \cdot h$

Através das mesmas relações, os alunos foram trabalhar com suas duplas e deveriam pensar nas fórmulas para o cálculo de área dos triângulos, losangos e trapézios. Após esse momento, foram retomadas as atividades a serem exploradas no Geogebra, as quais estão descritas a seguir.

Atividade 4- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos triângulos

1) Escreva a definição do triângulo.

2) Crie três exemplos diferentes de triângulos.

3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.

4) Há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?

5) Como podemos calcular a área de triângulos utilizando uma fórmula?

6) Qual foi o pensamento que desenvolveste para encontrar esse modelo?

Atividade 5- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos losangos

1) Escreva a definição do losango.

2) Crie três exemplos diferentes de losangos.

3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.

4) Há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?

5) Como podemos calcular a área de losangos utilizando uma fórmula?

6) Qual foi o pensamento que desenvolveste para encontrar esse modelo?

Atividade 6- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos trapézios

1) Escreva a definição do trapézio.

2) Crie três exemplos diferentes de trapézios.

3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.

4) Há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?

5) Como podemos calcular a área de trapézios utilizando uma fórmula?

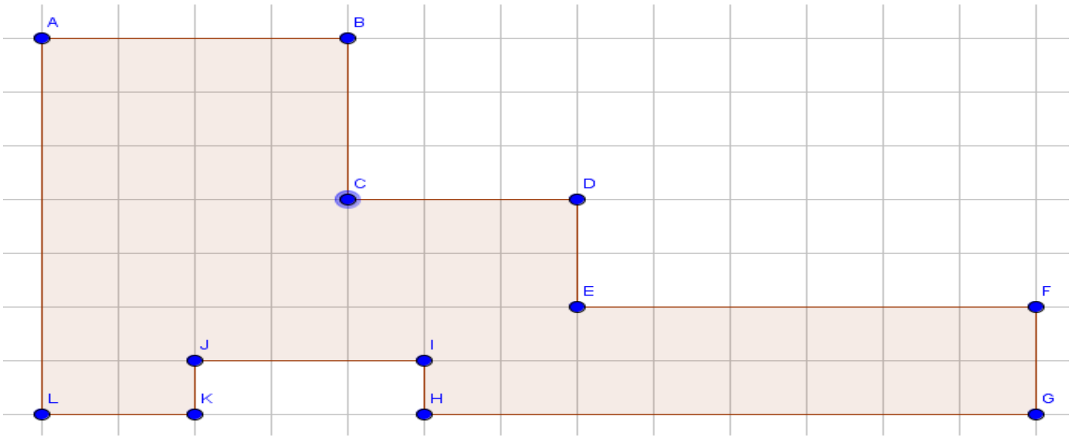
6) Qual foi o pensamento que desenvolveste para encontrar esse modelo?

Atividade 7- Aplicação dos conceitos aprendidos

Calcule a área das figuras a seguir utilizando as fórmulas estudadas:

Figura 35 - Atividade 7a

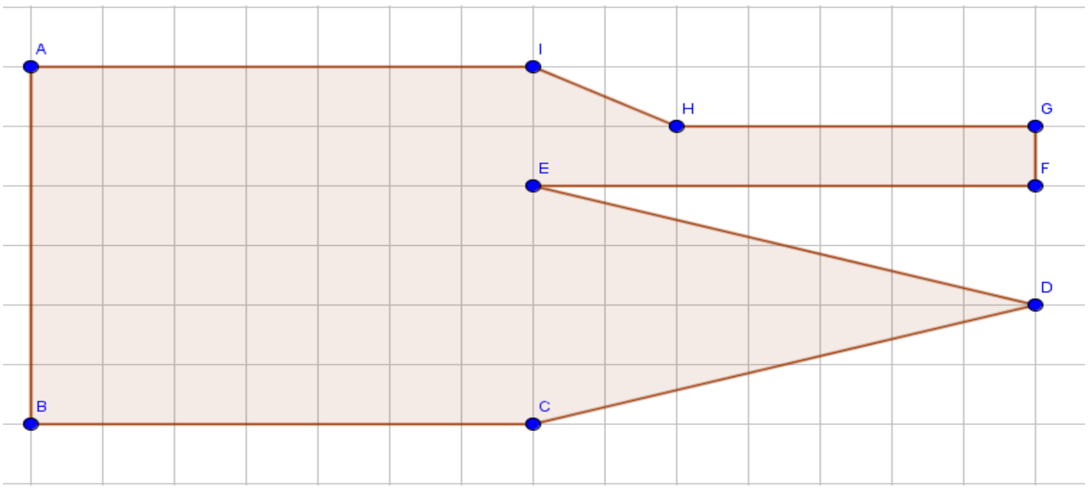
a)



Fonte: acervo pessoal

Figura 36 - Atividade 7b

b)



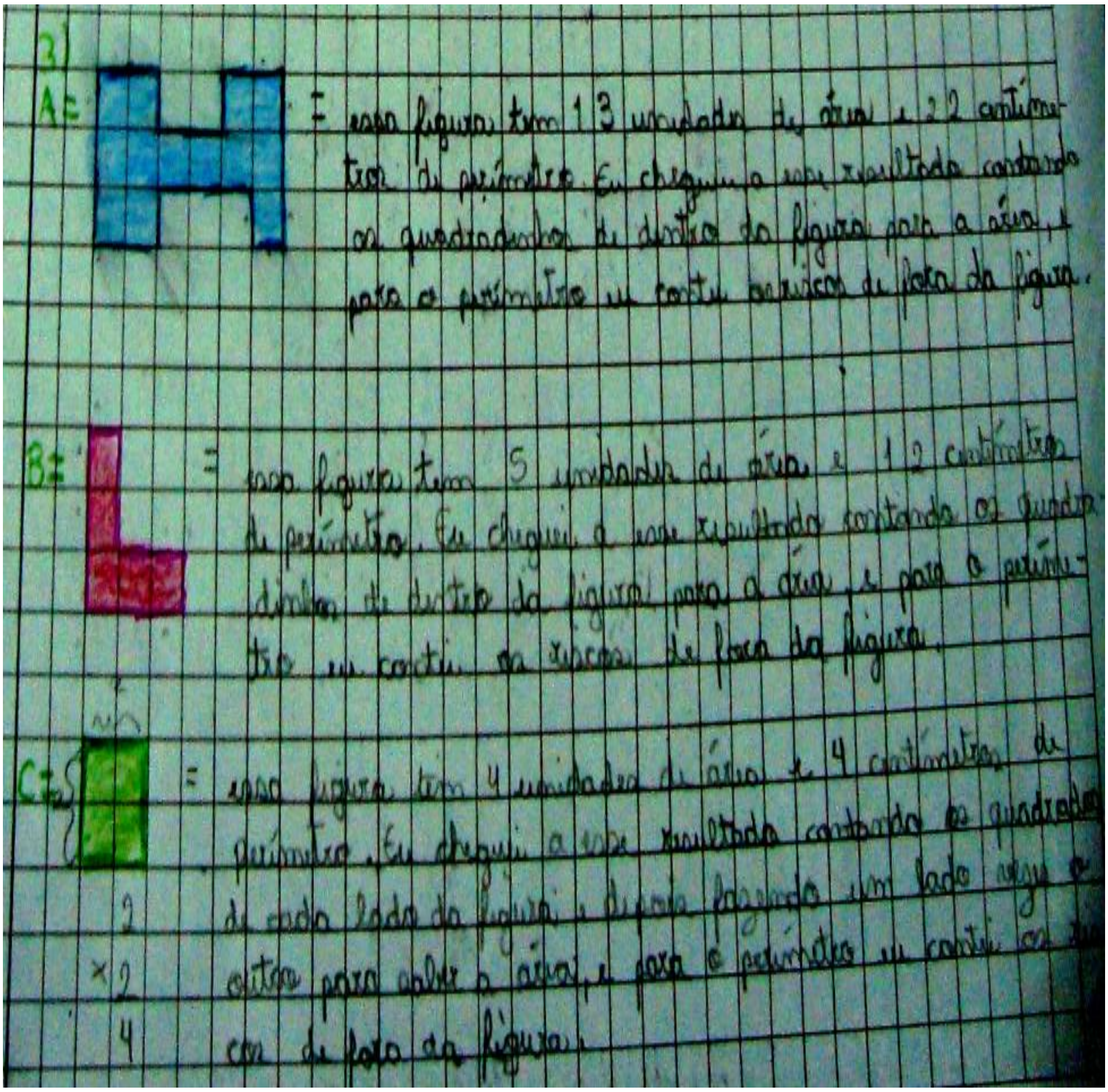
Fonte: acervo pessoal

Os materiais obtidos foram entregues para a professora ao final de cada atividade. A ideia foi observar o quanto os estudantes estavam evoluindo na perspectiva que desejava e quais aprendizados que eles estavam construindo durante as questões abordadas. Assim foi possível verificar o que foi relatado e fazer uma análise da proposta de atividade desenvolvida.

Depois de entregarem o material, foi realizada uma socialização das conclusões que obtiveram, esclarecendo possíveis dúvidas que surgiram no desenvolvimento das atividades. Após cada atividade, as fórmulas foram retomadas em sala de aula, para definir uma linguagem única e conseguir generalizar o processo aprendido, obtendo assim modelos genéricos de fórmulas de área de quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios ao final de cada atividade desenvolvida.

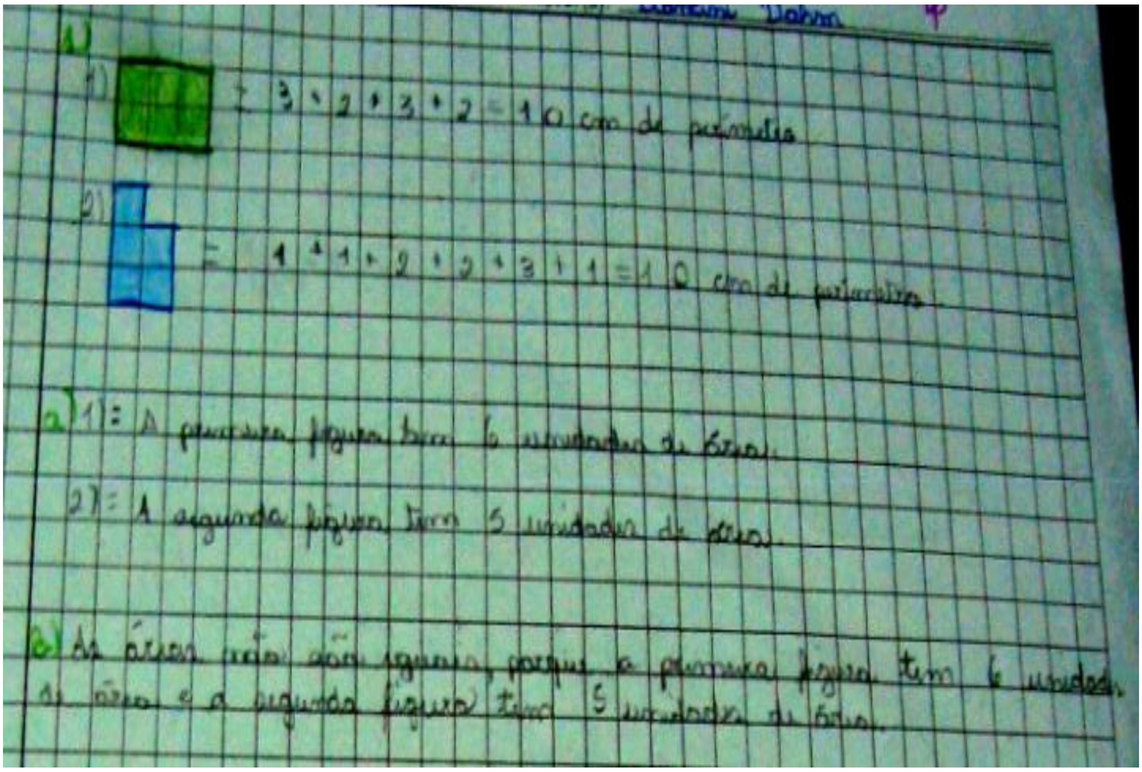
Para a Atividade 1, os alunos não confundiram perímetro e área e trabalharam de maneira correta com esses elementos. Mostraram com exemplos suas afirmações e desenvolveram conceitos corretos sobre suas relações. Os estudantes propuseram formulações parecidas, onde nas primeiras questões realizaram contagem das figuras relacionadas e, nas figuras onde não conseguiam contar exatamente os segmentos, utilizaram o recurso de medida do software Geogebra. Abaixo estão elencadas algumas respostas dos estudantes.

Figura 37 - Atividade 1 aluno M. A. O.



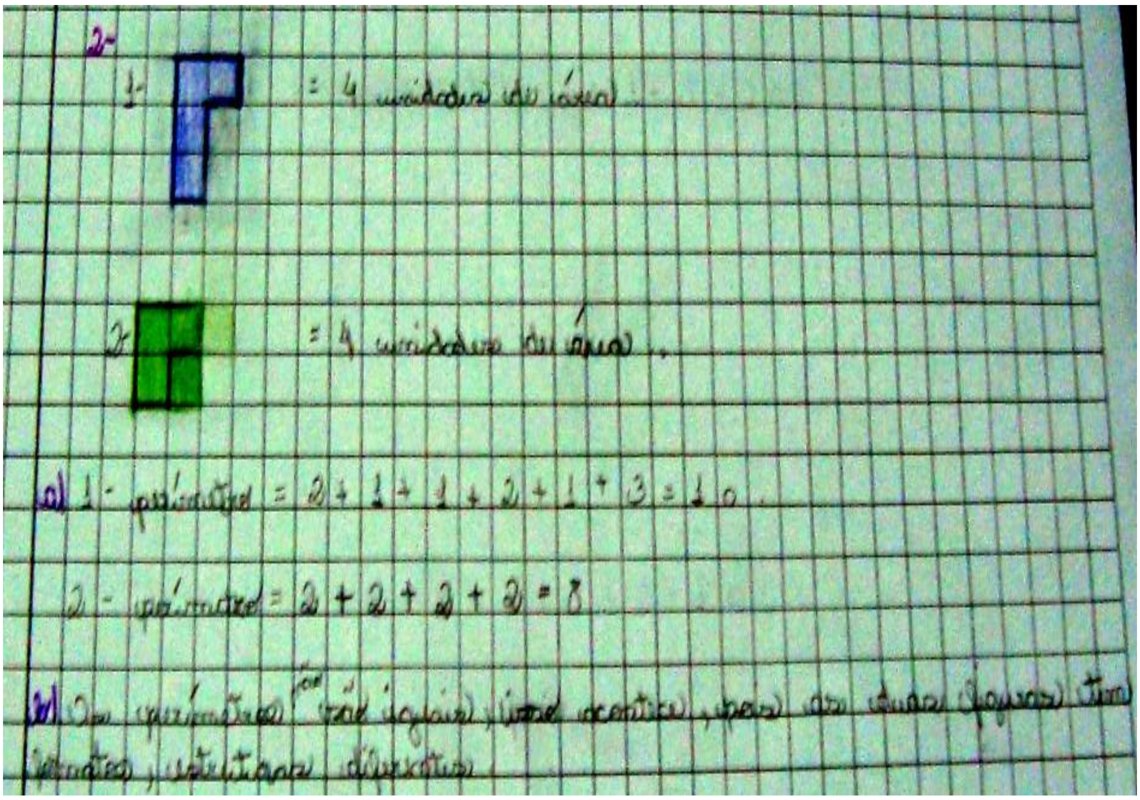
Fonte: acervo pessoal

Figura 38 - Atividade 1 aluno M. A. O.



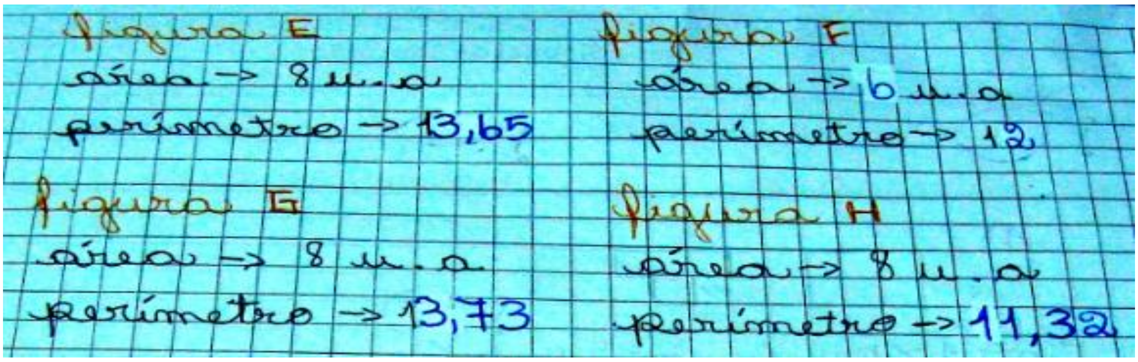
Fonte: acervo pessoal

Figura 39 - Atividade 1 aluno B. F.



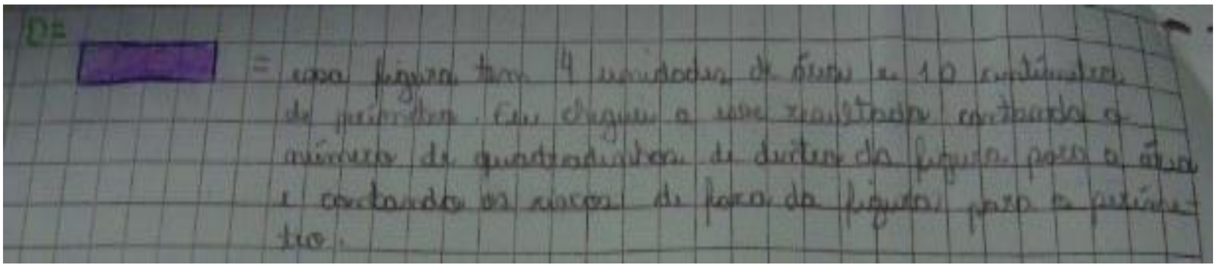
Fonte: acervo pessoal

Figura 40 - Atividade 1 aluno V. P.



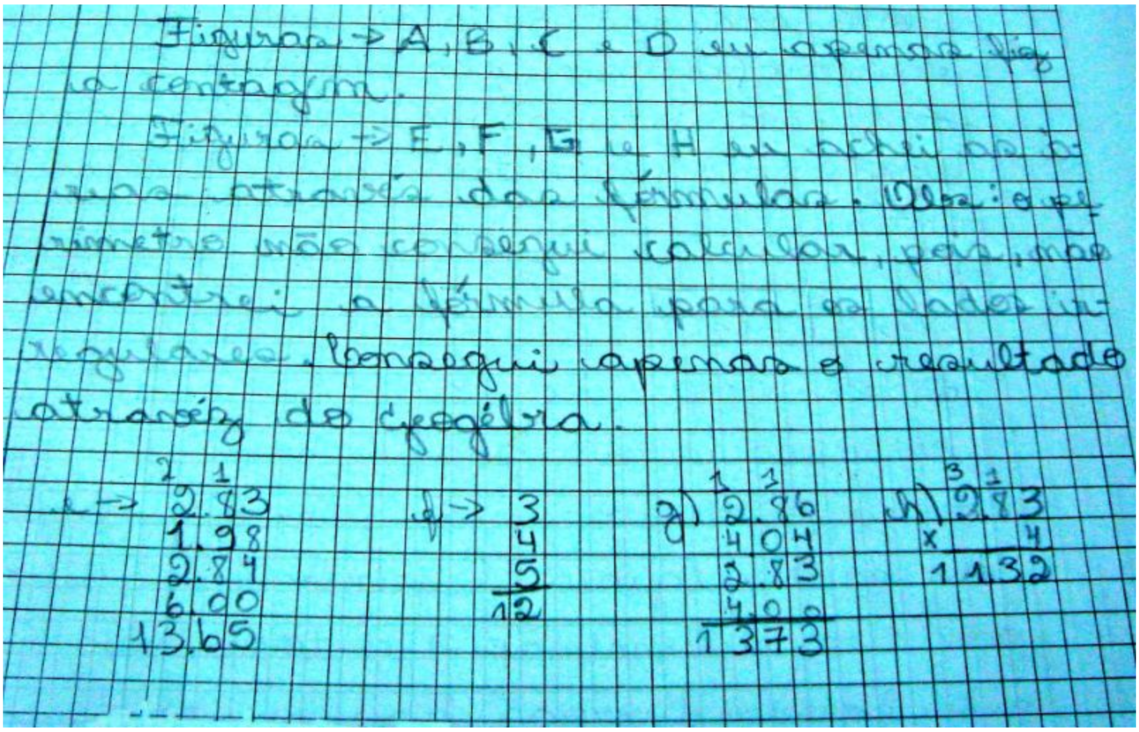
Fonte: acervo pessoal

Figura 41 - Atividade 1 aluno B. F.



Fonte: acervo pessoal

Figura 42 - Atividade 1 aluno V. P.



Fonte: acervo pessoal

A maioria das descrições anteriores aborda ou o Campo Conceitual das Estruturas aditivas ou o Campo Conceitual das Estruturas Multiplicativas, alternando, muitas vezes, entre esses dois modelos.

Como já fui professora desses estudantes no ano anterior (há apenas 3 alunos novos), sei que eles calculam área e perímetro de quadrados e retângulos, mas não representavam através de fórmulas. Este foi o pressuposto inicial para o desenvolvimento das atividades posteriores.

Os alunos conhecem e dominam as seguintes fórmulas:

$$A_{quadrado} = l \cdot l = l^2$$

$$A_{retângulo} = b \cdot h$$

Consideram l como a medida do lado do quadrado, b a medida da base do retângulo e h a medida da altura do retângulo. Para as fórmulas que descobriram, não foi induzida a utilização de grafias específicas, os discentes estavam livres nessa expressão e exploração.

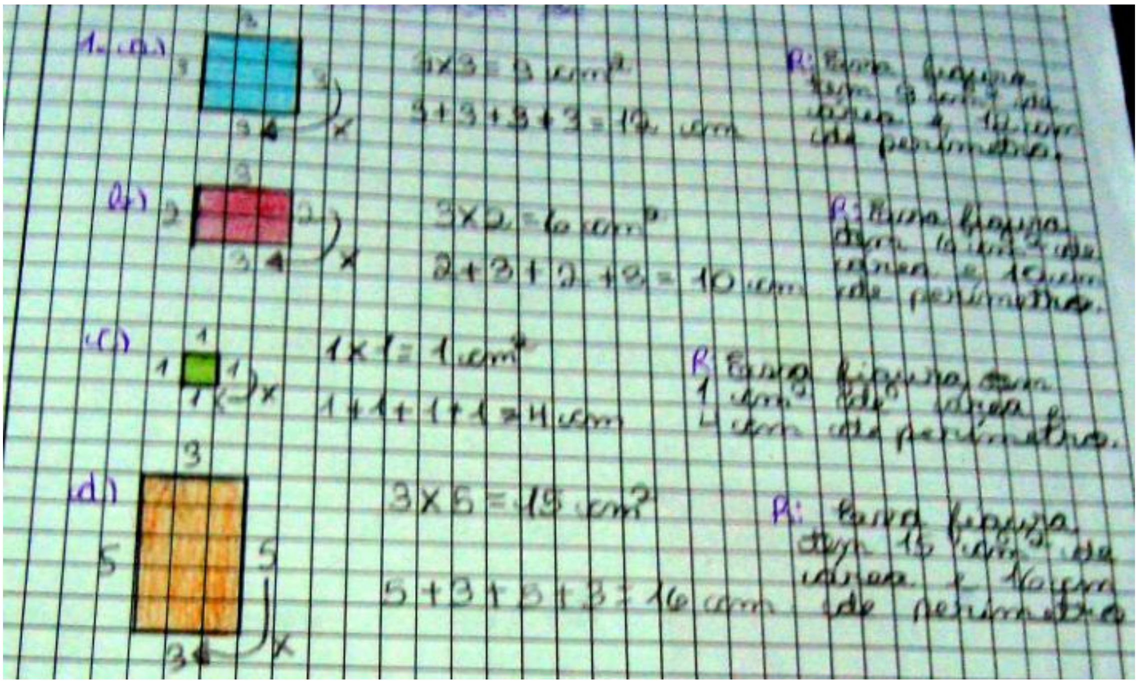
A Atividade 2 foi lançada para fixar e rever conceitos de áreas e perímetros de quadrados e retângulos, tendo a malha do Geogebra como suporte para a criação de exemplos. Com a Atividade 2, desejava verificar e mostrar as regularidades existentes nos quadrados e nos retângulos, podendo assim, comparar as fórmulas que trabalhamos para o cálculo de área das diferentes figuras geométricas abordadas nessa atividade.

Nessa atividade, os discentes já sabiam e relacionavam a definição de quadrado e retângulo, não confundindo suas relações e suas propriedades. Isso foi um aspecto bastante interessante, uma vez que facilitou o desenvolvimento da atividade e relatavam seus argumentos de modo seguro e satisfatório.

Poucos alunos lembraram-se da relação entre a área e o lado do quadrado, usando assim a raiz quadrada da área para descobrir o lado do quadrado que queriam construir, onde a área informada era a partir da área de um retângulo que construíram anteriormente. O que muitos acabaram fazendo foi alterar os desenhos dos retângulos iniciais para modelos de áreas que conheciam para assim formar os quadrados. Sobre a questão que envolvia a transformação da área de um quadrado em um retângulo, eles não tiveram problemas.

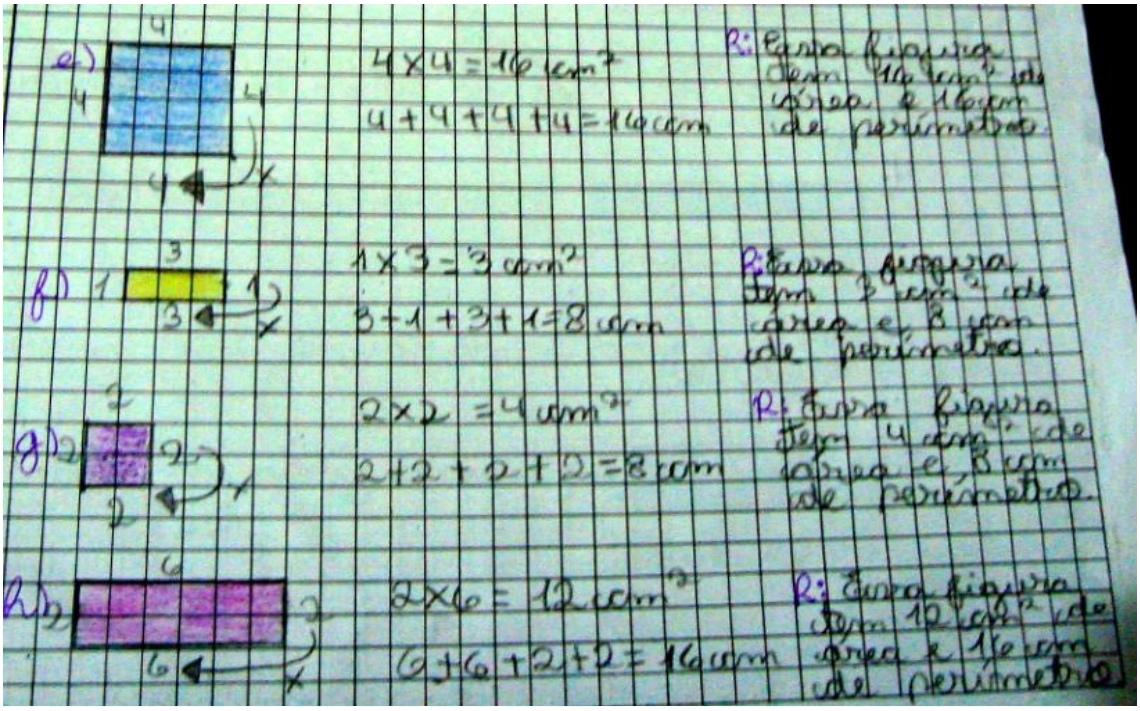
A seguir, estão alguns modelos de resolução dos estudantes para a Atividade 2. O primeiro aluno oscila entre resoluções no Campo Conceitual de Estruturas Aditivas para o cálculo de perímetro e o Campo Conceitual de Estruturas Multiplicativas para o cálculo de área. Evidencia em seus desenhos demonstrações de cálculos e utiliza de recurso gráfico para melhor entendimento de suas ações.

Figura 43 - Atividade 2 aluno C. T.



Fonte: acervo pessoal

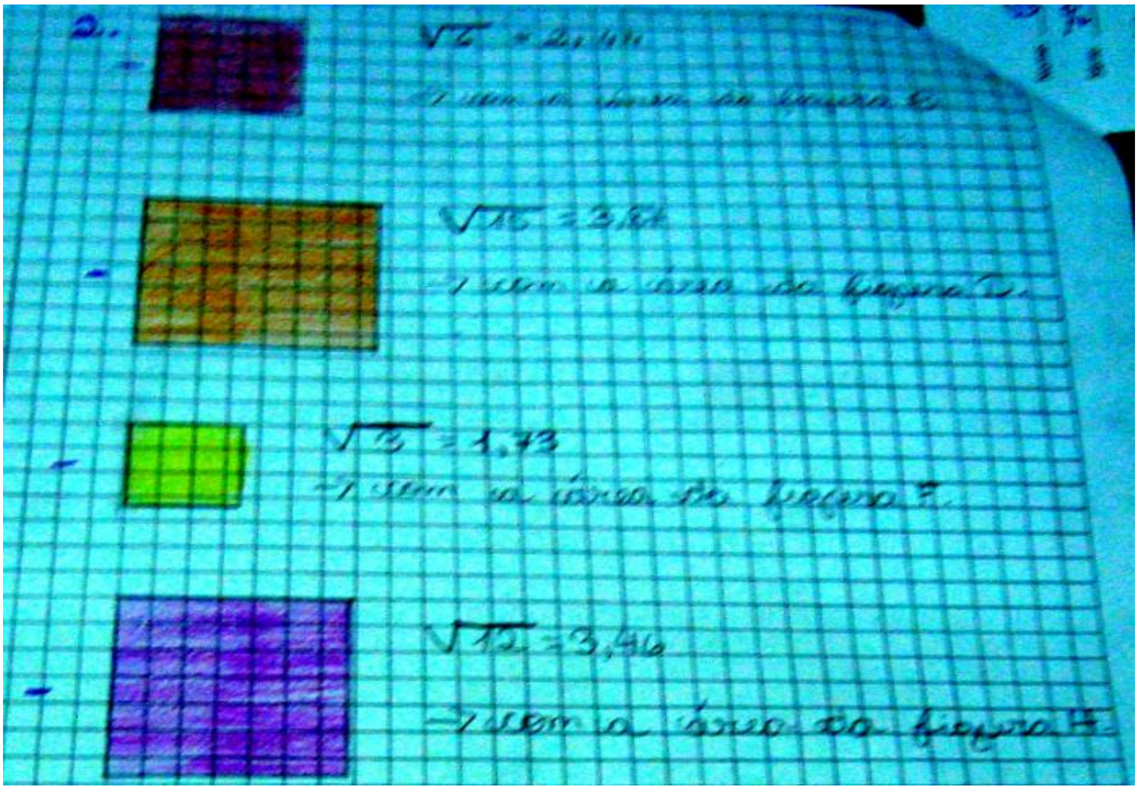
Figura 44 - Atividade 2 aluno C. T.



Fonte: acervo pessoal

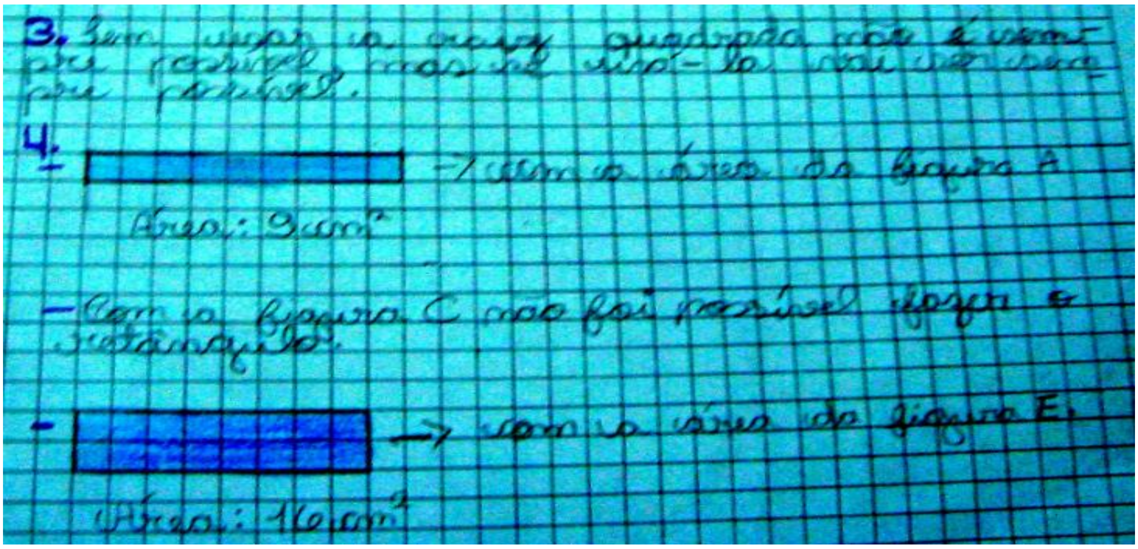
Pode ser percebido que para a próxima atividade o estudante relaciona o cálculo da raiz quadrada da área para encontrar uma aproximação da medida do lado dos retângulos desenhados.

Figura 45 - Atividade 2 aluno C. T.



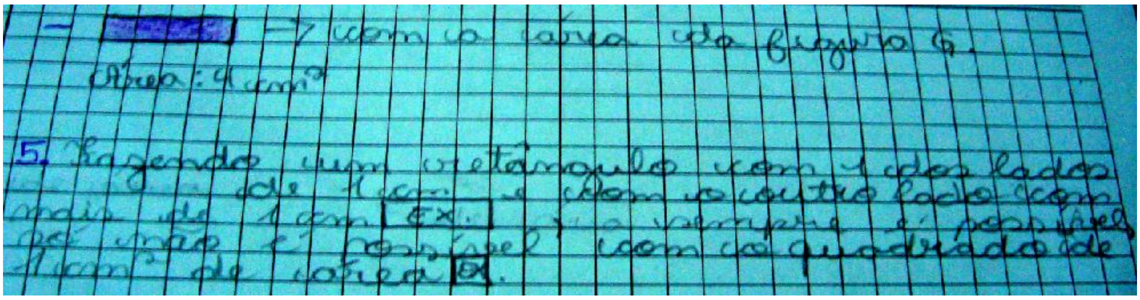
Fonte: acervo pessoal

Figura 46 - Atividade 2 aluno C. T.



Fonte: acervo pessoal

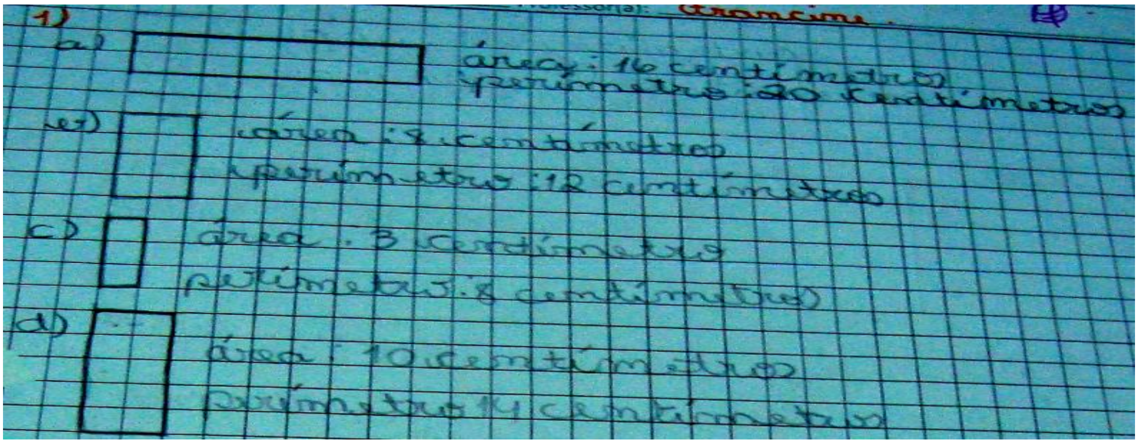
Figura 47 - Atividade 2 aluno C. T.



Fonte: acervo pessoal

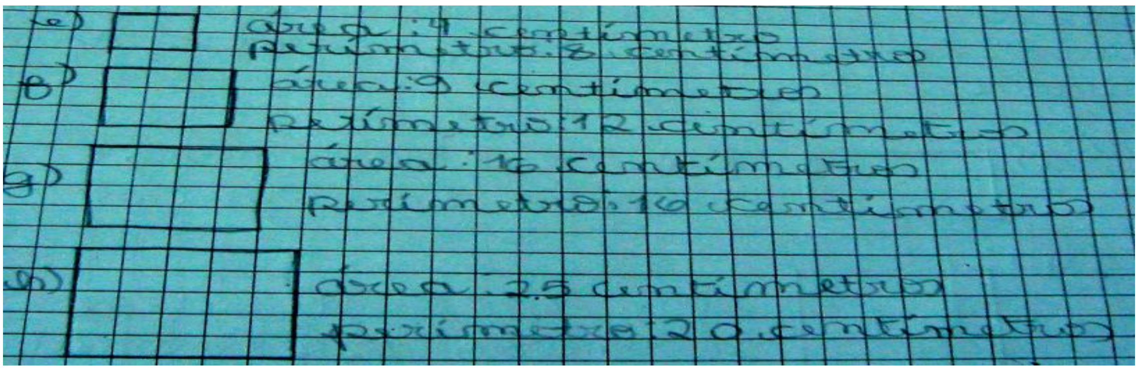
O aluno C.T. relata que algumas figuras consegue construir com a área determinada, enquanto que outras não. Explica que o cálculo da raiz quadrada da área deve ser preciso para a construção do polígono desejado, o que é um equívoco, uma vez que desconhecem números irracionais e não conseguem perceber essa funcionalidade.

Figura 48 - Atividade 2 aluno N. S.



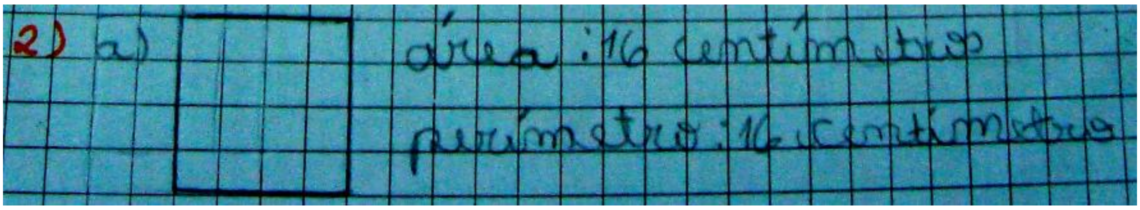
Fonte: acervo pessoal

Figura 49 - Atividade 2 aluno N. S.



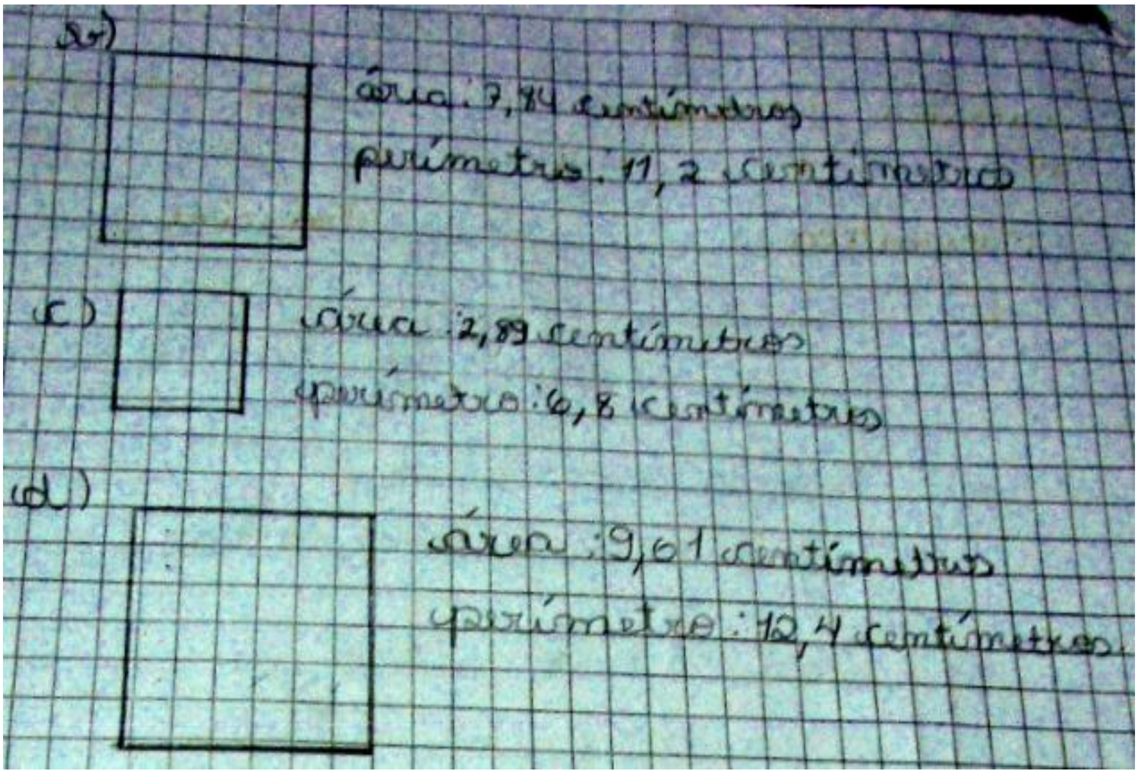
Fonte: acervo pessoal

Figura 50 - Atividade 2 aluno N. S.



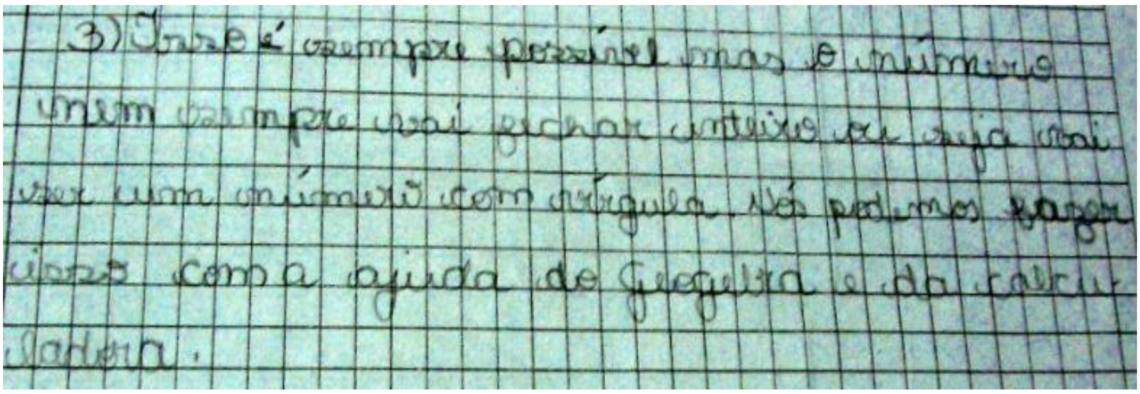
Fonte: acervo pessoal

Figura 51 - Atividade 2 aluno N. S.



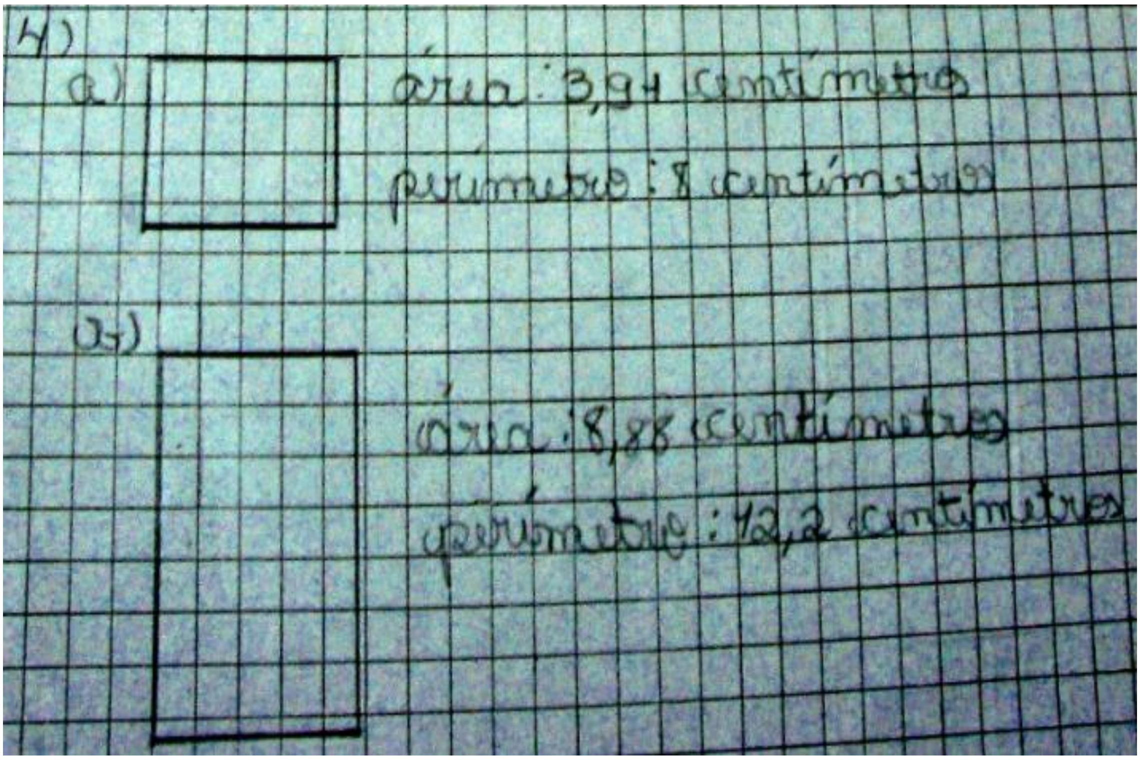
Fonte: acervo pessoal

Figura 52 - Atividade 2 aluno N. S.



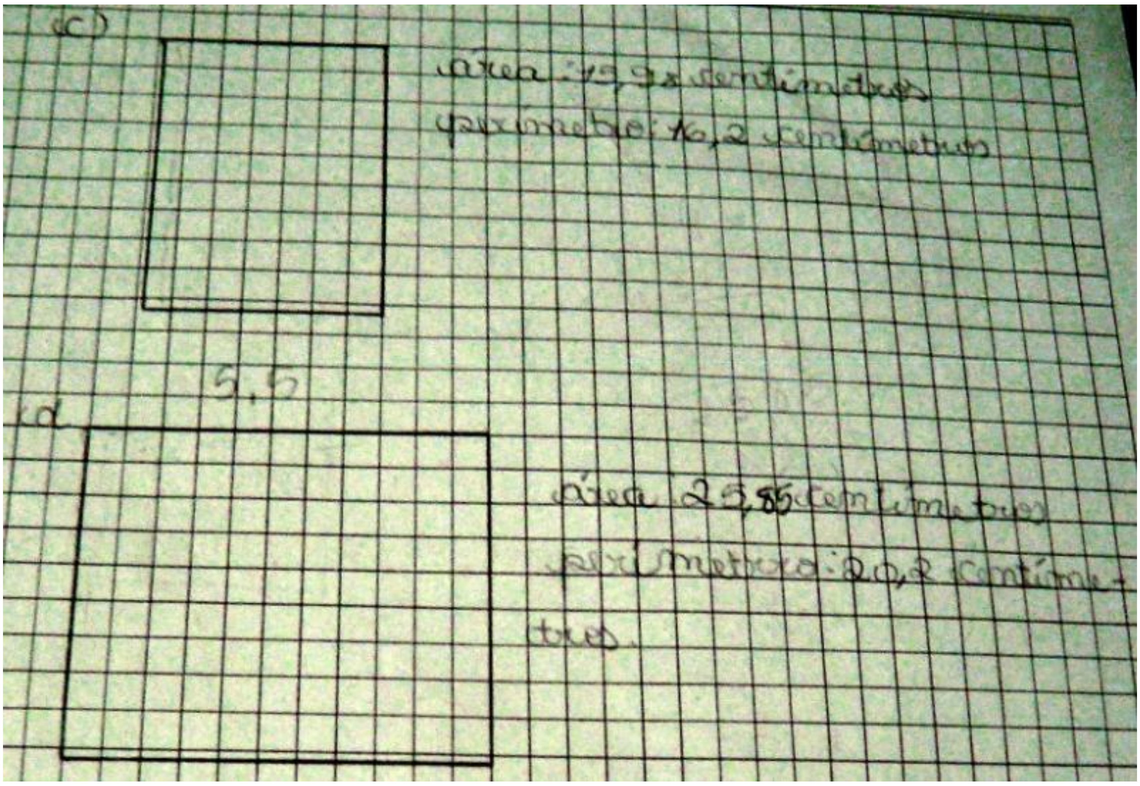
Fonte: acervo pessoal

Figura 53 - Atividade 2 aluno N. S.



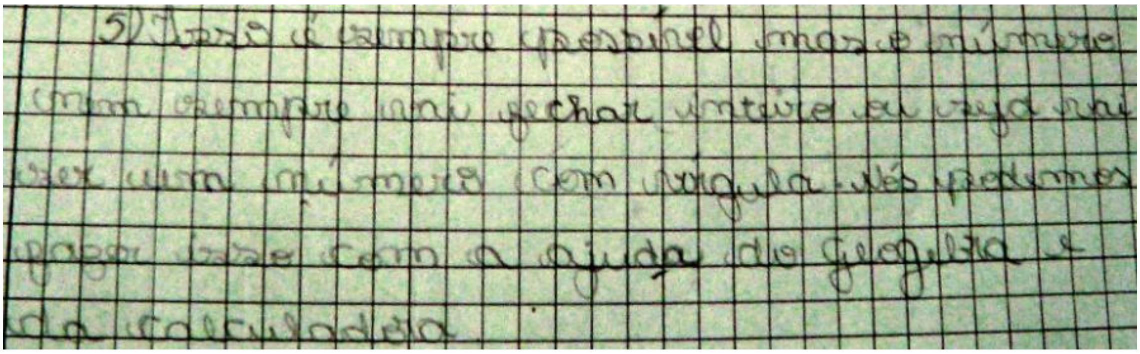
Fonte: acervo pessoal

Figura 54 - Atividade 2 aluno N. S.



Fonte: acervo pessoal

Figura 55 - Atividade 2 aluno N. S.

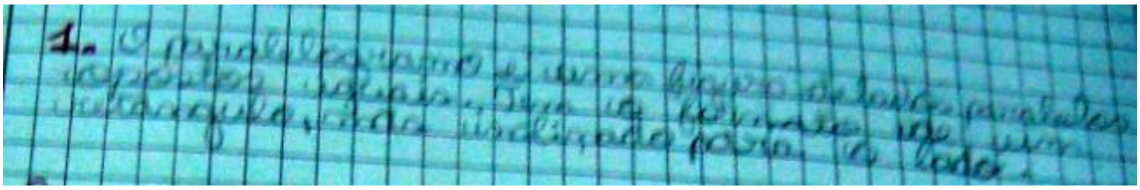


Fonte: acervo pessoal

Já o aluno N. S. utiliza de contagem e do recurso do software Geogebra para relatar a contagem de área das figuras apresentadas. Percebe que nem sempre os números apresentados são inteiros, e para números irracionais só é possível construir com o Geogebra.

Na Atividade 3, os alunos iniciaram a proposta sozinhos, como nas Atividade 1 e 2. Para generalizar, a professora proporcionou um debate explicitando as relações e salientando possíveis combinações, alcançando, com a turma, uma fórmula da área para o paralelogramo com base no retângulo que já conheciam. Alguns modelos iniciais de resolução estão ilustrados a seguir.

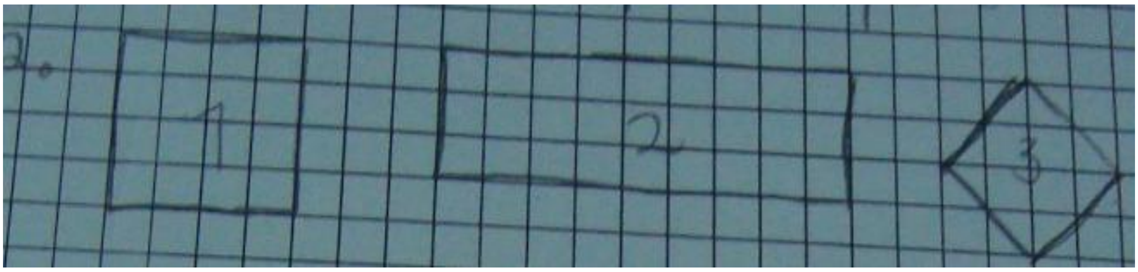
Figura 56 - Atividade 3 aluno C. T.



Fonte: acervo pessoal

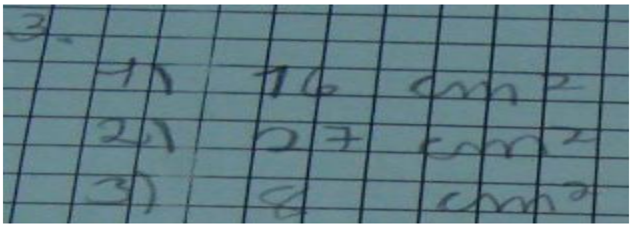
O próximo aluno cria modelos bem interessantes de análise, uma vez que trabalha com o losango, a primeira relação com essa figura. È possível perceber que o estudante se baseia nos dados apresentados pelo software Geogebra para a descrição da quantidade de área das figuras desenhadas.

Figura 57- Atividade 3 aluno T. L.



Fonte: acervo pessoal

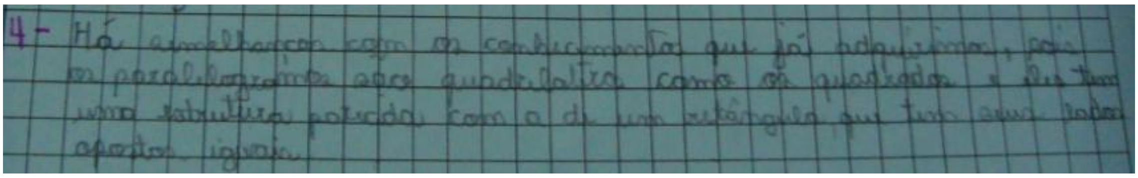
Figura 58 - Atividade 3 aluno T. L.



Fonte: acervo pessoal

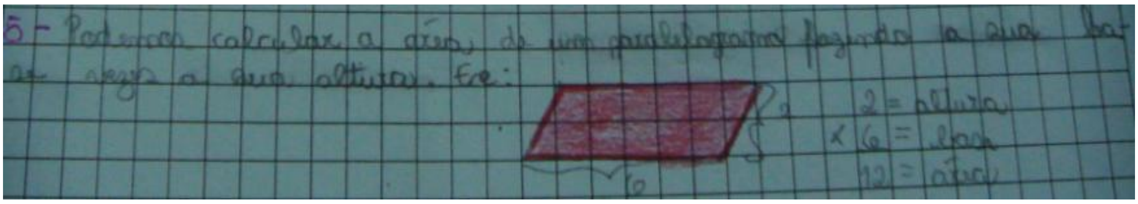
O próximo estudante destaca os conceitos e relações estudadas anteriormente, mostrando conexões entre os grupos dos quadriláteros, e as propriedades dos paralelogramos e quadrados. Na Figura 60, o estudante ainda utiliza o recurso gráfico para exemplificar o seu modelo, além de expor seu cálculo.

Figura 59 - Atividade 3 aluno M. A. O.



Fonte: acervo pessoal

Figura 60 - Atividade 3 aluno M. A. O.

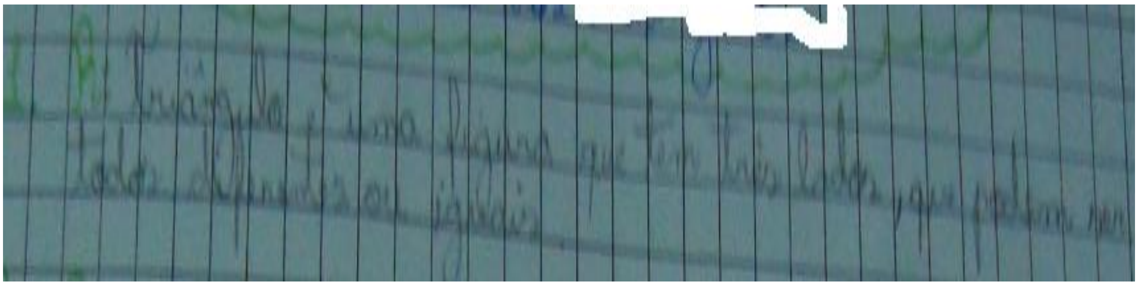


Fonte: acervo pessoal

Para a Atividade 4, os alunos desenvolveram de maneira correta e conseguiram conciliar logo a fórmula da área do triângulo. Perceberam a relação do todo e metade em relação a um retângulo. Definiram muito bem o triângulo, trabalhando com diversas representações.

A primeira imagem trabalha com a definição exposta por um estudante, onde relaciona diversos tipos de um triângulo.

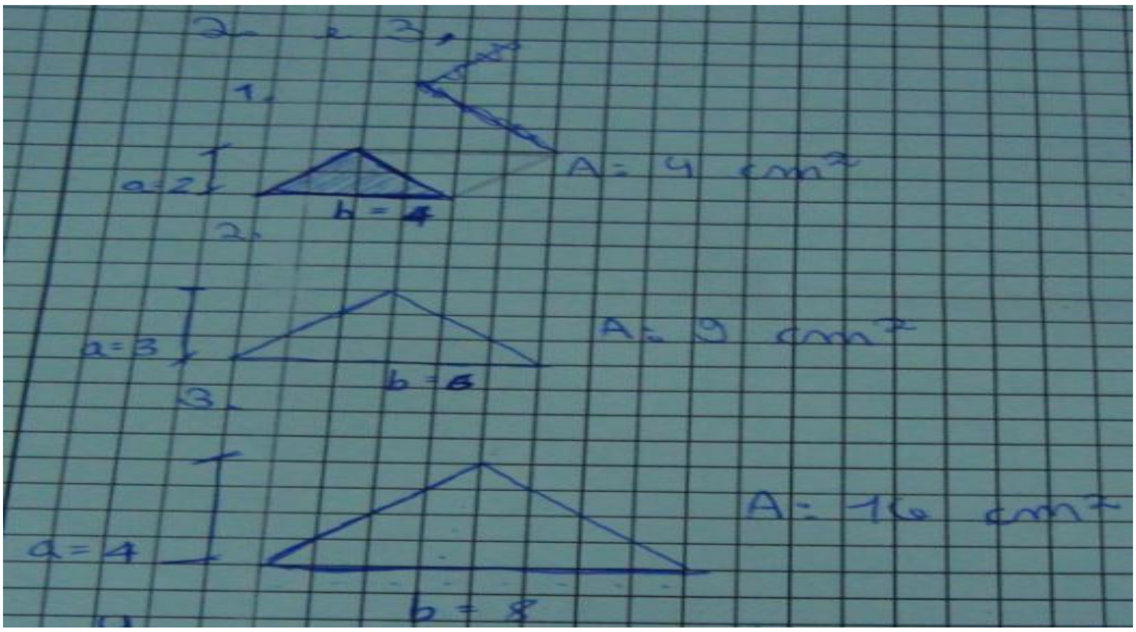
Figura 61 - Atividade 4 aluno A. F. O.



Fonte: acervo pessoal

Já esse estudante ilustra seus desenhos e utiliza do recurso do Geogebra para realizar a contagem da área dos triângulos desenhados.

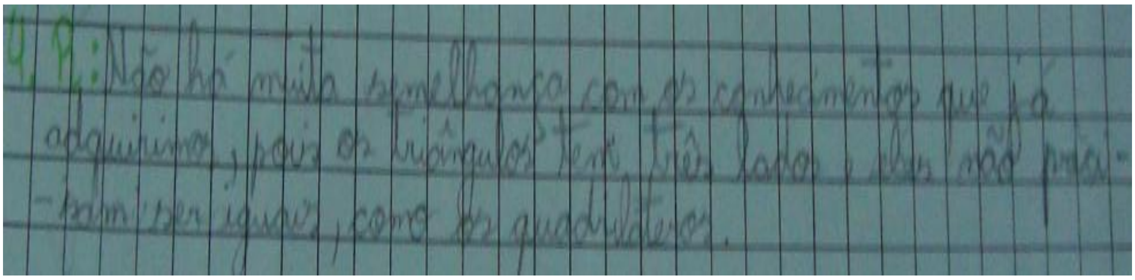
Figura 62 - Atividade 4 aluno T. L.



Fonte: acervo pessoal

O aluno seguinte relaciona os dois grupos de polígonos estudados, os triângulos e os quadriláteros, destacando algumas das diferenças desses dois polígonos.

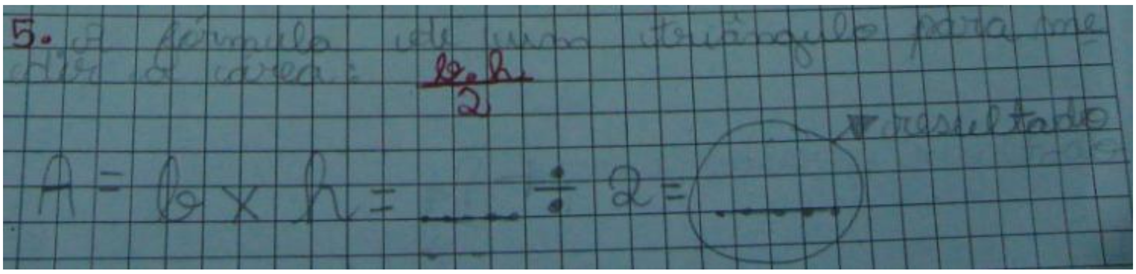
Figura 63 - Atividade 4 aluno A. F. O.



Fonte: acervo pessoal

Esse aluno explica a fórmula da área de um triângulo relacionando as etapas de cálculo. Para esse estudante, as etapas de resolução do cálculo fez mais sentido que uma fórmula única.

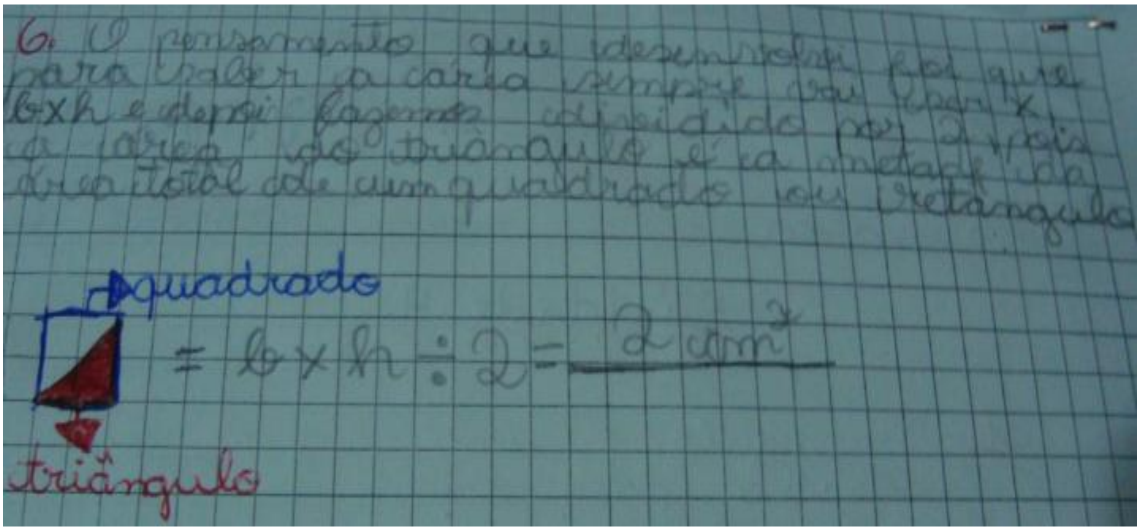
Figura 64 - Atividade 4 aluno C. T.



Fonte: acervo pessoal

O próximo aluno novamente trabalha com recurso gráfico, onde desenha um quadrado e relaciona o triângulo com a metade dessa figura. Além disso, ainda simula valores hipotéticos que traduzem a área do triângulo em análise.

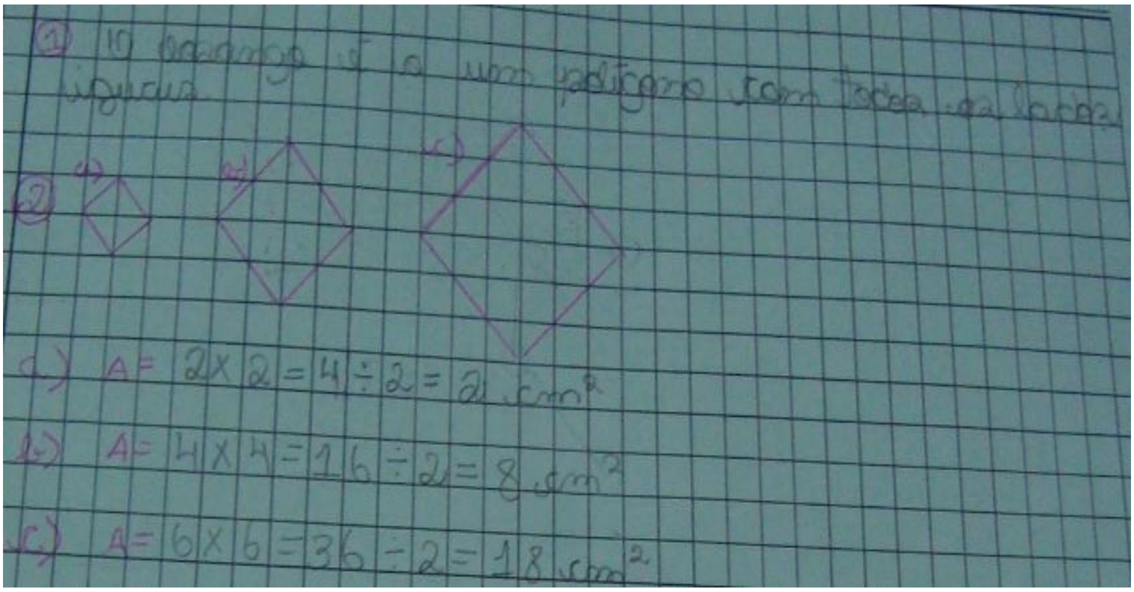
Figura 65 - Atividade 4 aluno C. T.



Fonte: acervo pessoal

Para as Atividades 5 e 6, os estudantes estabeleceram relações satisfatórias, tentando relacionar o que já haviam visto anteriormente. Trabalharam com diversas letras e símbolos, mas depois de realizada a atividade, foi transformada tudo em uma mesma grafia, para conseguirmos obter um padrão e ser mais objetivo nas próximas atividades. Sentiram um pouco de dificuldade em desenvolver a Atividade 6, mas depois que começaram a sobrepor as peças logo obtiveram sucesso. Algumas propostas de resolução estão apresentadas a seguir.

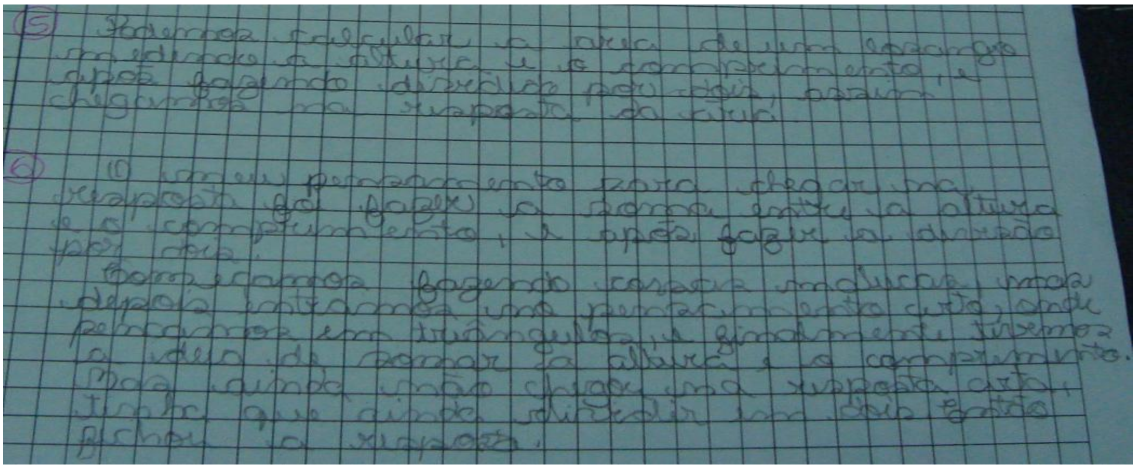
Figura 66 - Atividade 5 aluno L. A.



Fonte: acervo pessoal

O estudante anterior descreve que começou realizando “coisas malucas”, o que demonstra algumas tentativas que o aluno fez para depois chegar à fórmula de área que achou conveniente.

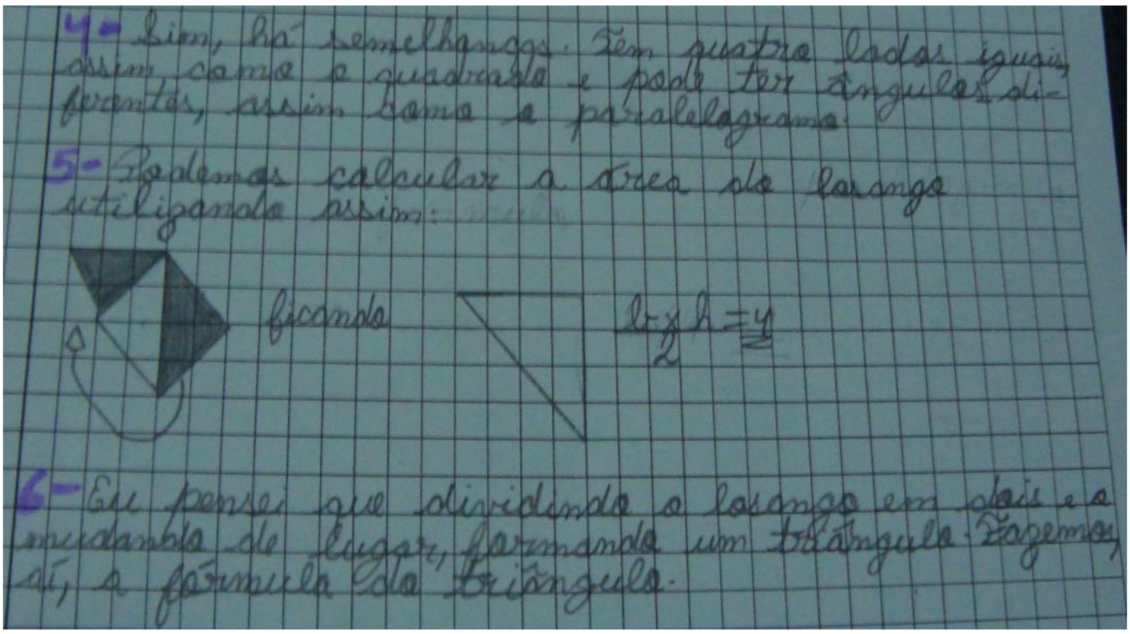
Figura 67 - Atividade 5 aluno L. A.



Fonte: acervo pessoal

O próximo estudante relaciona semelhanças do losango com o quadrado e o retângulo. Além disso, apresenta transformações do losango, transformando-o em um triângulo, e esse já conhece como calcular a sua área.

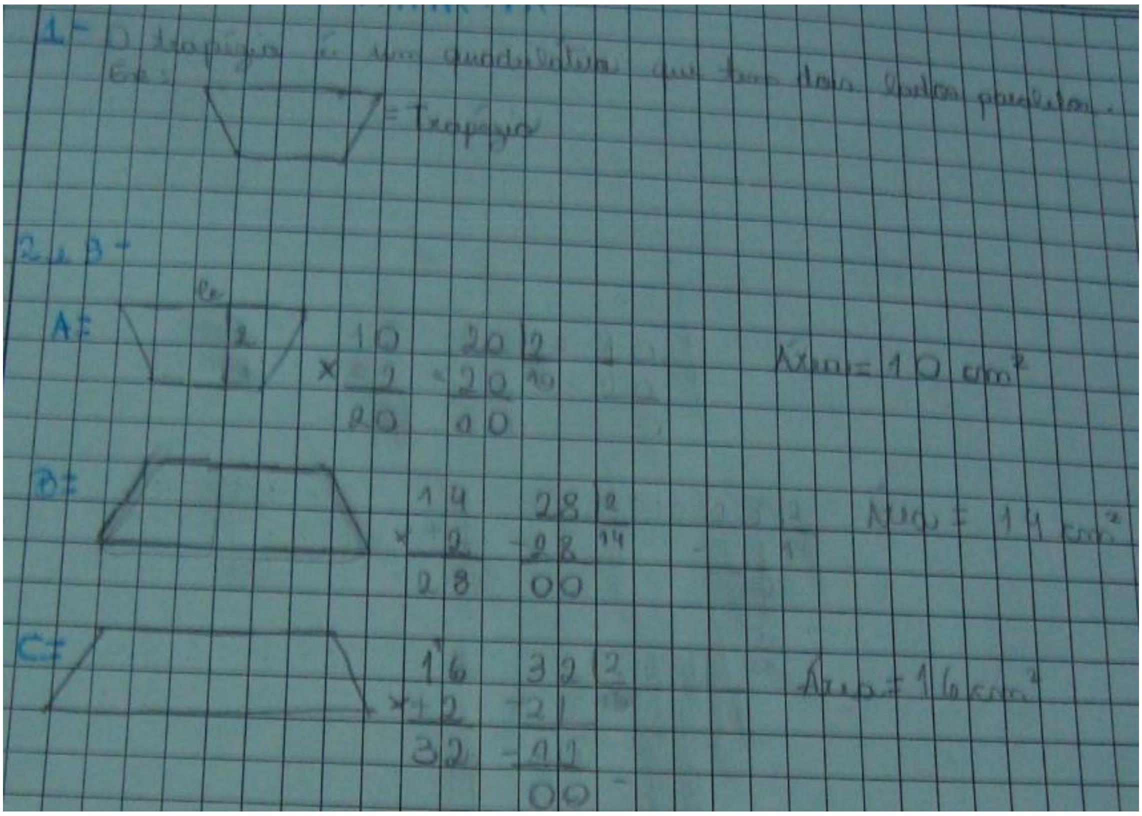
Figura 68 - Atividade 5 aluno G. F.



Fonte: acervo pessoal

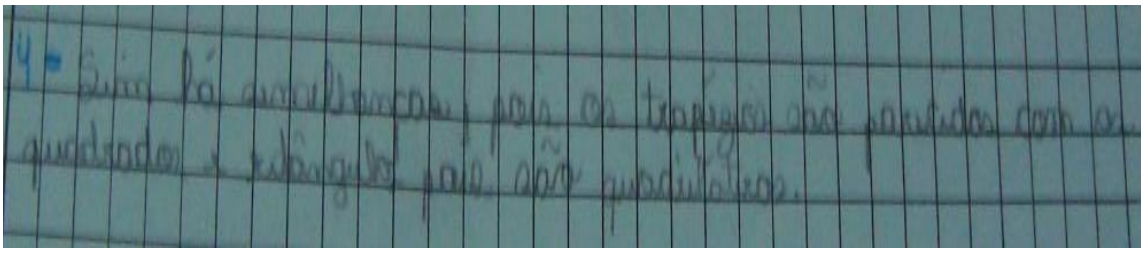
O estudante a seguir evidencia algumas características do trapézio. Além disso, apresenta a estruturação de alguns cálculos que fez para a conclusão de um modelo matemático para o cálculo da área de um trapézio.

Figura 69 - Atividade 6 aluno M. A. O



Fonte: acervo pessoal

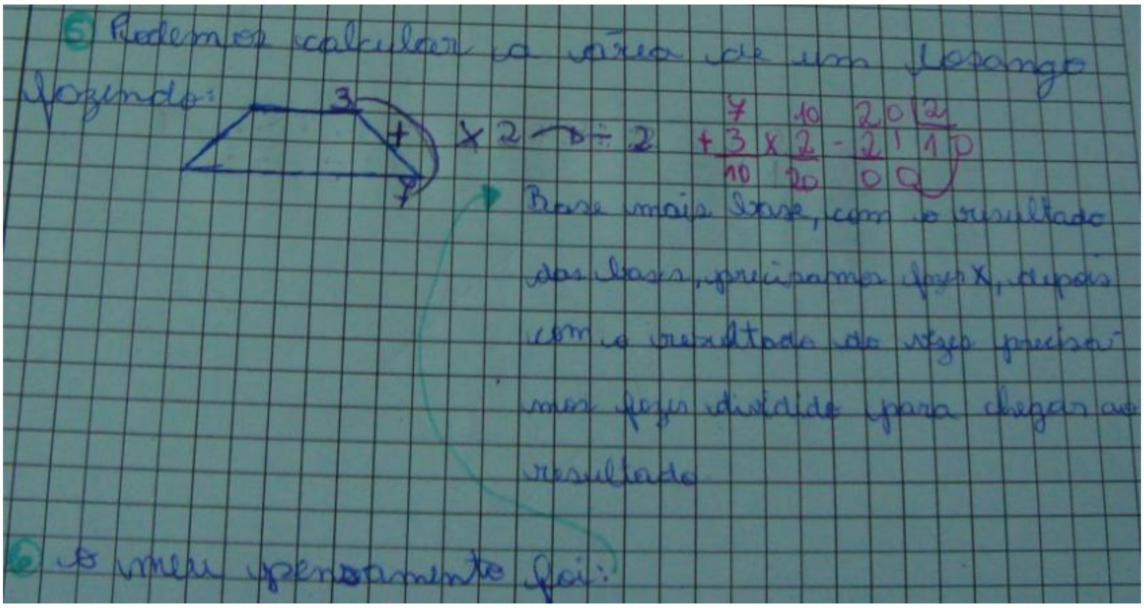
Figura 70 - Atividade 6 aluno M. A. O.



Fonte: acervo pessoal

O próximo estudante ilustra seu pensamento através de desenhos, de relações de cálculos que fez para chegar a um modelo de fórmula e de explicações com palavras, destacando diversos aspectos sobre as relações desenvolvidas pelo aluno.

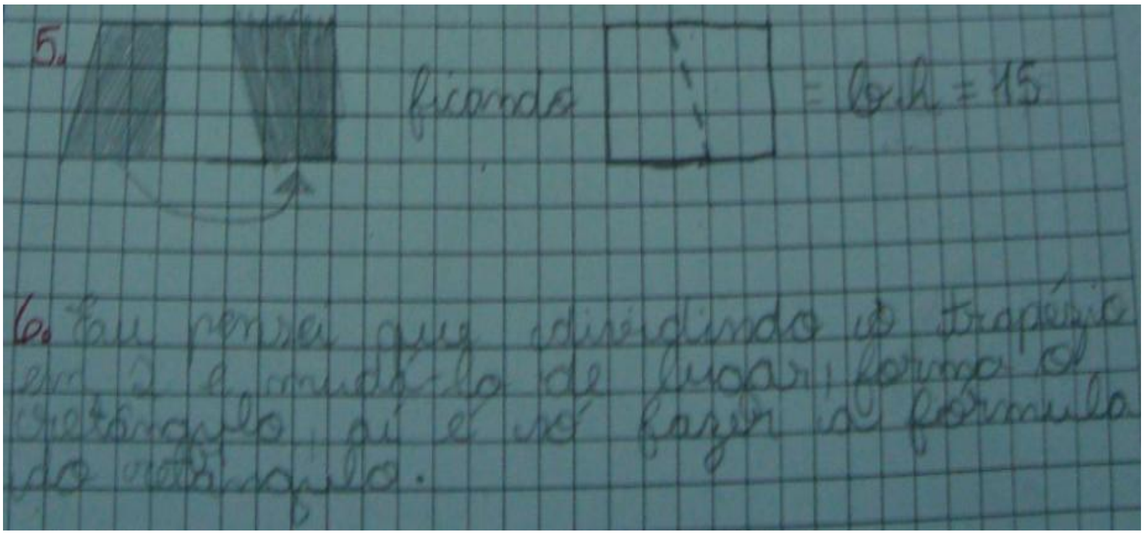
Figura 71 - Atividade 6 aluno E. A.



Fonte: acervo pessoal

Aqui o estudante novamente manipula a figura que desenhou para construir um modelo de polígono já conhecido pelo aluno. O aluno descreve sua alteração de forma, mas justifica sua alteração, pois conhece a fórmula de área do retângulo gerado através da manipulação do trapézio.

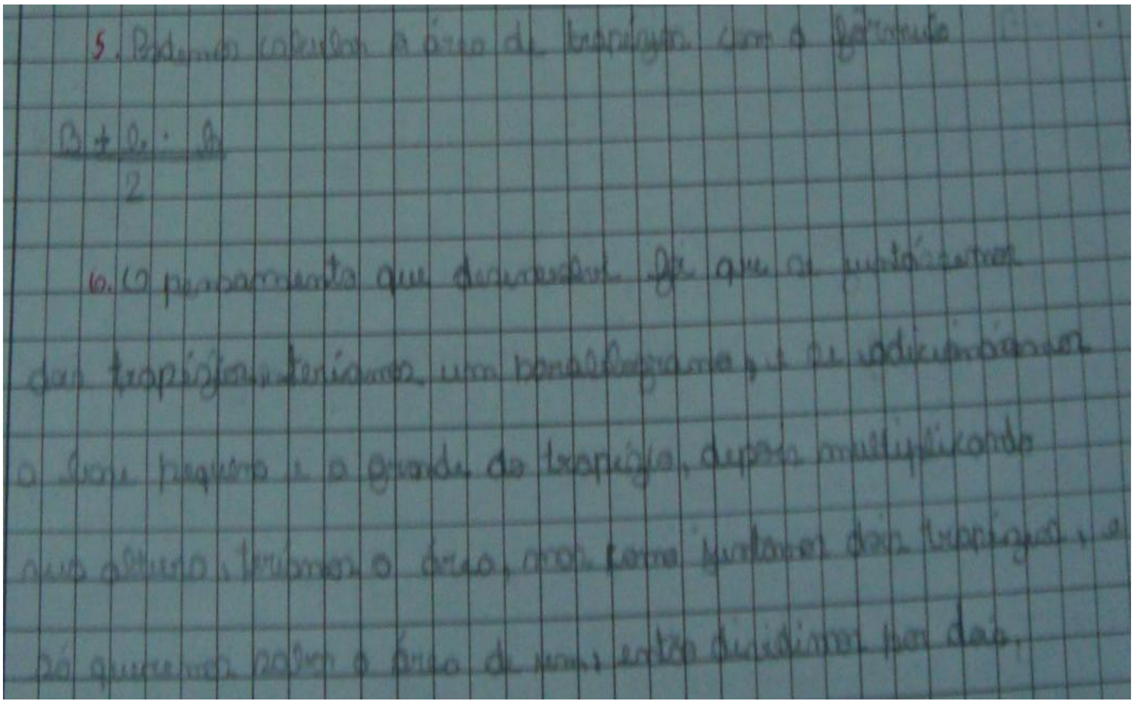
Figura 72 - Atividade 6 aluno C. T.



Fonte: acervo pessoal

A última relação do Projeto Piloto evidencia a junção de dois trapézios, formando assim um paralelogramo com o dobro da área. Logo o estudante percebeu que precisa dividir por dois para ter a quantidade ideal em relação à quantidade analisada.

Figura 73 - Atividade 6 aluno M. G.



Fonte: acervo pessoal

Dessa maneira, o Projeto Piloto foi satisfatório. Apresentou alguns experimentos que devem ser melhores investigados na versão final. Além disso, apresentou alguns erros que precisam ser ajustados. Foi percebido que mais uma atividade pode ser acrescentada para o desenvolvimento e aprimoramento de análises e de assuntos envolvidos nas relações de área e perímetro de figuras geométricas planas.

3.3 Projeto Final

Constituindo o projeto final de dissertação de mestrado profissional, serão apresentadas as atividades desenvolvidas e reflexões dos materiais criados pelos estudantes no ano de 2018, durante os meses de maio e junho. Não são os mesmos alunos do Projeto Piloto, uma vez que todos avançaram de série. Será destacada a experimentação e as etapas de desenvolvimento de cada momento de aprendizagem. O material descrito a seguir mesclou as observações e debates ocorridos com as duas turmas, evidenciando os momentos de maiores conflitos e significâncias.

Antes de iniciar essa proposta de atividade, foi estudado com os estudantes transformações de medidas de comprimento e superfície, oscilando entre as unidades de múltiplos e submúltiplos do metro: quilômetros, hectômetros, decâmetros, metros, decímetros, centímetros e milímetros, além de unidades de múltiplos e submúltiplos do metro quadrado: quilômetros quadrados, hectômetros quadrados, decâmetros quadrados, metros quadrados, decímetros quadrados, centímetros quadrados e milímetros quadrados. Assim a atividade deste plano de ensino foi para verificar os conceitos sobre perímetro e área de figuras geométricas planas.

A atividade inicial da malha quadriculada foi aplicada a estudantes do sétimo ano das séries finais do ensino fundamental em 2018. Foram desenvolvidos com os alunos conceitos fundamentais de área e perímetros de figuras geométricas planas, trabalhando inicialmente com a malha quadriculada no papel para depois apropriar-se dos conceitos e das ferramentas do software Geogebra. Os objetivos dessa atividade eram:

- Perceber o que os estudantes conhecem de perímetro e área;
- Estimular o processo de escrita e desenvolvimento de raciocínio lógico, pretendendo estruturar o pensamento dos discentes na descrição das atividades;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

As questões desenvolvidas foram:

Atividade inicial: noções experimentais de área e perímetro de figuras geométricas planas

1) O que é área para você?

2) O que é perímetro para você?

Responda as questões acima utilizando palavras e desenhos. Será considerado o quadradinho como 1 cm² de área e 4 cm de perímetro.

3) A figura abaixo é a planta baixa de um apartamento. Observe-a e responda as questões, considerando cada quadradinho uma unidade de medida de área.

Figura 74 - Planta baixa do apartamento

Fonte: https://doutormatematico.blogspot.com.br/

a) Qual é a área total do apartamento?

b) Qual é a área do banheiro?

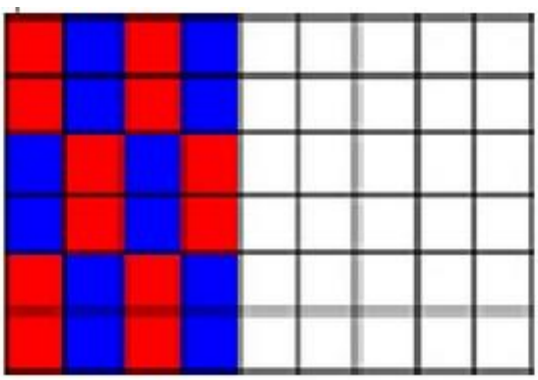
c) Qual é o cômodo cuja área mede 5 unidades de área?

d) Quais cômodos tem área de 4 unidades?

e) Quais cômodos tem área de 6 unidades?

4) A figura representa o padrão do mosaico no chão de um salão de festas. Parte do piso já foi colocado. Considerando cada quadradinho como uma unidade de área, observe a figura e responda.

Figura 75 - Mosaico no chão do salão de festas



Fonte: https://doutormatematico.blogspot.com.br/

a) Qual é a área total do chão em que já foi colocado o piso?

b) No fim do trabalho, qual será a área total de azulejos azuis?

c) No fim do trabalho, qual será a área total de azulejos vermelhos?

d) Qual é a área total do salão de festas?

e) Qual é a área que já foi coberta por azulejos vermelhos?

5) Desenhe o que se pede, calculando os conceitos trabalhados.

a) Dois retângulos diferentes de mesma área.

b) Dois retângulos diferentes de mesmo perímetro.

c) Duas figuras diferentes com a mesma área.

d) Duas figuras diferentes com o mesmo perímetro.

6) Desenhe os polígonos pedidos.

a) Um polígono de área igual a 15 quadradinhos.

b) Um polígono de área igual a 6 quadradinhos.

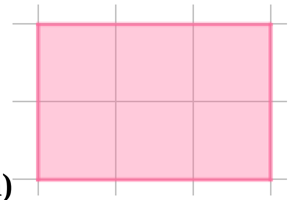
c) Um quadrilátero com área igual a 7 quadradinhos.

d) Um octógono com área igual a 4 quadradinhos.

7) Calcule a área e o perímetro das seguintes formas:

Figura 76 – Retângulo

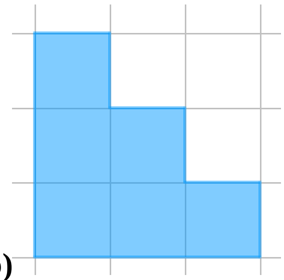
a)



Fonte: acervo pessoal

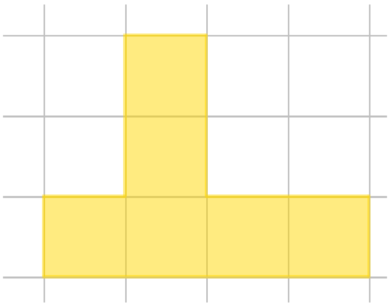
Figura 77 - Polígono 1

b)



Fonte: acervo pessoal

Figura 78 - Polígono 2



c)

Fonte: acervo pessoal

8) Agora, você deve criar um desenho formado pelos quadradinhos. Pode ser um foguete, um caminhão, uma casa... Deve indicar o perímetro e a área de seu desenho. Após isso, deve desenhar um retângulo ou um quadrado que possui a mesma área que seu desenho.

9) Pesquise qual é a fórmula da área de um quadrado? Por quê? Explique através de desenhos e palavras.

10) Pesquise qual é a fórmula da área de um retângulo? Por quê? Explique através de desenhos e palavras.

Cada estudante recebeu uma folha de exercícios, com as questões acima, e teve que resolvê-los com as maiores informações possíveis. A atividade foi desenvolvida de forma individual, estando a professora a investigar e provocar os discentes a desenvolverem um pensamento sobre as atividades elencadas. Eles responderam as questões em folhas de bloco quadriculado.

Nessa primeira atividade, os estudantes resolveram até a questão 8 e as questões 9 e 10 ficaram de atividades complementares para serem feitas fora da sala de aula, em função do tempo de aula. A professora levou para casa o material com as oito questões feitas em aula e analisou as respostas dos alunos, para saber o ponto de partida da próxima aula.

Os estudantes sentiram dificuldades em descrever com bastante informações e desenhos as duas perguntas iniciais, que tratavam de definições de área e perímetro. Alguns apresentavam dúvidas entre esses conceitos, confundindo as suas características e definições. Vários estudantes se mobilizaram e tiraram as dúvidas dos colegas, explicando de diferentes formas. Na turma 7SA foram percebidas algumas explicações:

Aluno L. S..: “Área é o chão. Perímetro são as paredes.”

Aluno M. G.: “Perímetro é a soma de todos os lados.”

Aluno P. P.: “Perímetro é em volta. Área é o espaço de dentro.”

Aluno P. S.: ”Fiz um desenho de um terreno e de uma cerca. A cerca é o perímetro e o terreno dentro é a área.”

Já na turma 7SB os questionamentos foram menores, mas tivemos os diálogos do tipo:

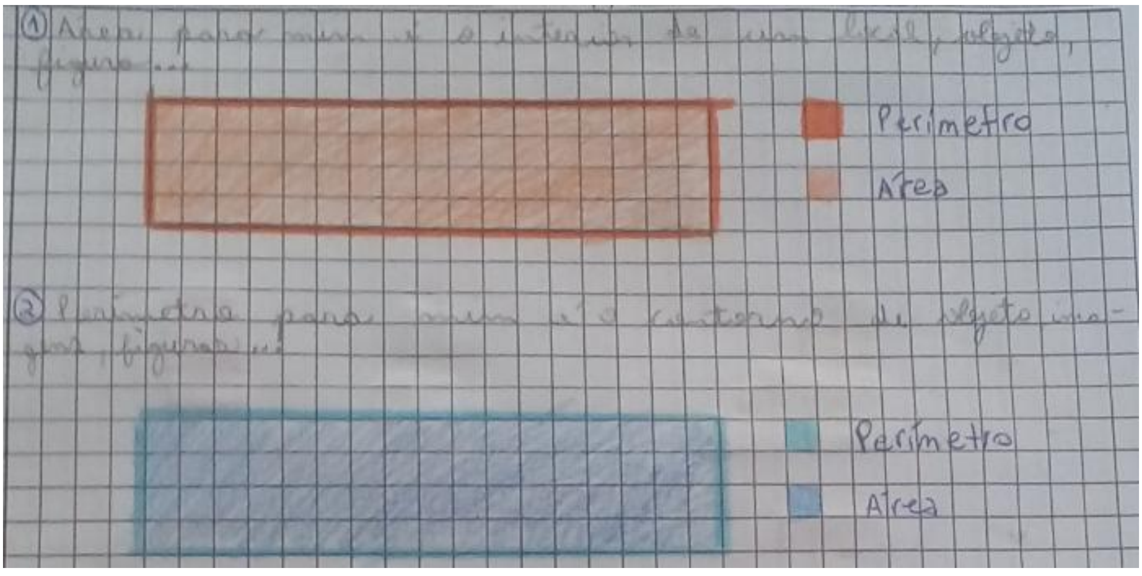
Aluno L. H.: “Área é a região delimitada pelo perímetro.”

Aluno S. B.: ”Perímetro é o contorno.”

O que os estudantes sentiram mais de dificuldades foi em não trabalhar com uma unidade de medida específica, pois em algumas questões eles estavam livres, não precisando utilizar um modelo único. Assim, foram inseridas as abreviações de *u. a.* para unidades de área e *u. c.* para unidades de comprimento. Depois disso, nas duas turmas não tivemos mais dúvidas em relação às expressões de unidades de medidas nas questões.

A seguir estão alguns modelos de respostas descritos pelos estudantes. Na Figura 79 o aluno busca ilustrar com cores, desenhos e explicações para a referida questão.

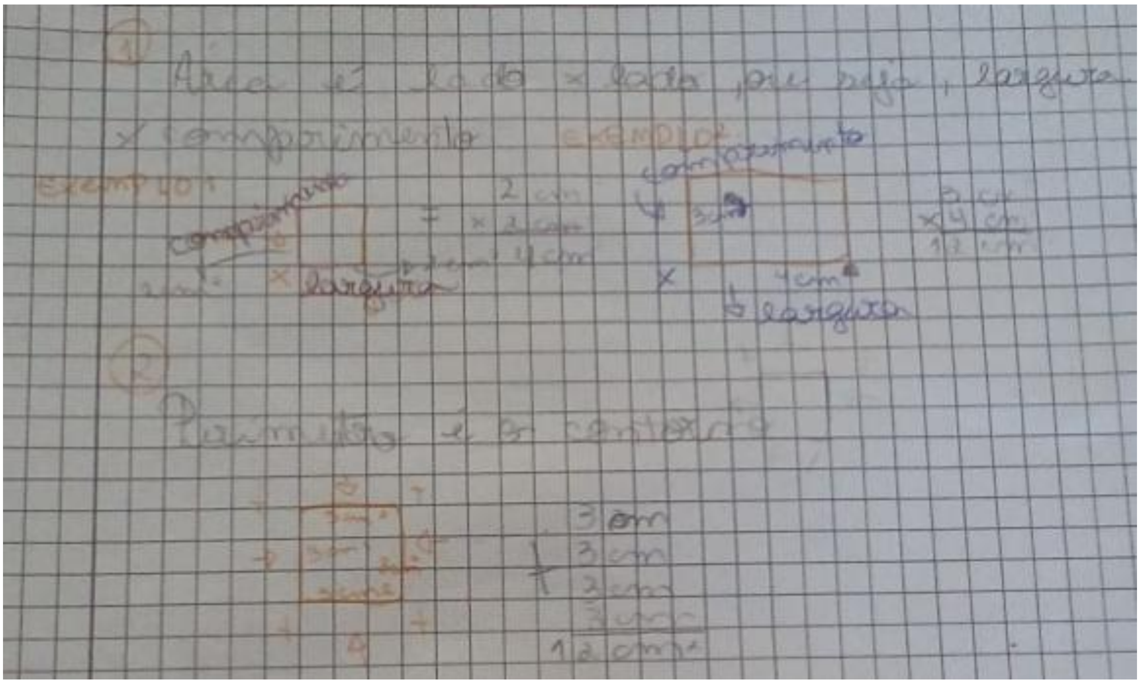
Figura 79 - Exemplo questão 1 e 2 aluno L. S.



Fonte: acervo pessoal

O próximo estudante exemplificou as relações de perímetro e área através de números, como pode ser visto na Figura 80, onde demonstrou o cálculo para a área e para o perímetro. É possível que esse aluno não tenha claro ainda algumas transformações de unidades de área e comprimento.

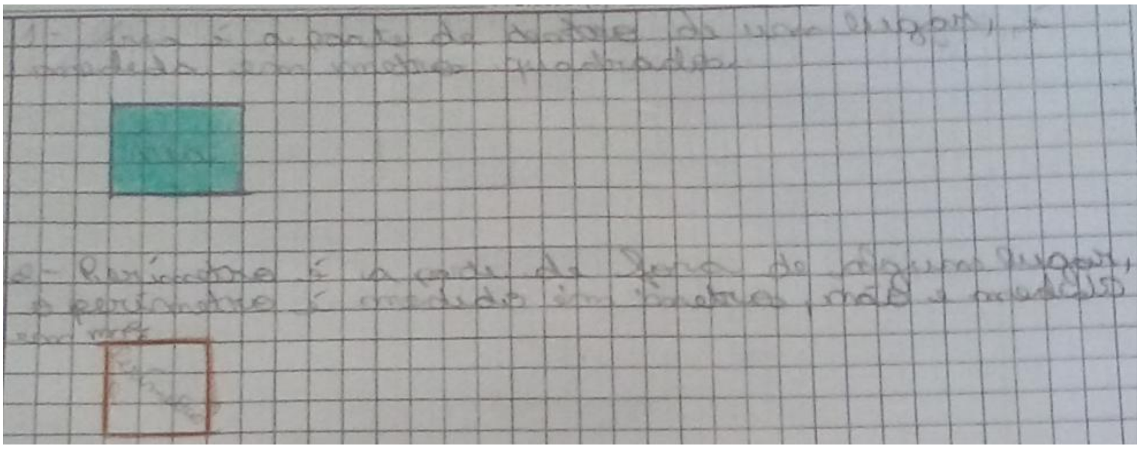
Figura 80 - Exemplo questão 1 e 2 aluno J. D.



Fonte: acervo pessoal

Na Figura 81, é percebido que o estudante sentiu necessidade em relacionar o que aprendemos em outros momentos de estudo, como reflexões entre unidades de medidas de superfície.

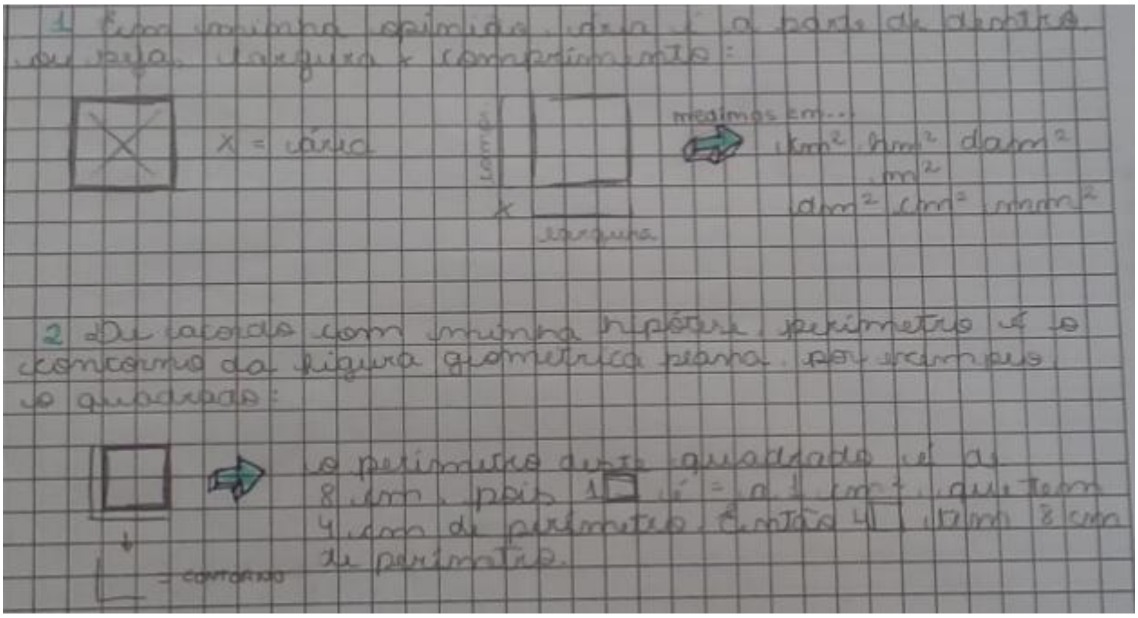
Figura 81 - Exemplo questão 1 e 2 aluno S. L.



Fonte: acervo pessoal

Já o próximo discente buscou algumas relações diferentes dos anteriores, mostrando diferentes unidades de área que poderiam ser trabalhadas e as relações de perímetro e área de uma unidade padrão, ou seja, de um “quadradinho”, como mencionado pelo estudante.

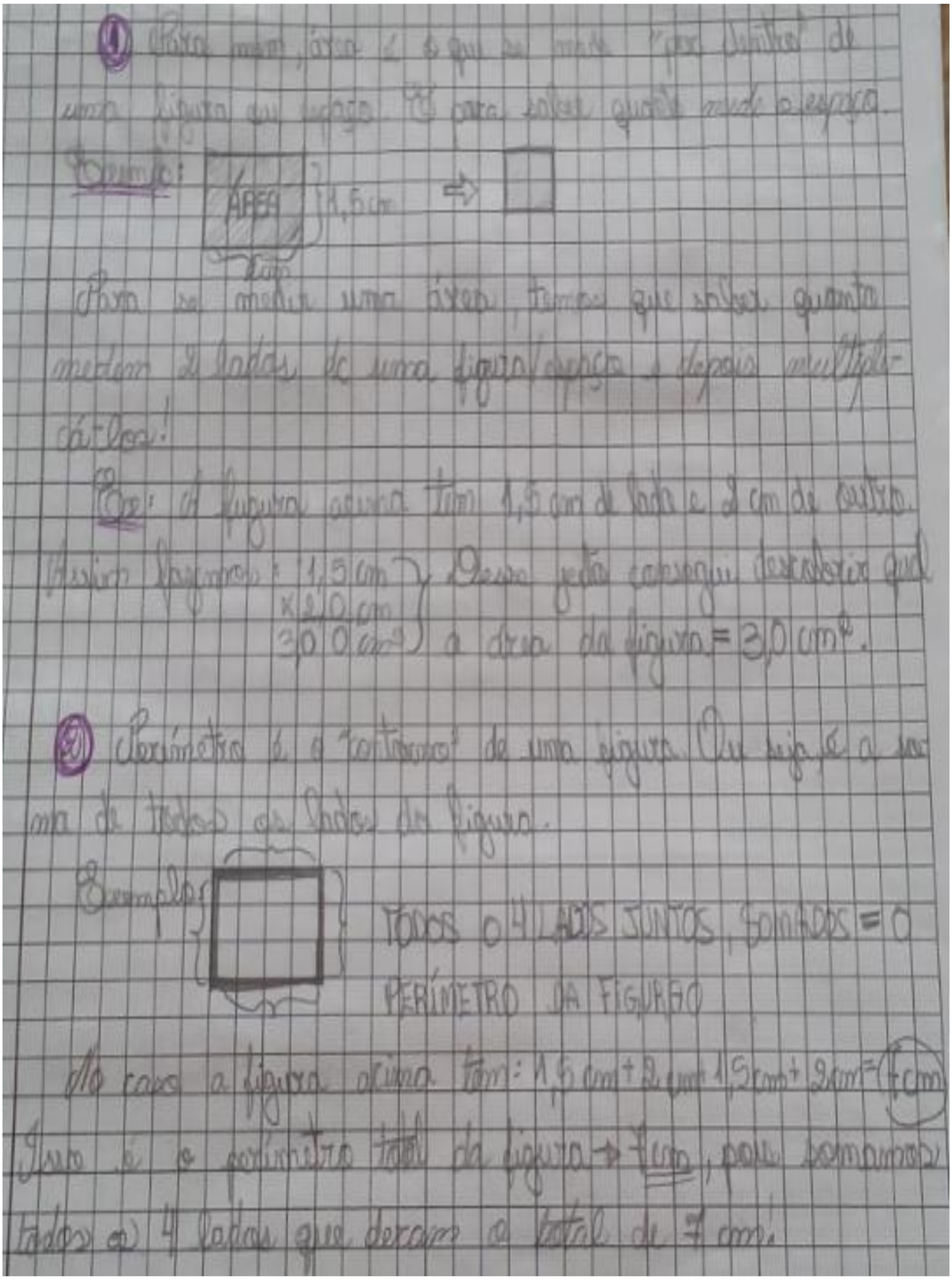
Figura 82 - Exemplo questão 1 e 2 aluno L. N.



Fonte: acervo pessoal

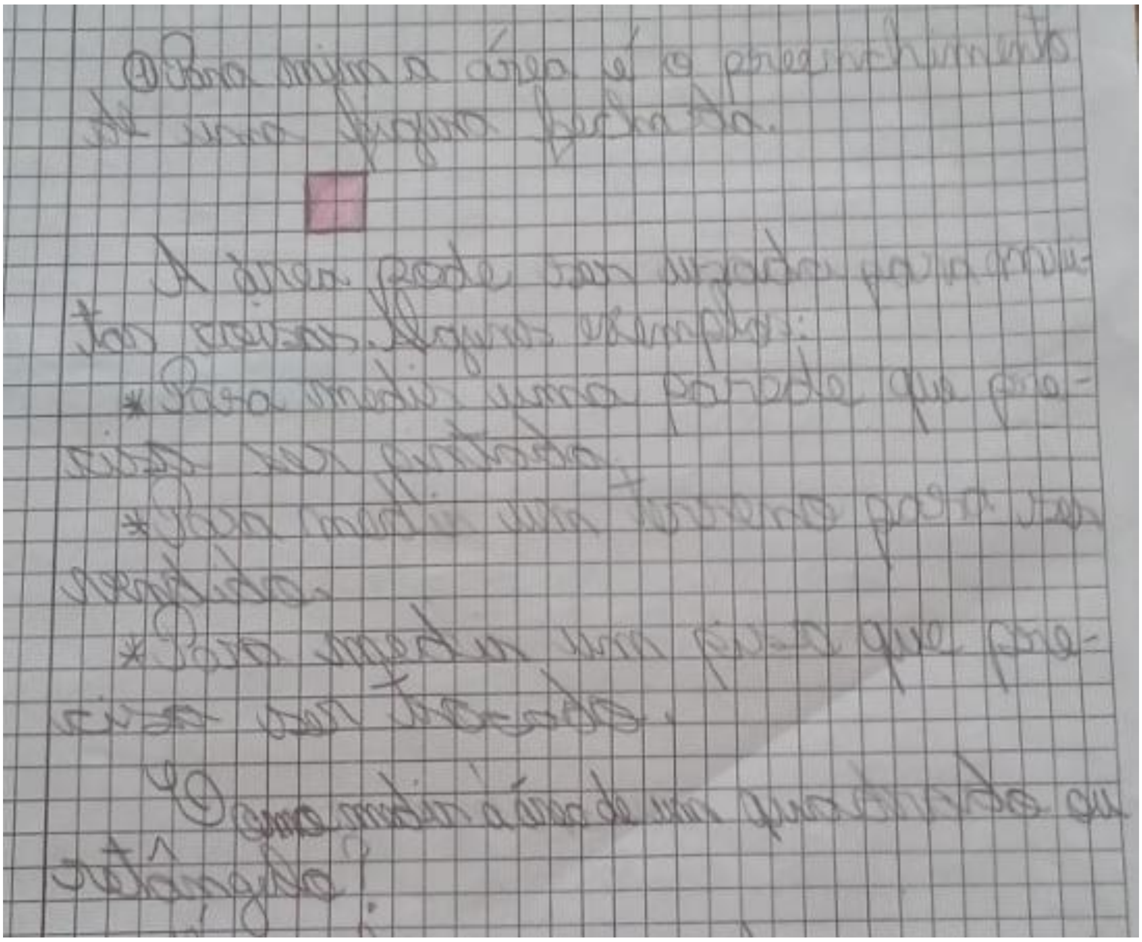
Os estudantes a seguir preferiram relacionar muitas informações sobre o que conheciam de área e perímetro. Desenharam, fizeram cálculos, ajustaram as unidades de medidas apresentadas, ou seja, exemplificaram e relataram o que sabiam.

Figura 83 - Exemplo questão 1 e 2 aluno L. H.



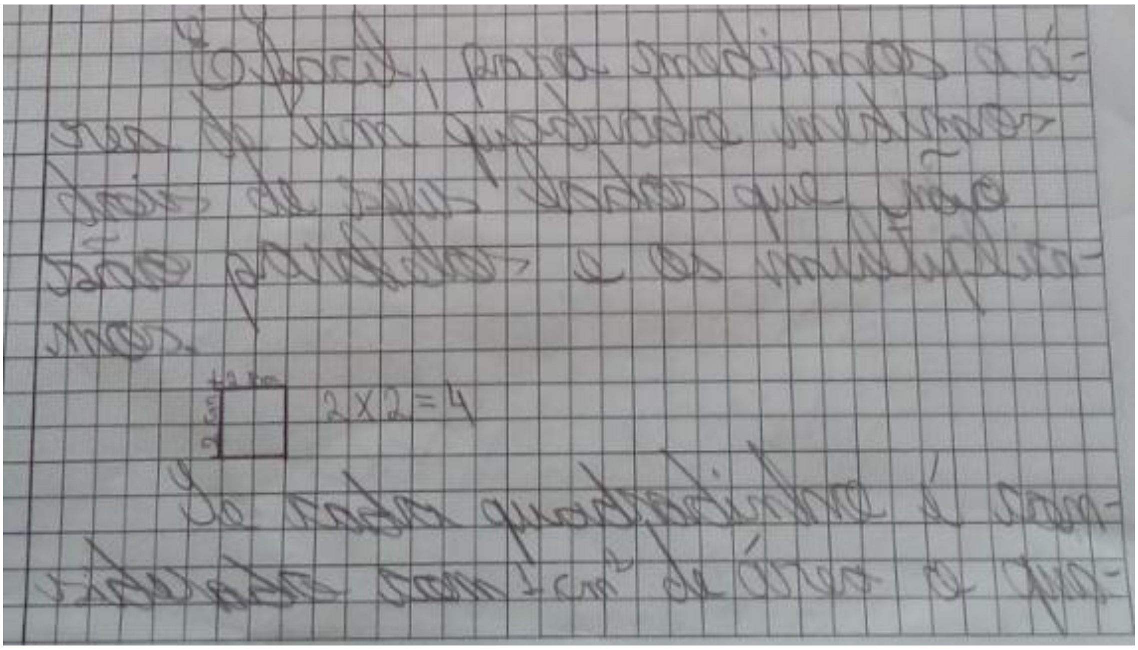
Fonte: acervo pessoal

Figura 84 - Exemplo questão 1 e 2 aluno M. R., parte 1



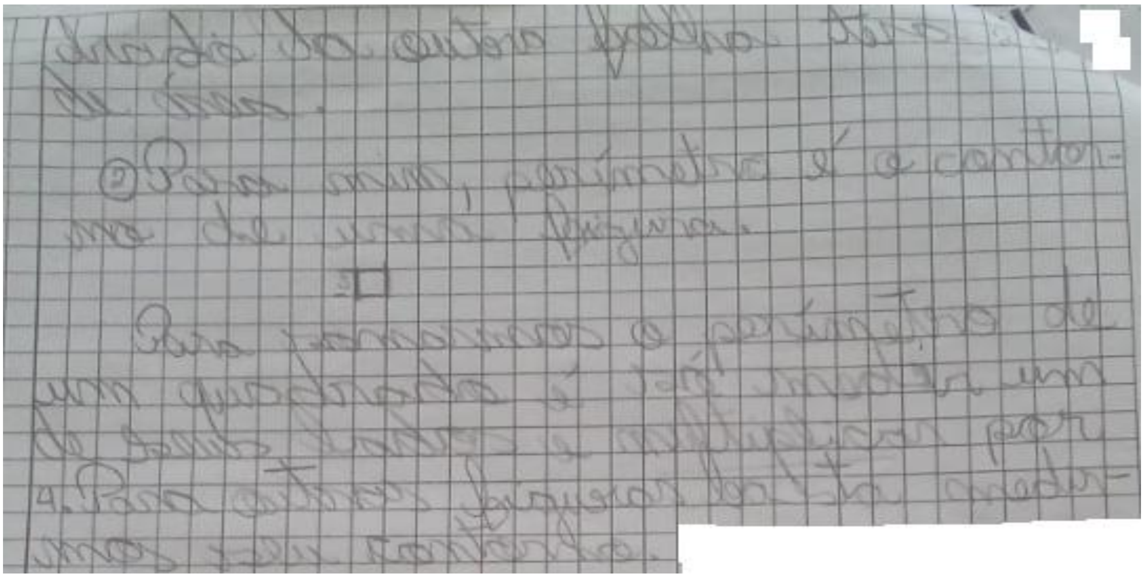
Fonte: acervo pessoal

Figura 85 - Exemplo questão 1 e 2 aluno M. R., parte 2



Fonte: acervo pessoal

Figura 86 - Exemplo questão 1 e 2 aluno M. R., parte 3

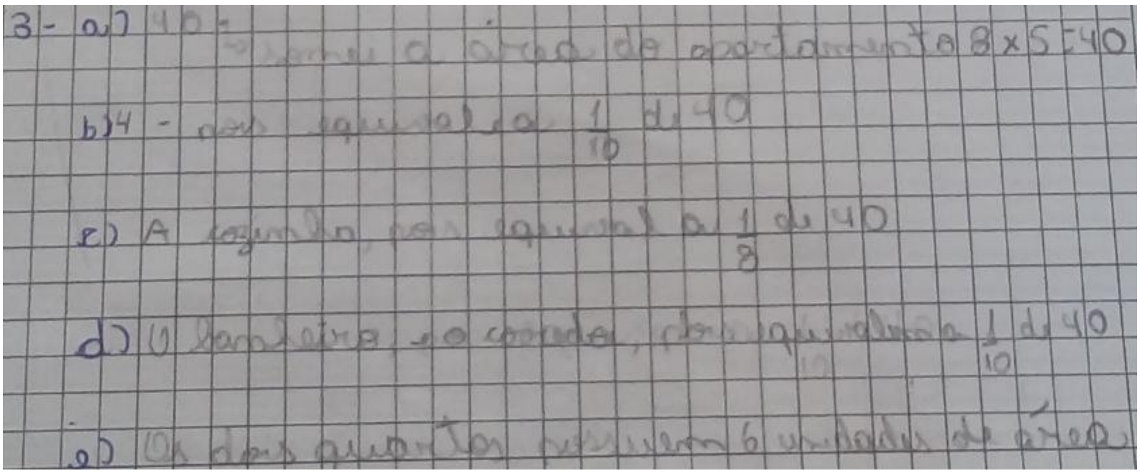


Fonte: acervo pessoal

Para as Atividades 3 e 4 os alunos não tiveram problemas na resolução. Muitos questionaram se na justificativa poderiam colocar que apenas contaram os ‘quadradinhos’ e foi respondido que se de fato fizeram isso poderiam sim colocar essa resposta, caso contrário deveriam mostrar o cálculo ou escrever o raciocínio utilizado para isso.

A seguir estão exemplos de situações propostas pelos estudantes. O primeiro relata uma resolução envolvendo frações de parte e todo, para mostrar como chegou ao valor final da área dos referidas partes do apartamento.

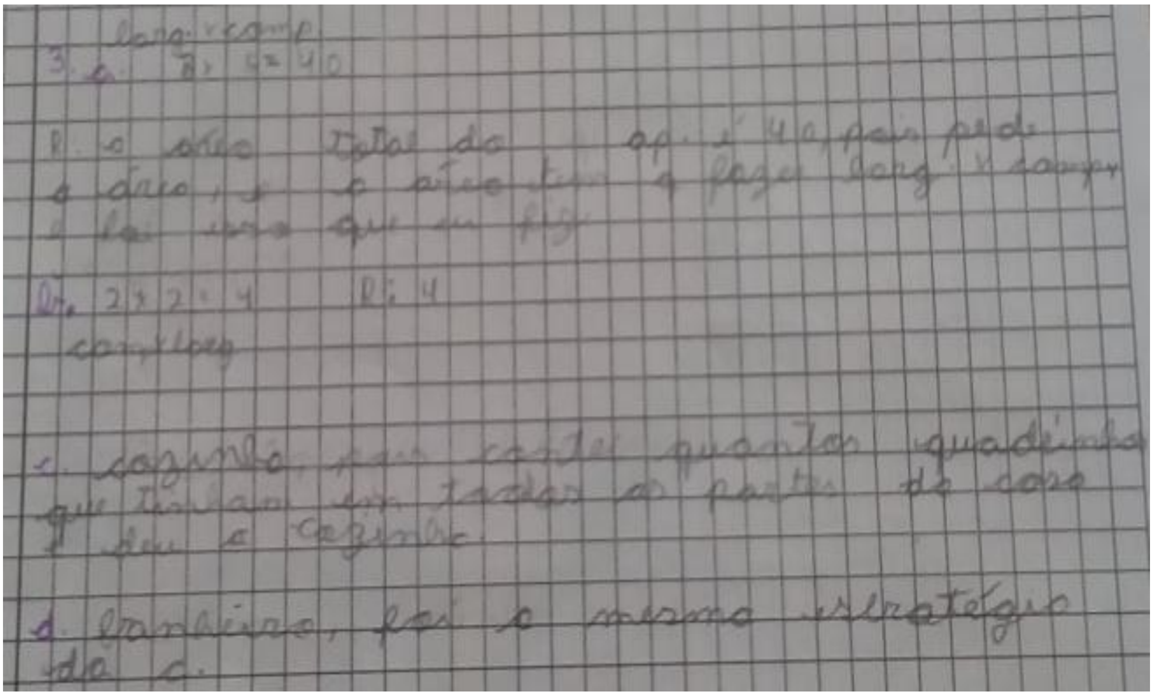
Figura 87 - Exemplo questão 3 aluno P. S.



Fonte: acervo pessoal

Nesse exemplo, o aluno inicia a resolução através de noções de cálculo de área por meio de fórmula e também por contagem de elementos da figura.

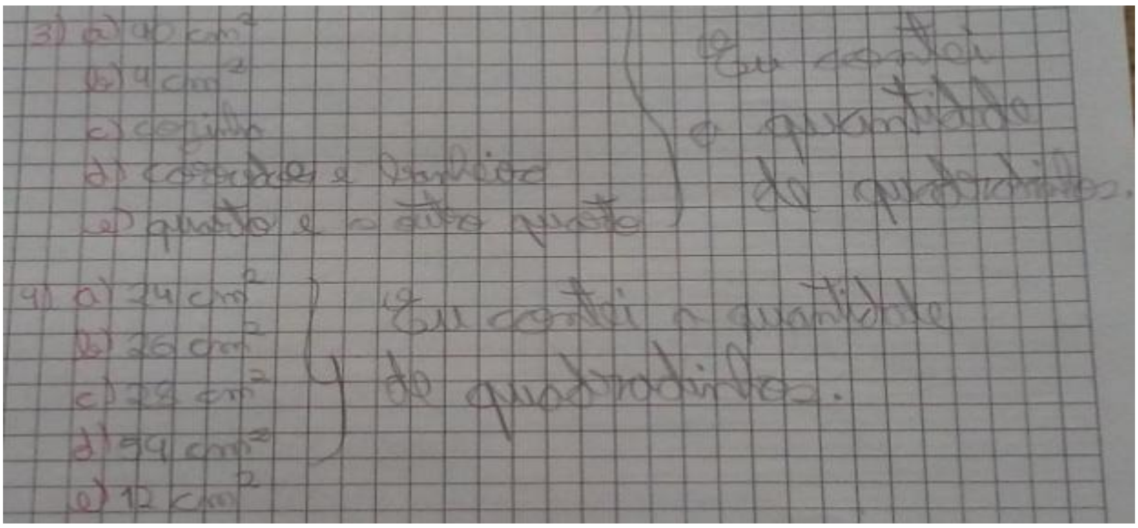
Figura 88 - Exemplo questão 3 aluno E. M.



Fonte: acervo pessoal

O próximo estudante realiza apenas a contagem para resolver as questões 3 e 4, sendo bem objetivo em sua resolução.

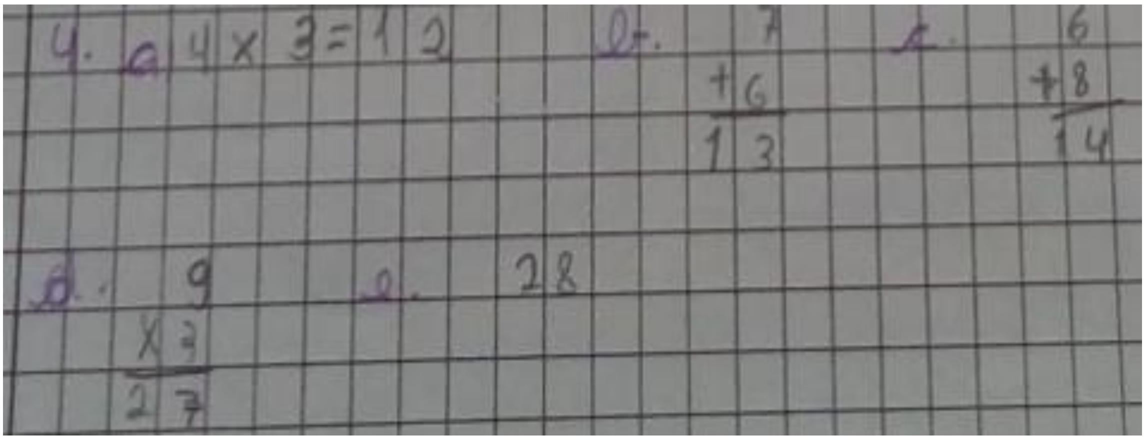
Figura 89 - Exemplo questão 3 e 4 aluno P. P.



Fonte: acervo pessoal

Esse discente apresentou diferentes argumentos para a resolução da proposta da Atividade 4, misturando os elementos de princípios de adição e multiplicação, além de exploração da contagem.

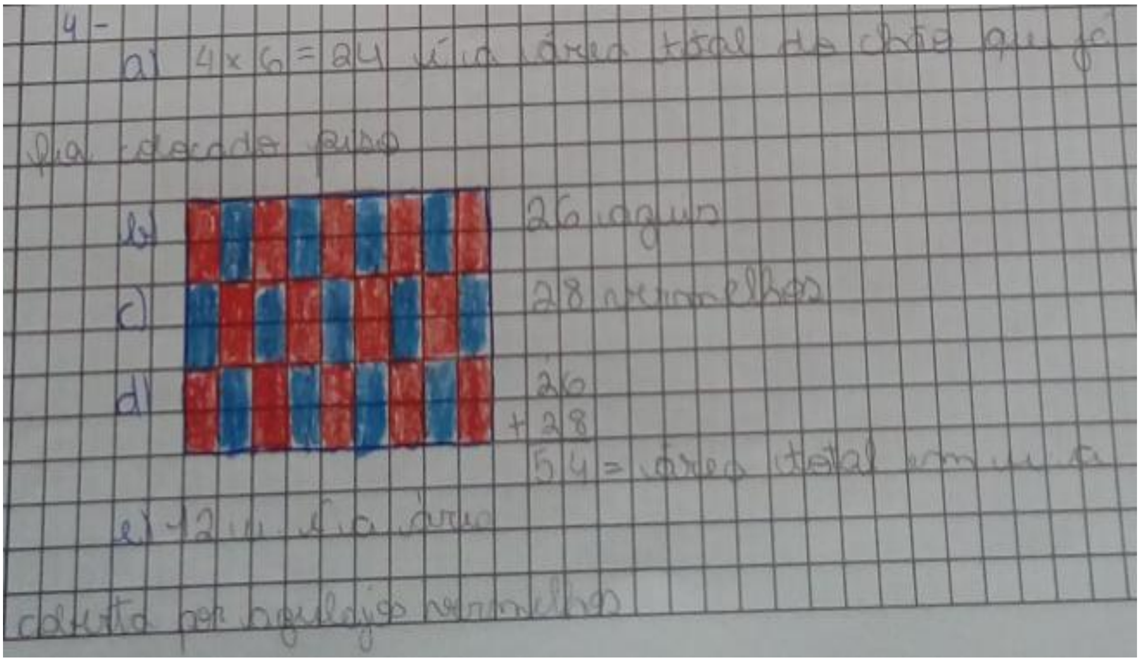
Figura 90 - Exemplo questão 4 aluno E. M.



Fonte: acervo pessoal

Já esse aluno, além de princípios de multiplicação e adição, apropriou-se do recurso da imagem e continuou a simulação da cerâmica no chão, para depois fazer a contagem daquilo que precisava para resolver a questão.

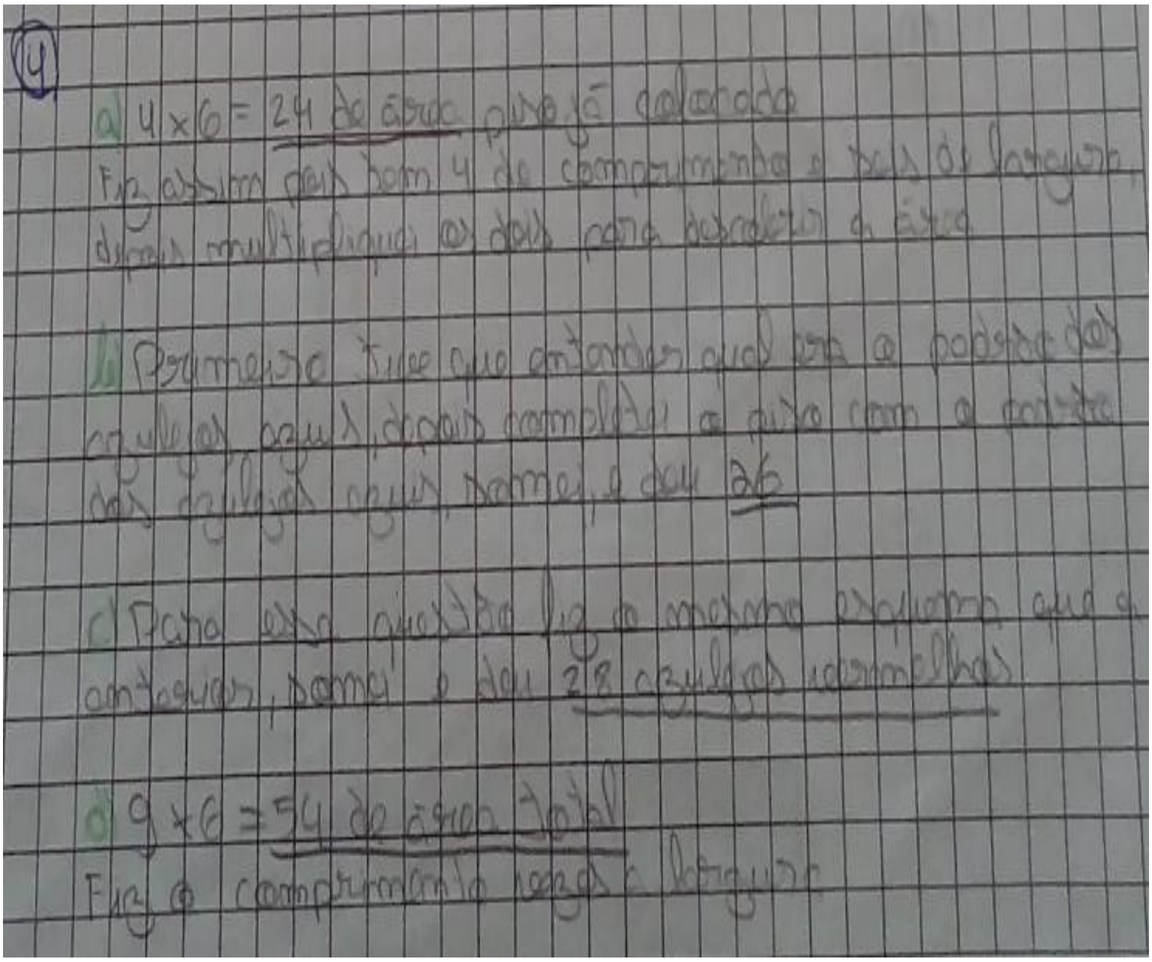
Figura 91 - Exemplo questão 4 aluno F. M.



Fonte: acervo pessoal

Já o próximo modelo de resposta buscou identificar o padrão abordado pela questão e depois aplicou modelos de princípio multiplicativo, por exemplo, o conceito de área, multiplicação de medidas da base e do comprimento do retângulo.

Figura 92 - Exemplo questão 4 aluno V. S.



Fonte: acervo pessoal

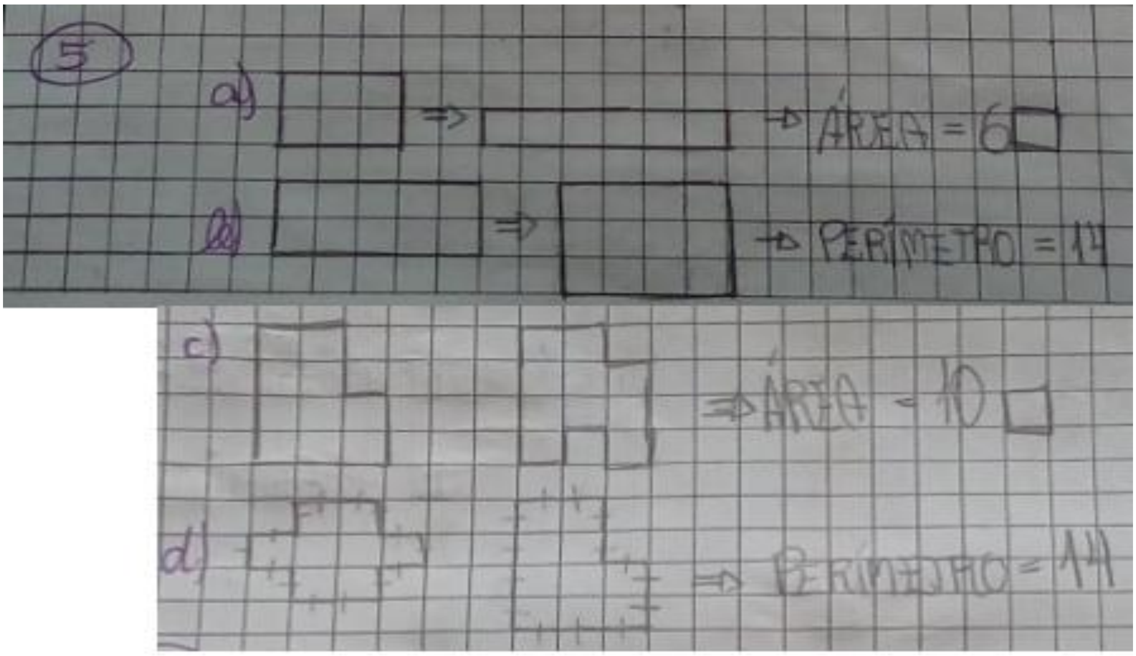
Na questão 5, as duas turmas apresentaram suas dúvidas de modo bem similar, onde por exemplo, na questão 5a que pedia dois retângulos diferentes com a mesma área muitos desenharam o mesmo retângulo em diferentes orientações da figura. Alguns colegas perceberam o erro do amigo e na 7SA surgiu à seguinte explicação:

Aluno V. S.: “Isso que tu fez é a mesma coisa. Só tá virado.”

Já na 7SB o erro foi mais difícil de ser percebido, pois cada um estava focado na sua atividade. Assim poucos notaram o que estavam cometendo de erro.

O primeiro modelo de resposta que apresento trabalha com abordagem correta que a questão desejava proporcionar. O aluno evidencia o que cada questão solicita, oscilando entre figuras iguais e diferentes, analisando as igualdades de área ou o perímetro quando solicitado.

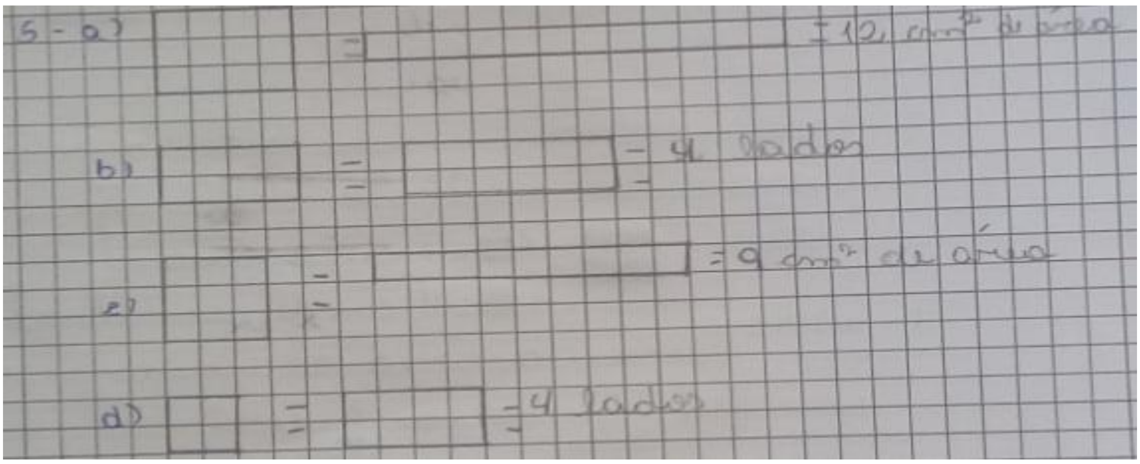
Figura 93 - Exemplo questão 5 aluno L. H.



Fonte: acervo pessoal

A seguir está a resolução de um estudante onde aparece um erro na questão b e na alternativa d sobre a resolução do perímetro. O aluno relaciona o perímetro com o número de lados, e não com a soma de todos os lados, não estando para esse aluno, claro o conceito de perímetro.

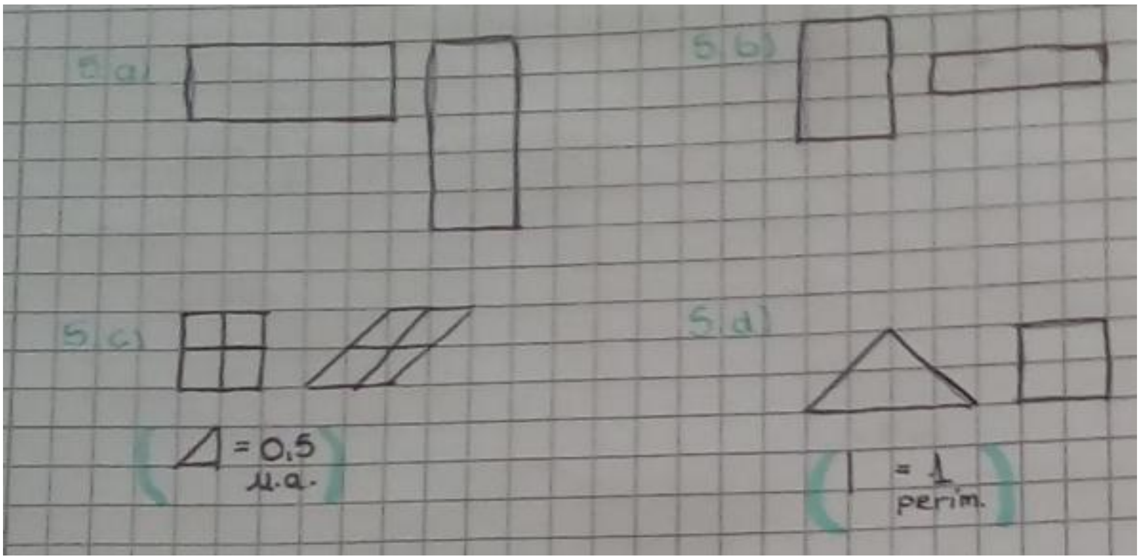
Figura 94 - Exemplo questão 5 aluno P. S.



Fonte: acervo pessoal

Esse discente trabalha com a diferença de posição da figura na alternativa a, não considerando que são retângulos iguais. Além disso, na alternativa d não considera que a diagonal é maior que o lado de um quadradinho.

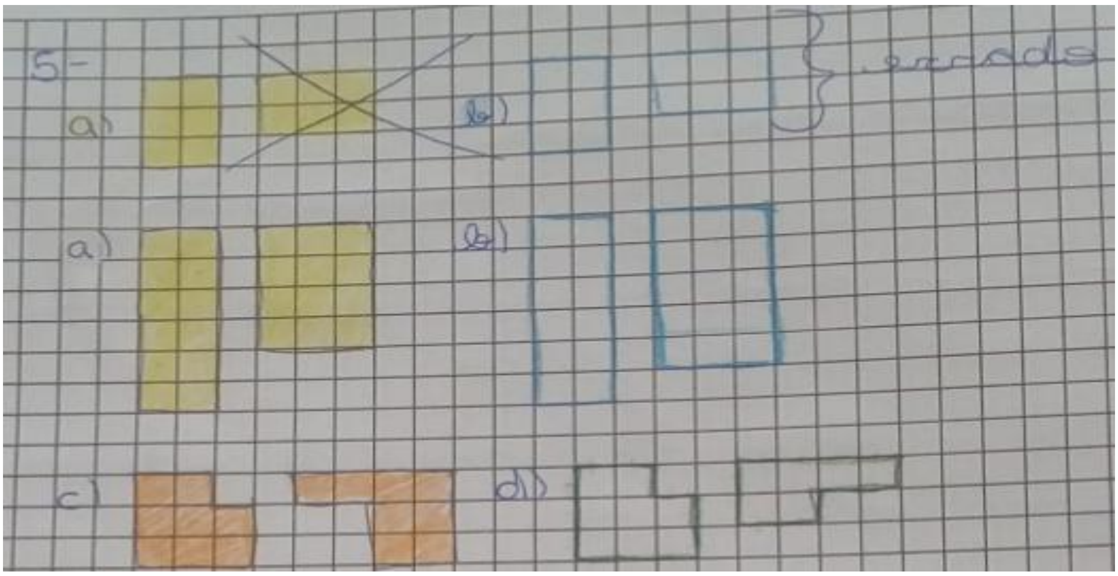
Figura 95 - Exemplo questão 5 aluno L. N.



Fonte: acervo pessoal

Esse estudante comete um erro no inicio da resolução da questão, percebendo que representou a mesma figura, mas em posição distinta. Depois disso, reformula sua resposta.

Figura 96 - Exemplo questão 5 aluno F. M.



Fonte: acervo pessoal

Na questão 6 o problema inicial foi com a referência de octógono e nas duas turmas surgiu que o octógono é uma figura com oito lados. Na turma 7SB foram mais questionadores:

Aluno A. F.: “O que é um octógono?”

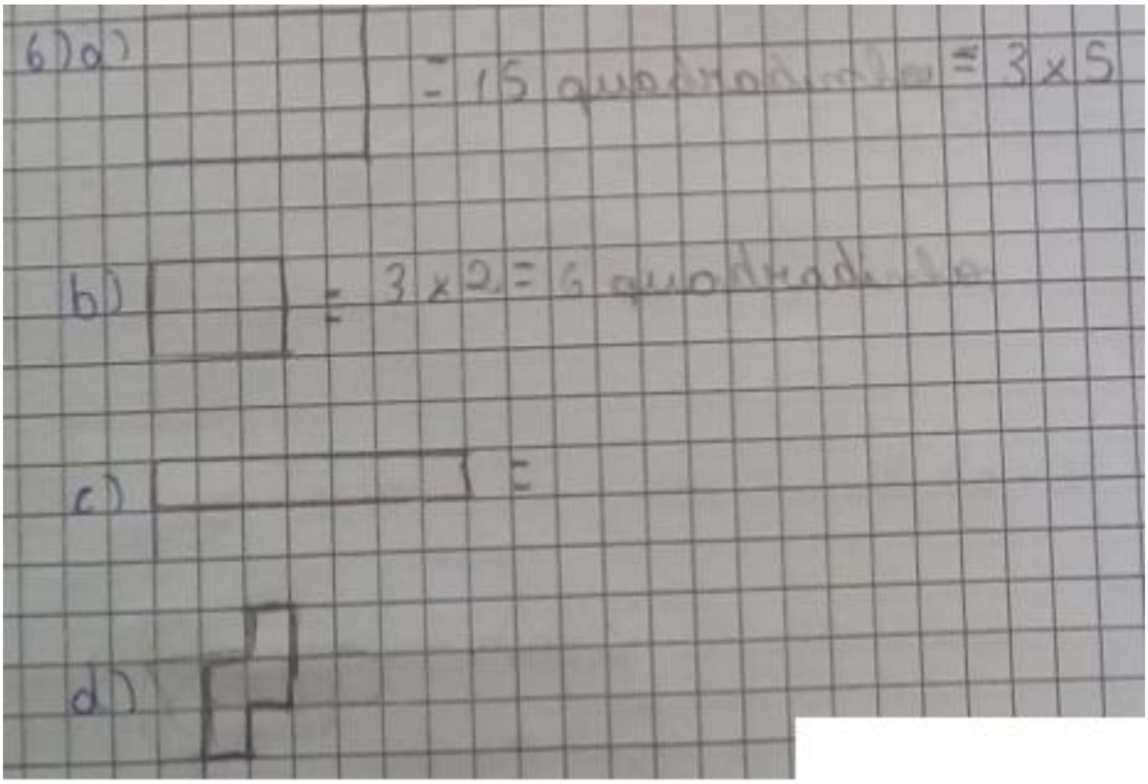
Aluno M. R.: “É uma figura com oito lados.”

Aluno L. H.: “Não é uma figura com oito ângulos. Lembra da escrita da palavra...”

Assim os discentes se satisfizeram com as explicações e retomaram as atividades.

Alguns alunos sentiram a necessidade de mostrar alguns cálculos, como ilustra a figura a seguir.

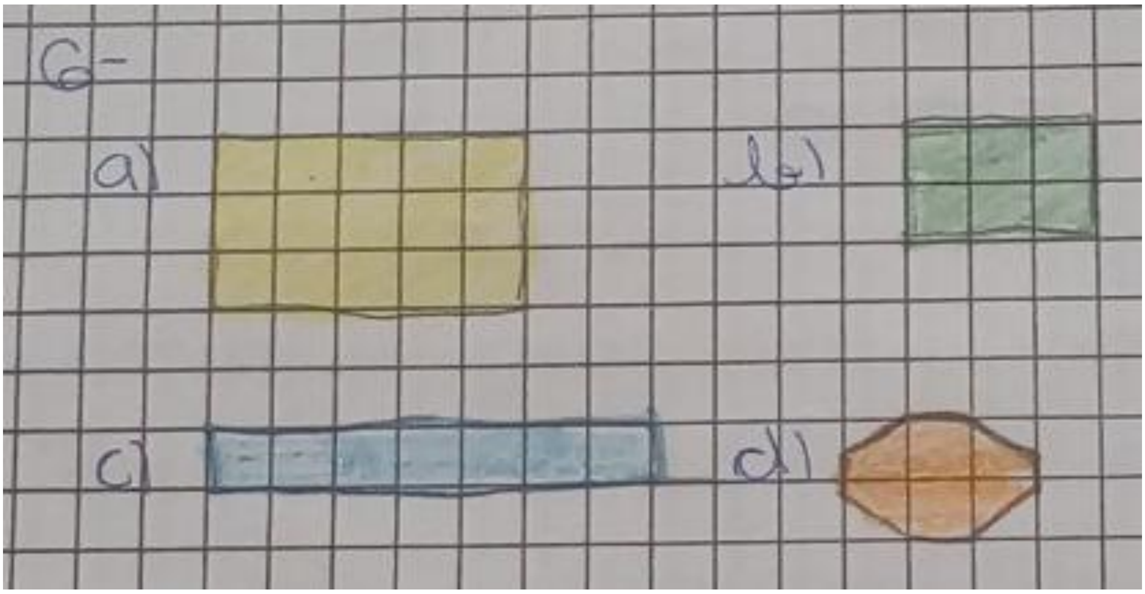
Figura 97 - Exemplo questão 6 aluno P. S.



Fonte: acervo pessoal

Aqui percebemos o octógono da alternativa d, a qual poucos alunos desenharam esse modelo com quatro unidades de área como solicitado na questão.

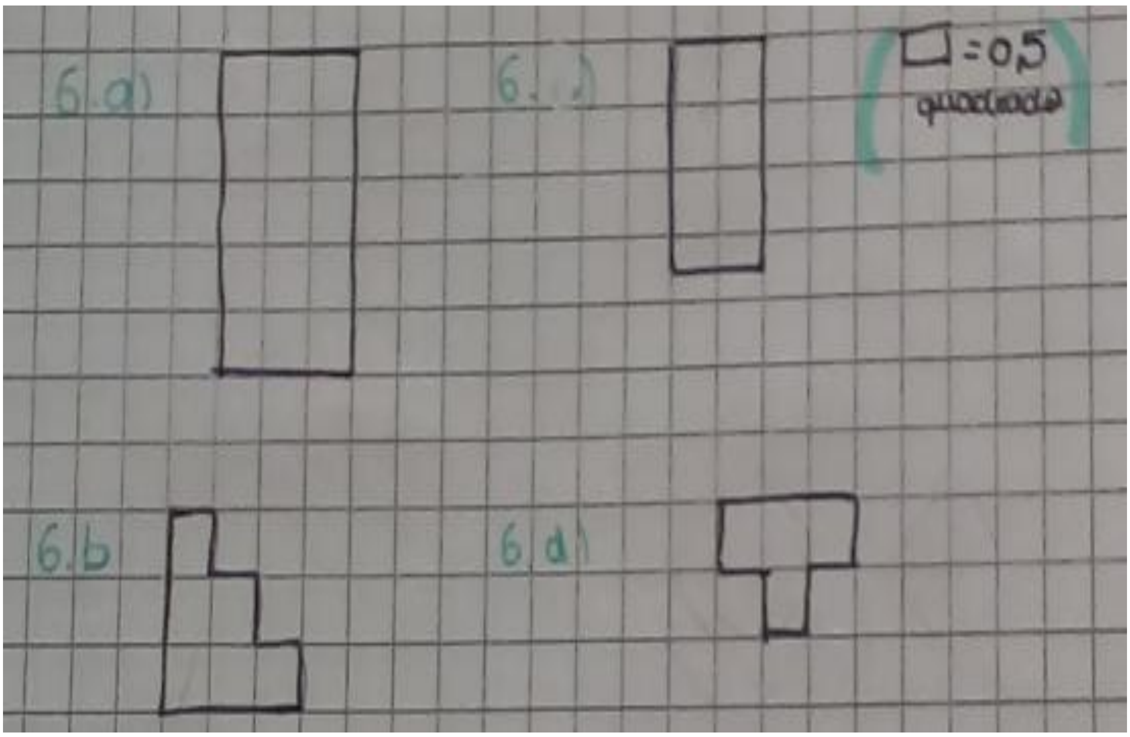
Figura 98 - Exemplo questão 6 aluno F. M.



Fonte: acervo pessoal

As variedades da alternativa d não foram muitas, sendo as mais utilizadas da figura e o modelo descrito a seguir. Além disso, é percebido que esse aluno utiliza o recurso de números decimais para ser satisfeita a questão.

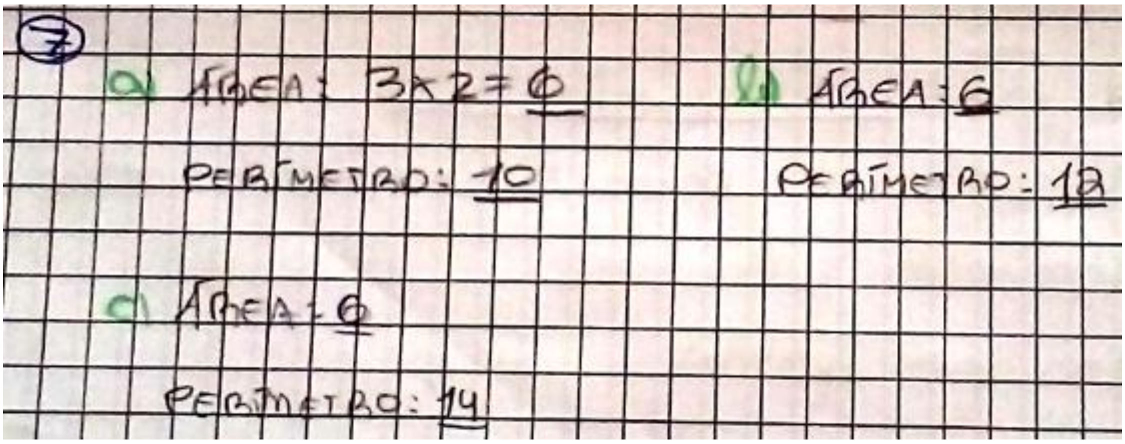
Figura 99 - Exemplo questão 6 aluno L. N.



Fonte: acervo pessoal

Para a Atividade 7, não houve questionamentos. A maioria das resoluções foi como o modelo a seguir: bem objetivas. Foi utilizada a contagem para essa verificação. No exemplo a seguir é possível notar que o único cálculo feito foi da alternativa a, que indicava um retângulo e solicitava a área e o perímetro.

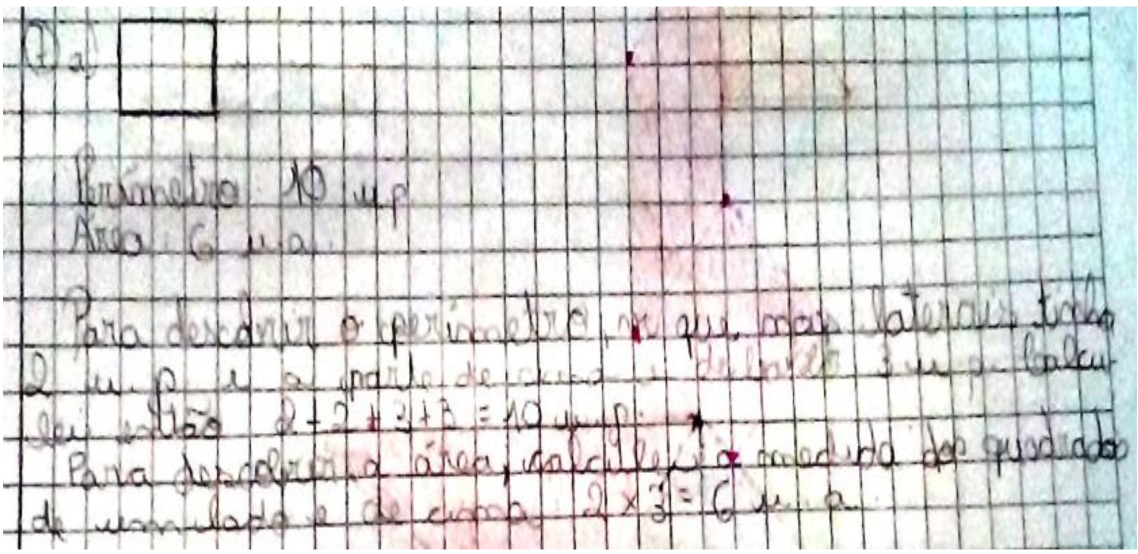
Figura 100 - Exemplo questão 7 aluno E. M.



Fonte: acervo pessoal

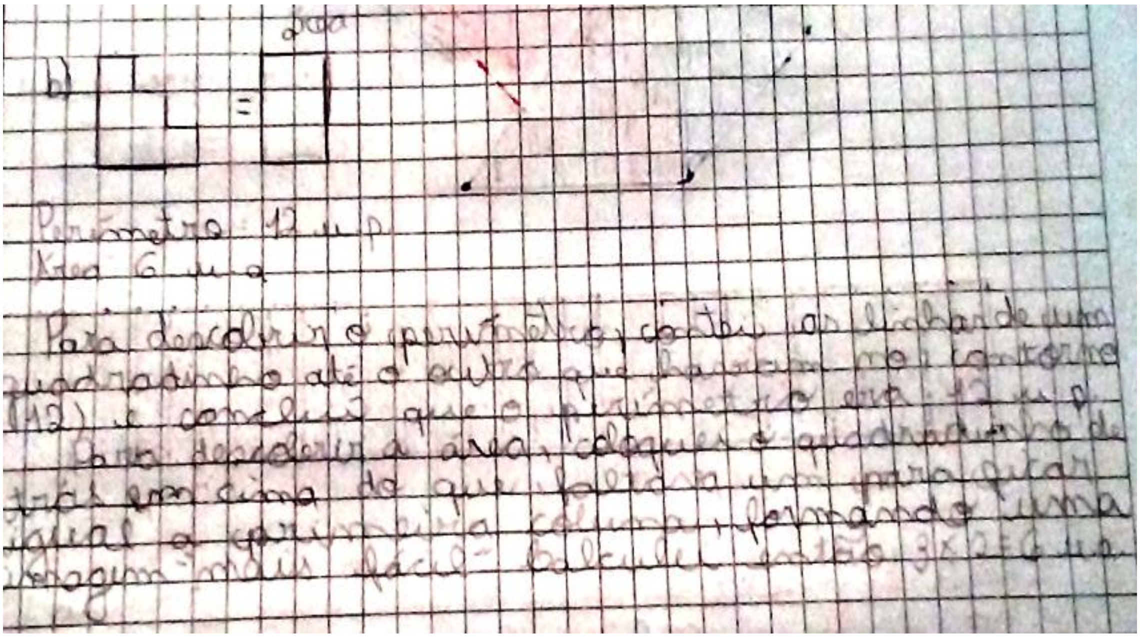
Um dos únicos modelos diferentes de resolução que teve foi desse aluno que explicou o passo a passo de como foi realizando a contagem do que foi solicitado na referida questão. Além disso, usou a transformação de algumas figuras para a verificação de sua área.

Figura 101 - Exemplo questão 7 aluno F. F., parte 1



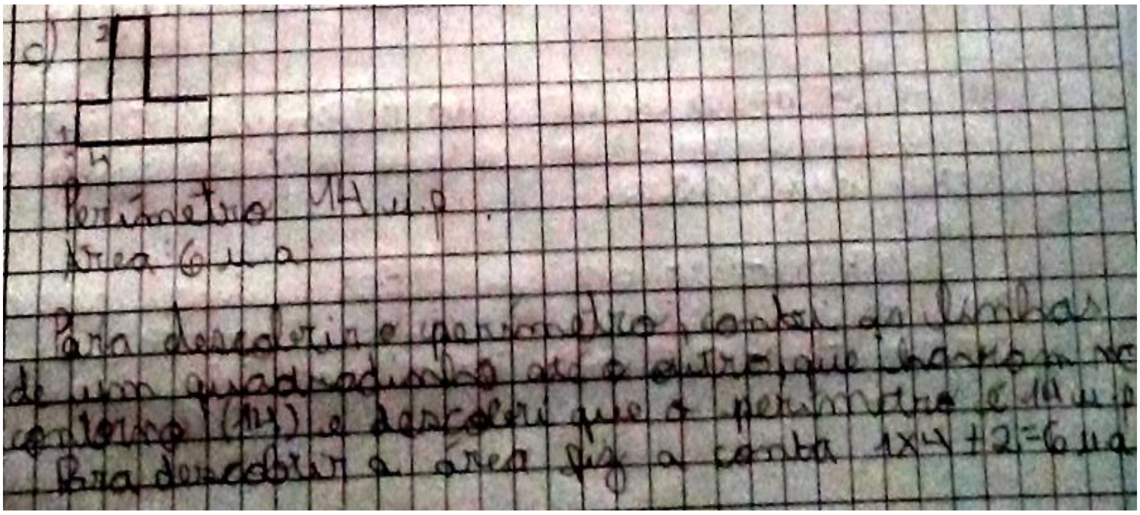
Fonte: acervo pessoal

Figura 102 - Exemplo questão 7 aluno F. F., parte 2



Fonte: acervo pessoal

Figura 103 - Exemplo questão 7 aluno F. F., parte 3



Fonte: acervo pessoal

Para a Atividade 8 foi solicitado que fizessem o desenho no maior tamanho possível da folha de bloco. As dúvidas surgiram na formação do retângulo a partir da área do desenho confeccionado.

Na turma 7SA surgiram as seguintes reflexões:

Aluno V. S.: “É impossível fazer um retângulo com a mesma área. Posso tentar algo aproximado.”

Aluno F. F.: “Acrescentei mais algumas coisas no meu desenho para ser mais fácil de calcular.”

Na turma 7SB para alguns alunos a lista de cálculos foi imensa, tentando aproximar o máximo possível da área obtida no desenho. Alguns alunos disseram:

Aluno S. B.: ”É impossível fazer o retângulo. Iria precisar de diversas folhas.”

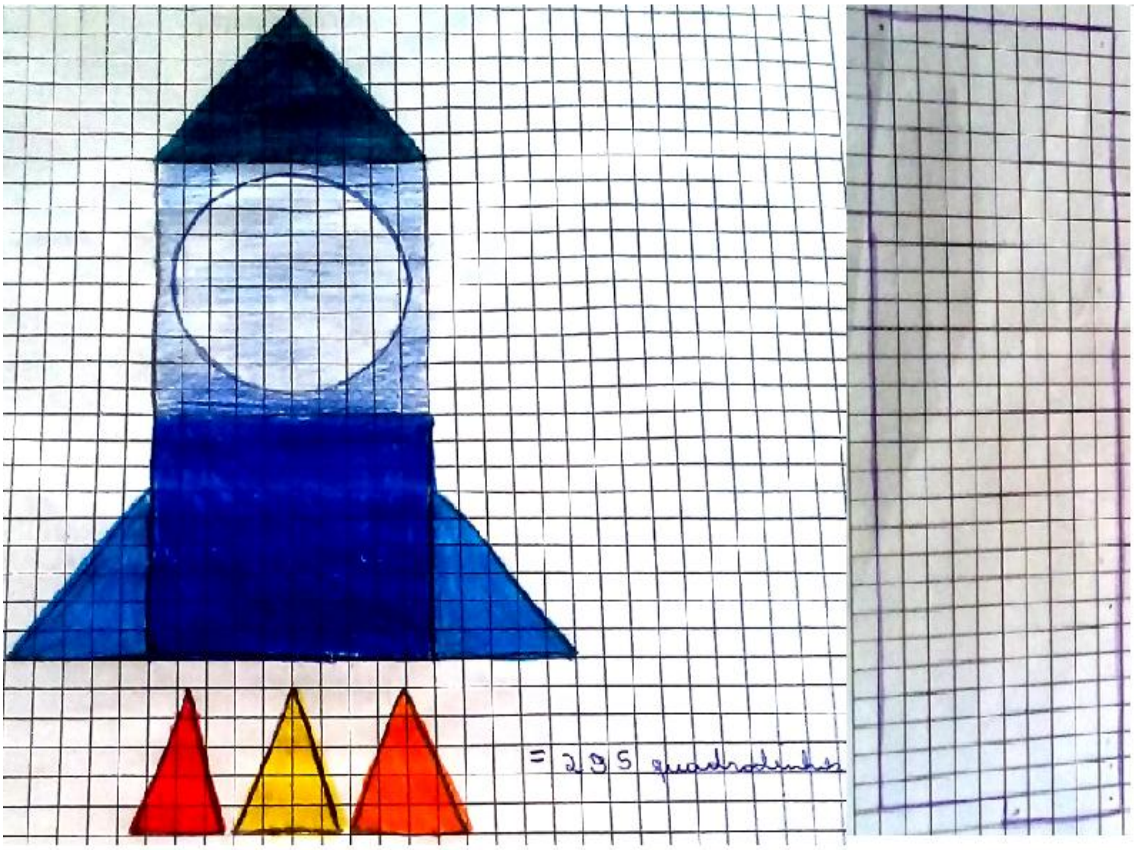
Professora: “Mas como você conseguiu fazer o desenho em uma folha só?”.

O aluno parou, pensou e percebeu que era possível sim, só precisava reajustar seus cálculos.

Aluno S. B.: “Se é possível fazer o desenho, tem que ser possível fazer o retângulo. Preciso pensar melhor.”

Nesse primeiro exemplo da questão 8 é possível notar que o estudante não faz a representação da área do desenho em um retângulo, conforme solicitado na atividade.

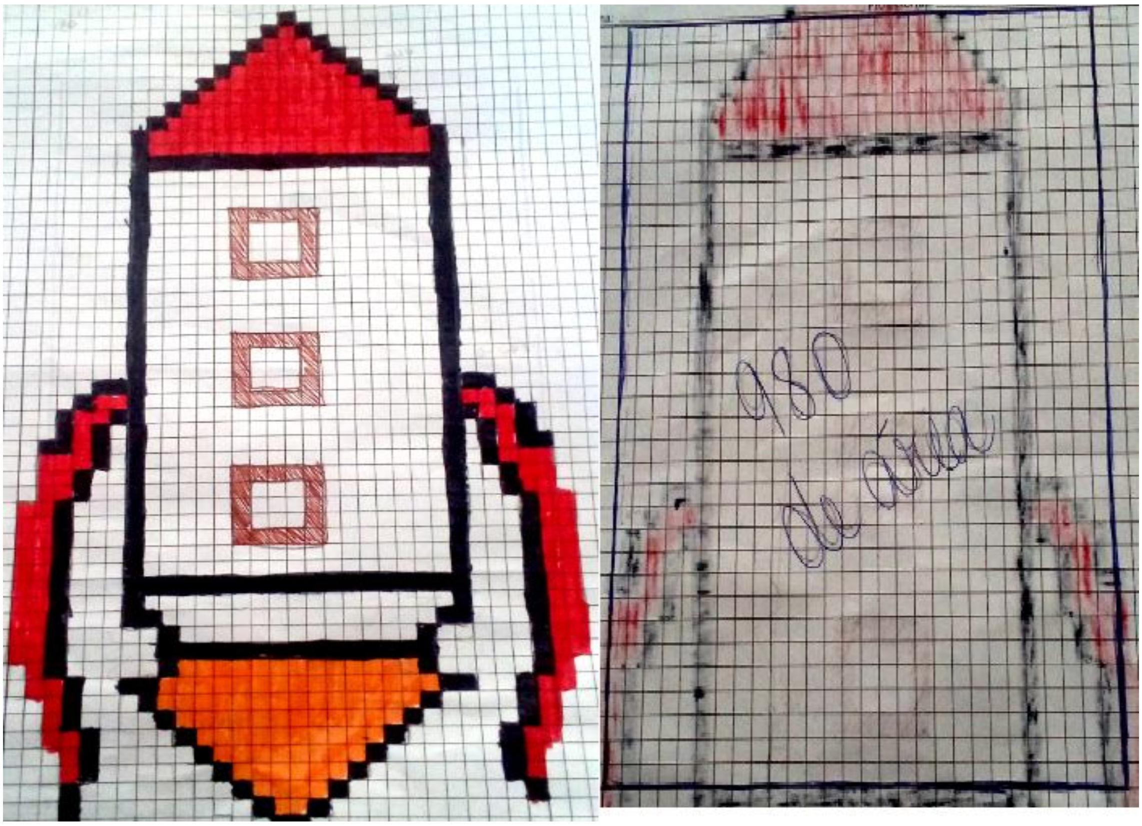
Figura 104 - Exemplo questão 8 aluno L. S.



Fonte: acervo pessoal

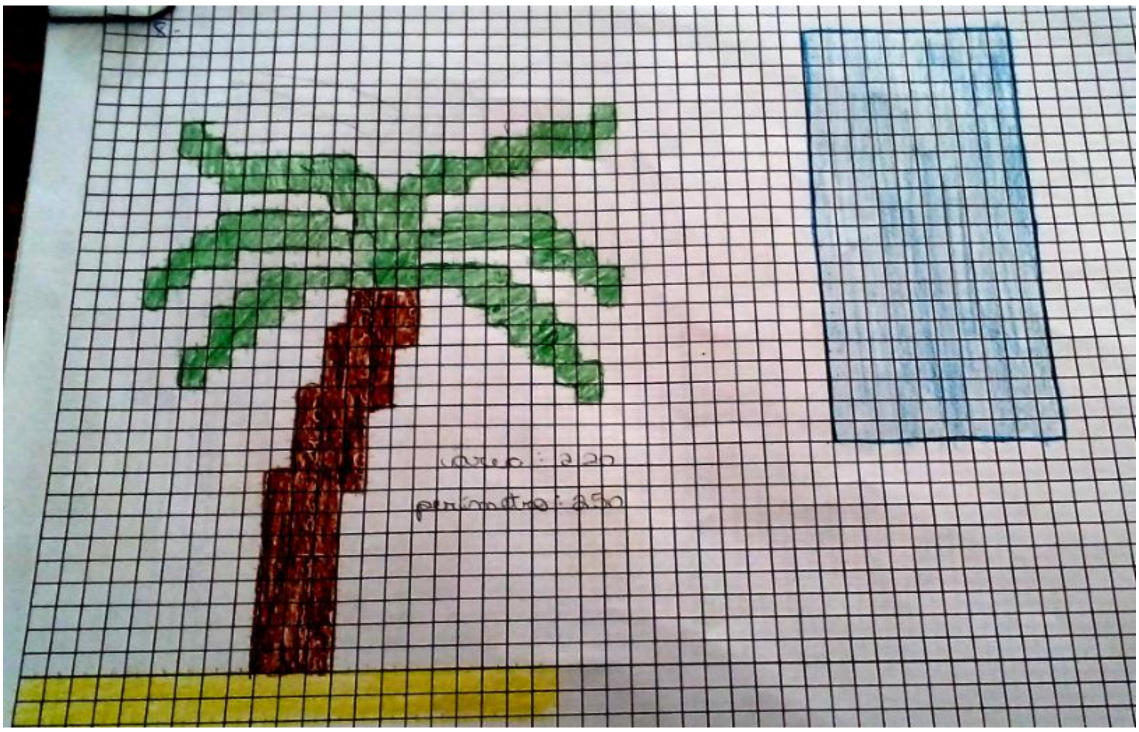
Outros estudantes representaram seus desenhos e o retângulo de forma bem direta, não mostrando os cálculos necessários para essa transformação.

Figura 105 - Exemplo questão 8 aluno J. D.



Fonte: acervo pessoal

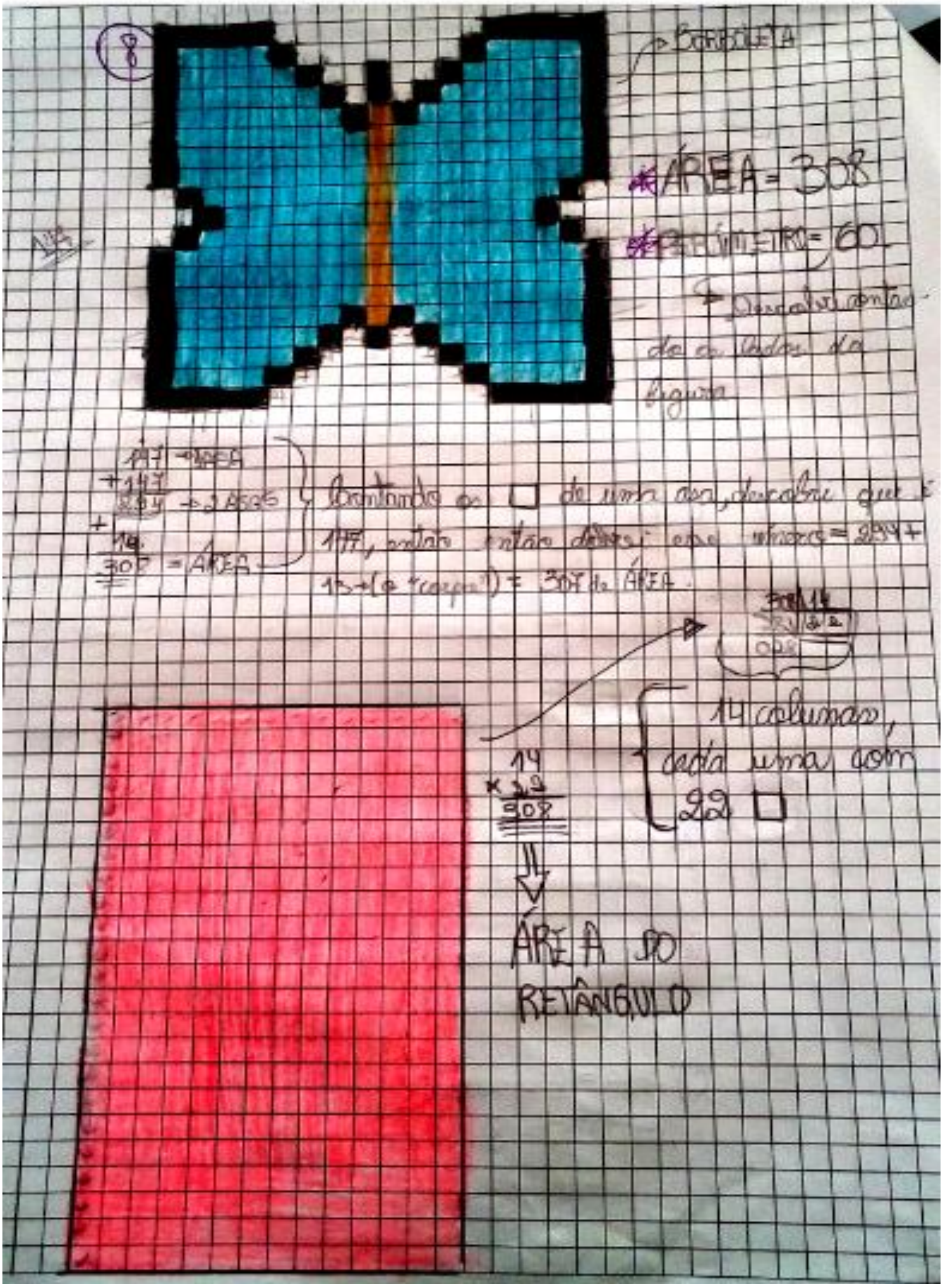
Figura 106 - Exemplo questão 8 aluno F. M.



Fonte: acervo pessoal

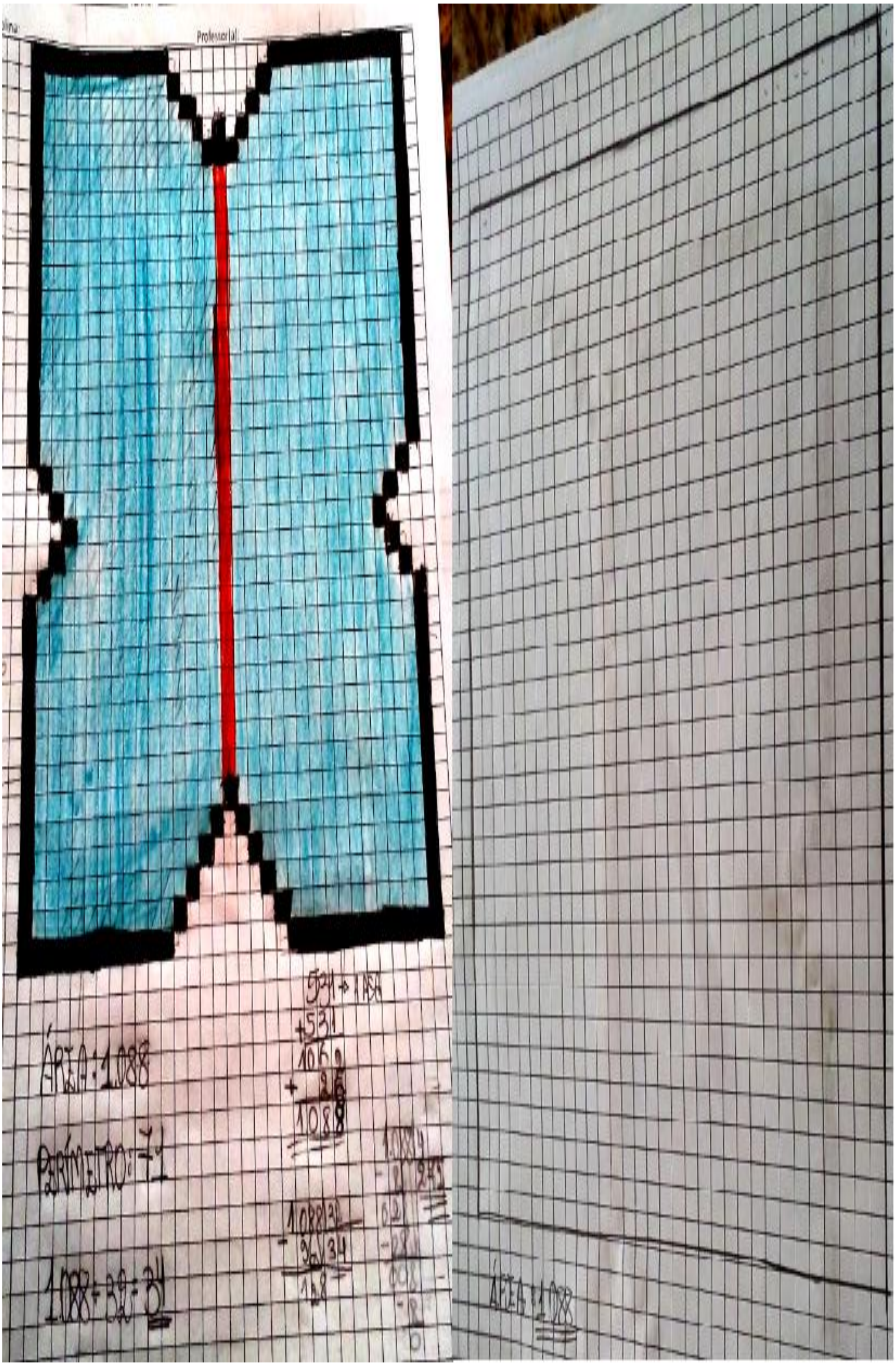
Outros já preferiram fazer o passo a passo de cálculos para a exatidão dos desenhos confeccionados.

Figura 107 - Exemplo questão 8 aluno L. H.



Fonte: acervo pessoal

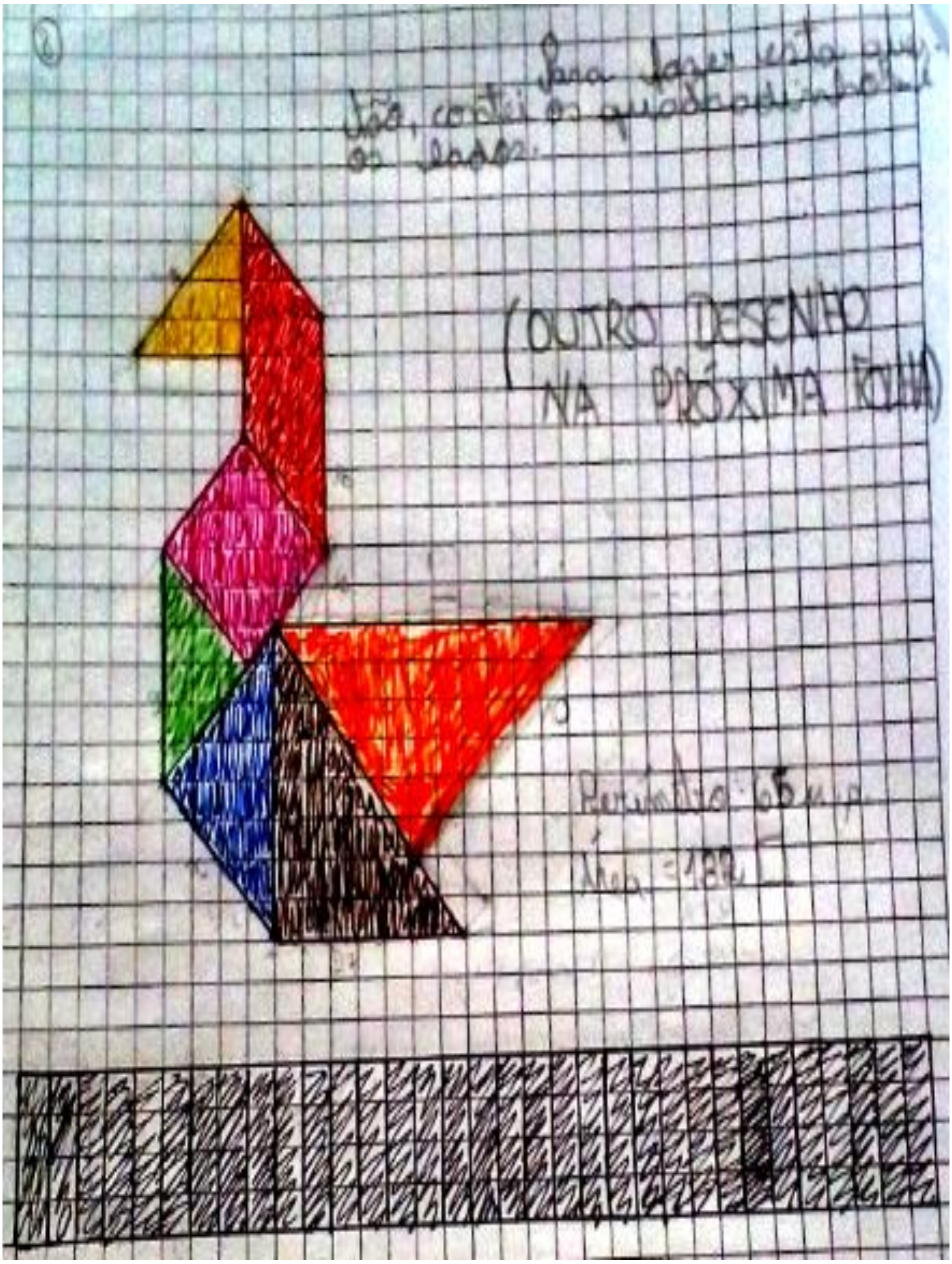
Figura 108 - Exemplo questão 8 aluno L. H.



Fonte: acervo pessoal

Para o próximo estudante mais uma vez aparecem as referências de contagem para a verificação da área, por mais que o desenho fosse composto de várias figuras geométricas, as quais poderiam facilitar os cálculos de área.

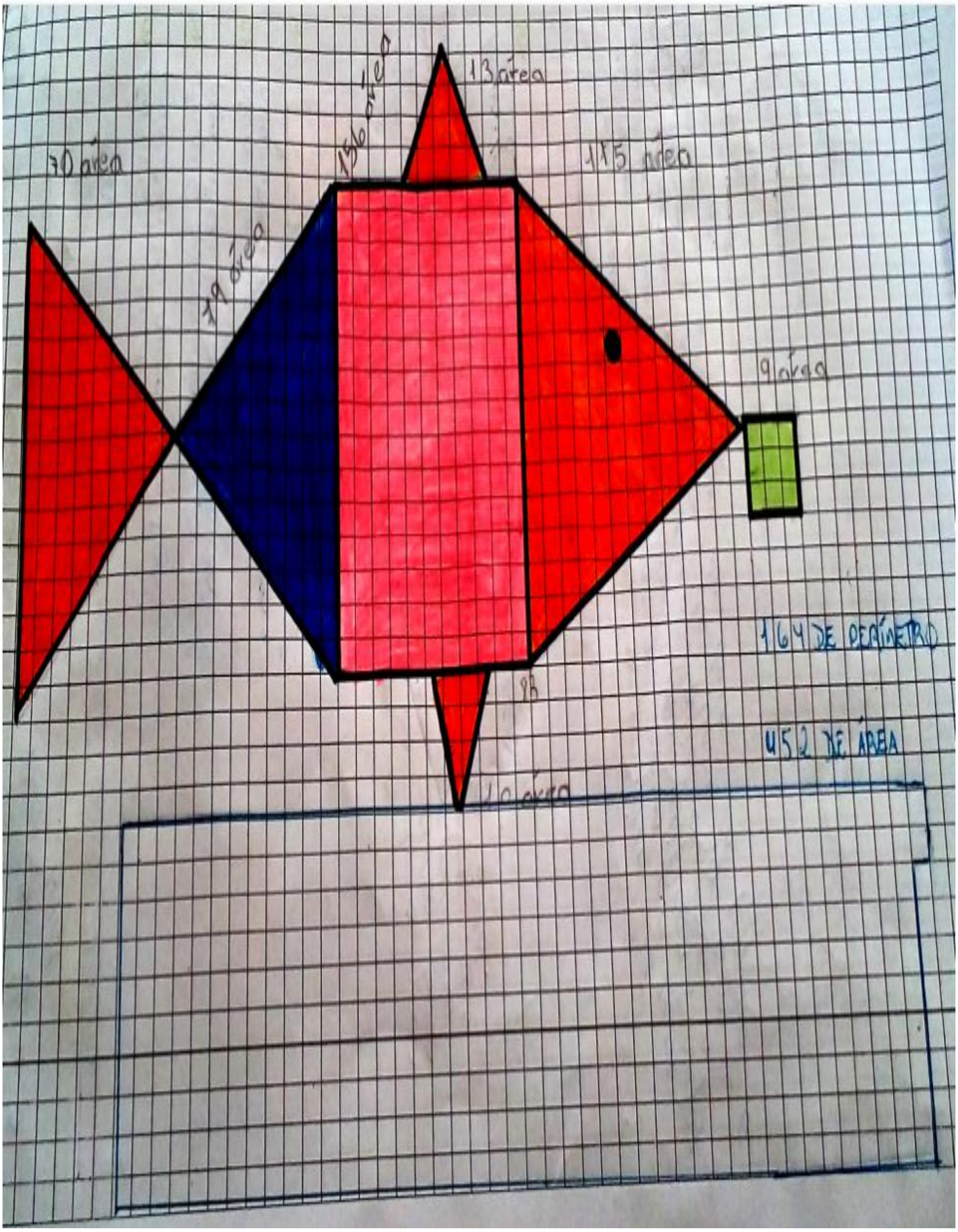
Figura 109 - Exemplo questão 8 aluno G. F.



Fonte: acervo pessoal

Já o estudante a seguir, separou seu desenho nas formas geométricas e calculou a área de cada parte, para depois aplicar o princípio aditivo. Novamente aparece uma reformulação do retângulo para chegar ao tamanho necessário, deixando assim de ser retângulo que era um dos objetivos da questão.

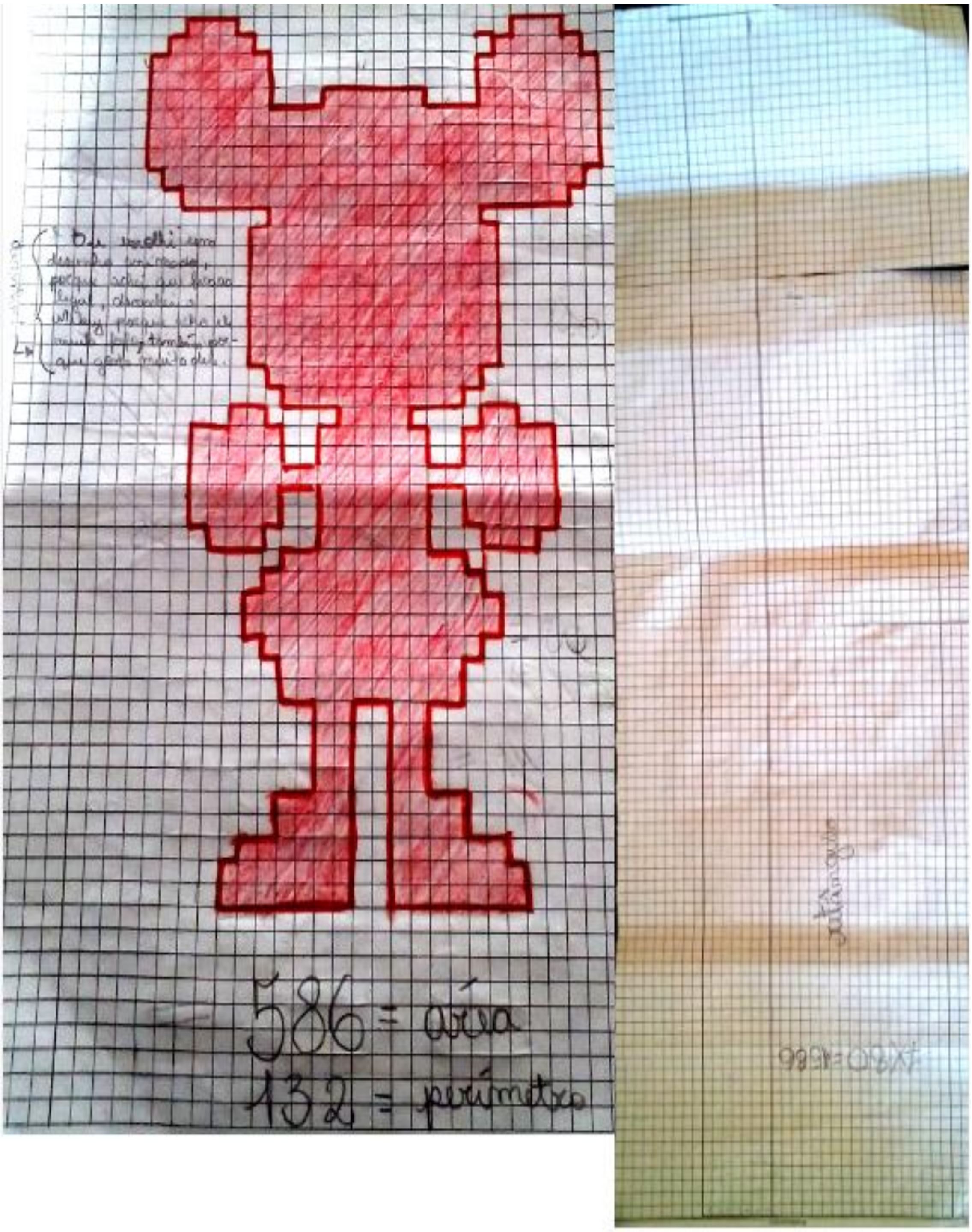
Figura 110 - Exemplo questão 8 aluno B. N.



Fonte: acervo pessoal

Um aspecto interessante que apareceu na resolução da questão 8 foi a desse próximo aluno, que emendou folhas para a construção do retângulo. O estudante não relacionou os dois lados que estava trabalhando, focou apenas na referência de comprimento do retângulo.

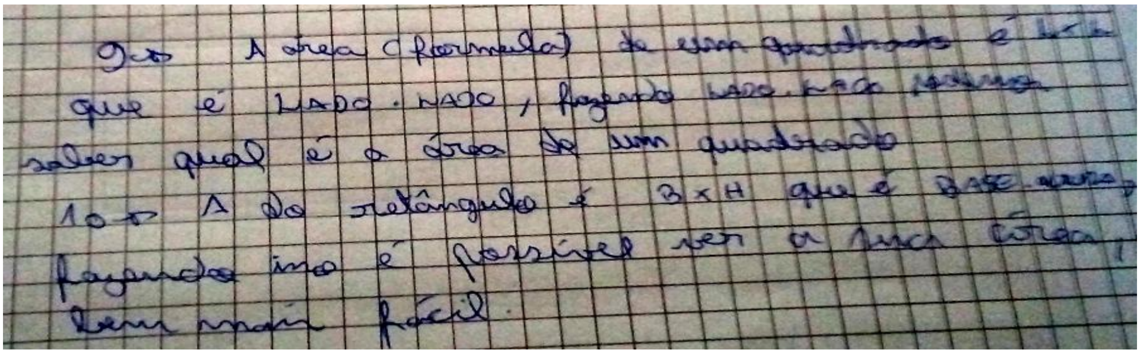
Figura 111 - Exemplo questão 8 aluno S. B.



Fonte: acervo pessoal

Para as questões 9 e 10 os alunos necessitavam realizar uma pesquisa. Como estava acabando o tempo em sala de aula, realizaram como atividade complementar. As respostas desenvolvidas por eles estão descritas a seguir. Alguns estudantes foram bem objetivos, relatando apenas a fórmula que encontraram.

Figura 112 - Exemplo questão 9 e 10 aluno P. P.

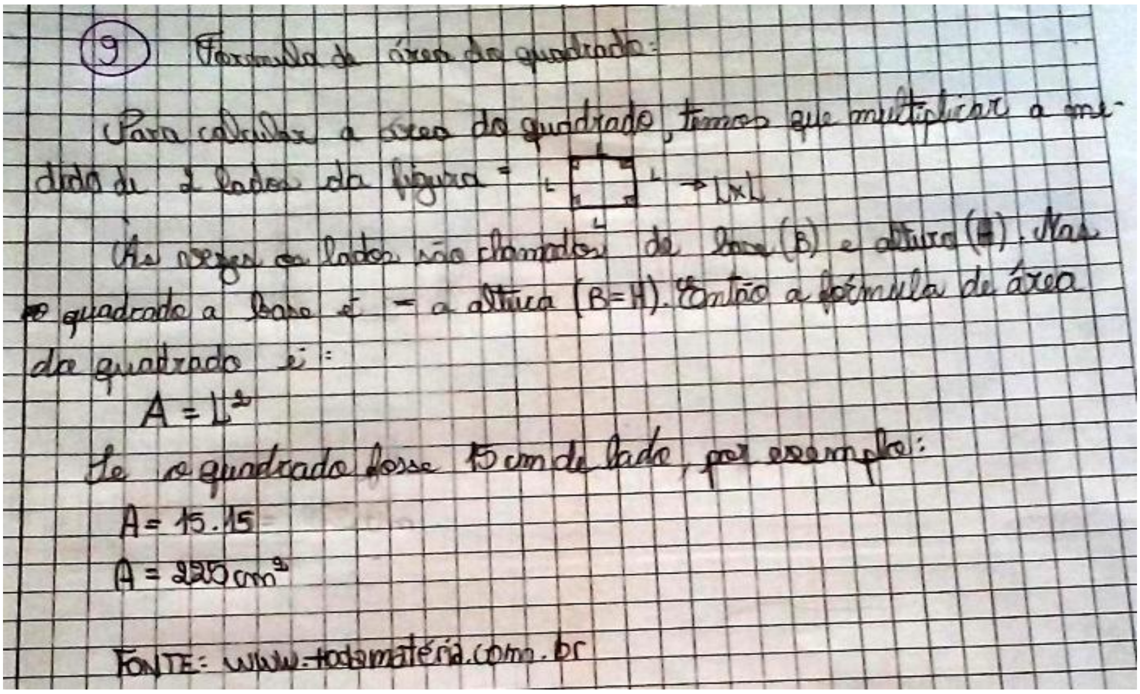


9 → A área (fórmula) de um quadrado é L×L que é LADO · LADO, fazendo LADO.LADO podemos saber qual é a área de um quadrado
10 → A do retângulo é B×H que é BASE.ALTURA, fazendo isso é possível ver a área correta, bem mais fácil.

Fonte: acervo pessoal

Um número grande de alunos preferiu colocar sua explicação através de desenhos, explicações e exemplos numéricos, para traduzir melhor o que estava sendo escrito e explicado.

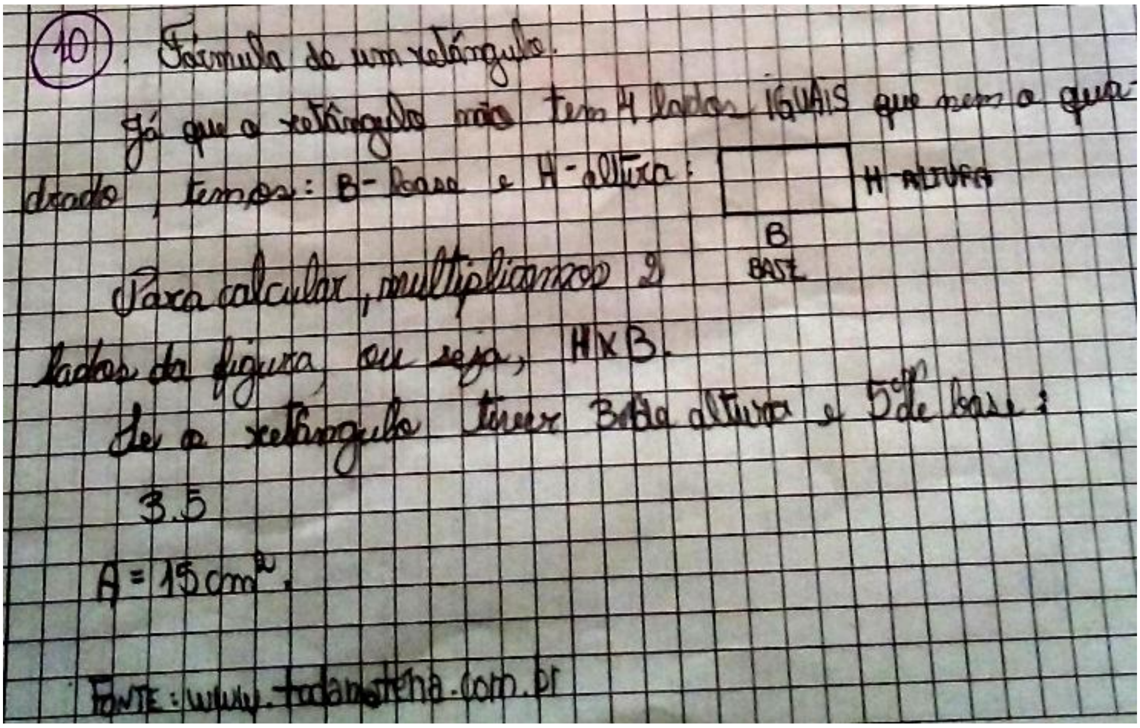
Figura 113 - Exemplo questão 9 aluno L. H.



9 Fórmula da área do quadrado:
Para calcular a área do quadrado, temos que multiplicar a medida de 2 lados da figura = → L×L.
Às vezes os lados são chamados de base (B) e altura (H). No quadrado a base é = a altura (B=H). Então a fórmula de área do quadrado é:
$A = L^2$
Se o quadrado fosse 15 cm de lado, por exemplo:
$A = 15.15$
$A = 225 cm^2$
FONTE: www.todamateria.com.br

Fonte: acervo pessoal

Figura 114 - Exemplo questão 10 aluno L. H.



Fonte: acervo pessoal

Antes de iniciarmos as atividades no Geogebra, foi devolvido o material aos estudantes. Os exercícios foram corrigidos mediante as opiniões dos estudantes. Os alunos eram convidados a participar da construção das formulações de respostas, criando um modelo único de resolução no quadro branco. A professora tinha o papel apenas de intermediar as explicações e transcrever o que os discentes relatavam.

Para a primeira questão que tratava da definição de área, um estudante afirmou:

Aluno P. P.: “Área é algo que está dentro de um contorno.”

Aluno L. S.: “Profe faz um desenho para melhor referenciar essa parte.”

Professora: “Que desenho?”

Aluno L. S.: “Faz um quadrado e pinta dentro. Isso vai ser a área.”

Assim, a professora fez um quadrado conforme solicitado e pintou dentro a região delimitada. Os alunos ficaram bem satisfeitos com essa explicação e foram para a outra questão.

Na segunda questão era solicitada a definição de perímetro, onde alguns estudantes responderam:

Aluno M. R.: “Perímetro é o contorno de uma figura.”

Aluno P. S.: “É a soma de todos os lados de uma figura.”

Aluno L. S.: “Profe faz um desenho novamente.”

Professora: “Qual desenho?”

Aluno L. S.: “O mesmo que fez antes, só que agora você pinta o contorno.”

Dessa forma, foi desenhado um novo quadrado no quadro branco onde foi desenhado o contorno com outra cor, mostrando que esse era o perímetro da figura.

Para a questão 3, que questionava o tamanho total do apartamento, os comentários foram os seguintes:

Aluno A. F.: “Profe eu apenas contei todos os quadradinhos.”

Aluno E. S.: “Eu fiz diferente. Peguei 8 e multipliquei por 5.”

Professora: “Por que multiplicou esses números?”

Aluno E. S.: “Por que tem 8 quadradinhos na base e 5 quadradinhos no lado. Assim multipliquei os dois e descobri a área total.”

Muitos estudantes não tinham pensando dessa forma e comentaram:

Aluno A. F.: “Mas é mais fácil assim.”

Para a questão 3b que solicitava a área do banheiro, os comentários foram:

Aluno A. F.: “Aqui eu contei e deu quatro unidades de área.”

Aluno E. S.: “Podemos falar em dois por dois que dá quatro.”

Assim os estudantes concordaram com as resoluções e responderam as questões 3c, 3d e 3e evidenciando os cômodos de maneira correta informando que contaram os quadradinhos para resolver essas alternativas. Informaram que a resposta para a questão 3c era a cozinha, para a 3d era o banheiro e o corredor e para a 3e eram os dois quartos.

Na questão 4a era solicitada a área total do piso onde já haviam sido colocados os azulejos e eles responderam:

Aluno E. S.: “Basta fazer 6 vezes 4, como no outro.”

Aluno A. F.: “Contei e deu 24.”

Professora: “Isso é o mesmo valor?”

Aluno E. S.: “Sim.”

Para os itens 4b e 4c, que solicitava a quantidade de azulejos azuis e depois os vermelhos ao final do trabalho, eles contaram realmente os quadradinhos do piso, alguns pintando o desenho com as respectivas cores, outros colocando as letras A em referência ao azul e V em referência ao vermelho. Para a 4d que solicitava a área total do salão de festas, tivemos:

Aluno L. H.: “Deu 54. Fiz os 26 da questão b mais os 28 da questão c.”

Aluno E. S.: “Fiz seis vezes nove e também deu 54.”

Os estudantes perceberam que mesmo não tendo o mesmo desenvolvimento de pensamento chegaram ao mesmo resultado. Assim aparece mais uma vez relações entre os Campos Conceituais de Estruturas Aditivas e os Campos Conceituais de Estruturas Multiplicativas, ora alternando por um modelo e ora por outro.

Para a questão 4e também usaram as duas estratégias:

Aluno A. F.: “Contei doze.”

Aluno E. S.: “Fiz seis vezes dois.”

Professora: “Por que fizeste isso?”

Aluno E. S.: “Por que pensei nos pares de quadrados que tem nas cores azuis e vermelhas. Assim são seis pares de quadrados. Por isso seis vezes dois.”

Alguns estudantes disseram que também contaram através dos pares, contando a quantidade de pares e depois multiplicando por dois. Um aluno comentou:

Aluno M. R.: “Profe na verdade percebi que não eram retângulos só agora. Achei que eram todos duplos. Assim tive que multiplicar por dois todos os meus resultados.”

Para a questão 5a, os comentários foram os seguintes:

Aluno P. P.: “Profe eu fiz um retângulo dois por quatro e outro de quatro por dois.”

A professora fez os dois desenhos no quadro. Um aluno já mencionou:

Aluno E. S.: “São iguais, mas em posições diferentes.”

Foi refletido na turma isso. A professora comentou:

Professora: “Se pegarem eu e colocar de ponta a cabeça, pendurada, vai deixar de ser eu?”

Os alunos riram e falaram que não, vai continuar sendo a mesma pessoa.

Professora: “Da mesma forma a figura. Nesse exemplo ela só está em posições diferentes, mas continua sendo a mesma figura. Falamos na verdade que a mesma figura está em lugares diferentes. Mas retomando esse exemplo, o que seria outra solução?”

Aluno E. S.: “Poderia fazer um retângulo oito por um.”

A turma concordou e seguimos com a resolução. Para a figura 5b que pedia retângulos diferentes com o mesmo perímetro, falaram:

Aluno E. S.: “Um retângulo cinco por sete e outro de quatro por oito.”

Foi calculado o perímetro de cada figura e percebeu-se que acabava satisfazendo o que a questão solicitou.

Para a questão 5c, que pedia duas figuras diferentes com a mesma área, foi indicado por um aluno:

Aluno E. S.: “Fiz um quadrado de lado oito por oito e um retângulo dois por trinta e dois.”

Os estudantes comentaram sobre diversos outros exemplos confirmando a possibilidade de ter mais de uma solução para o mesmo problema.

Para a questão 5c, que pedia duas figuras diferentes com o mesmo perímetro, temos:

Aluno A. F.: “Um retângulo dois por três e um retângulo um por quatro.”

Professora: “Mas são figuras diferentes?”

Aluno A. F.: “Sim, não possuem o mesmo tamanho. E nem a mesma área.”

Os estudantes estavam de acordo com a explicação e partimos para outra questão. Para a questão 6a, que pedia um polígono de 15 quadradinhos, responderam:

Aluno P. P.: “Profe eu fiz um retângulo três por cinco.”

A turma concordou e fomos adiante. Para a questão 6b, que pedia um polígono com área de seis quadradinhos a resposta foi a seguinte:

Aluno L. S.: “Profe eu fiz uma escadinha, começando em três degraus e terminando em um.”

Professora: “Você pode vir desenhar no quadro?”

Aluno L. S.: “Sim.”

Ele veio, representou e a turma também concordou com esse modelo de resposta.

Na questão 6c era solicitado um quadrilátero de área de 7 quadradinhos. Os alunos comentaram:

Aluno L. S.: “Profe eu fiz o mesmo desenho da anterior. A escadinha. Só que com mais um no lado.”

Aluno E. S.: “Mas esse não é um quadrilátero.”

Professora: “Qual seria um modelo de resposta então?”

Aluno E. S.: “Um retângulo um por sete.”

A turma concordou e seguimos para a questão 6d, que solicitava um octógono com área de quatro quadradinhos. Teve alguns modelos de resposta:

Aluno G. P.: “Eu fiz um T só que virado.”

Aluno M. R.: “Eu fiz um N.”

Aluno L. S.: “Eu tentei fazer uma caixa de pizza, mas não consegui chegar a quatro de área por causa das metades.”

Os estudantes se satisfizeram com os modelos e foi seguido com a correção. Na questão 8 era solicitado o perímetro e a área das figuras desenhadas e os alunos fizeram sem maiores dificuldades, informando que contaram os quadradinhos dos lados para o perímetro e os quadradinhos para a área. Salientaram que a área teria que ser usado u.a (unidades de área) e para o perímetro u.c. (unidades de comprimento).

Para a questão 8 não foi feito nenhum modelo no quadro, pois cada um tinha o seu desenho. Para a questão 9 que pedia a fórmula da área de um quadrado, responderam:

Aluno E. S.: “Largura vezes base.”

Aluno A. F.: “Não. Isso é do retângulo.”

Aluno L. S.: “Pesquisei e encontrei que é lado vezes lado.”

Aluno M. R.: “Como os lados são iguais podemos falar lado ao quadrado.”

Assim a professora desenhou um quadrado no quadro e escreveu as fórmulas que os alunos informaram. Para o retângulo comentaram:

Aluno E. S.: “Base vezes altura.”

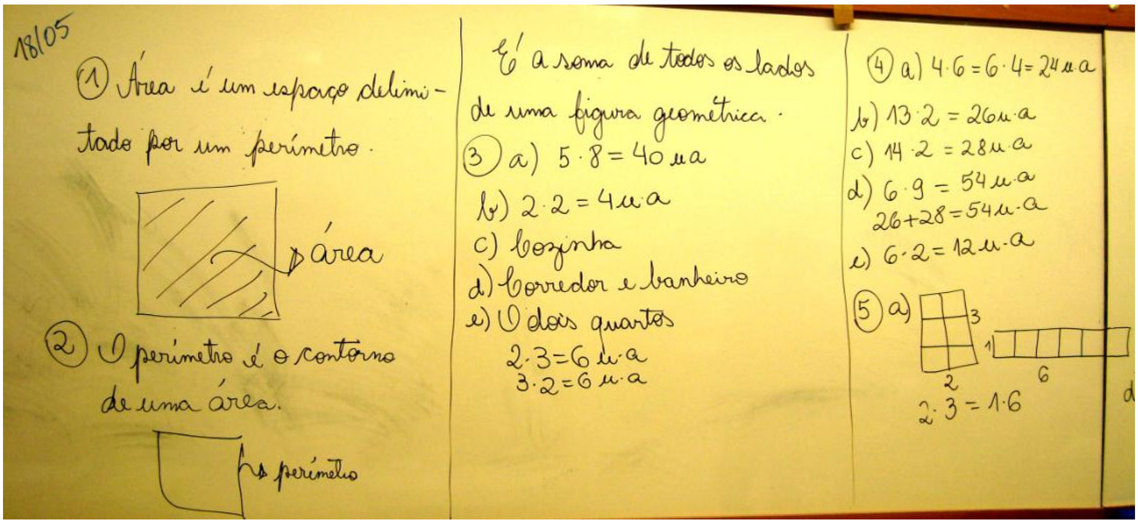
Aluno A. F.: “B vezes H, mas não entendi o porquê dessas letras.”

Professora: “Por que será turma? Alguém pesquisou isso?”

Ninguém sabia responder e assim a professora mencionou a escrita em inglês. Novamente a professora fez o desenho de um retângulo e indicou a fórmula como os estudantes relataram.

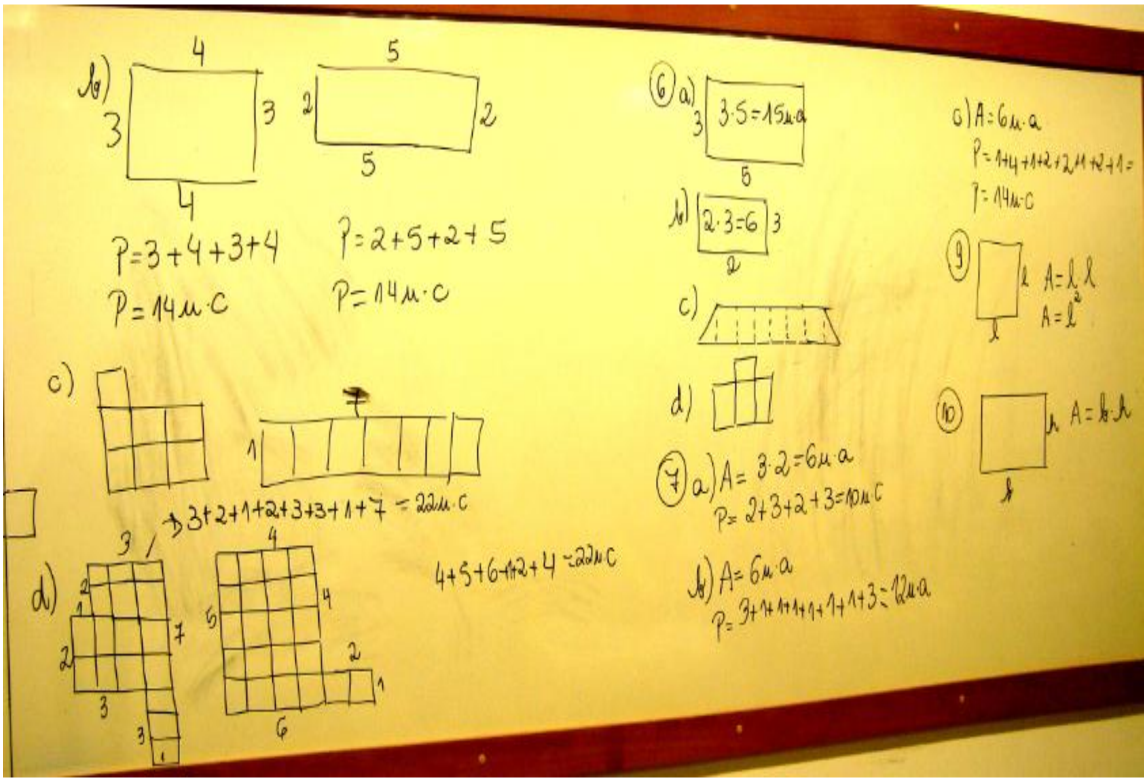
As imagens a seguir ilustram os quadros com os resumos construídos pelas duas turmas.

Figura 115 - Ilustração quadro 1 7SA



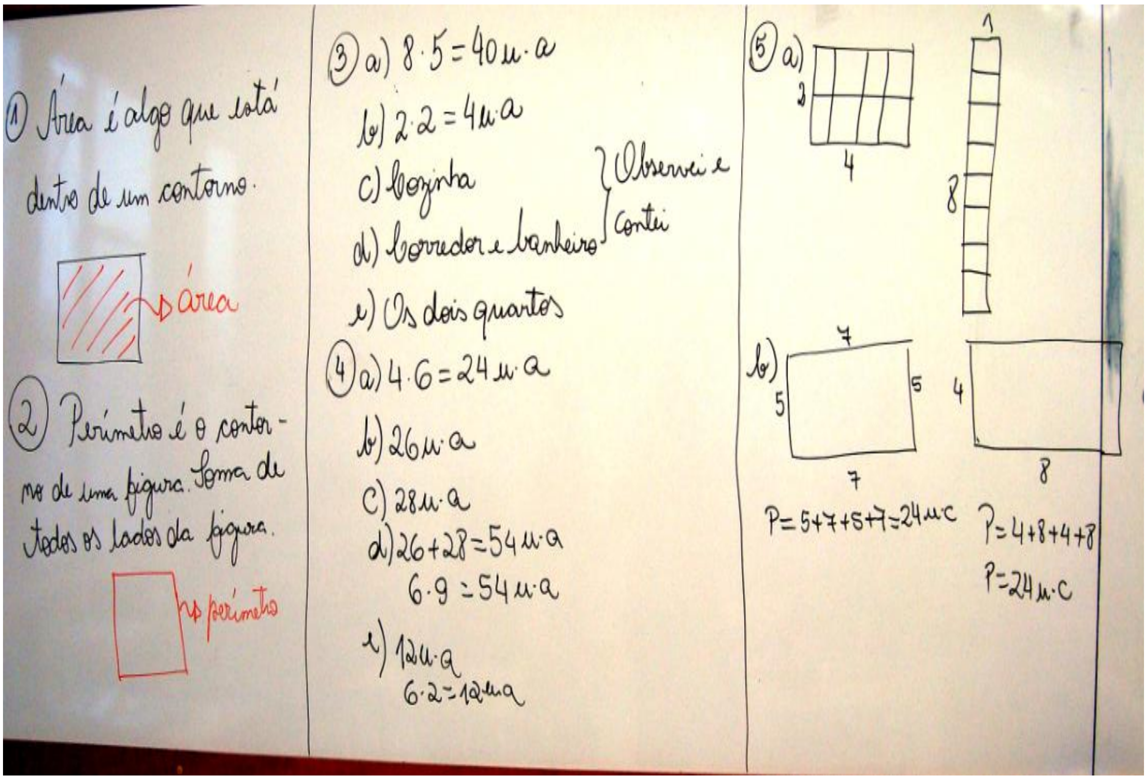
Fonte: acervo pessoal

Figura 116 - Ilustração quadro 2 7SA



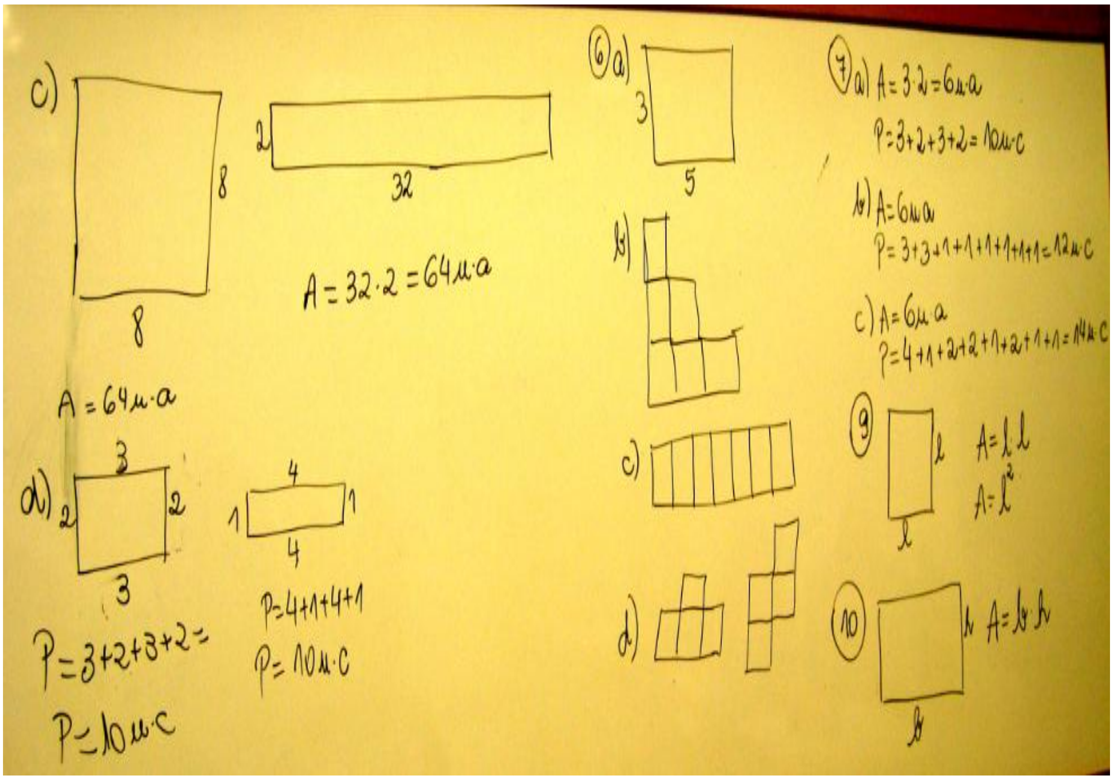
Fonte: acervo pessoal

Figura 117 - Ilustração quadro 1 7SB



Fonte: acervo pessoal

Figura 118 - Ilustração quadro 2 7SB



Fonte: acervo pessoal

Foi solicitado que colassem essa atividade no caderno e foi seguida para a próxima atividade, a primeira a ser feita no tablet.

A atividade posterior foi em relação a utilização consciente do tablet e do software Geogebra. Foi trabalhado com os discentes conceitos de ética e utilização de material tecnológico, mostrando a importância do zelo, cuidado e responsabilidade de suas ações. Nesse momento não tínhamos um tablet por estudante, sendo assim eles sentaram em duplas para o desenvolvimento da primeira atividade.

Assim cada estudante recebeu um tablet e começou o manuseio. A partir dessa aula, o computador da professora sempre estava conectado ao data show e assim foi sendo apresentado o software Geogebra. Foi explorado o Geogebra e os principais recursos a serem utilizados nas próximas atividades, como segmento e polígono. Foi falado sobre os eixos da Janela de Visualização e como não seria trabalhado com eles nas atividades foram retirados, ficando apenas com a malha quadriculada.

Foi mostrado para os estudantes o Geogebra, explicando seus diferentes modos de utilização: online e offline, computadores, tablets, smartphones, ... Um dos alunos comentou que seu irmão estava estudando no terceiro ano do ensino médio e também estava utilizando esse software nas aulas de matemática. Foram assim explicados os diferentes níveis que o software atua e a sua vasta possibilidade de ensinamentos.

Foram mostrados para os estudantes os recursos que debatemos alguns dias antes, como as retas. Foram relembrados os conceitos de que uma reta não tem início e nem fim. Construiu-se uma reta através do software e eles perceberam que por mais que manuseasse a Janela de Visualização não se encontrava nem seu começo e muito menos o seu fim. Vimos também o recurso de segmento de retas. Um aluno comentou:
Aluno M. R.: “Aqui fica bem claro que existe começo e fim.”

Sendo assim, conseguimos melhor esclarecer os conceitos de retas e segmentos que havíamos comentado em aulas anteriores. Esses conceitos de geometria são explorados e melhores discutidos na 8ª série, mas surgiu como uma questão de debate em sala de aula quando definimos as figuras geométricas planas como: quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulos, trapézios e losangos.

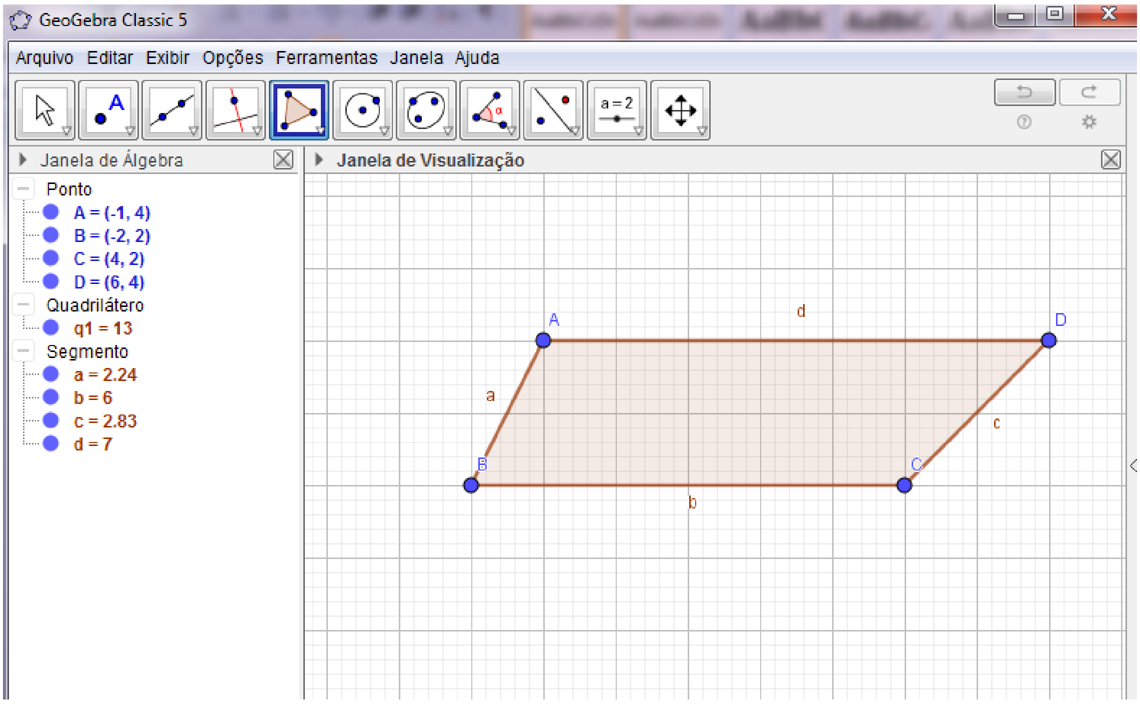
Continuando a exploração do Geogebra, foi selecionado e trabalhado com a ferramenta polígono, pedindo então que eles tivessem um momento de exploração do software. Muitas duplas trabalharam com outras diferentes ferramentas, manipulando totalmente o software apresentado. Alguns ficaram um pouco receosos, mas evidenciei que a prática é sempre válida e quando mais manuseassem melhor seria para o andamento do trabalho.

Para que os estudantes se entrosassem com o aplicativo, desenhei um quadrado e pedi para que eles reproduzissem. Alguns tiveram dificuldades em realizar os polígonos, pois achavam que no tablet tinha que fazer a marcação segurando o dedo na tela do tablet e não somente clicando como é na verdade. Passado isso, conseguiram desenhar sem maiores problemas.

Depois disso, mostrei a ferramenta zoom, que sendo utilizada uma vez facilita o toque na formação dos polígonos em suas medidas exatas. Além disso, foi mostrada a ferramenta mover, para que conseguissem manusear a figura formada e transformá-la na maneira mais adequada para a resolução das atividades.

Desenhei uma malha quadriculada um quadrilátero abaixo e perguntei:

Figura 119- Imagem ilustração do desenho na Janela de Visualização



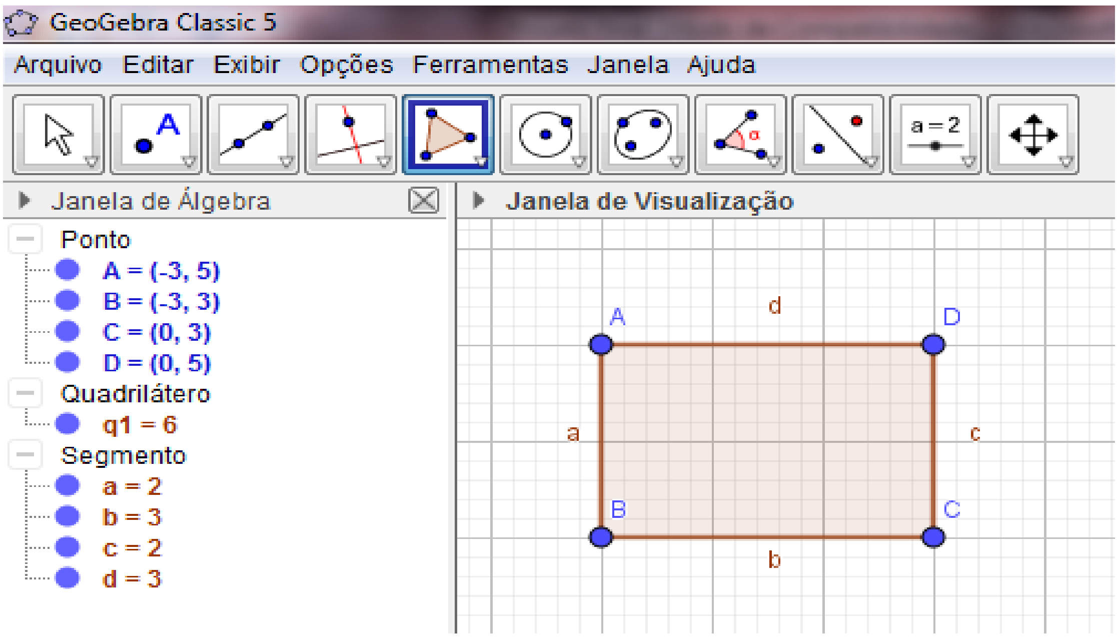
Fonte: acervo pessoal

Professora: “Isso não é um paralelogramo. Por quê?”

Aluno M. R.: “Não tem lados opostos paralelos e iguais.”

Desenhei novamente na janela de visualização um retângulo três por dois e pedi que reproduzissem.

Figura 120- Imagem ilustração de retângulo três por dois



Fonte: acervo pessoal

Além disso, pedi que observassem os valores que foram gerados na Janela de Álgebra. Logo falaram:

Aluno L. S.: “Acho que esses segmentos são os lados.”

Assim o aluno estava se referindo a Janela de Álgebra.

Aluno E. S.: “O valor do quadrilátero ali é a área da figura.”

Assim, os estudantes perceberam que o software apresenta o tamanho dos lados e a área já calculada.

Essa manipulação aconteceu nas duas turmas, desejando proporcionar que os alunos percebessem a intensidade do toque, organizassem nas duplas uma ordem de manipulação e observassem diferentes modelos que o software poderia proporcionar. O tempo destinado para essa atividade foi baseado na exploração dos discentes. Quando foi percebido que estavam aptos para a primeira atividade no Geogebra o trabalho prosseguiu.

A Atividade 1 a seguir foi entregue para os estudantes, juntamente com um tablet. Essa atividade tinha como objetivo:

- Utilizar mecanismos tecnológicos no ensino aprendizagem de matemática;
- Integrar os estudantes com diferentes recursos metodológicos digitais;
- Fixar os conceitos de perímetro e área de figuras geométricas planas;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

Atividade 1- Abordagem inicial dos conceitos de área e perímetro

1) Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com perímetro de 10 centímetros.

a) Calcule as áreas das figuras**.**

b) As áreas são iguais? Por que isso acontece?

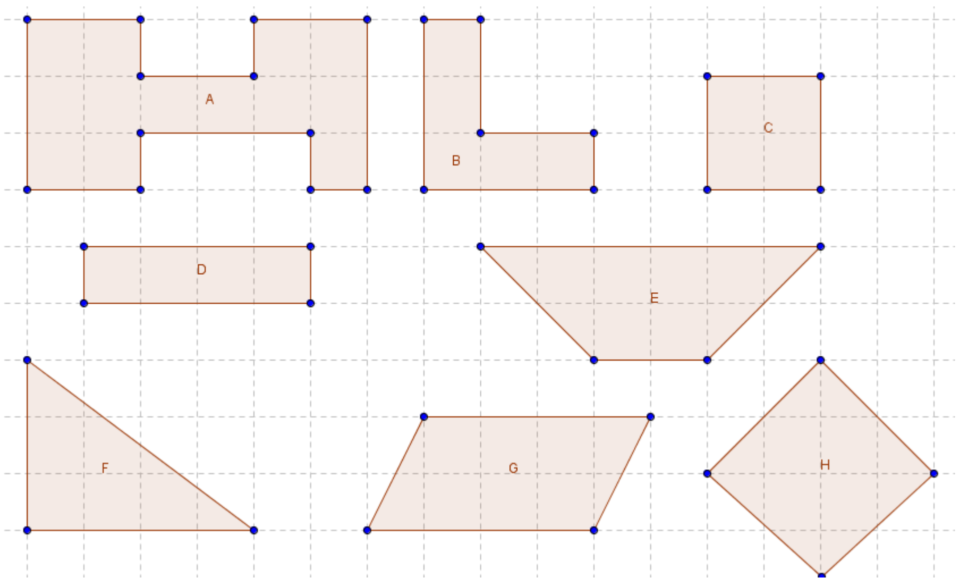
2) Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com área de 4 centímetros quadrados.

a) Calcule os perímetros das figuras**.**

b) Os perímetros são iguais? Por que isso acontece?

3) Agora, abra o arquivo na área de trabalho intitulado Trabalho1 e calcule a área e o perímetro de cada uma das figuras representadas. Descreva como você chegou a cada resultado.

Figura 121 - Trabalho 1



Fonte: acervo pessoal

Foi orientado que cada estudante pegasse uma folha de bloco e reproduzissem o que fizeram nos tablets, explicando o máximo possível cada atividade.

Os estudantes da 7SA responderam a questão 1a sem maiores dificuldades, sem questionamentos. Para a atividade 1b, não sabiam o porquê de isso acontecer sempre ou não acontecer. Os diálogos foram:

Aluno V. S.: “Profe eu não sei se isso acontece sempre. Como posso fazer?

Professora: “Quantos exemplos fez? Tente fazer mais alguns modelos para tentar perceber o que acontece.”

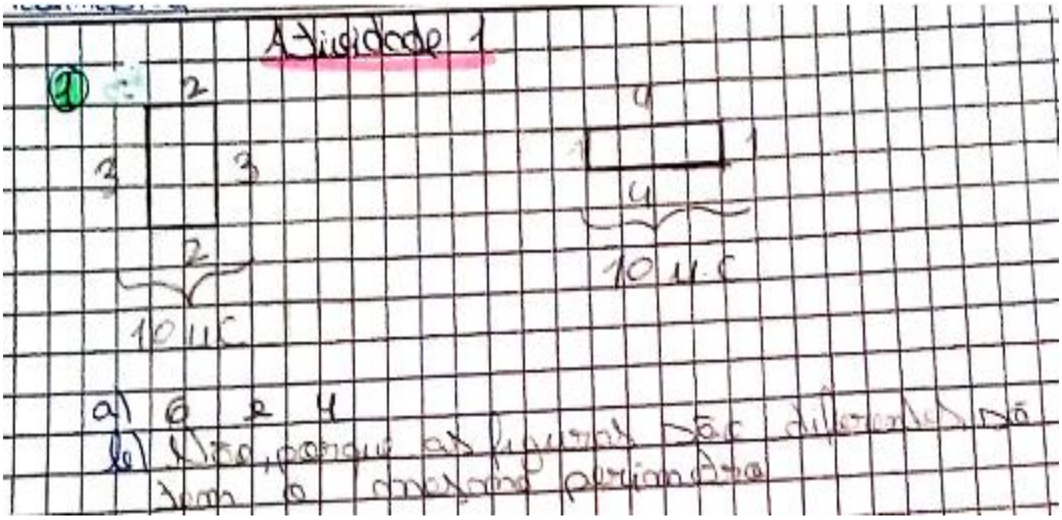
Aluno P. P.: “Sempre serão diferentes, pois as figuras são diferentes.”

Professora: “Mas os dois que desenhaste não são retângulos?”

Aluno P. P.: “Sim, mas as medidas são diferentes. Um é um por quatro e outro é dois por três.”

A seguir está a representação do aluno.

Figura 122 - Ilustração Atividade 1 questão 1



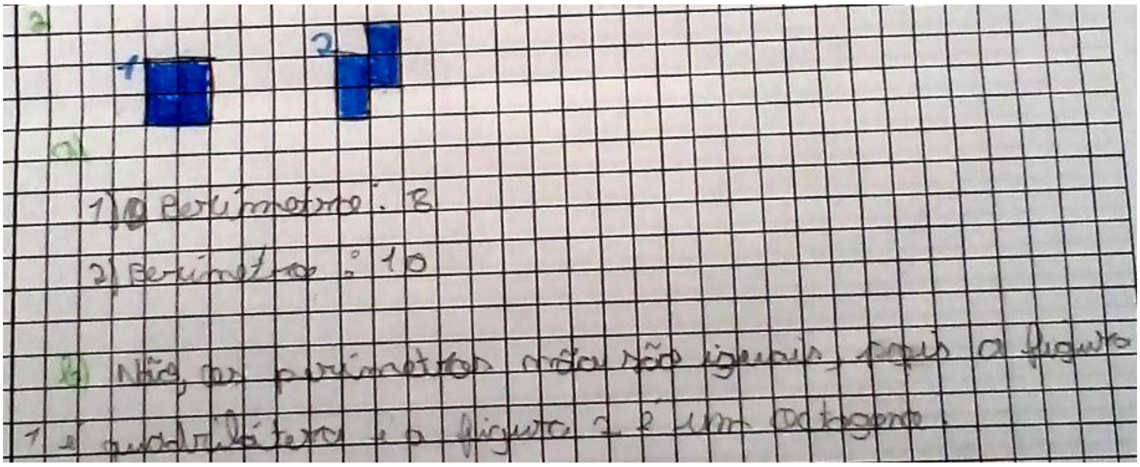
Fonte: acervo pessoal

Para a questão 2, os problemas foram minimizados e os estudantes não apresentaram dúvidas ao resolver. Comentaram:

Aluno P. P.: “É igual a primeira, só que ao invés de determinar o perímetro estamos determinando a área.”

Os discentes continuaram resolvendo a questão 2 baseando-se no que realizaram na questão 1. A seguir está um modelo de resposta dado por um aluno.

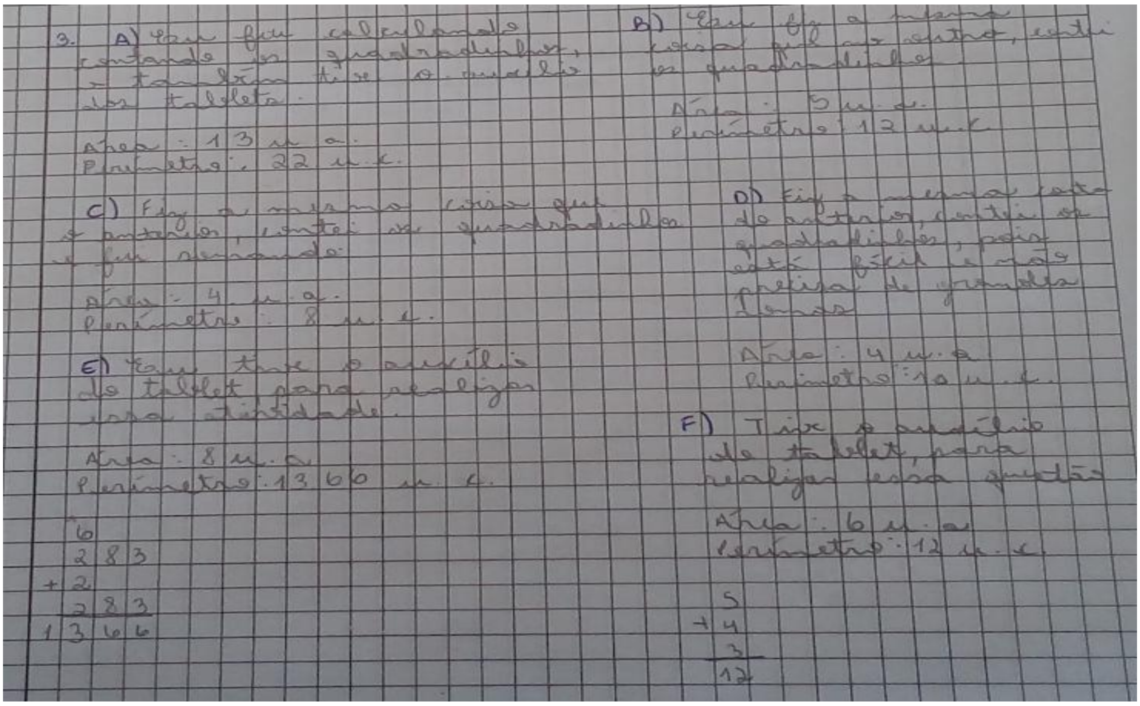
Figura 123 - Ilustração Atividade 1 questão 2



Fonte: acervo pessoal

Para a questão 3 o setor de tecnologia da informação não conseguiu colocar o arquivo pronto nos tablets. Assim os estudantes tiveram a possibilidade de fazer a figura quando julgassem necessário. Cada dupla agiu de uma forma, ora desenhando, ora olhando na folha o polígono desenhado. A maioria dos estudantes realizou contando ou observando as medidas que o Geogebra proporcionava. A seguir um modelo de resolução por um estudante:

Figura 124 - Ilustração Atividade 1 questão 3



Fonte: acervo pessoal

À medida que terminavam a questão 3, foi necessário fazer com que eles pensassem na medida de segmentos na diagonal, para que percebessem que a medida se alterava se estava sobre os quadradinhos ou em partes em oblíquas. Antes de desenhar na Janela de Visualização perguntei:

Professora: “Se eu fizer um quadrado de 1 centímetro de lado e um quadrado com os lados formados pelas diagonais dos quadrados da malha eles terão o mesmo perímetro e a mesma área?”

De um modo geral os estudantes disseram que sim, concordaram que o quadrado feito de lado 1 centímetro tem as mesmas medidas do que feitos pela diagonal. Sendo assim, desenhei os dois modelos na Janela de Visualização e pedi que os estudantes observassem os resultados.

Aluno A. F.: “São bem diferentes.”

Aluno M. R.: “O das diagonais é bem maior.”

Aluno G. P.: “Os lados são de tamanhos diferentes.”

Assim foi refletido com os estudantes que são figuras diferentes em suas medidas e por mais que possa parecer ter e mesma medida, é melhor desenhar no Geogebra e calcular com base no que é certo e está descrito pelo software.

Senti necessidade em fazer isso uma vez que muitos estudantes não estavam reproduzindo no Geogebra as figuras E, F, G e H, que se faziam necessárias para a atividade ser realizada com compreensão e sucesso.

Muitos estudantes sentiram a dificuldade de reproduzir os desenhos na malha quadriculada por causa imprecisão do dedo. Novamente foi mostrado a ferramentas zoom e o mover para que não precisassem apagar toda vez que errassem.

Aluno P. S.: “Profe estou pegando o jeito. Vejo quantos lados ela tem e depois vou ajustando.”

Professora: “Isso mesmo, com o zoom fica mais fácil consertar a figura que fizeram errado.”

Os estudantes completaram a Atividade 1 sem maiores problemas, ora desenhando ora observando na folha que lhes foi entregue. Os conceitos de área e perímetro não foram mais questionados. Depois que terminaram a Atividade 1, os estudantes entregaram o material e foram para a Atividade 2. Para a Atividade 2 foi entregue a seguinte orientação:

Atividade 2- Estudo da fórmula da área do quadrado e retângulo

Os exercícios que serão propostos na Atividade 2 estão descritos a seguir.

1) Crie quatro quadrados e quatro retângulos. Identifique-os. Calcule a área e o perímetro dessas figuras.

2) Abra um novo arquivo e com as áreas dos retângulos do item 1 crie quadrados.

3) Isso é sempre possível? De que forma?

4) Abra um novo arquivo e com as áreas dos quadrados do item 1 crie retângulos.

5) Isso é sempre possível? De que forma?

- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

Os alunos pegaram novamente uma folha de bloco quadriculado e começaram a desenvolver a questão 1. Os alunos, na questão 1, apenas questionaram sobre a identificação:

Aluno A. F.: "Profe, como assim identifique-os?"

Professora: "Você pode numerá-los para melhor descrever nas outras atividades."

Depois disso, resolveram a questão 1 sem problemas, calculando a área e o perímetro de cada figura que desenharam.

Sobre a questão 2, serão apresentados os debates em situações diferentes, pois na turma 7SA os estudantes sentiram bastante dificuldades. Já na turma 7SB um aluno foi certeiro. Começo mostrando a experiência da turma 7SA.

Aluno L. S.: "Não entendi a questão 2."

Professora: "Com as áreas dos retângulos desenhados na questão um, você deve fazer quadrados."

Aluno L. S.: "Mas eu desenhei um retângulo que tem dois de área."

Professora: "Você deve fazer um quadrado de duas unidades."

Aluno L. S.: "Mas não dá."

Assim muitos alunos começaram a ficar relutantes para fazer a atividade, dizendo que sempre era impossível fazer de um retângulo um quadrado. Pedi que eles pensassem nas definições de retângulo e quadrado que trabalhamos em aulas anteriores.

Aluno L. S.: “Todo quadrado é um retângulo.”

Aluno P. P.: “Mas nem todo retângulo é um quadrado.”

Professora: “E porque será isso?”

Aluno L. S.: “Os lados são diferentes.”

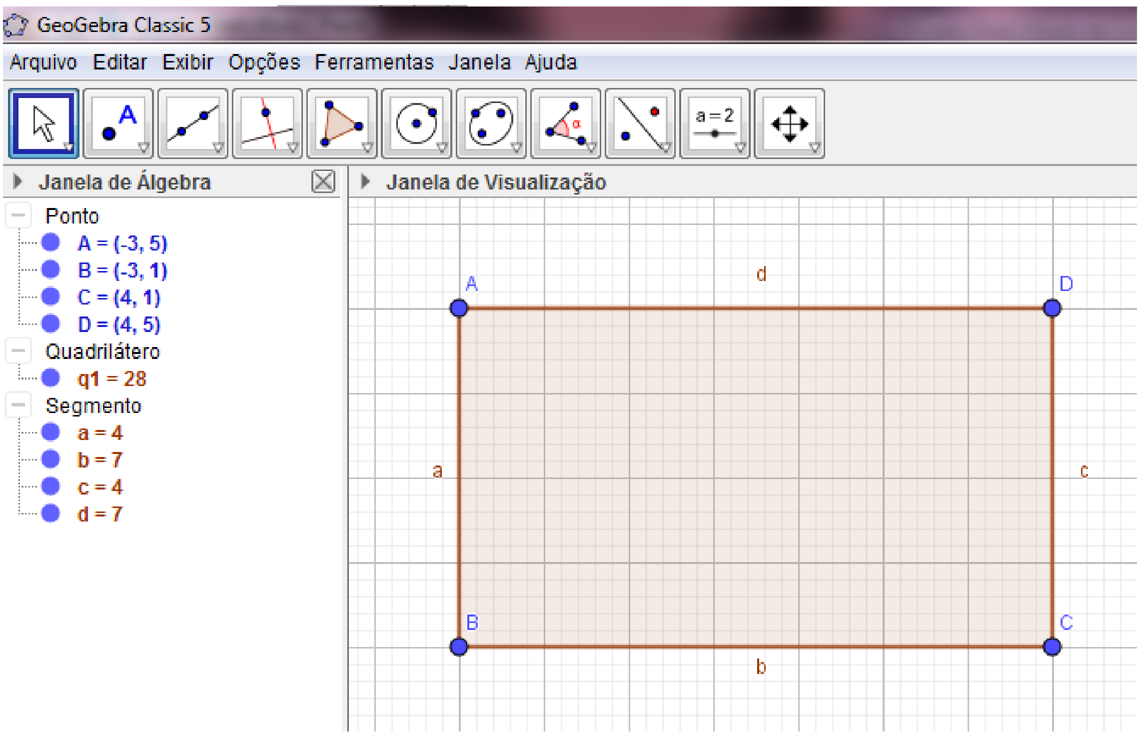
Professora: “Mas vamos pensar juntos então. O nosso problema é fazer um quadrado de duas unidades de área. Isso é possível?”

Os estudantes estavam pensando e alguns balançaram a cabeça dizendo que não, mas não usaram argumentos para a defesa.

Aluno P. P.: “Tem que ter área maior.”

Desenhei na Janela de Visualização um retângulo de quatro por sete e pedi se esse dava.

Figura 125 - Ilustração exemplo de retângulo quatro por sete



Fonte: acervo pessoal

Aluno L. S.: “Também não dá. A medida não é exata.”

Professora: “Como não é exata?”

Aluno L. S.: “Não é múltiplo de quatro.”

Professora: “Mas por que tem que ser múltiplo de quatro?”

Também não souberam responder.

Professora: “O que precisa ter um quadrado?”

Aluno L. S.: “Lados iguais.”

Professora: “E como calculamos a área?”

Aluno L. S.: “Lado vezes lado.”

Professora: “Ou seja, lado ao quadrado.”

Os estudantes estavam pensando, mas não conseguiam relacionar com a raiz quadrada.

Professora: “Vamos pensar nas operações inversas. Qual a operação inversa da potenciação.”

Aluno P. P.: “Radiciação.”

Aluno M. R.: “Só vai dá para fazer quando tiver a raiz exata.”

Professora: “Exato. Está aí o ponto que queríamos chegar. Nos quadrados o lado é a raiz quadrada da área.”

Aluno P. P.: “Assim só vamos conseguir desenhar os quadrados das áreas que tem raiz.”

Professora: “A raiz quadrada de um número sempre é possível calcular, mas nem sempre se é exata.”

Assim os estudantes voltaram rapidamente para seus tablets e tentaram reproduzir os seus modelos a partir das discussões obtidas. A seguir estão representados alguns modelos de respostas para a Atividade 2 confeccionada pelos estudantes. Os dois primeiros ressaltam a raiz quadrada e possibilidades de construção.

Para a turma 7SB o desenvolvimento foi um pouco diferente, como ilustrado a seguir. Para a questão 2, logo os comentários surgiram:

Aluno A. F.: “Profe estou tendo que modificar todos os meus retângulos, pois nenhum consigo construir quadrados.”

Professora: “Mas por que você está modificando? Vamos pensar em soluções assim.”

Aluno A. F.: “Mas assim não dá. Não fiz boas escolhas.”

Foi solicitada à atenção da turma e reproduzi na Janela de Visualização o retângulo dois por um que o aluno havia desenhado.

Professora: “Turma, vamos ajudar o colega a resolver esse problema. Queremos montar um quadrado com área dois. Como podemos fazer?”

Os estudantes voltaram à atenção para o debate e começaram a desenvolver seus pensamentos.

Aluno C. M.: “Tem que ser múltiplo de quatro.”

Aluno L. H.: “Não tem nada a ver isso. Por que múltiplo de quatro?”

Aluno C. M.: “Tem quatro lados.”
Aluno L. H.: “E daí?”
Professora: “Lembram das definições das figuras?”
Aluno A. F.: “Retângulo não é sempre quadrado, mas todo quadrado é retângulo.”
Professora: “Ou seja, conseguimos sempre formar retângulos a partir de quadrados. Mas e o contrário, por que não pode sempre?”

Foi desenhado na janela de Visualização um retângulo um por nove e pedi para que pensassem em um quadrado a partir dele.

Aluno L. H.: “Pode ser feito um quadrado de lado três.”

Assim repeti os comandos e foi desenhado o quadrado. Alguns alunos ficaram satisfeitos.

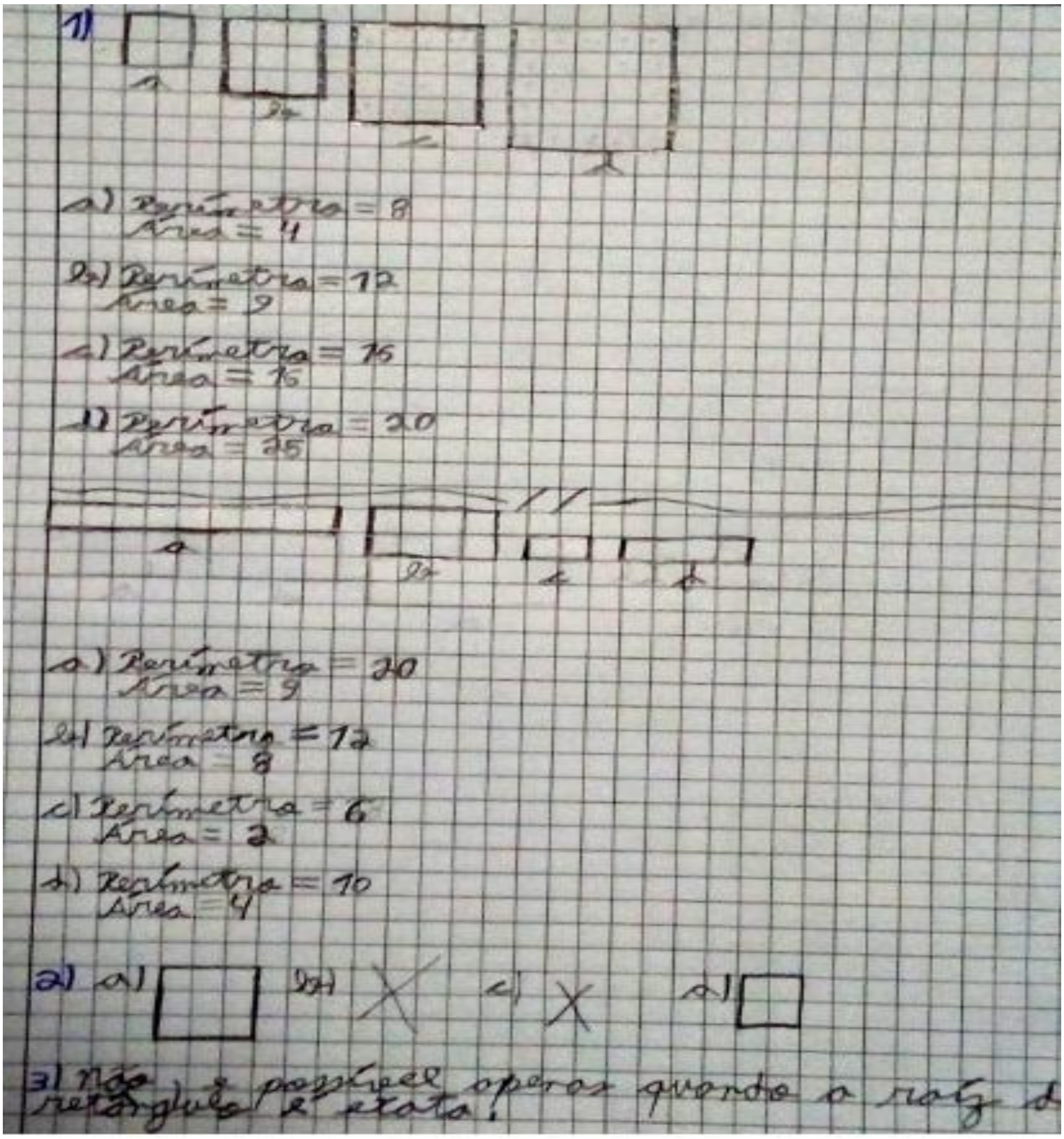
Aluno A. F.: “Tem que ser ímpar então.”

Desenhei depois na Janela de Visualização um retângulo dois por oito e pedi que pensassem em um quadrado a partir dele.

Aluno L. H.: “Pode ser feito um quadrado de lado quatro.”
Aluno A. F.: “Então não tem nada a ver com ser ímpar ou par.”
Aluno E. S.: “Tem que ter a raiz quadrada exata do lado.”
Aluno A. F.: “Que raiz quadrada?”
Aluno E. S.: “Observe. Qual a raiz de nove? Três. Olha o primeiro desenho tem um quadrado de lado três. No segundo a área do retângulo é dezesseis. A raiz quadrada de dezesseis é quatro. Ou seja, um quadrado de lado quatro.”
Aluno A. F.: “Assim só vai ter como desenhar um retângulo se o valor tiver a raiz exata.”
Professora: “É isso mesmo. Caso a raiz for exata, conseguimos representar um quadrado. Vamos observar na calculadora o exemplo do retângulo de área dois. Calculando a raiz de dois obtemos um número infinito.”
Aluno A. F.: “Claro. O lado do quadrado deve ser exato, não tem como ser infinito.”

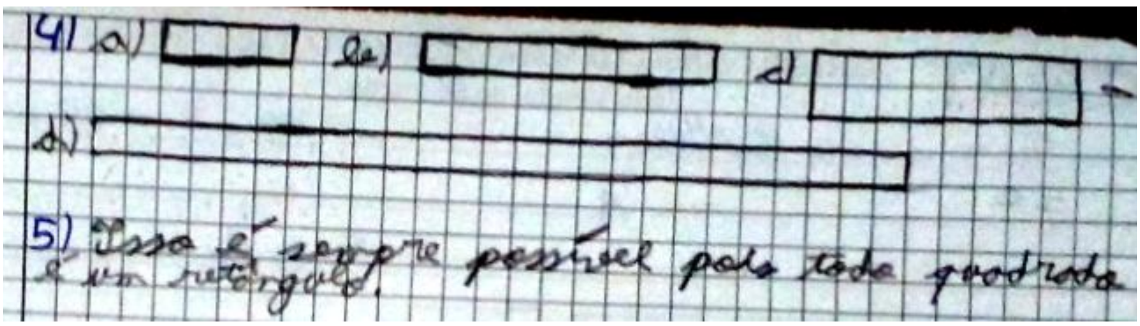
Dessa forma os estudantes estavam aflitos para voltar a desenvolver suas questões e foi o que fizeram. Terminaram a Atividade 2 e entregaram o material. A seguir estão alguns modelos de materiais confeccionado pelos estudantes para a questão 2 do Atividade 2.

Figura 126 - Ilustração Atividade 2 aluno F. S



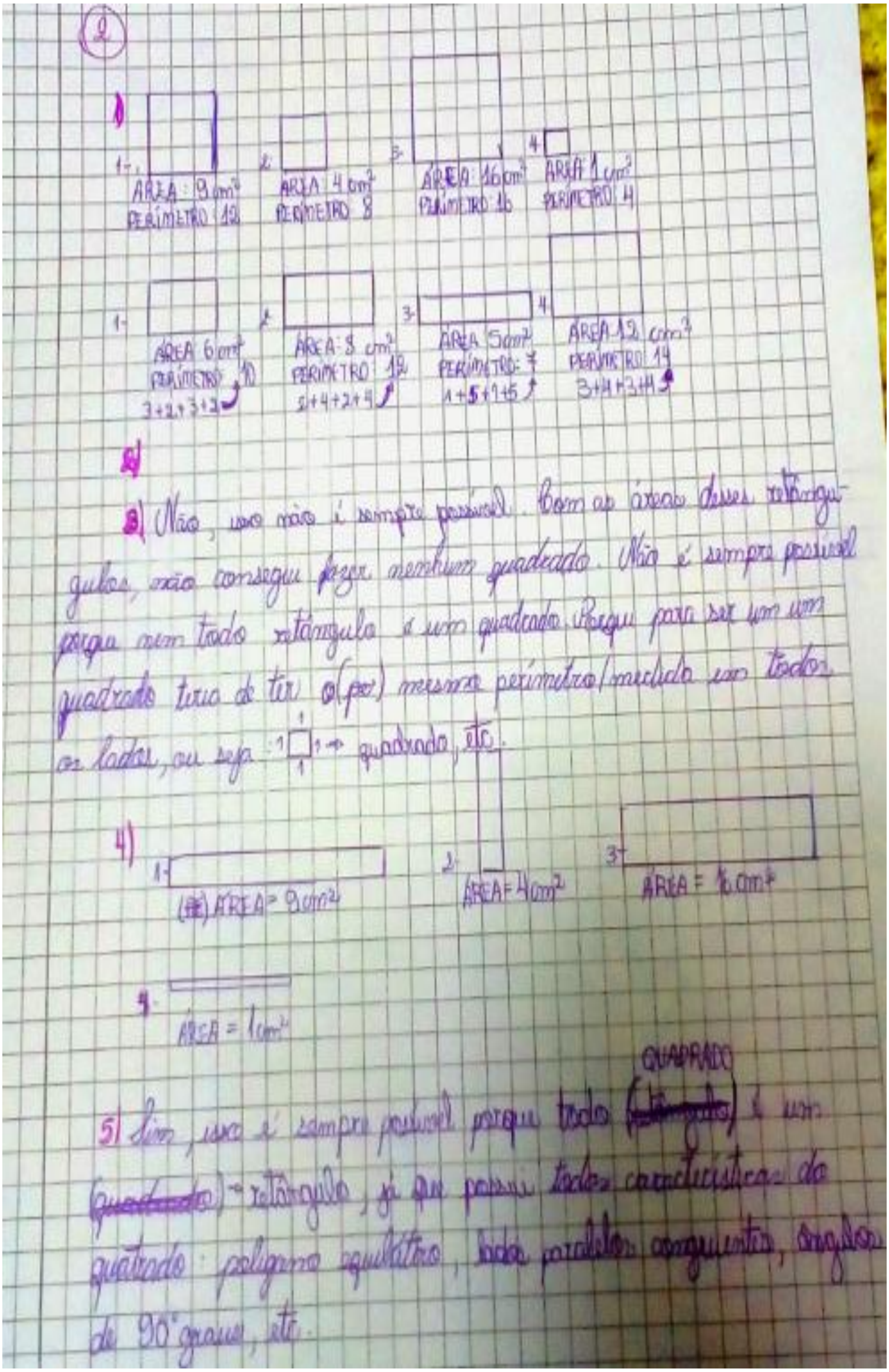
Fonte: acervo pessoal

Figura 127 - Ilustração Atividade 2 aluno F. S. continuação



Fonte: acervo pessoal

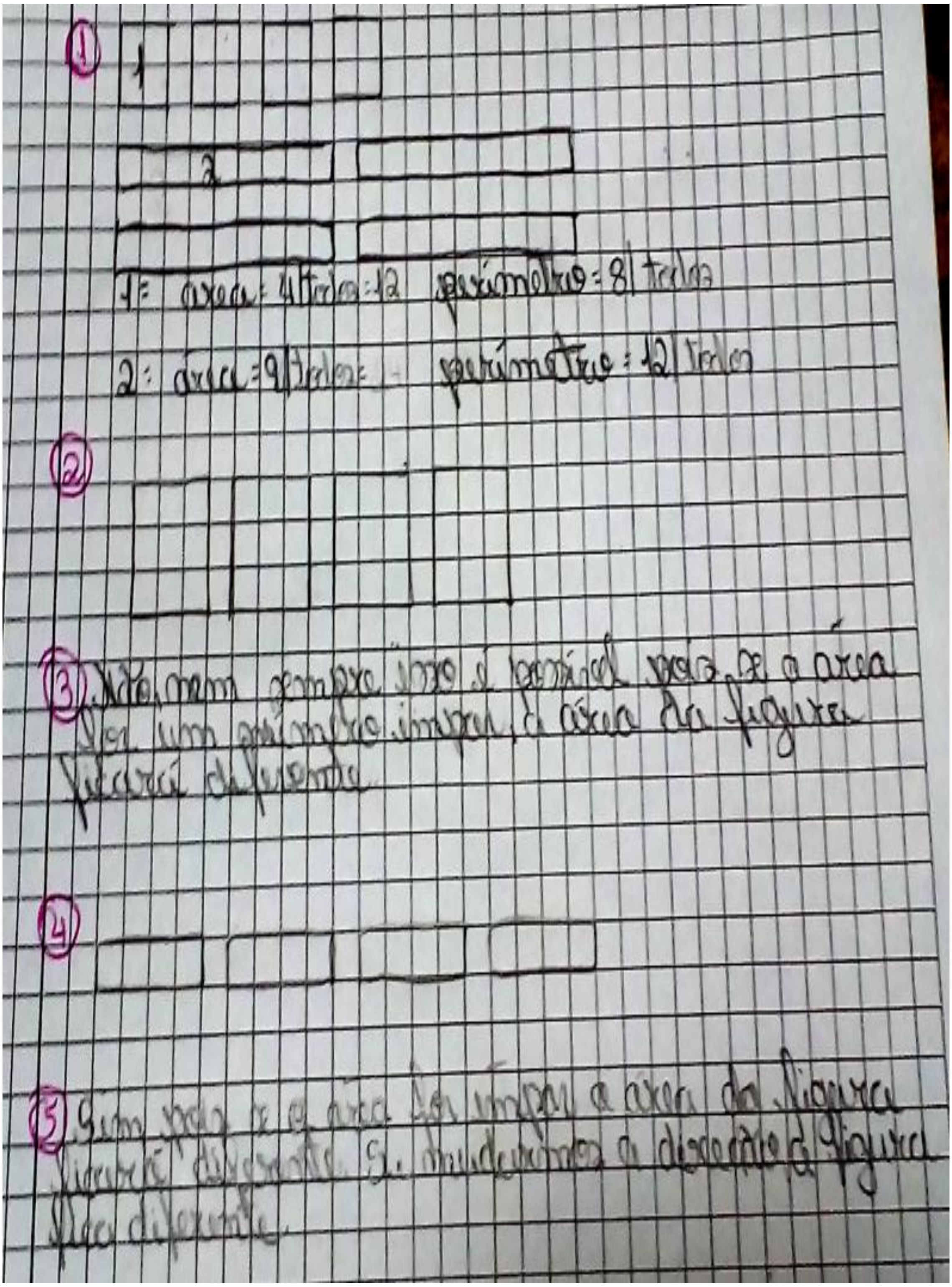
Figura 128 - Ilustração Atividade 2 aluno L. H.



Fonte: acervo pessoal

Já esse discente apresenta sua explicação baseada no número ser ímpar, ocorrendo um equívoco.

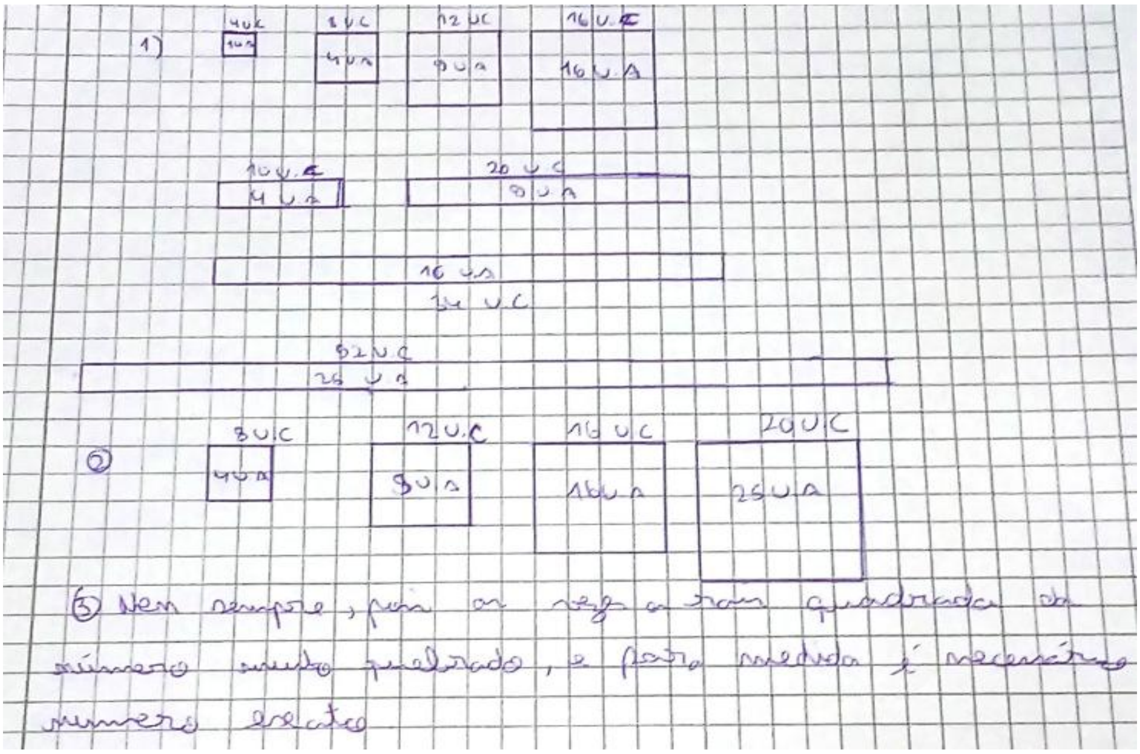
Figura 129 - Ilustração Atividade 2 aluno L. R.



Fonte: acervo pessoal

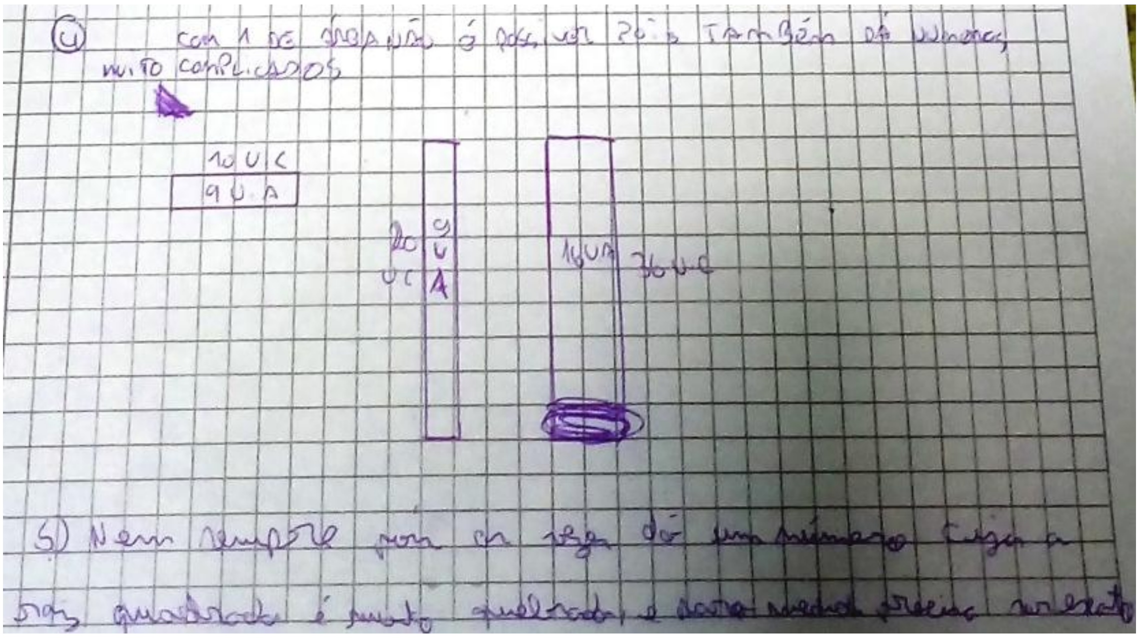
Já esse aluno ressalta as possibilidades da raiz quadrada e das ocorrências de possíveis números decimais.

Figura 130 - Ilustração Atividade 2 aluno P. P.



Fonte: acervo pessoal

Figura 131 - Ilustração Atividade 2 aluno P. P. continuação



Fonte: acervo pessoal

Para a Atividade 3 foi entregue a seguinte orientação:

Atividade 3- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos paralelogramos

A Atividade 3 será desenvolvida com a abordagem da professora, tentando provocar a autonomia dos estudantes para as Atividade 4, Atividade 5 e Atividade 6.

Nessa parte do desenvolvimento da proposta de trabalho, não estaremos direcionados em calcular o perímetro de paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios, uma vez que precisamos, por exemplo, do Teorema de Pitágoras e esse será abordado em outro momento de aprendizagem. Nosso foco agora será a descoberta das fórmulas de área de paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios. Os exercícios que serão propostos na Atividade 3 estão descritos a seguir.

1) Escreva a definição do paralelogramo.

2) Crie três exemplos diferentes de paralelogramos.

3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.

4) De que forma há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?

5) Como podemos calcular a área de paralelogramos utilizando uma fórmula?

Os objetivos da Atividade 3 eram os mesmos da Atividade 2. Para cada estudante foi dado um tablet e uma folha da Atividade 3. Foi solicitado que pegasse uma folha de bloco de malha quadriculada e reproduzisse tudo aquilo que fossem desenvolvendo nos tablets.

Tivemos problemas com a bateria dos tablets uma vez que o setor de tecnologia da informação acabou não carregando os tablets de sábado para a aula de quarta-feira. Tivemos que adaptar os lugares conforme haviam tomadas e ligar algumas extensões, para que enquanto uns estavam carregando e sendo utilizados, outros fossem manuseando os tablets com mais bateria, fazendo um rodízio com os tablets no seu carregamento.

Os alunos não tiveram problemas na resolução das questões 1, 2 e 3, uma vez que fazia pouco tempo que desenvolvemos um trabalho baseado em definições de figuras geométricas planas e já estavam acostumados com os recursos do Geogebra. Os poucos comentários que teve foram:

Aluno P. S.: “Mas profe quais são os tipos de paralelogramos?”

Professora: “Como assim tipos?”

Aluno P. S.: “Tem escaleno, retângulo e isósceles?”

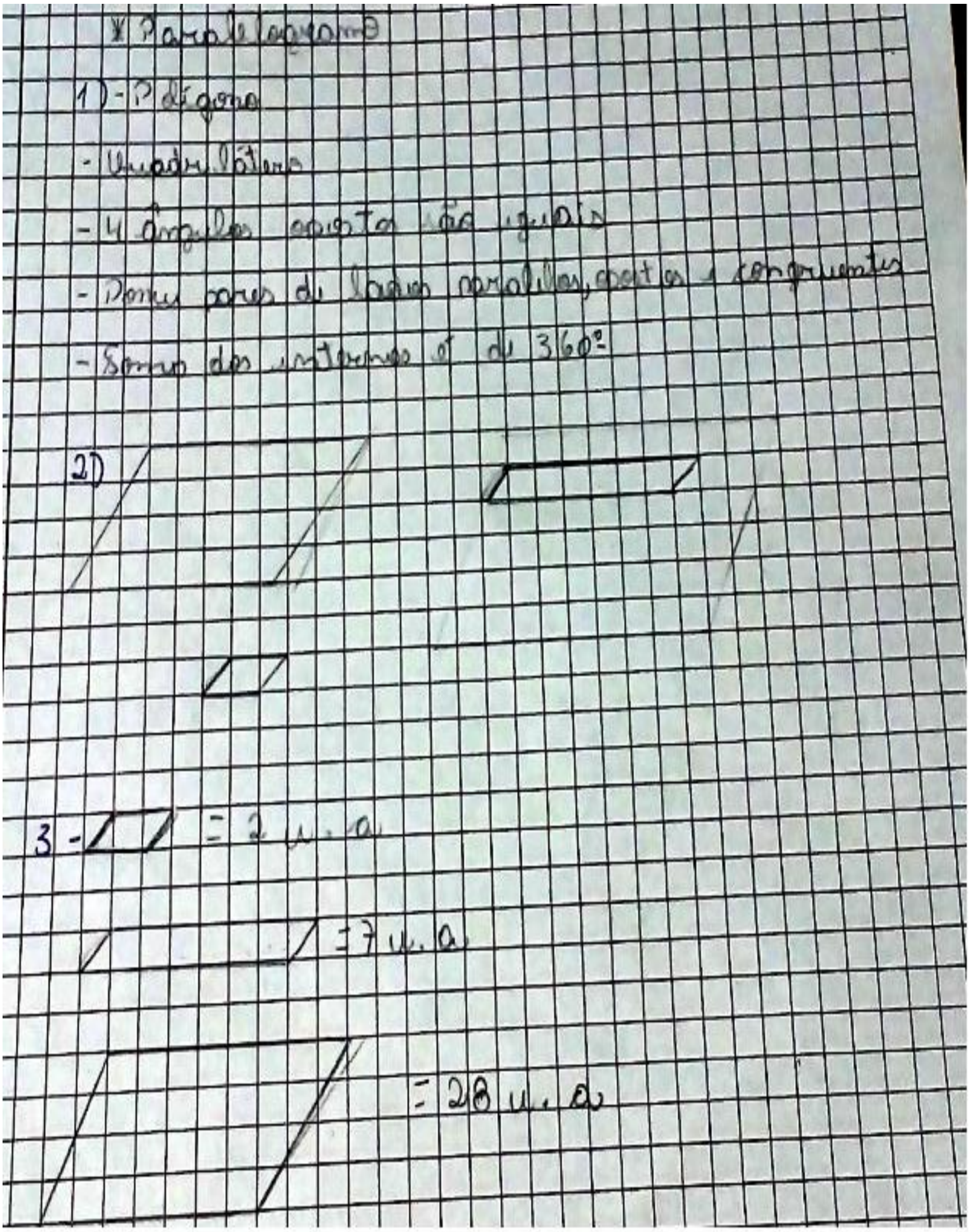
Professora: “Pense na definição de paralelogramo.”

Aluno F. F.: “Lados opostos paralelos e iguais.”

Aluno P. S.: “Ah, entendi. Precisam ter apenas tamanhos diferentes.”

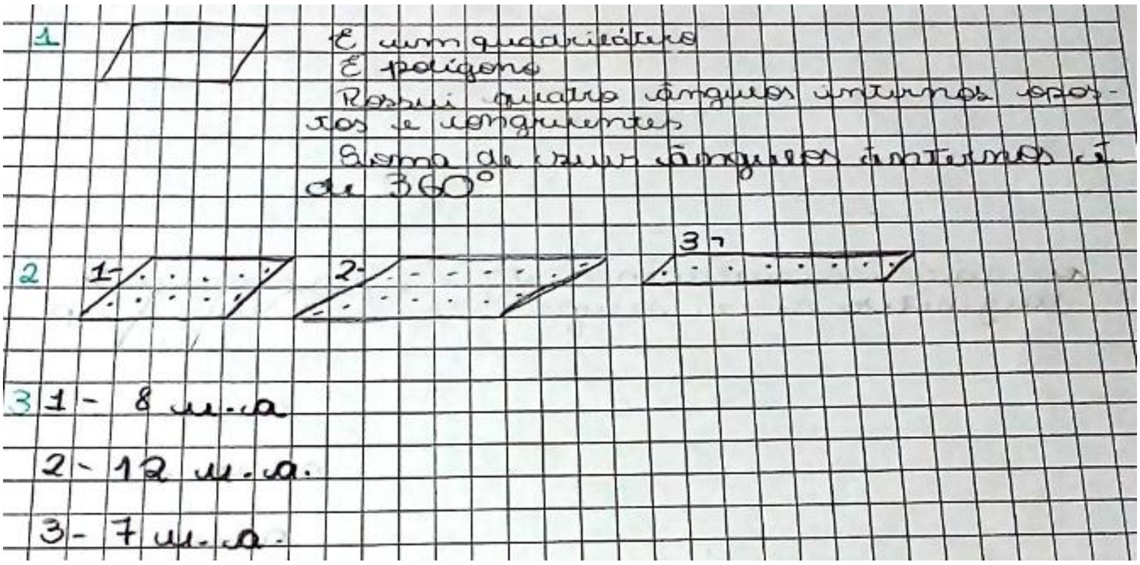
A seguir estão alguns modelos de respostas dos estudantes:

Figura 132 - Ilustração Atividade 3 questão 1, 2 e 3 aluno P. S.



Fonte: acervo pessoal

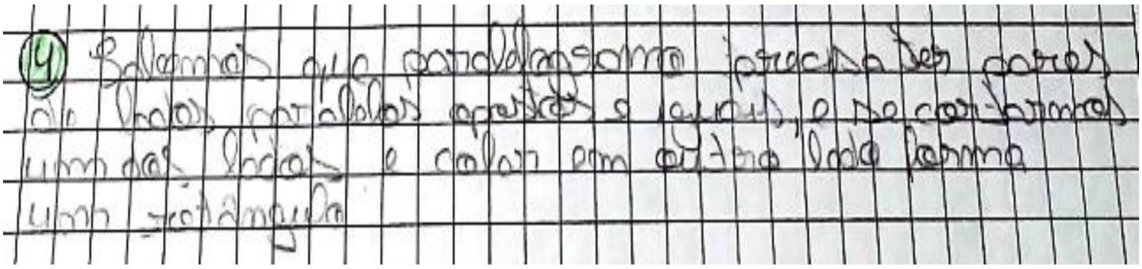
Figura 133 - Ilustração Atividade 3 questão 1, 2 e 3 aluno L. N.



Fonte: acervo pessoal

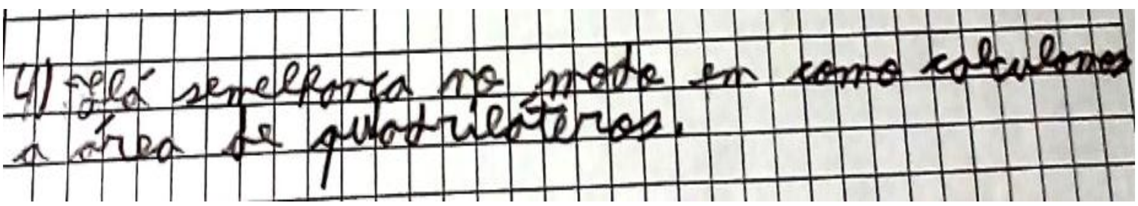
Para a questão 4 os alunos buscaram recursos em suas memórias para lembrar de onde haviam trabalhado com paralelogramos e como podiam relacionar o que já sabiam com o que estava sendo discutido naquele momento. Assim apresentaram diversas definições que trabalhamos anteriormente e apresentaram algumas relações entre elas.

Figura 134 - Ilustração Atividade 3 questão 4 aluno V. S.



Fonte: acervo pessoal

Figura 135 - Ilustração Atividade 3 questão 4 aluno F. S.



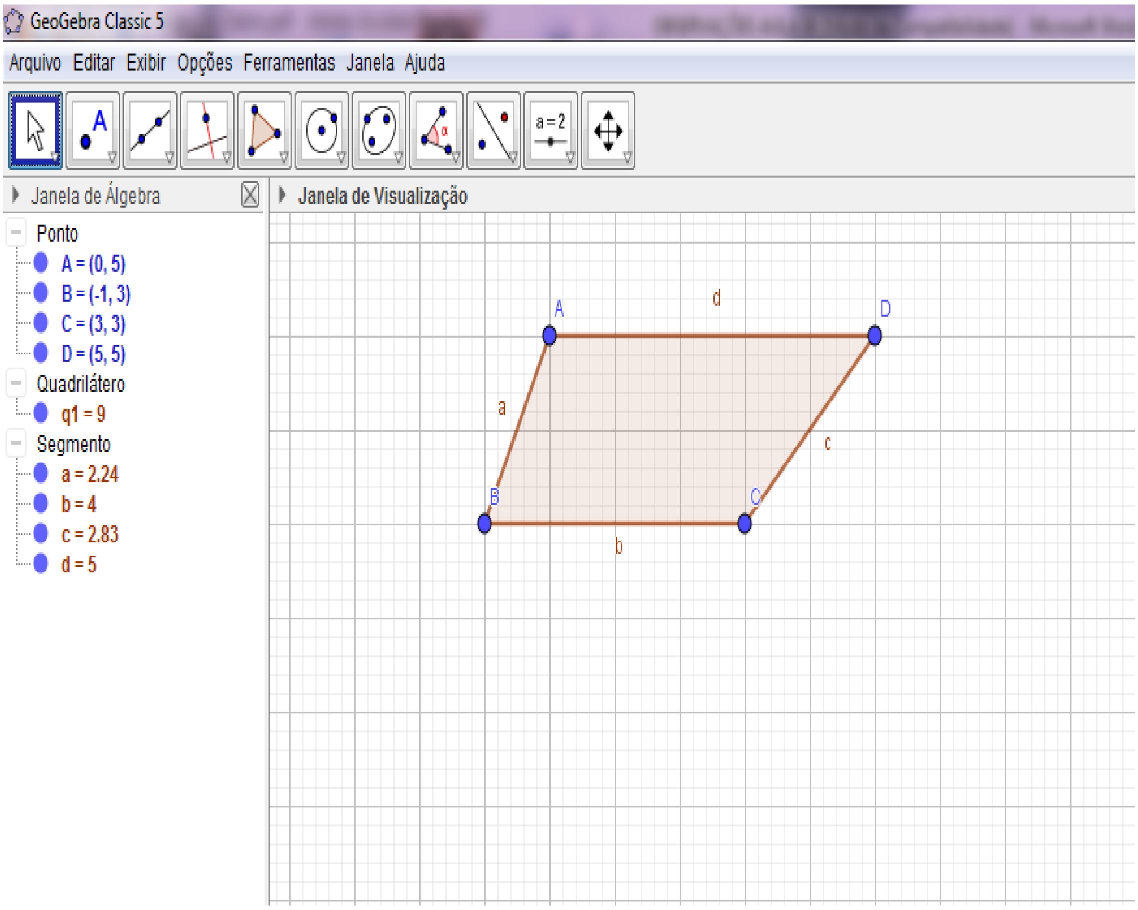
Fonte: acervo pessoal

Figura 136 - Ilustração Atividade 3 questão 4 aluno P. P.

Fonte: acervo pessoal

Para questão 5, foi deixado os estudantes pensarem um pouco sobre esse modelo e a professora começou as análises com a turma. Assim, começou desenhando na Janela de Visualização a seguinte figura:

Figura 137 - Ilustração exemplo de quadrilátero



Fonte: acervo pessoal

Professora: "Isso é um paralelogramo?"

E um grande número de alunos informou que não.

Professora: "Por que não?"

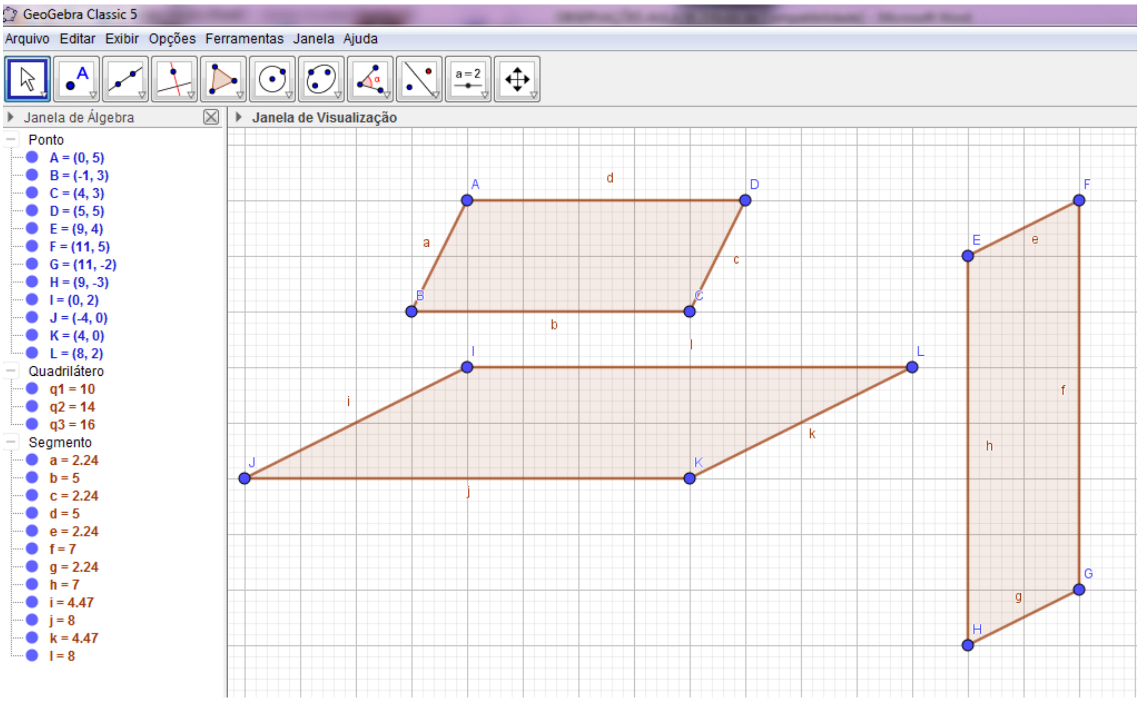
Aluno A. F.: "Não tem lados opostos paralelos e iguais."

Aluno C. M.: “Se estender os lados vão se encontrar em algum ponto.”

Aluno E. S.: “Olha ali do lado e os lados são todos diferentes.”

Depois desses comentários a professora ajustou a primeira figura e desenhou a seguinte situação:

Figura 138 - Ilustração exemplo de paralelogramo



Fonte: acervo pessoal

Professora: “Pessoal agora vamos observar a área desses paralelogramos. Essa atividade será a única que farei com vocês. As próximas vocês deverão articular suas ideias e fazer as correspondências para as próximas figuras. Qual a área do primeiro paralelogramo?”

Aluno E. S.: “Dez.”

Professora: “E do debaixo?”

Aluno E. S.: “Dezesseis.”

Aluno E. S.: “E do outro catorze.”

Os estudantes estavam olhando nos recursos que o Geogebra apresenta. Alguns sentiam dúvidas em referência a esses valores.

Aluno L. H.: “Profe, eu concordo com o primeiro, aqueles pedaços da para juntar e de cada lado tem mais um inteiro. Assim tem oito quadradinhos inteiros e mais dois formados pelas metades. Total de dez. Mas o debaixo eu não sei como contar.”

Professora: “Ai é o ponto que queremos chegar. Quando não tivermos o Geogebra, como vamos saber para informar a área do debaixo?”

Os alunos não sabiam informar. O silêncio tomou conta da sala de aula.

Professora: “Vamos pensar nas fórmulas que já sabemos. Como calculamos a área de um quadrado?”

Aluno A. F.: “Lado vezes lado.”

Aluno E. S.: “Ou lado ao quadrado.”

Professora: “E do retângulo?”

Aluno A. F.: “Lado vezes lado.”

Aluno M. R.: “Base vezes altura.”

Professora: “Essas duas figuras relacionam algo em comum. O que é?”

Aluno A. F.: “Sempre mencionam o lado.”

Professora: “E no paralelogramo será que tem algo a ver?”

Aluno M. R.: “Um lado é cinco e outro é dois vírgula vinte e quatro, que é aproximadamente dois. Assim cinco vezes dois da dez.”

Professora: “Mas será que podemos aproximar uma medida?”

Aluno M. R.: “Não, pois o tamanho vai ser diferente.”

Novamente a turma se sentiu perdida. Muitos comentavam:

Aluno P. P.: “Profe dá logo a resposta.”

Aluno L. S.: “Não vamos descobrir nunca.”

Aluno F. F.: “Vai acabar a aula, mas permaneceremos aqui, sem solução.”

Professora: “Calma. Vamos pensar. Vamos fixar um dos lados e pensar em sua relação com a área.”

Aluno M. R.: “Vamos fixar o lado cinco. É a parte inteira, mais fácil.”

Professora: “Isso mesmo, vamos observar o cinco. Qual é a área mesmo do primeiro paralelogramo?”

Aluno M. R.: “Dez.”

Professora: “Qual a relação entre o dez e o cinco?”

Aluno M. R.: “Dez é o dobro de cinco.”

Aluno C. M.: “Cinco vezes dois dá dez.”

Professora: “Ou seja, precisamos multiplicar o cinco por dois. Qual é a relação do dois com o paralelogramo desenhado?”

Muitos alunos se olhavam e não entenderam relação nenhuma.

Aluno A. F.: “Profe é o tamanho assim (fez com as mãos a posição vertical). É a altura.”

Professora: “Vamos comparar nas outras figuras para perceber se é isso mesmo. Qual é a área da debaixo?”

Aluno A. F.: “Dezesseis.”

Professora: “Sua base é oito. E sua altura?”

Aluno A. F.: “Dois.”

Professora: “E quanto é oito vezes dois?”

Aluno A. F.: “Dezesseis.”

Professora: “Até aqui fecha. Vamos para o exemplo do lado. Qual é a base?”

Aluno C. M.: “Sete.”

Professora: “E a altura?”

Aluno C. M.: “Dois. Sete vezes dois catorze.”

Aluno A. F.: “Isso fecha sim, é mágico.”

Professora: “Mas e o outro lado?”

Aluno M. R.: “Não tem nada a vê.”

Professora: “Ele vai ser usado em algum momento?”

Aluno M. R.: “Só para calcular o perímetro.”

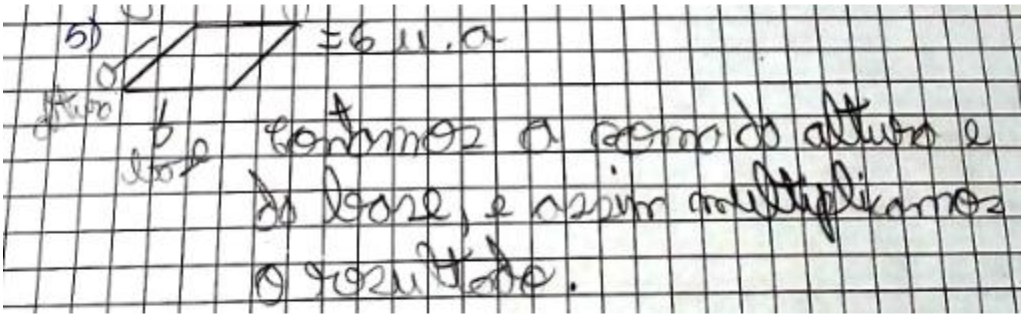
Professora: “Perfeito! A base e a altura de um paralelogramo são usadas para calcular a área e o outro lado só para calcular o perímetro. Agora é com vocês! Escrevam tudo o que relacionamos e entreguem a Atividade 3.”

Uma aluna desenhou em sua Janela de Visualização um trapézio, um retângulo e um paralelogramo. O colega que estava ao seu lado logo corrigiu, dizendo:

Aluno F. F.: “O paralelogramo possui lados opostos paralelos e iguais. Queremos somente paralelogramos.”

Dessa maneira a estudante percebeu seu erro e alterou as duas figuras que havia desenhado errado. A seguir estão alguns modelos de resolução da questão 5.

Figura 139 - Ilustração Atividade 3 questão 5 aluno P. P.



Fonte: acervo pessoal

O debate na turma 7SB foi realizado com os mesmos questionamentos e a sequência de pensamentos foi similar, somente trabalhando com outros valores. Ao final do desenvolvimento de pensamento da Atividade 3 sobre a área do paralelogramo, um aluno acrescentou a seguinte contribuição:

Professora: “Qual a relação dos lados e da área desses paralelogramos?”

Aluno L. R.: “Nenhuma.”

Professora: “Mas se eu não tivesse o Geogebra para calcular essa área, como poderíamos fazer?”

Aluno L. R.: “Profe, é bem simples. Basta pegar e recortar essa parte que está sobrando de um lado e colocar no outro. Daí fecha um retângulo.”

A professora na Janela de Visualização desenhou o triângulo mostrado pelo estudante que seria recortado e colocou na parte que ele indicava, assim foi formado um retângulo. A professora desenhou o retângulo formado na Janela de Visualização e muitos alunos entenderam imediatamente o que o colega comentou.

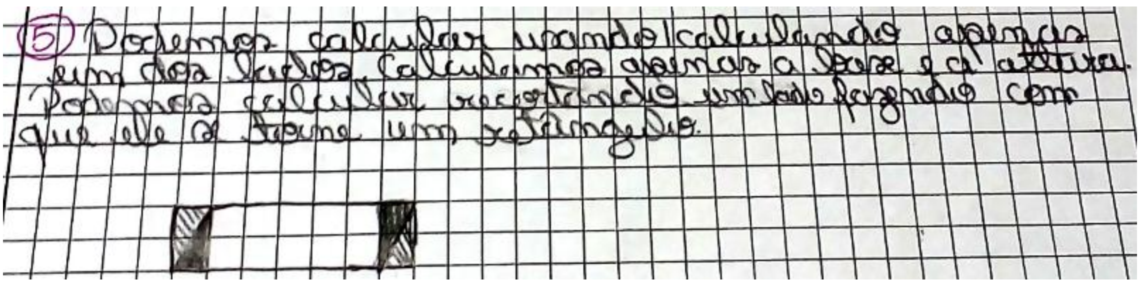
Professora: “Vamos fazer isso para os outros paralelogramos desenhados e ver se fecha.”

Assim foi feito e os estudantes concordaram com a hipótese do colega.

Professora: “Turma, agora precisamos encontrar uma fórmula que representa o cálculo da área do paralelogramo.”

Aluno L. R.: “Se conseguimos transformar ele em um retângulo, a fórmula é a mesma do retângulo.”

Figura 140 - Ilustração Atividade 3 questão 5 aluno L. R.



Fonte: acervo pessoal

Assim que os estudantes foram entregando as folhas de resolução da Atividade 3, foi sendo liberada a Atividade 4, que tratava da fórmula de área de triângulos. Os alunos receberam as orientações da Atividade 4 e foi solicitado que respondessem em folha de bloco para ser entregue ao final da atividade. As orientações foram as seguintes:

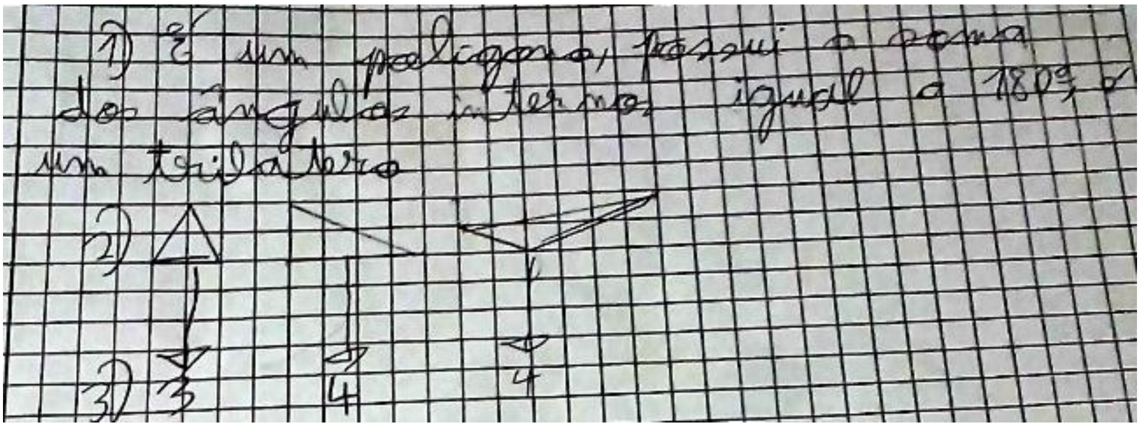
Atividade 4- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos triângulos
1) Escreva a definição do triângulo.
2) Crie três exemplos diferentes de triângulos.
3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.
4) De que forma há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?
5) Como podemos calcular a área de triângulos utilizando uma fórmula?
6) Qual foi o pensamento que desenvolveste para encontrar esse modelo?

Os objetivos da Atividade 4 eram:

- Utilizar mecanismos tecnológicos no ensino aprendizagem de matemática;
- Integrar os estudantes com diferentes recursos metodológicos digitais;
- Fixar os conceitos de área de triângulos e losangos;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

Para a questão 1 da Atividade 4, que trata da definição de triângulo, muitos estudantes questionaram sobre qual triângulo que era solicitada a definição. Em aulas anteriores estudamos a classificação e a definição dos triângulos quanto a seus lados e a seus ângulos, alternando entre os seis tipos de definição. Assim foi informado que era solicitada a definição de um triângulo qualquer e os alunos prosseguiram com as demais atividades. A seguir estão alguns modelos de respostas ilustrando o pensamento dos estudantes:

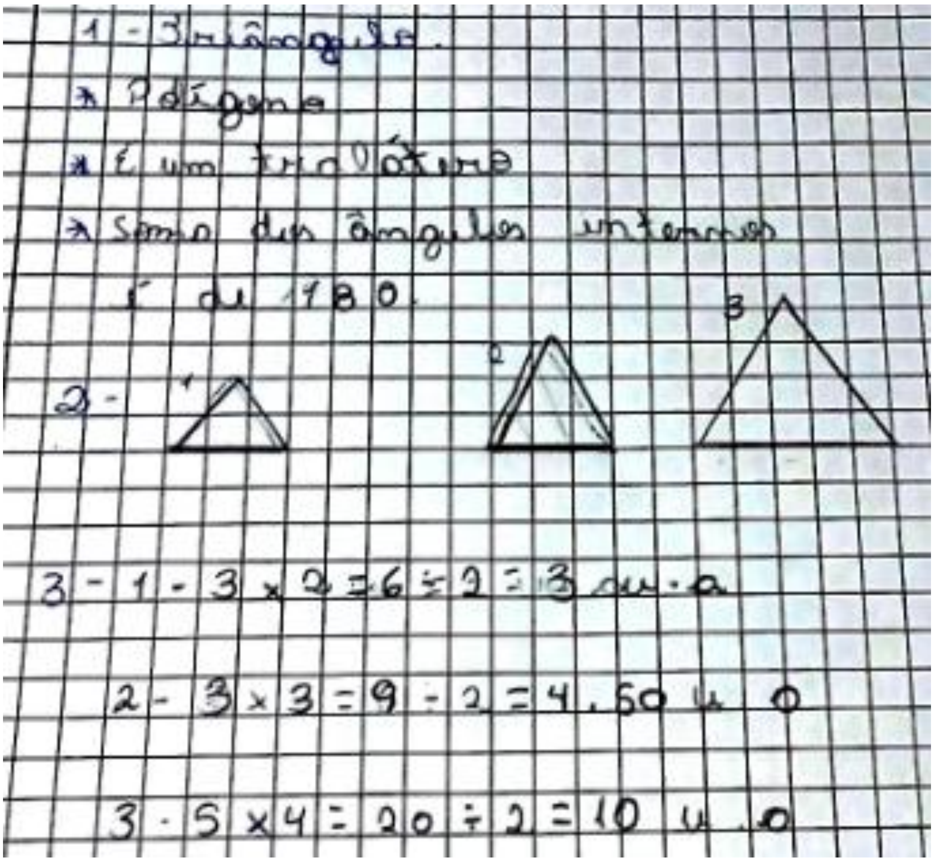
Figura 141- Ilustração Atividade 4 questões 1, 2 e 3 aluno L. B.



Fonte: acervo pessoal

Na próxima ilustração é percebida a relação que o estudante já faz com cálculos para a referência do valor da área, não apenas observando o que o software Geogebra apresenta, mas conferindo se com os cálculos chegam a um mesmo valor apresentado pelo software.

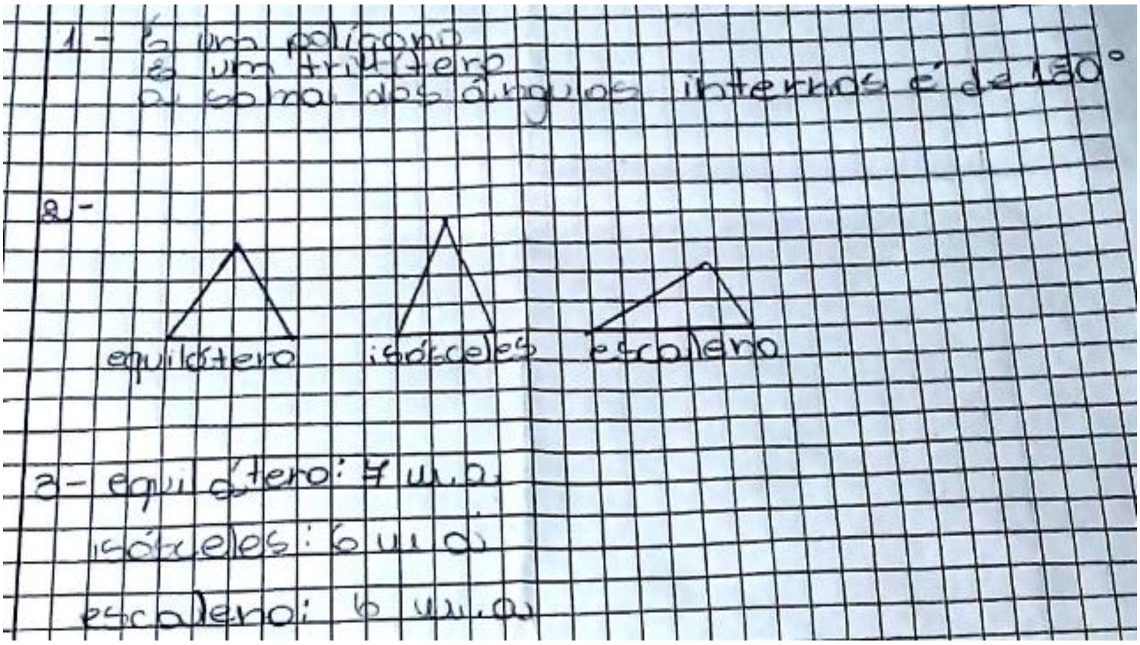
Figura 142 - Ilustração Atividade 4 questão 1, 2 e 3 aluno P. S.



Fonte: acervo pessoal

Para o próximo discente, as relações de nomenclatura de triângulos em relação a seus lados estão muito presente, tanto que salientou em cada caso o seu respectivo nome.

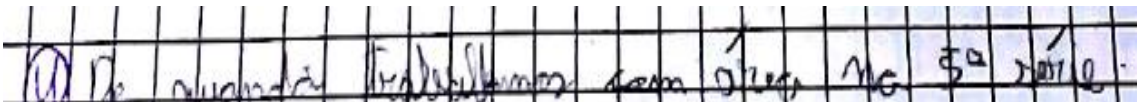
Figura 143 - Ilustração Atividade 4 questão 1, 2 e 3 aluno A. F.



Fonte: acervo pessoal

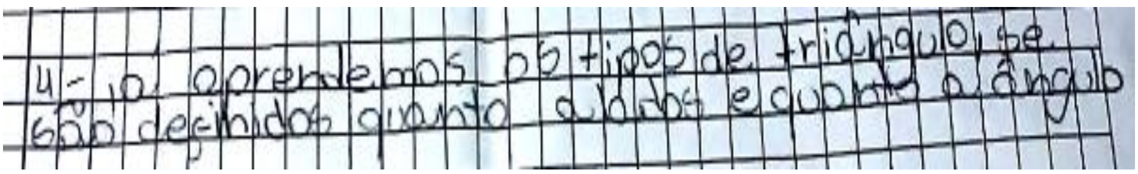
Para a questão 4 da Atividade 4 os alunos sentiram dúvidas sobre a semelhança dos conceitos já adquiridos e foi esclarecido que era para relacionar, se possível, com algo já aprendido por eles. A seguir algumas relações que os alunos apresentaram:

Figura 144 - Ilustração Atividade 4 questão 4 aluno V. S.



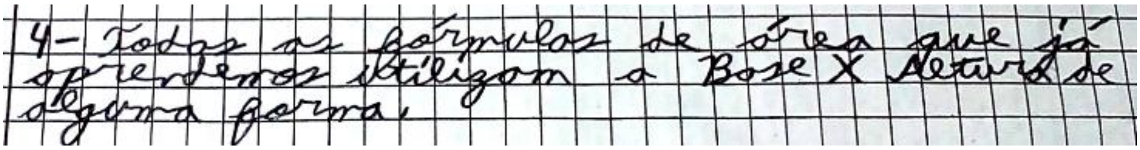
Fonte: acervo pessoal

Figura 145 - Ilustração Atividade 4 questão 4 aluno A. F.



Fonte: acervo pessoal

Figura 146 - Ilustração Atividade 4 questão 4 aluno F. S.



Fonte: acervo pessoal

Alguns estudantes conseguiram pensar na questão 5, a qual solicitava como calcular a área dos triângulos. Muitos dos estudantes chamaram:

Aluno F. S: “Profe, não consegui fazer a número cinco.”

Professora: “Desenhe os três triângulos solicitados e observe suas áreas.”

O aluno desenhou um triângulo de base três e altura três.

Professora: “Qual é a área desse triângulo.”

Aluno F. S.: “O programa ta dizendo que é quatro vírgula cinco. É base vezes altura.”

Professora: “Qual é a base?”

Aluno F. S.: “Três.”

Professora: “Qual é a altura?”

Aluno F. S.: “Três também.”

Anteriormente o aluno havia afirmado que não tinha relação com as fórmulas estudadas anteriormente.

Professora: “E quanto é três vezes três?”

Aluno F. S.: “Nove?”

O aluno ficou pensante, pois sabia que era diferente pelo informado anteriormente.

Aluno F. S.: “Tem algo errado.”

Professora: “Lembre que o Geogebra está sempre certo, nossos comandos que podem ser errados.”

O estudante estava pensando e revisando suas alterações.

Professora: “Qual a relação do nove e do quatro vírgula cinco?”

Aluno F. S.: “Nove é o dobro de quatro vírgula cinco.”

Professora: “E o que o quatro vírgula cinco é do nove?”

Aluno novamente ficou pensando.

Professora: “Vamos ver seu outro exemplo.”

O aluno havia desenhado um triângulo dois de base e dois de altura.

Professora: “Qual a área do triângulo?”

Aluno F. S.: “Dois.”

Professora: “Qual a sua base? E sua altura?”

Aluno F. S.: “A base é dois. A altura também é dois. Dois vezes dois dá quatro.”

Professora: “E qual a relação do quatro e do dois?”

Aluno F. S.: “Metade.”

Aqui os olhos do estudante brilharam e foi percebido que ele entendeu.

Aluno F. S.: “Claro, quatro vírgula cinco é a metade de nove. Então precisa fazer a metade de base vezes altura.”

Dessa forma foi deixado o estudante com seus pensamentos e a professora foi solicitada por outro estudante com o mesmo questionamento.

Aluno C. M.: “Profe não faço a mínima ideia da questão cinco.”

Novamente pedi ao estudante que desenhasse na Janela de Visualização três modelos de triângulos.

Aluno C. M.: “Profe tem que ser retângulo?”

Professora: “Na questão estão está pedindo algo específico?”

Aluno C. M.: “Não, então estamos livres.”

Assim o aluno fez três triângulos. O primeiro triângulo tinha base dois e altura dois.

Aluno C. M.: “Profe, esse eu consigo contar e concordo. Tem um central e duas metades. Mas os outros eu não tenho certeza.”

Professora: “Se os outros você não tem certeza precisamos pensar em um método que funcione sempre.”

Aluno C. M.: “De novo vai ser base vezes altura? Acho que sim.”

Professora: “Tenta.”

Aluno C. M.: “Duas vezes dois dá quatro e não dois.”

Aqui o aluno ficou um pouco frustrado, não entendendo o que estava acontecendo.

Professora: “Tem alguma relação entre o quatro e o dois?”

Aluno C. M.: “É a metade.”

Professora: “Tenta fazer esse mesmo processo com os outros triângulos que você desenhou. É necessário que dê certo para ser essa a fórmula.”

Foi deixado o aluno com suas tentativas. Alguns minutos depois:

Aluno C. M.: “Profe era isso mesmo, estava certo a metade”.

Vários dos grupos perceberam que poderiam fazer retângulos a partir dos triângulos que haviam desenhado e sempre era necessário pegar a metade da quantidade que tinham. Uma única dupla questionou:

Aluno J. D.: “Profe não faço a mínima ideia do que pode ser.”

Professora: “Vamos observar os modelos que você desenhou e a área apresentada pelo Geogebra. Vocês encontram alguma relação?”

Aluno J. D.: “Não.”

Professora: “Pensem que as atividades que fizemos anteriormente foram pensadas como a sequência de atividades e podem nos ajudar. O que sempre observamos?”

Aluno J. D.: “Os lados.”

Professora: “Vamos começar por ai. Os lados nos ajudam em alguma coisa?”

O estudante tinha desenhado na sua Janela de Visualização um triângulo retângulo de base três e altura três.

Aluno J. D.: “Se fizer três vezes três dá nove. E não é o que o Geogebra apresenta.”

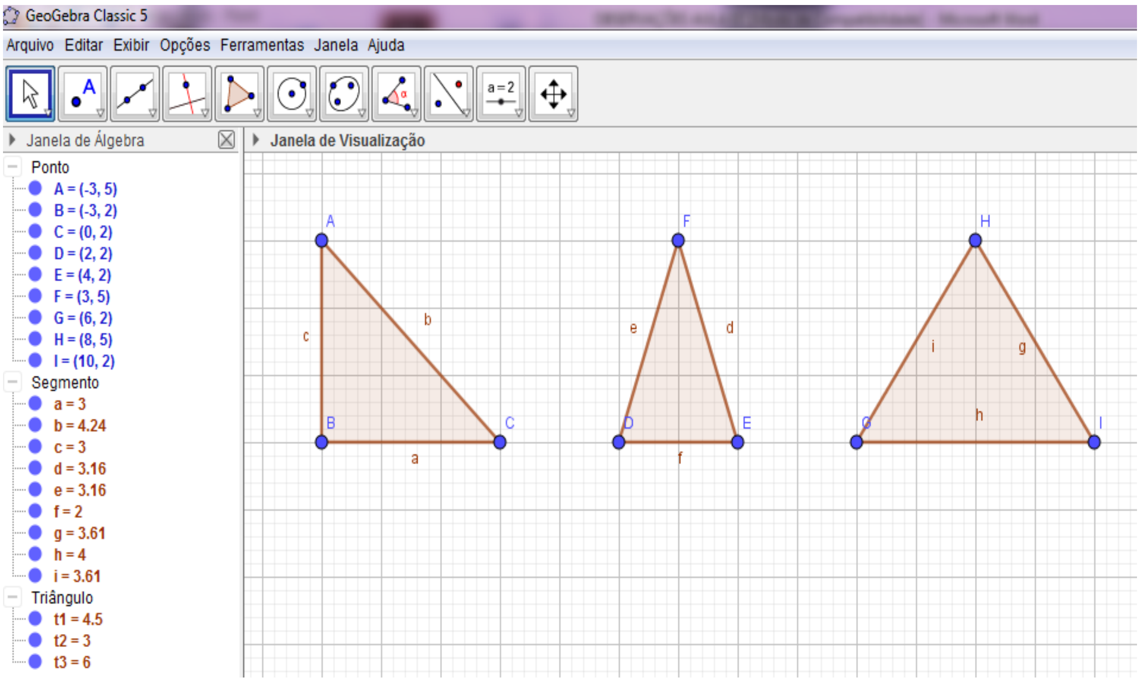
Professora: “Ok, mas não há relação com o valor apresentado?”

Aluno J. D.: “Sim, é metade.”

Professora: “Agora pensa para os outros e vê se fecha.”

O aluno havia desenhado a seguinte representação:

Figura 147 - Ilustração Aluno J. D.



Fonte: acervo pessoal

Aluno J. D.: “Profe não fecha, não tem nada a vê.”

Professora: “Novamente pense no que já realizamos. Além do lado relacionamos mais alguma coisa.”

Aluno J. D.: “Altura.”

Professora: “Tente novamente.”

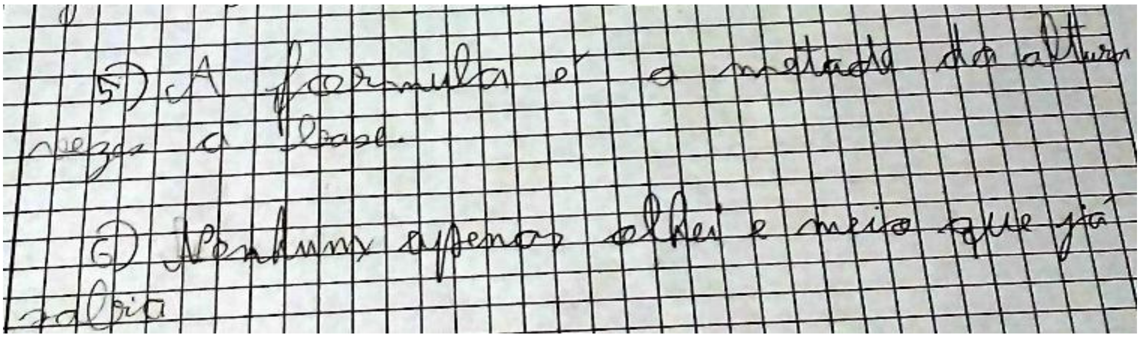
Depois de um tempo o estudante respondeu:

Aluno J. D.: “Profe agora deu certo, descobri.”

Dessa forma o estudante se concentrou na escrita em sua folha de bloco e a professora encaminhou- se para outra dupla.

A seguir estão representações para a questão 5 da Atividade 4 desenvolvidas pelos estudantes. O primeiro modelo detalha a observação da atividade para a resolução da questão.

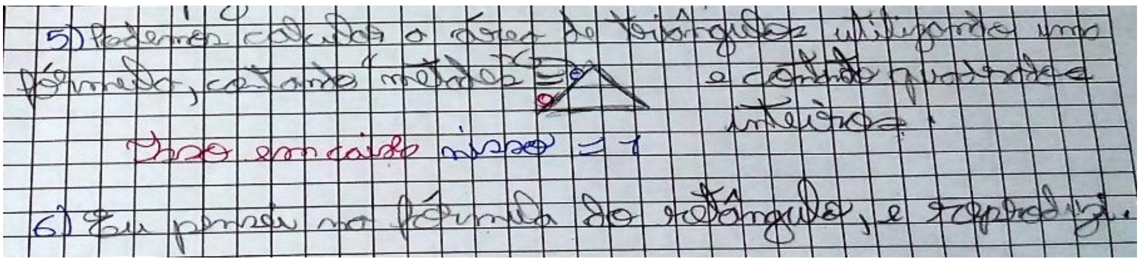
Figura 148 - Ilustração Atividade 4 questão 5 aluno L. B.



Fonte: acervo pessoal

O próximo aluno utilizou o pensamento das fórmulas estudadas anteriormente para comparar com o resultado do triângulo gerado no Geogebra, fazendo assim suas análises e ajustes.

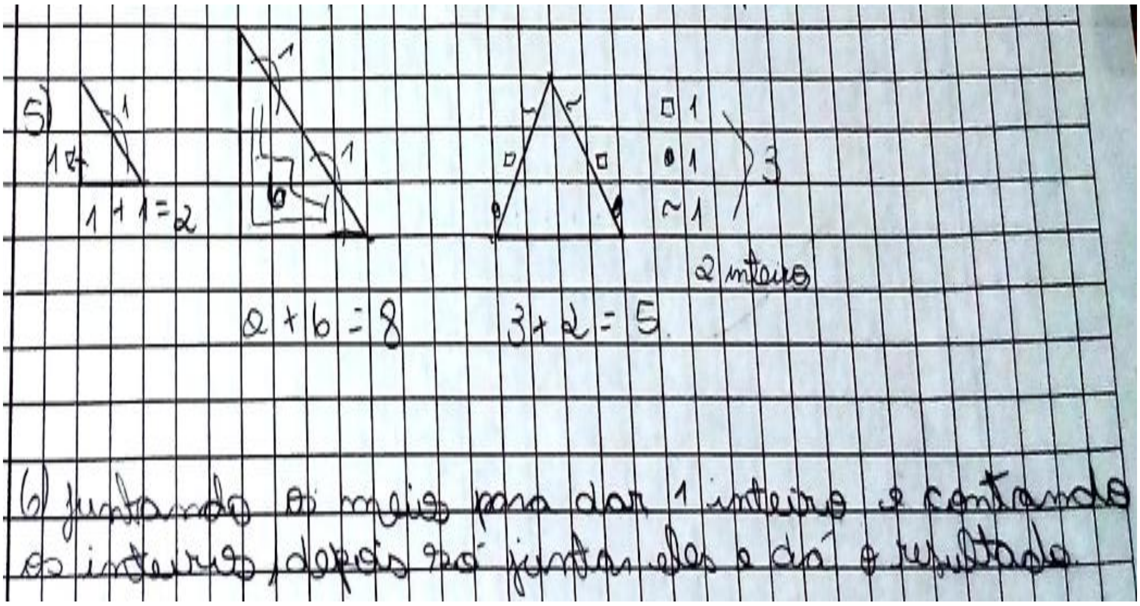
Figura 149 - Ilustração Atividade 4 questão 5 aluno P. P.



Fonte: acervo pessoal

Aqui o estudante utiliza do método de contagem para resolver o que solicitava a questão.

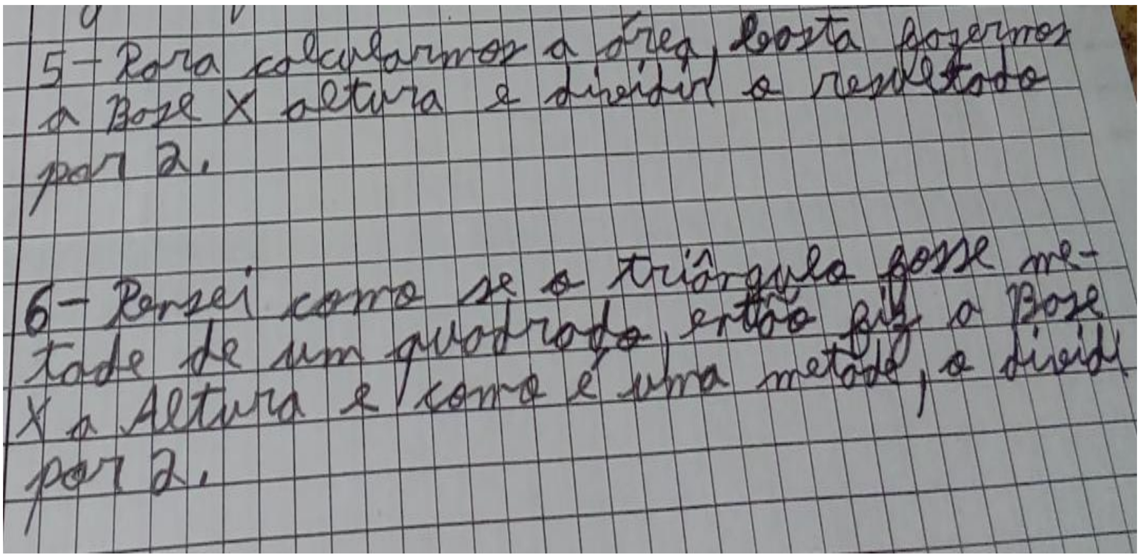
Figura 150 - Ilustração Atividade 4 questão 5 aluno S. L.



Fonte: acervo pessoal

Esse estudante parte das fórmulas já exploradas para poder comparar com os resultados obtidos nos triângulos confeccionados por ele. Percebe que necessita calcular a metade para chegar aos resultados desejados.

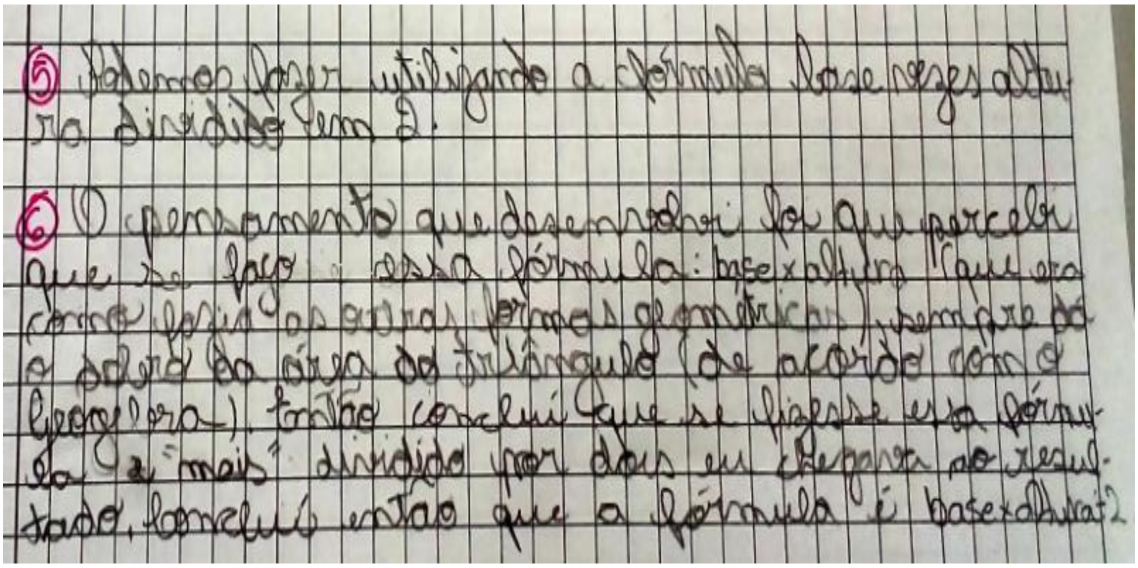
Figura 151 - Ilustração Atividade 4 questão 5 aluno F. S.



Fonte: acervo pessoal

Esse discente desenvolve um ajuste nos cálculos da fórmula de um retângulo para chegar assim a fórmula de área do triângulo. Relaciona os cálculos com os valores apresentados pelo software Geogebra.

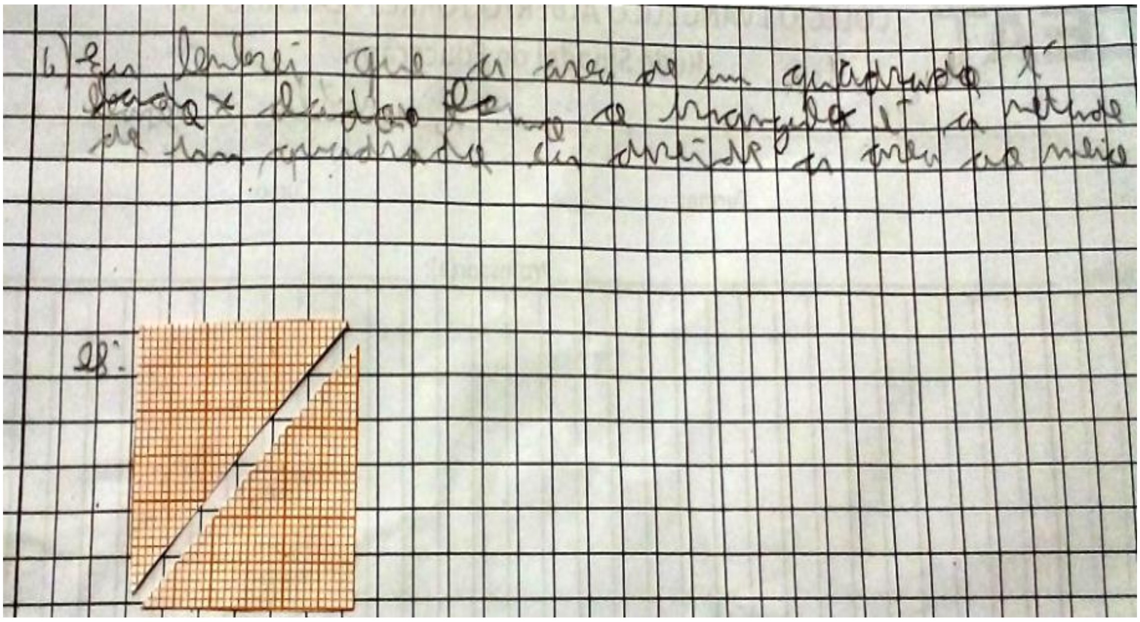
Figura 152 - Ilustração Atividade 4 questão 5 aluno C. S.



Fonte: acervo pessoal

Esse aluno busca recursos como corte e colagem de figuras geométricas planas para exemplificar aquilo que está descobrindo.

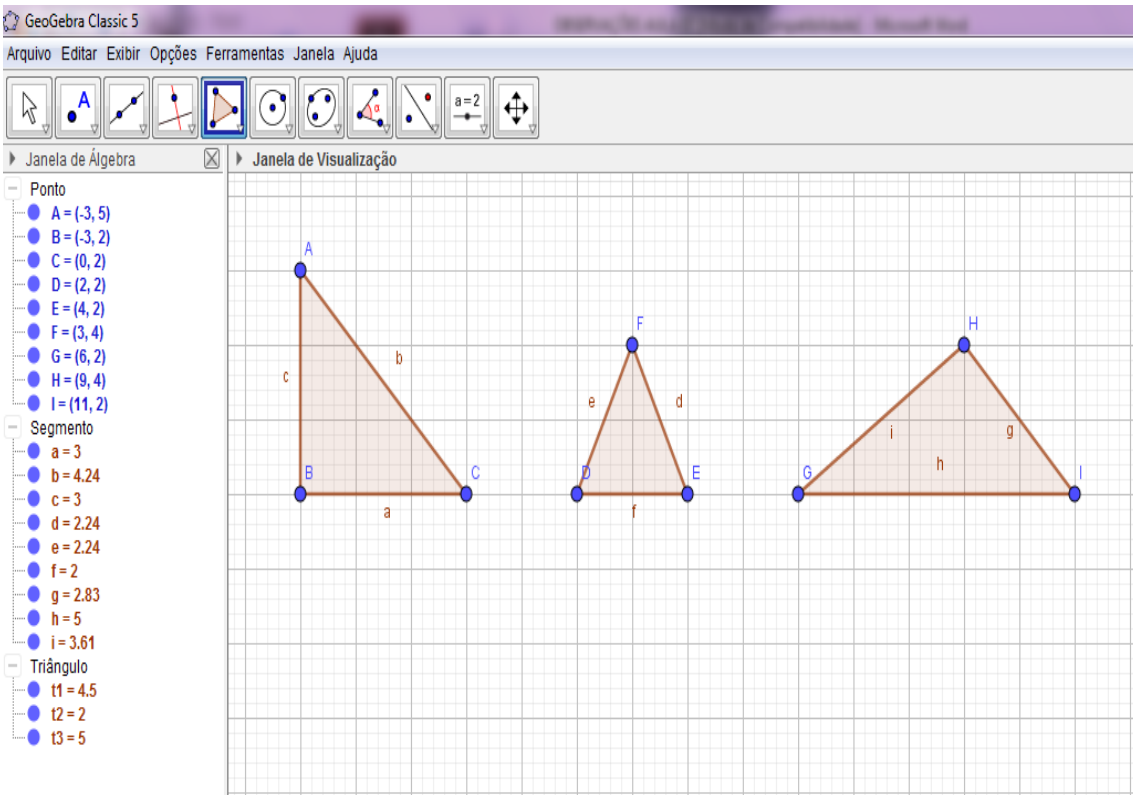
Figura 153 - Ilustração Atividade 4 questão 5 aluno A. F.



Fonte: acervo pessoal

A aula terminou com os estudantes articulando suas ideias nas duplas e assim a próxima aula foi iniciada com a professora desenhando na malha:

Figura 154 - Ilustração da malha quadriculada da explicação de fórmula de área de um triângulo



Fonte: acervo pessoal

Professora: “Turma, aqui estão três triângulos. Como podemos saber a área deles?”

Aluno E. S.: “Para esses basta olhar no Geogebra que ele calcula.”

Professora: “Isso mesmo. Mas e se eu quisesse apresentar um cálculo para resolver essa questão, o que eu poderia pensar?”

Aluno M. R.: “É só fazer a base vezes o lado e dividir por dois.”

Muitos alunos fizeram que não com a cabeça, mas estavam atentos a explicação.

Professora: “Vamos testar. Para o primeiro teríamos o quê?”

Aluno M. R.: “Três vezes três dá nove. Metade de nove é quatro vírgula cinco.”

Aluno C. M.: ”Mas para o próximo já não fecha. O lado é um número decimal e o resultado é inteiro.”

Professora: “Então como podemos pensar?”

Aluno L. H.: “Profe não é lado e sim altura. Base vezes altura dividido por dois.”

Outro grupo de alunos balançou a cabeça negativamente. Foi novamente testado para as três imagens e essa vez deu certo. Muitos alunos ficaram satisfeitos com o que descobriam.

Professora: “Alguém pensou diferente?”

Aluno G. P.: “Sim. Pensei que eu poderia construir um retângulo ou um quadrado e pegar somente a metade.”

Assim a professora desenhou um quadrado na primeira figura e a turma entendeu o que o estudante estava falando.

Professora: “Mas e para o segundo caso?”

Aluno G. P.: “Recorta ele no meio e faz um retângulo com as duas partes.”

A próxima atividade foi a Atividade 5, que está descrita a seguir. Com a Atividade 5, foi entregue aos estudantes um tablet e pedido que realizassem o desenvolvimento de suas atividades em folha de bloco. Os objetivos da Atividade 5 eram os mesmos da Atividade 4.

Atividade 5- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos losangos

1) Escreva a definição do losango.

2) Crie três exemplos diferentes de losangos.

3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.

4) De que forma há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?

5) Como podemos calcular a área de losangos utilizando uma fórmula?

6) Qual foi o pensamento que desenvolveste para encontrar esse modelo?

Os estudantes resolveram de forma bem rápida até a questão 4. Para a questão 5 começaram os questionamentos:

Aluno A. F.: “Profe não é base vezes altura.”

Professora: “Isso mesmo. Essa fórmula não usa essa relação.”

Aluno A. F.: “Mas qual a relação então?”

Professora: “Observe as medidas que o Geogebra está lhe dando. Os lados do losango são números decimais. O que tem de medida com número inteiro que pode ser relacionado?”

Assim deixei essa dupla em seus pensamentos e parti para outros estudantes. Da mesma forma aconteceu em outras duas duplas. Senti que essa atividade precisava de mais contribuições, dicas para conseguirem descobrir o modelo. Assim disse:

Professora: “Gente essa é uma fórmula que trabalha com algo que não vimos nas outras composições. O que temos de estrutura no losango que, por exemplo, não tem no triângulo?”

Aluno C. M.: “Um é quadrilátero e outro é trilátero.”

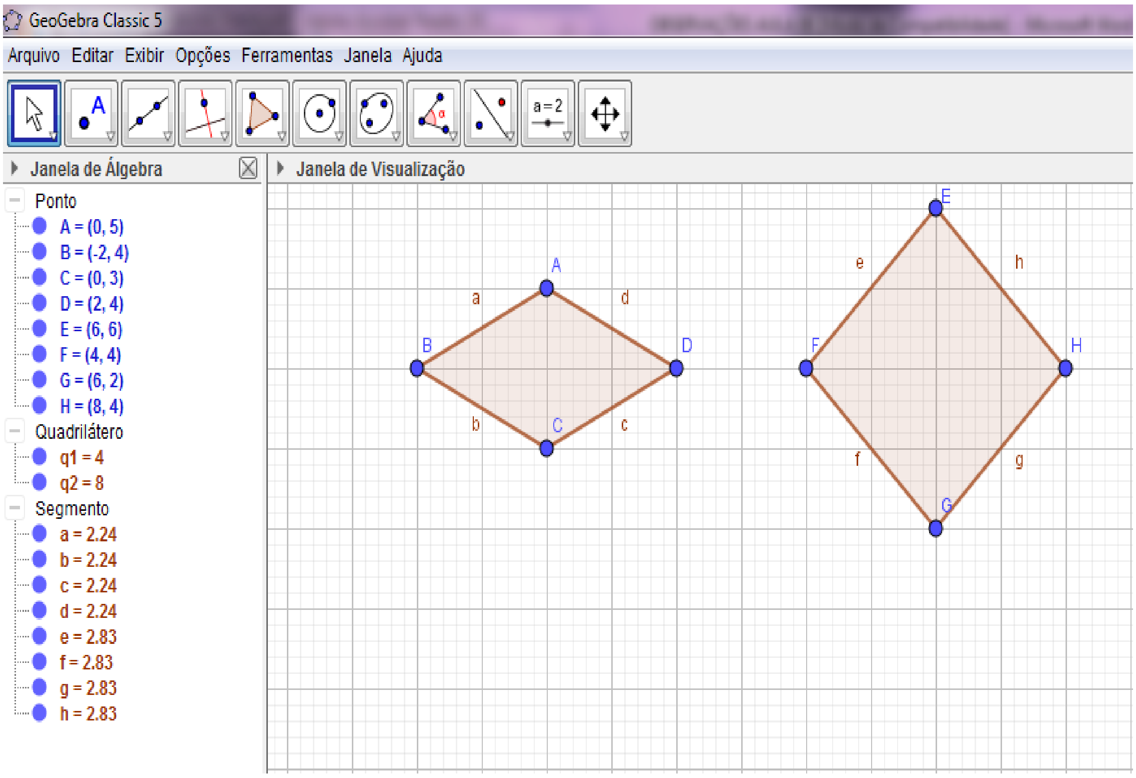
Professora: “Isso mesmo. O que um trilátero não tem que as outras figuras possuem?”

Aluno B. F.: “Diagonais.”

Professora: “Pensem nisso.”

Foi desenhada na Janela de Visualização a seguinte representação:

Figura 155 - Ilustração desenvolvimento da fórmula da área do losango



Fonte: acervo pessoal

Professora: “E ai, o que vocês descobriram para calcular a área de losangos?”

Aluno E. S.: “Profe, basta multiplicar as alturas deles.”

O aluno indicou com as mãos o que ele caracterizava como as alturas, o que na verdade eram diagonais.

Aluno M. R.: “Diagonal maior vezes diagonal menor dividido por dois.”

Professora: “Como você pensou nisso?”

Aluno M. R.: “Pesquisei na internet.”

Pode ser notado que os alunos buscam conhecimentos além do que é apresentado em sala de aula ou por perceberem a sequência de atividades e pensarem nas próximas etapas.

Professora: “Mas quem não pesquisou, pensou como?”

Aluno E. S.: “Profe eu demorei muito para esse, mas quando percebi que as alturas eram as partes inteiras ficou bem fácil.”

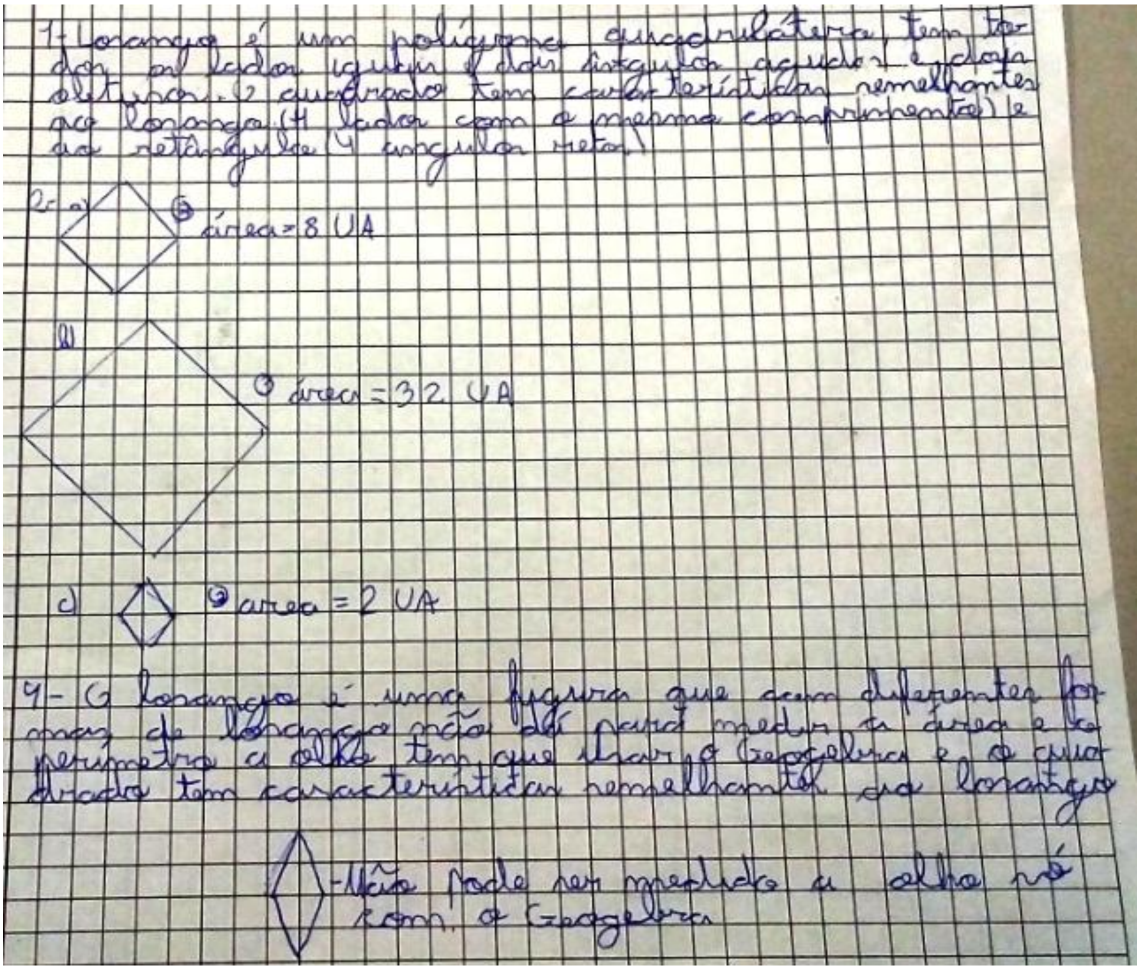
Professora: “Mas é suficiente multiplicar as alturas?”

Aluno E. S.: “Isso dá o dobro, daí tem que pegar somente a metade.”

Professora: “Isso que você chama de alturas nada mais é do que as diagonais que o colega falou anteriormente.”

A seguir estão alguns modelos de respostas desenvolvidos pelos estudantes. O primeiro aluno identifica o cálculo da área apenas utilizando o software Geogebra, não apresentando um modelo matemático para o cálculo de área de um losango qualquer.

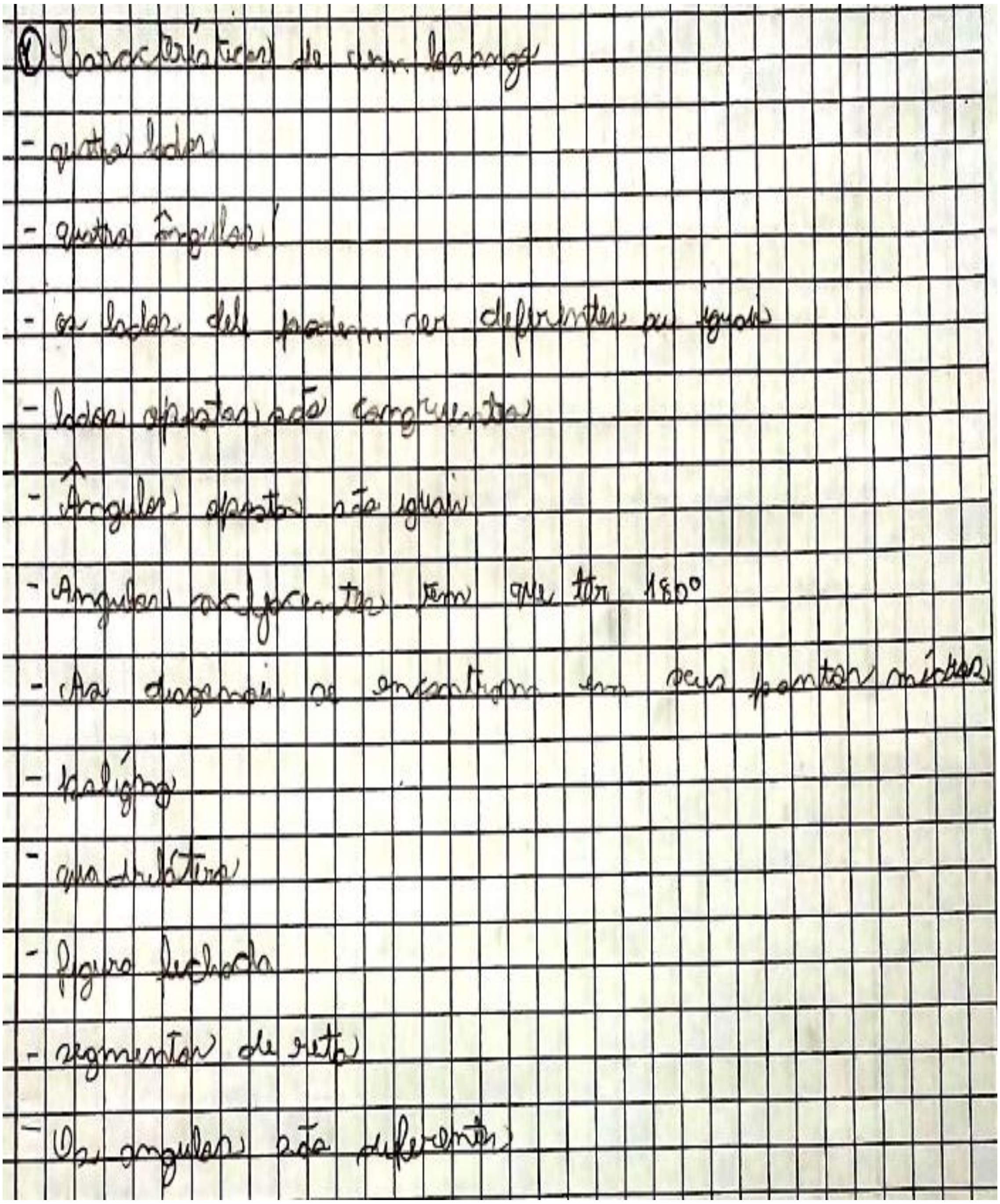
Figura 156 - Ilustração Atividade 5 aluno F. F.



Fonte: acervo pessoal

A próxima ilustração mostra a Atividade 5 questão 1 onde o estudante relaciona tudo o que sabe sobre o losango.

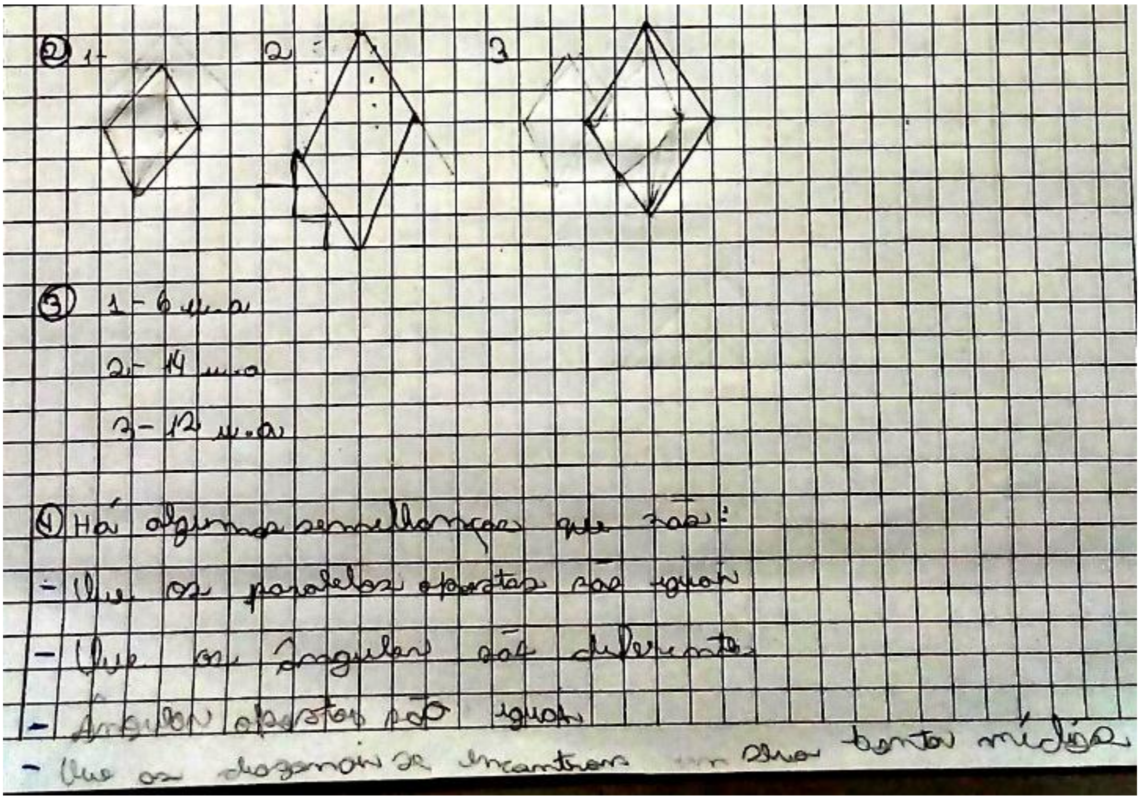
Figura 157 - Ilustração Atividade 5 questão 1 aluno C. M.


1 Características de um losango
- quatro lados
- quatro ângulos
- os lados dele podem ser diferentes ou iguais
- lados opostos são congruentes
- Ângulos opostos são iguais
- Ângulos adjacentes tem que ter 180°
- As diagonais se encontram em seus pontos médios
- polígono
- quadrilátero
- figura fechada
- segmentos de reta
- Os ângulos são diferentes

Fonte: acervo pessoal

Para as questões 2, 3 e 4 esse mesmo estudante exemplifica seu desenho da Janela de Visualização e apresenta suas observações.

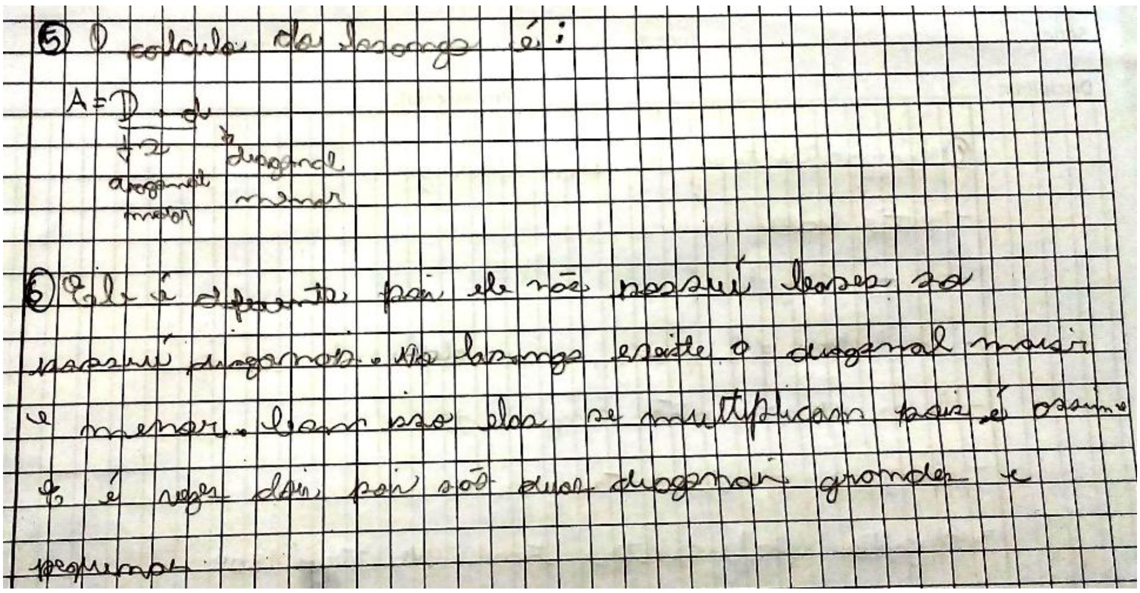
Figura 158 - Ilustração Atividade 5 questões 2, 3 e 4 aluno C. M.



Fonte: acervo pessoal

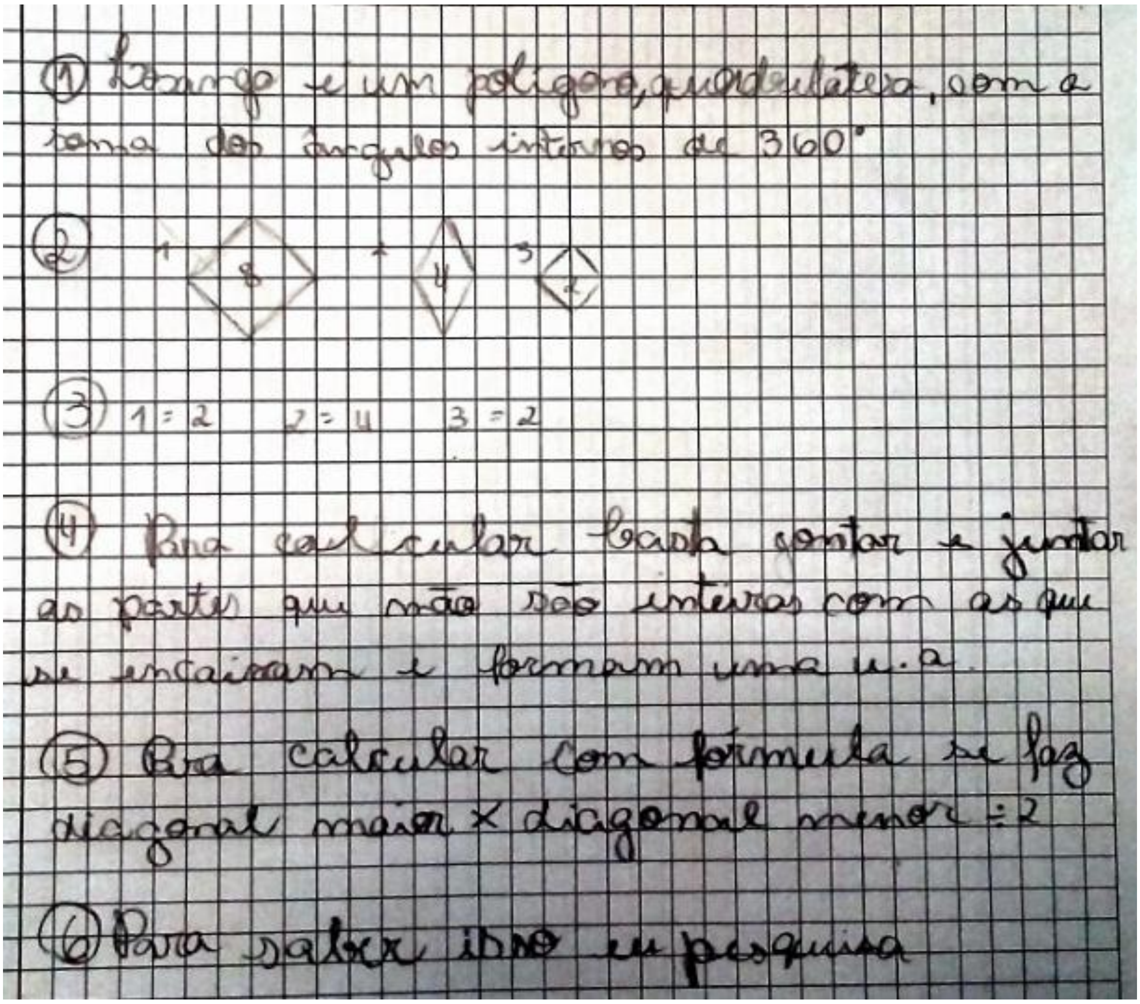
O aluno C. M. observa as relações das diagonais e não mais dos lados como nas figuras anteriores que foram debatidas.

Figura 159 - Ilustração Atividade 5 questões 5 e 6 aluno C. M.



Fonte: acervo pessoal

Figura 160 - Ilustração Atividade 5 aluno J. D.



Fonte: acervo pessoal

A última sequência de atividades envolvendo a descoberta da fórmula de área foi a Atividade 6, que tratava da área de trapézios. Os alunos receberam a descrição abaixo da Atividade 6 e seguiram realizando as atividades no tablet e desenvolvendo seus raciocínios em folha de bloco para entregar.

Atividade 6- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos trapézios

1) Escreva a definição do trapézio.

2) Crie três exemplos diferentes de trapézios.

3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.

4) De que forma há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?

5) Como podemos calcular a área de trapézios utilizando uma fórmula?

6) Qual foi o pensamento que desenvolveste para encontrar esse modelo?

Os objetivos da Atividade 6 eram:

- Utilizar mecanismos tecnológicos no ensino aprendizagem de matemática;
- Integrar os estudantes com diferentes recursos metodológicos digitais;
- Fixar os conceitos de área de trapézios;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

Na Atividade 6 os alunos fizeram as questões 1, 2, 3 e 4 com facilidade. Alguns questionaram a questão 4, mas na dupla já foi respondido, com o outro colega informando que era para dizer de que forma já haviam visto isso antes.

Novamente para encontrar a fórmula tiveram dificuldades, mas estavam mais pensativos do que nas atividades anteriores. Pensavam mais antes de tentar elaborar uma resposta.

Na turma 7SA tiveram os seguintes debates:

Aluno L. S.: “Profe eu já sei que tem que multiplicar pela altura, pois sempre usamos isso. Agora o outro número eu não faço nem ideia.”

Professora: “Essa é a única figura que possui duas bases das que estamos trabalhando. Tente relacionar isso.”

Dessa forma foi deixada essa dupla e partido para outros comentários.

Aluno J. D.: “Profe, me ajuda, não estou entendendo nada.”

Professora: “O que essa figura tem de diferente das outras?”

Aluno J. D.: “Essa tem as bases que as outras não têm.”

Professora: “Isso mesmo. Qual a relação entre esses valores e a área.”

O aluno C. M. cita esses valores e não encontra relação nenhuma.

Professora: “Tente relacionar isso em uma operação.”

Aluno J. D.: “Se eu multiplicar não tem nada a vê.”

Aluno C. M.: “Mas se somar encontramos o valor da área.”

Professora: “Faça isso com seus outros exemplos e veja se isso fecha.”

Aluno C. M.: “Sim, fecha.”

Foi observado o que os estudantes tinham em sua Janela de Visualização e eles haviam desenhado todos os trapézios de altura dois, e por isso que sempre fechava. Assim modifiquei os trapézios para altura três e pedi que recalculassem.

Aluno J. D.: “Agora a profe ferrou com tudo.”

Professora: “Pensem um pouco. Mexi apenas na altura e isso alterou.”

Deixei com que os estudantes pensassem um pouco e depois retornei.

Professora: “E ai? O que me dizem?”

Aluno C. M.: “Soma as bases e multiplica pela altura.”

Aluno J. D.: “E pega sua metade daí.”

Professora: “Vocês testaram para todas?”

Aluno C. M.: “Sim e deu muito certo.”

Rimos em conjunto. Eles estavam escondendo o tablet para não ter mais modificações. Essa dupla não se conteve e contou para as duplas do lado as suas descobertas, mesmo sendo pedido o contrário. Pedi que se contivessem por mais uns minutos, uma vez que a aula já estava acabando.

Voltei para a dupla inicial que sabia da relação com a altura.

Professora: “Como estamos?”

Aluno L. S.: “Não saímos do lugar.”

Professora: “Eu havia dito que tem relação com as bases.”

Aluno L. S.: “Mas se multiplicar os números vão ser muito altos.”

Professora: “E como aumentamos um número sem multiplicar?”

Aluno S. B.: “Somando.”

Professora: “Tentaram isso?”

Aluno L. S.: “Não.”

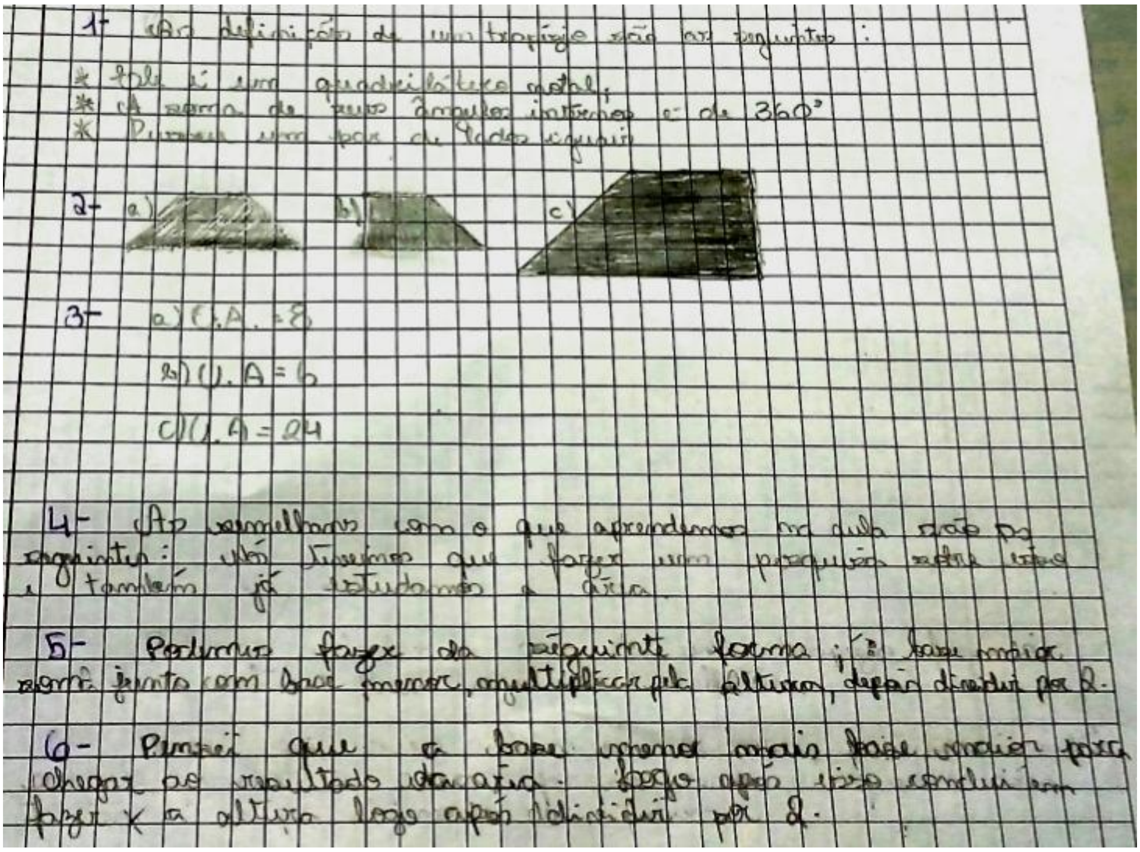
Professora: “Então vamos lá.”

Aluno S. B.: “Somando as bases e multiplicando com a altura temos o dobro do que o necessário.”

Professora: “Então o que fazer?”

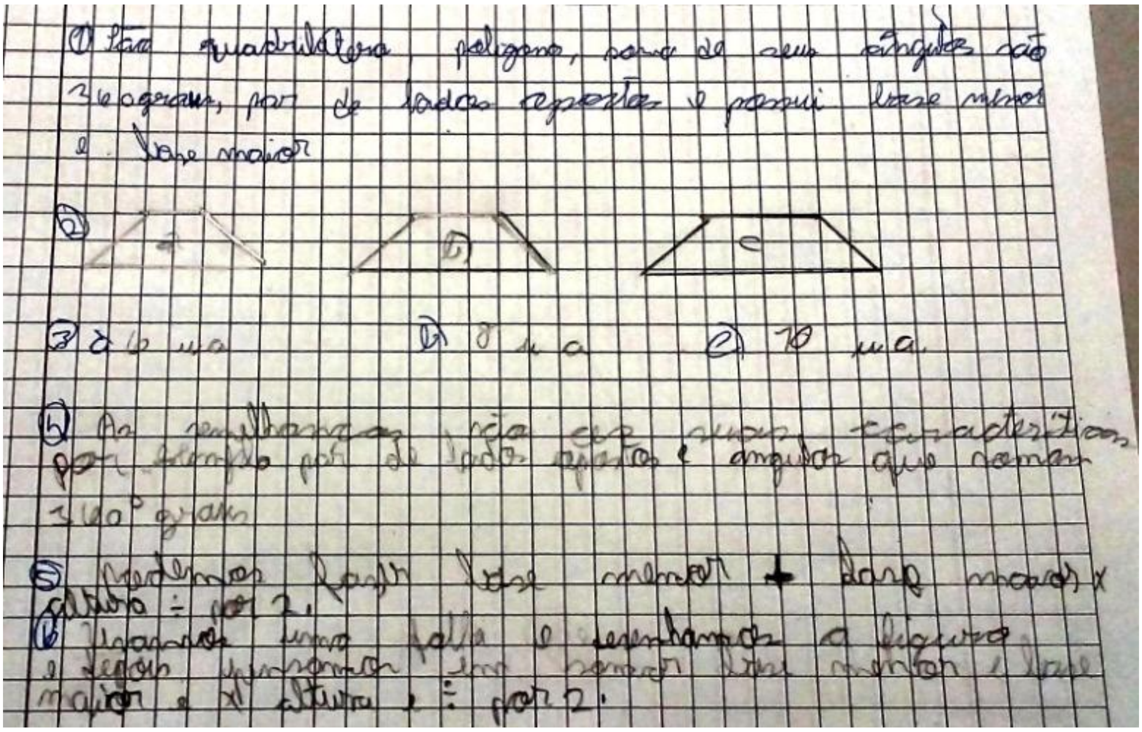
Aluno S. B.: “Dividir por dois.”

Figura 161 - Ilustração Atividade 6 aluno S. B



Fonte: acervo pessoal

Figura 162 - Ilustração Atividade 6 aluno F. F.



Fonte: acervo pessoal

Já na turma 7SB, as observações foram as seguintes: para as questões 1, 2, 3 e 4 os estudantes resolveram sem dificuldades. Muitos ainda questionaram a questão 4 e informei que era como nas atividades anteriores, para relacionarem com algo que já aprenderam, se havia relação. Para a questão 5 os estudantes tiveram muita dificuldade. Não encontravam uma relação.

Aluno L. N.: "Profe, sei que tem que trabalhar com as bases. É a única figura que apresenta isso."

Professora: "Isso mesmo. Que operação pensa em usar?"

Aluno L. N.: "Adição, multiplicação o número já passa á área."

Professora: "Qual a relação desse número com a área do Geogebra?"

Aluno L. N.: "Ainda não consegui encontrar."

Professora: "O que relacionamos nas outras figuras que vocês ainda não estão utilizando?"

Aluno L. N.: "A altura."

Professora: "Experimente mais um pouco."

Assim a dupla ficou trabalhando nas informações que acabamos desenvolvendo. O trabalho foi continuado com outras duplas, desejando despertar outros pensamentos nos estudantes, mas nada estava resolvendo. Não estavam conseguindo relacionar com as mesmas dicas dadas.

Voltei na dupla anterior.

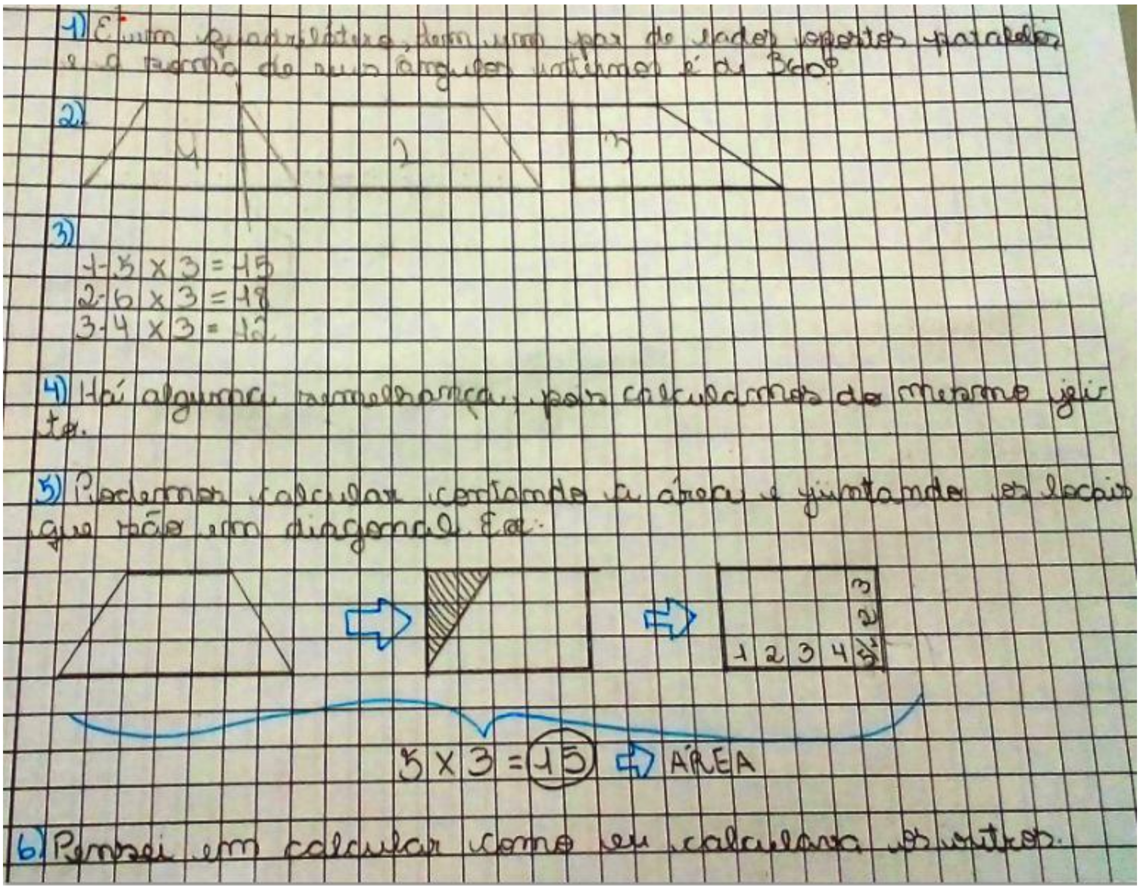
Professora: "Como vamos?"

Aluno L. N.: "Encontramos. Basta pegar a metade da altura e multiplicar pela soma das bases."

Esses alunos acabaram ajudando outras duplas, revelando que era necessário usar a soma das bases. Muitos alunos já haviam percebido que era necessário o uso da metade da altura e juntaram com a informação dada pelo colega.

A seguir estão alguns modelos de resolução propostos pelos estudantes, onde esse primeiro aluno relaciona com recortar uma parte da figura, que forma um triângulo e colar do outro lado, obtendo assim um retângulo.

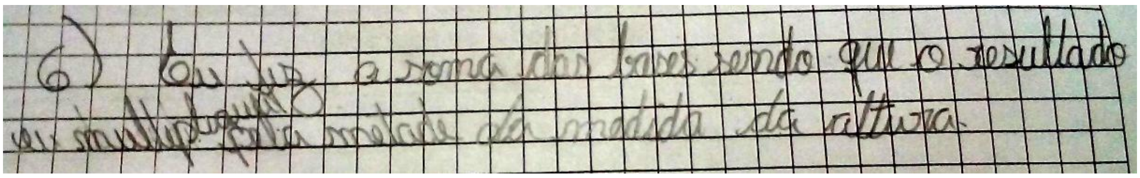
Figura 163 - Ilustração Atividade 6 aluno L. N.



Fonte: acervo pessoal

O próximo estudante relata um pouco diferente a fórmula, pensando na metade da altura.

Figura 164 - Ilustração Atividade 6 aluno M. R.



Fonte: acervo pessoal

Dessa forma, terminaram as atividades de exploração das fórmulas de área de quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios. A próxima atividade, a Atividade 7, mesclava os conceitos de área e perímetro, simulando propostas totalmente diferentes e que buscava identificar a aprendizagem dos estudantes em relação a esses conceitos explorados. Os objetivos da Atividade 7 eram os seguintes:

- Fixar os conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

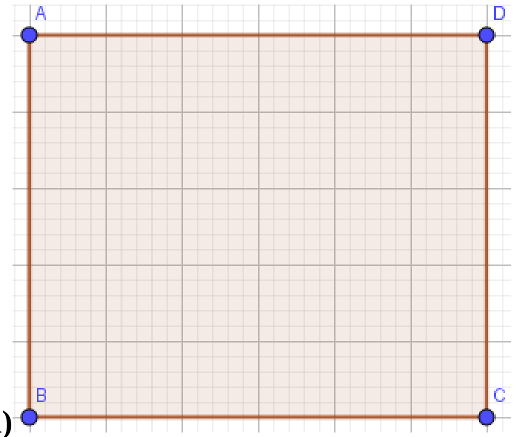
A Atividade 7 foi realizada pelos estudantes de modo individual e em folha de bloco para entregar ao final da resolução. O formulário entregue foi o seguinte:

Atividade 7- Aplicação dos conceitos de perímetro e área de figuras geométricas planas

Calcule o perímetro e a área das seguintes figuras. Explique o que você pensou ou mostre o cálculo utilizado para sua resposta.

Figura 165 - Ilustração a

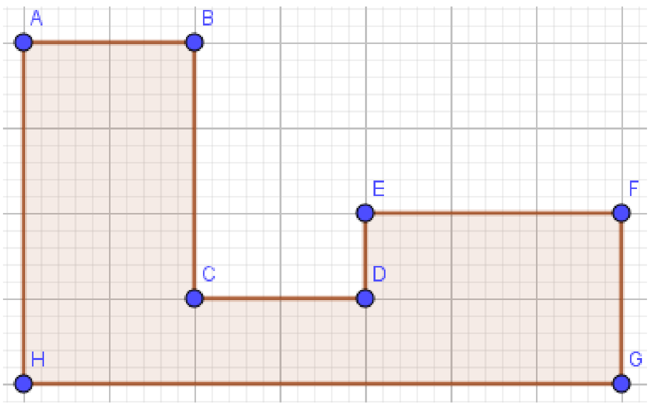
a)



Fonte: acervo pessoal

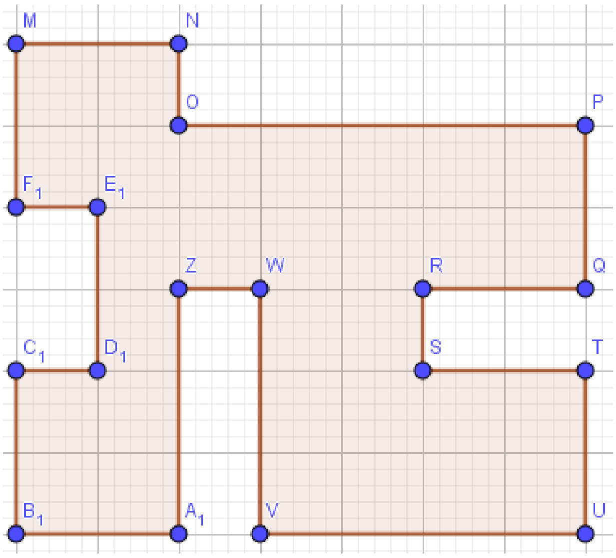
Figura 166 - Ilustração b

b)



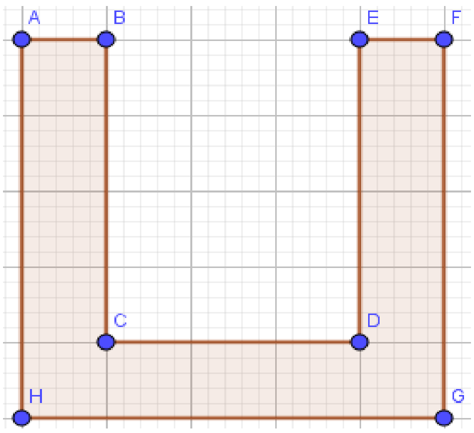
Fonte: acervo pessoal

Figura 167 - Ilustração c

c) 

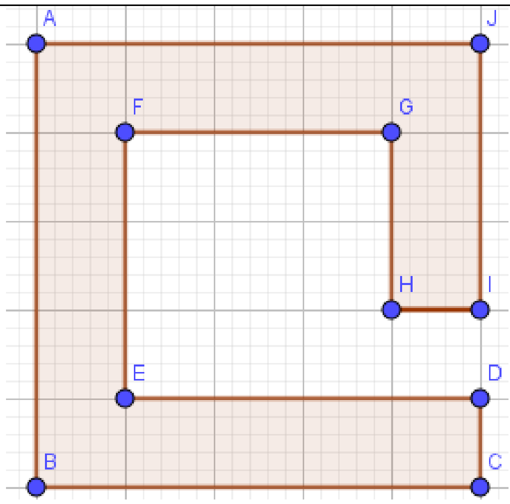
Fonte: acervo pessoal

Figura 168 - Ilustração d

d) 

Fonte: acervo pessoal

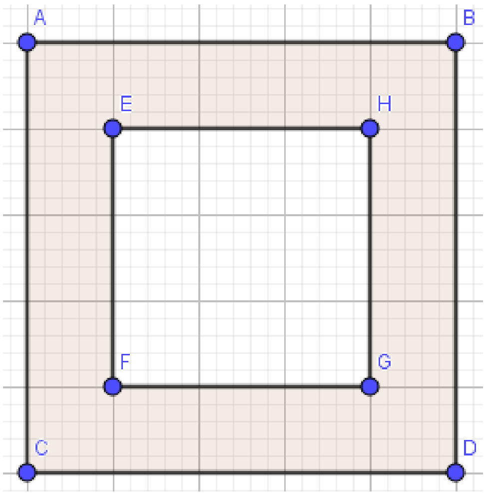
Figura 169 - Ilustração e



e)

Fonte: acervo pessoal

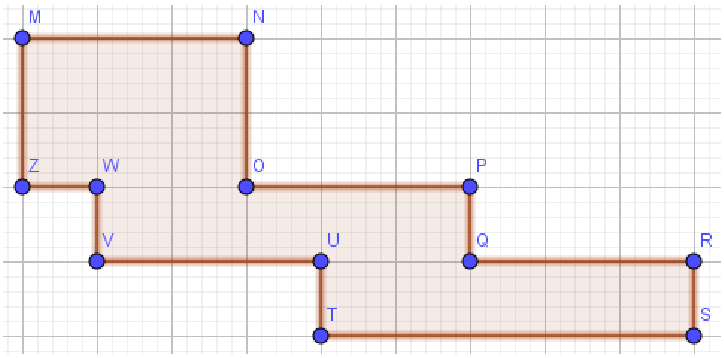
Figura 170 - Ilustração f



f)

Fonte: acervo pessoal

Figura 171 - Ilustração g



g)

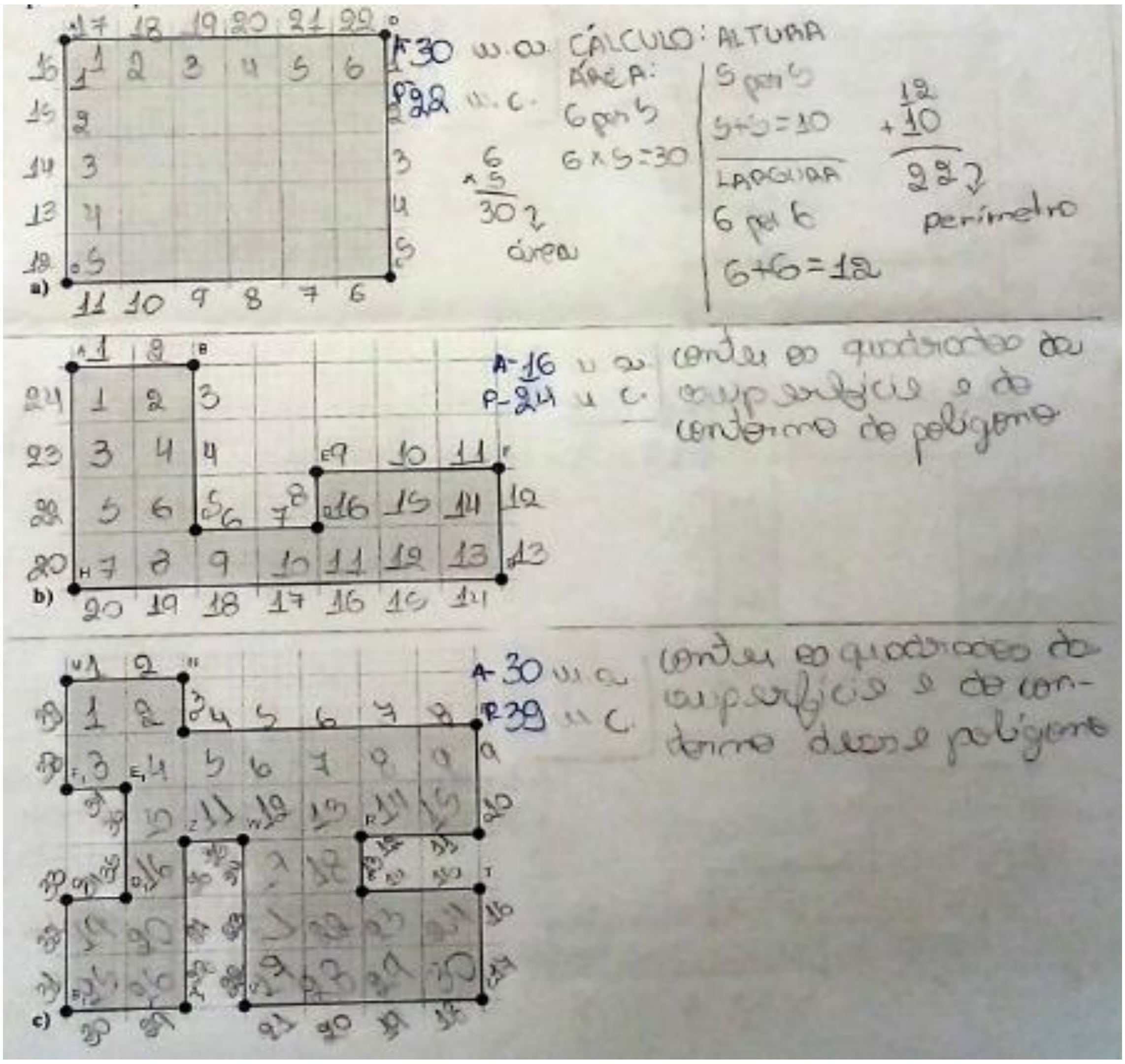
Fonte: acervo pessoal

Os estudantes, em ambas as turmas, estavam sentados de maneira individual e resolveram as questões sem maiores dificuldades, ficando em silêncio e não trocando informações, mesmo não tendo sido solicitado isso. Não houve questionamentos e nem trocas de ideias, cada um construiu o seu material, sendo entregue no final da aula.

Para a resolução dessa atividade, a maioria dos estudantes utilizou a contagem. Eles tinham a possibilidade de utilizar os tablets para a resolução das questões, mas poucos fizeram o uso. Alguns falaram que não era necessário e outros informaram que perderiam muito tempo desenhando as figuras no Geogebra. Assim pode ser percebido que só para utilizar a malha quadriculada os alunos não tiveram a necessidade de trabalhar com o software Geogebra.

Aqui está um modelo de resolução utilizando apenas a contagem.

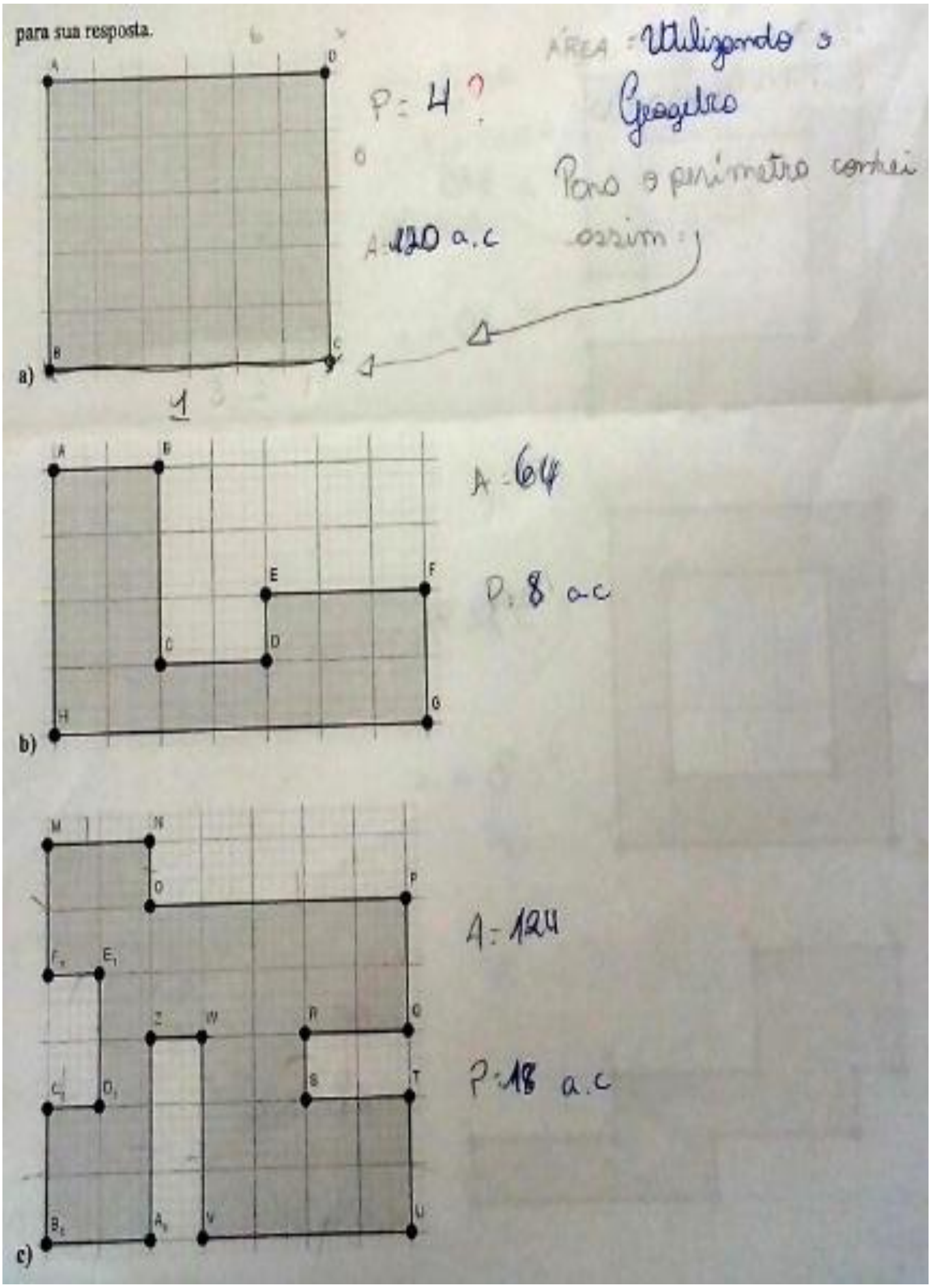
Figura 172 - Ilustração Atividade 7 aluno A. P.



Fonte: acervo pessoal

Esse discente apresenta a resolução de área baseada nos desenhos do software Geogebra, mas ocorre um equivoco quando relaciona o perímetro.

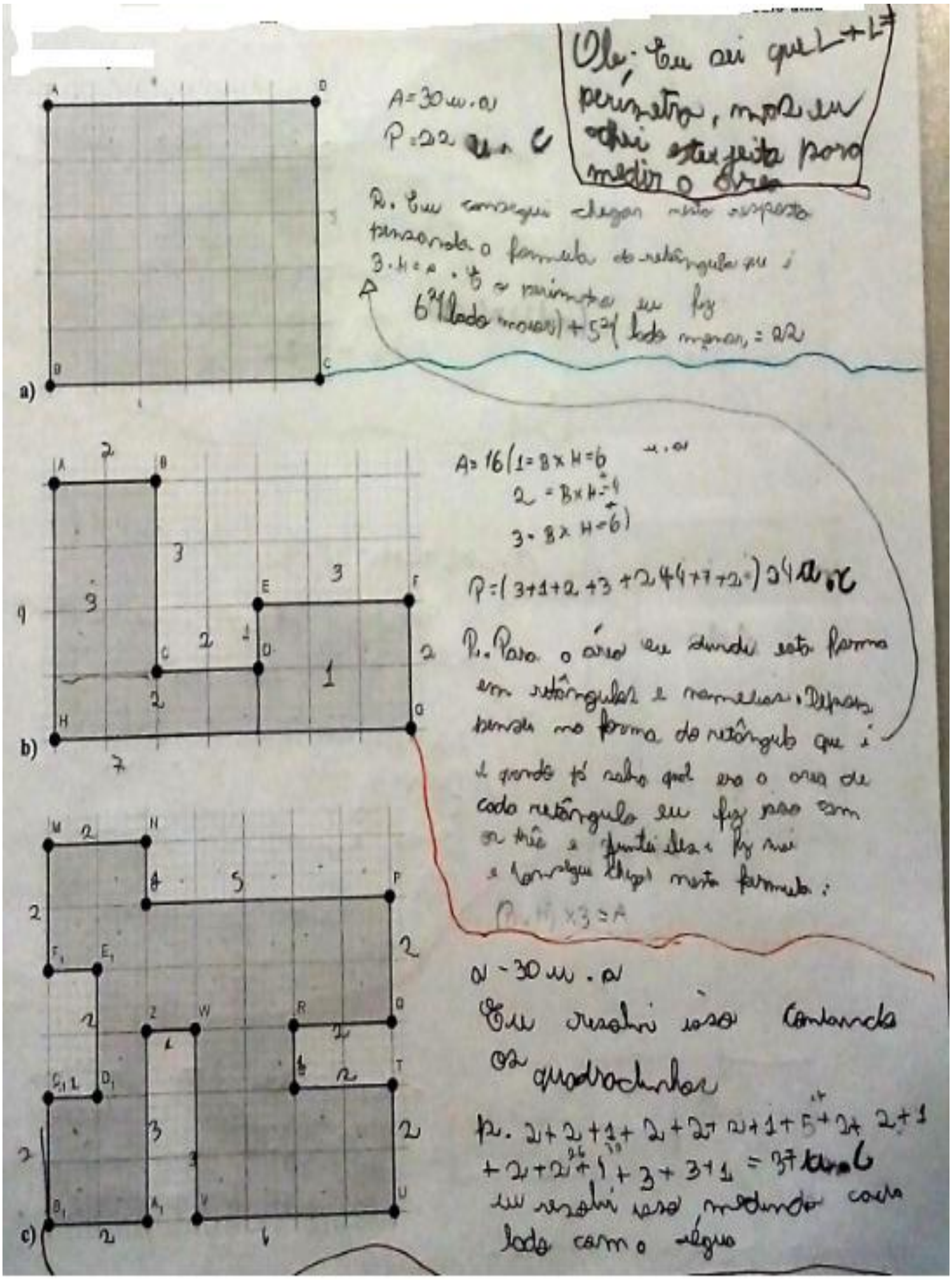
Figura 173 - Ilustração Atividade 7 aluno L. F.



Fonte: acervo pessoal

No próximo caso o aluno inicia utilizando algumas fórmulas trabalhadas, mas depois relaciona os cálculos através de contagem.

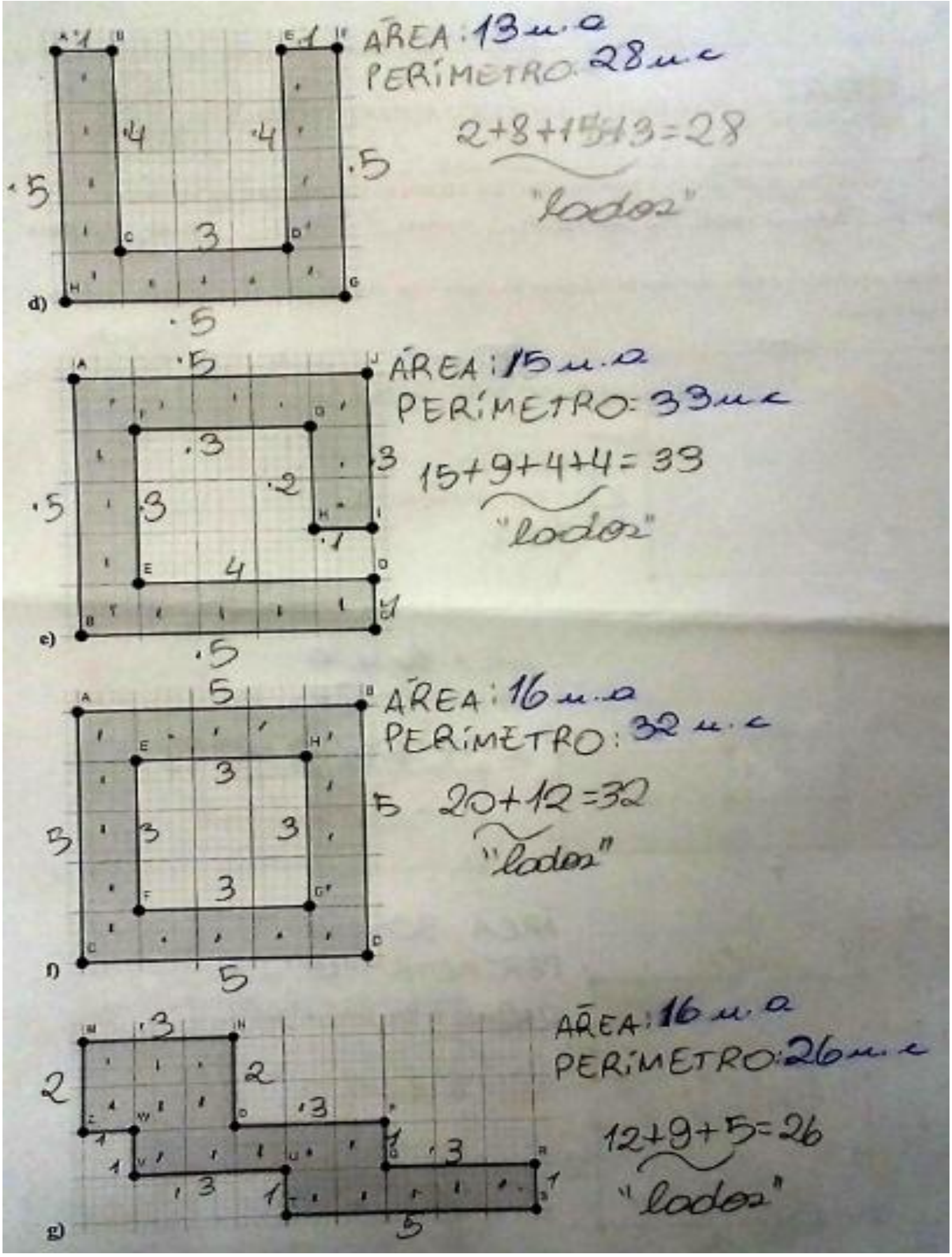
Figura 174 - Ilustração Atividade 7 aluno G. B.



Fonte: acervo pessoal

O próximo estudante utiliza primeiro a contagem para depois estruturar seu raciocínio através de uma expressão matemática.

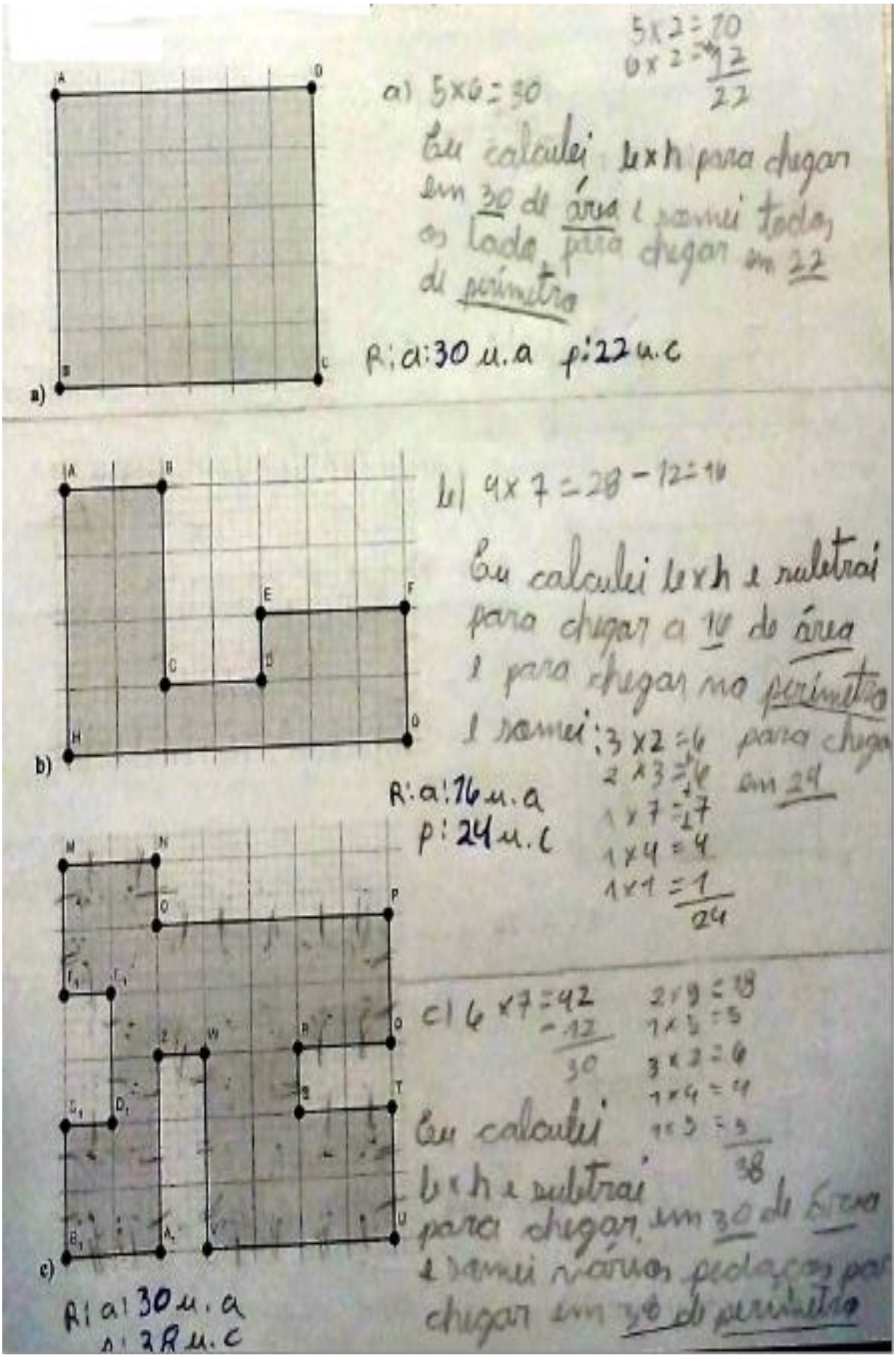
Figura 175 - Ilustração Atividade 7 aluno G. B.



Fonte: acervo pessoal

Esse estudante trabalha com as fórmulas e explica o seu raciocínio utilizado para isso.

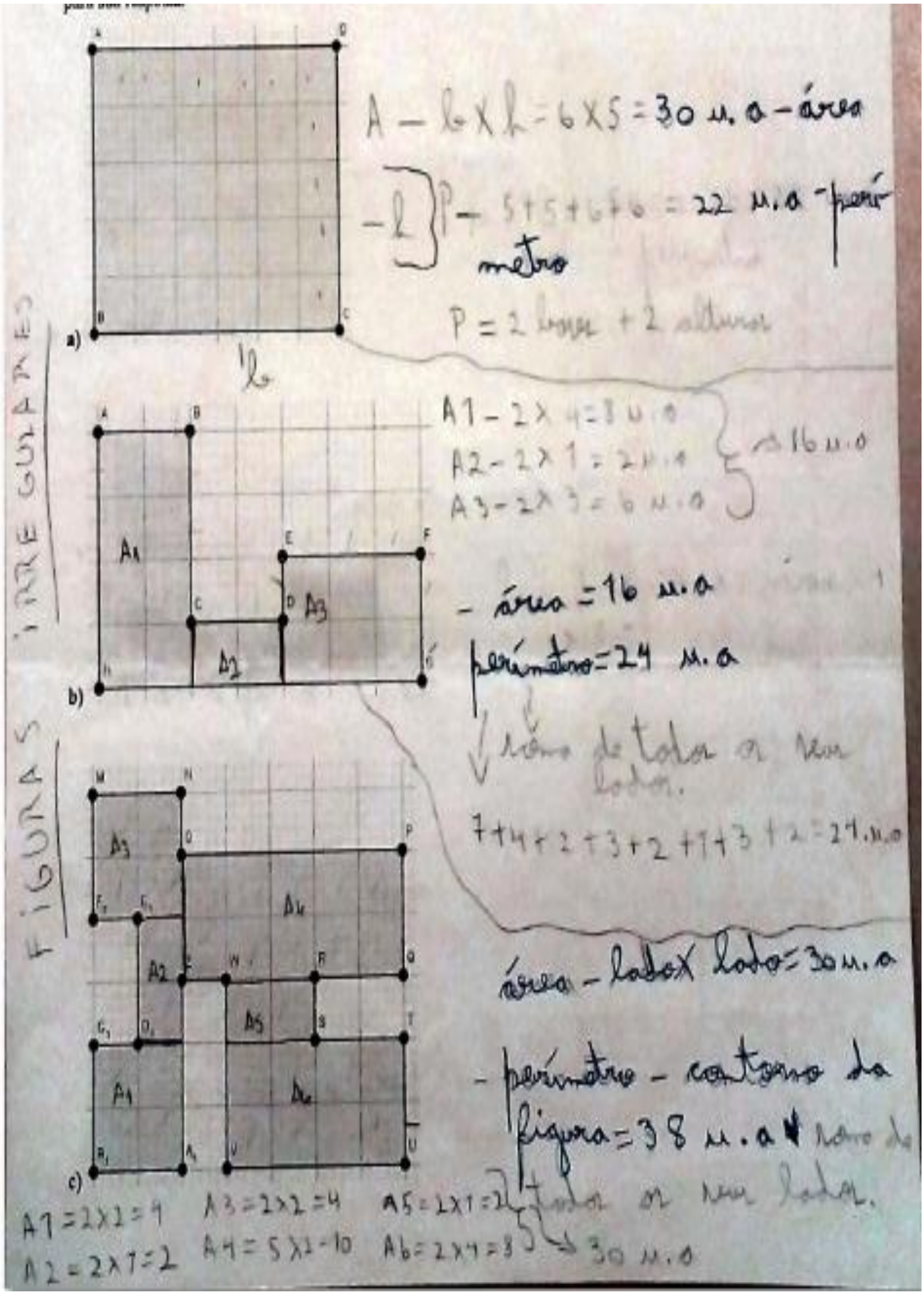
Figura 176 - Ilustração Atividade 7 aluno C. S.



Fonte: acervo pessoal

Esse aluno utiliza um recurso de subdivisão de figuras, para depois realizar os cálculos de área.

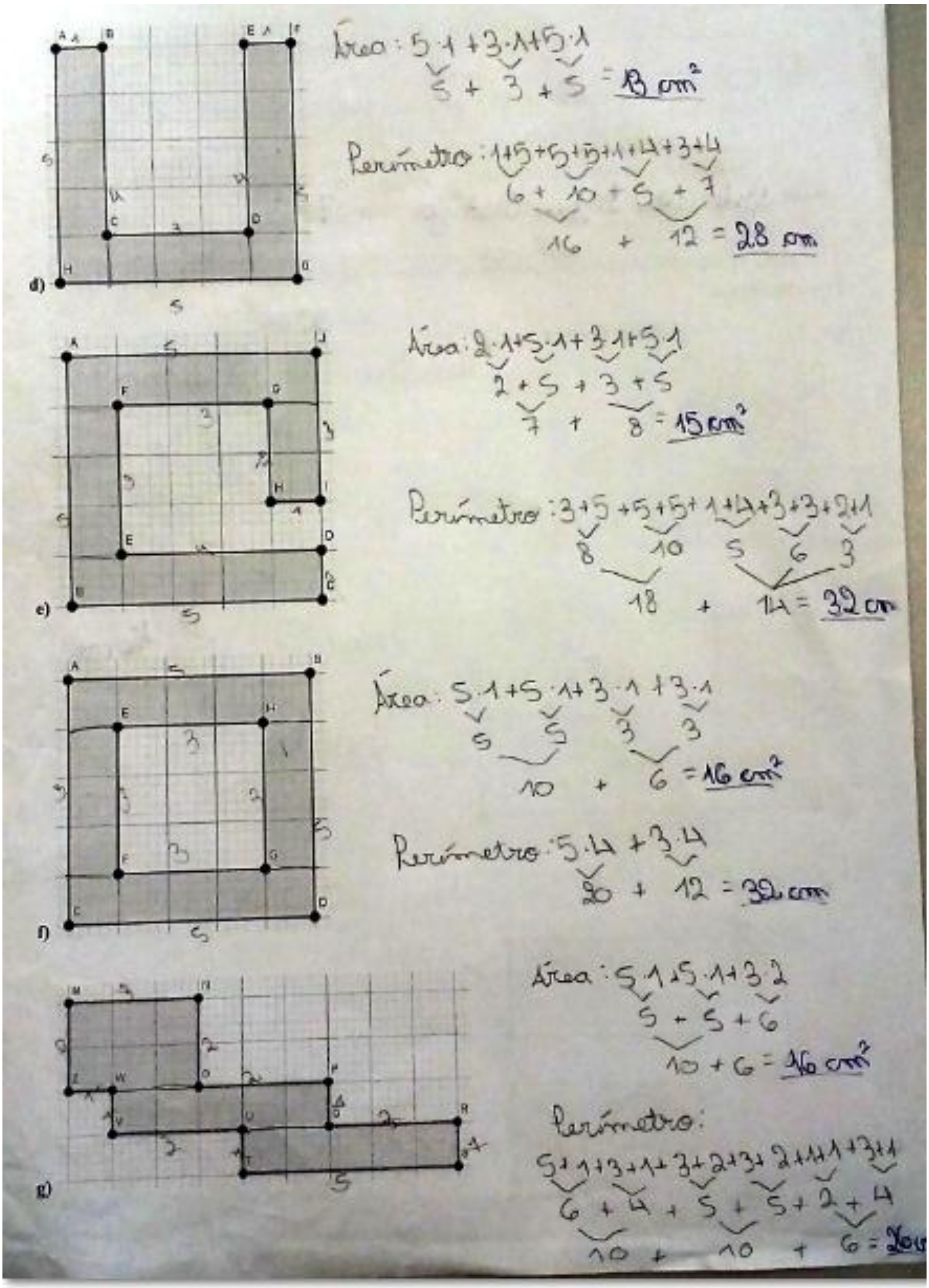
Figura 177 - Ilustração Atividade 7 aluno C. M.



Fonte: acervo pessoal

O próximo discente também separa em regiões e também utiliza uma contagem própria para a solução de seus cálculos.

Figura 178 - Ilustração Atividade 7 aluno C. M.



Fonte: acervo pessoal

A Atividade 8, que é a última atividade proposta da sequência de atividades, também foi desenvolvida para ser aplicada de modo individual e, nesse momento, os estudantes só poderiam utilizar folha de bloco para resolução, régua, caneta, lápis e borracha. A Atividade 8 tinha como objetivos:

- Fixar os conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas;
- Relacionar as diferentes fórmulas de áreas descobertas com as questões a serem desenvolvidas;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões.

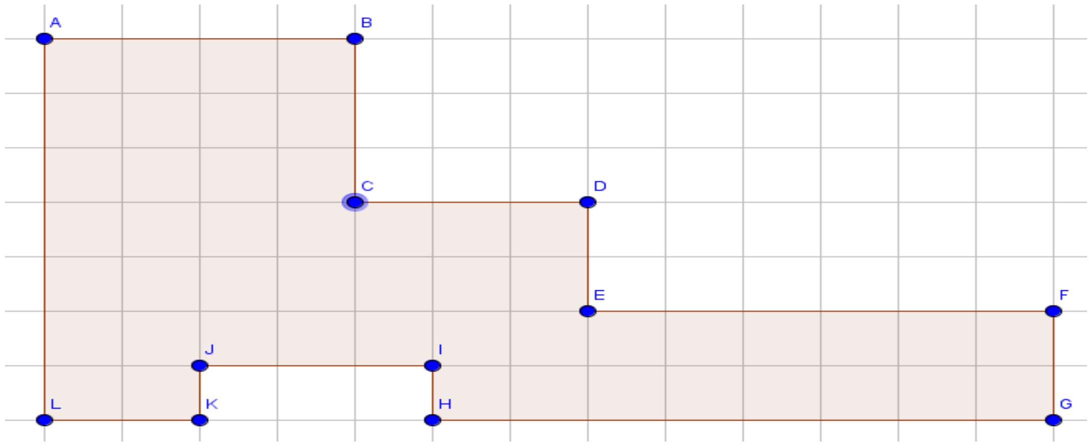
A Atividade 8 entregue aos discentes foi a seguinte:

Atividade 8- Aplicação dos conceitos aprendidos envolvendo as fórmulas descobertas

Calcule a área das figuras a seguir utilizando as fórmulas estudadas. Mostre as diferentes partes que calculou as áreas. Para o item a) calcule o perímetro também.

Figura 179 - Atividade 7a

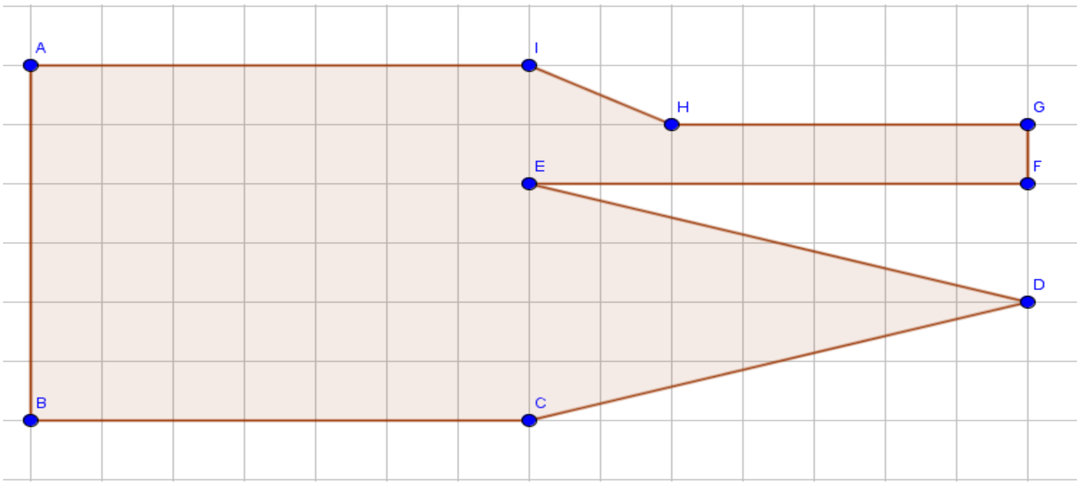
a)



Fonte: acervo pessoal

Figura 180 - Atividade 7b

b)



Fonte: acervo pessoal

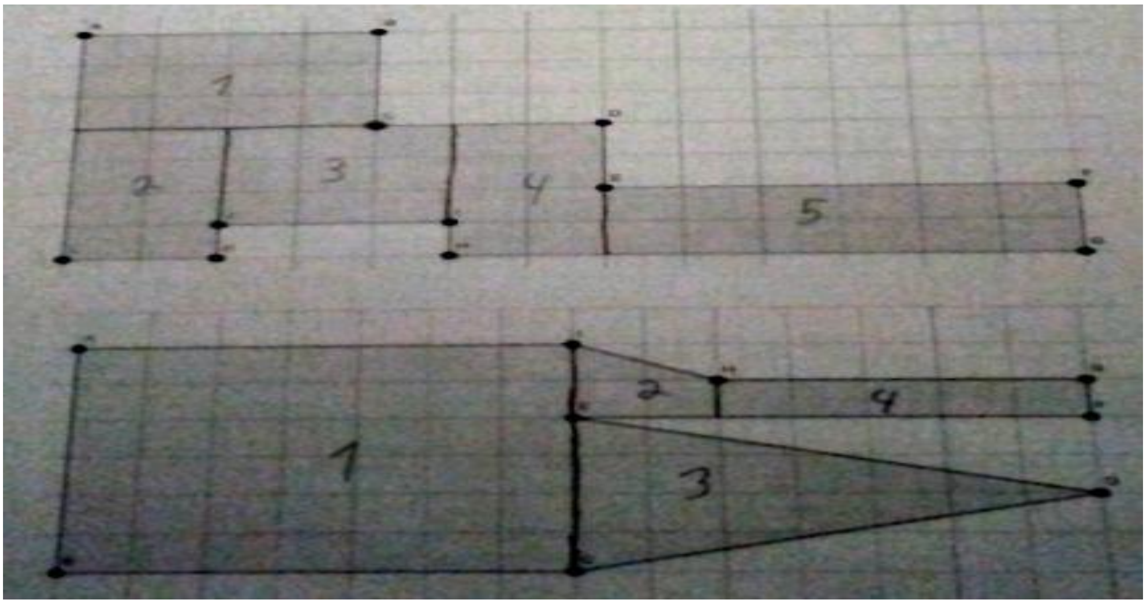
Da mesma forma que desenvolveram a Atividade 7, os estudantes desenvolveram a Atividade 8.

De maneira individual, cada aluno recebeu a folha de Atividade 8 e resolveram as questões sem muitos questionamentos. Ficaram em silêncio e não trocaram informações. Não houve questionamentos e nem trocas de ideias, cada um construiu o seu material, sendo entregue no final da aula.

As análises foram feitas a partir do material construído, e como na Atividade 7, não teve debates e questionamentos. Na sequência estarão alguns modelos de respostas confeccionados pelos estudantes. Será mostrado como foi realizada a divisão para depois mostrar os cálculos realizados para encontrar a área e o perímetro, quando solicitado.

O primeiro exemplo a ser ilustrado mostra que na primeira alternativa o aluno dividiu apenas em regiões retangulares. Já na segunda, variou suas repartições, aparecendo retângulos, triangulo e trapézio. Depois disso, o estudante desenvolveu seus cálculos e apresentou as fórmulas matemáticas utilizadas.

Figura 181 - Ilustração Atividade 8 aluno F. S. divisão das figuras



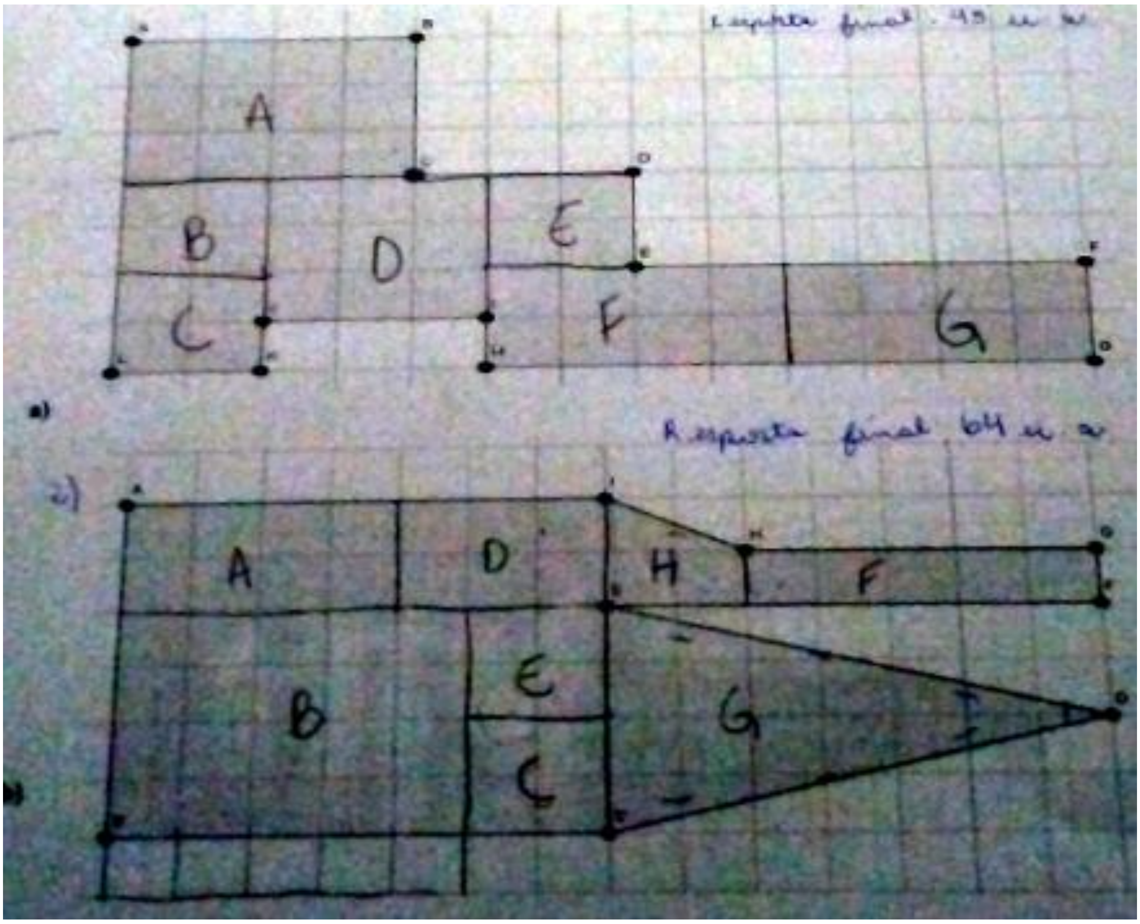
Fonte: acervo pessoal

Figura 182 - Ilustração Atividade 8 aluno F. S. desenvolvimento dos cálculos

Fonte: acervo pessoal

O próximo aluno evidencia o que muitos estudantes realizaram, dividindo em muitas partes as regiões delimitadas nos itens a e b. Poucos pensaram em minimizar os espaços e trabalhar com regiões maiores. Esse aluno ilustra a divisão, em sua maioria, de regiões retangulares, sendo o quadrado e o retângulo os mais utilizados para isso. Além disso, quando não conseguiu mais dividir nessas figuras, acabou utilizando o trapézio e o triângulo para selecionar as duas últimas partes de sua divisão.

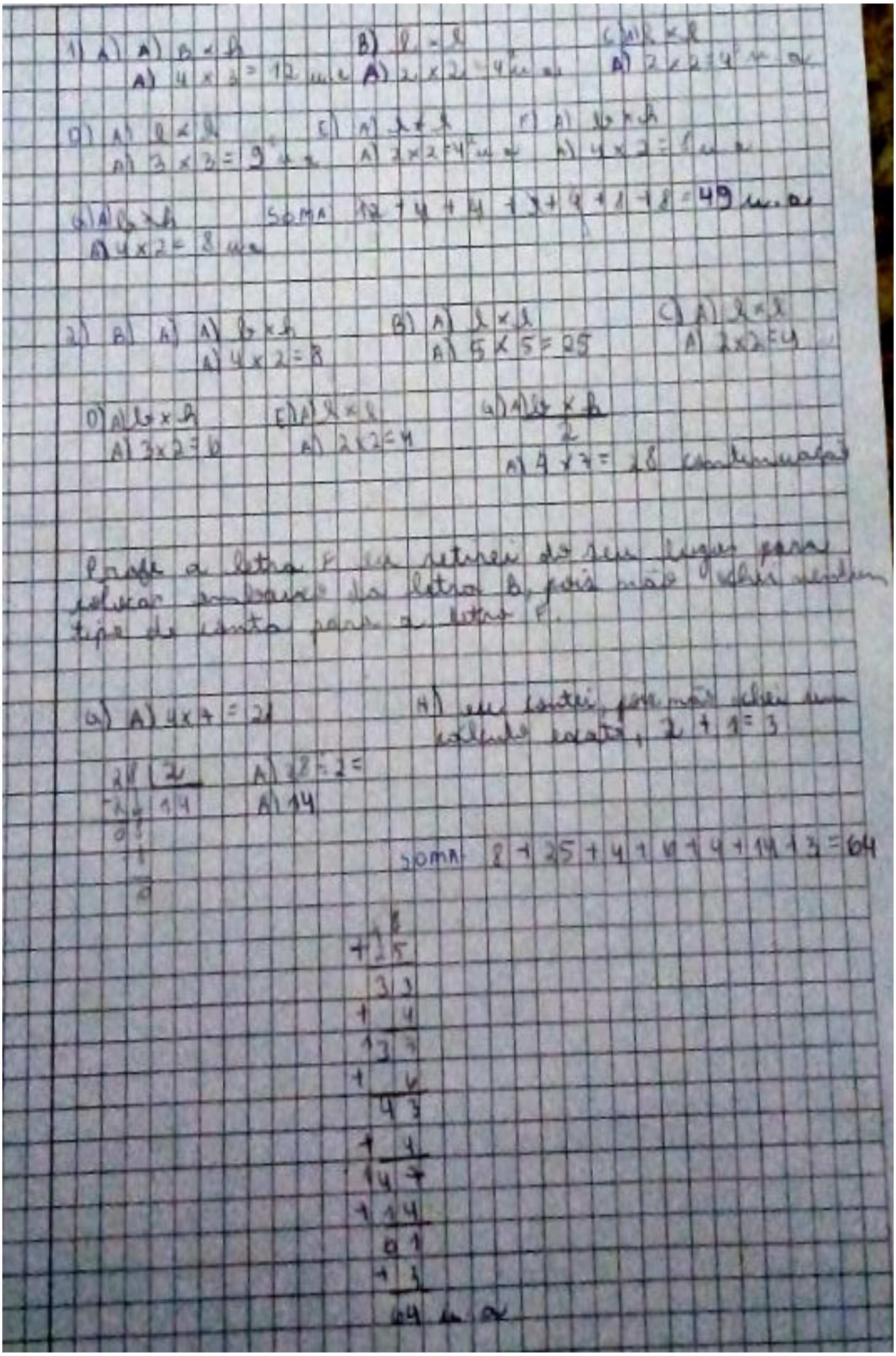
Figura 183 - Ilustração Atividade 8 aluno L. S. divisão das figuras



Fonte: acervo pessoal

Para a realização dos cálculos, o estudante foi mostrando as fórmulas que trabalhou e o desenvolvimento da mesma com números. Esse aluno mostra também uma reorganização de figuras para o cálculo da alternativa b o item F, onde o reorganiza com a figura B e encontra um quadrado e não dois retângulos. Além disso, utiliza de recursos de contagem quando ficou em dúvida para resolução.

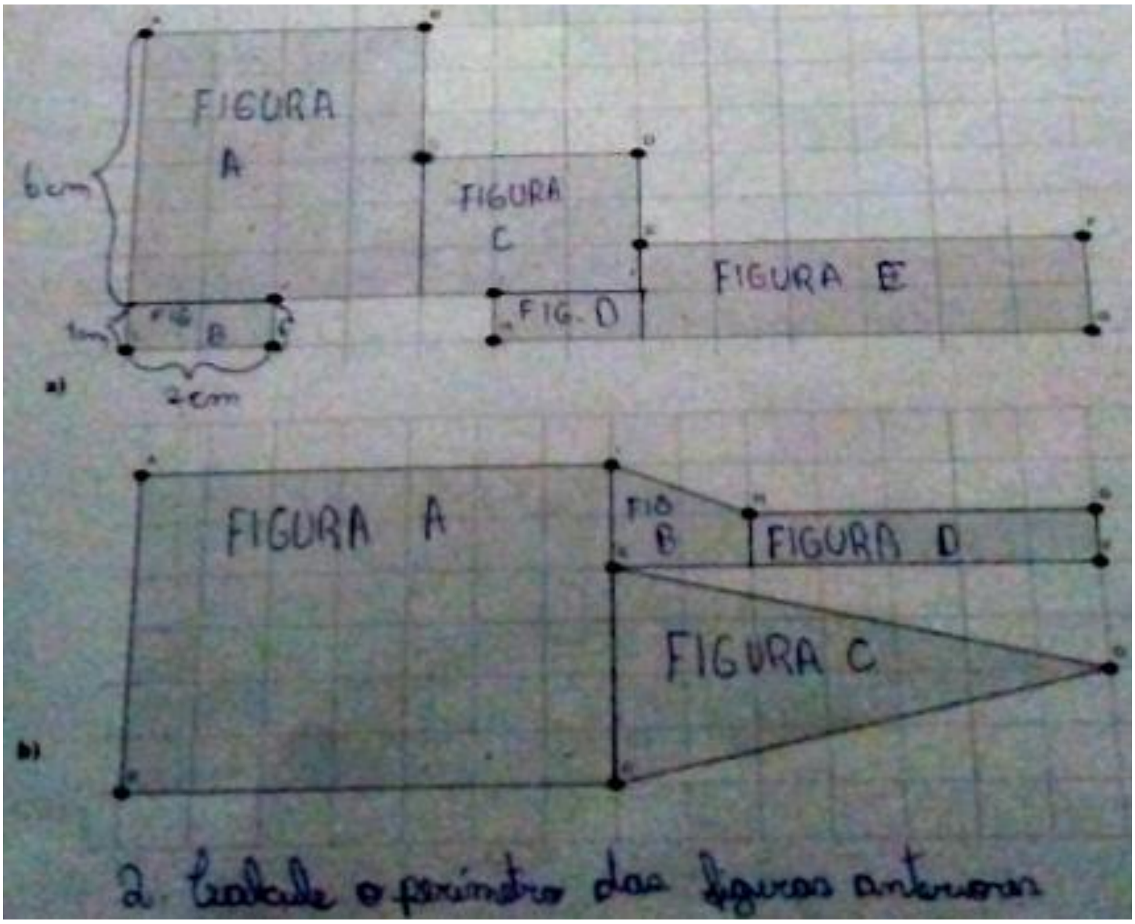
Figura 184 - Ilustração Atividade 8 aluno L. S. desenvolvimento dos cálculos



Fonte: acervo pessoal

O próximo estudante divide as figuras em quantidades mínimas possíveis. Além disso, também prevalece as regiões retangulares e aparece o triângulo e o trapézio. Para esse aluno, depois que concluiu a questão 1, foi pedido que calculasse o perímetro da região a, pois a questão b, no nível de conhecimento que se encontram, não seria possível de resolver, apenas por estimativa, o que não era o objetivo da atividade.

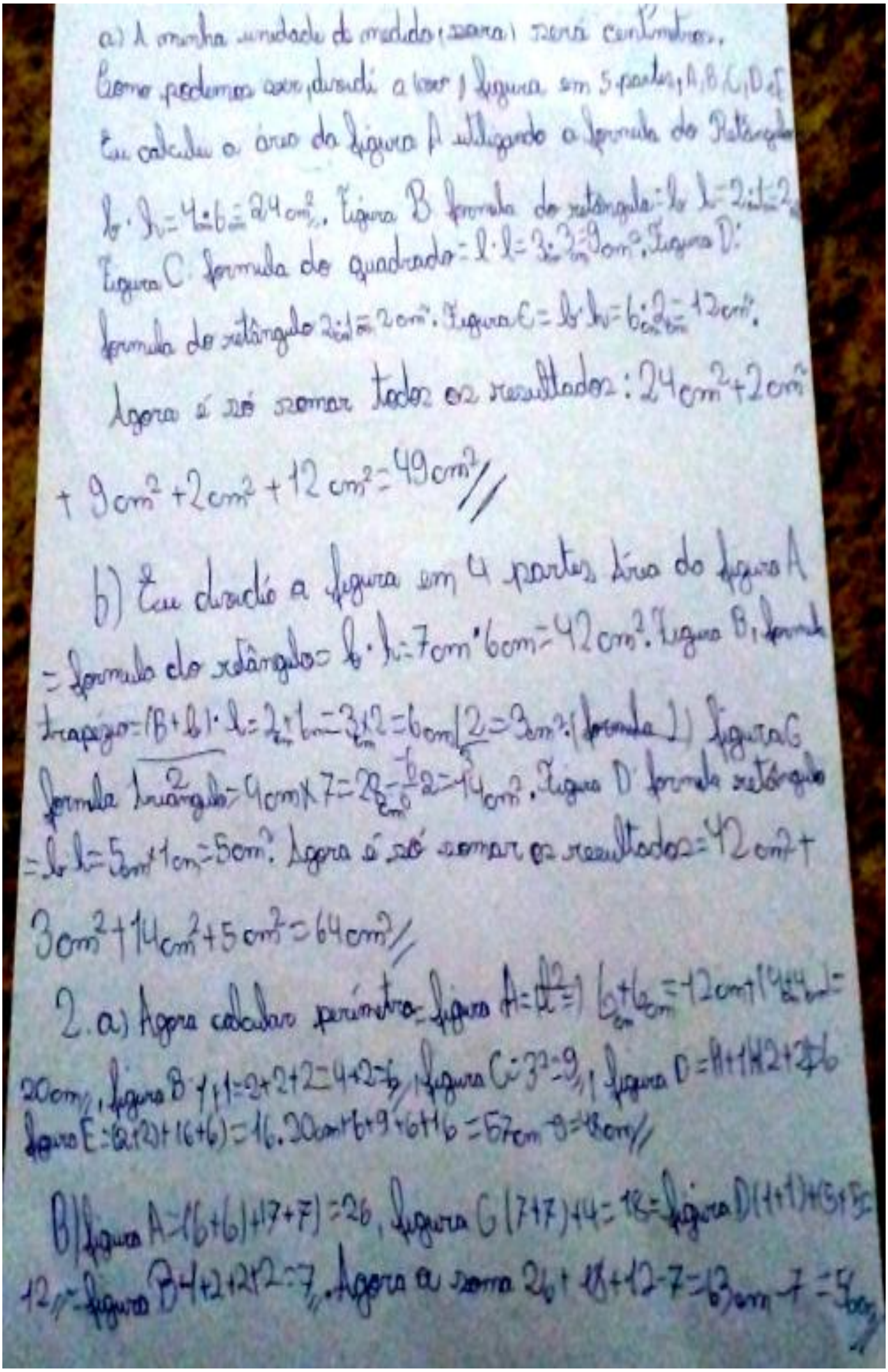
Figura 185 - Ilustração Atividade 8 aluno A. M. divisão das figuras



Fonte: acervo pessoal

Para o desenvolvimento dos cálculos, esse estudante vai explicando cada etapa e estrutura todo o seu raciocínio. O aluno destaca a figura que escolheu, apresenta a fórmula e depois estrutura o modelo através de números. O que ele pensou está descrito a seguir:

Figura 186 - Ilustração Atividade 8 aluno A. M. desenvolvimento dos cálculos



a) A minha unidade de medida (para) será centímetros.
Como podemos ver, dividi a (ver) figura em 5 partes, A, B, C, D e E
Eu calculei a área da figura A utilizando a fórmula do Retângulo
b · h = 4 · 6 = 24 cm². Figura B fórmula do retângulo = b · h = 2 · 1 = 2,
Figura C. fórmula do quadrado = l · l = 3 · 3 = 9 cm². Figura D:
fórmula do retângulo 2 · 1 = 2 cm². Figura E = b · h = 6 · 2 = 12 cm².
Agora é só somar todos os resultados: 24 cm² + 2 cm²
+ 9 cm² + 2 cm² + 12 cm² = 49 cm² //

b) Eu dividi a figura em 4 partes área da figura A
= fórmula do retângulo = b · h = 7 cm · 6 cm = 42 cm². Figura B, fórmula
trapézio = (B + b) · h = 2 + 1 = 3 x 2 = 6 cm / 2 = 3 cm². (fórmula) figura C
fórmula triângulo = 4 cm x 7 = 28 / 2 = 14 cm². Figura D fórmula retângulo
= b · h = 5 cm x 1 cm = 5 cm². Agora é só somar os resultados = 42 cm² +
3 cm² + 14 cm² + 5 cm² = 64 cm² //

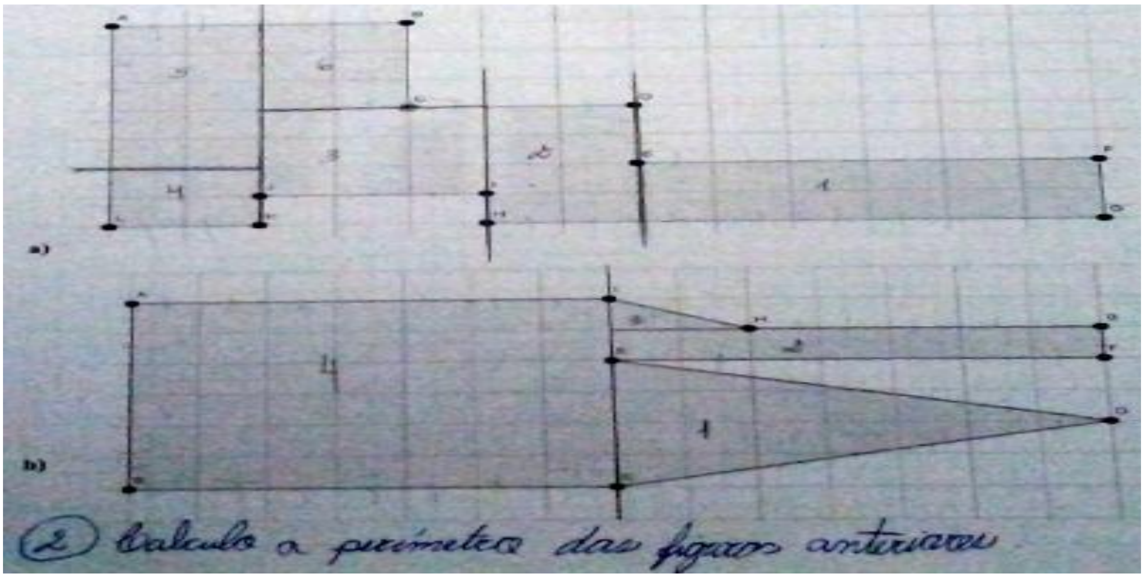
2. a) Agora calcular perímetro figura A = (...) = 6 + 6 = 12 cm + (4 + 4) =
20 cm //, figura B: 1 + 1 = 2 + 2 + 2 = 4 + 2 = 6, figura C = 3² = 9, figura D = 1 + 1 + 2 + 2 = 6
figura E = (2 + 2) + (6 + 6) = 16. 20 cm + 6 + 9 + 6 + 16 = 57 cm − 9 = 48 cm //

B) figura A = (6 + 6) + (7 + 7) = 26, figura C (7 + 7) + 4 = 18 = figura D (1 + 1) + (3 + 5) =
12 //, figura B = 1 + 2 + 2 + 2 = 7 //. Agora a soma 26 + 18 + 12 − 7 = 63 cm − 7 = 56 cm //

Fonte: acervo pessoal

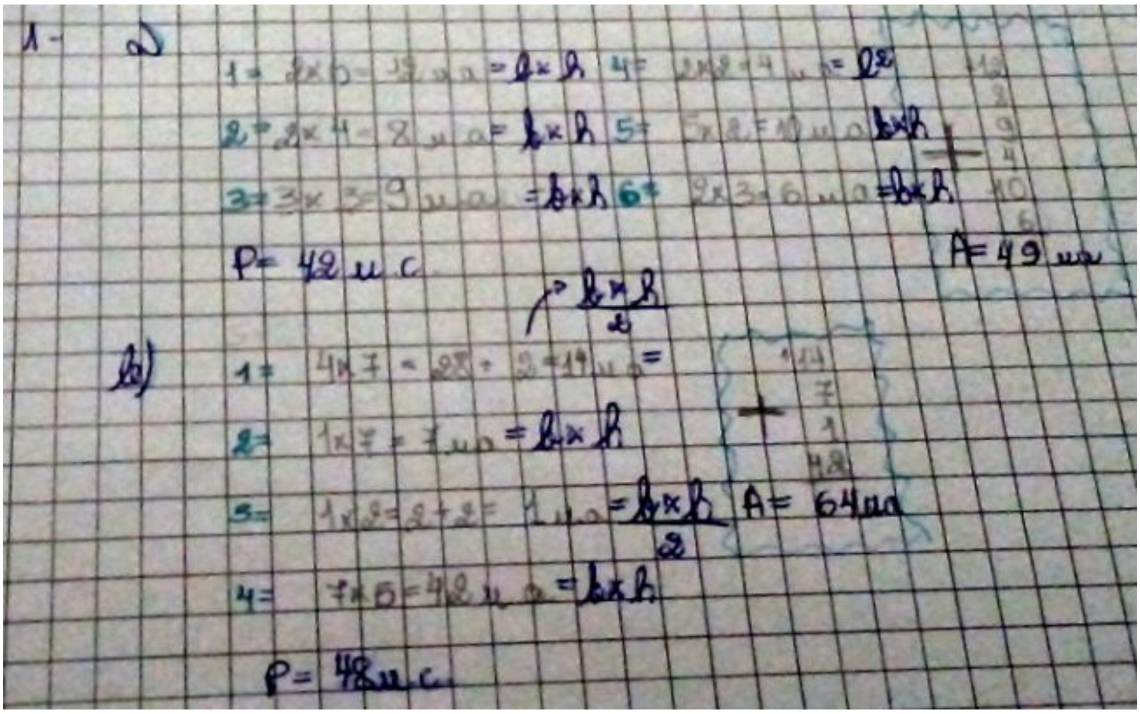
Um grupo de alunos acabou não repartindo determinada região em um trapézio, como a maioria dos estudantes o fez, e sim em triângulo e um retângulo maior como esse discente a seguir. O aluno a seguir ilustra sua divisão utilizando apenas de retângulos, quadrados e triângulos.

Figura 187 - Ilustração Atividade 8 aluno L. H. divisão das figuras



Fonte: acervo pessoal

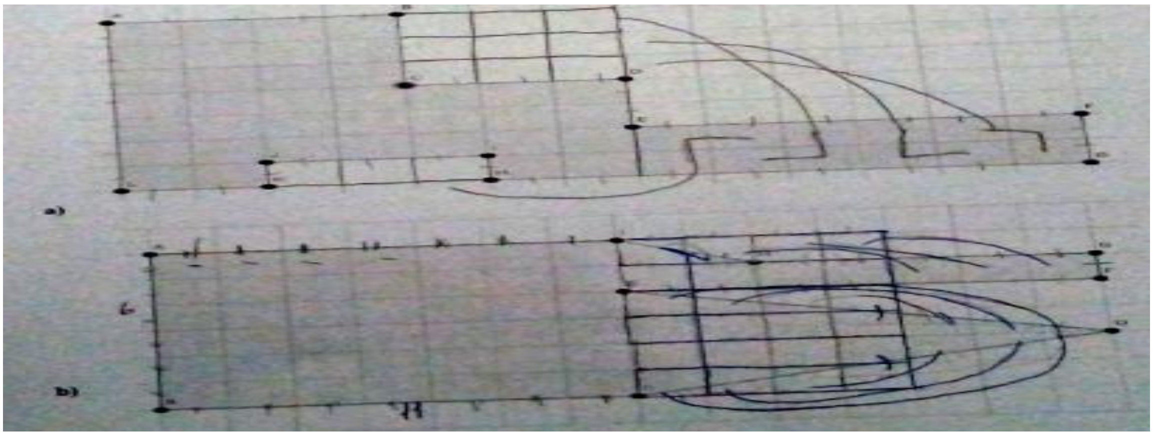
Figura 188 - Ilustração Atividade 8 aluno L. H. desenvolvimento dos cálculos



Fonte: acervo pessoal

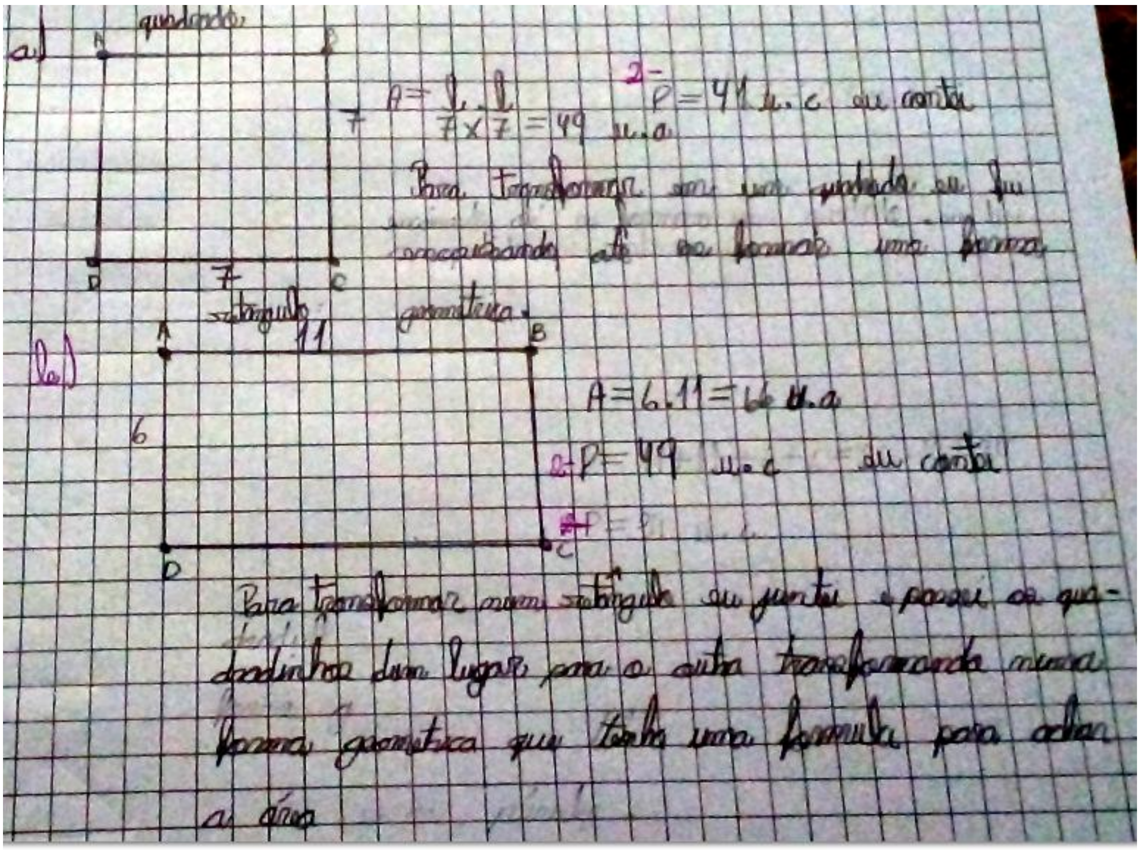
O próximo estudante faz uma modelagem nas figuras e monta a sua própria ilustração, para depois fazer o cálculo de área. Por essa remodelagem os valores dos perímetros alteram, mas o estudante chega a estimativas adequadas para o cálculo da área.

Figura 189 - Ilustração Atividade 8 aluno I. C. divisão das figuras



Fonte: acervo pessoal

Figura 190 - Ilustração Atividade 8 aluno I. C. desenvolvimento dos cálculos



Fonte: acervo pessoal

Dessa forma, pode ser visto que em inúmeros momentos os alunos utilizaram recursos gráficos, oscilando entre explicações com palavras e esquemas ilustrativos. As relações entre os Campos Conceituais de Estruturas Aditivas e de Estruturas Multiplicativas apareceram muito também na versão final do projeto.

O Projeto Final necessitou de ajustes o que foi muito positivo, uma vez que trouxe maiores esclarecimentos e debates sobre as situações apresentadas na sequência didática.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A atividade proporcionada provocou intensa participação dos estudantes. Foram diversos momentos de aprendizagem, em diferentes contextos e relações. Foram criados relações de experiências e de incentivo para os alunos participarem dessas vivências de aprendizagem.

Cada discente trabalhou de sua maneira, foram singulares em diversos momentos, mas trocaram ideias quando surgiram dúvidas. O espaço estava provocando uma discussão de ideias a cada atividade desenvolvida, respeitando o que cada um havia encontrado como resposta e debatendo sobre possíveis conflitos que possam ter surgido.

As duas aplicações, tanto o Projeto Piloto como o Projeto Final geraram nos alunos situações bem similares, onde os desenvolvimentos dos pensamentos foram bem parecidos. Em relação ao software Geogebra os estudantes do Projeto Piloto estavam mais receosos, já os alunos do Projeto Final ousaram bastante em sua manipulação.

Inicialmente estavam envergonhados com as câmeras e gravadores espalhados pela sala de aula. Mas logo perceberam que o foco de análise estava na sequência de atividades e suas resoluções. Alguns foram bem breves em seus relatos, já outros diversificavam o material que estava sendo produzido.

A maioria dos estudantes explicou suas questões com palavras e desenhos, sendo a forma figurada um complemento da explicação escrita. Relacionaram bem as ideias tentando articular um exemplo como esclarecimento. Alguns trabalharam de maneira algébrica, mesmo não sendo o objetivo da dissertação, usando letras e legendas em suas situações, mas a maioria descreveu seus exemplos numericamente.

Após cada atividade, os dados foram explorados, de modo que um material coletivo foi criado em sala de aula. A professora articulava as ideias no quadro e organizava um material de consulta posterior as atividades realizadas. Ao final de toda proposta de atividade, foram conceituados as questões iniciais de diversas maneiras, tentando conservar as diferenças de cada definição e esclarecendo diferentes formas de explicação abordadas.

Após esse momento de reflexões e análises os estudantes recebiam o material que haviam confeccionado da referida atividade e poderiam fazer as alterações e complementações que julgassem adequadas. O material era colado no caderno de aula de matemática para posteriores consultas e estudos.

A proposta articulou diferentes expressões sobre o conceito de área e perímetro de figuras geométricas planas, não ficando somente configurada em figuras regulares. Retomou diversos conceitos não previstos na atividade, como definições de polígonos, escalas e unidades de medida. Mesmo não sendo o objetivo do trabalho, esses assuntos também foram desenvolvidos e aprimorados. Os estudantes se divertiram e aprenderam nessa atividade, proporcionado diferentes modos e estágios de aprendizagem.

Os discentes articularam muito bem as atividades trabalhando com diferentes abordagens de aprendizagem, ou seja, com a malha quadriculada no papel e no software Geogebra. O software possibilitou a reformulação e a criação rápida dos argumentos trabalhados, uma vez que o movimento no papel seria impossível e o desenho rápido poderia não ter as características necessárias para a observação dos modelos.

Os discentes foram muito curiosos e articuladores em diversos sentidos. Aproveitavam os debates para ouvir e pensar sobre os diferentes métodos apresentados pelos colegas, além disso, contestavam quando não concordavam e questionavam quando não entendiam. O potencial de conhecimento que estava sendo explorado e proporcionado foi muito bom para todos os envolvidos.

Não sentiram dificuldades em relacionar uma fórmula com os modelos de cálculos reproduzidos por eles. Depois do exemplo do paralelogramo construído com eles, conseguiram encontrar a fórmula de área do triângulo, do losango e do trapézio sem muitas dificuldades. Tiveram várias tentativas, mas todos os modelos de resolução partiram deles.

Nesse momento de articulação das fórmulas, estar em dupla agiu em benefício dos estudantes, uma vez que debates eram gerados e pontos de vista articulados em um único objetivo: encontrar um modelo matemático capaz de resolver a área de qualquer quadrado, ou retângulo, ou paralelogramo, ou triângulo, ou losango ou trapézio.

No Projeto Piloto, inicialmente tivemos a proposta desenvolvida no Laboratório de Informática. Mas como a escola possuía tablets, começamos a utilizar esse recurso, uma vez que facilitava a locomoção (os tablets ficavam na sala de aula, não precisávamos trocar de ambiente). Houve diferença de manipulação, mas com o desenvolvimento das atividades os alunos foram se acostumando. Estavam bem integrados com a proposta e adoraram trabalhar com os tablets, pedindo para que usasse novamente em outros momentos. Já no Projeto Final, como experiência do anterior, adotamos diretamente os tablets nas referidas salas de aulas dos estudantes.

A questão que me guiou no início da dissertação foi: de que forma os estudantes articulam e organizam a obtenção do saber sobre os conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas?

E para esse questionamento central consegui a resposta de que alguns estudantes são bem objetivos e pensam que estruturar pensamentos e relações pode fazer 'perder tempo' ou que não são necessários para o desenvolvimento das atividades, uma vez que já encontraram a resposta. Mas para a grande maioria dos estudantes as ferramentas digitais aliada ao desenvolvimento de suas ideias, seja através de cálculos ou explicações com texto, direcionam os discentes a uma construção do saber, ficando evidente a importância da organização e análises do que estão fazendo.

Havia também algumas questões adicionais, que também tinha o interesse de pesquisar:

- Como se desenvolve o ensino de área e perímetro no nível do ensino fundamental?
- Quais os argumentos dos estudantes para determinar áreas e perímetros de figuras planas?
- Quais os argumentos dos estudantes para encontrar modelos genéricos (fórmulas) para áreas de figuras planas?
- Quais os modelos de resolução para questões envolvendo área e perímetro de figuras planas?
- De que forma os estudantes expressam seus pensamentos na resolução de problemas envolvendo área e perímetro de figuras planas?
- Como os discentes selecionam as informações para se prepararem a resolver os problemas propostos?

Para o primeiro questionamento, a maioria dos livros didáticos apresenta uma lista de fórmulas prontas e não fazem uma construção desse conhecimento. Apenas apresentam os dados e exemplos de como relacionar.

Para a segunda e terceira questão, foi percebido alguns dos discentes buscou encontrar, através dos recursos gráficos, uma reconstrução de figuras que lembrassem ou se transformassem em conhecimentos que já obtinham, usando assim uma modelagem em cima do que estava sendo proposto.

Para o quarto questionamento complementar, os estudantes associaram as fórmulas de perímetro em uma só: "Soma de todos os lados de um polígono", podendo ter regiões internas e externas, como proposto na Atividade 7. Para as fórmulas de área construíram:

Quadrado: "Lado ao quadrado."

Retângulo: "Base vezes altura."

Paralelogramo: "Base vezes altura."

Triângulo: "Base vezes altura. dividido por dois" ou "Metade da base vezes altura" ou "Base vezes a metade da altura"

Losango: "Altura vezes altura, dividido por dois" ou "Diagonal maior vezes diagonal menor, dividido por dois"

Trapézio: "Soma das bases, vezes a metade da altura" ou "Base maior mais base menor, vezes altura, dividido por dois."

Para os dois últimos questionamentos foi visto que os alunos não têm uma ordem para resolver as questões. Assim que estipulam e estudam os números, os estudantes começam a fazer uma articulação com os valores para ver se chegam a um resultado lógico. Depois disso, testam com os diversos exemplos que criaram, para assim poder tomar uma decisão geral sobre suas escolhas. Se for correto, pensam no que relacionaram e constroem uma explicação geral. Se não foi positivo para o processo, repensam suas escolhas e vão fazendo ajustes para encontrar o seu objetivo.

Os objetivos da dissertação eram:

- Compreender os argumentos dos envolvidos utilizados no desenvolvimento das atividades sobre área e perímetro de figuras geométricas planas;
- Perceber que ferramentas os alunos usaram no desenvolvimento de sua linguagem e como avançaram em busca de um modelo genérico para o cálculo de área de figuras como o quadrado, retângulo, paralelogramo, triângulo, losango e trapézio;
- Incentivar os discentes a estruturarem seu pensamento matemático depois de suas descobertas.

Para esses objetivos vejo que a sequência de atividades explorada foi satisfatória. Os alunos terminaram a sequência de atividades estando claros dos conceitos de área e perímetro. As ferramentas que mais utilizaram foi realmente tentar relacionar os polígonos em análises com conhecimentos prévios existentes, que no caso eram as fórmulas de área para quadrados e retângulos. Iniciaram receosos quando a articulação de suas ideias e pensamentos, mas com o passar das atividades, estavam cada vez mais seguros e ousados em seus desenvolvimentos.

Como parte de uma proposta maior, vejo a articulação dessas ideias como potencializadoras para a construção do conhecimento de fórmulas de área para figuras como o paralelogramo, o triângulo, o losango e o trapézio.

5 REFERÊNCIAS

BONDÍA, Jorge Larrosa. Notas sobre a experiência e o saber de experiência. **Revista Brasileira de Educação**, nº 19 (Jan/Fev/Mar/Abr), 2002. p. 20-28.

HOFFMANN, D. S., MARTINS, E. F., SERRES, F. F., BASSO, M.V.A. Design pedagógico de uso integrado de recursos manipulativos digitais e não-digitais de Números e Operações. In: **Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação - SBIE 2010**. Acesso online em 14 de maio de 2017. Disponível em http://www.br-ie.org/pub/index.php/sbie/article/view/1473, 2010

PAPERT, Seymour. A máquina das crianças: repensando a escola na era da informática. Tradução Sandra Costa. Porto Alegre: Artmed, 2008. 224p.

VERGNAUD, G. Teoria dos campos conceituais. In Nasser, L. (Ed.) **Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro**. 1993. p. 1-26.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, v. 1, p.75-90, 1986.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade: problemas do ensino da matemática na escola elementar**. Tradução: Maria Lúcia Faria Moro. Curitiba: UFPR, 2009. 322p.

VERGNAUD, G. Conceitos e Esquemas numa Teoria Operatória da Representação. **Psychologie Française**, 30(3-4), Novembro. [Traduçao Mimeo], 1955.

6 APÊNDICES

APÊNDICE A- Carta de Apresentação

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
Av. Bento Gonçalves, 9500 - Agronomia - 91509-900 - Porto Alegre - RS
Fone: (051) 3308.6212
mat-ppgensimat@ufrgs.br http://www.mat.ufrgs.br/~ppgem

Porto Alegre, 11 de maio de 2018

Senhor(a) Diretor(a),

Venho, por meio desta, apresentar meus cumprimentos e as motivações para a realização de pesquisa em sala de aula da escola, por parte do(a) professor(a) Francine Dahm, estudante deste Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.

Nosso Programa de Pós-Graduação tem como objetivos a melhoria do ensino de Matemática e o desenvolvimento profissional dos professores. A pesquisa realizada no âmbito do Mestrado visa, sobretudo, a experimentação e avaliação de propostas alternativas de ensino, que promovam a aprendizagem e a autonomia dos estudantes.

A referida pesquisa compõe a dissertação da mestranda, da qual sou orientador, e envolve a coleta de dados, tais como registro em áudio e/ou vídeo de diálogos, produções escritas dos alunos, capturas de telas, fotografias de materiais manipulativos e de registros no quadro-negro ou quadro branco. Para essa coleta, será solicitado o consentimento dos pais ou responsáveis, conforme Termo em anexo.

Acreditando que a referida pesquisa seja, também, do interesse da instituição, solicito seu apoio, e fico à disposição para qualquer esclarecimento que se fizer necessário.

Cordiais saudações,

Marcus Vinicius de Azevedo Basso
Coordenador do PPG Ensino de Matemática
IME-UFRGS

Ao
Profª. Rosângela Von Mühlen Maciel
Vice Diretora do Colégio Evangélico Alberto Torres

APÊNDICE B- Termo de Consentimento Informado

TERMO DE CONSENTIMENTO INFORMADO

Eu, ____, R.G. __________________, responsável pelo(a) aluno(a) ____, da turma ____________, declaro, por meio deste termo, que concordei em que o(a) aluno(a) participe da pesquisa intitulada Ensino de área e perímetro de figuras geométricas planas: atividade experimental de noções básicas, desenvolvida pela pesquisadora Francine Dahm. Fui informado(a), ainda, de que a pesquisa é coordenada/orientada por Marcus Vinicius de Azevedo Basso, a quem poderei contatar a qualquer momento que julgar necessário, através do telefone (51) 33086212 ou e-mail mbasso@ufrgs.br.

Tenho ciência de que a participação do(a) aluno(a) não envolve nenhuma forma de incentivo financeiro, sendo a única finalidade desta participação a contribuição para o sucesso da pesquisa. Além disso, os conteúdos do objeto de pesquisa fazem parte dos conceitos a serem aprendidos nessa etapa de ensino. Fui informado(a) dos objetivos estritamente acadêmicos do estudo, que, em linhas gerais, são:

- Perceber que ferramentas os alunos usaram no desenvolvimento de sua linguagem;
- Provocar os docentes a pensarem de diversas formas sobre o mesmo tema, proporcionando uma construção e reconstrução de conceitos adquiridos;

Fui também esclarecido(a) de que os usos das informações oferecidas pelo(a) aluno(a) será em situações acadêmicas (artigos científicos, palestras, seminários etc.).

A colaboração do(a) aluno(a) se fará por meio de entrevista/questionário escrito etc, bem como da participação em oficina/aula/encontro/palestra, em que ele(ela) será observado(a) e sua produção analisada, sem nenhuma atribuição de nota ou conceito às tarefas desenvolvidas. A colaboração do(a) aluno(a) se iniciará apenas a partir da entrega desse documento por mim assinado.

Estou ciente de que, caso eu tenha dúvida, ou me sinta prejudicado(a), poderei contatar a pesquisadora responsável no e-mail francine.dahm@ufrgs.br.

Fui ainda informado(a) de que o(a) aluno(a) pode se retirar dessa pesquisa a qualquer momento, sem sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos.

Lajeado, ______ de ___________________ de 2018.

Assinatura do Responsável:

Assinatura do(a) pesquisador(a): Assinatura do Orientador:

APÊNDICE C- Termo de Assentimento

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

TERMO DE ASSENTIMENTO

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa “**Ensino de área e perímetro de figuras geométricas planas: atividade experimental de noções básicas**”. Neste estudo pretendemos:

- Perceber que ferramentas os alunos usaram no desenvolvimento de sua linguagem;
- Provocar os docentes a pensarem de diversas formas sobre o mesmo tema, proporcionando uma construção e reconstrução de conceitos adquiridos.

Para participar deste estudo, o responsável por você deverá autorizar e assinar um termo de consentimento. Você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Você será esclarecido(a) em qualquer aspecto que desejar e estará livre para participar ou recusar-se. O responsável por você poderá retirar o consentimento ou interromper a sua participação a qualquer momento. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador que irá tratar a sua identidade com padrões profissionais de sigilo. Você não será identificado em nenhuma publicação. Este estudo apresenta risco mínimo, isto é, o mesmo risco existente em atividades rotineiras.

Os resultados estarão à sua disposição quando finalizada. Seu nome ou o material que indique sua participação não será liberado sem a permissão do responsável por você. Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período mínimo de 5 anos.

Eu, ____, portador(a) do documento de Identidade ____________________ , fui informado(a) dos objetivos do presente estudo de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações, e o meu responsável poderá modificar a decisão de participar se assim o desejar. Tendo o consentimento do meu responsável já assinado, declaro que concordo em participar desse estudo.

Lajeado, _____ de maio de 2018.

______________________________ ______________________________

Assinatura do(a) menor Assinatura do(a) pesquisador(a)

Em caso de dúvidas com respeito aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar:
Comitê de Ética em Pesquisa (CEP) da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS), situado na Av.Paulo Gama, 110 - Sala 317, Prédio Anexo 1 da Reitoria - Campus Centro, Porto Alegre/RS - CEP: 90040-060 e que tem como fone 55 51 3308 3738 e e-mail: etica@propesq.ufrgs.br.
Pesquisadora Responsável: Francine Dahm
E-mail: francine.dahm@hotmail.com

APÊNDICE D- Produto Técnico

Como produto dessa dissertação, apresenta-se a sequência de atividades sobre o estudo de área e perímetro de figuras geométricas planas, tendo como enfoque inicial a malha quadriculada e polígonos e, no desenvolvimento das atividades, busca de fórmulas matemática para a área de quadrados, retângulos, paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios. Esta sequência é composta por uma atividade realizada em malha quadriculada e oito atividades com potencial de desenvolvimento no software Geogebra.

Atividade inicial: noções experimentais de área e perímetro de figuras geométricas planas

Objetivos:

- Perceber o que os estudantes conhecem de perímetro e área;
- Estimular o processo de escrita e desenvolvimento de raciocínio lógico, pretendendo estruturar o pensamento dos discentes na descrição das atividades;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

As questões abordadas foram:

Atividade inicial: noções experimentais de área e perímetro de figuras geométricas planas

1) O que é área para você?

2) O que é perímetro para você?

Responda as questões acima utilizando palavras e desenhos. Será considerado o quadradinho como 1 cm² de área e 4 cm de perímetro.

3) A figura abaixo é a planta baixa de um apartamento. Observe-a e responda as questões, considerando cada quadradinho uma unidade de medida de área.

Figura 191- Planta baixa do apartamento

Fonte: https://doutormatematico.blogspot.com.br/

a) Qual é a área total do apartamento?

b) Qual é a área do banheiro?

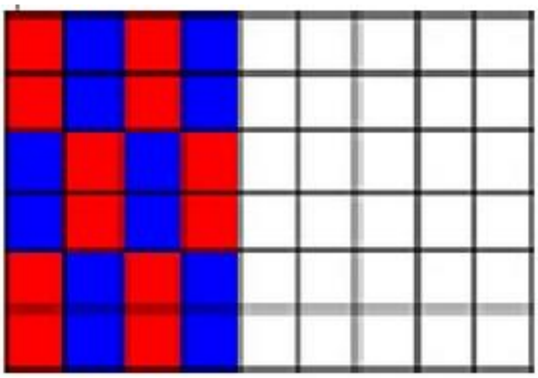
c) Qual é o cômodo cuja área mede 5 unidades de área?

d) Quais cômodos tem área de 4 unidades?

e) Quais cômodos tem área de 6 unidades?

4) A figura representa o padrão do mosaico no chão de um salão de festas. Parte do piso já foi colocado. Considerando cada quadradinho como uma unidade de área, observe a figura e responda.

Figura 192 - Mosaico no chão do salão de festas



Fonte: https://doutormatematico.blogspot.com.br/

a) Qual é a área total do chão em que já foi colocado o piso?

b) No fim do trabalho, qual será a área total de azulejos azuis?

c) No fim do trabalho, qual será a área total de azulejos vermelhos?

d) Qual é a área total do salão de festas?

e) Qual é a área que já foi coberta por azulejos vermelhos?

5) Desenhe o que se pede, calculando os conceitos trabalhados.

a) Dois retângulos diferentes de mesma área.

b) Dois retângulos diferentes de mesmo perímetro.

c) Duas figuras diferentes com a mesma área.

d) Duas figuras diferentes com o mesmo perímetro.

6) Desenhe os polígonos pedidos.

a) Um polígono de área igual a 15 quadradinhos.

b) Um polígono de área igual a 6 quadradinhos.

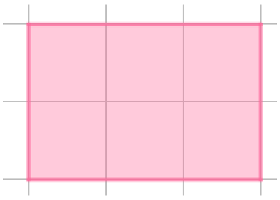
c) Um quadrilátero com área igual a 7 quadradinhos.

d) Um octógono com área igual a 4 quadradinhos.

7) Calcule a área e o perímetro das seguintes formas:

Figura 193 - Retângulo

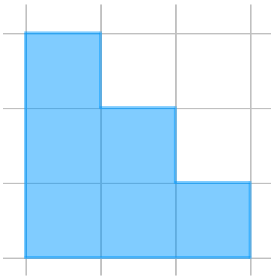
a)



Fonte: acervo pessoal

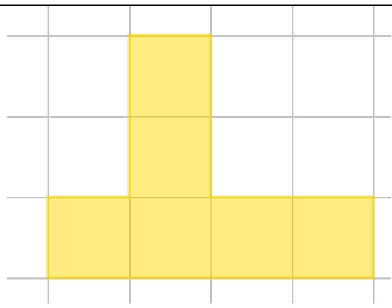
Figura 194 - Polígono 1

b)



Fonte: acervo pessoal

Figura 195 - Polígono 2



c)

Fonte: acervo pessoal

8) Agora, você deve criar um desenho formado pelos quadradinhos. Pode ser um foguete, um caminhão, uma casa... Deve indicar o perímetro e a área de seu desenho. Após isso, deve desenhar um retângulo ou um quadrado que possui a mesma área que seu desenho.

9) Pesquise qual é a fórmula da área de um quadrado? Por quê? Explique através de desenhos e palavras.

10) Pesquise qual é a fórmula da área de um retângulo? Por quê? Explique através de desenhos e palavras.

As atividades a seguir representam os modelos para realização com o software Geogebra.

Atividade 1- Abordagem inicial dos conceitos de área e perímetro

Objetivos:

- Utilizar mecanismos tecnológicos no ensino aprendizagem de matemática;
- Integrar os estudantes com diferentes recursos metodológicos digitais;
- Fixar os conceitos de perímetro e área de figuras geométricas planas;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

As questões abordadas foram:

Atividade 1- Abordagem inicial dos conceitos de área e perímetro

1) Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com perímetro de 10 centímetros.

a) Calcule as áreas das figuras**.**

b) As áreas são iguais? Por que isso acontece?

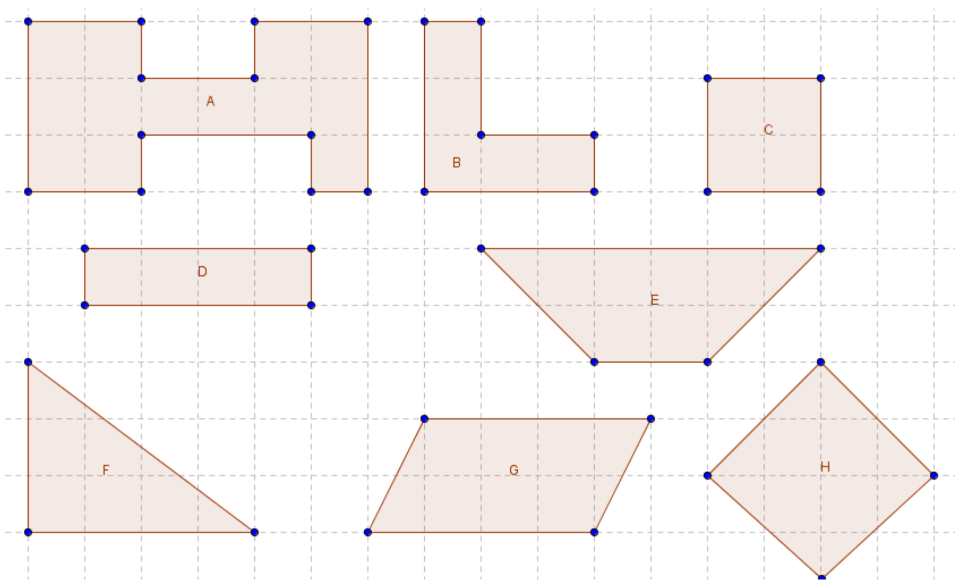
2) Desenhe na malha quadriculada duas figuras diferentes com área de 4 centímetros quadrados.

a) Calcule os perímetros das figuras**.**

b) Os perímetros são iguais? Por que isso acontece?

3) Agora, abra o arquivo na área de trabalho intitulado Trabalho1 e calcule a área e o perímetro de cada uma das figuras representadas. Descreva como você chegou a cada resultado.

Figura 196 - Trabalho 1



Fonte: acervo pessoal

Atividade 2- Estudo da fórmula da área do quadrado e retângulo

Objetivos:

- Utilizar mecanismos tecnológicos no ensino aprendizagem de matemática;
- Integrar os estudantes com diferentes recursos metodológicos digitais;

- Fixar os conceitos de área de quadrados, retângulos e paralelogramos;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

As questões abordadas foram:

Atividade 2- Estudo da fórmula da área do quadrado e retângulo

Os exercícios que serão propostos na Atividade 2 estão descritos a seguir.

1) Crie quatro quadrados e quatro retângulos. Identifique-os. Calcule a área e o perímetro dessas figuras.

2) Abra um novo arquivo e com as áreas dos retângulos do item 1 crie quadrados.

3) Isso é sempre possível? De que forma?

4) Abra um novo arquivo e com as áreas dos quadrados do item 1 crie retângulos.

5) Isso é sempre possível? De que forma?

Atividade 3- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos paralelogramos

Objetivos:

- Utilizar mecanismos tecnológicos no ensino aprendizagem de matemática;
- Integrar os estudantes com diferentes recursos metodológicos digitais;
- Fixar os conceitos de área de quadrados, retângulos e paralelogramos;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

As questões abordadas foram:

Atividade 3- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos paralelogramos

A Atividade 3 será desenvolvida com a abordagem da professora, tentando provocar a autonomia dos estudantes para as Atividade 4, Atividade 5 e Atividade 6.

Nessa parte do desenvolvimento da proposta de trabalho, não estaremos direcionados em calcular o perímetro de paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios, uma vez que precisamos, por exemplo, do Teorema de Pitágoras e esse será abordado em outro momento de aprendizagem. Nosso foco agora será a descoberta das fórmulas de área de paralelogramos, triângulos, losangos e trapézios. Os exercícios que serão propostos na Atividade 3 estão descritos a seguir.

1) Escreva a definição do paralelogramo.

2) Crie três exemplos diferentes de paralelogramos.

3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.

4) De que forma há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?

5) Como podemos calcular a área de paralelogramos utilizando uma fórmula?

Atividade 4- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos triângulos

Objetivos:

- Utilizar mecanismos tecnológicos no ensino aprendizagem de matemática;
- Integrar os estudantes com diferentes recursos metodológicos digitais;
- Fixar os conceitos de área de triângulos e losangos;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

As questões abordadas foram:

Atividade 4- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos triângulos

1) Escreva a definição do triângulo.

2) Crie três exemplos diferentes de triângulos.

3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.

4) De que forma há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?

5) Como podemos calcular a área de triângulos utilizando uma fórmula?

6) Qual foi o pensamento que desenvolveste para encontrar esse modelo?

Atividade 5- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos losangos

Objetivos:

- Utilizar mecanismos tecnológicos no ensino aprendizagem de matemática;
- Integrar os estudantes com diferentes recursos metodológicos digitais;
- Fixar os conceitos de área de triângulos e losangos;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

As questões abordadas foram:

Atividade 5- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos losangos

1) Escreva a definição do losango.

2) Crie três exemplos diferentes de losangos.

3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.

4) De que forma há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?

5) Como podemos calcular a área de losangos utilizando uma fórmula?

6) Qual foi o pensamento que desenvolveste para encontrar esse modelo?

Atividade 6- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos trapézios

Objetivos:

- Utilizar mecanismos tecnológicos no ensino aprendizagem de matemática;
- Integrar os estudantes com diferentes recursos metodológicos digitais;
- Fixar os conceitos de área de trapézios;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

As questões abordadas foram:

Atividade 6- Desenvolvimento da fórmula do cálculo de área dos trapézios
1) Escreva a definição do trapézio.
2) Crie três exemplos diferentes de trapézios.
3) Utilizando a ferramenta de área do software Geogebra, calcular a área das figuras desenhadas.
4) De que forma há alguma semelhança com os conhecimentos que já adquirimos?
5) Como podemos calcular a área de trapézios utilizando uma fórmula?
6) Qual foi o pensamento que desenvolveste para encontrar esse modelo?

Atividade 7- Aplicação dos conceitos de perímetro e área de figuras geométricas planas

Objetivos:

- Fixar os conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões;
- Estimular o trabalho em equipe, o respeito mútuo e a organização temporal.

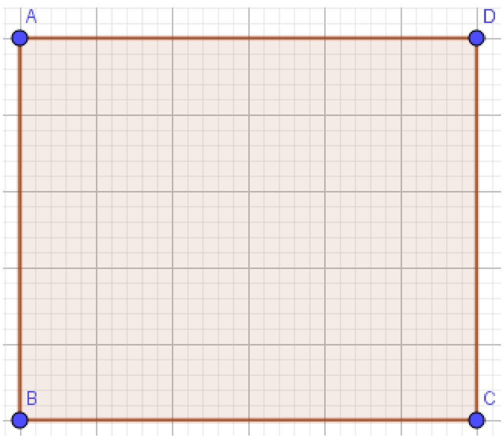
As questões abordadas foram:

Atividade 7- Aplicação dos conceitos de perímetro e área de figuras geométricas planas

Calcule o perímetro e a área das seguintes figuras. Explique o que você pensou ou mostre o cálculo utilizado para sua resposta.

Figura 197 - Ilustração a

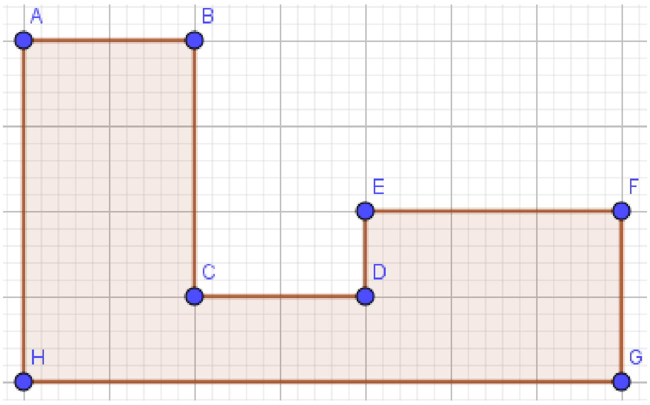
a)



Fonte: acervo pessoal

Figura 198 - Ilustração b

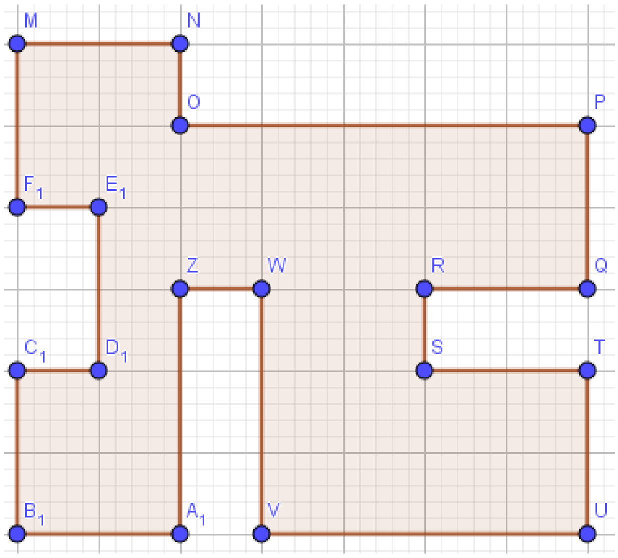
b)



Fonte: acervo pessoal

Figura 199 - Ilustração c

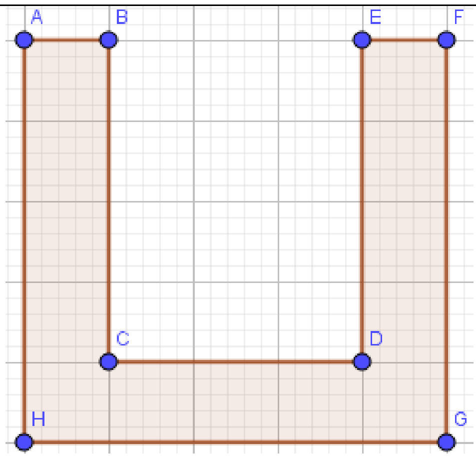
c)



Fonte: acervo pessoal

Figura 200 - Ilustração d

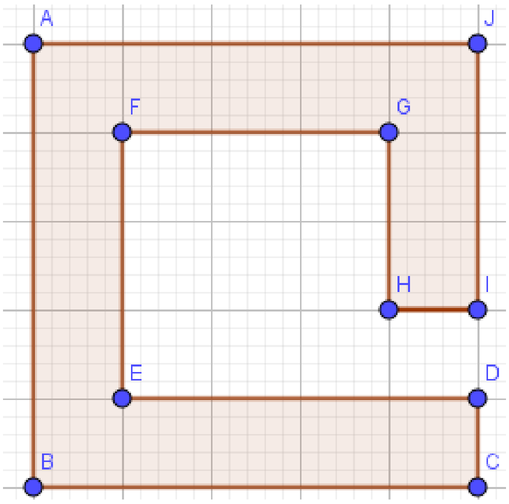
d)



Fonte: acervo pessoal

Figura 201 - Ilustração e

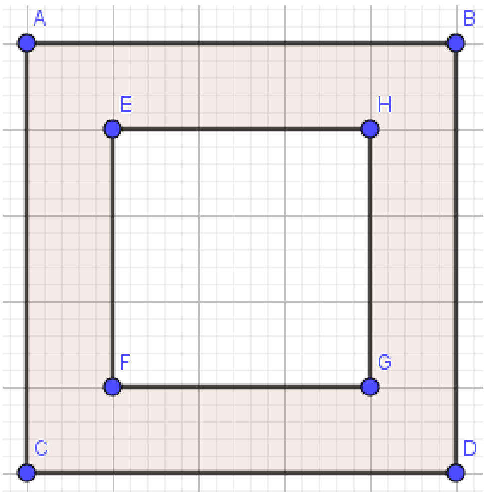
e)



Fonte: acervo pessoal

Figura 202 - Ilustração f

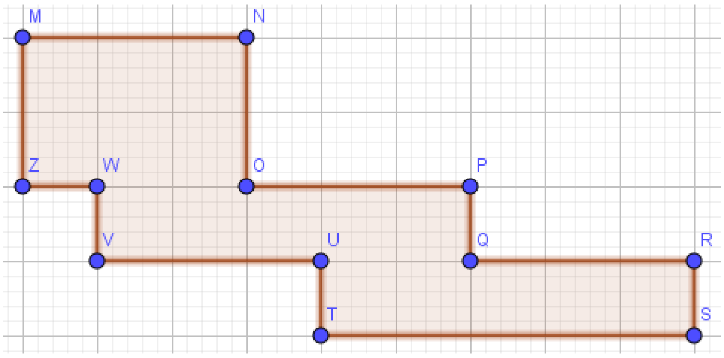
f)



Fonte: acervo pessoal

Figura 203 - Ilustração g

g)



Fonte: acervo pessoal

Atividade 8- Aplicação dos conceitos aprendidos envolvendo as fórmulas descobertas

Objetivos:

- Fixar os conceitos de área e perímetro de figuras geométricas planas;
- Relacionar as diferentes fórmulas de áreas descobertas com as questões a serem desenvolvidas;
- Instigar os alunos a pensar sobre diferentes representações sobre perímetros e área de regiões determinadas;
- Desenvolver o raciocínio lógico, a concentração e a capacidade cognitiva através da resolução das questões.

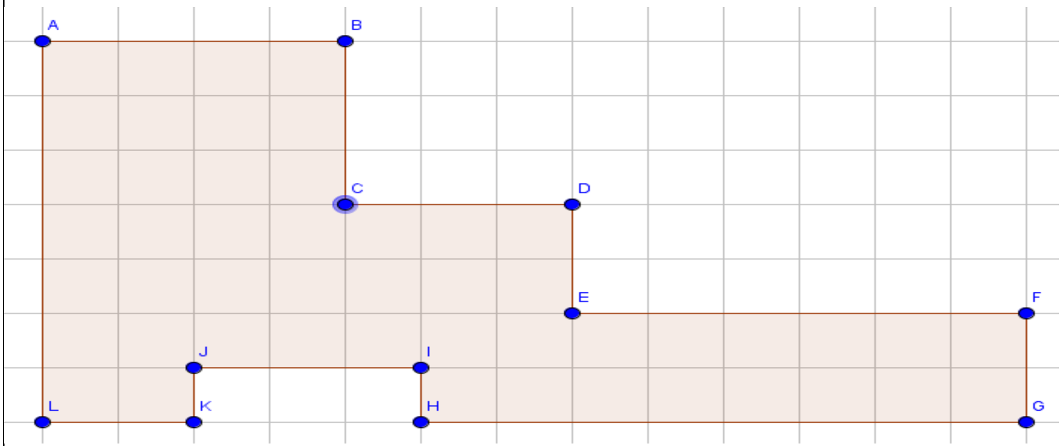
As questões abordadas foram:

Atividade 8- Aplicação dos conceitos aprendidos envolvendo as fórmulas descobertas

Calcule a área das figuras a seguir utilizando as fórmulas estudadas. Mostre as diferentes partes que calculou as áreas. Para o item a) calcule o perímetro também.

Figura 204 - Atividade 7a

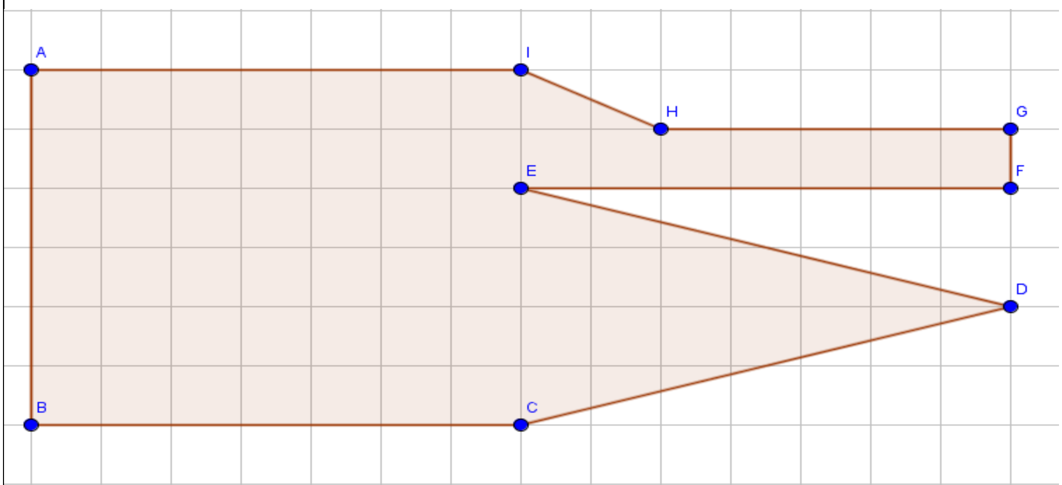
a)



Fonte: acervo pessoal

Figura 205 - Atividade 7b

b)



Fonte: acervo pessoal