

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

Análise da confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com
fibras de aço em relação aos esforços transversais

Eduardo Pagnussat Titello

Porto Alegre
2020

EDUARDO PAGNUSSAT TITELLO

**ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE VIGAS EM CONCRETO
ARMADO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO EM
RELAÇÃO AOS ESFORÇOS TRANSVERSAIS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul,
como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em
Engenharia.

Porto Alegre

2020

CIP - Catalogação na Publicação

Titello, Eduardo Pagnussat
Análise da confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço em relação aos esforços transversais / Eduardo Pagnussat Titello. -- 2020.
160 f.
Orientador: Américo Campos Filho.

Coorientador: Mauro de Vasconcellos Real.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Porto Alegre, BR-RS, 2020.

1. concreto armado. 2. concreto reforçado com fibras de aço. 3. confiabilidade estrutural. 4. método dos elementos finitos. I. Campos Filho, Américo, orient. II. de Vasconcellos Real, Mauro, coorient. III. Título.

EDUARDO PAGNUSSAT TITELLO

**ANÁLISE DA CONFIABILIDADE DE VIGAS EM CONCRETO
ARMADO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO EM
RELAÇÃO AOS ESFORÇOS TRANSVERSAIS**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração Estruturas, e aprovada em sua forma final pelo professor orientador e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 30 de abril de 2020

Prof. Américo Campos Filho
Dr. Pela Escola Politécnica da Universidade
de São Paulo
orientador

Prof. Mauro de Vasconcellos Real
Dr. pela Universidade Federal do Rio
Grande do Sul
coorientador

Prof. Nilo Cesar Consoli
PhD. pela Concordia University, Canada
Coordenador do PPGEC/UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Charlei Marcelo Paliga (UFPel)
Dr. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Prof^a. Denise Bernaud Maghous (UFRGS)
Dr^a. pela École Nationale des Ponts et Chaussées

Prof^a. Paula Manica Lazzari (UFRGS)
Dr^a. pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul

Dedico este trabalho aos meus pais
Jussara e Claudio (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

Ao Professor Américo Campos Filho, pela orientação, pela dedicação e por compartilhar seus conhecimentos e experiência durante a realização deste trabalho.

Ao Professor Mauro de Vasconcellos Real, pela orientação (desde a graduação), por compartilhar seus conhecimentos, por sua disponibilidade e por ser um exemplo de profissional.

À minha mãe Jussara, pelo carinho, pela constante motivação, por acreditar na minha capacidade, por sempre me apoiar e ser uma excelente mãe, pai e amiga.

À minha irmã Gabriella, por acreditar em mim e estar sempre disponível.

Ao restante da minha família, aos Pagnussats e aos Titellos, pelo apoio e orientação.

À Luísa, pelo companheirismo incondicional, por ouvir minhas divagações, por me manter sempre motivado e ser parte essencial do meu dia-a-dia. Pelo carinho, amizade e amor.

À família Machado Spuldar, pelo apoio e carinho desde que os conheci.

A todos os meus amigos por tornarem a vida mais alegre! Um abraço especial para Francisco, Mateus, Emilia, Caroline, Ben Hur, Luísa, Marina, Camila L., Camila M., Giulia, Lívio, Bárbara C., Bárbara S., Daniel e Mariana.

Aos mestres, que das mais diversas maneiras, me motivaram a escolher esse caminho: Felipe, Márcia, Morello, Mauro, Alquati, Márcio e C. Henrique.

Aos colegas da pós-graduação pelas diversas experiências e pelo conhecimento compartilhado.

Ao PPGEC e a Escola de Engenharia da UFRGS, por fornecerem a estrutura e os recursos necessários para minha formação.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo suporte financeiro que permitiu a realização deste trabalho.

Quando vocês souberem qual é exatamente a pergunta,
vocês saberão o que significa a resposta.

Douglas Adams

RESUMO

TITELLO, E. P. **Análise da confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço em relação aos esforços transversais**. 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

Esta dissertação tem por objetivo analisar a confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço em relação aos esforços transversais, verificando a possibilidade de substituição das armaduras transversais por fibras de aço, mediante manutenção da confiabilidade estrutural. Para realização da modelagem numérica é empregado o método dos elementos finitos (MEF) através do *software* ANSYS. Para avaliação da confiabilidade estrutural é desenvolvida uma ferramenta na forma de uma biblioteca em Python. Nessa ferramenta são implementados o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM) e o método de Monte Carlo. A ferramenta é construída de forma a aceitar funções de estado limite explícitas e implícitas. É ainda implementado nessa um módulo que permite o acoplamento da linguagem Python ao *software* ANSYS, permitindo a avaliação da confiabilidade estrutural de estruturas modeladas através do MEF. A fim de melhor representar os elementos estruturais, são implementados no *software* ANSYS, através da subrotina *usermat*, novos modelos constitutivos para representação do concreto e do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA). Para o concreto é adotada a superfície de ruptura de Ottosen, enquanto para o CRFA é adotada uma variante da superfície de Willam-Warnke. Na modelagem de ambos materiais é empregado o modelo de fissuras distribuídas e é considerado o efeito de *tension-stiffening*, no qual é introduzido um novo critério para melhor representar vigas sem reforços transversais. Dados experimentais disponíveis na literatura são empregados para validação dos modelos numéricos. São dimensionadas vigas conforme as prescrições da NBR-6118:2014, reforçadas transversalmente por estribos, empregando diferentes resistências de concreto e taxas de armadura longitudinal. Essas são modeladas numericamente adotando como reforço transversal: a armadura dimensionada, taxas usuais de fibras (0,5%, 1,0% e 2,0%), ou nenhum reforço; determinando as cargas de ruptura, modos de falha e diagramas carga-deslocamento. Os índices de confiabilidade para as vigas modeladas são obtidos exclusivamente através do método FORM, considerando como variáveis aleatórias a resistência do concreto, as tensões de escoamento das armaduras, o volume de fibras e os carregamentos permanente e acidental. Conclui-se que a substituição dos estribos por fibras de aço é viável, produzindo vigas de maior rigidez e carga última. Todavia, é necessária maior atenção ao nível de confiabilidade obtido, visto que o comportamento das fibras de aço apresenta maior dependência da matriz cimentícia, que apresenta maior variabilidade em suas propriedades.

Palavras-chave: *concreto armado; concreto reforçado com fibras de aço; confiabilidade estrutural; método dos elementos finitos.*

ABSTRACT

TITELLO, E. P. **Análise da confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço em relação aos esforços transversais.** 2020. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

This essay aims to analyze the reliability of steel fiber reinforced concrete beams in relation to transversal stresses, testing the replacement of transverse reinforcement by steel fibers, aiming the maintenance of structural reliability. To perform numerical modeling, the finite element method (FEM) is used through the ANSYS software. To evaluate structural reliability, a tool in the form of a Python library is developed. In this tool, the First Order Reliability Method (FORM) and the Monte Carlo method are implemented. The construction of the tool admits explicit and implicit limit state functions. It is also implemented in this tool a module that allows the coupling of the Python language and the ANSYS software, this allows the structural reliability evaluation of structures modeled using the FEM. To have a better mechanical representation of the structures, using the subroutine usermat, new constitutive models are implemented in the ANSYS software for concrete and steel fiber reinforced concrete (SFRC). The Ottosen's failure surface is adopted for the concrete, while a variation of Willam-Warnke's failure surface is used for SFRC. The smeared crack model is used for both materials, taking account of the tension-stiffening effect, where a new criterion is introduced aiming to have a better representation of beams without transverse reinforcement. The numerical models are validated with experimental data obtained from other authors. Concrete beams are designed as set in NBR-6118:2014, using stirrups as transverse reinforcement, matching different concretes and longitudinal reinforcement rates. These beams are numerically simulated adopting as transverse reinforcement: the designed stirrups, usual fiber rates (0,5%, 1,0%, and 2,0%), or without any reinforcement; so that the ultimate load, failure modes and, load-displacement diagrams are obtained. Reliability indexes are evaluated using FORM, by having as random variables the concrete strength, the yield of the reinforcement steels, the fiber volume, and the dead and live load. This study concludes that stirrups could be replaced by steel fibers, producing beams with greater ultimate load and stiffness. Although, more attention to the reliability indexes is necessary, as SFRC has more dependency on the cementitious matrix, which has a bigger variation on its properties.

Keywords: *reinforced concrete; steel fiber reinforced concrete; structural reliability; finite element method.*

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	23
1.1 OBJETIVOS	24
1.2 JUSTIFICATIVA.....	25
1.3 METODOLOGIA	25
1.4 TRABALHOS RELACIONADOS	26
1.4.1 Análise da confiabilidade de estruturas em concreto armado	26
1.4.2 Modelagem computacional de estruturas em concreto armado.....	28
1.5 DELINEAMENTO DO TRABALHO	28
2 O CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO.....	30
2.1 CARACTERÍSTICAS DAS FIBRAS DE AÇO	31
2.2 MECANISMOS DE ATUAÇÃO DAS FIBRAS	32
2.2.1 Interação Fibra-Matriz	33
2.2.2 Volume crítico de fibras.....	36
2.2.3 Comprimento crítico	37
2.3 COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CRFA	38
2.4 USO DE FIBRAS DE AÇO COMO REFORÇO TRANSVERSAL	42
3 MODELAGEM COMPUTACIONAL	43
3.1 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS.....	43
3.1.1 Elemento PLANE183	43
3.1.2 Elemento REINF263.....	44
3.2 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA O CONCRETO	45
3.2.1 Modelo constitutivo para o concreto comprimido.....	46
3.2.2 Modelo constitutivo para o concreto reforçado com fibras de aço comprimido	48
3.2.3 Modelo constitutivo para o concreto tracionado.....	49
3.2.4 Modelo constitutivo para o concreto reforçado com fibras de aço tracionado	
52	
3.3 MODELO CONSTITUTIVO PARA AS ARMADURAS.....	54
3.4 ANÁLISE NÃO-LINEAR.....	55
4 VALIDAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS	57
4.1 TESTES UNIAXIAIS E BIAXIAS	57

4.2 VIGAS DE LEONHARDT E WALTHER (1962).....	61
4.3 VIGAS DE LIM E OH (1999).....	68
4.4 VIGAS DE KOVÁCS E BALÁZS (2003).....	72
5 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	78
5.1 FUNDAMENTAÇÃO PROBABILÍSTICA	80
5.2 PROBLEMA FUNDAMENTAL DA CONFIABILIDADE.....	85
5.3 FUNÇÕES DE ESTADO LIMITE.....	87
5.4 MÉTODOS DE TRANSFORMAÇÃO	88
5.4.1 Método de primeira ordem e segundo momento - FOSM.....	89
5.4.2 Método de confiabilidade de primeira ordem – FORM	91
5.4.3 Algoritmos de Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler.....	94
5.5 MÉTODO DE SIMULAÇÃO POR MONTE CARLO.....	97
5.5.1 Método de Monte Carlo direto.....	98
5.5.2 Geração de amostras para simulação	98
5.5.3 Método de Monte Carlo com amostragem por importância.....	100
6 FERRAMENTA PARA AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL.....	103
6.1 ANSYS E A FERRAMENTA PDS.....	103
6.2 A FERRAMENTA PARANSYS.....	107
6.2.1 Classe ANSYS	107
6.2.2 Aspectos compartilhados entre as classes FORM e MonteCarlo	109
6.2.3 Classe FORM.....	111
6.2.4 Classe MonteCarlo	113
6.3 VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA PARANSYS	113
6.3.1 Problemas de formulação explícita.....	113
6.3.2 Problemas de formulação implícita conectados ao ANSYS.....	116
7 ANÁLISE DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO COM E SEM FIBRAS DE AÇO.....	121
7.1 CARACTERIZAÇÃO DAS VIGAS ESTUDADAS	121
7.2 DETERMINAÇÃO DA CARGA CARACTERÍSTICA APLICADA	123
7.3 DIMENSIONAMENTO DOS ESTRIBOS CONFORME A NBR 6118:2014 126	
7.4 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONSIDERADAS.....	129
7.4.1 Resistência à compressão do concreto.....	129

7.4.2 Tensão de escoamento das armaduras	130
7.4.3 Volume de fibras	130
7.4.4 Carregamento permanente	130
7.4.5 Carregamento variável	131
7.4.6 Erros de modelo de resistência e solicitação.....	131
7.5 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL PARA VALORES MÉDIOS	131
7.6 AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL	140
8 ANÁLISE PARAMÉTRICA	143
8.1 EM RELAÇÃO À RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO	143
8.2 EM RELAÇÃO AO VOLUME DE FIBRAS	145
8.3 EM RELAÇÃO À TAXA DE ARMADURA TRACIONADA	147
8.4 ANÁLISE GERAL	149
9 CONCLUSÕES	150
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	152
APÊNDICE A – TRELIÇA ISOSTÁTICA DE 3 BARRAS EM APDL .	158
APÊNDICE B – CÓDIGO PARA AVALIAÇÃO DA	
CONFIABILIDADE DE VIGA DE CONCRETO NO PARANSYS.....	159

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1: Diagrama tensão-deformação para uma matriz hipotética empregando fibras de diferentes módulos e resistências (PASA, 2007).	31
Figura 2.2: Tipos de fibras metálicas: (a) retas; (b) deformadas/onduladas; (c) ancoradas com ganchos; (d) extremidades alargadas; (e) irregulares (ACI 544.1R-96, 1996).....	31
Figura 2.3: Efeito de costura na distribuição de tensões do concreto com e sem fibras (PASA, 2007).....	32
Figura 2.4: Esquema de deformações (a) e distribuição de tensões de cisalhamento ao longo da interface (b) (PASA, 2007).....	33
Figura 2.5: Tensões tangenciais na interface fibra-matriz (baseado em: BENTUR; MINDESS, 2007).....	34
Figura 2.6: Diagrama proposto por Bartos (1981) para o arrancamento de fibras retas (baseado em: BENTUR; MINDESS, 2007).	35
Figura 2.7: Curvas de arrancamento de fibras retas e fibras ancoradas com gancho (baseado em: NAAMAN; NAJM, 1991).....	35
Figura 2.8: Processo de arrancamento, com retificação, de uma fibra ancorada.	36
Figura 2.9: CRFA com volume de fibras abaixo do crítico (A), igual (B) e superior (C) (FIGUEIREDO, 2000).	37
Figura 2.10: Distribuições de tensões em fibras de diferentes comprimentos (PASA, 2007). ..	38
Figura 2.11: Curvas tensão-deformação típicas para o CRFA tracionado (baseado em: LIM; PARAMASIVAM; LEE, 1987)	38
Figura 2.12: Curvas tensão-deformação para diferentes teores de fibras (SANT'ANA, 2005).	39
Figura 2.13: Curva tensão-abertura de fissuras do CRFA (baseado em: VOO; FOSTER, 2003).	40
Figura 2.14: Envoltórias de aumento de resistência à compressão para concretos reforçados com fibras de aço em solicitações biaxiais (baseado em: TRAINA; MANSOUR, 1991).....	41
Figura 3.1: Elemento PLANE183 (baseado em: ANSYS, 2019).....	44
Figura 3.2: Elementos de reforço aplicados em elementos planos de 4 e 8 nós (baseado em: ANSYS, 2019).....	45
Figura 3.3: Exemplo de discretização de viga com elementos planos e REINF263 (LAZZARI, 2015).....	45

Figura 3.4: Seções transversais dos planos desviadores da superfície de Ottosen (LAZZARI, 2016).....	47
Figura 3.5: Diagrama tensão deformação do concreto comprimido (baseado em: MC2010)..	47
Figura 3.6: Envoltórias de resistência à compressão biaxial obtidas pelo modelo de Seow e Swaddiwudhipong (2005) para diferentes valores de k (baseado em: PASA, 2007).....	48
Figura 3.7: Estado de tensões na ruptura para o CRFA e para um concreto análogo (baseado em: Seow e Swaddiwudhipong, 2005).	49
Figura 3.8: Formação das fissuras e determinação dos eixos de ortotropia.	50
Figura 3.9: Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado (baseado em: LAZZARI, 2016).....	51
Figura 3.10: Fissuras típicas em uma viga e limite angular para consideração de fissura vertical do modelo implementado.	52
Figura 3.11: Diagrama tensão-abertura de fissuras para diferentes concentrações de fibras pelo modelo de Voo e Foster (2003).	53
Figura 3.12: Modelos bilineares para armaduras (a) elastoplástico perfeito e (b) elastoplástico com endurecimento (LAZZARI, 2016).....	54
Figura 4.1: Configurações de cubos para validação dos modelos numéricos.	57
Figura 4.2: Diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido uniaxialmente.....	58
Figura 4.3: Diagrama tensão-deformação para o concreto submetido a uma compressão biaxial de razão 1:1.....	58
Figura 4.4: Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado considerando o efeito de <i>tension-stiffening</i>	59
Figura 4.5: Quadro com envoltórias de resistência à compressão do concreto em solicitações biaxiais, normalizadas pela resistência uniaxial. Comparação entre resultados experimentais, numéricos apresentados por Seow e Swaddiwudhipong (2005) e pela implementação atual..	60
Figura 4.6: Diagramas tensão-deformação fictícia para o CRFA com diferentes concentrações de fibras.	61
Figura 4.7: Configuração longitudinal padrão para vigas de Leonhardt e Walther (1962) (medidas em cm) (LAZZARI, 2016).....	61
Figura 4.8: Seções transversais das vigas de Leonhardt e Walther (1962) (LAZZARI, 2016).	62
Figura 4.9: Vistas lateral e frontal da viga ET4.....	62
Figura 4.10: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas de Leonhardt e Walther (1962).	63

Figura 4.11: Quadro com tensões do concreto na direção longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm ²).....	64
Figura 4.12: Quadro com tensões na armadura longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm ²).....	65
Figura 4.13: Quadro com tensões na armadura transversal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm ²).	66
Figura 4.14: Quadro com deformações principais de tração no último passo de carga convergente.....	67
Figura 4.15: Configurações das vigas de Lim e Oh (1999) (medidas em cm).....	68
Figura 4.16: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas modeladas de Lim e Oh (1999).	69
Figura 4.17: Quadro com tensões do concreto na direção longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm ²).....	70
Figura 4.18: Quadro com tensões na armadura longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm ²).....	71
Figura 4.19: Quadro com deformações principais de tração no último passo de carga convergente.....	72
Figura 4.20: Configurações das vigas de Kovács e Balázs (2003) (medidas em cm).....	73
Figura 4.21: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas modeladas de Kovács e Balázs (2003).....	74
Figura 4.22: Quadro com tensões do concreto na direção longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm ²).....	75
Figura 4.23: Quadro com tensões na armadura longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm ²).....	76
Figura 4.24: Quadro com deformações principais de tração no último passo de carga convergente.....	77
Figura 5.1: FDP da variável normal X.	81
Figura 5.2: FDP e FDPA da variável normal padronizada X com destaque a determinação da probabilidade de ocorrência de um evento.	83
Figura 5.3: Domínios de um estado limite bidimensional.....	87
Figura 5.4: Ilustração dos espaços de projeto e reduzido, além da definição do ponto de projeto e de β (baseado em: PALIGA, 2008).	89
Figura 5.5: Transformação de espaço pelo modelo de Nataf (baseado em: BECK, 2019).	92

Figura 5.6: Processo iterativo para determinação do ponto de projeto (baseado em: HALDAR; MAHADEVAN, 1999).....	95
Figura 5.7: Geração de valores de distribuição genérica a partir de valores de distribuição uniforme (baseado em: HALDAR; MAHADEVAN, 1999).....	99
Figura 5.8: Funções densidade de probabilidade conjuntas original e de importância, juntamente com a fronteira do estado limite.	101
Figura 6.1: Pontos de amostragem pelo método <i>Central Composite Design</i> (ANSYS, 2013).	105
Figura 6.2: Exemplo de arquivo de pontos de amostragem a serem simulados no ANSYS..	106
Figura 6.3: Ilustração do código de execução do modelo apresentado no APÊNDICE A.....	108
Figura 6.4: Trecho de definição das variáveis e função de estado limite para um modelo conectado ao <i>software</i> ANSYS.	110
Figura 6.5: Trecho de definição das variáveis e função de estado limite para um problema que faz uso de uma função em Python personalizada.	110
Figura 6.6: Algoritmo de implementação do método FORM.	112
Figura 6.7: Variação de CVPf com o número de simulações.....	120
Figura 6.8: Variação do índice de confiabilidade (β) com o número de simulações.	120
Figura 7.1: Configuração e seção das vigas estudadas (sem escala).	121
Figura 7.2: Seções transversais para as três taxas de armadura longitudinal com respectivas alturas úteis.	122
Figura 7.3: Tensões atuantes, momento aplicado e resultantes de tensão (baseado em: ARAÚJO, 2014).	123
Figura 7.4: Malha adotada nas análises do presente estudo.	132
Figura 7.5: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas empregando concreto C30.	135
Figura 7.6: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas empregando concreto C50.	137
Figura 7.7: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas empregando concreto C70.	139
Figura 8.1: Quadro com resultados em relação à resistência à compressão do concreto para $\rho = 1,0\%$	143
Figura 8.2: Quadro com resultados em relação à resistência à compressão do concreto para $\rho = 2,0\%$	144

Figura 8.3: Quadro com resultados em relação à resistência à compressão do concreto para $\rho = 3,0\%$	145
Figura 8.4: Quadro com resultados em relação ao volume de fibras para $\rho = 1,0\%$ e $2,0\%$..	146
Figura 8.5: Quadro com resultados em relação ao volume de fibras para $\rho = 3,0\%$	147
Figura 8.6: Quadro com resultados em relação à taxa de armadura tracionada.	148

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Resistências à compressão dos concretos empregados nas três vigas.....	68
Tabela 2: Resistência à compressão dos concretos empregados nas vigas de Kovács e Balázs (2003) modeladas.	73
Tabela 3: Fatores de conversão de correlação por Nataf.....	93
Tabela 4: Combinações avaliadas para o modelo apresentado.....	108
Tabela 5: Dados estatísticos para os exemplos apresentados por Ang e Tang (1984).	114
Tabela 6: Distribuições e coeficientes de correlação adotados nos exemplos apresentados por Ang e Tang (1984).....	114
Tabela 7: Validação da ferramenta para os exemplos apresentados em Ang e Tang (1984).	114
Tabela 8: Variáveis aleatórias para viga apresentada em Beck e da Rosa (2006).....	115
Tabela 9: Validação da ferramenta para viga apresentada em Beck e da Rosa (2006), de forma explícita.	116
Tabela 10: Validação da ferramenta para viga apresentada em Beck e da Rosa (2006), de formulação implícita.....	116
Tabela 11: Pontos de projeto obtidos pelos métodos FORM e de Monte Carlo com amostragem por importância adaptativa para viga apresentada em Beck e da Rosa (2006).	117
Tabela 12: Vigas de Scherer (2018) selecionadas para validação da ferramenta.....	118
Tabela 13: Variáveis aleatórias adotadas por Scherer (2018).	118
Tabela 14: Índices de confiabilidade obtidos para as vigas de Scherer (2018) selecionadas para validação.....	119
Tabela 15: Valores empregados na determinação das cargas características aplicadas.	126
Tabela 16: Valores obtidos nas etapas de dimensionamento ao esforço cortante.	128
Tabela 17: Verificação da armadura transversal mínima e determinação do espaçamento. ..	128
Tabela 18: Propriedades médias dos materiais adotados nas análises.....	132
Tabela 19: Cargas de ruptura e modos de falha das vigas analisadas.	133
Tabela 20: Índices de confiabilidade das vigas estudadas.....	141
Tabela 21: Índices de confiabilidade obtidos pelas diferentes metodologias para as vigas selecionadas.....	142

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	<i>American Concrete Institute</i>
ANSYS	<i>Analysis Systems Incorporated</i>
APDL	<i>ANSYS Parametric Design Language</i>
CRFA	Concreto Reforçado com Fibras de Aço
FDP	Função Densidade de Probabilidade
FDPA	Função Densidade de Probabilidade Acumulada
fib	<i>Fédération internationale du béton</i>
FORM	<i>First Order Reliability Method</i> (Método de confiabilidade de primeira ordem)
FOSM	<i>First Order Second Moment</i> (Método de primeira ordem e segundo momento)
HLRF	Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler
iHLRF	<i>improved</i> Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler
MC-AI	Monte Carlo com Amostragem por Importância
MEF	Método dos Elementos Finitos
PARANSYS	<i>Python Parametric Analysis on ANSYS</i>
PDS	<i>Probabilistic Design System</i>
PPGEC	Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil
SORM	<i>Second Order Reliability Method</i> (Método de confiabilidade de segunda ordem)
UPF	<i>User Programmable Features</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

A_s	Área da seção transversal das armaduras de flexão tracionadas
A_{sw}	Área da seção transversal dos estribos
CV_X	Coefficiente de Variação da variável X
E_c	Módulo de elasticidade do concreto

$F_X(x)$	Função densidade de probabilidade acumulada da variável X
G	Carga permanente
H_s	Parâmetro de endurecimento do aço
$I_g(x)$	Indicador de falha de $g(x)$
L	Matriz triangular inferior da matriz de covariância decomposta por Cholesky
M	Variável aleatória Margem de segurança
M	Momento fletor aplicado
N	Tamanho de uma amostra
P	Cargas concentradas totais aplicadas
Q	Carga variável
R	Variável aleatória de Resistência
S	Variável aleatória de Solicitação
V	Esforço cortante
V_{Rd2}	Capacidade resistente da diagonal comprimida
V_{Rd3}	Capacidade resistente da diagonal tracionada
V_c	Parcela de V_{Rd3} resistida pelos mecanismos complementares
V_{sw}	Parcela de V_{Rd3} resistida pelos estribos
V_f	Volume de fibras
V_{fc}	Volume de fibras crítico
V_{fm}	Volume médio de fibras
X	Variável aleatória X
X_m	Valor médio de X
X_d	Valor de cálculo de X
X_k	Valor característico de X
X	Vetor de variáveis aleatórias
X'	Variável aleatória X no espaço reduzido

LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

b	Largura da seção
b_f	Largura da mesa da seção T

b_w	Largura da alma da seção T
c	Coefficiente de amolecimento exponencial do concreto
\mathbf{d}	Vetor de direção de busca
d	Altura útil das armaduras de flexão
d_f	Diâmetro das fibras de aço
f_c	Resistência à compressão do concreto
f_{ck}	Resistência características à compressão do concreto
f_{cd}	Resistência à compressão de cálculo do concreto
f_{cm}	Resistência média à compressão do concreto
f_{ct}	Resistência à tração do concreto
f_{ctm}	Resistência média à tração do concreto
f_y	Tensão de escoamento do aço
f_{yd}	Tensão de cálculo de escoamento da armadura longitudinal
f_{yk}	Tensão características de escoamento da armadura longitudinal
f_{ym}	Tensão média de escoamento da armadura longitudinal
f_{ywd}	Tensão de cálculo de escoamento da armadura transversal
f_{ywk}	Tensão características de escoamento da armadura transversal
$f_{yw m}$	Tensão média de escoamento da armadura transversal
$f_X(x)$	Função densidade de probabilidade da variável X
$g(\mathbf{X})$	Função de estado limite
h	Passo de derivação numérica
h	Altura da seção
h_f	Altura da mesa da seção T
h_w	Altura da alma da seção T
\mathbf{h}_k	Vetor de zeros onde o k-ésimo termo tem valor h
$h_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$	Função densidade de probabilidade de amostragem/importância
l_c	Distância média entre as fissuras do CRFA
l_f	Comprimento das fibras de aço
l_{fc}	Comprimento crítico das fibras de aço
n_{adapt}	Número de ciclos de adaptação
n_s	Número de simulações por ciclo

p_f	Probabilidade de falha
r	Fator de conversão de correlação
s	Espaçamento dos estribos
$w(\mathbf{x})$	Função peso de falha
x	Realização da variável aleatória X
\mathbf{x}	Vetor de realização de variáveis aleatórias
x'	Realização da variável aleatória X no espaço reduzido
w_{cr}	Abertura de fissuras
x	Profundidade da linha neutra
\mathbf{x}'^*	Ponto de projeto no espaço reduzido
\mathbf{x}^*	Ponto de projeto no espaço de projeto

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

$\Phi(x)$	função densidade de probabilidade acumulada normal padronizada de x
$\Phi^{-1}(x)$	função densidade de probabilidade acumulada normal padronizada inversa de x
Ω_F	Domínio de Falha
Ω_S	Domínio de Segurança

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α	Vetor de cossenos diretores
α_c	Fator de redução resistência do concreto comprimido no diagrama retangular.
α_X	Cosseno diretor da variável aleatória X
β	Índice de confiabilidade
γ_X	Coefficientes parcial de segurança da variável X .
ε	Deformação específica
θ_R	Erro de modelo de resistência
θ_S	Erro de modelo de solicitação
λ	Fator de redução da altura no diagrama retangular de tensões
μ	Vetor de médias

μ_X	média da variável X
μ_X^{eq}	Média normal equivalente de X
ρ	Taxa de armadura longitudinal de tração
$\boldsymbol{\rho}$	Matriz de coeficientes de correlação
$\rho_{X,Y}$	Coefficiente de correlação entre X e Y
$\boldsymbol{\rho}'$	Matriz de coeficientes de correlação normais equivalentes
$\rho'_{X,Y}$	Coefficiente de correlação normal equivalente entre X e Y
$\boldsymbol{\sigma}$	Matriz diagonal de desvios padrões
σ_{fu}	Tensão última da fibra
σ_{mu}	Resistência última da matriz
σ_X	Desvio padrão da variável X
σ_X^2	Variância da variável X
σ_X^{eq}	Desvio padrão normal equivalente de X
τ_{au}	Resistência ao cisalhamento da interface fibra-matriz
τ_b	Tensão cisalhante última de arrancamento das fibras
τ_{fu}	Máxima tensão tangencial de atrito na interface fibra-matriz
τ_u	Tensão última de aderência
$\phi(x)$	função densidade de probabilidade normal padronizada de x

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, diversos trabalhos apontam os benefícios do emprego do concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) em estruturas. A união do concreto com as fibras de aço forma um material compósito, de propriedades superiores às apresentadas pelos materiais isoladamente. O principal objetivo da introdução de fibras de aço na massa de concreto é a melhoria do seu comportamento em tração. Conforme Figueiredo (2000), quando corretamente empregadas, as fibras de aço contribuem no controle da fissuração e tornam o concreto um material pseudodúctil.

Diferentes autores têm apresentado o CRFA como opção para substituição dos estribos, como Lim e Oh (1999), Kovács e Balázs (2003) e Tahenni, Chemrouk e Lecompte (2016). Conforme o boletim técnico ACI 544.1R-96 (1996), a distribuição aleatória e proximidade das fibras de aço controla a formação de fissuras e evita o deslocamento de partes da peça. A adoção de fibras de aço ainda tende a melhorar consideravelmente o comportamento à fadiga em flexão. Quanto a durabilidade, o controle de fissuração e a não continuidade das fibras dificultam a propagação da corrosão. Enquanto, conforme Ye *et al.* (2019), os estribos são os elementos que apresentam maior vulnerabilidade à corrosão e à fadiga, por estarem próximos à superfície e usualmente serem de menores diâmetros.

Experimentalmente, a substituição, total ou parcial, dos estribos por fibras de aço tem apresentado resultados promissores. Em ensaios realizadas por Lim e Oh (1999), com a remoção total dos estribos de vigas de concreto, teores de fibras de 1% se mostram suficientes para aumentar a carga de ruptura em relação às vigas sem reforços, mantendo o modo de falha por corte; enquanto, com a adição de 2% de fibras na massa de concreto, o modo de falha foi alterado de corte para flexão. Resultados semelhantes são obtidos por Kovács e Balázs (2003) e Tahenni, Chemrouk e Lecompte (2016).

A eficiência do CRFA está diretamente relacionada à transferência de tensões pelas fibras que cruzam as fissuras, assim, o correto funcionamento do material depende da interação entre a matriz e as fibras, ou seja, da aderência e do atrito entre as fibras e o concreto (PASA, 2007).

Enquanto, os estribos são contínuos e usualmente cruzam as dimensões das peças, envolvendo as demais armaduras que auxiliam em sua ancoragem. Dessa forma, a substituição dos estribos por fibras de aço dispersas requer a correta consideração dos diferentes materiais e mecanismos atuantes, evitando a ocorrência de acidentes causados por falhas estruturais.

Enquanto ensaios experimentais e numéricos são ótimas ferramentas para avaliar o comportamento estrutural, conforme Real (2000), sempre existe alguma incerteza sobre os valores que as propriedades mecânicas e as características geométricas irão assumir após a construção. Assim, para melhor avaliação da segurança estrutural, devem ser realizadas análises de confiabilidade, que tem como base as teorias da probabilidade e da estatística, onde são consideradas as diversas incertezas que afetam a estrutura.

As incertezas tornam os parâmetros de uma análise estrutural valores de origem aleatória, fazendo com que a resposta estrutural também seja aleatória, o que gera oscilações na margem de segurança da estrutura, diferença entre sua capacidade resistente e o carregamento atuante (REAL, 2000). A existência de aleatoriedades torna impraticável a concepção de um projeto absolutamente seguro, no entanto, sua segurança pode ser mensurada através da sua probabilidade de não falha, ou, sua confiabilidade (HALDAR; MAHADEVAN, 1999). Assim, as estruturas devem ser projetadas de forma a cumprir sua função havendo uma pequena probabilidade de falha, ou respeitando um índice de confiabilidade mínimo.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho tem como principal objetivo analisar a confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço em relação aos esforços transversais. São objetivos de caráter secundário: implementar numericamente e validar um modelo elastoplástico para o concreto reforçado com fibras de aço no *software* ANSYS; desenvolver uma ferramenta para realização de análises de confiabilidade, com possibilidade de acoplamento ao *software* ANSYS; verificar a possibilidade de substituição total das armaduras transversais (estribos) de vigas em concreto armado por fibras de aço, mediante manutenção da confiabilidade estrutural.

1.2 JUSTIFICATIVA

A armadura transversal de peças de concreto armado é a mais vulnerável à fadiga e à corrosão, por estar mais próxima à superfície e usualmente ser de pequeno diâmetro. Enquanto isso, uma grande variedade de trabalhos hoje ressaltam as vantagens do emprego do CRFA, apresentando resultados experimentais que mostram a capacidade de substituição dos estribos pelas fibras de aço, que, por serem descontínuas, reduzem a fissuração e podem ser inoxidáveis, se apresentam como uma forte tendência.

Estudos experimentais mostram que vigas em concreto armado sem estribos, que falham por cisalhamento, tem sua capacidade portante majorada com a adição de fibras de aço e podem ter seu modo de falha alterado para flexão com o devido teor de fibras. Este trabalho é então justificado pela necessidade de investigação do grau de segurança obtido em tal substituição, dados os diferentes mecanismos de atuação das fibras de aço e sua forte dependência da matriz de concreto.

1.3 METODOLOGIA

Este trabalho é realizado através da modelagem numérica de vigas em concreto armado, com e sem fibras de aço, pelo método dos elementos finitos (MEF), fazendo uso do *software* ANSYS. A mesma é realizada no estado plano de tensões, considerando as não-linearidades físicas e geométricas das peças.

Para melhor representação dos concretos empregados, são implementados no *software*, através da subrotina *usermat*, conforme realizado anteriormente por Lazzari (2016), dois modelos constitutivos. Para o concreto é adotada a superfície de ruptura de Ottosen (1977), enquanto para o concreto reforçado com fibras de aço, é adotada uma variação da superfície de ruptura de Willam-Warnke (1975); em ambos modelos é empregado o modelo de fissuras distribuídas. A validação dos modelos constitutivos é realizada comparando resultados numéricos à resultados experimentais obtidos por Traina e Mansour (1991), Leonhardt e Walther (1962), Lim e Oh (1999) e Kovács e Balázs (2003).

Em relação à confiabilidade estrutural são estudados os métodos de Monte Carlo, com amostragem direta e por importância, e o método de confiabilidade de primeira ordem (FORM). A fim de auxiliar a execução das análises de confiabilidade, é desenvolvida uma ferramenta na

forma de biblioteca para a linguagem de programação Python. Nessa são implementados módulos relativos aos métodos de confiabilidade estudados e à integração do *software* ANSYS ao Python, agregando a possibilidade de avaliação de problemas de formulação implícita, em elementos finitos, necessária para realização do trabalho. A ferramenta é validada através de problemas de formulação explícita e implícita obtidos na literatura.

A fim de analisar a confiabilidade de vigas em concreto armado reforçado com fibras de aço e verificar a possibilidade de substituição das armaduras transversais pelas fibras, são determinadas nove vigas base, combinando três diferentes concretos (C30, C50 e C70) e três taxas de armadura tracionada ($\rho = 1\%, 2\%$ e 3%). Cada viga base é modelada numericamente sem a adoção de reforços transversais, adotando estribos dimensionados conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014) ou fibras de aço nos volumes de 0,5%, 1,0%, e 2,0%, considerados valores usuais; totalizando 45 vigas.

As vigas modeladas têm seus diagramas carga-deslocamento traçados, com a determinação das cargas de ruptura e modos de falha. Seus índices de confiabilidade são obtidos fazendo uso da ferramenta desenvolvida, através do método FORM, exclusivamente, visto que esse apresenta o menor custo computacional. Por fim, é avaliada a possibilidade de substituição dos estribos por fibras de aço através de estudos paramétricos sobre as cargas de ruptura e índices de confiabilidade, adotando como valores de referência os observados para vigas reforçadas com estribos.

1.4 TRABALHOS RELACIONADOS

Nesta seção são apresentados alguns trabalhos relacionados, nos âmbitos da análise da confiabilidade de estruturas em concreto armado e sua modelagem computacional.

1.4.1 Análise da confiabilidade de estruturas em concreto armado

Real (2000) apresenta um modelo para análise probabilística de peças de concreto armado sob estado plano de tensões, fazendo uso do MEF. Empregando simulações por Monte Carlo é avaliada a confiabilidade estrutural, por onde são realizados testes paramétricos de vigas e pilares em concreto armado. Por fim, são verificados os estados limites últimos e de serviço para vigas e pilares dimensionados conforme a norma NBR 6118:1980.

Gomes (2001) aborda diferentes técnicas de avaliação da confiabilidade estrutural, comparando os métodos clássicos, como Monte Carlo e FORM, e representações aproximadas, como Superfícies de Resposta e Redes Neurais Artificiais. O trabalho, além de apresentar um modelo de representação do concreto via MEF, foca na inclusão dos efeitos da variabilidade espacial das propriedades do concreto.

Paliga (2008) trabalha com análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas a flexão mediante uso de PRFC. Através do método de Monte Carlo são avaliadas as confiabilidades de vigas dimensionadas conforme a norma NBR 6118:2003 em seu estado original, com degradação da armadura de flexão e recuperadas à flexão com compósitos de PRFC colados externamente. A solução empregada para recuperação faz com que a confiabilidade seja no mínimo igual as das vigas originais, quando não maior.

Santos, Stucchi e Beck (2014) investigam a segurança de elementos estruturais de diferentes materiais submetidos à flexão simples, são comparados elementos em concreto armado, aço e material misto, dimensionados conforme as normas brasileiras vigentes. Para os elementos em concreto armado os índices de confiabilidade são considerados satisfatórios, enquanto as vigas metálicas ficam abaixo do mínimo estabelecido por normas internacionais, e as vigas mistas estão entre esses valores. A verificação de confiabilidade é realizada através do método FORM e validada para alguns casos através do método de Monte Carlo.

Silva (2017) aborda a confiabilidade da ligação laje-pilar interno sob punção, onde são dimensionadas lajes lisas conforme prescrições da norma NBR 6118:2014. Utilizando o método de Monte Carlo com amostragem por *Latin Hypercube* são realizados estudos de confiabilidade e análises paramétricas. Os resultados mostram que lajes sem armadura de cisalhamento estão no geral adequadas, porém grande parte das lajes com armadura de cisalhamento se mostram inadequadas.

Scherer (2018) avalia a confiabilidade estrutural de vigas em concreto armado, projetadas conforme a norma NBR 6118:2014, sujeitas à flexão. As resistências das vigas são obtidas via MEF, através de três diferentes metodologias. Duas metodologias ajustam uma distribuição teórica através de valores obtidos pelo método de Monte Carlo, enquanto a terceira constrói superfícies de resposta polinomiais. Os índices de confiabilidade são obtidos através do método FORM, fazendo uso das distribuições ajustadas e das superfícies de resposta construídas, não

sendo observadas grandes discrepâncias entre as diferentes metodologias. Por fim, das 81 vigas testadas, 54 apresentam um índice de confiabilidade menor que o valor alvo adotado.

1.4.2 Modelagem computacional de estruturas em concreto armado

Pasa (2007) desenvolve um programa computacional para modelagem numérica tridimensional, via MEF, de peças em CRFA. O modelo constitutivo elastoplástico empregado pela autora é composto por uma variante da superfície de Willam-Warnke (1975), proposta por Seow e Swaddiwudhipong (2005), e as fissuras são representadas pelo modelo de fissuras distribuídas. O modelo é validado confrontando resultados numéricos à dados experimentais obtidos na literatura para vigas.

Bitencourt Júnior (2009) apresenta uma plataforma computacional para análise, via MEF, de estruturas em concreto armado e reforçado com fibras de aço. São empregados os critérios de ruptura de Ottosen e Willam-Warnke para o concreto convencional e a variante da superfície de Willam-Warnke (1975), apresentada por Seow e Swaddiwudhipong (2005), para o CRFA. A funcionalidade da plataforma é comprovada através de ensaios experimentais obtidos na literatura para vigas em concreto armado e reforçado com fibras de aço.

Lazzari (2016) implementa um modelo constitutivo visco-elastoplástico com fissuração para o concreto no *software* ANSYS, através da subrotina *usermat*, fazendo uso do MEF. O modelo implementado é validado com dados de ensaios experimentais, obtidos na literatura, de vigas em concreto armado e de uma viga segmentada com protensão externa. Por fim, são modeladas numericamente as etapas construtivas de uma ponte estaiada e os resultados obtidos são comparados aos observados durante sua construção.

1.5 DELINEAMENTO DO TRABALHO

Visando apresentar de forma clara e objetiva o estudo realizado, este trabalho é dividido em nove capítulos. Neste **capítulo 1**, são apresentadas as considerações iniciais, os objetivos, a justificativa, a metodologia empregada e os trabalhos relacionados.

No **capítulo 2** é apresentada uma revisão bibliográfica sobre as particularidades relativas ao concreto reforçado com fibras de aço. São apresentadas as características das fibras, seus mecanismos de atuação e o comportamento mecânico do material compósito.

No **capítulo 3** são apresentados os aspectos relativos à modelagem computacional, realizada via método dos elementos finitos fazendo uso do *software* ANSYS. Nesse são expostos os elementos finitos utilizados, os modelos constitutivos empregados para o concreto e para as armaduras, e aspectos da análise não-linear de estruturas pelo MEF. A validação dos modelos é apresentada no **capítulo 4**, onde são comparados resultados obtidos numericamente à dados observados em ensaios experimentais.

No **capítulo 5** é apresentada uma revisão bibliográfica sobre confiabilidade estrutural, onde são expostos seus fundamentos e métodos de análise por transformação, de primeira ordem, e por simulação de Monte Carlo. Posteriormente, no **capítulo 6**, é apresentado o desenvolvimento da ferramenta para avaliação da confiabilidade estrutural. São apresentados aspectos relativos à implementação dos métodos de confiabilidade, à integração da ferramenta com o *software* ANSYS, e, por fim, sua validação.

No **capítulo 7** são apresentadas as vigas estudadas, seus diagramas carga-deslocamento, cargas de ruptura, modos de falha e índices de confiabilidade, além das variáveis aleatórias consideradas na análise probabilística. No **capítulo 8**, a fim de avaliar a influência dos parâmetros empregados, é realizada uma análise paramétrica das cargas de ruptura e índices de confiabilidade obtidos. Por fim, no **capítulo 9**, são apresentadas as conclusões obtidas durante a realização deste trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 O CONCRETO REFORÇADO COM FIBRAS DE AÇO

O concreto reforçado com fibras de aço é um material compósito, formado por uma matriz cimentícia e por fibras de aço dispersas. A matriz confere a estrutura do compósito, preenchendo os vazios e mantendo a posição das fibras, que por sua vez realçam as propriedades mecânicas do compósito como um todo. Dessa forma o material compósito apresenta propriedades superiores aos materiais originais (PASA, 2007).

A aplicação de materiais compósitos é antiga, sendo retratada em escrituras do povo egípcio, onde era usada palha na fabricação de tijolos (BENTUR; MINDESS, 2007). Atualmente os materiais compósitos são empregados em diversas áreas, de telhas de fibrocimento à peças para a indústria aeroespacial. Nesse trabalho são abordados os aspectos relativos ao material compósito CRFA, outros tipos de compósitos cimentícios são abordados por Bentur e Mindess (2007)

Quanto ao CRFA, sua adoção tem aumentando com o passar dos anos e a divulgação dos benefícios de seu emprego. Segundo Mindess (1995) *apud* Figueiredo (2000), a utilização do CRFA é de grande interesse tecnológico mesmo para estruturas convencionais de concreto armado. Conforme o autor, seu emprego combinado ao concreto de alto desempenho aumenta a competitividade do material, podendo se mostrar superior às estruturas de aço.

Para Figueiredo (2005), a resistência e o módulo de elasticidade das fibras são as propriedades mais importantes na definição da capacidade de absorção de esforços que o CRFA pode atingir, para o autor as fibras são classificadas como de baixo ou alto módulo de elasticidade. Na Figura 2.1 são apresentados diagramas tensão-deformação para uma matriz hipotética empregando fibras de diferentes módulos e resistências. No momento da ruptura da matriz (ponto A) as tensões são transferidas para as fibras, onde conforme o diagrama, as fibras de baixo módulo (ponto D) não apresentam um nível de tensão suficiente para absorver grandes esforços, enquanto as fibras de baixa resistência (ponto C), independentemente do módulo, já romperam. Nesse momento, as fibras de alto módulo e elevada resistência (ponto B) já apresentam elevadas tensões, podendo assim atuar imediatamente como reforço para a matriz fissurada. Essa avaliação é de extrema importância no CRFA para garantir que as fibras desempenhem seu papel de transferência de tensões através das fissuras. Conforme o autor, as fibras de aço são consideradas fibras de alto módulo de elasticidade.

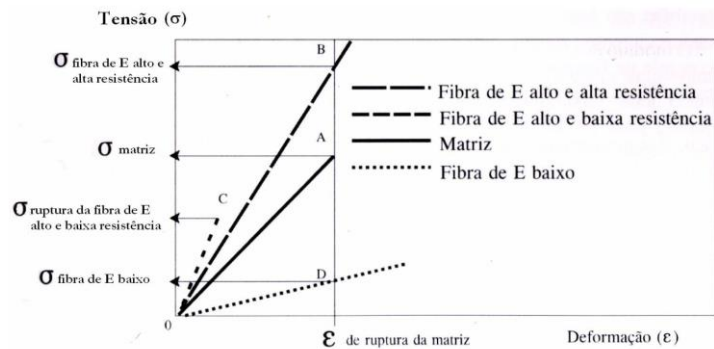


Figura 2.1: Diagrama tensão-deformação para uma matriz hipotética empregando fibras de diferentes módulos e resistências (PASA, 2007).

2.1 CARACTERÍSTICAS DAS FIBRAS DE AÇO

As fibras de aço são fabricadas através de fios de aço treilados, podendo ser aço carbono ou aço inoxidável. A resistência a tração das fibras varia de 50 a 260 kN/cm², enquanto seu módulo de elasticidade é aproximadamente 21000 kN/cm² (PASA, 2007). As fibras de aço são produzidas para diversas aplicações, dessa forma apresentam diferentes formatos, comprimentos e diâmetros, com seções circulares ou poligonais, constantes ou variáveis, e com e sem ancoragem, conforme ilustrado na Figura 2.2.

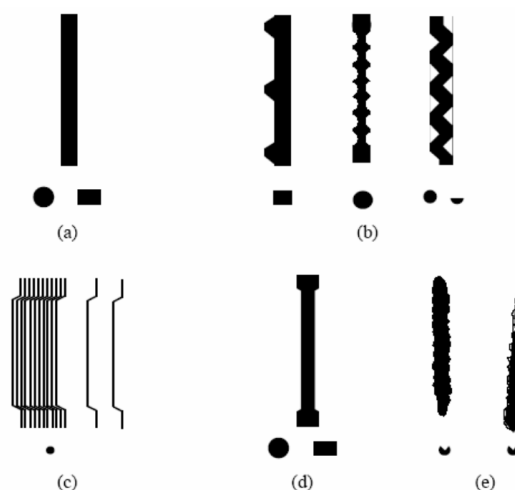


Figura 2.2: Tipos de fibras metálicas: (a) retas; (b) deformadas/onduladas; (c) ancoradas com ganchos; (d) extremidades alargadas; (e) irregulares (ACI 544.1R-96, 1996).

Para fibras não circulares é usual a determinação de um diâmetro equivalente correspondente a uma fibra circular de mesma área. Conforme o relatório técnico ACI 544.1R-96 (1996), as fibras de aço destinadas ao reforço estrutural possuem diâmetros (d_f) de 0,25 mm a 1,0 mm e comprimentos (l_f) de 12,7 mm a 63,5 mm. Enquanto os fatores de forma empregados, razão entre comprimento e diâmetro, variam de 20 a 100, facilitando a dispersão das fibras na massa de concreto.

A quantia de fibras empregadas é usualmente quantificada através da relação entre o volume de fibras e de concreto. O volume de fibras de 1% corresponde a aproximadamente 80 kg de fibras por m^3 de concreto. Segundo o ACI 544.3R-08 (2008), os teores usuais de fibras variam de 0,25% a 2,00%, enquanto em estudos reunidos por Gava (2006) são observados valores de até 4,00%.

2.2 MECANISMOS DE ATUAÇÃO DAS FIBRAS

O concreto é conhecido por possuir bom desempenho em compressão e falhar bruscamente em baixas tensões de tração, dessa forma o concreto armado faz uso do aço para suportar os esforços de tração nas peças. As fibras de aço na massa de concreto não impedem que esse fissure, mas criam pontes de transferência de tensões, costurando as fissuras (HOLANDA, 2002). Na Figura 2.3 é ilustrado o efeito de costura na distribuição de tensões no concreto com e sem fibras.

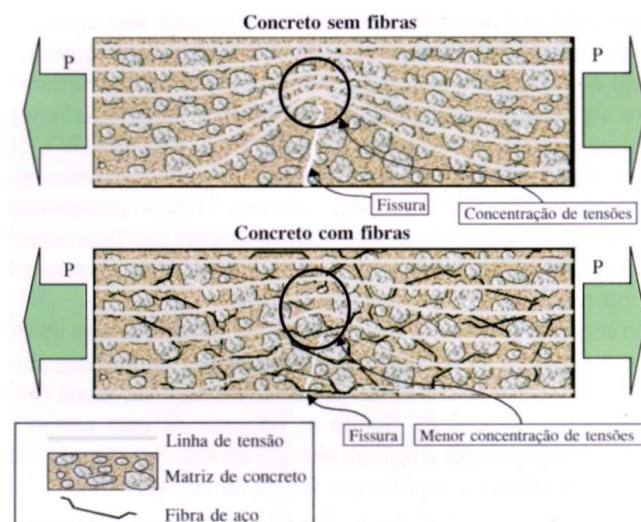


Figura 2.3: Efeito de costura na distribuição de tensões do concreto com e sem fibras (PASA, 2007).

Segundo Figueiredo (2000), o concreto com fibras é um material pseudodúctil, apresentando resistência residual à esforços aplicados no material fissurado. Conforme Holanda (2002), a ductilidade introduzida pelas fibras impede que a formação da primeira fissura leve o material à ruína, aumentando assim a resistência das peças. Dessa forma, a eficiência do CRFA está relacionada a capacidade de ligação das fissuras pelas fibras, que é dependente da interação entre os materiais que formam o compósito, ou seja, do concreto empregado na matriz e das fibras de aço adotadas como reforço.

2.2.1 Interação Fibra-Matriz

O funcionamento do CRFA é controlado pela transferência de tensões entre a matriz de concreto e as fibras de aço. Conforme Pasa (2007), pelo concreto ser uma matriz frágil, a transferência de tensões é influenciada pela condição da matriz; pelas propriedades mecânicas da matriz e das fibras; pelas propriedades geométricas das fibras, como comprimento, diâmetro, ancoragem e forma; e pela concentração de fibras.

Segundo Bentur e Mindess (2007), previamente à fissuração do material o mecanismo de transferência de tensões fibra-matriz é elástico, havendo compatibilidade entre os deslocamentos da interface. Conforme os autores, com a atuação do carregamento no compósito, a diferença de módulos de elasticidade dos materiais introduz tensões tangenciais na interface, que apresentam distribuição não uniforme, conforme ilustrado na Figura 2.4.

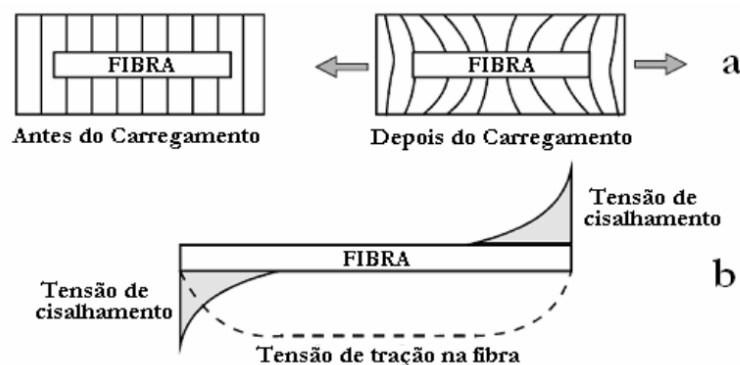


Figura 2.4: Esquema de deformações (a) e distribuição de tensões de cisalhamento ao longo da interface (b) (PASA, 2007).

Com o aumento da intensidade do carregamento, as tensões tangenciais na interface excedem sua resistência ao cisalhamento (τ_{au}), ocorrendo o descolamento e deslocamentos relativos na

interface, quando o mecanismo de transferência de tensões passa a ser por atrito. A tensão tangencial de atrito (τ_{fu}) é considerada uniforme ao longo da interface, e conforme Bentur e Mindess (2007), tem maior importância na pós-fissuração, quando as fibras atuam como pontes de transferência de tensões entre as fissuras, e onde essa controla propriedades como resistência última e deformação do compósito. Na Figura 2.5 são apresentadas as tensões tangenciais na interface fibra-matriz durante o processo de arrancamento.



Figura 2.5: Tensões tangenciais na interface fibra-matriz (baseado em: BENTUR; MINDESS, 2007).

Além das tensões transferidas por cisalhamento, a interface matriz-fibra também é influenciada pelas tensões e deformações específicas normais que surgem na interface. Essas são resultantes do efeito de Poisson, de alterações no volume e de solicitações multiaxiais que podem surgir no concreto, enfraquecendo ou fortalecendo a interface através de alterações nas tensões de atrito.

Para investigação dos mecanismos de transferência de tensões na interface fibra-matriz são geralmente empregados ensaios de arrancamento, ou *pull-out*, onde são medidas as cargas e o escorregamento das fibras. Na Figura 2.6 é ilustrado um modelo para fibras retas, apresentado por Bartos (1981) *apud* Bentur e Mindess (2007). Na figura, o trecho OE corresponde à transferência de tensões elásticas, enquanto, no trecho EM ocorre o descolamento gradual da fibra. Com o descolamento total da fibra ocorre a redução brusca da força atuante, trecho MF, e então, a partir do ponto F, a curva decresce com a ação do mecanismo de transferência de tensões por atrito.

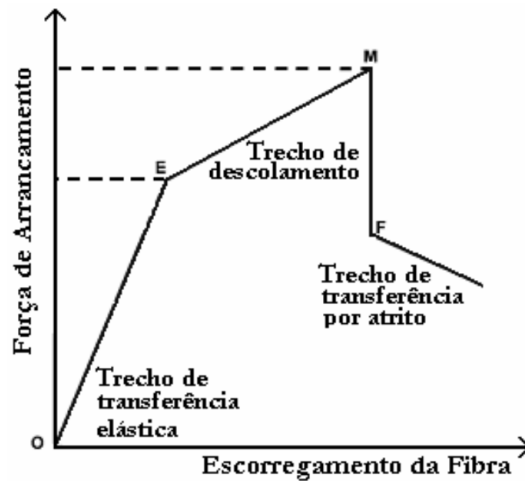


Figura 2.6: Diagrama proposto por Bartos (1981) para o arrancamento de fibras retas (baseado em: BENTUR; MINDESS, 2007).

Quando empregadas fibras com ancoragem em sua geometria, a transferência mecânica de tensões pela ancoragem deve ser considerada, juntamente com os efeitos já citados. Ensaios conduzidos por Naaman e Najm (1991) compararam o arrancamento de fibras retas e fibras ancoradas com gancho, os resultados são apresentados nas curvas da Figura 2.7.

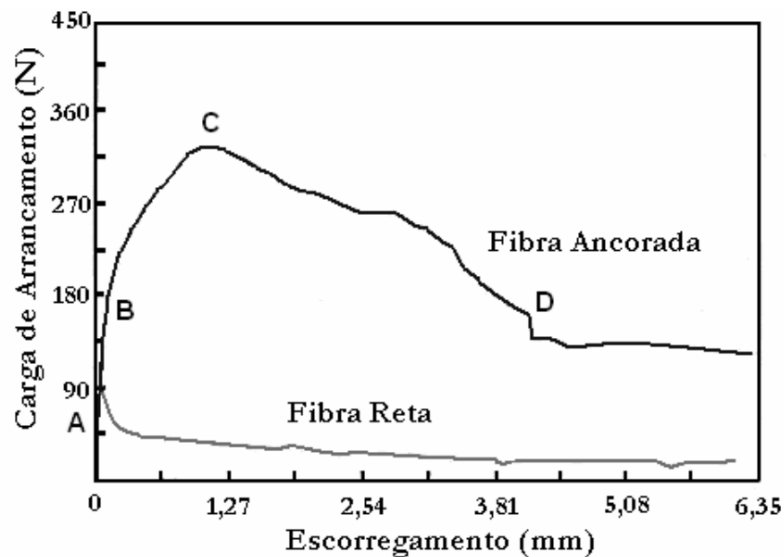


Figura 2.7: Curvas de arrancamento de fibras retas e fibras ancoradas com gancho (baseado em: NAAMAN; NAJM, 1991).

O comportamento observado para a fibra reta é condizente com o apresentado na Figura 2.6, enquanto, para a fibra ancorada, são identificados novos trechos relativos à transferência de tensões pela ancoragem. No trecho AB é observado o gradual descolamento da fibra. Com a

fibra descolada, é iniciado o processo de escorregamento e retificação da ancoragem, trecho BC. No ponto C a fibra já perdeu parte de sua ancoragem e tem sua carga de arrancamento reduzida gradualmente até o ponto D, onde a fibra torna-se reta. Os pontos B, C e D são genericamente ilustrados na Figura 2.8

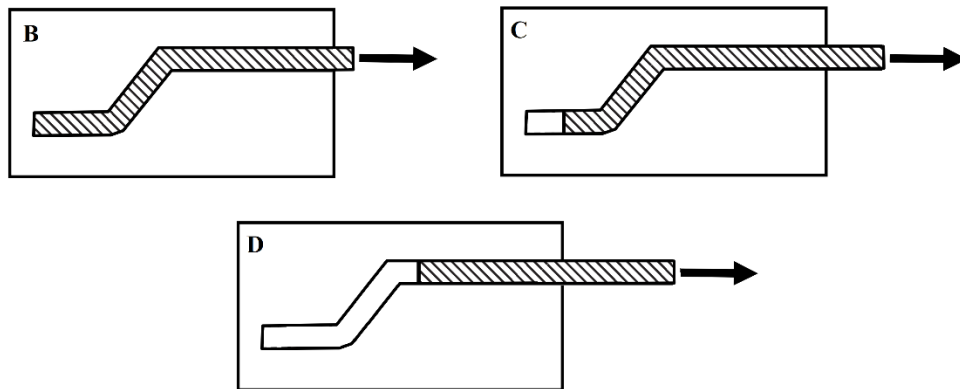


Figura 2.8: Processo de arrancamento, com retificação, de uma fibra ancorada.

2.2.2 Volume crítico de fibras

Conforme Figueiredo (2000), o volume crítico de fibras (V_{fc}) corresponde à aquele em que, após a fissuração da matriz, o material mantém constante a sua capacidade portante. Dessa forma, para volumes superiores ao crítico, o material continua aceitando carregamentos crescentes após a fissuração, enquanto para volumes inferiores a carga suportada decresce. Na Figura 2.9 são apresentados diagramas carga-deflexão para prismas de CRFA rompidos à flexão, onde é observado um trecho inicial elástico linear até a carga de fissuração da matriz, posteriormente três comportamentos distintos são observados, conforme os diferentes teores de fibras.

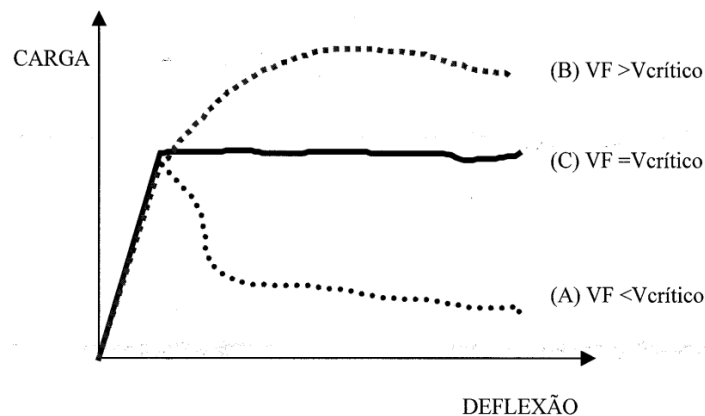


Figura 2.9: CRFA com volume de fibras abaixo do crítico (A), igual (B) e superior (C) (FIGUEIREDO, 2000).

Diferentes expressões são apresentadas para determinação do volume crítico de fibras, a formulação apresentada por Figueiredo (2000) considera a resistência última das fibras e desconsidera seu fator de forma, para valores usuais essa apresenta $V_{fc} = 1\%$. Já a formulação proposta por Bentur e Mindess (2007) desconsidera a resistência das fibras e faz uso de seu fator de forma. Essa é dada por (2.1), onde σ_{mu} é a resistência última da matriz, τ_{fu} é a máxima tensão tangencial de atrito e l_f/d_f é o fator de forma.

$$V_{fc} = 2 \frac{\sigma_{mu}}{\tau_{fu}} \frac{1}{l_f/d_f} \quad (2.1)$$

Para valores usuais, como $\sigma_{mu} = 0,3 \text{ kN/cm}^2$, $\tau_{fu} = 0,7 \text{ kN/cm}^2$ e $l_f/d_f = 60$ é obtido através dessa $V_{fc} = 1,4\%$.

2.2.3 Comprimento crítico

O comprimento crítico das fibras (l_{fc}) é o comprimento necessário para obtenção de tensões de ruptura nas fibras. Comprimentos de fibras inferiores ao crítico fazem com que essas não sejam eficientemente utilizadas, sendo arrancadas da matriz precocemente e interrompendo as pontes de transferência de tensões. Na Figura 2.10 são ilustradas as distribuições de tensões em fibras de diferentes comprimentos.

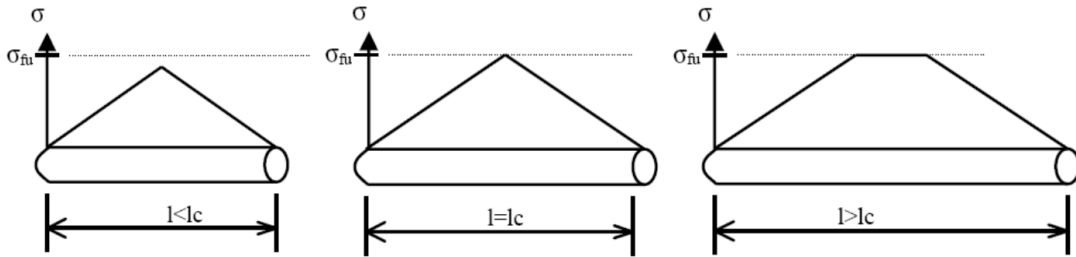


Figura 2.10: Distribuições de tensões em fibras de diferentes comprimentos (PASA, 2007).

Conforme Lim, Paramasivam e Lee (1987), o comprimento crítico é dado por (2.2), onde σ_{fu} é a tensão última da fibra e τ_u a tensão última de aderência.

$$l_{fc} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{fu} d_f}{\tau_u} \quad (2.2)$$

2.3 COMPORTAMENTO MECÂNICO DO CRFA

O principal objetivo da adição de fibras de aço na massa de concreto é a melhoria de suas propriedades à tração, dado que o concreto em solicitações de tração rompe bruscamente na formação da primeira fissura. Conforme Lim, Paramasivam e Lee (1987), a resposta à tração do CRFA é linear até a tensão de fissuração do compósito. Após a fissuração, conforme o volume de fibras empregado, o material pode atingir tensões superiores ou inferiores à de fissuração, conforme ilustrado na Figura 2.11.

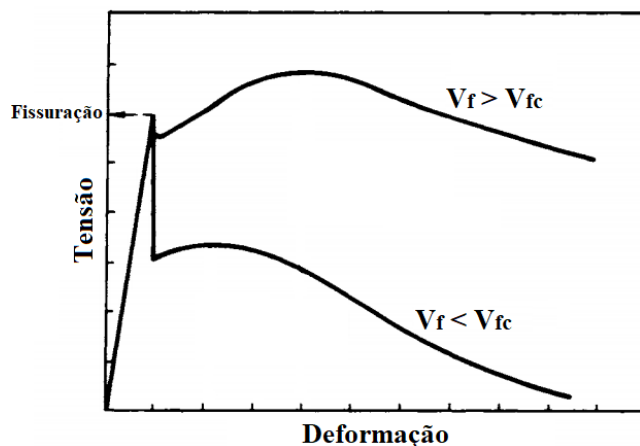


Figura 2.11: Curvas tensão-deformação típicas para o CRFA tracionado (baseado em: LIM; PARAMASIVAM; LEE, 1987)

Conforme Sant'ana (2005), para concretos com baixos teores de fibras, o comportamento inicial do CRFA é semelhante ao da matriz não reforçada, apresentando maior diferenciação após a fissuração, onde apresenta ductilidade mesmo para grandes deformações. Enquanto, para volumes elevados de fibras em matrizes de elevadas resistências, o material pode suportar cargas superiores às cargas de fissuração obtidas apenas pela matriz, conforme ilustrado na Figura 2.12. Cabe observar a baixa eficiência do CRFA empregado na figura, onde o volume crítico de fibras é elevado.

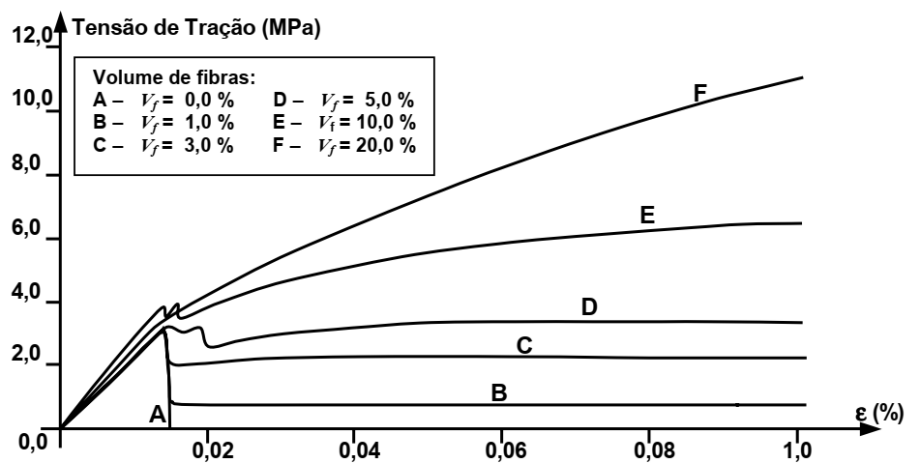


Figura 2.12: Curvas tensão-deformação para diferentes teores de fibras (SANT'ANA, 2005).

Segundo Voo e Foster (2003), a resposta do CRFA à esforços de tração é melhor descrita em diagramas tensão-abertura de fissuras, compostos por dois fenômenos, o amolecimento da matriz fissurada e a ativação das fibras que cruzam a fissura, conforme ilustrado na Figura 2.13. Conforme os autores, ao serem descoladas, as fibras de aço interagem com a matriz até seu arrancamento completo, que pode ser estimado como metade do comprimento da fibra, assim, o material resiste a esforços de tração até que as fissuras atinjam o tamanho de meia fibra.

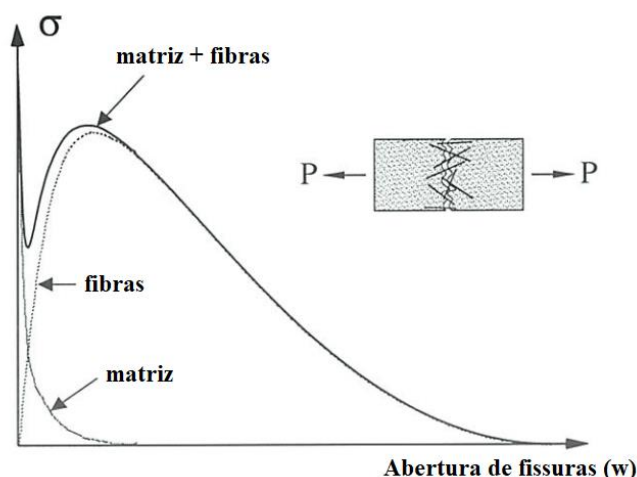


Figura 2.13: Curva tensão-abertura de fissuras do CRFA (baseado em: VOO; FOSTER, 2003).

Dado que as fibras de aço tem por principal objetivo melhorar o comportamento à tração do concreto, poucos estudos sobre seus efeitos em relação à compressão são observados. Para Bentur e Mindess (2007) a adição de fibras de aço na massa de concreto produz pouco ou nenhum efeito em sua resistência à compressão uniaxial. Conforme Figueiredo (2000), para o concreto em compressão, as fibras de aço aumentam a tenacidade do material, permitindo maiores deformações após o pico de tensão. De acordo com o ACI 544.4R-18 (2018), no concreto comprimido, a tenacidade introduzida pelas fibras de aço previne a ruptura brusca e explosiva para cargas estáticas e absorve energia em solicitações dinâmicas.

Em relação à compressão biaxial do CRFA, estudos relatam grande influência das fibras de aço. Conforme Murugappan, Paramasivam e Tan (1993), em situações de compressão biaxial, as fibras de aço produzem efeitos similares à tensões de confinamento na direção não carregada, proporcionando o aumento da resistência à compressão biaxial do concreto. Na Figura 2.14 são apresentadas envoltórias de aumento de resistência à compressão para concretos reforçados com fibras de aço, onde são ainda observados incrementos na resistência à compressão uniaxial.

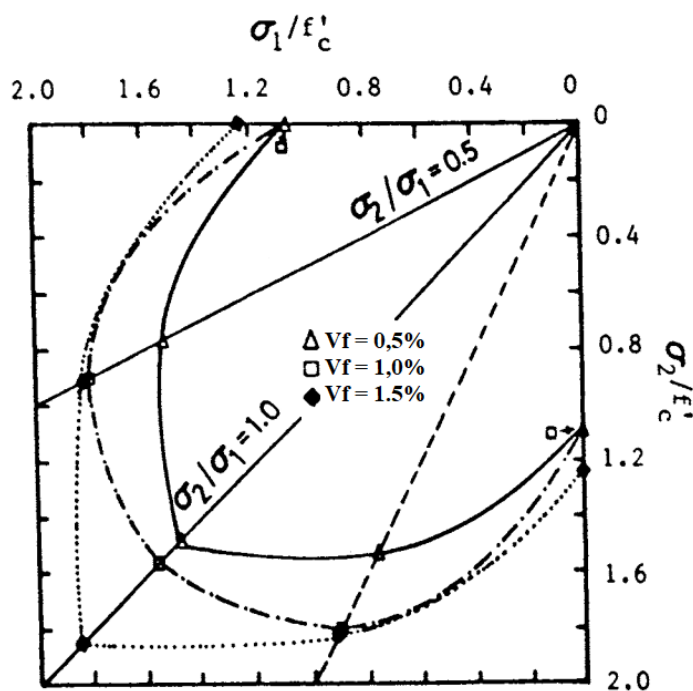


Figura 2.14: Envoltórias de aumento de resistência à compressão para concretos reforçados com fibras de aço em solicitações biaxiais (baseado em: TRAINA; MANSOUR, 1991).

Enquanto para concretos tradicionais em compressão biaxial são observados incrementos de resistência de cerca de 16% para tensões de razão 1:1 e 25% para razão 2:1, estudos realizados por Traina e Mansour (1991) apresentaram valores para o CRFA variando de 39% à 52%, para razão de carregamento de 1:1, e de 44% à 71%, para razão de 2:1, adotando fibras circulares ancoradas em volumes de 0,5% à 1,5%.

Dada a influência das fibras de aço no comportamento à compressão multiaxial do CRFA, diferentes superfícies de ruptura se fazem necessárias para representação do material. Seow e Swaddiwudhipong (2005) apresentam uma superfície de ruptura para o CRFA válida para estados multiaxiais de tensões, calibrada através da resistência pós fissuração do CRFA tracionado, adotada nesse trabalho e apresentada no capítulo seguinte. Além desse, cabe ainda citar os trabalhos de Dutra (2012), onde é apresentado um modelo constitutivo para o CRFA baseado na teoria da homogeneização, e de Murugappan, Paramasivam e Tan (1993), onde é apresentada uma superfície de falha para o material em um estado biaxial de tensões, baseado no critério de Ottosen (1977).

2.4 USO DE FIBRAS DE AÇO COMO REFORÇO TRANSVERSAL

Dadas as diversas melhorias introduzidas pelas fibras de aço no concreto, diversos autores apontam a possibilidade de substituição dos estribos por fibras de aço como reforços transversais. Segundo o ACI 544.4R-18 (2018), as fibras de aço podem apresentar vantagens em relação aos estribos, por estarem distribuídas em direções aleatórias e possuírem menores espaçamentos. Além disso, o uso de fibras aumenta a tenacidade do material e a resistência em sollicitações biaxiais de compressão, e torna esse resistente à tensões de tração mesmo após a fissuração da matriz.

Estudos conduzidos por Lim e Oh (1999), Kovács e Balázs (2003) e Tahenni, Chemrouk e Lecompte (2016) mostram que as fibras de aço em baixos volumes aumentam a carga de ruptura de vigas sem estribos que apresentam falhas por corte, enquanto o aumento do teor de fibras é capaz de alterar o modo de falha de cisalhamento para flexão. Os autores ainda observam que a adoção de fibras de aço permite a redução da armadura transversal, aumenta a ductilidade das vigas e que o reforço por fibras de aço pode ser econômico em relação ao uso de estribos.

3 MODELAGEM COMPUTACIONAL

O comportamento das vigas estudadas nesse trabalho é modelado computacionalmente através do MEF, fazendo uso do *software* ANSYS. O princípio básico do MEF consiste na discretização de um meio contínuo em um número finito de partes, essas formam uma malha que tem formato semelhante ao meio original. Através da malha de elementos finitos, das equações constitutivas dos materiais e das condições de contorno, é obtido um sistema de equações que representa de forma aproximada o meio contínuo original e que pode ser resolvido computacionalmente (BATHE, 1996).

A adoção do programa se deve, principalmente, à possibilidade de implementação de modelos constitutivos personalizados, introduzidos no *software* através de subrotinas programadas em FORTRAN. O conjunto de opções de personalização é denominado UPF (*User Programmable Features*), sendo a UPF relativa aos modelos constitutivos denominada *usermat*. O funcionamento do *software* e a implementação de modelos constitutivos são devidamente apresentados por Lazzari (2016) e Quevedo (2017). Nesse capítulo são apresentados os elementos finitos utilizados, os modelos constitutivos empregados e alguns aspectos da análise não-linear.

3.1 ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS

Os elementos finitos utilizados são escolhidos de forma a reduzir o tempo de processamento computacional, otimizando a execução das análises de confiabilidade. Dessa forma, é levado em consideração o número de graus de liberdade e a possibilidade de uso de armadura incorporada, aspectos que aumentam a liberdade em relação à malha de elementos finitos adotada e reduzem o esforço computacional. Visto que o estudo pode ser realizado em estado plano de tensões é adotado o elemento PLANE183, para representação do concreto, e o elemento de reforço REINF263, para representação da armadura incorporada, apresentados a seguir.

3.1.1 Elemento PLANE183

O elemento finito PLANE183, adotado para representação do concreto, é um elemento bidimensional de formulação quadrática, com 6 ou 8 nós, conforme ilustrado na Figura 3.1. No

estado plano de tensões esse elemento possui dois graus de liberdade por nó, correspondentes as translações nos eixos X e Y, e, pode ter sua espessura considerada.

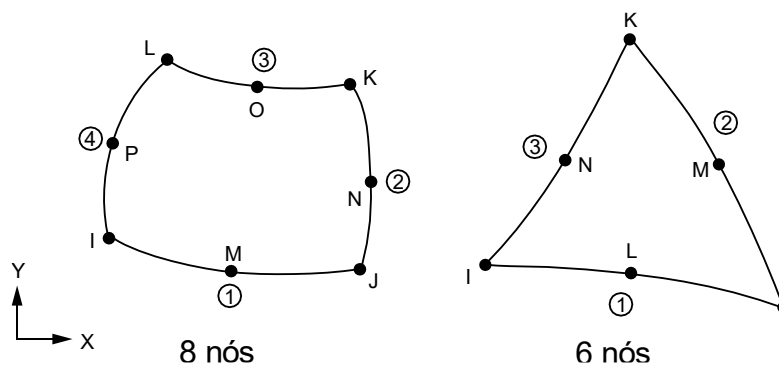


Figura 3.1: Elemento PLANE183 (baseado em: ANSYS, 2019).

A escolha desse elemento para representação do concreto é baseada na possibilidade de formulação de materiais com plasticidade e no uso da UPF *usermat*, na capacidade de uso de armadura incorporada e na alta ordem do elemento. Fatores de elevada importância para redução na discretização da malha e, conseqüentemente, na redução do tempo computacional.

3.1.2 Elemento REINF263

O elemento REINF263 é adotado para introduzir reforços incorporados nos elementos, ou seja, independente da malha de elementos base. Esse é aplicável apenas em elementos planos, sendo sua ordem a mesma do elemento base. Na Figura 3.2 é ilustrada sua aplicação em elementos planos de 4 e 8 nós. Seu uso é adequado para representação das armaduras por apresentar apenas rigidez axial, aceitar materiais com comportamento plástico e fluência, além de ser capaz de representar grandes deformações. Na Figura 3.3 é apresentada a modelagem de uma viga fazendo uso de elementos PLANE183 e REINF263, onde é destacada a concentração da armadura no centro da peça, visto que a espessura gráfica é fictícia.

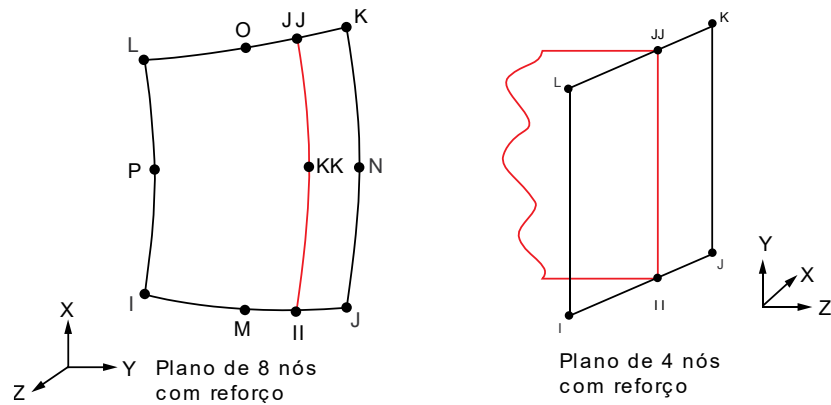


Figura 3.2: Elementos de reforço aplicados em elementos planos de 4 e 8 nós (baseado em: ANSYS, 2019).

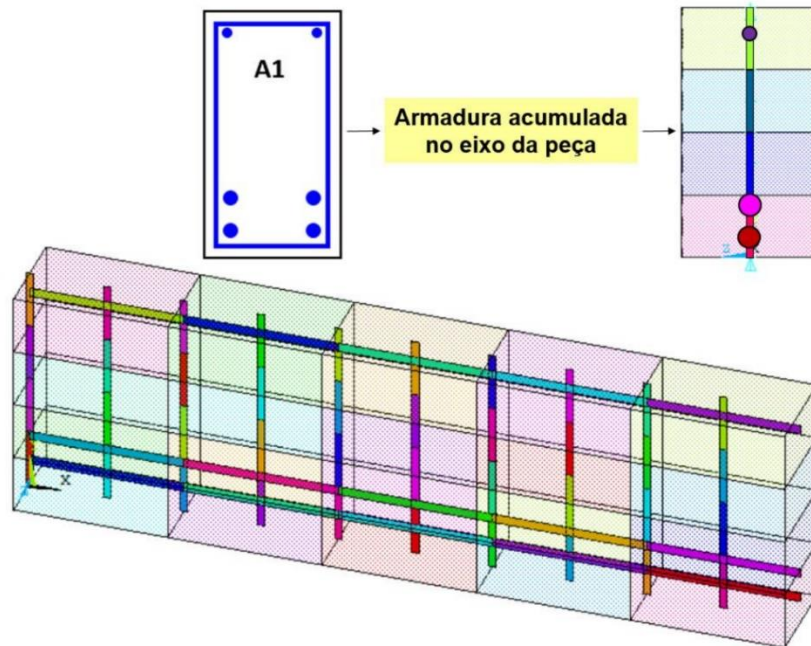


Figura 3.3: Exemplo de discretização de viga com elementos planos e REINF263 (LAZZARI, 2015).

3.2 MODELOS CONSTITUTIVOS PARA O CONCRETO

Para correta modelagem das vigas são necessários modelos constitutivos para os diferentes materiais empregados, condizentes com o estado de tensão ao qual cada material está submetido. No presente trabalho é adotado o estado plano de tensões, assim o concreto está limitado a um estado biaxial de tensões.

Para representação do concreto, o *software* ANSYS dispõe de uma implementação através da superfície de ruptura de cinco parâmetros de Willam e Warnke (1975). Todavia, seu uso é limitado, não recomendado pelo *software*, não permite uso de armadura incorporada e apresenta dificuldades de convergência, tornando a análise demasiadamente pesada (SILVA, 2017). A fim de reverter essa situação, conforme a implementação proposta por Lazzari (2016), é utilizada a UPF *usermat* para inserção dos modelos constitutivos para o concreto adequados às necessidades desse trabalho.

Os modelos constitutivos adotados no presente trabalho são, para o concreto armado, o modelo apresentado por Lazzari (2016), e para o concreto reforçado com fibras de aço, uma variação do modelo adotado por Pasa (2007), onde uma nova lei de comportamento do material compósito em tração é empregada, de forma a aumentar a capacidade representativa do modelo. Ambos os modelos em compressão são formados por um critério de ruptura, um critério de plastificação e uma regra de endurecimento. O comportamento em tração, para ambos materiais, é representado pelo modelo de fissuras distribuídas, fazendo uso de um critério de fissuração com uma nova regra tensão-deformação para representar seu comportamento danificado após a formação das fissuras. Os modelos empregados são apresentados de forma concisa nas seções a seguir, sendo detalhadas as modificações implementadas.

A fim de otimizar as análises, a implementação dos modelos na subrotina *usermat* é realizada de forma independente aos trabalhos anteriores, conservando a lógica dos algoritmos, porém alterando a estruturação do código, a fim de facilitar a introdução de modificações e novos modelos. O código fonte da *usermat* desenvolvida encontra-se disponível em github.com/dutitello/usermat-Titello.

3.2.1 Modelo constitutivo para o concreto comprimido

O modelo constitutivo para o concreto comprimido adotado é o implementado por Lazzari (2016). O critério adotado para ruptura do concreto é o de Ottosen (1977), ajustado por 4 parâmetros, recomendado pelo fib Model Code 2010 [MC2010] (FIB, 2013), adequado para representação do concreto em um estado multiaxial de tensões. Na Figura 3.4 são apresentadas as seções transversais dos planos desviadores da superfície de ruptura de Ottosen (1977).

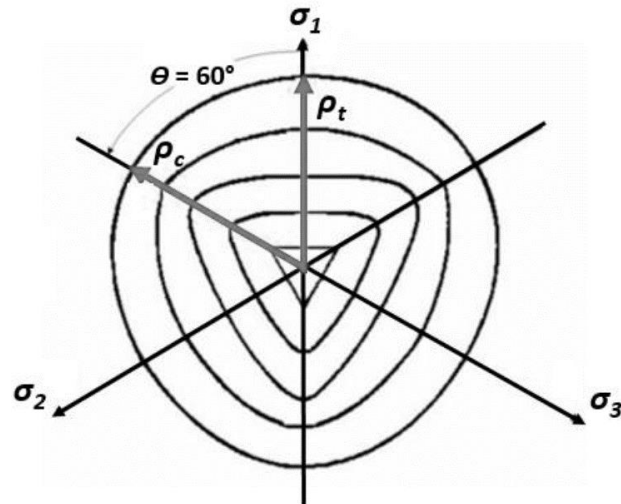


Figura 3.4: Seções transversais dos planos desviadores da superfície de Ottosen (LAZZARI, 2016).

O critério de plastificação adotado considera que o concreto comprimido tenha endurecimento isotrópico, expandido a superfície de plastificação, que tem a mesma forma da superfície de ruptura. A expansão da superfície durante a plastificação é definida por uma regra de endurecimento determinada pela relação tensão-deformação plástica efetiva, que permite a extrapolação de resultados de um ensaio uniaxial para uma situação multiaxial. O diagrama adotado para a regra de endurecimento é o proposto pelo MC2010, ilustrado na Figura 3.5.

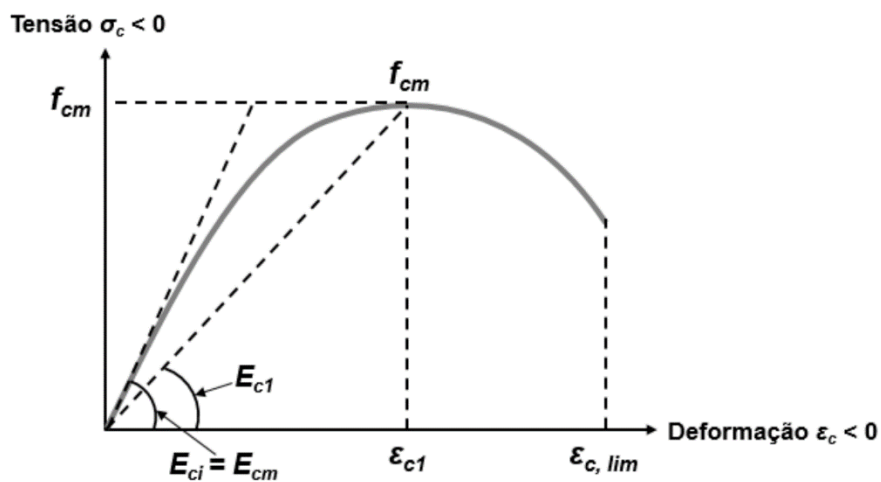


Figura 3.5: Diagrama tensão deformação do concreto comprimido (baseado em: MC2010).

3.2.2 Modelo constitutivo para o concreto reforçado com fibras de aço comprimido

O modelo constitutivo para o concreto reforçado com fibras de aço (CRFA) comprimido adotado é o implementado por Pasa (2007). O critério de ruptura adotado é o proposto por Seow e Swaddiwudhipong (2005), uma variação do critério de 5 parâmetros de Willam e Warnke (1975), adequado para representação do concreto em um estado multiaxial de tensões. Conforme os autores, por fazer uso de uma curva elíptica para interpolação entre os meridianos de tração e compressão, possibilitando representar qualquer estado intermediário de tensões, o critério de Willam e Warnke (1975) possui grande flexibilidade para introdução de modificações em seus meridianos, o que possibilita sua adaptação para representação do CRFA.

O critério de ruptura de Seow e Swaddiwudhipong (2005), introduz o comportamento das fibras de aço no modelo de Willam e Warnke (1975) através da multiplicação do meridiano de tração por uma constante $k < 1$, em que, no caso de $k = 1$ retorna a superfície original. Para determinação da constante k , em um estado de tensões biaxial conhecido, de razão 1:1:0, o termo é isolado na equação do meridiano de tração, todavia, é necessário o conhecimento da resistência à compressão biaxial do CRFA. Na Figura 3.6 são apresentadas as envoltórias de resistência à compressão biaxial obtidas pelo modelo de Seow e Swaddiwudhipong (2005) para diferentes valores de k .

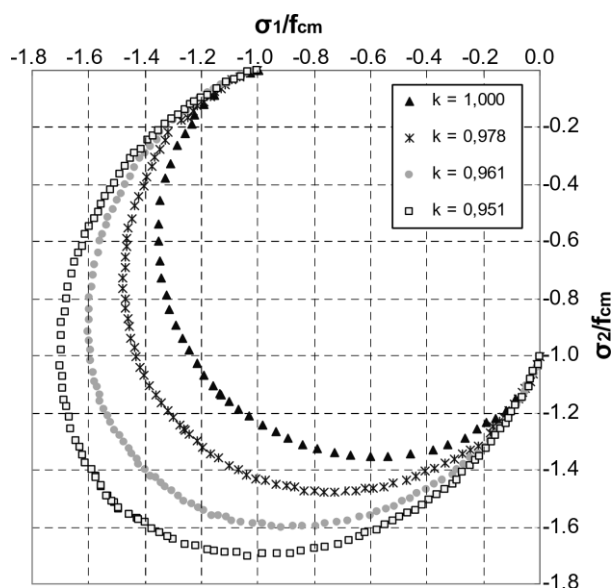


Figura 3.6: Envoltórias de resistência à compressão biaxial obtidas pelo modelo de Seow e Swaddiwudhipong (2005) para diferentes valores de k (baseado em: PASA, 2007).

Conforme Murugappan, Paramasivam e Tan (1993), em um estado biaxial de tensões, as fibras de aço no concreto produzem um esforço equivalente a um confinamento na terceira direção, dessa forma a resistência à compressão biaxial do CRFA pode ser estimada através do concreto puro, introduzindo uma tensão de confinamento igual a resistência pós fissuração do CRFA tracionado, conforme ilustrado na Figura 3.7.

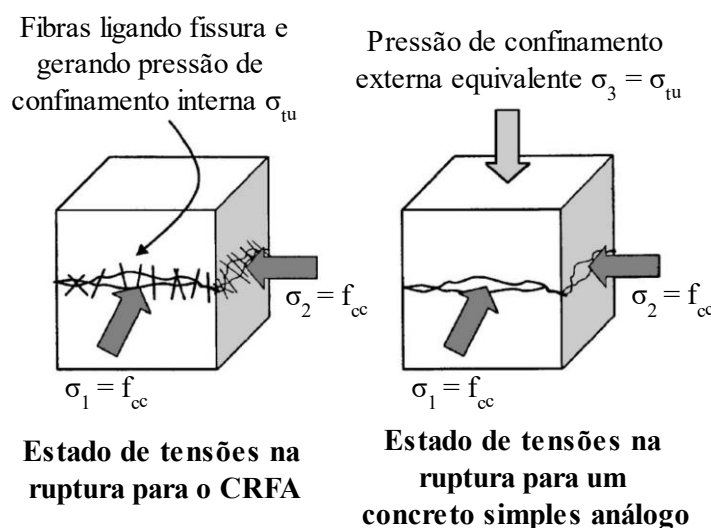


Figura 3.7: Estado de tensões na ruptura para o CRFA e para um concreto análogo (baseado em: Seow e Swaddiwudhipong, 2005).

Para Lim, Paramasivam e Lee (1987) a tensão pós fissuração do CRFA é estimada em função do volume e das propriedades das fibras, de sua orientação e da tensão cisalhante última de arrancamento das fibras, que na falta de ensaios de laboratório é estimada por Voo e Foster (2003) como $2,5 \cdot f_{ct}$ para fibras ancoradas e $1,2 \cdot f_{ct}$ para fibras retas.

Assim como para o concreto, o critério de plastificação adotado considera que o concreto comprimido tenha endurecimento isotrópico, expandido a superfície de plastificação, que tem a mesma forma da superfície de ruptura. Visto que a presença de fibras não altera o comportamento à compressão uniaxial do concreto, é adotado novamente o diagrama proposto pelo MC2010, ilustrado na Figura 3.5.

3.2.3 Modelo constitutivo para o concreto tracionado

O comportamento do concreto tracionado é elástico linear até o início da fissuração, posteriormente é adotado o modelo de fissuras distribuídas, conforme formulação apresentada por Hinton (1988), adotado também por Lazzari (2016) e Pasa (2007). O modelo em questão é

adotado pois não requer a alteração da malha de elementos finitos, simplificando o processo de análise. Nesse modelo o dano gerado pela fissuração é introduzido no material alterando suas propriedades mecânicas.

O modelo de fissuras distribuídas consiste inicialmente em verificar se o estado de tensão de cada ponto de integração atinge a superfície de ruptura por tração, nesse caso o ponto é considerado fissurado e são determinadas suas tensões principais e respectivas direções. Quando fissurado, o concreto tem o efeito de Poisson desprezado e passa a ser considerado um material ortotrópico, em que o sentido da tensão principal de tração no momento da fissuração é o sentido de abertura das fissuras e ortotropia, conforme a Figura 3.8. No presente trabalho é adotado o estado plano de tensões, de forma que apenas duas fissuras, ortogonais entre si, podem ser formadas.

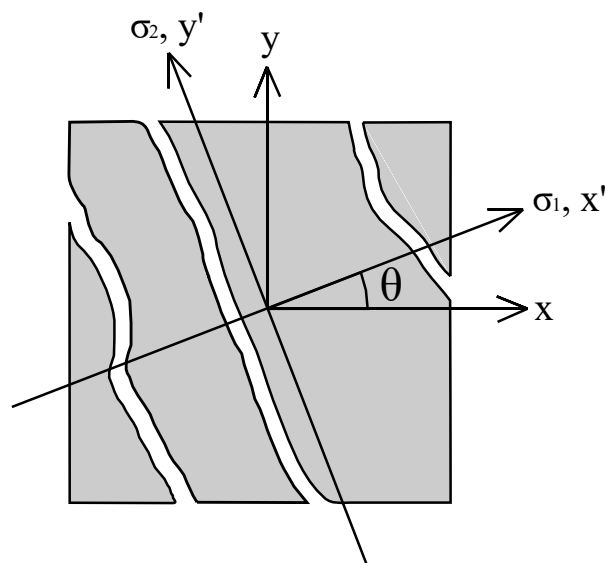


Figura 3.8: Formação das fissuras e determinação dos eixos de ortotropia.

Na presença de armaduras, devido à aderência entre os materiais, o concreto tracionado entre as fissuras contribui ativamente na rigidez das peças, fenômeno conhecido como enrijecimento à tração, ou, *tension-stiffening*, que tem fundamental importância para análise de flechas em peças fletidas. Assim como adotado por Lazzari (2016), esse efeito é considerado adotando aderência perfeita entre a armadura e o concreto, sem deslizamento, e o dano é computado através de ramos descendentes no diagrama tensão-deformação do concreto tracionado. A

relação tensão-deformação adotada nas direções das fissuras, sobre os eixos de ortotropia, é a utilizada por Lazzari (2016), ilustrada na Figura 3.9.

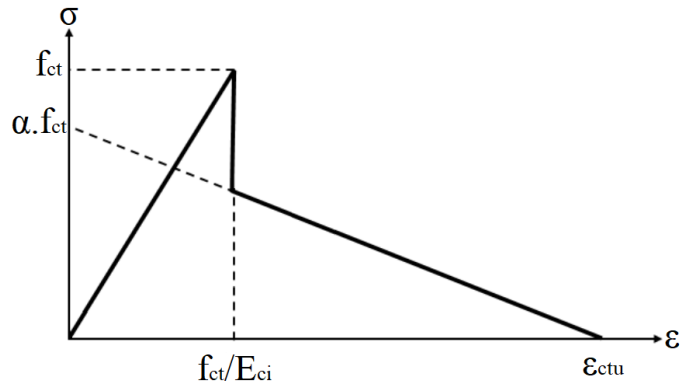


Figura 3.9: Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado (baseado em: LAZZARI, 2016).

Entretanto, visto que a ocorrência desse efeito está relacionada a presença de armaduras cruzando as fissuras, é introduzido um novo critério no modelo do concreto fissurado, onde a orientação das armaduras determina se o efeito é considerado, possibilitando melhor precisão na análise de vigas sem armaduras transversais.

Para verificação da aplicabilidade do *tension-stiffening* é primeiramente informado ao modelo a existência, ou inexistência, de estribos. Caso esses não sejam utilizados o efeito é considerado apenas para fissuras verticais, onde a orientação da fissura foi obtida no processo de formação de fissuras descrito anteriormente. A fim de minorar erros, são consideradas como verticais fissuras que formam um ângulo de até 15° com a vertical, sendo ainda possível considerar no modelo a definição de uma região de aplicação do efeito, baseada na localização espacial dos pontos de integração. Na Figura 3.10 são ilustradas as fissuras típicas de uma viga e os limites angulares adotados no modelo para consideração da fissura como vertical.

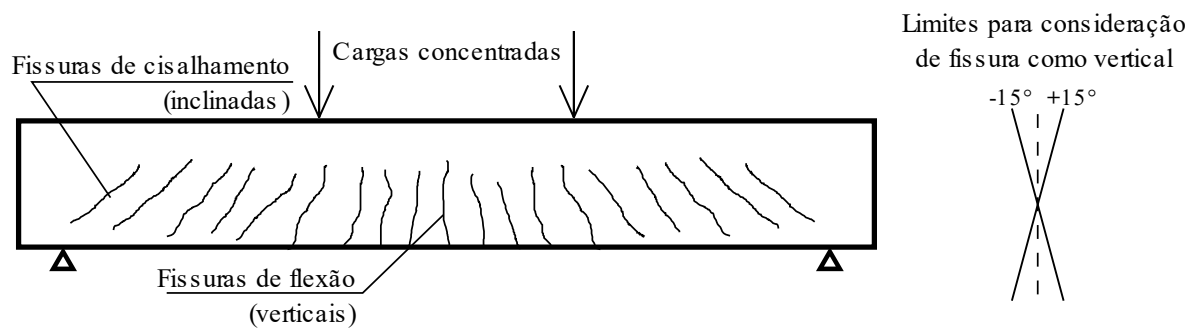


Figura 3.10: Fissuras típicas em uma viga e limite angular para consideração de fissura vertical do modelo implementado.

O concreto fissurado também tem sua rigidez transversal reduzida com a abertura das fissuras, efeito que se deve ao engrenamento dos agregados e efeito de pino das armaduras nas fissuras. Esse efeito não pode ser considerado diretamente no modelo de fissuras distribuídas, assim é adotada a aproximação proposta por Hinton (1988), onde é aplicado um fator que reduz o módulo de elasticidade transversal com o aumento da abertura das fissuras no ponto de integração, ainda no caso do fechamento total da fissura esse retorna para seu valor inicial.

3.2.4 Modelo constitutivo para o concreto reforçado com fibras de aço tracionado

Para modelagem do CRFA tracionado é novamente empregado o modelo de fissuras distribuídas. Simplificadamente, o efeito das fibras de aço é considerado apenas após a fissuração do material, adotando a tensão de fissuração e módulo de elasticidade da matriz de concreto. Após a formação das fissuras, são introduzidas alterações parciais no modelo apresentado anteriormente para o concreto, acrescentando uma curva tensão-abertura de fissura para o CRFA tracionado e mantendo o efeito de *tension-stiffening*, onde os efeitos são comparados e a maior tensão observada é adotada.

Para melhor representação do CRFA tracionado é adotada uma curva tensão-abertura de fissuras, visto que as fibras atuam apenas em fissuras abertas. A curva adotada é proposta por Voo e Foster (2003), composta por um amolecimento exponencial para a matriz de concreto, conforme (3.1), e por uma curva com endurecimento e amolecimento para as fibras, conforme (3.2), que são somadas para obtenção da tensão resistida pelo CRFA, conforme (3.3).

$$\sigma_{ct} = f_{ct} \cdot e^{-c \cdot w_{cr}} \quad (3.1)$$

$$\sigma_f = \frac{V_f l_f \tau_b}{d_f \pi} \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{3.5 w_{cr}}{d_f} \right) \left(1 - \frac{2 w_{cr}}{l_f} \right)^2 \quad (3.2)$$

$$\sigma_{cf} = \sigma_{ct} + \sigma_f \quad (3.3)$$

Onde f_{ct} é a tensão resistente do concreto tracionado, c corresponde ao amolecimento da matriz de concreto e é adotado como 150/cm, w_{cr} é a abertura da fissura, V_f é o volume de fibras, l_f e d_f são o comprimento e diâmetro das fibras, e, τ_b é a tensão cisalhante última de arrancamento das fibras, estimada por Voo e Foster (2003) como 2,5. f_{ct} para fibras ancoradas e 1,2. f_{ct} para fibras retas. Na Figura 3.11 são ilustradas curvas tensão-abertura de fissuras, normalizadas pela resistência à tração da matriz, para diferentes volumes de fibras e na ausência dessas.

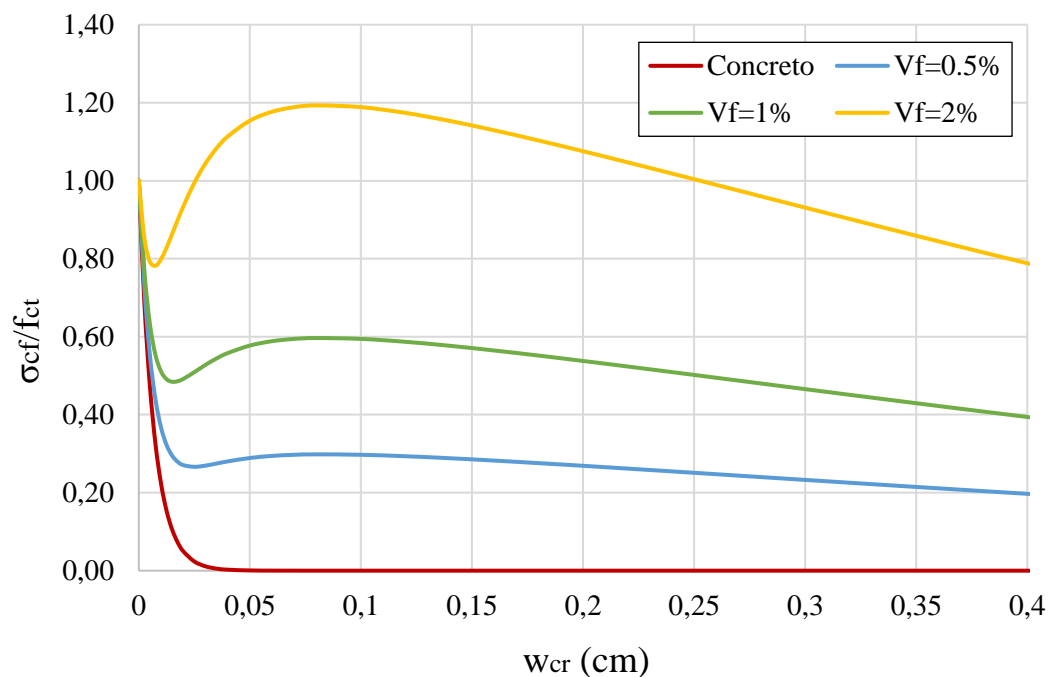


Figura 3.11: Diagrama tensão-abertura de fissuras para diferentes concentrações de fibras pelo modelo de Voo e Foster (2003).

O emprego do modelo de fissuras distribuídas não permite a determinação direta da abertura das fissuras, porém essas podem ser aproximadas com base na deformação normal à fissura (ϵ) e na distância média entre as fissuras (l_c), conforme (3.4). Neste trabalho l_c é adotado tendo o valor fixo de 15 cm, o qual se mostrou uma estimativa adequada durante a validação do modelo.

$$w_{cr} = I_c \cdot \varepsilon \quad (3.4)$$

3.3 MODELO CONSTITUTIVO PARA AS ARMADURAS

As barras de armadura em aço são consideradas como resistentes apenas a esforços axiais, assim, nesse trabalho, seu comportamento é representado por um modelo constitutivo uniaxial. O aço é considerado um material elastoplástico, bilinear e com as mesmas propriedades em tração e compressão.

As barras de aço podem apresentar dois diferentes comportamentos, conforme seu método de fabricação. Para aços laminados a quente, com patamar de escoamento bem definido, adota-se o modelo elastoplástico perfeito, sem endurecimento, representado na Figura 3.12a. Para aços encruados a frio adota-se um comportamento elastoplástico com endurecimento linear a partir de 85% da tensão de escoamento, ilustrado na Figura 3.12b, onde o parâmetro de endurecimento (H_s) é determinado por (3.5).

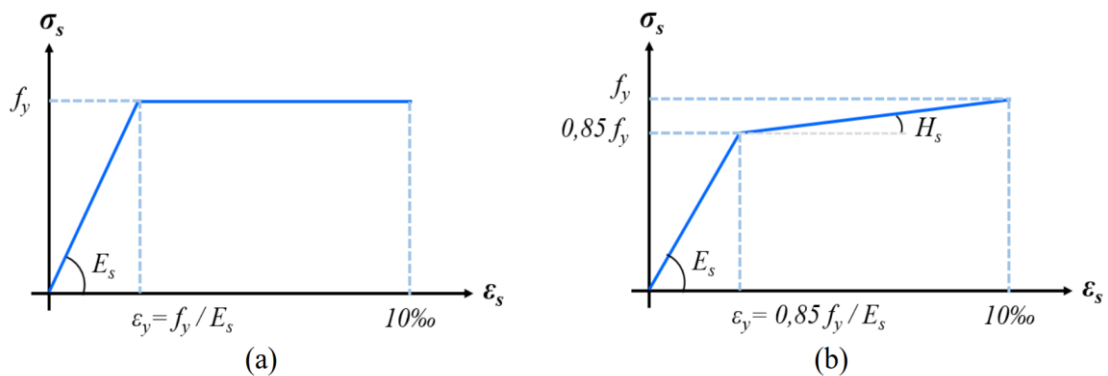


Figura 3.12: Modelos bilineares para armaduras (a) elastoplástico perfeito e (b) elastoplástico com endurecimento (LAZZARI, 2016).

$$H_s = \frac{0,15f_y}{10\text{‰} - \frac{0,85f_y}{E_s}} \quad (3.5)$$

3.4 ANÁLISE NÃO-LINEAR

O método dos elementos finitos requer o uso de métodos numéricos para solução de sistemas de equações. Na consideração de não-linearidades, um método eficiente para solução de sistemas de equações não-lineares é necessário, sendo um método bastante adotado e eficaz o método de Newton-Raphson, utilizado pelo *software* ANSYS. Conforme Bathe (1996), sua solução consiste em um processo iterativo para resolução de sistemas de equações não-lineares, genericamente definido por (3.6) e (3.7).

$$\mathbf{K}_i^T \cdot \Delta \mathbf{u}_i = \mathbf{R} \quad (3.6)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{F}_a - \mathbf{F}_i^{nr} \quad (3.7)$$

Onde, para cada passo de carga i , \mathbf{K}_i^T é a matriz de rigidez tangente, $\Delta \mathbf{u}_i$ é o vetor de incrementos de deslocamentos (a ser determinado), \mathbf{R} é o vetor de resíduos de forças, \mathbf{F}_a é o vetor de forças aplicadas e \mathbf{F}_i^{nr} é o vetor correspondente às cargas internas dos elementos. A existência de não-linearidades nos materiais faz com que o vetor de cargas internas (\mathbf{F}_i^{nr}) seja dependente do campo de deslocamentos atual ($\mathbf{u}_i + \Delta \mathbf{u}_i$), onde através da formulação dos elementos são obtidas as deformações, e das leis constitutivas dos materiais, por onde são obtidas as tensões e as forças. A solução é obtida determinando $\Delta \mathbf{u}_i$ de forma que o resíduo satisfaça os critérios de convergência adotados. Conhecido $\Delta \mathbf{u}_i$, os deslocamentos que equilibraram as forças aplicadas no passo atual, e, serão os deslocamentos iniciais no passo seguinte, \mathbf{u}_{i+1} , são obtidos por (3.8), onde \mathbf{u}_i é o vetor de deslocamentos que equilibrou o passo de carga anterior.

$$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \Delta \mathbf{u}_i \quad (3.8)$$

O critério de convergência adotado nesse trabalho é o padrão do ANSYS, onde a norma do vetor de resíduos de forças, $\|\mathbf{R}\|$, deve ser inferior à uma parcela da norma do vetor de forças aplicadas, $\|\mathbf{F}_a\|$. No decorrer do trabalho essa parcela, denominada tolerância da solução não-linear, tem seus valores apresentados. A norma dos vetores é dada por (3.9).

$$\|\mathbf{R}\| = \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{R}_i^2 \right)^{1/2} \quad (3.9)$$

Caso o passo de carga atual não satisfaça o critério de convergência adotado, é considerada a ruptura da estrutura, quando não é mais possível obter o equilíbrio de forças na mesma. Nesse caso, o passo de carga divergente deve ser ignorado e removido, todavia, no caso do *software* ANSYS, esse é mantido e sinalizado como impróprio para uso.

4 VALIDAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

A fim de validar a implementação dos modelos constitutivos apresentados no capítulo anterior, são apresentados a seguir, para ambos modelos, testes uniaxiais e biaxiais para verificação da concordância entre os modelos analíticos e numéricos. Posteriormente, são realizadas modelagens numéricas de vigas ensaiadas experimentalmente para comparação. Nos casos onde o módulo de elasticidade e a resistência à tração do concreto não são informados esses são estimados através das expressões apresentadas pelo MC2010, que dão origem às expressões apresentadas pela NBR 6118:2014 e permitem a determinação dos valores característicos através dos médios, sem a necessidade de dados estatísticos sobre o concreto empregado.

4.1 TESTES UNIAXIAIS E BIAXIAS

Para comprovação da concordância entre os modelos implementados e suas expressões analíticas, são apresentados a seguir testes de compressão uniaxial e biaxial, e tração uniaxial, em cubos com lado de 1 cm formados por um único elemento, onde são aplicados incrementos de deslocamento. Os cubos e suas configurações de vinculação são apresentados na Figura 4.1.

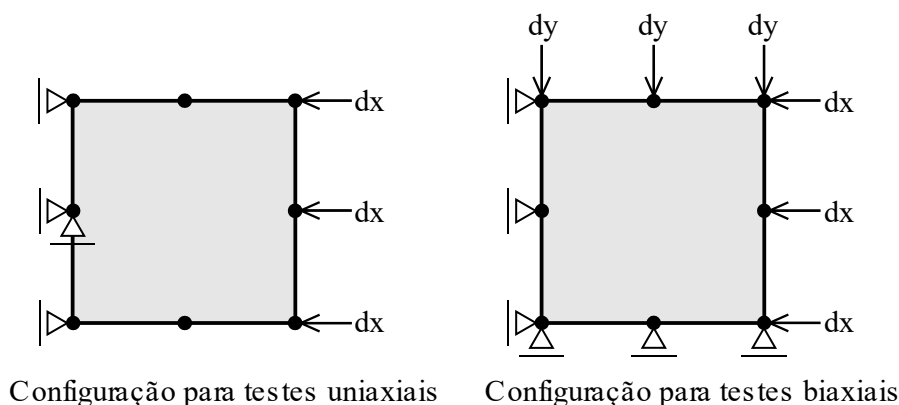


Figura 4.1: Configurações de cubos para validação dos modelos numéricos.

Empregando o concreto C30 é apresentada a validação do modelo para o concreto. Conforme o MC2010, a resistência média à compressão (f_{cm}) do material é de 3,80 kN/cm² e a resistência à tração (f_{ct}) é 0,28 kN/cm².

Na Figura 4.2 é apresentado o diagrama tensão-deformação para o concreto em compressão uniaxial, condizente com o modelo analítico empregado. O comportamento é inicialmente linear, mas com o aumento das tensões, são formadas microfissuras no material que introduzem um comportamento não-linear até o material atingir o pico de tensão, onde se torna instável e rompe por esmagamento.

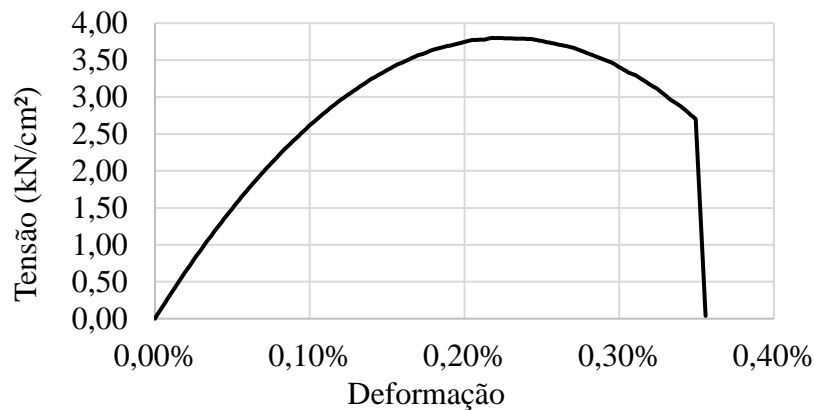


Figura 4.2: Diagrama tensão-deformação para o concreto comprimido uniaxialmente.

Na Figura 4.3 é apresentado o diagrama tensão-deformação em ambas direções para o concreto em compressão biaxial, onde é considerado $dx = dy$. Quando submetido a carregamentos biaxiais, o concreto apresenta um aumento em sua resistência à compressão de 16% para carregamentos de proporção 1:1, conforme observado, e 25% para proporção 2:1.

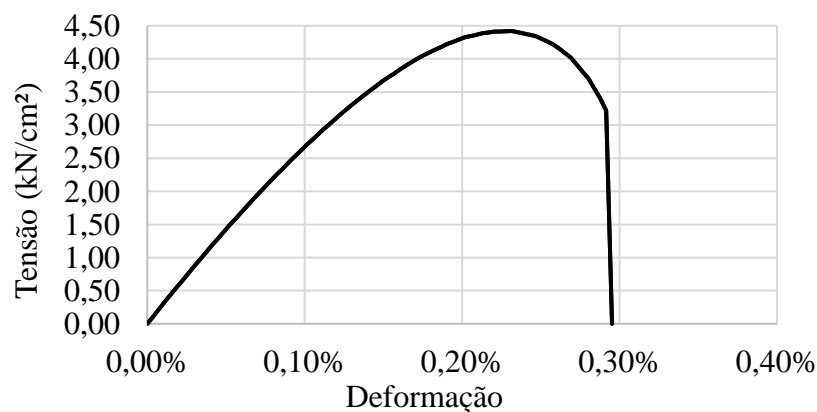


Figura 4.3: Diagrama tensão-deformação para o concreto submetido a uma compressão biaxial de razão 1:1.

Na Figura 4.4 é apresentado o diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado. O comportamento observado é elástico linear até a tensão resistente à tração do material (0,28 kN/cm²) e, posteriormente, é observada a reta descendente que simula o efeito de *tension-stiffening*, em conformidade com a relação analítica empregada.

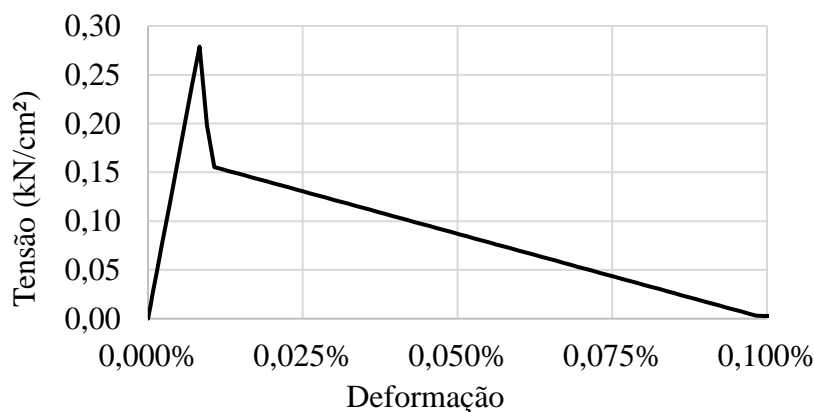


Figura 4.4: Diagrama tensão-deformação para o concreto tracionado considerando o efeito de *tension-stiffening*.

Para comprovação do modelo para o CRFA comprimido são adotados dados experimentais obtidos por Traina e Mansour (1991). A matriz de concreto adotada tem $f_{cm} = 4,0$ kN/cm² onde são empregadas fibras circulares ancoradas, com fator de forma 60, sendo 30 mm o comprimento e 0,5 mm o diâmetro, e tensão de escoamento de 117,2 kN/cm².

A comprovação é realizada modelando ensaios uniaxiais e biaxiais do material para diferentes razões de carregamentos e teores de fibras. No quadro da Figura 4.5 são apresentadas as envoltórias com o aumento da resistência à compressão do concreto em compressões biaxiais, onde são comparados os resultados da implementação atual aos obtidos experimentalmente por Traina e Mansour (1991) e numericamente por Seow e Swaddiwudhipong (2005). Os resultados se mostram adequados e, como esperado, é observado o aumento da resistência à compressão biaxial do concreto com o aumento do teor de fibras. A maior diferença nos resultados é observada na ausência de fibras de aço.

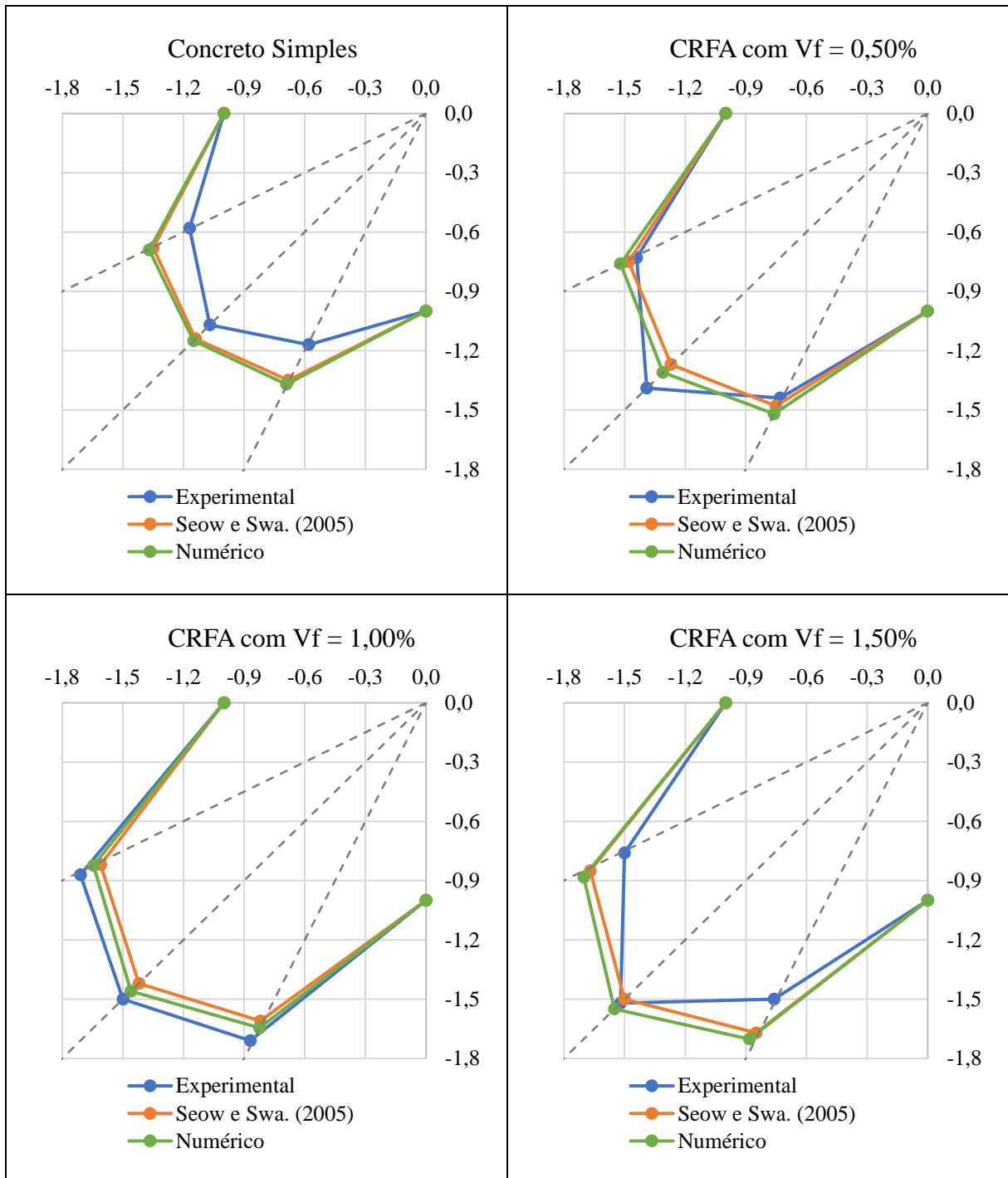


Figura 4.5: Quadro com envoltórias de resistência à compressão do concreto em solicitações biaxiais, normalizadas pela resistência uniaxial. Comparação entre resultados experimentais, numéricos apresentados por Seow e Swaddiwudhipong (2005) e pela implementação atual.

Para comprovação da implementação do modelo de CRFA tracionado são modelados testes de tração. O concreto empregado apresenta tensão resistente à tração de $0,28 \text{ kN/cm}^2$ e são empregadas as mesmas fibras adotadas na validação à compressão. Considerando que a

distância média entre as fissuras seja de 60 cm, apenas para ilustração da resposta do material, são apresentadas na Figura 4.6 as curvas tensão-deformação fictícia obtidas para três teores de fibras. O comportamento observado é condizente com as expressões analíticas, onde o material apresenta comportamento linear até atingir a tensão de ruptura à tração e as fibras passam a atuar.

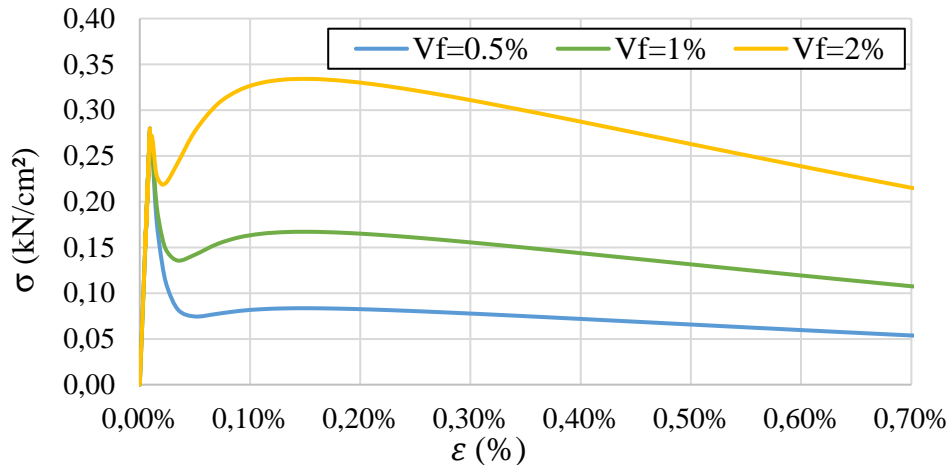


Figura 4.6: Diagramas tensão-deformação fictícia para o CRFA com diferentes concentrações de fibras.

4.2 VIGAS DE LEONHARDT E WALTHER (1962)

Para validação do modelo de concreto são modeladas as vigas de Leonhardt e Walther (1962), denominadas ET1, ET2, ET3, ET4. Na Figura 4.7 é apresentada a configuração longitudinal padrão das vigas, enquanto na Figura 4.8 são apresentadas as seções transversais das quatro vigas.

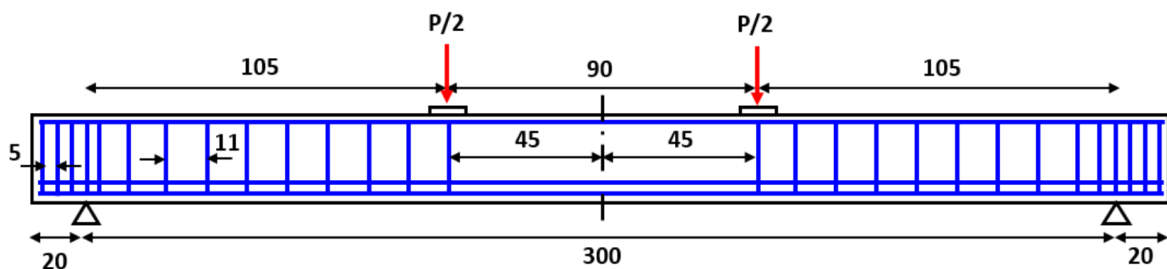


Figura 4.7: Configuração longitudinal padrão para vigas de Leonhardt e Walther (1962) (medidas em cm) (LAZZARI, 2016).

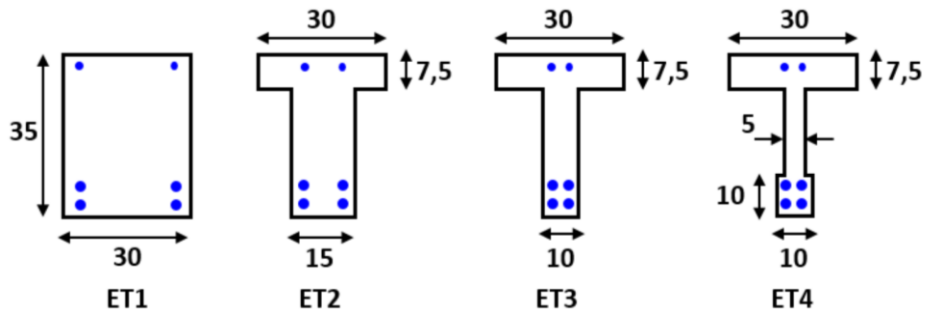


Figura 4.8: Seções transversais das vigas de Leonhardt e Walther (1962) (LAZZARI, 2016).

Os materiais empregados em todas as vigas têm as mesmas propriedades, onde a resistência à compressão do concreto é tomada como $2,42 \text{ kN/cm}^2$. As armaduras longitudinais de tração consistem em 4 barras de 20 mm de diâmetro, com tensão de escoamento de $42,8 \text{ kN/cm}^2$, dispostas em duas camadas, distando 3 e 6 cm da borda inferior. Na face superior são adotadas duas barras de 8 mm de diâmetro, com tensão de escoamento de $46,5 \text{ kN/cm}^2$, localizadas a 3 cm da borda. Todas barras de armadura longitudinal são de aço encruado a frio, sem patamar de escoamento bem definido e tem módulo de elasticidade 19500 kN/cm^2 . Os estribos empregados têm diâmetro de 6 mm, tensão de escoamento de $32,0 \text{ kN/cm}^2$, são formados por aço laminado a quente, espaçados conforme apresentado na Figura 4.7 e tem módulo de elasticidade de 21000 kN/cm^2 .

Para modelagem das vigas é tomado partido da simetria estrutural no comprimento da viga, reduzindo assim o modelo pela metade. A malha empregada no estudo é composta por 6 elementos no comprimento e 5 elementos na altura, sendo 1 elemento em cada mesa e 3 na alma, onde no caso de vigas retangulares a alma e as mesas têm a mesma largura. Na Figura 4.9 são ilustradas a vista lateral e a vista frontal da viga ET4, com a malha padronizada para meia viga.

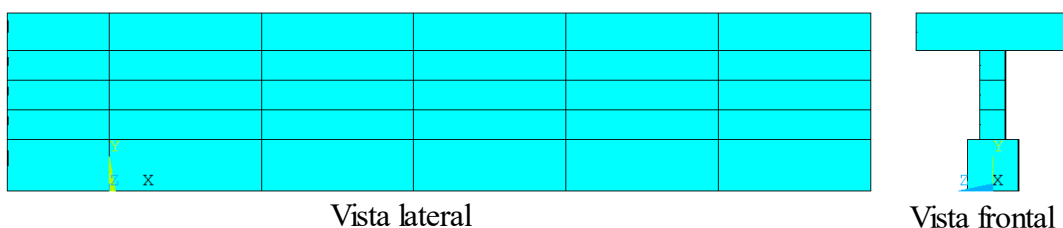


Figura 4.9: Vistas lateral e frontal da viga ET4.

Para realização das análises numéricas das vigas são aplicadas cargas sobre o nó de maior proximidade ao ponto de carregamento no ensaio experimental. A aplicação da carga é realizada em duas etapas, na primeira, a fim de vencer a instabilidade da fissuração, é aplicado 2/3 do carregamento total e é adotada uma tolerância na solução não-linear de até 30%. Na segunda etapa de carregamento a tolerância da solução não-linear é reduzida para 2% e o carregamento é aplicado até a ruptura da peça, produzindo resultados de maior precisão.

Para efeitos de comparação, os diagramas carga-deslocamento numérico e experimental das quatro vigas são sobrepostos e apresentados no quadro da Figura 4.10. No geral são observadas boas correlações entre os resultados numéricos e experimentais, mesmo as vigas ensaiadas numericamente apresentando maior rigidez, fato que pode estar relacionado aos efeitos diferidos e de construção das peças experimentais. Através do formato dos diagramas é perceptível a falha por corte da viga ET4, enquanto as demais apresentam escoamento da armadura longitudinal, que indica falha por flexão, não eliminando a possibilidade de ruptura por corte durante o escoamento.

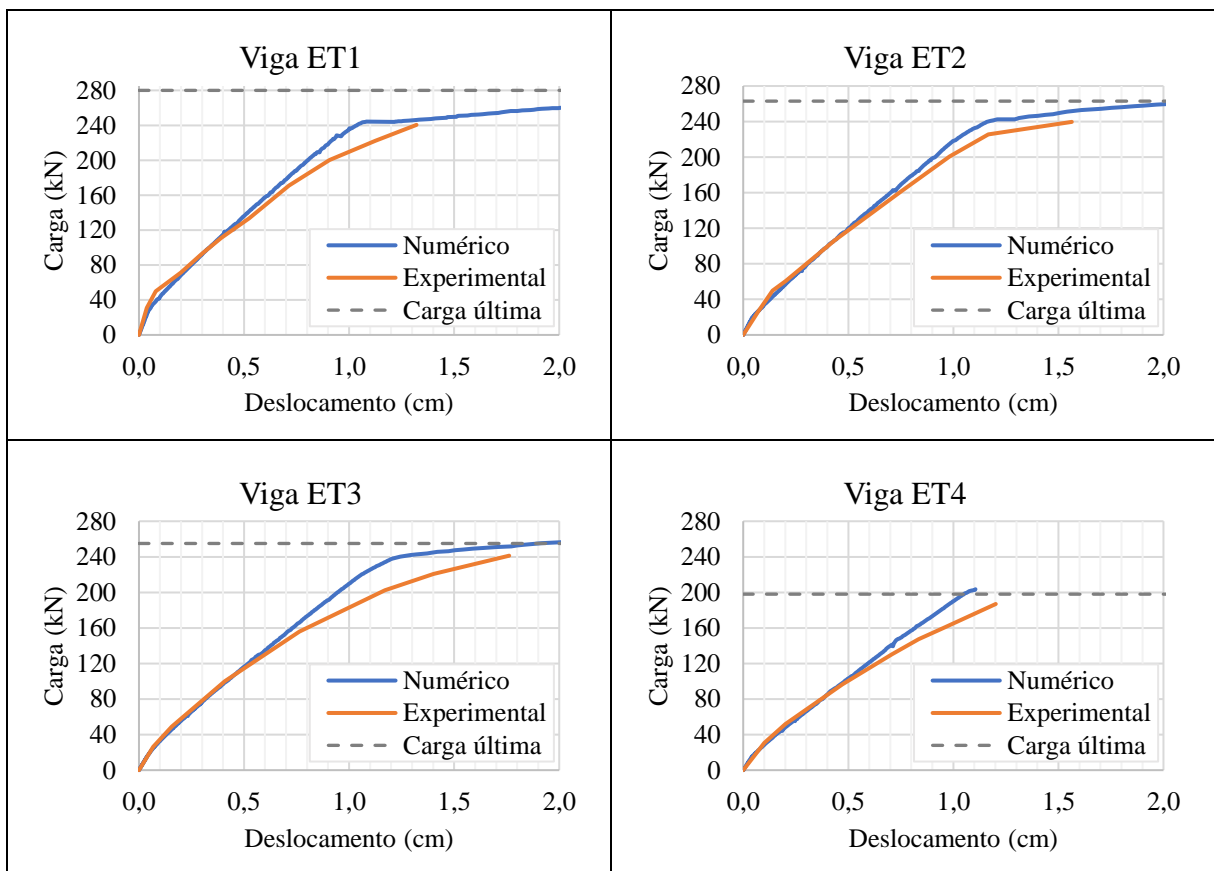


Figura 4.10: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas de Leonhardt e Walther (1962).

No quadro da Figura 4.11 são apresentadas as tensões do concreto na direção longitudinal no último passo de carga convergente para cada viga, onde é possível identificar a profundidade da linha neutra e o aumento das tensões na região da diagonal comprimida com a redução da espessura da alma. No ponto de aplicação da carga são observadas tensões no concreto superiores a sua resistência à compressão, o que se deve ao efeito de compressão biaxial gerado pela aplicação da carga juntamente com os esforços de flexão.

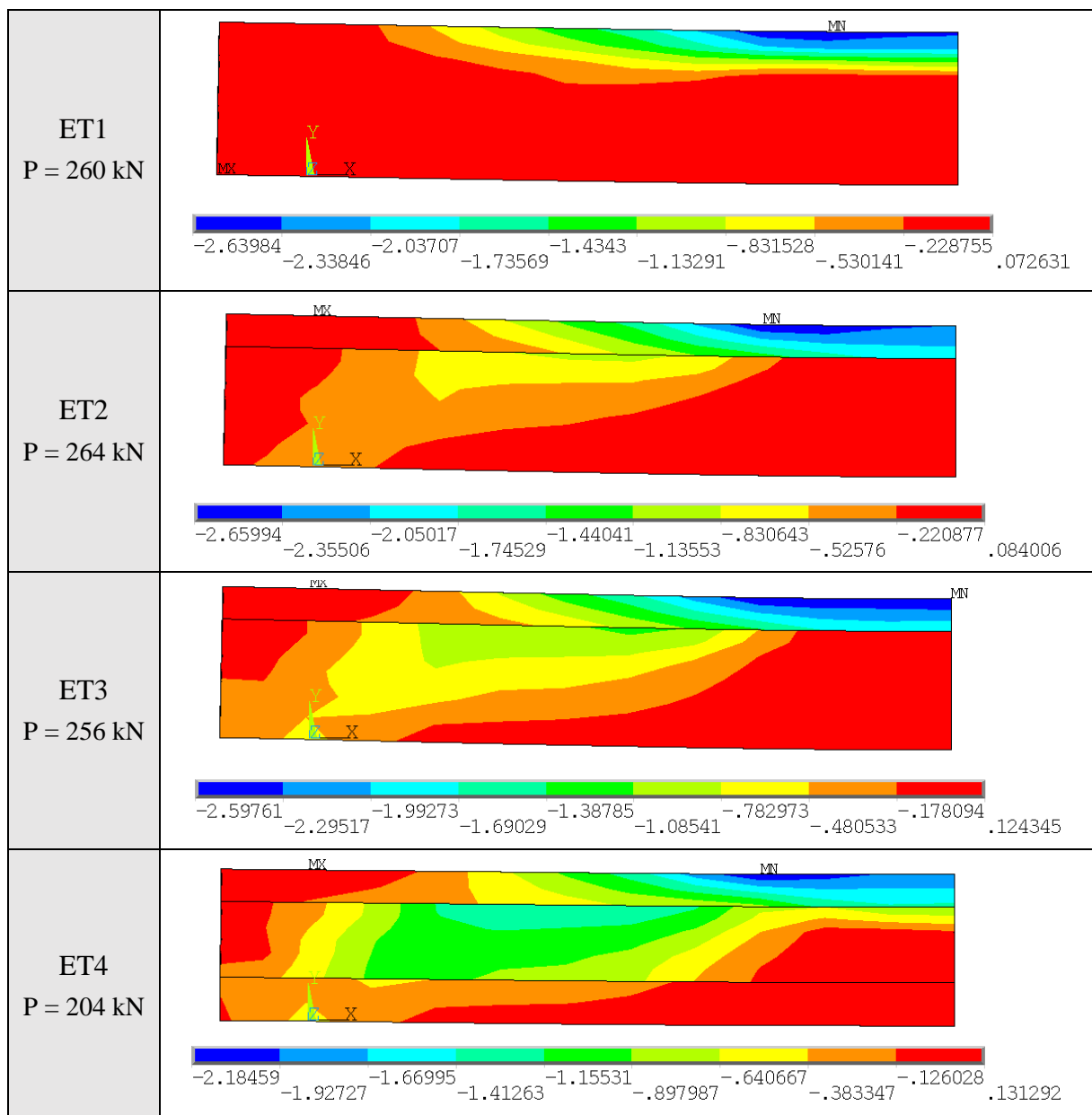


Figura 4.11: Quadro com tensões do concreto na direção longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm²).

No quadro da Figura 4.12 são apresentadas as tensões axiais nas armaduras longitudinais no último passo de carga convergente. Condizente com os diagramas carga-deslocamento, as vigas ET1, ET2 e ET3 superaram o valor de $0,85f_y$, caracterizando o escoamento do aço encruado a frio, enquanto a viga ET4, que falhou exclusivamente por corte não atingiu esse patamar.

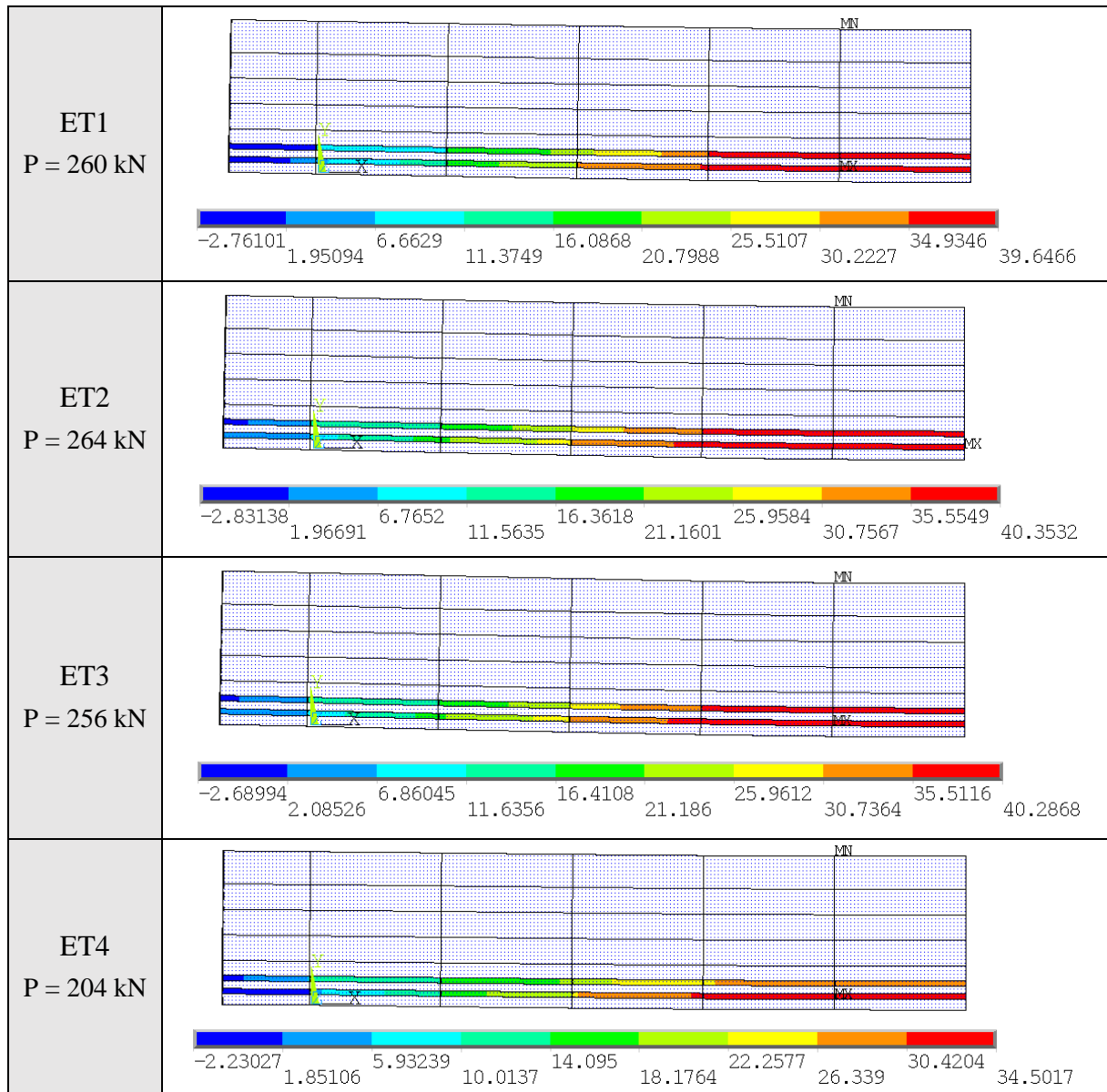


Figura 4.12: Quadro com tensões na armadura longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm²).

No quadro da Figura 4.13 são apresentadas as tensões axiais nos estribos, onde é possível captar o modo de falha por corte através do escoamento dos estribos na região da fissura diagonal. Dessa forma é observado que a viga ET1 falha exclusivamente por flexão, enquanto as vigas ET2 e ET3 falham por flexão e corte, e a viga ET4 falha apenas por corte.

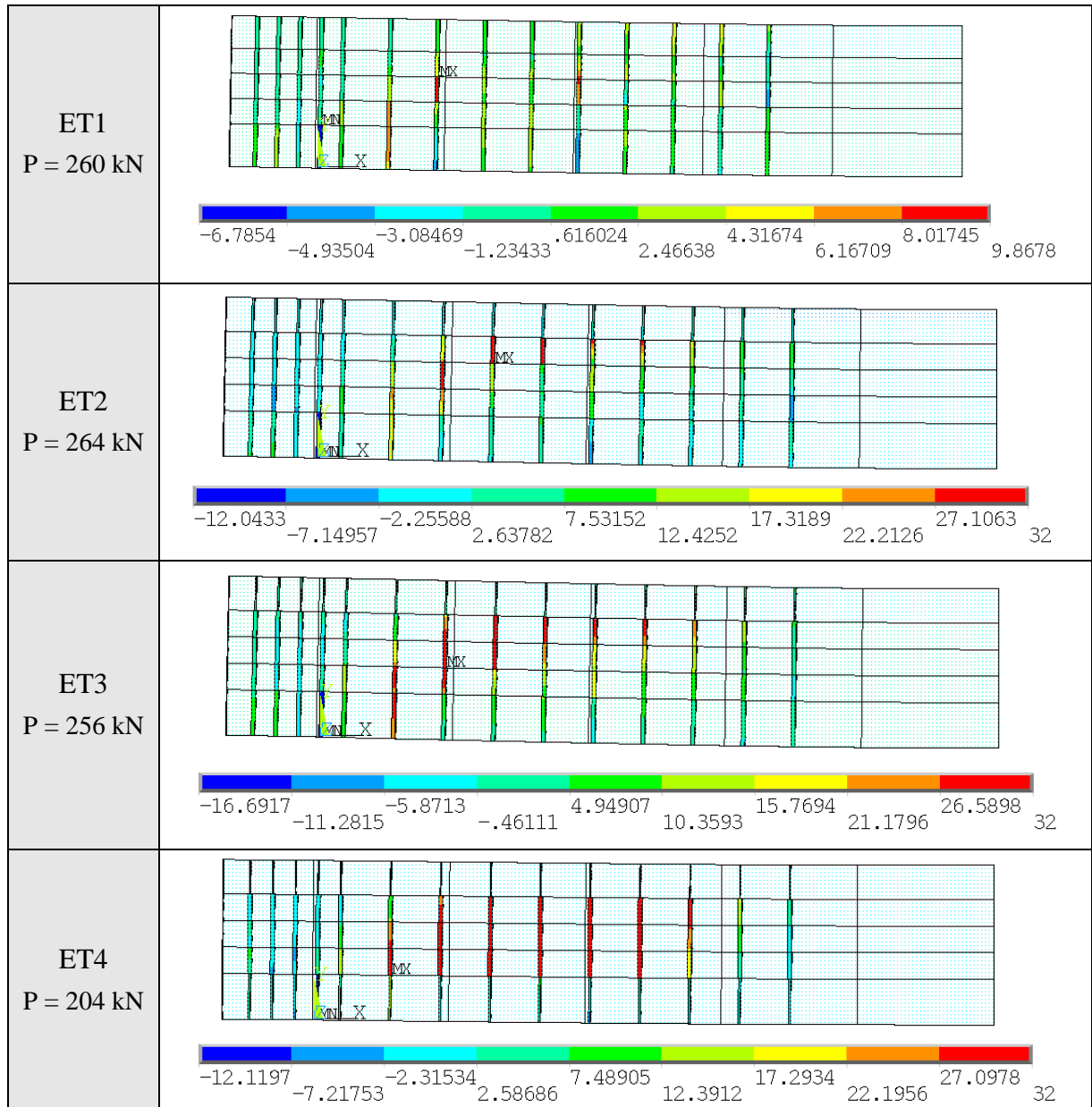


Figura 4.13: Quadro com tensões na armadura transversal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm^2).

No quadro da Figura 4.14 são apresentadas as deformações principais de tração nas vigas no último passo de carga convergente, onde são observadas grandes deformações na região central inferior da viga, caracterizando a fissuração por flexão. As vigas ET2 e ET3, que falham por flexão e corte, apresentam também deformações de tração na alma, na região da fissura diagonal característica de falhas por corte. Já para a viga ET4, que falha exclusivamente por corte, são observadas grandes deformações na região da fissura diagonal.

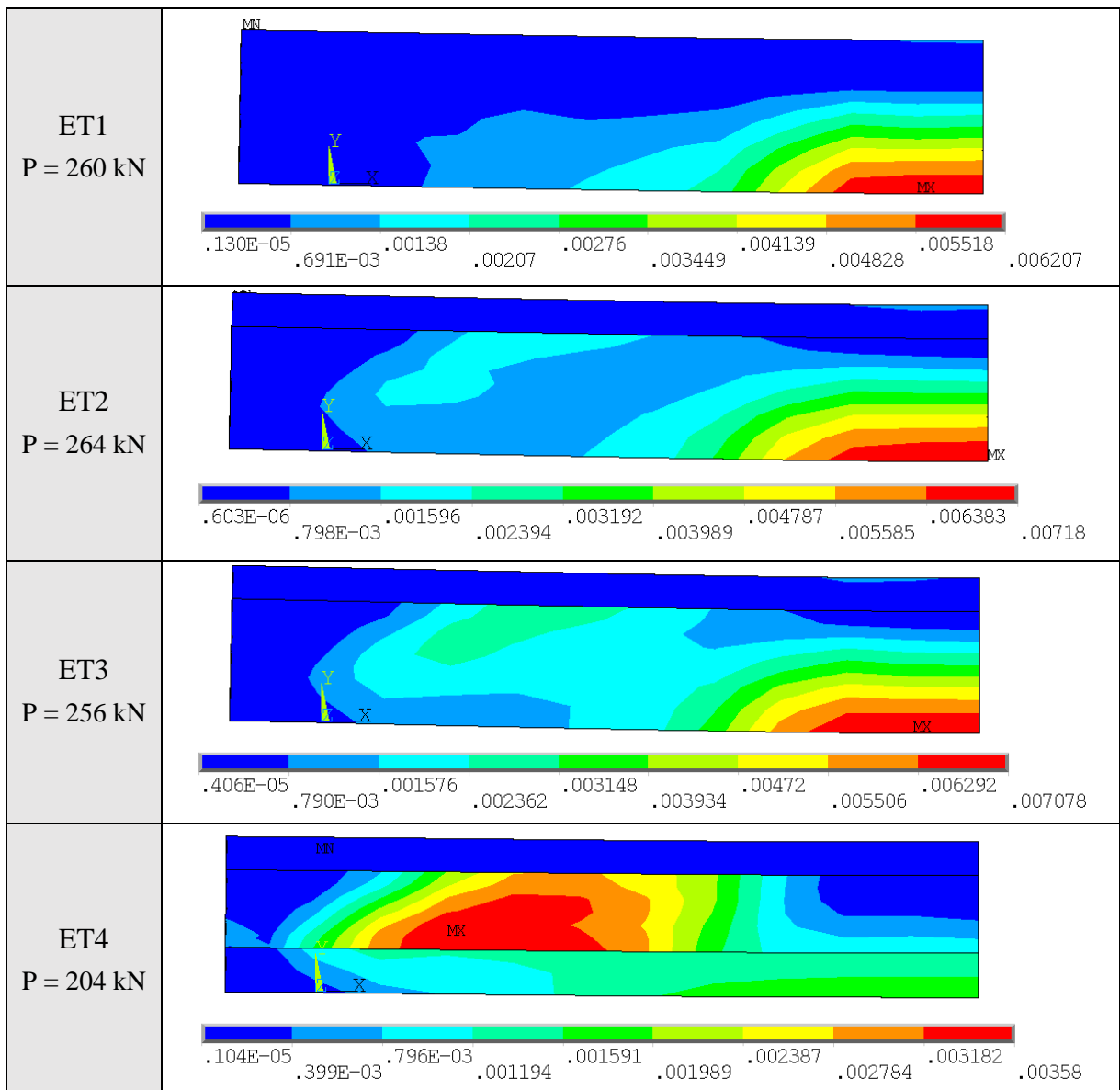


Figura 4.14: Quadro com deformações principais de tração no último passo de carga convergente.

4.3 VIGAS DE LIM E OH (1999)

Lim e Oh (1999) ensaiaram vigas de concreto armado e concreto reforçado com fibras de aço, verificando a influência de diferentes teores de fibras e taxas de armaduras transversais na carga última. Para validação dos modelos de concreto e CRFA implementados, são modeladas numericamente as vigas ensaiadas pelos autores sem estribos e sem fibras (S0V0) e sem estribos, mas reforçadas com fibras de aço nas proporções de 1,0% (S0V1) e 2,0% (S0V2). Na Figura 4.15 são apresentadas as configurações das vigas analisadas, onde as dimensões e armaduras são constantes para todas as vigas.

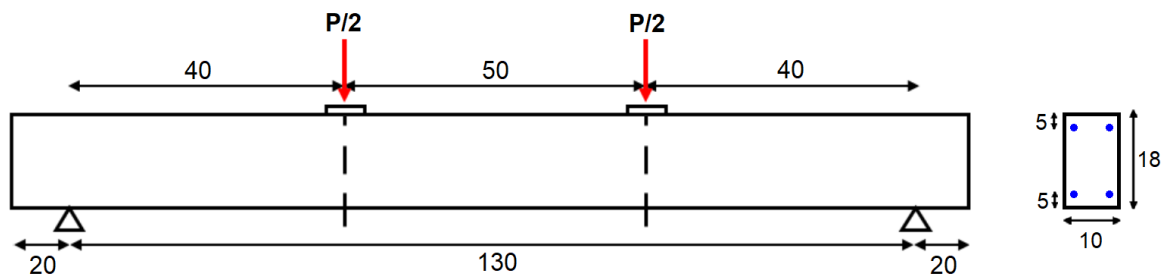


Figura 4.15: Configurações das vigas de Lim e Oh (1999) (medidas em cm).

Na Tabela 1 são apresentadas as resistências à compressão dos concretos empregados, onde é observado um aumento da resistência com o aumento do teor de fibras. Conforme Bentur e Mindess (2007), esse comportamento não é esperado, logo, estima-se que tal variação tenha outra origem, como o traço ou os processos de concretagem.

Tabela 1: Resistências à compressão dos concretos empregados nas três vigas.

Viga	V_f	f_c (kN/cm ²)
S0V0	0,00%	3,40
S0V1	1,00%	3,87
S0V2	2,00%	4,20

A armadura longitudinal de tração adotada é composta por duas barras de 16 mm, enquanto a armadura de compressão é formada por duas barras de 10 mm, ambas com tensão de escoamento de 42 kN/cm². Todas as barras de aço têm módulo de elasticidade de 20000 kN/cm² e apresentam comportamento elastoplástico com endurecimento linear. As fibras de aço

empregadas tem fator de forma 60, sendo o comprimento 42 mm e o diâmetro 0,7 mm, ancoradas nas extremidades, com tensão de escoamento de 130 kN/cm².

A malha empregada, novamente fazendo uso da simetria estrutural, é composta por 6 elementos na altura e 10 no comprimento, com maior refinamento em relação à malha adotada por Pasa (2007) para modelar as mesmas peças. A solicitação é aplicada em forma de carregamento, repetindo o processo especificado anteriormente para as vigas de concreto.

No quadro da Figura 4.16 são apresentados os diagramas carga-deslocamento para as três vigas, comparando os resultados numéricos e experimentais. Os resultados numéricos obtidos apresentam boa correlação com os experimentais, onde novamente é observada maior rigidez nas vigas numéricas. Em conformidade com os resultados obtidos pelos autores, as vigas S0F0 e S0F1 apresentam falha por corte, bruscamente, enquanto a viga S0F2 apresenta falha por flexão, com escoamento da armadura tracionada, demonstrando a eficiência do uso de fibras de aço para absorção dos esforços transversais.

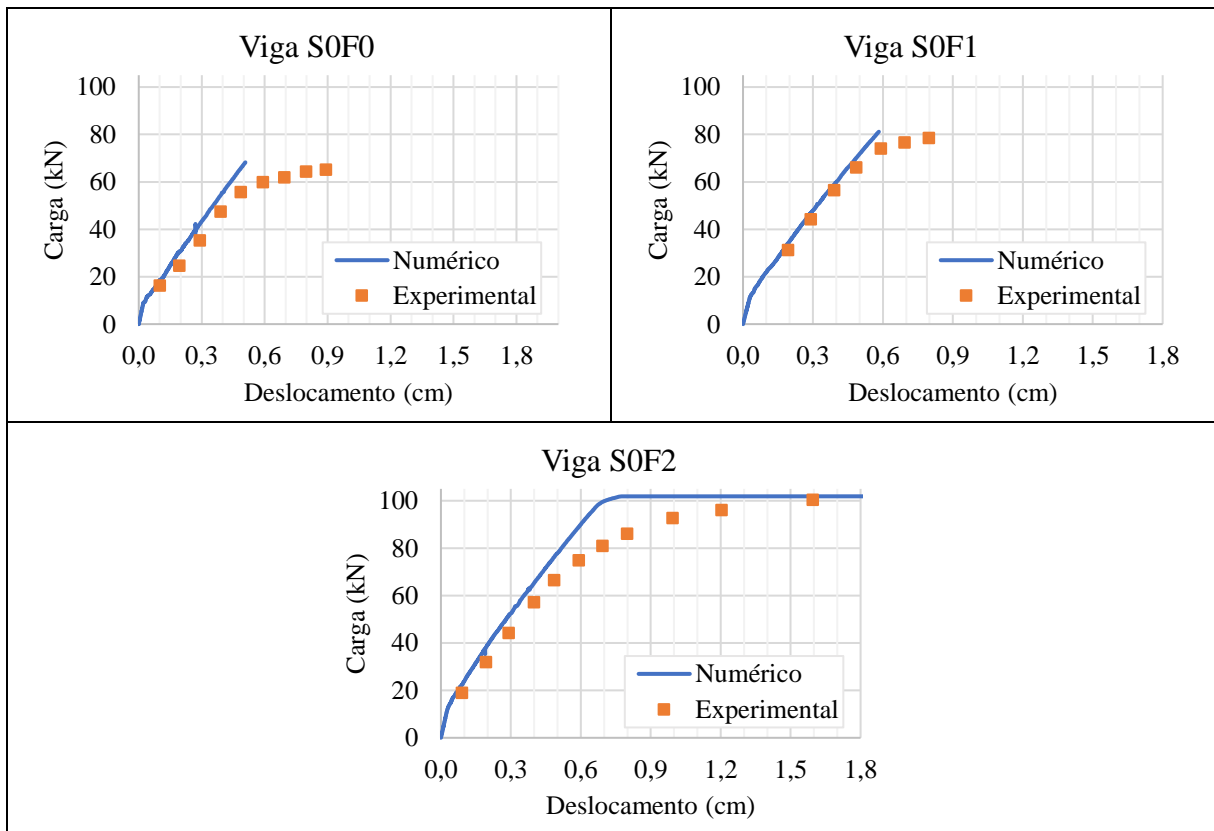


Figura 4.16: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas modeladas de Lim e Oh (1999).

No quadro da Figura 4.17 são apresentadas as tensões do concreto na direção longitudinal no último passo de carga convergente, onde é possível identificar a região tracionada e a posição da linha neutra. Para a viga S0F2, que falha por flexão, são observadas tensões superiores a resistência à compressão do concreto na região de aplicação da carga, que gera um estado biaxial de tensões.

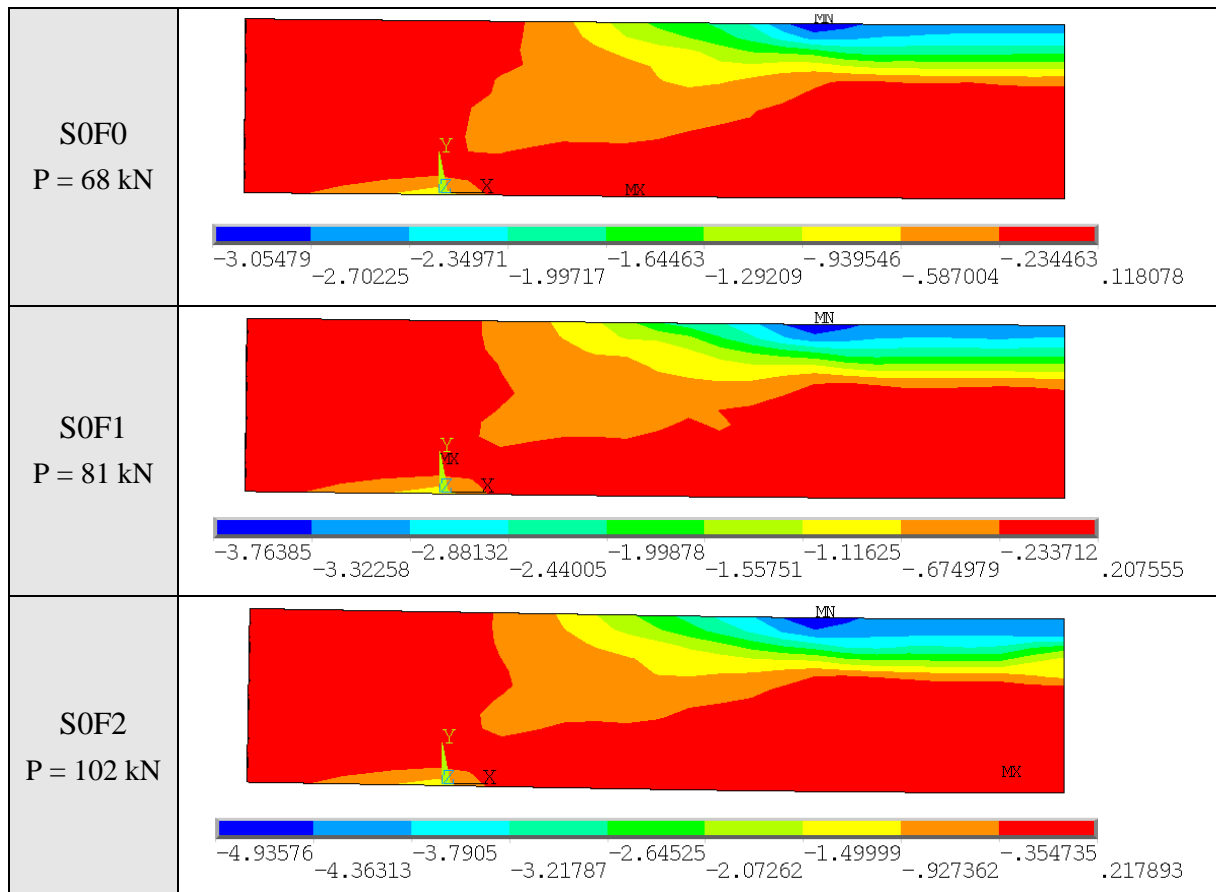


Figura 4.17: Quadro com tensões do concreto na direção longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm²).

No quadro da Figura 4.18 são apresentadas as tensões nas armaduras longitudinais para as três vigas, onde apenas a viga S0F2, que falhou por flexão, apresenta tensões superiores à tensão de escoamento do aço (42 kN/cm^2), dado seu comportamento elastoplástico com endurecimento.

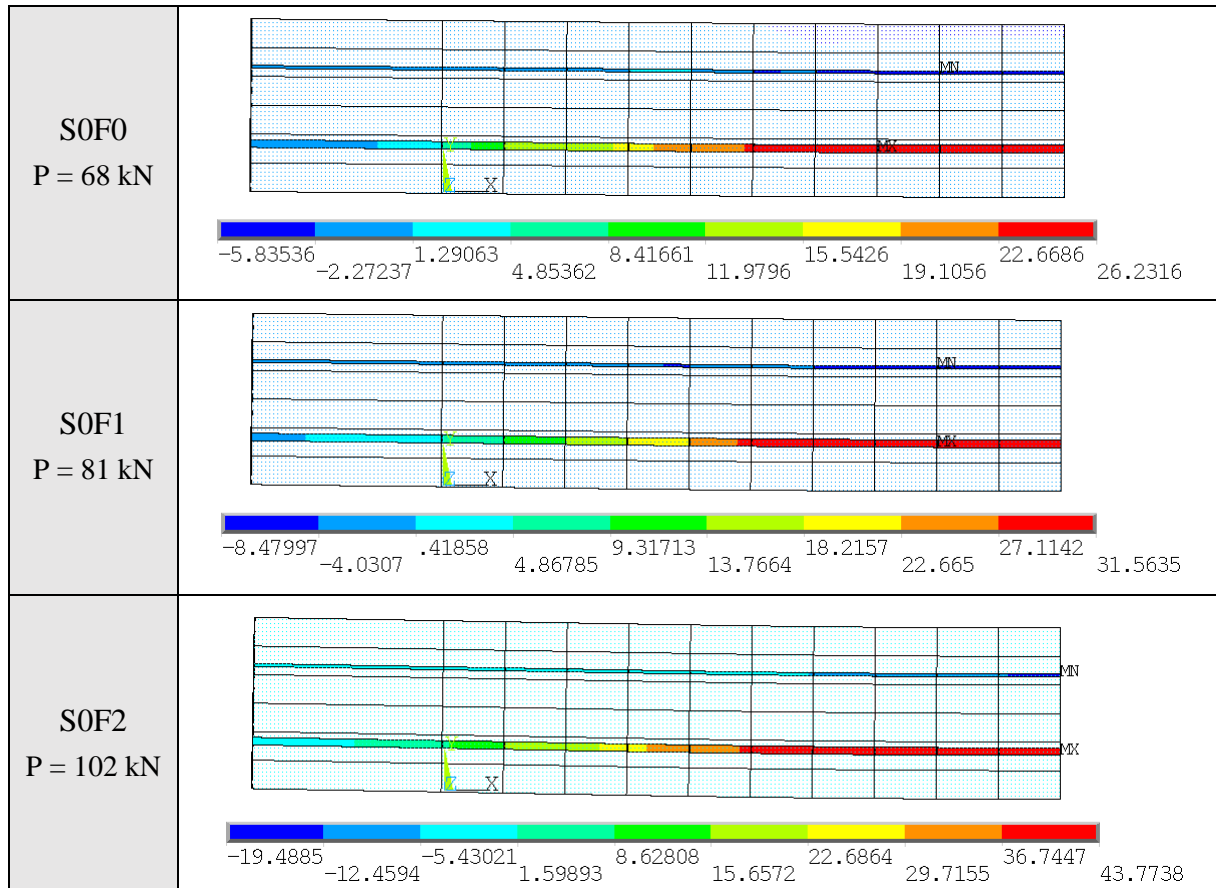


Figura 4.18: Quadro com tensões na armadura longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm^2).

No quadro da Figura 4.19 são apresentadas as deformações principais de tração no último passo de carga convergente para as três vigas. Em todas as vigas são observadas grandes deformações na região central inferior, geradas pela flexão. Nas vigas S0F0 e S0F1 são observadas ainda grandes deformações na alma, que caracterizam a abertura da fissura inclinada gerada pelo cisalhamento. Já na viga S0F2 são observadas pequenas concentrações de deformações na região da fissura inclinada, indicando que o aumento do reforço longitudinal poderia gerar uma falha por cisalhamento.

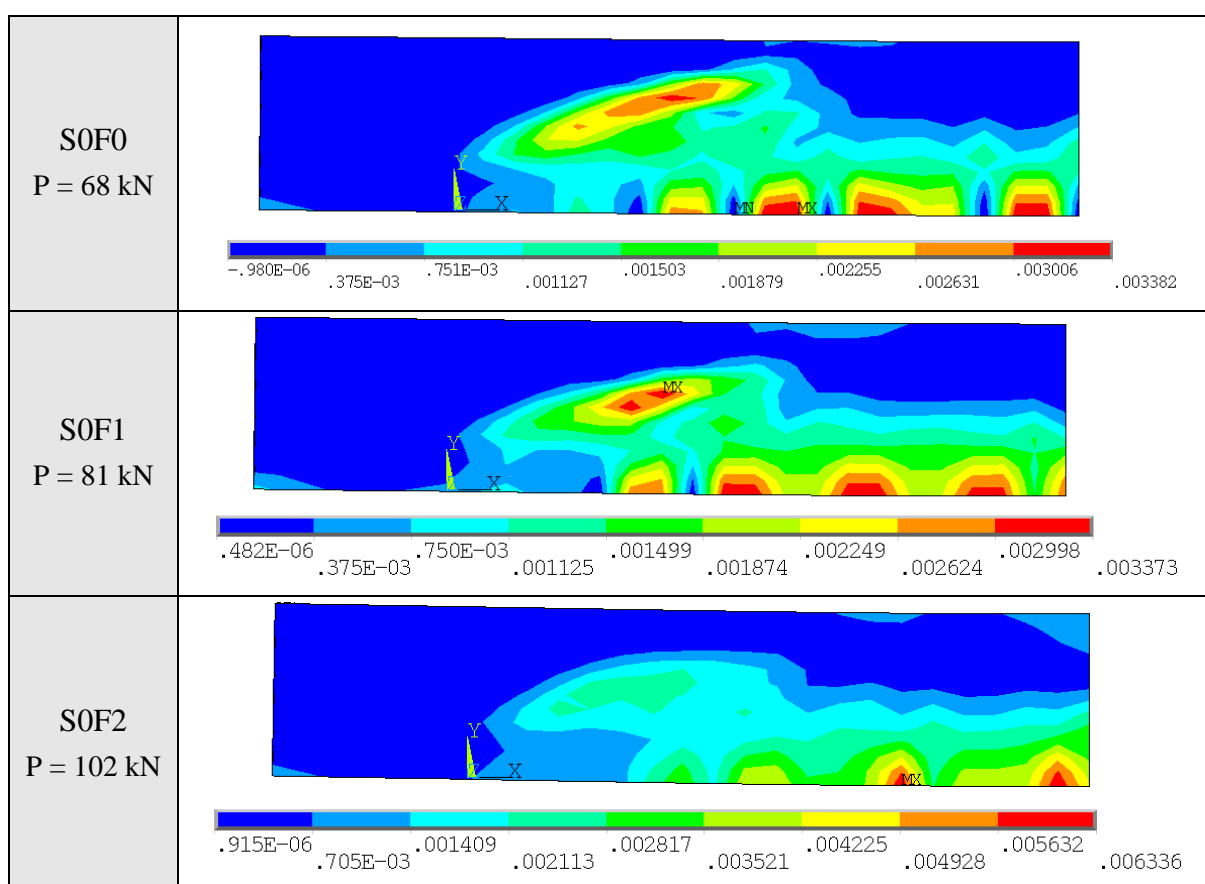


Figura 4.19: Quadro com deformações principais de tração no último passo de carga convergente.

4.4 VIGAS DE KOVÁCS E BALÁZS (2003)

Kovács e Balázs (2003) ensaiaram experimentalmente vigas em concreto armado e em CRFA verificando a capacidade resistente com a substituição total ou parcial dos estribos por fibras de aço. Ao todo foram ensaiadas 22 vigas, em concreto armado e concreto protendido, empregando fibras ancoradas e onduladas, com diferentes taxas de reforço transversal.

Para validação adicional dos modelos de concreto e CRFA são modeladas as vigas do primeiro grupo da segunda série, sem estribos. Onde a primeira, A1, não tem nenhum reforço transversal e é modelada pelo modelo para concreto armado, enquanto as vigas A2 e A3 são reforçadas transversalmente por fibras de aço com volumes de 0,5% e 1,0%, respectivamente. Na Figura 4.20 são apresentadas as configurações das vigas analisadas.

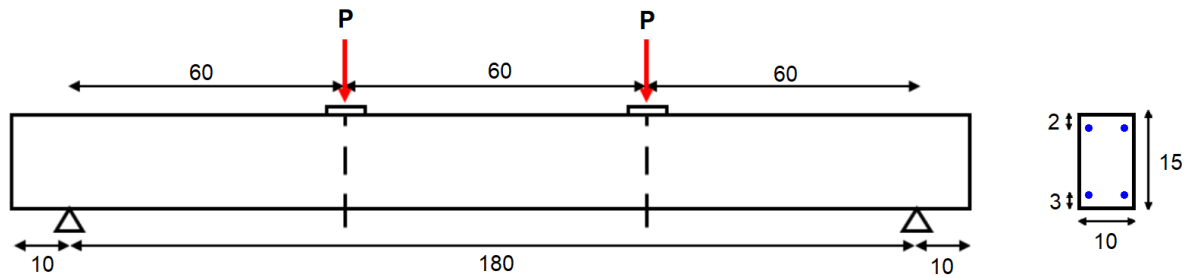


Figura 4.20: Configurações das vigas de Kovács e Balázs (2003) (medidas em cm).

Para as armaduras longitudinais são adotadas inferiormente duas barras de 16 mm, distando 3 cm da borda inferior, enquanto superiormente são adotadas duas barras de 6 mm, distando 2 cm da borda superior. Ambas as armaduras apresentam tensão de escoamento de 50 kN/cm² e módulo de elasticidade 20000 kN/cm². As fibras de aço empregadas tem denominação comercial Dramix ZC 30/0,5, com fator de forma 60, ancoradas, com comprimento de 30 mm e diâmetro de 0,5 mm. A resistência do concreto empregado apresenta variações para cada viga, sendo essas apresentadas na Tabela 2, juntamente com os respectivos volumes de fibras.

Tabela 2: Resistência à compressão dos concretos empregados nas vigas de Kovács e Balázs (2003) modeladas.

Viga	V_f	f_c (kN/cm ²)
A1	0,00%	3,76
A2	0,50%	3,99
A3	1,00%	3,86

A malha de elementos finitos adotada para realização das simulações é composta por 5 elementos na altura e 12 elementos no comprimento, sendo tomado partido da simetria estrutural. A aplicação do carregamento é dividida em duas etapas, conforme realizada nas demais análises.

No quadro da Figura 4.21 são apresentados os diagramas carga-deslocamento para as vigas modeladas sobrepostos aos resultados experimentais. Para as vigas A1 e A2 são encontrados diagramas muito próximos, em que ambas apresentam falha por corte, conforme especificado pelos autores. A viga A3 falha por flexão com esmagamento do concreto com uma carga levemente inferior à observada experimentalmente, que conforme os autores apresenta falha por corte. Mesmo com maior refinamento da malha, o modo de falha por flexão é conservado.

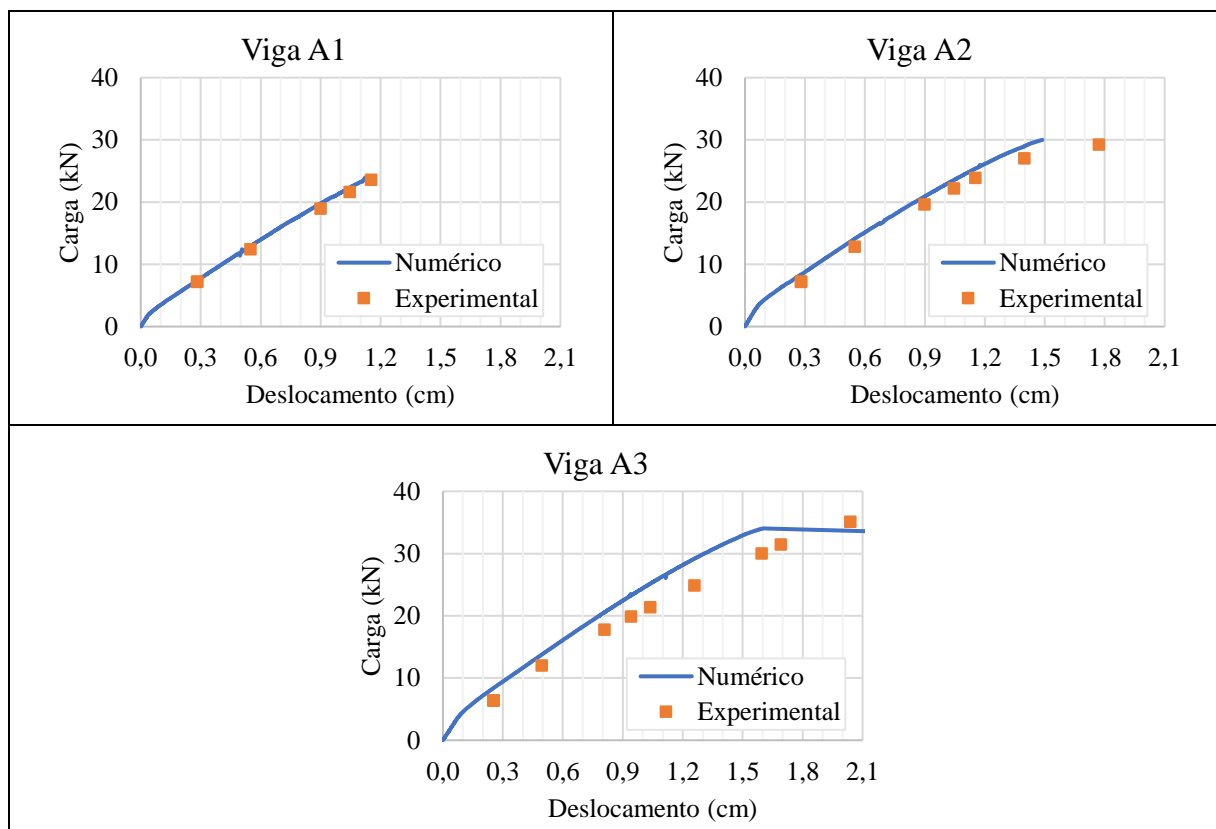


Figura 4.21: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas modeladas de Kovács e Balázs (2003).

No quadro da Figura 4.22 são apresentadas as tensões do concreto na direção longitudinal no último passo de carga convergente, onde são novamente observadas tensões superiores à resistência à compressão do concreto na região de aplicação da carga para as vigas A2 e A3.

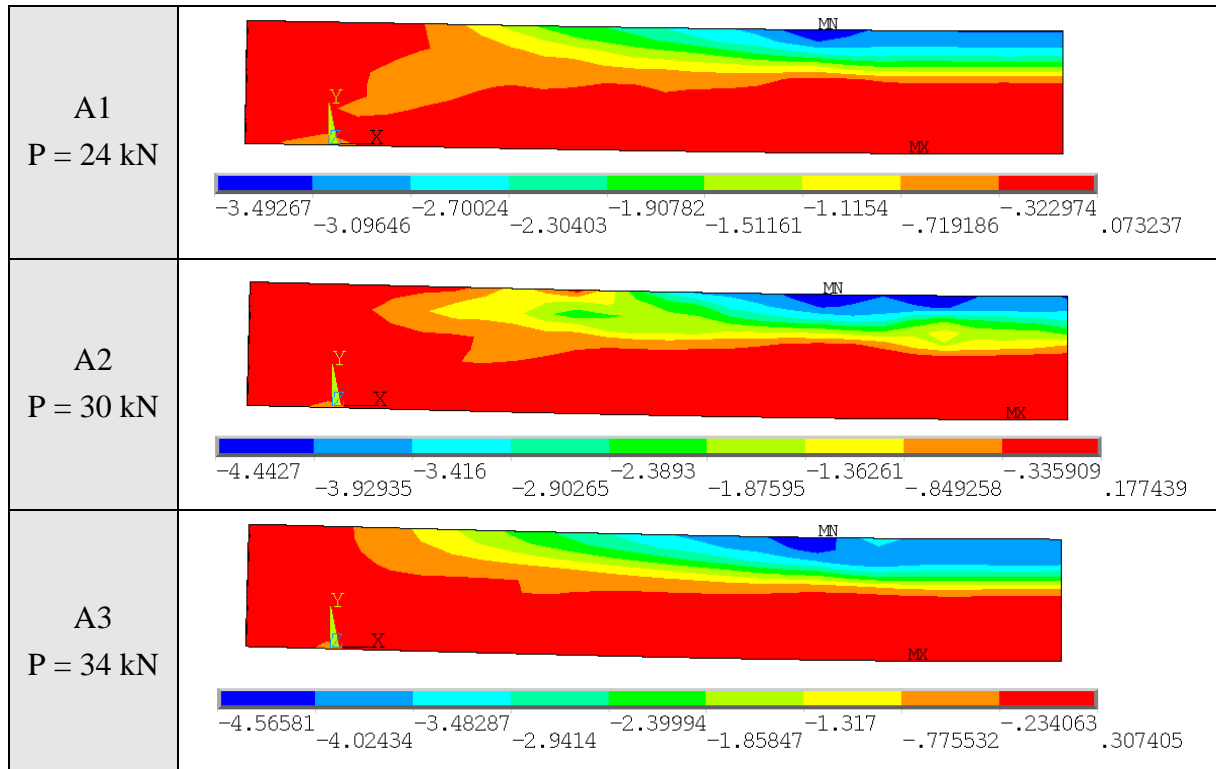


Figura 4.22: Quadro com tensões do concreto na direção longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm²).

No quadro da Figura 4.23 são apresentadas as tensões nas armaduras longitudinais no último passo de carga convergente, onde apenas a viga A3, que apresenta falha por flexão atingiu o escoamento da armadura.

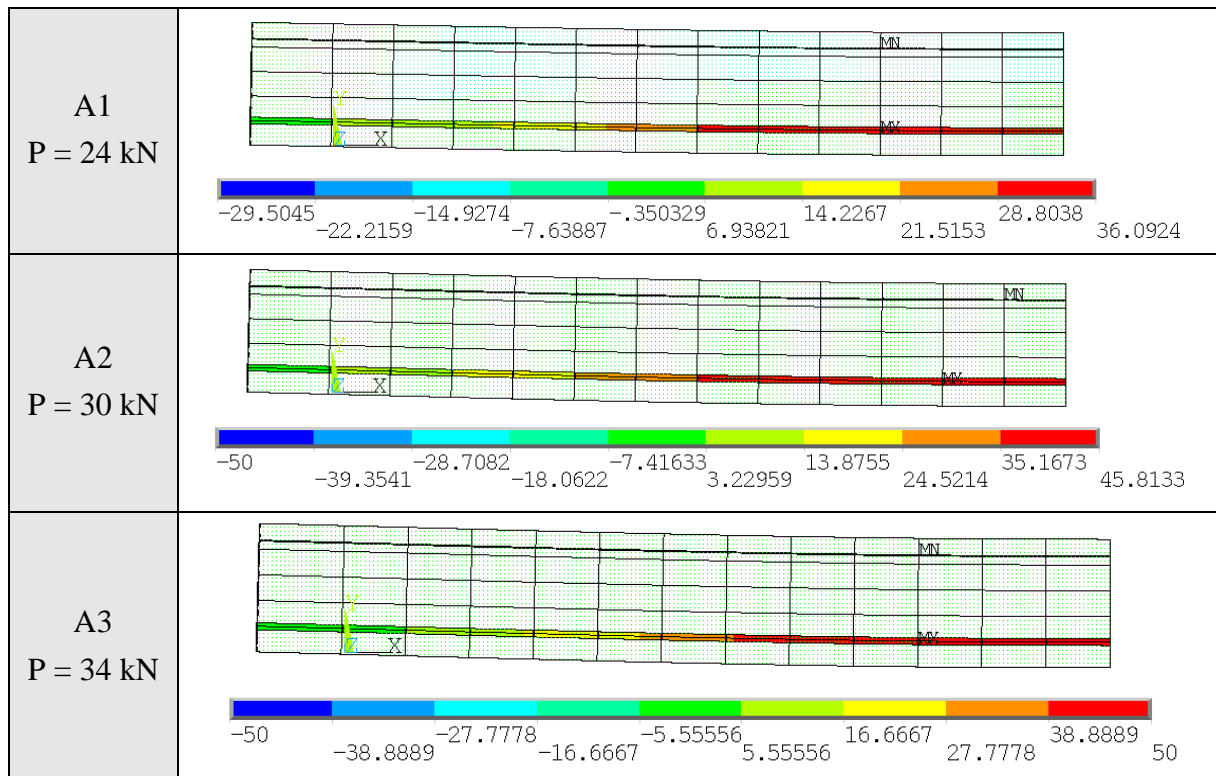


Figura 4.23: Quadro com tensões na armadura longitudinal no último passo de carga convergente (unidades em kN/cm²).

No quadro da Figura 4.24 são apresentadas as deformações principais de tração do concreto no último passo de carga convergente, onde para as vigas A1 e A2 são observadas deformações na região da fissura inclinada que caracteriza a falha por corte, inexistentes na viga A3, que falha por flexão.

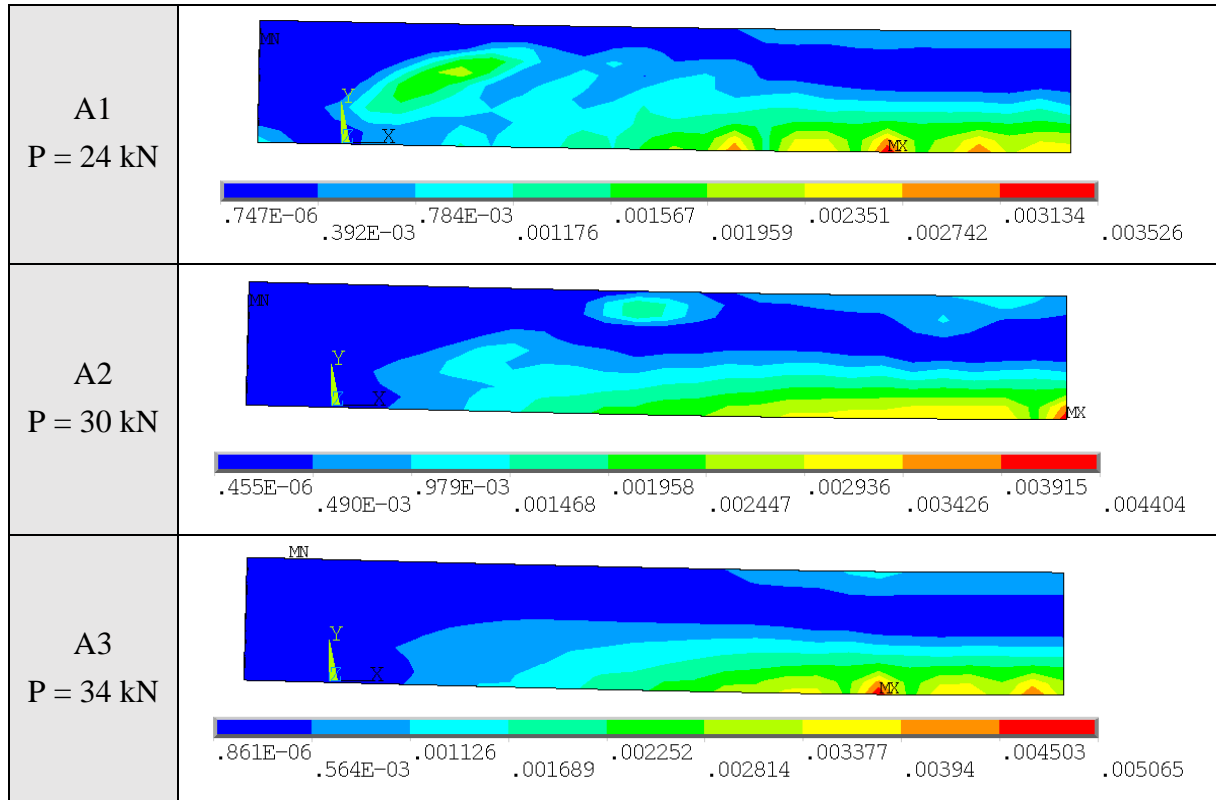


Figura 4.24: Quadro com deformações principais de tração no último passo de carga convergente.

5 CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

A confiabilidade de um elemento está relacionada ao grau de confiança de que esse não deixará de cumprir a função que lhe foi designada, sendo também a medida complementar da probabilidade de falha (p_f). A avaliação da confiabilidade de um elemento se faz necessária dada a existência de incertezas, essas fazem com que não existam valores puramente determinísticos na engenharia e tornam inviável a existência de um projeto com probabilidade de falha nula, projetos de estruturas devem então atender a um valor de confiabilidade mínimo (NOWAK; COLLINS, 2000).

As incertezas na engenharia podem ser ilustradas tomando como exemplo um conjunto de barras de aço, tecnicamente idênticas, carregando essas axialmente até a ruptura, diferentes cargas serão obtidas, caracterizando a aleatoriedade presente na resistência desse material. Comparando diversos ensaios de um mesmo material é possível perceber uma tendência em sua carga de ruptura, porém sempre haverá uma dispersão, a essa dispersão é atribuído o termo incerteza (HALDAR; MAHADEVAN, 1999).

As incertezas na engenharia podem ser classificadas em epistêmicas, intrínsecas e de erro humano. Incertezas intrínsecas fazem parte da natureza dos processos, são irreduzíveis, porém previsíveis, no geral podem ser quantificadas em termos de probabilidade através de tratamentos estatísticos. As incertezas epistêmicas estão relacionadas ao nosso conhecimento dos fenômenos envolvidos, desta forma podem ser reduzidas e teoricamente eliminadas. No geral, incertezas epistêmicas não são facilmente observáveis, assim seu tratamento estatístico pode ser inviável, todavia essas podem ser tratadas através de uma abordagem possibilística. Erros humanos são inevitáveis, mas reduzíveis, assim são simultaneamente intrínsecos e epistêmicos (BECK, 2019).

Para avaliação da confiabilidade de uma estrutura é necessária a identificação e caracterização das incertezas associadas a essa, após a caracterização do problema a confiabilidade estrutural é avaliada fazendo uso de métodos probabilísticos para confiabilidade. Madsen, Krenk e Lind (1986) *apud* Diniz (2006) classificam os métodos de confiabilidade estrutural em 5 níveis, baseados na quantidade de informação empregada e disponível sobre o problema:

- a) nível 0: métodos que empregam o formato de tensões admissíveis. No método das tensões admissíveis o carregamento é considerado no seu valor máximo

esperado, que deve ser menor que a tensão admissível do material. O método é restrito ao regime elástico linear, desta forma a tensão admissível é dada pela tensão onde o material deixa de apresentar tal comportamento, reduzida por um único fator de segurança. As objeções ao método são diversas, cabendo aqui citar o comportamento não-linear do concreto mesmo para pequenas tensões;

- b) nível 1: métodos que empregam valores característicos para cada variável, como o método dos estados limites. Foi desenvolvido para superar as objeções ao método das tensões admissíveis. Um estado limite é definido como a condição limite de desempenho de um elemento, podendo esse ser último, relativo à ruína, ou de serviço, relativo as condições de usabilidade. Nessa metodologia são realizadas diversas verificações onde são adotados coeficientes parciais de segurança para cada variável. Esses coeficientes devem ser ajustados de forma a uniformizar a margem de segurança estrutural, processo conhecido como calibração de norma, que introduz indiretamente a confiabilidade estrutural;
- c) nível 2: métodos que empregam dois parâmetros estatísticos por variável. Nesses métodos a confiabilidade estrutural é garantida suprimindo um índice de confiabilidade mínimo. No geral não é levado em conta o formato da distribuição de probabilidade das variáveis, apenas a média, a variância e a medida de correlação entre as diferentes variáveis;
- d) nível 3: métodos que empregam a probabilidade de falha da estrutura como medida de confiabilidade. A confiabilidade estrutural nesses métodos é garantida impondo um limite superior para a probabilidade de falha. Para sua avaliação é necessário conhecer o formato da distribuição de probabilidade de cada variável;
- e) nível 4: métodos que combinam confiabilidade e otimização estrutural. Esse nível envolve a otimização do custo em toda vida útil da estrutura, considerando inclusive os custos associados a ocorrência dos diferentes modos de falha e o custo de demolição da estrutura, com a restrição de um valor mínimo para a confiabilidade.

Atualmente, a norma brasileira para estruturas de concreto armado, NBR 6118:2014, e a norma de diretrizes de segurança, NBR 8681 (ABNT, 2003), adotam o método dos estados limites, de

nível 1. O emprego do método dos estados limites é amplamente difundido pela facilidade na sua implementação em projetos e normas. Conforme Diniz (2006), um princípio de confiabilidade deve sempre ser justificado por um método de nível superior, o que impõe que o uso do método dos estados limites tenha sua confiabilidade verificada e calibrada por métodos de nível 2 a 4.

Há hoje uma vasta literatura abordando o tema da confiabilidade estrutural, assim este trabalho se limita a apresentar apenas os conceitos diretamente utilizados e necessários para sua interpretação. Para melhor compreensão do tema podem ser citados Ang e Tang (2006, 1984), Haldar e Mahadevan (1999), Nowak e Collins (2000), Melchers e Beck (2018) e Beck (2019).

5.1 FUNDAMENTAÇÃO PROBABILÍSTICA

A representação de uma estrutura em termos probabilísticos requer a identificação e caracterização de suas incertezas para que essas possam ser representadas por modelos matemáticos. A representação de incertezas por modelos matemáticos é realizada através dos princípios de probabilidade e estatística, e sua operação requer o uso da teoria de conjuntos (HALDAR; MAHADEVAN, 1999).

A teoria de conjuntos é composta por eventos e espaços, e em termos probabilísticos, uma ou mais ocorrências de um determinado fenômeno são denominados eventos, sendo que a totalidade dos eventos compõe o espaço amostral (NOWAK; COLLINS, 2000). No exemplo da seção anterior o espaço amostral é definido por todas as barras ensaiadas, enquanto a falha de cada barra caracteriza um evento.

Organizando as cargas de ruptura das barras do exemplo anterior pode ser obtido um evento onde a resistência é igual ou menor a um valor pré determinado. Ao ser considerada uma amostra de tamanho suficientemente grande para representação da resistência (R), e sendo o valor pré determinado um esforço solicitante (S) em um elemento composto exclusivamente desse material, o evento onde a resistência é menor ou igual a solicitação ($R \leq S$) é o evento de falha. Logo, sua probabilidade de ocorrência é a probabilidade de falha do elemento estrutural. Esse exemplo apresenta de forma geral o evento de falha estrutural. Todavia, em uma estrutura real, diversas incertezas afetam a resistência de cada elemento, além disso, as ações solicitantes também são fenômenos incertos.

Uma característica importante dos eventos citados anteriormente, é o fato desses serem discretos, evidentemente dados colhidos experimentalmente tem esse formato. Porém, não se pode afirmar que os valores máximo e mínimo obtidos são de fato os valores limitantes da variável, além disso, a necessidade de uma amostra suficientemente grande tende a tornar tal processo inviável. A maneira usual para contornar esses problemas é a representação através de uma distribuição aleatória contínua, no geral essas tem como parâmetros a média (μ) e variância (σ^2) dos dados, estando a maior dificuldade na determinação do formato da distribuição (HALDAR; MAHADEVAN, 1999).

Adotando a representação por letras maiúsculas para variáveis aleatórias e letras minúsculas para suas realizações, a natureza do comportamento de uma variável aleatória contínua X é governada pela sua função densidade de probabilidade (FDP), representada por $f_X(x)$ e ilustrada na Figura 5.1. A função densidade de probabilidade de uma variável contínua deve existir e ser positiva para qualquer valor real (ANG; TANG, 2006).

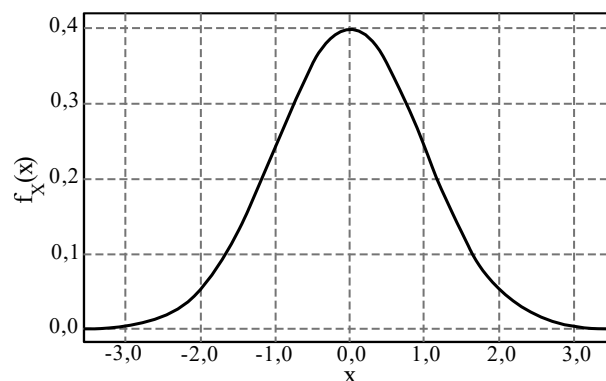


Figura 5.1: FDP da variável normal X .

Em uma distribuição de probabilidade contínua, a probabilidade de ocorrência de um valor em um intervalo é determinada pela área sob a FDP no dado intervalo, conforme (5.1). Em razão da validade da distribuição para qualquer valor real, a probabilidade de ocorrência de um valor menor ou igual a um valor x , sem limitação inferior é determinada por (5.2), chamada de função densidade de probabilidade acumulada (FDPA) e representada por $F_X(x)$.

$$P[x_1 < X \leq x_2] = \int_{x_1}^{x_2} f_X(x). dx \quad (5.1)$$

$$P[X \leq x] = F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) \cdot dx \quad (5.2)$$

De acordo com Haldar e Mahadevan (1999), uma FDPA deve apresentar valor nulo no extremo inferior ($-\infty$) e igual a unidade no extremo superior ($+\infty$), visto que a probabilidade de um evento não pode ser negativa e nem superior a 100%. A FDPA deve ainda ser monotonicamente crescente e derivável em relação a variável aleatória.

Uma das distribuições mais usuais na engenharia é a distribuição normal, ou Gaussiana, essa apresenta um bom modelo para representação de diversos processos e propriedades físicas. Sua FDP é dada por (5.3) e não existe solução analítica para sua FDPA, para contornar essa situação foi introduzida variável normal padronizada, de média zero e desvio padrão igual a unidade.

A padronização de variáveis normais é regida pela transformação (5.4), usualmente a FDP normal padronizada é representada por $\phi(y)$, e sua FDPA por $\Phi(y)$, equações (5.5) e (5.6), respectivamente. Na Figura 5.2 são apresentadas as curvas FDP e FDPA para a variável normal padronizada, destacando a determinação da probabilidade do evento $P[X \leq -0,50]$.

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_X} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \mu_X}{\sigma_X}\right)^2\right) \quad (5.3)$$

$$Y = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \quad (5.4)$$

$$f_Y(y) = \phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} y^2\right) \quad (5.5)$$

$$F_Y(y) = \Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp\left(-\frac{1}{2} y^2\right) \cdot dy \quad (5.6)$$

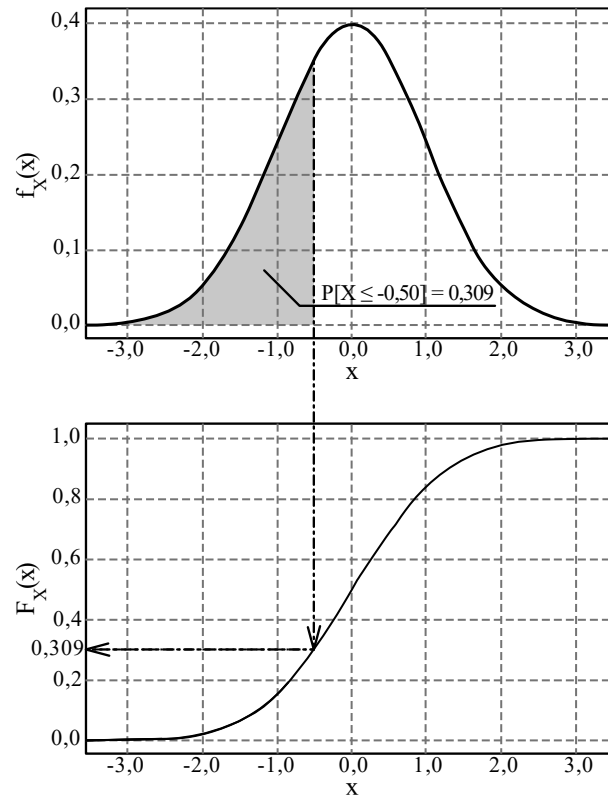


Figura 5.2: FDP e FDPA da variável normal padronizada X com destaque a determinação da probabilidade de ocorrência de um evento.

Os parâmetros de grande parte das distribuições de probabilidade, conforme anteriormente citado, são a média e variância dos dados a serem representados. Por vezes, sua assimetria também é necessária (HALDAR; MAHADEVAN, 1999). A média de uma variável X, representada aqui por μ_X , também chamada de valor esperado ($E[X]$), ou ainda, primeiro momento, é definida para uma variável contínua por (5.7). Na existência de uma amostra de dados essa é estimada por (5.8), onde N é o tamanho da amostra.

$$\mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x) \cdot dx \quad (5.7)$$

$$\mu_X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (5.8)$$

A variância de uma variável X, representada por σ_X^2 ou $\text{VAR}[X]$, é o valor esperado de $(X - \mu_X)^2$ conforme (5.9), essa mede o grau de dispersão dos dados em relação à média. A variância é também chamada de segundo momento de uma variável aleatória, sendo relacionada ao desvio padrão (σ_X) por (5.10) (MELCHERS; BECK, 2018). Para uma dada amostra de dados

um estimador não tendencioso da variância, isso é, um estimador que reflete ao seu valor real, é dado por (5.11) (HALDAR; MAHADEVAN, 1999).

$$\sigma_X^2 = \text{VAR}[X] = E[(X - \mu_X)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 \cdot f_X(x) \cdot dx \quad (5.9)$$

$$\sigma_X = +\sqrt{\sigma_X^2} \quad (5.10)$$

$$\sigma_X^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_X)^2 \quad (5.11)$$

Mesmo a variância representando a dispersão dos valores de uma variável aleatória, seu valor absoluto não faz referência ao grau de dispersão. Tomando por base a semelhança de unidades entre a média e o desvio padrão, pode ser determinado um coeficiente adimensional que relaciona a dispersão dos dados à média, o coeficiente de variação (CV), dado por (5.12).

$$\text{CV}_X = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (5.12)$$

O coeficiente de variação representa o grau de incerteza quanto aos valores que uma variável aleatória pode vir a assumir, o que leva uma variável determinística a ter CV igual a zero. Para Haldar e Mahadevan (1999), os valores de CV em problemas de engenharia tendem a estar no intervalo de 0,10 à 0,30, todavia, em trabalhos recentes valores inferiores a esses são observados.

Outro aspecto a ser considerando na caracterização das variáveis aleatórias está na medida de interdependência entre diferentes variáveis, usada na construção da distribuição conjunta de probabilidades. Similar a variância, a interdependência linear entre duas variáveis aleatórias X e Y é medida pela sua covariância, representada por COV[X, Y] que, conforme (5.13), mede a dispersão conjunta dos valores em relação às suas médias.

$$\begin{aligned} \text{COV}[X, Y] &= E[(X - \mu_X) \cdot (Y - \mu_Y)] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X) \cdot (y - \mu_Y) \cdot f_{X,Y}(x, y) \cdot dx \cdot dy \end{aligned} \quad (5.13)$$

A covariância entre duas variáveis pode ser positiva, negativa ou nula, sendo que no último caso as variáveis são ditas independentes; seu valor indica o grau da relação linear existente

entre o par de variáveis avaliadas. Adimensionalizando a covariância pelo desvio padrão das duas variáveis, conforme (5.14), é obtido o coeficiente de correlação entre essas, usualmente denotado $\rho_{X,Y}$ e situado no intervalo entre -1 e +1.

$$\rho_{X,Y} = \frac{\text{COV}[X, Y]}{\sigma_X \cdot \sigma_Y} \quad (5.14)$$

Usualmente a covariância e a correlação são apresentadas em forma matricial, facilitando a visualização dos dados e implementação computacional. A matriz de covariância apresenta em sua diagonal principal as variâncias, conforme (5.15), enquanto a matriz de correlação tem valores unitários em sua diagonal principal, conforme (5.16), sendo uma matriz identidade na falta de correlação. Ambas as matrizes são simétricas e se relacionam conforme (5.17), onde σ é a matriz diagonal formada pelos desvios padrões.

$$\mathbf{COV} = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1}^2 & \text{COV}(X_1, X_2) & \text{COV}(X_1, X_3) \\ \text{sim.} & \sigma_{X_2}^2 & \text{COV}(X_2, X_3) \\ & & \sigma_{X_3}^2 \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$\rho = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{X_1, X_2} & \rho_{X_1, X_3} \\ \text{sim.} & 1 & \rho_{X_2, X_3} \\ & & 1 \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

$$\mathbf{COV} = \sigma \cdot \rho \cdot \sigma \quad (5.17)$$

Conforme Haldar e Mahadevan (1999), coeficientes de correlação próximos aos extremos indicam alta linearidade da dependência entre as variáveis, enquanto valores próximos a zero podem representar interdependência não-linear ou independência. Os autores recomendam que, dadas as dificuldades em sua determinação, coeficientes de correlação menores que 0,30 sejam anulados, e superiores a 0,90 sejam considerados perfeitamente correlacionados.

5.2 PROBLEMA FUNDAMENTAL DA CONFIABILIDADE

Supondo um estado limite último, dado pela relação entre a resistência (R) e a solicitação (S), a avaliação da probabilidade da falha desse estado limite consiste na determinação da probabilidade de a solicitação superar a resistência ($P[S \geq R]$), onde ambas são variáveis aleatórias. Esse é chamado de problema fundamental da confiabilidade, Melchers e Beck (2018)

demonstram sua solução analítica e ressaltam a existência de proporcionalidade entre a área de sobreposição das funções densidade de probabilidade de R e S com a probabilidade de falha.

Considerando o caso de R e S serem variáveis aleatórias normais, o problema fundamental pode ser resolvido através da margem de segurança, diferença entre R e S. Representando por M a margem de segurança, conforme (5.18), o evento de falha acontece quando a resistência é superada pela solicitação (BECK, 2019).

$$M = R - S \quad (5.18)$$

Como R e S são variáveis normais, a margem de segurança também terá distribuição normal e a probabilidade de falha será $P[M \leq 0]$, conforme (5.19).

$$p_f = P[M \leq 0] = \int_{-\infty}^0 f_M(m) \cdot dm = F_M(0) \quad (5.19)$$

Pela teoria de probabilidade a média e desvio padrão de M, no caso de R e S normais e não correlacionadas, são dados por (5.20) e (5.21) (HALDAR; MAHADEVAN, 1999).

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (5.20)$$

$$\sigma_M = \sqrt{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)} \quad (5.21)$$

Transformando M em uma variável normal padronizada, conforme (5.4), a probabilidade de falha pode ser determinada através da FDPA normal padronizada, chegando a (5.22).

$$p_f = P \left[Y \leq \frac{0 - \mu_M}{\sigma_M} \right] = \Phi \left[-\frac{\mu_M}{\sigma_M} \right] = \Phi[-\beta] \quad (5.22)$$

Sendo β o chamado índice de confiabilidade, dado por (5.23), de extrema importância na confiabilidade estrutural, estando relacionado diretamente à probabilidade de falha.

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{(\sigma_R^2 + \sigma_S^2)}} \quad (5.23)$$

5.3 FUNÇÕES DE ESTADO LIMITE

Um dos aspectos iniciais a ser definido em uma análise de confiabilidade é a função estado limite, ou função performance, a ser verificada. A função estado limite tradicionalmente usa o formato margem de segurança, adotada no problema fundamental apresentado anteriormente, relacionando duas grandezas de mesma unidade no estilo capacidade *versus* demanda. (NOWAK; COLLINS, 2000).

Usualmente a função estado limite é representada por $g(\mathbf{X})$, sendo \mathbf{X} o vetor de variáveis aleatórias do problema. A função pode assumir três estados, a superfície de falha está situada em $g(\mathbf{X}) = 0$, o domínio de falha (Ω_f) em $g(\mathbf{X}) < 0$ e o domínio de segurança (Ω_s) em $g(\mathbf{X}) > 0$, conforme ilustrado na Figura 5.3.

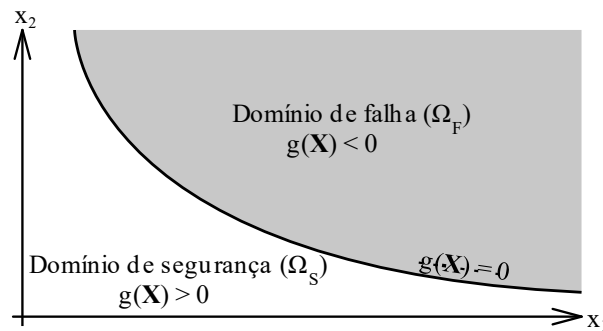


Figura 5.3: Domínios de um estado limite bidimensional.

A probabilidade de falha para uma função estado limite é obtida integrando a densidade de probabilidade conjunta de todas variáveis do problema no domínio de falha, conforme (5.24). Considerada a equação fundamental da confiabilidade sua solução é praticamente inviável, sendo que são raros os casos onde é possível determinar a distribuição conjunta de todas as variáveis, em posse dessa seria ainda necessário um grande processo de integração múltipla (HALDAR; MAHADEVAN, 1999). Métodos de probabilidade e confiabilidade podem ser empregados para solucionar tal equação, esses são apresentados nas seções seguintes.

$$p_f = P[g(\mathbf{X}) \leq 0] = \int \dots \int_{\Omega_f} f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2, \dots, x_n) \cdot dx_1 \cdot dx_2 \dots \cdot dx_n \quad (5.24)$$

Além da inviabilidade de solução da equação fundamental da confiabilidade, outro problema comum na engenharia são as funções de estado limite implícitas. Alguns problemas são facilmente expressos em forma de funções, como a flexão de uma viga de aço. Porém,

problemas que exigem soluções iterativas, mesmo que simples, não podem ser expressos através de uma única equação, a esses problemas se atribui a nomenclatura de função de estado limite implícita.

Problemas com funções de estado limite implícitas ainda podem ser divididos quanto a complexidade de solução da função implícita. Casos onde a solução da função não requer grande esforço computacional podem ser tratados normalmente, bastando implementar seu algoritmo na função de estado limite. Problemas envolvendo funções complexas, como modelos em elementos finitos com não-linearidades, podem ter elevado custo computacional para solução de cada chamada da função de estado limite, de forma a tornarem a solução inviável.

Melchers e Beck (2018), Haldar e Mahadevan (1999) e Beck (2019) apresentam diversos métodos para criação de meta-modelos para representação das funções de estado limite implícitas, que podem vir a reduzir drasticamente o tempo de processamento. A primeira implementação de meta-modelos foi através do uso de superfícies de resposta polinomiais, essas são aproximações locais, que apresentam boa precisão apenas na vizinhança da amostragem. Na literatura são encontradas superfícies construídas em torno do ponto médio, do ponto de projeto e adaptativas.

Técnicas modernas de metamodelagem são capazes de representar domínios inteiros, descrevendo com precisão descontinuidades e fortes não-linearidades. Fazem parte desses meta-modelos as redes neurais artificiais, expansão de polinômios de caos e modelagem por processos gaussianos, ou, krigagem (BECK, 2019). Outra técnica adotada em alguns trabalhos, porém não sendo um processo de metamodelagem, é a obtenção de uma distribuição de probabilidade para a resposta da estrutura por simulações por Monte Carlo.

5.4 MÉTODOS DE TRANSFORMAÇÃO

Os métodos de confiabilidade estrutural de transformação são assim chamados por serem baseados na representação de distribuições conjuntas de probabilidade arbitrárias através de distribuições normais padronizadas. Nesses métodos são adotados dois espaços, o espaço de projeto onde as variáveis têm dimensões físicas, e o espaço reduzido (normal padronizado), onde as variáveis são adimensionais (BECK, 2019).

5.4.1 Método de primeira ordem e segundo momento - FOSM

O método FOSM (*First Order Second Moment*) aproxima a função estado limite através de uma expansão em série de Taylor truncada no termo de primeira ordem, além de limitar o uso de informações estatísticas ao segundo momento. A limitação ao uso apenas da média e variância das variáveis equivale a assumir que todas variáveis são normais. Mesmo que limitado, o método FOSM é a base para os outros métodos de transformação como FORM e SORM (MELCHERS; BECK, 2018).

A solução apresentada anteriormente para o problema fundamental da confiabilidade é um caso específico de aplicação do método FOSM para uma função linear. Através da metodologia adotada anteriormente pode ser formulada uma equação genérica para confiabilidade em casos de funções lineares com variáveis normais. Todavia são raros os casos onde a função estado limite é linear, sendo diversas vezes implícita, a solução assim é obtida iterativamente.

Adotando o espaço reduzido (normalizado) não correlacionado como espaço de trabalho, a função estado limite deve ser reescrita em função das variáveis reduzidas fazendo uso da transformação (5.4). Para facilitar a representação são acrescentadas aspas simples (') em variáveis no espaço reduzido, assim a variável \mathbf{X} no espaço reduzido é representada por \mathbf{X}' .

O índice de confiabilidade (β) corresponde à menor distância entre a origem do sistema de coordenadas reduzido e a superfície de falha ($g(\mathbf{X}) = 0$), sendo o ponto sobre a superfície de falha chamado ponto de projeto, ou, ponto mais provável de falha. Na Figura 5.4 são ilustradas as diferenças entre os espaços, e a posição do ponto de projeto.

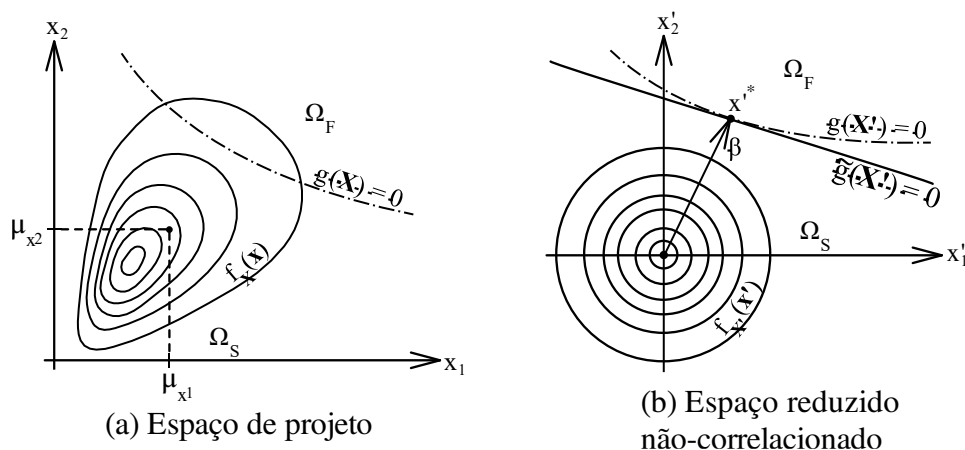


Figura 5.4: Ilustração dos espaços de projeto e reduzido, além da definição do ponto de projeto e de β (baseado em: PALIGA, 2008).

A distância entre um ponto qualquer no espaço reduzido e sua origem é dada por (5.25), como o ponto de projeto deve estar sobre a superfície de falha têm-se um problema de otimização com restrição. Empregando o método dos multiplicadores de Lagrange é formulado (5.26).

$$d = ||\mathbf{x}'|| = \sqrt{\mathbf{x}'^T \mathbf{x}'} \quad (5.25)$$

$$\Lambda(\mathbf{x}', \lambda) = \sqrt{\mathbf{x}'^T \mathbf{x}'} + \lambda \cdot g(\mathbf{x}') \quad (5.26)$$

Derivando (5.26) em relação a \mathbf{x}' e ao multiplicador de Lagrange, são obtidas (5.27) e (5.28), respectivamente, que formam um sistema de (n+1) equações e incógnitas.

$$\frac{\partial \Lambda(\mathbf{x}', \lambda)}{\partial \mathbf{x}'} = \frac{\mathbf{x}'}{\sqrt{\mathbf{x}'^T \mathbf{x}'}} + \lambda \cdot \nabla g(\mathbf{x}') = 0 \quad (5.27)$$

$$\frac{\partial \Lambda(\mathbf{x}', \lambda)}{\partial \lambda} = g(\mathbf{x}') = 0 \quad (5.28)$$

Na expressão (5.27) deve ser aplicada a regra da cadeia para obtenção das derivadas parciais, sendo a relação entre \mathbf{x} e \mathbf{x}' dada por (5.4), assim, é obtido (5.29).

$$\nabla g(\mathbf{x}') = \frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}'} = \frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}'} = \frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \sigma_X \quad (5.29)$$

Reescrevendo (5.27) é obtido o ponto \mathbf{x}' de estacionariedade (5.30), assumindo que esse seja um ponto de mínimo e fazendo uso de (5.25) é obtido (5.31), e por conseguinte (5.32).

$$\mathbf{x}' = -\lambda \sqrt{\mathbf{x}'^T \mathbf{x}'} \cdot \nabla g(\mathbf{x}') = -\lambda \cdot d \cdot \nabla g(\mathbf{x}') \quad (5.30)$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\nabla g(\mathbf{x}')^T \nabla g(\mathbf{x}')}} = \frac{1}{||\nabla g(\mathbf{x}')||} \quad (5.31)$$

$$d = -\frac{\nabla g(\mathbf{x}')^T}{||\nabla g(\mathbf{x}')||} \cdot \mathbf{x}' \quad (5.32)$$

Assim, ao satisfazer (5.28), a expressão (5.32) corresponderá a menor distância entre a origem do espaço reduzido e a superfície de falha, onde o ponto \mathbf{x}' que satisfaz essa condição é o ponto de projeto, usualmente sinalizado com um asterisco (*), sendo assim \mathbf{x}'^* . O índice de confiabilidade é determinado no ponto de projeto, assim (5.32) pode ser reescrita como (5.33).

$$\beta = -\frac{\nabla g(\mathbf{x}'^*)^T}{\|\nabla g(\mathbf{x}'^*)\|} \cdot \mathbf{x}'^* \quad (5.33)$$

Entretanto, para verificação do índice de confiabilidade o ponto de projeto deve primeiramente ser determinado iterativamente. Para determinação do ponto de projeto é usual reescrever (5.33) conforme (5.34), onde α é o vetor de cossenos diretores das variáveis, dado por (5.35); o ponto de projeto é então dado por (5.36). Existem na literatura diversos algoritmos para solução iterativa do método, ver Haldar e Mahadevan (1999), Melchers e Beck (2018), e Beck (2019), entretanto, esse trabalho limita-se a aplicação do algoritmo de Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler e sua versão melhorada, a serem apresentados nas seções seguintes.

$$\beta = -\alpha^T \cdot \mathbf{x}'^* \quad (5.34)$$

$$\alpha = \frac{\nabla g(\mathbf{x}'^*)}{\|\nabla g(\mathbf{x}'^*)\|} \quad (5.35)$$

$$\mathbf{x}'^* = -\alpha \cdot \beta \quad (5.36)$$

Os cossenos diretores obtidos para o ponto de projeto apresentam informações a respeito da composição da probabilidade de falha. O somatório dos quadrados de seus valores deve ser igual a unidade ($\sum \alpha_i^2 = 1$), assim o quadrado de cada termo representa sua contribuição relativa. Variáveis com contribuição próximas a zero podem ser substituídas por valores determinísticos, simplificando o problema, enquanto variáveis de grande influência deveriam empregar dados mais refinados para produzir resultados precisos (BECK, 2019).

5.4.2 Método de confiabilidade de primeira ordem – FORM

O método FORM (*First Order Reliability Method*) foi desenvolvido como uma extensão do método FOSM onde é removida a restrição ao segundo momento das variáveis, porém é mantida a aproximação de primeira ordem da função estado limite. Através do método FORM é possível o emprego de variáveis não normais e correlacionadas (MELCHERS; BECK, 2018).

A aplicação do método FORM envolve a construção de uma função de distribuição conjunta de probabilidades, e a transformação dessa em uma distribuição normal reduzida multivariada. O mapeamento para o espaço de trabalho pode ser realizado via transformação de Rosenblatt, porém essa pode envolver distribuições de probabilidade de difícil solução, tornando inviável sua aplicação em problemas com grande número de variáveis (BECK, 2019).

O modelo de Nataf é uma transformação prática para o espaço de trabalho (c) a partir do espaço de projeto (a). Inicialmente as distribuições são transformadas em distribuições de probabilidade normais equivalentes, onde são empregados coeficientes de correlação normais equivalentes (b). Posteriormente é eliminada a correlação entre as variáveis (c), conforme ilustrado na Figura 5.5.

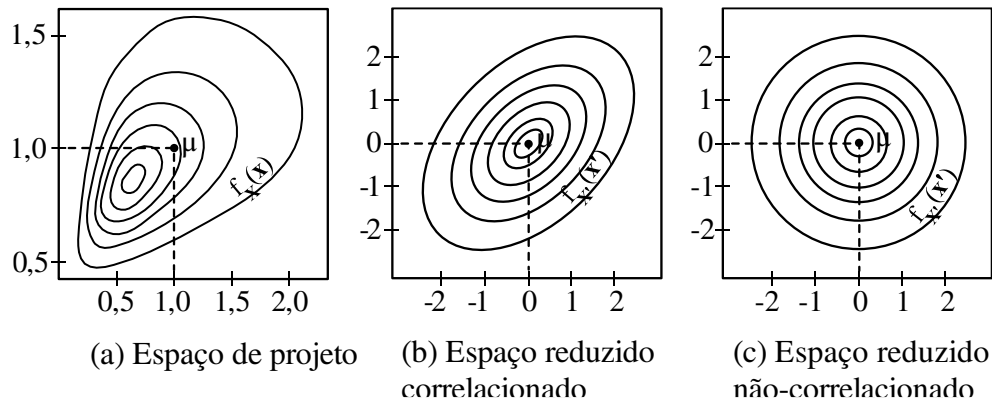


Figura 5.5: Transformação de espaço pelo modelo de Nataf (baseado em: BECK, 2019).

A aproximação normal de uma distribuição de probabilidade consiste em determinar os parâmetros de uma distribuição normal equivalente, sendo que essa deve preservar o conteúdo de probabilidade da distribuição original no ponto de projeto x^* , sendo os parâmetros a média equivalente (μ_X^{eq}) e o desvio padrão equivalente (σ_X^{eq}). Rackwitz e Fiessler (1976) *apud* Haldar e Mahadevan (1999), propuseram que a FDPA e a FDP no ponto x^* devem ter mesmos valores em ambas distribuições, conforme (5.37) e (5.38).

$$\Phi\left(\frac{x^* - \mu_X^{eq}}{\sigma_X^{eq}}\right) = F_X(x^*) \quad (5.37)$$

$$\frac{1}{\sigma_X^{eq}} \phi\left(\frac{x^* - \mu_X^{eq}}{\sigma_X^{eq}}\right) = f_X(x^*) \quad (5.38)$$

Assim os parâmetros da distribuição normal equivalente são obtidos pelo sistema de duas equações e duas incógnitas formado por (5.37) e (5.38), onde a expressão analítica para obtenção dos parâmetros é dada por (5.39) e (5.40).

$$\mu_X^{eq} = x^* - \Phi^{-1}[F_X(x^*)] \cdot \sigma_X^{eq} \quad (5.39)$$

$$\sigma_X^{eq} = \frac{\phi\{\Phi^{-1}[F_X(x^*)]\}}{f_X(x^*)} \quad (5.40)$$

O método proposto por Rackwitz e Fiessler (1976) é amplamente difundido na literatura, entretanto é de conhecimento geral que quando aplicado a distribuições de grande assimetria perde precisão, nesses casos outras transformações devem ser aplicadas. Na ausência de correlação entre variáveis apenas essa transformação é necessária para aplicação do método FORM, devendo essa ser realizada a cada iteração (BECK, 2019).

A aproximação normal produz variáveis aleatórias de distribuição conjunta normal, porém os coeficientes de correlação entre os pares de variáveis foram determinados para suas distribuições originais e devem ser convertidos. O modelo de Nataf permite a construção de uma função densidade de probabilidade conjunta de forma aproximada, levando em consideração a correlação entre as variáveis.

Liu e Der Kiureghian (1986) empregam o modelo de Nataf para obtenção de fatores empíricos de conversão de correlação (r) das distribuições originais não normais (ρ) para normais equivalentes (ρ'). No geral o fator r é semelhante a unidade, assim se a determinação da correlação teve base subjetiva pode-se adotar $\rho' = \rho$ (BECK, 2019). Na Tabela 3 são apresentados alguns fatores de conversão, enquanto a transformação é dada por (5.41).

$$r_{X,Y} = \frac{\rho'_{X,Y}}{\rho_{X,Y}} \quad (5.41)$$

Tabela 3: Fatores de conversão de correlação por Nataf.

Distrib. X	Distrib. Y	$r_{X,Y}$	Erro máximo
Normal	Normal	1,00	Exato
Normal	Lognormal	$\frac{CV_Y}{\sqrt{\ln(1 + CV_Y^2)}}$	Exato
Normal	Gumbel	1,031	0,0%
Lognormal	Lognormal	$\frac{\ln(1 + \rho_{X,Y} \cdot CV_X \cdot CV_Y)}{\rho_{X,Y} \sqrt{\ln(1 + CV_X^2) \cdot \ln(1 + CV_Y^2)}}$	Exato
Gumbel	Gumbel	$1,064 - 0,069\rho_{X,Y} + 0,005\rho_{X,Y}^2$	0,0%

(baseado em LIU; DER KIUREGHIAN, 1986)

A remoção da correlação entre variáveis pode ser realizada fazendo uso dos autovetores da matriz de covariância, ou via decomposição de Cholesky, sendo a segunda opção usual devido a maior eficiência. Nos métodos de transformação a matriz de covariância deve ser reconstruída e decomposta a cada ciclo em função dos desvios padrões equivalentes, assim a equação (5.17) é reescrita como (5.42), onde σ^{eq} é a matriz diagonal de desvios padrões equivalentes do ciclo.

$$\mathbf{COV} = \sigma^{eq} \cdot \rho' \cdot \sigma^{eq} \quad (5.42)$$

Pela decomposição de Cholesky a matriz de covariância pode ser escrita conforme (5.43), sendo \mathbf{L} uma matriz triangular inferior.

$$\mathbf{COV} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T \quad (5.43)$$

Reescrevendo (5.4) em forma matricial e regendo a parte flutuante das variáveis através da matriz \mathbf{L} é obtido (5.44), onde \mathbf{x}' é o vetor de variáveis reduzidas não correlacionadas, μ^{eq} é o vetor de médias equivalentes e \mathbf{x} é o vetor de variáveis no espaço de projeto.

$$\mathbf{x}' = \mathbf{L}^{-1}(\mathbf{x} - \mu^{eq}) \quad (5.44)$$

Em posse dos valores equivalentes de média e desvio padrão, além das variáveis reduzidas não correlacionadas no espaço de trabalho, a solução do método FORM é realizada seguindo os procedimentos do método FOSM, reavaliando tais valores a cada iteração. Obtido o novo ponto de projeto no espaço reduzido a transformação inversa, do espaço reduzido para o espaço de projeto, é realizada através de (5.45).

$$\mathbf{x} = \mu^{eq} + \mathbf{L} \cdot \mathbf{x}' \quad (5.45)$$

5.4.3 Algoritmos de Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler

A solução de problemas de confiabilidade pelos métodos FOSM e FORM para problemas não-lineares envolve a solução de um problema de otimização em busca do ponto de projeto. Qualquer algoritmo de otimização pode ser usado na busca do ponto de projeto, sendo um ponto fundamental a ser observado a eficiência do mesmo em relação ao número de avaliações da função estado limite, visto que em modelos complexos sua avaliação pode ter grande custo computacional (BECK, 2019).

O algoritmo de Hasofer, Lind, Rackwitz e Fiessler (HLRF) proposto em Hasofer e Lind (1974) e Rackwitz e Fiessler (1978) tem ainda nos dias atuais grande popularidade dada a sua simplicidade, mesmo que em alguns casos extremamente não-lineares possa não haver convergência. Seu funcionamento consiste no uso de aproximações da equação de estado limite por hiperplanos tangentes aos pontos analisados na busca da solução, conforme ilustrado na Figura 5.6.

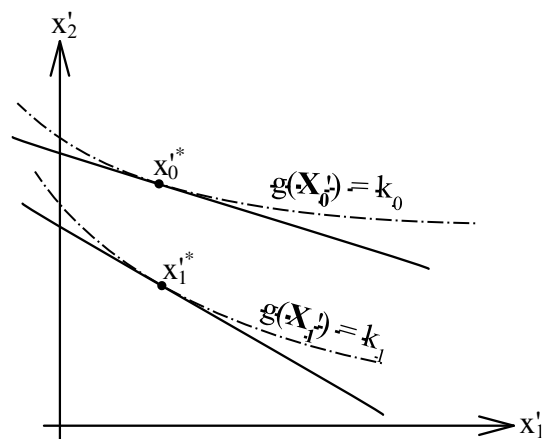


Figura 5.6: Processo iterativo para determinação do ponto de projeto (baseado em: HALDAR; MAHADEVAN, 1999).

A implementação do algoritmo HLRF consiste no uso da fórmula recursiva apresentada em (5.46), onde \mathbf{x}'_k é o vetor de pontos de avaliação das variáveis no espaço reduzido, para a iteração atual, e \mathbf{x}'_{k+1} o vetor de pontos a serem avaliados na iteração seguinte.

$$\mathbf{x}'_{k+1} = \frac{\nabla g(\mathbf{x}'_k)}{\|\nabla g(\mathbf{x}'_k)\|^2} [\nabla g(\mathbf{x}'_k)^T \cdot \mathbf{x}'_k - g(\mathbf{x}'_k)] \quad (5.46)$$

A convergência do processo é obtida quando $g(\mathbf{x}'_k) \cong 0$ e $\mathbf{x}'_{k+1} \cong \mathbf{x}'_k$, entretanto, conforme Zhang e Der Kiureghian (1995) não há garantia de convergência do algoritmo, nem de que o ponto encontrado seja de fato o mínimo absoluto de β .

Adotando como base o algoritmo HLRF, Zhang e Der Kiureghian (1995) propuseram uma versão melhorada (*improved*) do algoritmo, chamado de iHLRF. O algoritmo melhorado consiste na busca linear por um passo ótimo (λ_k), que minimize uma função mérito pré-definida na direção apontada pelo HLRF, dada por (5.47), sendo o novo ponto então obtido por (5.48).

$$\mathbf{d}_k = \mathbf{x}'_{k+1} - \mathbf{x}'_k = \frac{\nabla g(\mathbf{x}'_k)}{\|\nabla g(\mathbf{x}'_k)\|^2} [\nabla g(\mathbf{x}'_k)^T \cdot \mathbf{x}'_k - g(\mathbf{x}'_k)] - \mathbf{x}'_k \quad (5.47)$$

$$\mathbf{x}'_{k+1} = \mathbf{x}'_k + \lambda_k \cdot \mathbf{d}_k \quad (5.48)$$

Zhang e Der Kiureghian (1995) propuseram a função mérito dada por (5.49), onde a convergência incondicional do algoritmo é assegurada desde que a condição imposta por (5.50) seja verificada. Tal condição garante que \mathbf{d}_k é a direção de descida da função mérito e que o ponto de convergência é o ponto de projeto.

$$m(\mathbf{x}'_k) = \frac{1}{2} \|\mathbf{x}'_k\|^2 + c |g(\mathbf{x}'_k)| \quad (5.49)$$

$$c > \frac{\|\mathbf{x}'_k\|}{\|\nabla g(\mathbf{x}'_k)\|} \quad (5.50)$$

A busca linear pelo passo ótimo (λ_k) pode ser realizada de forma aproximada fazendo uso da regra de Armijo (LUENBERGER; YE, 2007), conforme apresentado em (5.51), onde b^n é o maior valor a verificar a inequação apresentada.

$$\lambda_k = \max_{n \in \mathbb{N}} [b^n | m(\mathbf{x}'_k + b^n \cdot \mathbf{d}_k) - m(\mathbf{x}'_k) \leq -a \cdot b^n \cdot \nabla m(\mathbf{x}'_k)^T \cdot \mathbf{d}_k] \quad (5.51)$$

Segundo Beck (2019) valores usuais para os parâmetros de (5.51) são $a = 0,10$ e $b = 0,50$. O autor ainda recomenda que a equação (5.50) seja substituída por (5.52), onde $\gamma = 2$ e δ é a tolerância para consideração de $g(\mathbf{x}'_k) = 0$. al ajuste visa equilibrar a eficiência e a convergência do algoritmo.

$$c = \begin{cases} \gamma \cdot \max \left[\frac{\|\mathbf{x}'_k\|}{\|\nabla g(\mathbf{x}'_k)\|}, \frac{1}{2} \frac{\|\mathbf{x}'_k + \mathbf{d}_k\|^2}{|g(\mathbf{x}'_k)|} \right] & \text{se } |g(\mathbf{x}'_k)| \geq \delta \\ \gamma \cdot \frac{\|\mathbf{x}'_k\|}{\|\nabla g(\mathbf{x}'_k)\|} & \text{se } |g(\mathbf{x}'_k)| < \delta \end{cases} \quad (5.52)$$

Zhang e Der Kiureghian (1995) sugerem que durante a aplicação do algoritmo o valor do parâmetro de penalidade c seja crescente. Os critérios para avaliação da convergência do processo são os mesmos aplicados ao algoritmo original, os autores ainda apresentam uma verificação alternativa dada por (5.53), válida desde que o ponto esteja sobre a superfície de falha.

$$\frac{|\nabla g(\mathbf{x}_k')^T \mathbf{x}_k'|}{\|\nabla g(\mathbf{x}_k')\| \cdot \|\mathbf{x}_k'\|} \cong 1 \quad (5.53)$$

5.5 MÉTODO DE SIMULAÇÃO POR MONTE CARLO

O método de simulação por Monte Carlo consiste na avaliação do modelo estrutural muitas vezes, gerando aleatoriamente seus parâmetros através de suas distribuições de probabilidade. A cada análise um novo conjunto de valores é gerado e a resposta do modelo é obtida deterministicamente para esses, a caracterização estatística da resposta é realizada posteriormente e leva a determinação da probabilidade de falha do modelo (REAL, 2000).

Simulações pelo método de Monte Carlo são uma maneira robusta e de fácil implementação para avaliação de problemas probabilísticos, entretanto apresentam elevado custo computacional. Segundo Gomes (2001) quando utilizadas para determinação direta da probabilidade de falha, sua precisão estatística é medida pelo coeficiente de variação, dado por (5.54), onde n_s é o número de simulações realizadas.

$$CV_{p_f} = \sqrt{\frac{1 - p_f}{n_s \cdot p_f}} \quad (5.54)$$

Supondo um índice de confiabilidade de 3,80, conforme indicado pelo MC2010 como valor alvo a ser atingido em uma estrutura de concreto, considerando um período de retorno de 50 anos. Se adotado como critério de convergência do processo um coeficiente de variação na ordem de 5% são necessárias cerca de 1,4 milhão de simulações para que haja convergência do processo.

Modelos estruturais complexos, com elevado custo computacional de solução, tornam a aplicação do método de Monte Carlo direto inviável para determinação direta da probabilidade da falha. Barbosa (2017), Silva (2017), Oliveira (2018) e Scherer (2018) utilizaram o método de simulação por Monte Carlo para caracterização das variáveis aleatórias de resposta de seus modelos, obtendo a probabilidade de falha pela distribuição de probabilidade ajustada.

5.5.1 Método de Monte Carlo direto

Adotando um modelo previamente estabelecido e com variáveis aleatórias caracterizadas, a obtenção da probabilidade de falha pelo método de Monte Carlo consiste na avaliação da função de estado limite n_s vezes, de forma determinística para valores gerados aleatoriamente. Conforme apresentado na seção 0, três diferentes estados podem ser assumidos pela função estado limite, sendo de interesse o domínio de falha. Para aplicação direta do método de Monte Carlo, (5.24) pode ser reescrito como (5.55), realizando a integração em todo domínio e introduzindo o indicador de falha $I_g(\mathbf{x})$, que é dado por (5.56)

$$p_f = \int_{\Omega} I_g(\mathbf{x}) \cdot f_X(\mathbf{x}) \cdot d\mathbf{x} \quad (5.55)$$

$$I_g(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{se } g(\mathbf{x}) \leq 0 \\ 0, & \text{se } g(\mathbf{x}) > 0 \end{cases} \quad (5.56)$$

Conforme apresentado em (5.7), a probabilidade de falha dada por (5.55) é o valor esperado do indicador de falha, podendo ser estimado como em (5.8) e assim ser reescrito como (5.57). A convergência da probabilidade de falha é obtida por (5.54).

$$p_f = E[I_g(\mathbf{x})] = \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} I_g(\mathbf{x}_k) \quad (5.57)$$

5.5.2 Geração de amostras para simulação

O processo de simulação por Monte Carlo depende fundamentalmente da geração de números aleatórios segundo as distribuições de probabilidade das variáveis. Usualmente, sistemas geradores de números pseudoaleatórios implantados computacionalmente produzem valores de distribuição uniforme no intervalo $[0,1]$, valores que podem ser interpretados como a probabilidade de ocorrência dos eventos aleatórios (HALDAR; MAHADEVAN, 1999).

Interpretando os valores gerados como probabilidades de ocorrência dos eventos, a obtenção dos valores aleatórios nas respectivas distribuições de probabilidade é realizada através da função inversa da distribuição de probabilidade acumulada. A transformação inversa é genericamente descrita por (5.58), onde \mathbf{u} é o vetor de valores de distribuição uniforme. O processo é ilustrado na Figura 5.7.

$$\mathbf{x} = F_X^{-1}(\mathbf{u}) \quad (5.58)$$

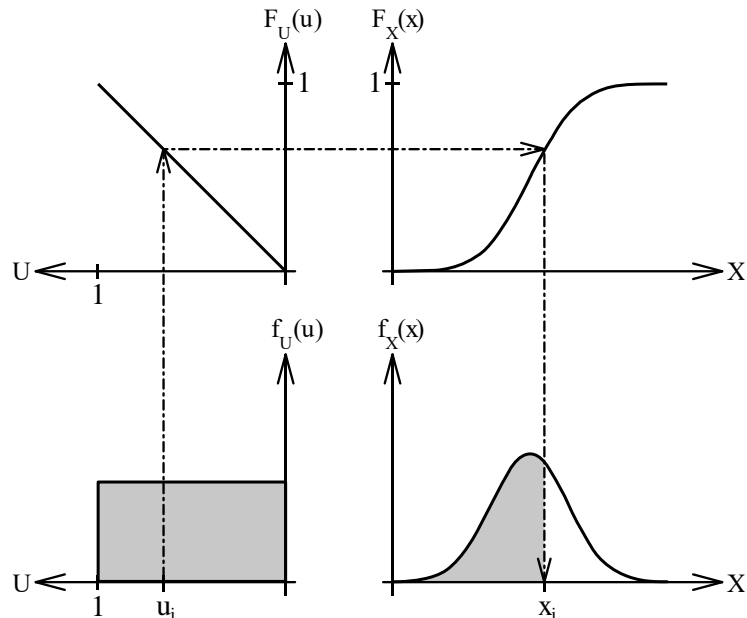


Figura 5.7: Geração de valores de distribuição genérica a partir de valores de distribuição uniforme (baseado em: HALDAR; MAHADEVAN, 1999).

Na presença de dependência entre variáveis aleatórias a correlação deve ser imposta, processo inverso ao adotado nos métodos de transformação. Adotando o modelo de Nataf, a obtenção da matriz de correlação equivalente (ρ') é uma etapa primordial no processo. Visto que o modelo de Nataf trabalha com distribuições de probabilidade normais, todas as variáveis devem ser geradas aleatoriamente segundo a distribuição normal padronizada sem correlação.

A matriz de covariância das variáveis é obtida por (5.42), entretanto o emprego de variáveis normais padronizadas, média zero e desvio padrão unitário, torna a matriz de covariância igual a matriz de correlação, que conforme (5.43) pode ser decomposta pela fatoração de Cholesky, gerando (5.59).

$$\mathbf{COV} = \rho' = \mathbf{L} \cdot \mathbf{L}^T \quad (5.59)$$

Semelhante a (5.44), a correlação é imposta por (5.60), onde \mathbf{x}'_c é o vetor de variáveis aleatórias normais padronizadas e correlacionadas.

$$\mathbf{x}'_c = \mathbf{L} \cdot \mathbf{x}' \quad (5.60)$$

A obtenção das variáveis correlacionadas nas distribuições de interesse é realizada convertendo o vetor de variáveis aleatórias normais padronizadas e correlacionadas em variáveis uniformes correlacionadas, através de (5.61), para posterior aplicação de (5.58).

$$\mathbf{u} = \Phi(\mathbf{x}'_c) \quad (5.61)$$

5.5.3 Método de Monte Carlo com amostragem por importância

Na literatura são encontradas diversas variações do método de Monte Carlo que visam aumentar sua eficiência, sendo a amostragem por importância apresentada como uma das mais eficientes. Enquanto o método de Monte Carlo direto apresenta elevado custo computacional, dada a pequena chance de ocorrência de pontos na região de interesse, o domínio de falha, a amostragem por importância realiza simulações diretamente nessa região (MELCHERS, 1989).

No método de amostragem por importância (5.55) é reescrita conforme (5.62), onde $h_X(\mathbf{x})$ é a função densidade de probabilidade conjunta de amostragem. Ao determinar o valor esperado da probabilidade de falha por (5.62) é obtido (5.63), onde a equação de estado limite é solucionada para os valores gerados pela distribuição de importância e o contador de falhas é ponderado pelo peso das falhas $w(\mathbf{x}) = f_X(\mathbf{x})/h_X(\mathbf{x})$. Na Figura 5.8 são ilustradas as funções densidade de probabilidade conjuntas original e de importância para um problema bidimensional.

$$p_f = \int_{\Omega} I_g(\mathbf{x}) \cdot f_X(\mathbf{x}) \cdot \frac{h_X(\mathbf{x})}{h_X(\mathbf{x})} d\mathbf{x} \quad (5.62)$$

$$p_f = E \left[I_g(\mathbf{x}) \frac{f_X(\mathbf{x})}{h_X(\mathbf{x})} \right] = \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} I_g(\mathbf{x}) \frac{f_X(\mathbf{x})}{h_X(\mathbf{x})} = \frac{1}{n_s} \sum_{k=1}^{n_s} I_g(\mathbf{x}) \cdot w(\mathbf{x}) \quad (5.63)$$

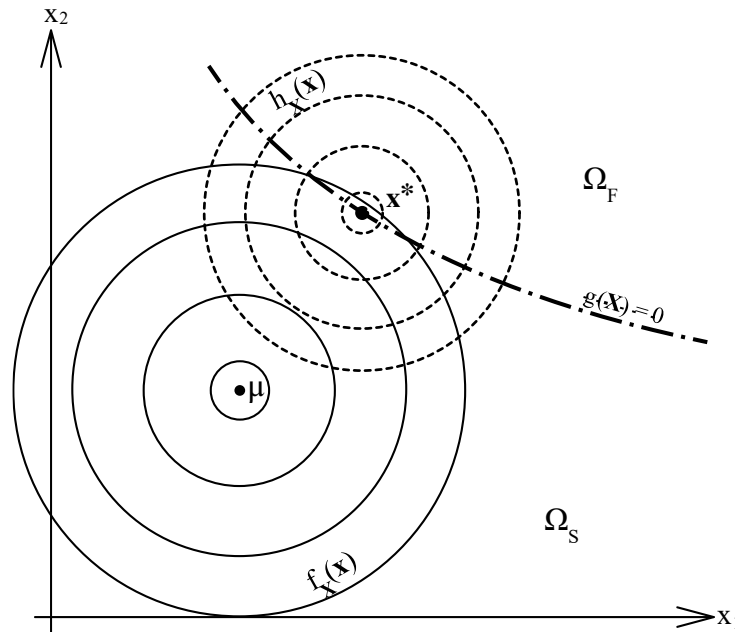


Figura 5.8: Funções densidade de probabilidade conjuntas original e de importância, juntamente com a fronteira do estado limite.

A eficiência da amostragem por importância está no uso de uma distribuição de amostragem conjunta $h_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ adequada, visto que os pontos de análise do modelo seguirão essa distribuição. A construção das funções densidade de probabilidade conjuntas $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ e $h_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ no caso de variáveis independentes é dada pelo produto das FDP de cada distribuição, conforme (5.64).

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \prod_{k=1}^n f_{X_k}(x_k) \quad (5.64)$$

Na presença de correlação entre variáveis o modelo de Nataf pode ser usado para construção aproximada da distribuição conjunta. Conforme Liu e Der Kiureghian (1986) e Gomes (2001), a função densidade de probabilidade conjunta pelo modelo de Nataf é dada por (5.65), onde $\phi_n(\mathbf{x}', \boldsymbol{\rho}')$ é a função densidade de probabilidade conjunta normal padronizada e x'_k para variáveis não normais é obtido por (5.66).

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \phi_n(\mathbf{x}', \boldsymbol{\rho}') \frac{\prod_{k=1}^n f_{X_k}(x_k)}{\prod_{k=1}^n \phi(x'_k)} \quad (5.65)$$

$$x'_k = \Phi^{-1}[F_{X_k}(x_k)] \quad (5.66)$$

Em estruturas com um único modo de falha o ponto de projeto (\mathbf{x}^*) é adequado para concentração da distribuição de amostragem, todavia sua busca pelos métodos de transformação já determinam o índice de confiabilidade da estrutura. Outro aspecto a ser considerado na construção da distribuição de amostragem é seu formato, são técnicas usuais a translação das distribuições originais ou o uso de distribuições normais (MELCHERS, 1989).

Na falta de conhecimento sobre o ponto de projeto, ou no caso de estruturas com mais de um modo de falha, técnicas de amostragem por importância adaptativa podem ser introduzidas. Técnicas adaptativas fazem uso dos dados passados na busca do ponto ótimo para localização da distribuição de amostragem, são destacas as metodologias apresentadas por Melchers (1990) e Bucher (1988).

A técnica proposta por Melchers (1990) consiste basicamente em a cada ciclo de simulações adotar o ponto sobre o domínio de falha que apresentou maior função densidade de probabilidade como novo centro para a distribuição de amostragem. Bucher (1988) propõe a centralização da distribuição sobre o centro de massa dos eventos de falha, fazendo uso do peso das falhas $w(x)$. O ponto de concentração da distribuição de importância pela técnica de Bucher (1988) é dado por (5.67), onde n_{adap} é o número de adaptações e n_s o número de simulações por ciclo de adaptação.

$$\mathbf{x}_{j+1} = \frac{\sum_{j=1}^{n_{\text{adap}}} \sum_{k=1}^{n_s} I_g(\mathbf{x}_k^j) \cdot w(\mathbf{x}_k^j) \cdot \mathbf{x}_k^j}{\sum_{j=1}^{n_{\text{adap}}} \sum_{k=1}^{n_s} I_g(\mathbf{x}_k^j) \cdot w(\mathbf{x}_k^j)} \quad (5.67)$$

Melchers (1989) observa que, se o coeficiente de variação das variáveis na distribuição de importância for de 2 a 3 vezes maior que da distribuição original, pode ocorrer aceleração da convergência do processo. O autor ainda ressalta que para funções bem comportadas a taxa bruta de obtenção de falhas com amostragem por importância é cerca de 50%. Assim como no método de Monte Carlo direto, a convergência do método de Monte Carlo com amostragem por importância é medida pelo coeficiente de variação da probabilidade de falha, conforme (5.68).

$$CV_{P_f} = \frac{1}{p_f \sqrt{n_s(n_s - 1)}} \sqrt{\sum_{k=1}^{n_s} (I_g(x_k) \cdot w(x_k))^2 - \frac{1}{n_s} \left(\sum_{k=1}^{n_s} I_g(x_k) \cdot w(x_k) \right)^2} \quad (5.68)$$

6 FERRAMENTA PARA AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Fazendo uso da teoria sobre confiabilidade estrutural apresentada no capítulo anterior, foi desenvolvida uma ferramenta computacional para avaliação de problemas de confiabilidade estrutural com possibilidade de integração ao *software* ANSYS. Implementada como uma biblioteca para a linguagem de programação Python, a ferramenta segue o paradigma da orientação a objetos.

A biblioteca desenvolvida tem funcionamento independente do *software* ANSYS, podendo ser utilizada na resolução de problemas explícitos e implícitos. No caso de problemas implícitos a conexão inicial deve ser realizada por uma função em Python, posteriormente essa pode conectar-se a programas desenvolvidos pelo usuário em outras linguagens de programação ou mesmo comerciais.

O principal pilar no desenvolvimento da ferramenta é a integração ao *software* ANSYS para solução de modelos em elementos finitos. É notória a facilidade de uso introduzida no *software* ANSYS pela entrada de dados parametrizada em linguagem APDL (*ANSYS Parametric Design Language*), própria do *software*, assim a ferramenta é construída de forma a aproveitar tal potencial, sendo chamada PARANSYS (*Python Parametric Analysis on ANSYS*).

6.1 ANSYS E A FERRAMENTA PDS

Análises pelo método dos elementos finitos são normalmente realizadas através de parâmetros determinísticos, obtendo como resposta diversos dados, porém para uma condição específica. Estudos de confiabilidade estrutural envolvem a solução do mesmo modelo diversas vezes, variando seus parâmetros conforme o método probabilístico empregado.

O *software* ANSYS dispõe de um módulo próprio para realização de estudos probabilísticos, denominado PDS (*Probabilistic Design System*). Através do PDS o usuário define um modelo parametrizado, as distribuições de probabilidade dos parâmetros de entrada, realiza análises probabilísticas e obtém os valores dos parâmetros de interesse, ou de controle, como a carga de ruptura do modelo, por exemplo. O módulo PDS dispõe de dois métodos probabilísticos, a construção de superfícies de resposta e a simulação por Monte Carlo (ANSYS, 2013).

O método da superfície de resposta, conforme Melchers e Beck (2018), trata inicialmente da construção de uma superfície aproximada da função estado limite implícita, em torno de um ponto pré determinado. Superfícies de resposta comumente adotam formulações polinomiais, de até segunda ordem, e são construídas por regressão dos resultados obtidos para o modelo implícito nos pontos de amostragem. Genericamente, superfícies polinomiais de segunda ordem com termos cruzados são dadas por (6.1), onde a_0 , a_i e a_{ij} são os coeficientes ajustados por regressão e x_i , x_j são as variáveis aleatórias do problema.

$$y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j \quad (6.1)$$

A qualidade de uma superfície de resposta depende fundamentalmente dos pontos de amostragem adotados em sua construção (BECK, 2019). A implementação do método no módulo PDS conta com três diferentes técnicas de amostragem, *Central Composite Design* (CCD) e *Box-Behnken Matrix Design* (BBMD), em que os pontos de amostragem são determinados em diferentes níveis de probabilidade. Além da amostragem personalizada, por pontos do usuário, na qual são informados todos os pontos a serem amostrados para construção da superfície (ANSYS, 2013).

No método CCD cada variável aleatória é amostrada em 5 diferentes níveis de probabilidade acumulada p_i ($i = 1, \dots, 5$). Em função da combinação dos valores das diferentes variáveis, os pontos de amostragem podem ser classificados em ponto central, pontos de eixo e pontos fatoriais. O ponto central é único e obtido no centro de todas variáveis aleatórias (p_3). Os pontos de eixo são dois para cada variável aleatória, esses são avaliados acima (p_5) e abaixo (p_1) do centro da variável, fixando as demais nos valores centrais (p_3). Os pontos fatoriais são obtidos permutando os níveis restantes (p_2 e p_4), o que resulta em 2^{n-f} combinações, onde n é o número de variáveis aleatórias e f é a fração fatorial, que reduz o número total de simulações com base no número de variáveis aleatórias. Na Figura 6.1 são ilustrados os pontos de amostragem considerando três variáveis aleatórias, onde em azul está o ponto central, em vermelho os pontos de eixo e em amarelo os pontos fatoriais.

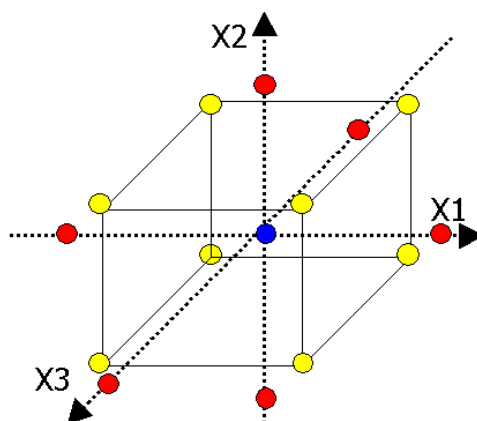


Figura 6.1: Pontos de amostragem pelo método *Central Composite Design* (ANSYS, 2013).

O método de amostragem BBMD gera um número menor de simulações, nele cada variável aleatória é amostrada em 3 diferentes níveis de probabilidade p_i ($i = 1, \dots, 3$). Os pontos de amostragem são o ponto central, obtido fixando todas variáveis em p_2 , e os pontos de extremo, obtidos mantendo uma variável em p_2 e permutando as demais com p_1 e p_3 .

A segunda etapa na aplicação do método da superfície de resposta é a solução do método de confiabilidade escolhido substituindo o modelo original pela superfície de resposta, que tem formulação simples e explícita. Na obra de Beck (2019) são listadas diferentes estratégias de aplicação de superfícies de resposta encontradas na literatura. Scherer (2018) utiliza a ferramenta PDS para construção de superfícies de resposta e através dos polinômios obtidos, aplica, em um programa próprio, o método de confiabilidade FORM.

O método de Monte Carlo, descrito em 5.5, assim como o método de superfície de resposta, conta com três diferentes técnicas de amostragem implementadas no módulo PDS. Estão disponíveis a amostragem direta, amostragem por *Latin Hypercube* e amostragem personalizada, por pontos do usuário (ANSYS, 2013).

A técnica de amostragem direta é apresentada em 5.5.1, onde os valores são gerados aleatoriamente conforme suas distribuições de probabilidade, não existindo um controle sobre a proximidade entre os valores gerados. A técnica de amostragem por *Latin Hypercube* (LHS) consiste na divisão dos domínios das variáveis em faixas equiprováveis, onde cada faixa é amostrada uma única vez, realizando uma cobertura esparsa e homogênea do problema (BECK, 2019).

Os trabalhos de Barbosa (2017), Oliveira (2018), Silva (2017) e Scherer (2018) utilizaram o *software* ANSYS e através da ferramenta PDS realizaram simulações pelo método de Monte Carlo para caracterização e determinação da probabilidade de falha estrutural. Sendo utilizada amostragem direta por Barbosa (2017) e Oliveira (2018), e amostragem por *Latin Hypercube* por Silva (2017) e Scherer (2018).

A técnica de amostragem personalizada disponível no módulo PDS, tanto para construção de superfícies de resposta, quanto para aplicação do método de Monte Carlo, exige a criação de um arquivo de texto com os valores que os parâmetros devem assumir em cada ciclo de avaliação do modelo numérico. Nesse arquivo, a primeira linha contém um identificador da análise, a segunda contém o cabeçalho dos dados e as demais seus valores a cada ciclo. Obrigatoriamente as duas primeiras colunas devem ser ITER e CYCL, onde todos os valores são 1. Ainda, a terceira coluna deve ser LOOP, onde é realizada a contagem de análises. As demais colunas fornecem o nome dos parâmetros de entrada e seus valores assumidos em cada simulação. Ao fim da análise é gerado um arquivo semelhante ao arquivo de entrada, onde são acrescentadas colunas com os resultados obtidos para os parâmetros de interesse informados ao *software*.

Na Figura 6.2 é ilustrado um arquivo genérico onde é avaliada a resposta de um modelo para diferentes valores de resistência à compressão do concreto e tensão de escoamento do aço, denominadas na figura FCM e FY2, respectivamente. Na última coluna são apresentadas as cargas de ruptura do modelo, denominadas CARGAU, obtidas através da combinação dos valores assumidos em cada simulação.

Trecho Padrão		Ciclo	Parâmetros de entrada		Resultados obtidos
CURRENT					
ITER	CYCL	LOOP	FCM	FY2	CARGAU
1	1	1	6.637902420e+00	5.448106780e+01	5.175079048e+02
1	1	2	7.384666450e+00	5.448106780e+01	5.558653082e+02
1	1	3	6.637902420e+00	5.652410790e+01	5.363661042e+02
1	1
1	1	N	FCM(N)	FY2(N)	CARGAU(N)

Figura 6.2: Exemplo de arquivo de pontos de amostragem a serem simulados no ANSYS.

6.2 A FERRAMENTA PARANSYS

A biblioteca PARANSYS, conforme citado anteriormente, é desenvolvida seguindo o paradigma da orientação a objetos, sendo constituída por três classes principais. A classe ANSYS é responsável pela comunicação com *software* ANSYS, enquanto as classes FORM e MonteCarlo são responsáveis pelas análises de confiabilidade. A documentação da ferramenta encontra-se disponível no endereço: dutitello.github.io/parAnsys/.

6.2.1 Classe ANSYS

A conexão com o ANSYS é realizada através de um código APDL que é executado pelo *software* em *batch mode*. O modo de execução em lote (*batch*) é escolhido a fim de eliminar a necessidade de intervenção do usuário com o *software*, assim o arquivo de entrada é executado, os resultados são gravados e o *software* é encerrado. A classe ANSYS é então responsável pela geração e execução do código APDL, além da leitura dos resultados posteriormente. O código APDL construído pela classe faz uso do método de Monte Carlo com amostragem personalizada, pertencente ao módulo PDS do ANSYS, para execução das análises. Assim, essas são executadas em série e os resultados das variáveis de interesse gravados em um arquivo de texto.

O principal elemento necessário para execução de análises pela classe ANSYS é a construção do modelo a ser analisado em código APDL. O modelo deve ser desenvolvido pelo usuário de forma independente ao PARANSYS, ser salvo em um arquivo de texto e a localização desse arquivo deve então ser informada para realização da análise. Para modelos complexos, onde a malha, ou parte dessa, não são alteradas pelos parâmetros de entrada, essa e outras partes do modelo podem ser gerados previamente, salvos e importados pelo código APDL do usuário através dos comandos *SAVE* e *RESUME*. Teoricamente qualquer código APDL funcional baseado em parâmetros pode ser usado no PARANSYS, sem necessidade de adaptação.

Definido o modelo a ser executado, devem ser informados à classe ANSYS os parâmetros de entrada a serem testados, seus valores, e os parâmetros de controle a serem observados. A fim de evitar entradas de dados inconsistentes, antes da definição dos valores dos parâmetros, é requisitado o número de análises a serem realizadas.

Além das variáveis relativas ao modelo a ser analisado, a execução de análises pela classe ANSYS requer a definição de algumas propriedades relativas ao *software* ANSYS. As

propriedades mínimas a serem definidas para seu funcionamento são a localização do executável do programa e a pasta de trabalho do *software*. Outras propriedades opcionais podem ser definidas, como o *jobname* a ser adotado, o número de processadores a serem utilizados, a remoção automática de arquivos *.lock*, além de identificadores de execução (*flags*) apresentados no manual do *software* ANSYS.

A Figura 6.3 ilustra a execução do modelo “macro.inp”, apresentado no APÊNDICE A, onde os parâmetros “Fy” e “E” são testados para seis diferentes combinações, apresentadas na Tabela 4, juntamente com o valor obtido para a variável de controle “FxMAX”, que representa a carga última na direção X. Como o modelo adotado é de uma treliça isostática o parâmetro “E”, módulo de elasticidade, não afeta o resultado.

Tabela 4: Combinações avaliadas para o modelo apresentado.

Caso	Fy (kN/cm ²)	E (kN/cm ²)	FxMAX (kN)
1	20,00	20000,00	56,56
2	25,00	20000,00	70,71
3	30,00	20000,00	84,85
4	20,00	21000,00	56,56
5	25,00	21000,00	70,71
6	30,00	21000,00	84,85

```
import paransys
import numpy as np

# Criando objeto ansys e definindo propriedades do software
ansys = paransys.ANSYS( exec_loc='C:\\Program Files\\ANSYS Inc\\v170\\ansys\\bin\\winx64\\ansys170.exe',
                        run_location='C:\\ANSYS\\Python\\parAnsys\\ansys3',
                        jobname='Valida',
                        nproc=4,
                        override=True,
                        cleardir=True,
                        add_flags='')

# Definindo modelo a ser usado
ansys.SetModel(inputname='macro.inp', extrafiles=[], directory='C:\\ANSYS\\Python\\parAnsys\\entrada')

# Ativa impressão de informações na tela em tempo real
ansys.Info(True)

# Declarando parametros de entrada
ansys.CreateVarIn('Fy')
ansys.CreateVarIn('E')

# Declarando parametros de controle
ansys.CreateVarOut('FxMAX')

# Definindo tamanho da analise
ansys.SetLength(6)

# Define valores dos parametros
ansys.SetVarInValues('Fy', np.array([20,25,30,20,25,30]))
ansys.SetVarInValues('E', np.array([20000,20000,20000,21000,21000,21000]))

# Roda ANSYS
ansys.Run()

# Importa os resultados da análise
res = ansys.GetVarOutValues()
```

Figura 6.3: Ilustração do código de execução do modelo apresentado no APÊNDICE A.

A conexão implementada na classe ANSYS possibilita a integração do *software* ANSYS a programas desenvolvidos pelo usuário em Python, com relativa simplicidade, através dos métodos pertencentes a essa classe, conforme ilustrado anteriormente na Figura 6.3. Assim, a classe em questão possibilita que o usuário implemente métodos de confiabilidade e otimização estrutural, realize estudos de malha, construa superfícies de resposta e redes neurais artificiais, dentre outras aplicações, em Python empregando o *software* ANSYS para aplicação do método dos elementos finitos.

A metodologia de conexão aqui proposta e empregada é aplicável a qualquer outra linguagem de programação, desde que essa tenha a capacidade de execução de comandos no sistema, para solicitar a execução do *software*. Em ANSYS (2013) são apresentados os comandos e critérios para execução do ANSYS em *batch mode*. Ao contrário da abordagem adotada por Beck (1999) e Beck e da Rosa (2006), o método proposto é externo ao ANSYS, não fazendo uso das *User Programmable Features*. Essa condição faz com que não seja necessária a recompilação do executável do programa e esse possa também ser executado por licenças acadêmicas.

6.2.2 Aspectos compartilhados entre as classes FORM e MonteCarlo

As classes FORM e MonteCarlo compartilham alguns aspectos relativos à sua implementação e uso. Ambas as classes possuem atualmente três distribuições de probabilidade: distribuição normal, distribuição lognormal e distribuição de Gumbel.

A função de estado limite pode ser definida em termos das variáveis aleatórias, dos parâmetros de controle do ANSYS e de uma função em Python criado pelo usuário. Assim, mesmo que a função seja de base implícita, no mínimo um parâmetro para avaliação da falha deve ser definido. A Figura 6.4 apresenta, para um modelo de viga de concreto, a definição das variáveis aleatórias, sinalização das variáveis a serem enviadas ao modelo no ANSYS, sinalização dos parâmetros de controle do ANSYS a serem obtidos como resposta, e por fim, a definição da equação de estado limite, em parte implícita, onde “PR” é a carga distribuída de ruptura do modelo para os parâmetros de entrada.

```

# Variáveis de Resistência
form.CreateVar('Asi', 'const', Asi)
form.CreateVar('fcm', 'gauss', fck*1.1969, cv=0.10)
form.CreateVar('fy', 'gauss', fy*1.0896, cv=0.05)
form.CreateVar('h', 'gauss', h, std=0.50)

# Variáveis de Solicitação
form.CreateVar('g', 'gauss', g*1.05, cv=0.10)
form.CreateVar('q', 'gumbel', q/1.0875, cv=0.25)

# Variáveis de entrada do ANSYS
form.SetANSYSVar('Asi')
form.SetANSYSVar('fcm')
form.SetANSYSVar('fy')
form.SetANSYSVar('h')

# Variável de controle do ANSYS
form.SetANSYSOutVar('PR')

# Função estado limite
form.SetLimState('PR-(g+q)')

```

Figura 6.4: Trecho de definição das variáveis e função de estado limite para um modelo conectado ao *software* ANSYS.

A definição da função de estado limite implícita por uma função em Python personalizada é ilustrada na Figura 6.5, onde a função criada pelo usuário é definida na equação de estado limite pelo nome pré-definido “*userf*”, sendo os parâmetros de chamada idênticos aos originais. No exemplo em questão é definida uma função para determinação da tensão em um material elastoplástico perfeito, em função das propriedades e deformação aplicada.

```

def stress(eps, fy, E):
    if eps > fy/E:
        return fy
    else:
        return eps*E

form.CreateVar('eps', 'gauss', 0.0025, cv=0.10)
form.CreateVar('fy', 'gauss', 25.000, cv=0.05)
form.CreateVar('E', 'gauss', 20000, cv=0.05)
form.CreateVar('q', 'gauss', 23.000, cv=0.10)

form.SetLimState('userf(eps, fy, E)-q', userf=stress)

```

Figura 6.5: Trecho de definição das variáveis e função de estado limite para um problema que faz uso de uma função em Python personalizada.

Outro recurso compartilhado em ambas as classes é, ao fim da análise, a possibilidade de exportação dos dados de entrada e dos resultados obtidos a cada ciclo do problema em arquivos CSV (*Comma Separated Values*). O formato CSV é escolhido por ser escrito como um arquivo de texto, porém interpretado como uma planilha em programas como Microsoft Excel ou LibreOffice Calc.

6.2.3 Classe FORM

A classe FORM contém a implementação do método de confiabilidade de primeira ordem. O método segue os princípios apresentados em 5.4, estando disponíveis os algoritmos de solução HLRF e iHLRF. O método FORM depende fundamentalmente do cálculo do gradiente da função de estado limite, realizado conforme (5.29). No caso de equações de estado limite explícitas esse pode ser determinado analiticamente, entretanto, para modelos implícitos deve ser empregado um método numérico aproximado.

Adotando o método das diferenças finitas, são abordadas duas aproximações numéricas das derivadas que compõem o gradiente, a aproximação por diferenças finitas centrais, (6.2), e a aproximação por diferenças finitas progressivas, (6.3). Em ambas formas o valor de h deve tender a zero, sendo \mathbf{h}_k um vetor de zeros, onde o subíndice k diz respeito ao termo que representa a variável a ser derivada, esse tem valor h .

$$\frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial x_k} \cong \frac{g(\mathbf{x} + \mathbf{h}_k) - g(\mathbf{x} - \mathbf{h}_k)}{2h} \quad (6.2)$$

$$\frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial x_k} \cong \frac{g(\mathbf{x} + \mathbf{h}_k) - g(\mathbf{x})}{h} \quad (6.3)$$

Em termos de esforço computacional o método progressivo apresenta a vantagem de requisitar $n + 1$ avaliações da função estado limite, onde n é o número de variáveis, enquanto o método central requer $2n$ avaliações, sendo esse mais preciso. Ambos os métodos estão implementados para solução de problemas pelo método FORM, sendo padrão a adoção do método progressivo.

Na presença de correlação entre variáveis, a obtenção numérica dos termos do gradiente em relação as variáveis reduzidas \mathbf{x}' é realizada por (6.4) ou (6.5), via diferenças finitas centrais ou progressivas, respectivamente.

$$\frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial x'_k} \cong \frac{g(\boldsymbol{\mu}^{eq} + \mathbf{L} \cdot (\mathbf{x}' + \mathbf{h}_k)) - g(\boldsymbol{\mu}^{eq} + \mathbf{L} \cdot (\mathbf{x}' - \mathbf{h}_k))}{2h} \quad (6.4)$$

$$\frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial x'_k} \cong \frac{g(\boldsymbol{\mu}^{eq} + \mathbf{L} \cdot (\mathbf{x}' + \mathbf{h}_k)) - g(\boldsymbol{\mu}^{eq} + \mathbf{L} \cdot \mathbf{x}')}{h} \quad (6.5)$$

A aplicação do método FORM para modelos implícitos requer atenção quanto ao tamanho do passo h adotado no cálculo do gradiente. Teoricamente esse deve tender a zero, entretanto

valores muito baixos tendem a produzir ruído numérico no gradiente, sendo recomendada a adoção de $h = 0,10$.

A implementação do método na classe FORM é realizada conforme a Figura 6.6, onde a verificação de convergência é realizada em função da equação de estado limite e do gradiente, conforme apresentado por Beck (2019). No APÊNDICE B é apresentado o código para avaliação da confiabilidade estrutural de uma viga de concreto armado pelo método FORM, fazendo uso do ANSYS.

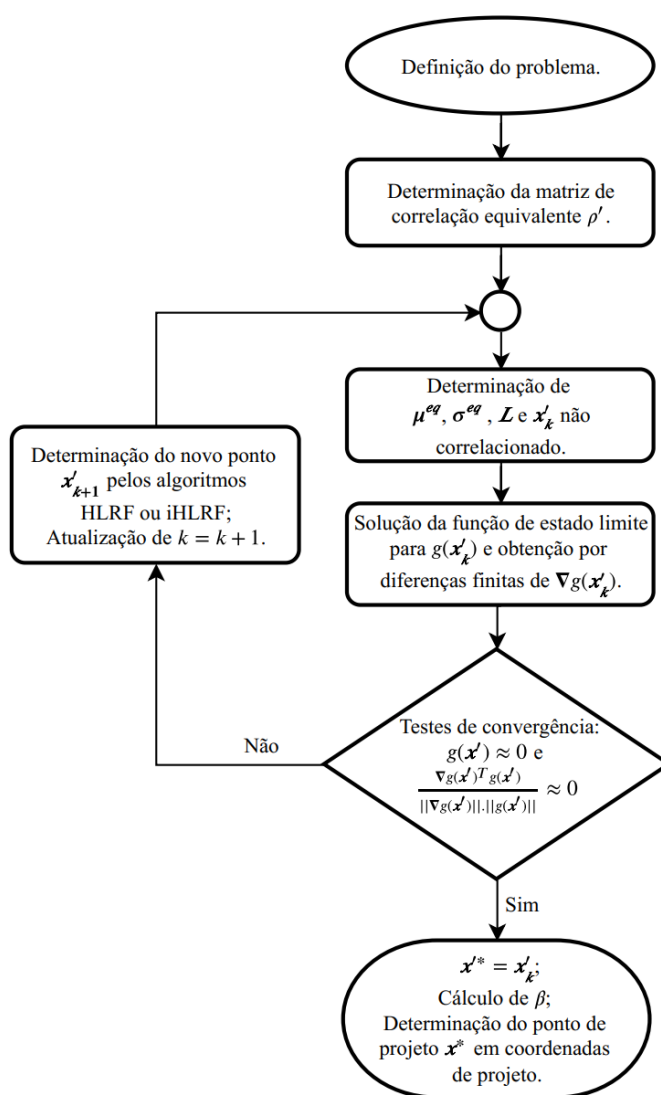


Figura 6.6: Algoritmo de implementação do método FORM.

6.2.4 Classe MonteCarlo

A implementação do método de Monte Carlo em sua classe é realizada seguindo o procedimento apresentado em 5.5. Os métodos de amostragem implementados são a amostragem direta e por importância, estando disponíveis no segundo caso a amostragem adaptativa proposta por Bucher (1988), e a amostragem em torno de um ponto pré determinado, sendo recomendado nesse caso a utilização do ponto de projeto obtido pelo método FORM.

A classe MonteCarlo realiza as simulações em ciclos, onde ao fim de cada ciclo é verificada a convergência do método, conforme (5.68), e, caso amostragem adaptativa seja empregada, é encontrado o novo ponto de projeto. A convergência do ponto de amostragem, para a técnica adaptativa, é medida pelo máximo erro relativo entre os pontos de dois ciclos consecutivos. Na seção a seguir são apresentados exemplos de aplicação da classe MonteCarlo, fazendo uso de amostragem direta e amostragem por importância adaptativa de Bucher (1988).

6.3 VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA PARANSYS

A validação da ferramenta PARANSYS é realizada através de problemas presentes na revisão bibliográfica abordada. A ferramenta é primeiramente validada para equações de estado limite explícitas, abordando os métodos FORM, com os algoritmos HLR e iHLR, e de Monte Carlo, com amostragem direta e por importância adaptativa. Comprovado o funcionamento da ferramenta em modelos explícitos essa é testada para modelos implícitos, fazendo uso da integração com o *software* ANSYS.

6.3.1 Problemas de formulação explícita

6.3.1.1 Flexão de vigas metálicas

Na obra de Ang e Tang (1984) são apresentados quatro exemplos onde é verificada a confiabilidade à flexão, em nível de seção, para vigas metálicas. Os quatro problemas adotam a função de estado limite dada por (6.6), sendo a diferença entre esses a distribuição das variáveis e a existência de correlação entre Y e Z. Na Tabela 5 são apresentados os dados estatísticos das variáveis, enquanto na Tabela 6 são apresentadas as distribuições e coeficientes de correlação adotados nos quatro casos.

$$g(Y, Z, M) = Y \cdot Z - M \quad (6.6)$$

Tabela 5: Dados estatísticos para os exemplos apresentados por Ang e Tang (1984).

Variável	μ	CV
Y	40 ksi	0,125
Z	50 in ³	0,050
M	1000 in.kip	0,200

Tabela 6: Distribuições e coeficientes de correlação adotados nos exemplos apresentados por Ang e Tang (1984).

Caso	Distribuição			ρ_{YZ}
	Y	Z	M	
1	Normal	Normal	Normal	0,000
2	Lognormal	Lognormal	Gumbel	0,000
3	Normal	Normal	Normal	0,400
4	Lognormal	Lognormal	Gumbel	0,400

Os valores de referência e resultados obtidos para os quatro exemplos são apresentados na Tabela 7. Para a simulação por Monte Carlo a convergência do método é considerada quando $CV_{pf} \leq 0,05$, já para a amostragem por importância adaptativa, a adaptação é cessada quando o maior erro relativo é inferior 0,01.

Tabela 7: Validação da ferramenta para os exemplos apresentados em Ang e Tang (1984).

Caso	β_{REF}	FORM				Monte Carlo			
		HLRF		iHLRF		Am. Direta		Am. Import.	
		β	N. it.	β	N. it.	β	N. Sims.	β	N. Sims.
1	3,05	3,05	4	3,05	4	3,06	$3,6 \cdot 10^5$	3,04	$2,0 \cdot 10^3$
2	2,75	2,74	5	2,74	5	2,75	$1,4 \cdot 10^5$	2,74	$1,8 \cdot 10^3$
3	2,86	2,86	4	2,86	4	2,86	$1,9 \cdot 10^5$	2,85	$1,4 \cdot 10^3$
4	2,66	2,66	5	2,66	5	2,66	$1,0 \cdot 10^5$	2,67	$3,4 \cdot 10^3$

As quatro abordagens adotadas para determinação do índice de confiabilidade produziram resultados muito semelhantes. Dada a fraca não-linearidade da função de estado limite os algoritmos HLRF e iHLRF apresentam comportamento idêntico. A amostragem por importância adaptativa se mostrou mais eficiente, em número de simulações, que a amostragem direta, conforme esperado.

6.3.1.2 Viga engastada livre

Beck e da Rosa (2006) utilizaram para validação de sua ferramenta uma viga engastada livre, em regime elástico linear, na qual é aplicada uma carga distribuída. A equação de estado limite é escrita em função da máxima tensão da peça, na região do engaste, conforme (6.7). As variáveis são apresentadas na Tabela 8.

$$g(q, l, b, h, f_y) = f_y - \frac{3 \cdot q \cdot l^2}{b \cdot h^2} \quad (6.7)$$

Tabela 8: Variáveis aleatórias para viga apresentada em Beck e da Rosa (2006).

Variável	Distribuição	μ	CV	Unidades
q	Normal	1,15	0,029	kgf/cm
l	Normal	60,00	0,010	cm
b	Normal	4,00	0,030	cm
h	Normal	1,00	0,030	cm
f_y	Normal	3600,00	0,083	kgf/cm ²

A confiabilidade da viga é verificada pelos métodos FORM e de Monte Carlo, com amostragem direta e por importância adaptativa, sendo os resultados apresentados na Tabela 9. Diferentemente dos dados de referência, onde um número fixo de simulações foi realizado para o método de Monte Carlo, as simulações foram interrompidas quando $CV_{pf} \leq 0,05$. Não são observadas grandes vantagens na aplicação da amostragem por importância devido à alta probabilidade de falha que acelera a convergência do processo.

Tabela 9: Validação da ferramenta para viga apresentada em Beck e da Rosa (2006), de forma explícita.

Método		Valores de Referência		Valores obtidos	
		P_f	N. it./N. Sims.	P_f	N. it./N. Sims.
FORM	HLRF/iHLRF	0,100	5	0,100	4
Monte Carlo	Am. Direta	0,103	10^5	0,101	$4,0 \cdot 10^3$
	Am. Import.	0,099	10^5	0,098	$1,9 \cdot 10^3$

6.3.2 Problemas de formulação implícita conectados ao ANSYS

6.3.2.1 Viga engastada livre

A viga engastada livre apresentada por Beck e da Rosa (2006), utilizada na seção anterior, é modelada no *software* ANSYS. É empregado o elemento BEAM189, de formulação quadrática, para representação da viga. Na Tabela 10 são apresentados os resultados obtidos, sendo o critério de convergência para o método de Monte Carlo $CV_{P_f} \leq 0,05$. São apresentados também os tempos de processamento.

Tabela 10: Validação da ferramenta para viga apresentada em Beck e da Rosa (2006), de formulação implícita.

Método		Valores de Referência		Valores obtidos		
		P_f	N. it. / N. Sims.	P_f	N. it. / N. Sims.	Tempo (minutos)
FORM	HLRF/iHLRF	0,100	5	0,099	4	1
Monte Carlo	Am. Direta	0,103	10^5	0,104	$3,5 \cdot 10^3$	12
	Am. Import.	0,099	10^5	0,096	$1,4 \cdot 10^3$	7

Na Tabela 11 são comparados o ponto de projeto obtido pelo método FORM e o ponto de amostragem obtido pela amostragem por importância adaptativa, esses apresentam grande semelhança, visto que ambos representam o ponto de mais provável ocorrência sobre a função de estado limite.

Tabela 11: Pontos de projeto obtidos pelos métodos FORM e de Monte Carlo com amostragem por importância adaptativa para viga apresentada em Beck e da Rosa (2006).

Variável	Ponto de projeto		Erro relativo
	FORM	MC-AI	
q	1,16	1,16	0,13%
l	60,13	60,14	0,02%
b	3,96	3,93	-0,77%
h	0,98	0,97	-1,21%
f_y	3307,82	3197,58	-3,33%

6.3.2.2 Vigas de concreto armado

Scherer (2018) avalia a confiabilidade estrutural de vigas em concreto armado através do método dos elementos finitos e do *software* ANSYS. O modelo numérico adotado pelo autor é formado por elementos de barra (BEAM189) e seus respectivos elementos de reforço, enquanto, o comportamento mecânico do concreto é introduzido através da UPF *usermat*.

O autor utiliza a ferramenta PDS do *software* ANSYS para construção de superfícies de resposta e caracterização estatística da resposta do problema, assim são determinados três índices de confiabilidade através de diferentes metodologias. A primeira metodologia aplicada pelo autor faz uso do método de Monte Carlo para caracterização das variáveis, onde são considerados coeficientes de correlação entre f_{cm} , f_{ct} e E_{ci} . Na segunda e terceira metodologias é considerada a correlação perfeita entre as propriedades do concreto, de forma que apenas f_{cm} é considerada como variável aleatória, enquanto as demais são geradas a partir dessa. A segunda metodologia faz uso da caracterização estatística das variáveis pelo método de Monte Carlo, enquanto a terceira usa o modelo em elementos finitos para construção de superfícies de resposta. O índice de confiabilidade para as três metodologias é obtido pelo método FORM.

Acoplado o modelo fornecido pelo autor na ferramenta PARANSYS, são determinados os índices de confiabilidade estrutural de três vigas, apresentadas na Tabela 12, onde apenas um índice de confiabilidade de referência é apresentado dada a proximidade dos valores apresentados pelo autor. Na Tabela 13 são apresentadas as variáveis aleatórias consideradas, e coeficientes de correlação para a primeira metodologia. No APÊNDICE B é apresentado o código implementado no PARANSYS para realização da análise pelo método FORM, sendo a

parte explícita da equação de estado limite dada por (6.8), onde “PR” é a carga de ruptura do modelo numérico, θ_R e θ_S são os erros de modelo de resistência e solicitação, respectivamente.

Tabela 12: Vigas de Scherer (2018) selecionadas para validação da ferramenta.

Viga	f_{ck} (MPa)	h (cm)	$r = q_k/g_k$	p_k (kN/m)	A_{si} (cm ²)	β
1 (V-25-60-1.00-25)	25	60	1,00	25,00	4,78	3,44
2 (V-25-40-0.50-20)	25	40	0,50	20,00	6,41	4,15
3 (V-25-40-1.00-15)	25	40	1,00	15,00	4,62	3,51

Tabela 13: Variáveis aleatórias adotadas por Scherer (2018).

Variável	Distribuição	μ	σ	Coeficientes de correlação $\rho_{f_{cm}, f_{ct}} = 0,80$ $\rho_{f_{cm}, E_{ci}} = 0,90$ $\rho_{f_{ct}, E_{ci}} = 0,70$
f_{cm}	Normal	$1,197 \cdot f_{ck}$	$0,10 \cdot f_{cm}$	
f_{ct}	Normal	$1,197 \cdot f_{ct}$	$0,10 \cdot f_{ct}$	
E_{ci}	Normal	$1,197 \cdot E_{ci}$	$0,10 \cdot E_{ci}$	
f_y	Normal	$54,48 \text{ kN/cm}^2$	$0,05 \cdot f_y$	
h	Normal	h	$0,50 \text{ cm}$	
θ_R	Lognormal	1,00	0,05	
g	Normal	$1,05 \cdot g_k$	$0,10 \cdot g$	
q	Gumbel	$q_k/1,088$	$0,25 \cdot q$	
θ_S	Lognormal	1,00	0,05	

$$g(\mathbf{X}) = \theta_R \cdot PR - \theta_S(g + q) \quad (6.8)$$

Na Tabela 14 são apresentados os índices de confiabilidade obtidos através do método FORM com o algoritmo iHLRF com e sem a presença de correlação para as vigas selecionadas. Os resultados obtidos se mostram satisfatórios e a diferença introduzida pelas diferentes considerações das propriedades do concreto se mostram pequenas.

Tabela 14: Índices de confiabilidade obtidos para as vigas de Scherer (2018) selecionadas para validação.

Viga	β_{REF}	Com f_{cm} , f_{ct} , E_{ci} correlacionadas			Apenas com f_{cm}		
		β	Iterações	Tempo (min.)	β	Iterações	Tempo (min.)
1 (V-25-60-1.00-25)	3,44	3,48	7	83	3,44	5	48
2 (V-25-40-0.50-20)	4,15	4,13	6	45	4,11	5	22
3 (V-25-40-1.00-15)	3,51	3,44	8	65	3,40	18	136

A avaliação das vigas pelo método FORM é realizada através do algoritmo iHLRF com o gradiente obtido por diferenças finitas progressivas. Algumas instabilidades são observadas no modelo numérico durante a mudança do estágio I para II, requisitando um número elevado de iterações de equilíbrio, que elevam o custo computacional para avaliação de cada conjunto de parâmetros.

Fazendo uso do ponto de projeto obtido pelo método FORM, a viga 2, é avaliada através do método de Monte Carlo com amostragem por importância, sem a realização de adaptações no ponto de amostragem. Em aproximadamente 8 horas são realizadas 750 simulações, onde é obtido um índice de confiabilidade de 4,14, com $CV_{pf} = 0,15$. O índice de confiabilidade obtido é semelhante ao de referência e ao obtido pelo método FORM, entretanto o grau de precisão da resposta não é suficientemente grande, visto que $CV_{pf} = 0,15$.

Através do método de Monte Carlo com amostragem por importância adaptativa, a viga 1, fazendo uso de variáveis correlacionadas, tem sua confiabilidade avaliada. A fim de verificar a convergência de CV_{pf} , o número de simulação é fixado em 3000, realizadas em 150 blocos de 20 simulações cada, onde o ponto de amostragem é reavaliado a cada ciclo. O índice de confiabilidade obtido é 3,52, valor próximo ao obtido pelo método FORM e ao apresentado pelo autor.

Em relação a convergência da solução, após 3000 simulações o valor de CV_{pf} é de 0,053, enquanto o maior erro relativo no ponto de amostragem é de 17×10^{-5} . Na Figura 6.7 é apresentada a variação de CV_{pf} com o número de simulações, enquanto na Figura 6.8, a variação de β com o número de simulações. Nas figuras é observada uma perturbação na

solução na transição do ciclo 66 para 67, onde o ponto de amostragem sofreu uma leve alteração, que produziu uma diferença relativa de 2% em sua posição, após diversos ciclos em que sua posição se manteve constante.

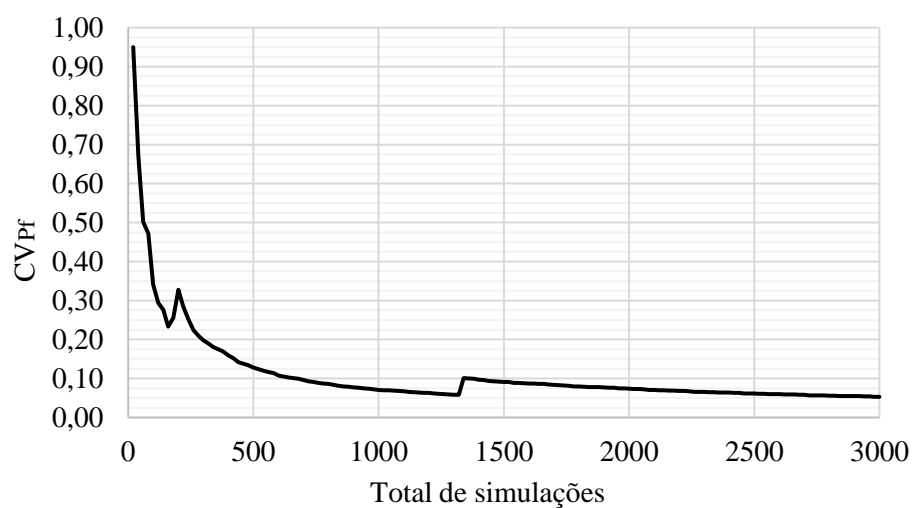


Figura 6.7: Variação de CVPf com o número de simulações.

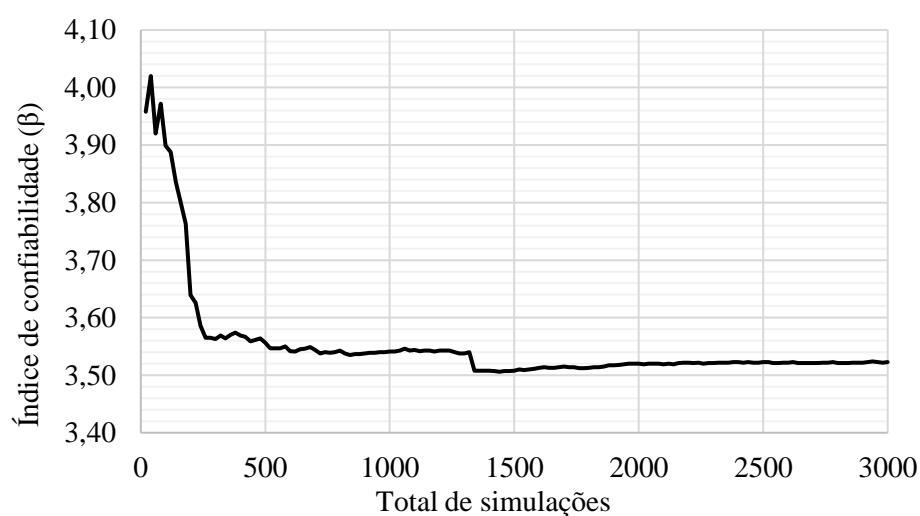


Figura 6.8: Variação do índice de confiabilidade (β) com o número de simulações.

7 ANÁLISE DE VIGAS EM CONCRETO ARMADO COM E SEM FIBRAS DE AÇO

Neste capítulo são estudadas 45 vigas em concreto armado e concreto reforçado com fibras de aço adotando diferentes reforços transversais. Nesse capítulo é apresentada a caracterização das vigas estudadas; a determinação das cargas características; o dimensionamento dos estribos conforme a NBR 6118:2014, para obtenção de valores de referência; as variáveis aleatórias empregadas para consideração das incertezas no estudo; as cargas de ruptura, modos de falha e diagramas carga-deslocamento obtidos para valores médios; e os aspectos relativos à análise probabilística juntamente com os índices de confiabilidade obtidos.

7.1 CARACTERIZAÇÃO DAS VIGAS ESTUDADAS

Para realização desse trabalho são adotadas vigas bi-apoiadas, com dimensões e vão constantes, onde são aplicadas cargas concentradas, conforme apresentado na Figura 7.1. A fim de melhor avaliar o comportamento em relação aos esforços transversais é adotada a seção T. As vigas adotadas combinam três diferentes concretos (C30, C50 e C70) com três taxas de armadura longitudinal de tração ($\rho = 1\%$, 2% e 3%), totalizando 9 vigas base.

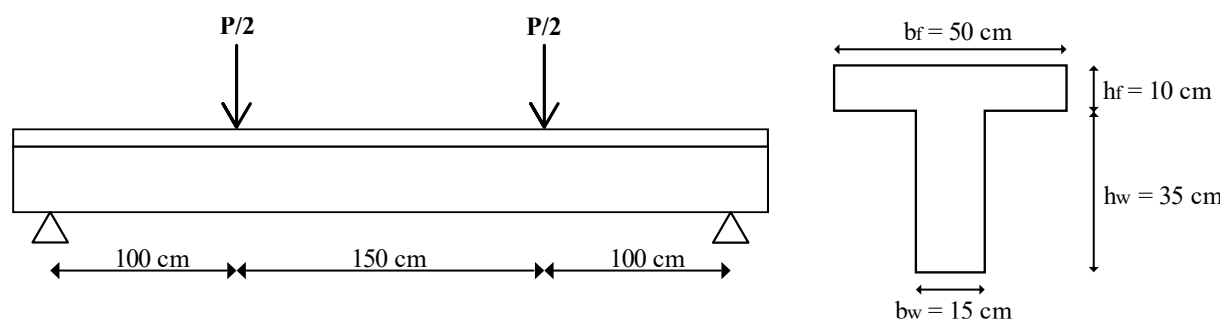


Figura 7.1: Configuração e seção das vigas estudadas (sem escala).

Como as armaduras longitudinais foram fixadas arbitrariamente, o processo de dimensionamento à flexão é substituído pela determinação do momento último de cálculo de cada peça e pela determinação da carga característica aplicada (P_k) de forma a se obter tal momento, respeitando as prescrições de dimensionamento da NBR 6118:2014. As parcelas permanente (G_k) e variável (Q_k) do carregamento característico são adotadas de mesma

intensidade, dessa forma $G_k = Q_k = P_k/2$. Para determinação da carga aplicada nas peças é considerada a existência de estribos na determinação da altura útil, sendo adotados estribos de 5 mm para vigas com $\rho = 1\%$, de 8 mm para $\rho = 2\%$ e 10 mm para $\rho = 3\%$. O cobrimento de concreto adotado nas peças é de 2,5 cm.

A fim de eliminar distorções nos resultados gerados pela escolha conservadora de barras de armadura que superam a área de aço requerida, as simulações são realizadas adotando as áreas de aço calculadas. As armaduras de flexão são adotadas em até 3 camadas, onde cada camada contém $6,75 \text{ cm}^2$ de aço, correspondente a $\rho = 1\%$, a altura fictícia de cada camada de armadura é adotada como 2 cm e a distância entre as peças também é adotada como 2 cm. Na Figura 7.2 são apresentadas as seções transversais com as três taxas de armadura longitudinal e suas alturas úteis (d).

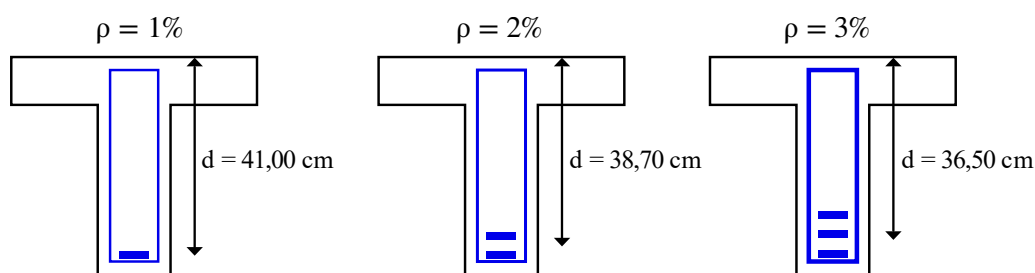


Figura 7.2: Seções transversais para as três taxas de armadura longitudinal com respectivas alturas úteis.

Conhecidas as cargas características, cada viga base gera uma série de 5 vigas em que são empregados diferentes reforços transversais para realização desse estudo, onde são comparadas suas eficiências. Cada viga base tem seu comportamento verificado sem a adoção de reforços transversais, adotando estribos dimensionados conforme a NBR 6118:2014 ou fibras de aço nos volumes de 0,5%, 1,0%, e 2,0%, valores usualmente observados na literatura.

As barras de aço empregadas são do tipo CA-50 para as armaduras longitudinais de tração e CA-60 para os estribos e armaduras construtivas de compressão. As fibras de aço adotadas tem especificação comercial Dramix 3D 65/35 BG e são recomendadas para aplicação em elementos pré-fabricados (ARCELORMITTAL, 2018). Essas são do tipo circular com ancoragem, tem fator de forma 65, sendo 35 mm de comprimento e 0,55 mm de diâmetro, e apresentam resistência à tração de $134,5 \text{ kN/cm}^2$; sendo semelhantes às empregadas por Lim e Oh (1999) e Kovács e Balázs (2003).

A nomenclatura adotada para identificação das vigas tem formato VT- f_{ck} - $\rho(\%)$ -REF, onde VT faz menção a seção T, f_{ck} é apresentado em MPa, a taxa de armadura (ρ) é apresentada em porcentagem e REF faz menção ao reforço transversal empregado. A identificação dos reforços transversais é “E” para estribos, “0” para sem reforço e “F0.5”, “F1.0” e “F2.0” para fibras de aço nos volume de 0,5%, 1,0% e 2,0%, respectivamente. Dessa forma a viga VT-50-1-F0.5 emprega concreto C50, tem taxa de armadura longitudinal de 1% e é reforçada transversalmente por fibras de aço no volume de 0,5%.

7.2 DETERMINAÇÃO DA CARGA CARACTERÍSTICA APLICADA

A determinação da carga característica aplicada nas vigas consiste na determinação do momento resistente da seção, adotando as propriedades de cálculo dos materiais, e posteriormente na determinação da carga aplicada sobre a estrutura de forma a se obter tal momento fletor. Durante a determinação do momento resistente deve ainda ser verificada a condição de ductilidade da peça.

Conforme Araújo (2014), a verificação da capacidade resistente de vigas de seção T pode ser realizada inicialmente considerando a seção como retangular adotando a largura da mesa, caso apenas a mesa esteja comprimida o resultado obtido é válido. Na Figura 7.3 são apresentadas as tensões atuantes na peça, o momento aplicado e as resultantes de tensão do concreto comprimido e da armadura tracionada, que são obtidas por (7.1) e (7.2), respectivamente. Cabe ressaltar que é adotado o diagrama retangular de tensões para o concreto comprimido.

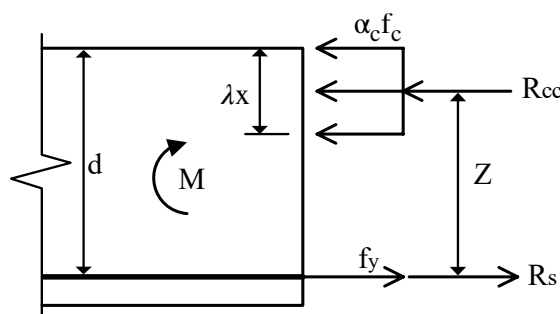


Figura 7.3: Tensões atuantes, momento aplicado e resultantes de tensão (baseado em: ARAÚJO, 2014).

$$R_{cc} = \lambda x b \alpha_c f_c \quad (7.1)$$

$$R_s = f_y A_s \quad (7.2)$$

Através do equilíbrio de forças é determinada a profundidade da linha neutra x , dada por (7.3), e através do equilíbrio de momentos, em torno da armadura, é obtido o momento aplicado na seção, dado por (7.4).

$$x = \frac{A_s f_y}{\lambda b \alpha_c f_c} \quad (7.3)$$

$$M = R_{cc} Z = \lambda x b \alpha_c f_c (d - 0,5 \lambda x) \quad (7.4)$$

Onde A_s é a área de aço concentrada no centroide da área de armaduras, f_y é a tensão atuante no aço, b é a largura da seção, f_c é a tensão resistente do concreto à compressão e d é a altura útil, medida do topo da viga ao centroide da área de armaduras. Como é adotado o diagrama retangular de tensões para o concreto, a resultante de compressão tem sua altura reduzida em relação à profundidade da linha neutra pelo parâmetro λ dado por (7.5). Visto que a tensão atuante no concreto passa a ser constante, essa é minorada pelo parâmetro α_c , dado por (7.6). Ambos parâmetros são afetados pela resistência à compressão do concreto.

$$\lambda = \begin{cases} 0,80, & \text{se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0,80 - \frac{f_{ck} - 50}{400}, & \text{se } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (7.5)$$

$$\alpha_c = \begin{cases} 0,85, & \text{se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0,85 \left(1 - \frac{f_{ck} - 50}{200} \right), & \text{se } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (7.6)$$

Para determinação do momento de dimensionamento da peça (M_d), as resistências dos materiais devem ser substituídas pelas resistências de cálculo, conforme realiza-se no dimensionamento. De acordo com as prescrições da NBR 6118:2014, para realização do dimensionamento, os materiais têm suas resistências características (f_k) minoradas por fatores de segurança parciais (γ), obtendo as respectivas resistências de cálculo (f_d), genericamente apresentada por (7.7).

Para o concreto, f_{ck} é minorado pelo coeficiente γ_c de valor 1,4; enquanto para o aço, f_{yk} é minorado por γ_s de valor 1,15.

$$f_d = \frac{f_k}{\gamma} \quad (7.7)$$

Conforme Araújo (2014), as expressões (7.3) e (7.4) são válidas para seções T desde que as tensões de compressão estejam situadas apenas na mesa, condição verificada por (7.8), onde h_f é a altura da mesa. Na existência de tensões de compressão na alma da viga, as expressões devem ser alteradas de forma a considerar o trecho comprimido na alma.

$$\lambda x \leq h_f \quad (7.8)$$

A fim de garantir a ductilidade das peças, a NBR 6118:2014 impõe valores limites para a profundidade da linha neutra expressos em (7.9). Caso a condição não seja verificada, devem ser adicionadas armaduras de compressão de forma a satisfazer a restrição e as expressões (7.3) e (7.4) devem ser redefinidas de forma a considerar a contribuição de tais armaduras.

$$x/d = \begin{cases} 0,45, & \text{se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 0,35, & \text{se } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (7.9)$$

Conhecido o momento de dimensionamento da seção (M_d), a carga concentrada (P_d) geradora de tal momento é obtida por (7.10), onde a é a distância da carga ao apoio. Enquanto a carga concentrada característica (P_k) é determinada por (7.11), onde o coeficiente parcial de segurança para cargas γ_f tem valor 1,4.

$$P_d = \frac{2M_d}{a} \quad (7.10)$$

$$P_k = \frac{P_d}{\gamma_f} \quad (7.11)$$

Aplicando as expressões apresentadas anteriormente são determinadas as cargas características aplicadas sobre as nove vigas base. Na Tabela 15 são apresentados os valores empregados no cálculo juntamente com as cargas obtidas. Observa-se que, em relação às cargas características, a classe de concreto empregada tem pouca influência para vigas com baixas taxas de armadura ($\rho = 1\%$), todavia, essa influência tende a aumentar com o aumento da área de aço. Cabe

salientar que todas as vigas atenderam a condição de ductilidade, não necessitando armadura comprimida, e não apresentaram compressão na alma, validando o uso das expressões para seção retangular.

Tabela 15: Valores empregados na determinação das cargas características aplicadas.

Viga	f_{cd} (kN/cm ²)	λ	α_c	d (cm)	A_s (cm ²)	x (cm)	Situação	M_d (kN.cm)	P_k (kN)
VT-30-1	2,14	0,800	0,850	41,00	6,75	4,03	Comp. Mesa	11559,7	165,14
VT-30-2	2,14	0,800	0,850	38,70	13,50	8,06	Comp. Mesa	20823,7	297,48
VT-30-3	2,14	0,800	0,850	36,50	20,25	12,08	Comp. Mesa	27880,1	398,29
VT-50-1	3,57	0,800	0,850	41,00	6,75	2,42	Comp. Mesa	11748,9	167,84
VT-50-2	3,57	0,800	0,850	38,70	13,50	4,83	Comp. Mesa	21580,4	308,29
VT-50-3	3,57	0,800	0,850	36,50	20,25	7,25	Comp. Mesa	29582,4	422,61
VT-70-1	5,00	0,750	0,765	41,00	6,75	2,05	Comp. Mesa	11807,4	168,68
VT-70-2	5,00	0,750	0,765	38,70	13,50	4,09	Comp. Mesa	21814,5	311,64
VT-70-3	5,00	0,750	0,765	36,50	20,25	6,14	Comp. Mesa	30109,3	430,13

7.3 DIMENSIONAMENTO DOS ESTRIBOS CONFORME A NBR 6118:2014

Para realização do dimensionamento dos estribos para absorção do esforço cortante a norma NBR 6118:2014 apresenta dois modelos de cálculo, sendo adotado nesse trabalho o modelo I, onde as diagonais de compressão são consideradas inclinadas à 45°. O valor de cálculo da carga aplicada no dimensionamento é obtido por (7.11). Conforme a configuração de carregamento apresentada na Figura 7.1, o esforço cortante de cálculo é máximo entre os apoios e os pontos de aplicação das cargas e seu valor é dado por (7.12).

$$V_d = \frac{P_d}{2} \quad (7.12)$$

Para realização do dimensionamento deve ser primeiramente verificada a capacidade resistente da diagonal comprimida dada por (7.13), onde α_{v2} é dado por (7.14) e b_w é a largura da alma.

$$V_d \leq V_{Rd2} = 0,27\alpha_{v2}f_{cd}b_w d \quad (7.13)$$

$$\alpha_{v2} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, \text{ com } f_{ck} \text{ em MPa} \quad (7.14)$$

Em relação à tração diagonal, a força cortante é absorvida pelos mecanismos complementares e pela armadura transversal, devendo ser verificada a condição imposta em (7.15).

$$V_d \leq V_{Rd3} = V_c + V_{sw} \quad (7.15)$$

Para flexão simples, a capacidade resistente dos mecanismos complementares é dada por (7.16), onde a resistência média à tração do concreto f_{ctm} é dada por (7.17).

$$V_c = 0,42b_w d \frac{f_{ctm}}{\gamma_c} \quad (7.16)$$

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,3 f_{ck}^{2/3}, & \text{se } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa} \\ 2,12 \ln(1 + 0,11f_{ck}), & \text{se } f_{ck} > 50 \text{ MPa} \end{cases} \quad (7.17)$$

Dessa forma a parcela a ser resistida pelas armaduras é dada por (7.18). A capacidade resistente das armaduras é dada por (7.19), assim a área de aço necessária é obtida por (7.20), onde A_{sw} é a área transversal do reforço, s é o espaçamento entre os estribos e f_{ywd} é a tensão de cálculo resistente dos estribos, que não deve ser superior a 43,5 kN/cm².

$$V_{sw} = V_d - V_c \quad (7.18)$$

$$V_{sw} = 0,90f_{ywd}d \frac{A_{sw}}{s} \quad (7.19)$$

$$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{1,11(V_d - V_c)}{f_{ywd}d} \quad (7.20)$$

A área de armadura calculada ainda deve ser superior ao valor mínimo determinado por (7.21).

$$\frac{A_{sw}}{s} \geq 0,2b_w \frac{f_{ctm}}{f_{ywk}} \quad (7.21)$$

Na Tabela 16 são apresentados os valores obtidos nas expressões supracitadas durante o dimensionamento ao esforço cortante, onde nenhuma viga apresenta esmagamento da diagonal

comprimida. Na Tabela 17 são apresentados os valores mínimos de armadura a serem atendidos e são determinados os espaçamentos dos estribos de dois ramos para os diâmetros adotados.

Tabela 16: Valores obtidos nas etapas de dimensionamento ao esforço cortante.

Viga	V_d (kN)	α_{v2}	V_{Rd2} (kN)	Diag. Comp.	V_c (kN)	V_{sw} (kN)	A_{sw}/s (cm ² /cm)
VT-30-1-E	115,60	0,880	313,12	Ok	53,44	62,16	0,0387
VT-30-2-E	208,24	0,880	295,56	Ok	50,44	157,80	0,1041
VT-30-3-E	276,81	0,880	278,76	Ok	47,57	229,23	0,1603
VT-50-1-E	117,49	0,800	474,43	Ok	75,12	42,37	0,0264
VT-50-2-E	215,80	0,800	447,81	Ok	70,91	144,90	0,0956
VT-50-3-E	295,82	0,800	422,36	Ok	66,88	228,95	0,1601
VT-70-1-E	118,07	0,720	597,78	Ok	84,62	33,46	0,0208
VT-70-2-E	218,15	0,720	564,25	Ok	79,87	138,28	0,0912
VT-70-3-E	301,09	0,720	532,17	Ok	75,33	225,76	0,1579

Tabela 17: Verificação da armadura transversal mínima e determinação do espaçamento.

Viga	A_{sw}/s (cm ² /cm)	$A_{sw,min}/s$ (cm ² /cm)	Armadura Adotada	ϕ_t (mm)	A_{sw} (cm ²)	s (cm)
VT-30-1-E	0,0387	0,0145	Calculada	5,0	0,393	10,1
VT-30-2-E	0,1041	0,0145	Calculada	8,0	1,005	9,7
VT-30-3-E	0,1603	0,0145	Calculada	10,0	1,571	9,8
VT-50-1-E	0,0264	0,0204	Calculada	5,0	0,393	14,9
VT-50-2-E	0,0956	0,0204	Calculada	8,0	1,005	10,5
VT-50-3-E	0,1601	0,0204	Calculada	10,0	1,571	9,8
VT-70-1-E	0,0208	0,0229	Mínima	5,0	0,393	17,1
VT-70-2-E	0,0912	0,0229	Calculada	8,0	1,005	11,0
VT-70-3-E	0,1579	0,0229	Calculada	10,0	1,571	9,9

7.4 VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONSIDERADAS

Para avaliação da confiabilidade estrutural é necessária a identificação das variáveis de maior importância no problema em questão, visto que o número de variáveis aleatórias consideradas pode aumentar a complexidade do problema sem alterações significativas nos resultados. Scherer (2018) observou que para as propriedades do concreto, a consideração de três variáveis aleatórias correlacionadas, o módulo de elasticidade e as resistências à compressão e à tração, apresenta resultados semelhantes aos obtidos considerando apenas a resistência à compressão como variável aleatória, determinado as demais através do valor aleatório obtido. Aspectos relativos a geometria das peças são usualmente considerados em análises de confiabilidade, entretanto, o presente estudo não tem por objetivo avaliar técnicas de projeto existentes, mas a viabilidade da substituição de um material, dessa forma tais propriedades são desconsideradas.

As variáveis aleatórias escolhidas para representar o comportamento da estrutura, sem tornar a análise numérica demasiadamente complexa e lenta são: a resistência à compressão do concreto, a tensão de escoamento das armaduras longitudinal e transversal, o volume de fibras, os carregamentos permanente e variável, e erros de modelo de resistência e solitação. As variáveis aleatórias são apresentadas e detalhadas a seguir, enquanto os demais valores são adotados de forma determinística, com exceção da resistência à tração e módulo de elasticidade do concreto que são determinados através da resistência à compressão.

7.4.1 Resistência à compressão do concreto

Para a resistência à compressão do concreto é adotada uma distribuição normal de probabilidade com coeficiente de variação $CV_{fc} = 0,15$, conforme empregado por Galambos et al. (1982), Santos, Stucchi e Beck (2014) e condizente com intervalo apresentado por Mirza e MacGregor (1979) *apud* Real (2000). A resistência média do concreto à compressão f_{cm} é obtida por (7.22).

$$f_{cm} = \frac{f_{ck}}{1 - 1,645CV_{fc}} \quad (7.22)$$

Conhecida a resistência média à compressão do concreto, a resistência média à tração f_{ctm} e o módulo de elasticidade E_c podem ser determinados pelas expressões (7.23) e (7.24), apresentadas pelo MC2010. Novamente, a adoção do código modelo se deve a esse dar origem

às expressões adotadas pela NBR 6118:2014 e permitir a determinação de valores característicos através dos médios, por meio da expressão $f_{ck} = f_{cm} - 8$ MPa.

$$f_{ctm} = \begin{cases} 0,3 (f_{cm} - 8)^{\frac{2}{3}}, & \text{se } f_{cm} \leq 58 \text{ MPa} \\ 2,12 \ln(1 + 0,1f_{cm}), & \text{se } f_{cm} > 58 \text{ MPa} \end{cases} \quad (7.23)$$

$$E_c = 21500 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{\frac{1}{3}}, \text{ com } f_{cm} \text{ em MPa} \quad (7.24)$$

Dessa forma, f_{cm} , f_{ct} e E_c são consideradas perfeitamente correlacionados, tem seu efeito considerado na análise, porém sem a necessidade de adoção de duas variáveis aleatórias extras.

7.4.2 Tensão de escoamento das armaduras

Para a tensão de escoamento de ambas armaduras são adotadas distribuições normais de probabilidade com coeficientes de variação $CV_{fy} = 0,05$, conforme adotado por Real (2000), Galambos *et al.* (1982) e Santos, Stucchi e Beck (2014), dentre outros trabalhos. A tensão média de escoamento f_{ym} é obtida por (7.25).

$$f_{ym} = \frac{f_{yk}}{1 - 1,645CV_{fy}} \quad (7.25)$$

7.4.3 Volume de fibras

Para o volume de fibras é adotada a distribuição lognormal de probabilidade, com volume médio de fibras $V_{fm} = 1,10V_{fk}$ e coeficiente de variação $CV_{Vf} = 0,10$, conforme adotado por Siddiqui *et al.* (2018).

7.4.4 Carregamento permanente

Para o carregamento permanente é adotada uma distribuição normal de probabilidade, com média $G_m = 1,05G_k$ e coeficiente de variação $CV_G = 0,10$, conforme adotado por Galambos *et al.* (1982) e Nowak e Collins (2000).

7.4.5 Carregamento variável

Conforme a NBR 8681:2003, o carregamento acidental é caracterizado por apresentar variações temporais ao longo da vida útil da estrutura e pode ser definido por valores que tem de 25% a 35% de probabilidade de serem ultrapassados em um período de 50 anos. Uma distribuição de Gumbel (Distribuição de Valores Extremos do Tipo I) é adotada para representação do carregamento acidental, conforme indicado por Galambos *et al.* (1982), com a média Q_m dada por (7.26) e o coeficiente de variação $CV_Q = 0,25$, também adotado por Silva (2017).

$$Q_m = \frac{Q_k}{1 + 0,35CV_Q} \quad (7.26)$$

7.4.6 Erros de modelo de resistência e solitação

A fim de considerar as incertezas presentes nos modelos, são adotados nesse trabalho erros de modelo de resistência e solitação, designados θ_R e θ_S , respectivamente. Essas variáveis aleatórias têm como finalidade cobrir a falta de total compreensão sobre o comportamento dos modelos, as incertezas matemáticas e simplificações introduzidas nos modelos de resistência e solitação (JCSS, 2001). Para obtenção de melhores resultados, os erros de modelo devem ser calibrados, comparando resultados experimentais aos obtidos através do modelo numérico empregado, conforme realizado por Aquino *et al.* (2019) e Barbosa (2017), todavia, na falta de tal estudo, foram adotados para ambos média $\theta_{Rm} = \theta_{Sm} = 1,00$ e coeficiente da variação $CV_{\theta_R} = CV_{\theta_S} = 0,05$, valores práticos adotados por Gomes (2001) e Santos, Stuchi e Beck (2014), modelados através de uma distribuição lognormal.

7.5 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL PARA VALORES MÉDIOS

Adotando os valores médios das variáveis aleatórias para resistências e volume de fibras, e considerando que sejam adotadas práticas rigorosas de construção para as demais propriedades, as 45 vigas caracterizadas são modeladas numericamente empregando os modelos de concreto, para vigas com estribos e sem nenhum reforço transversal, e de CRFA pra as vigas reforçadas com fibras de aço.

A modelagem das vigas toma partido da simetria estrutural geométrica e de carregamentos existente, dessa forma, no sentido longitudinal é modelada apenas meia viga. A malha

empregada na modelagem das vigas é composta por 5 elementos na altura, sendo 1 elemento na mesa superior e 4 na alma, e 10 elementos no comprimento de meia viga, sendo 1 elemento no balanço anterior ao apoio; configuração que apresentou os melhores resultados. Na Figura 7.4 são ilustradas a malha adotada e as restrições de apoio impostas. Na Tabela 18 são apresentados os valores médios das propriedades dos materiais adotados nas análises.

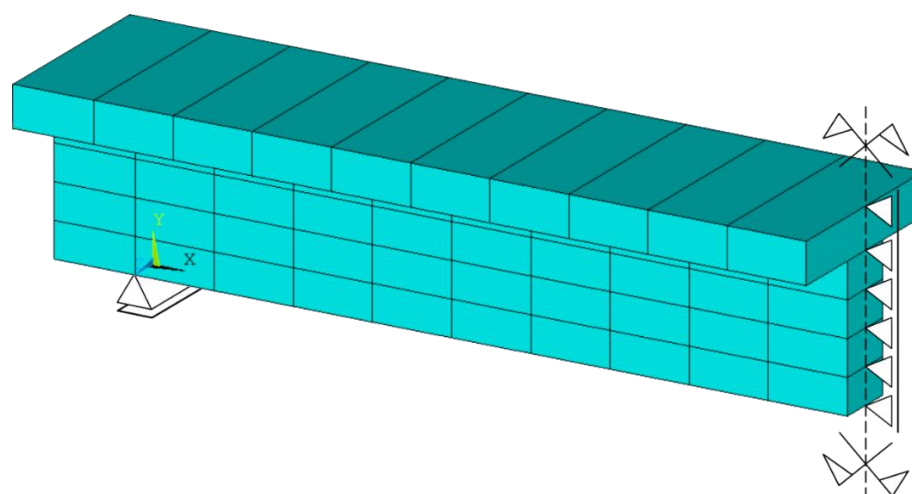


Figura 7.4: Malha adotada nas análises do presente estudo.

Tabela 18: Propriedades médias dos materiais adotados nas análises.

Viga	f_{cm} (kN/cm ²)	f_{ctm} (kN/cm ²)	E_c (kN/cm ²)	f_y (kN/cm ²)	f_{yw} (kN/cm ²)
VT-30	3,983	0,301	3408,0	54,48	65,38
VT-50	6,638	0,451	4040,6		
VT-70	9,293	0,477	4520,2		

A determinação da carga de ruptura das vigas é realizada através de incrementos sucessivos de carga. A fim de reduzir erros numéricos na obtenção dos resultados, para posterior aplicação do método FORM no modelo, a tolerância da solução não-linear no momento da ruptura é definida como 3%. Todavia, dada a alta instabilidade da solução durante a fissuração, conforme observado anteriormente na validação dos modelos, a tolerância inicial é adotada como 30%.

Como a carga de ruptura de cada viga é desconhecida, essa é inicialmente estimada sendo o dobro da carga característica. Visto que as vigas reforçadas com fibras de aço apresentam cargas de ruptura superiores, suas estimativas de cargas são ainda majoradas em 25%, 35% e 50%.

para vigas com 0,5%, 1,0% e 2,0%, respectivamente. O momento de redução da tolerância do *solver* é adotado como 3/5 da carga total, valor ajustado iterativamente conforme resultados da solução, considerando o modo de falha e o momento de sua ocorrência.

Para verificação das falhas os critérios adotados são, para falha por flexão: escoamento da armadura longitudinal tracionada ou esmagamento do concreto; e para falha por corte: escoamento dos estribos, onde nas vigas sem estribos são adotados estribos fictícios, de área transversal 10^{-5} cm² a cada 10 cm, incapazes de introduzir interferências nos resultados e que facilitam a determinação do modo de falha.

Na Tabela 19 são apresentadas as cargas de ruptura e modos de falha obtidos, identificados por F para flexão, C para corte, E para esmagamento e F+C para flexão e corte. Através desses é observada a capacidade de absorção de esforços pelas fibras, onde as vigas que falham por flexão, mesmo na ausência de reforços transversais, tem suas cargas de ruptura majoradas, dada a ductilidade do CRFA tracionado. Enquanto, as vigas que falham por corte na ausência de reforços transversais, tem sua carga última elevada e, conforme o teor de fibras empregado, seu modo de falha alterado para flexão. Esses resultados são condizentes com os observados na literatura. Observa-se ainda que todas as vigas empregando estribos dimensionados pela NBR 6118:2014 apresenta falha por flexão.

Tabela 19: Cargas de ruptura e modos de falha das vigas analisadas.

Viga	Sem Reforço		Estribos		$V_f = 0,5\%$		$V_f = 1,0\%$		$V_f = 2,0\%$	
	Carga (kN)	M. Falha	Carga (kN)	M. Falha	Carga (kN)	M. Falha	Carga (kN)	M. Falha	Carga (kN)	M. Falha
VT-30-1	307,0	F	307,0	F	339,8	F	366,4	F	431,0	F
VT-30-2	495,4	C	565,5	F	579,8	F+C	624,2	F	680,3	F
VT-30-3	475,1	C	780,6	F	634,1	C	707,2	C	880,2	E
VT-50-1	311,0	F	312,7	F	354,6	F	396,2	F	430,8	F
VT-50-2	549,1	F+C	569,8	F	629,2	F	690,3	F	775,7	F
VT-50-3	592,6	C	800,1	F	735,7	C	880,2	F	1004,9	F
VT-70-1	313,5	F	313,5	F	360,6	F	415,2	F	455,7	F
VT-70-2	572,6	F	574,4	F	622,7	F	661,2	F	717,9	F
VT-70-3	624,3	C	803,0	F	835,5	F+C	930,7	F	1058,0	F

Cabe por fim ressaltar a ocorrência da falha por esmagamento na viga VT-30-3-F2.0, um evento isolado que pode indicar a necessidade de melhor avaliação das condições de ductilidade das peças em CRFA, como também pode ter origem na adoção simplificada da regra de endurecimento à compressão do concreto simples para o CRFA. Dessa forma, para que não sejam obtidas conclusões tendenciosas, um estudo com maior ocorrência de falhas por esmagamento e comparando diferentes regras de endurecimento para o material comprimido deve ser conduzido e comparado a resultados experimentais.

Nos quadros da Figura 7.5 à Figura 7.7 são apresentadas os diagramas carga-deslocamento das vigas estudadas, agrupados por viga base e resistência à compressão do concreto empregado. Os comportamentos das vigas empregando o concreto da classe C30 são apresentadas no quadro da Figura 7.5. Nessas é observado que, para uma baixa taxa de armadura, viga base VT-30-1, e conseqüentemente um baixo carregamento característico, o concreto puro é capaz de absorver os esforços transversais, dessa forma, os diagramas para as vigas sem reforços e com estribos se sobrepõem em sua totalidade. Nessa viga base, dada a inexistência de falhas por corte, as fibras de aço apenas aumentam a rigidez e a carga última das peças.

Na segunda viga base apresentada, VT-30-2, é observado que a carga de ruptura por corte, na ausência de reforços transversais, é ligeiramente inferior à carga de ruptura por flexão com estribos. Nessa viga base o volume de fibras de 0,5% altera o modo de falha de corte puro para flexão e corte, onde a falha por corte ocorre logo no início do escoamento da armadura tracionada, que dada a existência de fibras de aço ocorre em uma carga superior à observada na viga com estribos. Para essa viga, um volume de fibras de 1,0% se mostra suficiente para substituir os estribos por fibras de aço, garantindo a ruptura por flexão, em uma carga superior à obtida com estribos. Novamente é observado aumento da rigidez das peças e das cargas de ruptura com a majoração do teor de fibras.

A terceira viga base apresentada, VT-30-3, no aspecto da verificação da possibilidade de substituição dos estribos por fibras de aço, se mostra de grande relevância, dado o maior carregamento característico aplicado. Nessa viga é observado o aumento da capacidade portante e da rigidez das peças com o aumento do teor de fibras, onde o modo de falha por corte se mantém para volumes de fibras de 0,5% e 1,0%, e é alterado para esmagamento do concreto em flexão em 2,0%, conforme enfatizado anteriormente.

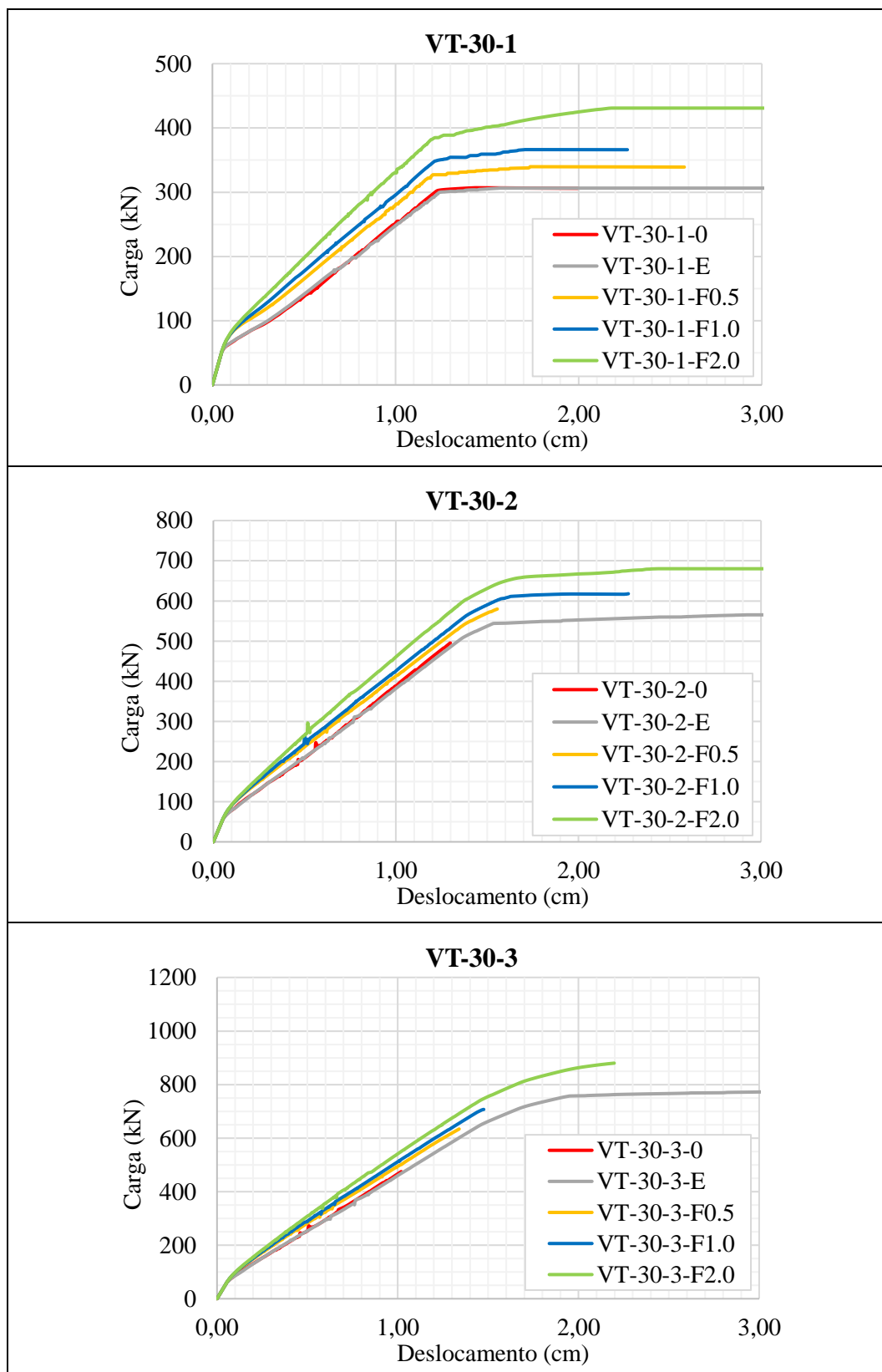


Figura 7.5: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas empregando concreto C30.

As vigas empregando concreto da classe C50, apresentadas no quadro da Figura 7.6, têm comportamentos semelhantes aos observados nas vigas anteriores. Novamente, a viga base com menor taxa de armadura e carregamento característico, VT-50-1, não apresenta falha por corte mesmo na ausência de reforços transversais. Nessa é observada a sobreposição dos diagramas das vigas com estribos e sem reforços, além do aumento da capacidade portante e da rigidez na presença das fibras de aço.

A segunda viga base, VT-50-2, na ausência de reforços transversais, apresenta falha por corte no início do escoamento das armaduras tracionadas. Assim como no conjunto anterior, um reforço transversal em fibras de aço de 0,5% se mostra suficiente para garantir que a falha na peça ocorra por flexão, dada a proximidade dos modos de falha. Novamente, conforme o esperado, o aumento do teor de fibras conduz a cargas de ruptura superiores e ao aumento da rigidez das peças.

A terceira viga base, VT-50-3, de forma semelhante à viga VT-30-3, contribui para o entendimento da possibilidade de substituição dos estribos por fibras de aço. Para essa viga, na ausência de reforços transversais, é observada a aproximação dos modos de falha por flexão e cisalhamento, em relação à classe de concreto anterior, resultado esperado visto que o concreto adotado apresenta maior resistência. Em relação ao reforço com fibras de aço, é observado que o volume de fibras de 1,0% é suficiente para alterar o modo de falha da viga para flexão. A redução do volume de fibras necessário, em comparação à viga VT-30-3, está relacionada à maior capacidade resistente da peça sem reforços e ao aumento da capacidade de transferência de tensões na interface fibra-matriz, influenciada pela resistência à tração do concreto.

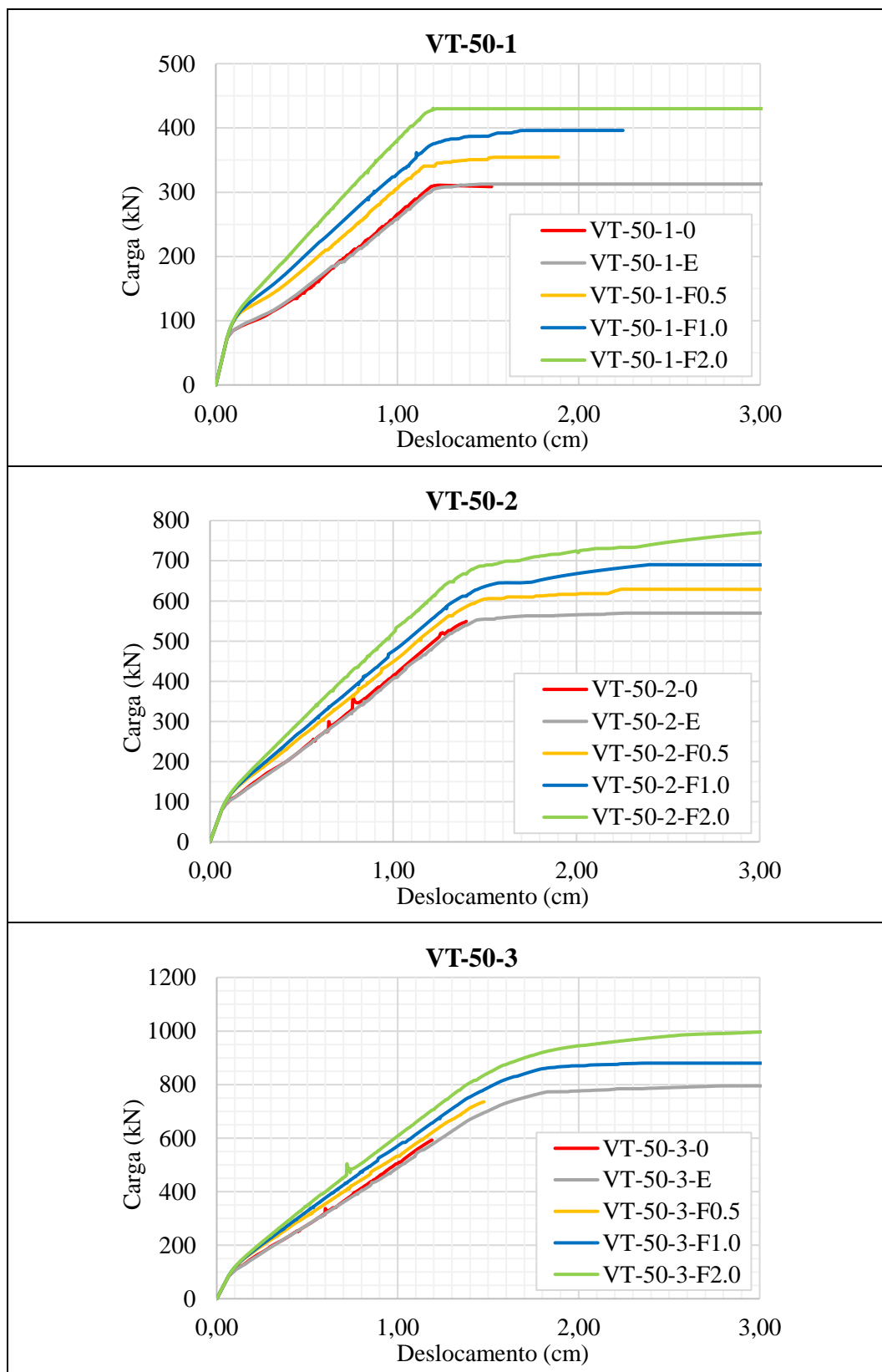


Figura 7.6: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas empregando concreto C50.

As vigas base onde é empregado o concreto C70 são apresentadas no quadro da Figura 7.7. Novamente, a viga de menor carregamento característico, VT-70-1, não apresenta falha por cisalhamento mesmo na ausência de reforços transversais. Dessa forma, nessa é apenas observado o aumento da carga última e da rigidez da peça com o aumento do teor de fibras.

Nesse conjunto, a segunda viga base, VT-70-2, apresenta o mesmo comportamento observado anteriormente nas primeiras vigas base, VT-30-1, VT-50-1 e VT-70-1. Nessa viga as fibras de aço apenas aumentam sua capacidade portante e rigidez, visto que, mesmo na ausência de reforços transversais, não é observada falha por corte. Este comportamento está em conformidade ao observado anteriormente para vigas base de $\rho = 2,0\%$, onde o aumento da resistência do concreto aproxima seus modos de falha por flexão e corte na ausência de reforços transversais. Cabe ainda reiterar que, na viga VT-50-2-0, sem reforços transversais, a falha por corte ocorre no início do escoamento das armaduras tracionadas, indicando previamente que o aumento da resistência do concreto resultaria na alteração do modo de falha de corte para flexão.

A terceira viga base do conjunto, VT-70-3, em conformidade ao observado nas demais vigas com essa taxa de armadura, apresenta ruptura por corte na ausência de reforços transversais. Todavia, conforme a tendência observada nas demais vigas, o aumento da resistência do concreto resulta em uma maior da capacidade resistente da peça sem reforços, aproximando os modos de falha em relação aos observados anteriormente para vigas com $\rho = 3,0\%$ sem reforços transversais. Para esta viga base, o volume de fibras de 0,5% conduz à falha por corte no início do escoamento das armaduras tracionadas, em uma carga superior à observada na viga reforçada com estribos. Assim, um volume de fibras de 1,0% é necessário para alterar do modo de falha da viga de corte para flexão.

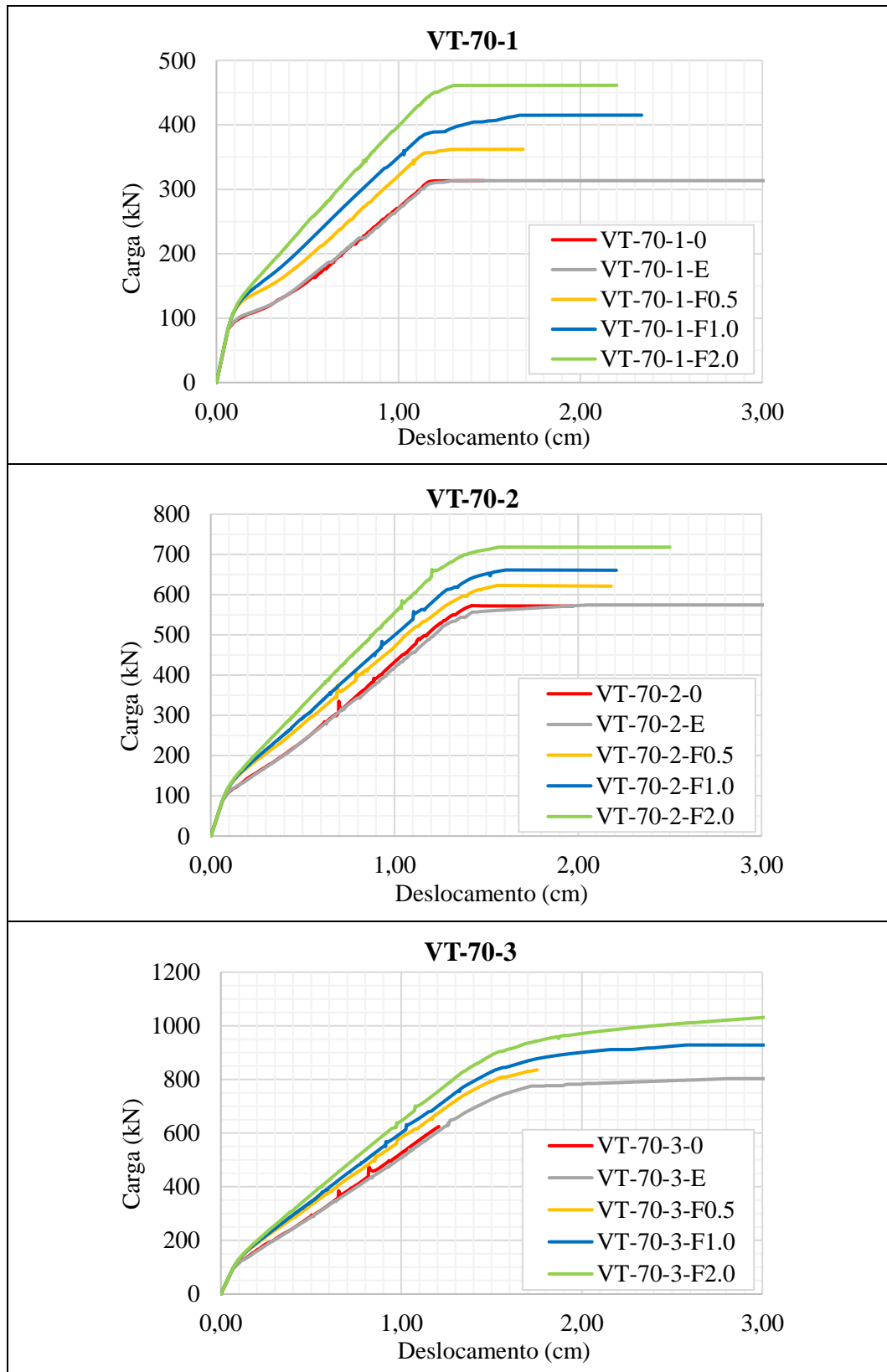


Figura 7.7: Quadro com diagramas carga-deslocamento para vigas empregando concreto C70.

De forma geral, para as vigas reforçadas transversalmente com estribos, independentemente da classe de concreto, é observado que o dimensionamento apresentado pela NBR 6118:2014 é cauteloso, não sendo observada nenhuma falha por cisalhamento nesse conjunto. Esse comportamento é esperado visto que a ruptura por corte ocorre bruscamente, enquanto a ruptura por flexão apresenta sinais, como deslocamentos excessivos e alta fissuração.

As vigas sem reforço transversal apresentam falhas por flexão, cisalhamento e flexão com cisalhamento. Para taxas de armadura de 1%, essas apresentaram o mesmo comportamento com e sem o empregado de estribos. Para as taxas de 2% é observada a transição do modo de falha de cisalhamento para flexão com o aumento da resistência do concreto. Enquanto, para as taxas de 3%, as vigas com maiores carregamentos, todas essas vigas apresentam falha por cisalhamento na ausência de reforços transversais.

As vigas que empregam CRFA sempre apresentam maiores cargas de ruptura em relação às vigas sem reforço transversal. Quanto à substituição dos estribos, em relação à resposta estrutural, diferentes volumes de fibras se mostram necessários, variando conforme a resistência do concreto empregado. Ainda, para as vigas empregando CRFA, é observado um aumento na rigidez à flexão das peças com o aumento do volume de fibras, visto que essas introduzem ductilidade no concreto fissurado e dificultam a propagação das fissuras.

7.6 AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE ESTRUTURAL

Para realização das análises probabilísticas é empregada a ferramenta desenvolvida e é adotado o método de FORM através do algoritmo iHLRF. O método de Monte Carlo não é empregado devido ao elevado custo computacional requerido para solução do modelo numérico. Para alimentação da ferramenta PARANSYS são empregados os modelos desenvolvidos na seção anterior.

A função de estado limite adotada, que representa a margem de segurança em relação ao estado limite último, é dada por (7.27), onde P_R é a carga resistida pelo modelo numérico, obtida através da integração com o *software* ANSYS e \mathbf{X} é o vetor que contém todas as variáveis aleatórias empregadas.

$$g(\mathbf{X}) = \theta_R P_R - \theta_S (G + Q) \quad (7.27)$$

Os índices de confiabilidade (β) obtidos através do acoplamento realizado pelo PARANSYS são apresentados na Tabela 20. Através desses é observado que, com o aumento da taxa de armadura tracionada, e conseqüentemente da carga característica, o índice de confiabilidade das vigas com estribos tende a crescer, enquanto, nas demais situações, esse tende a reduzir. Através das vigas sem reforços transversais é observada a contribuição do concreto em relação aos esforços transversais, onde o aumento da resistência do material controla a queda no índice de confiabilidade, visto que essas passam a falhar por flexão, ou, ao menos, se aproximam desse modo de falha. Para as vigas reforçadas com fibras de aço é observado o aumento da confiabilidade com o teor de fibras, havendo ainda um aumento geral da confiabilidade de vigas que falham por flexão na ausência de reforços. No capítulo seguinte é apresentada uma análise paramétrica dos resultados aqui apresentados.

Tabela 20: Índices de confiabilidade das vigas estudadas.

Viga	Sem Reforço	Estribos	$V_f = 0,5\%$	$V_f = 1,0\%$	$V_f = 2,0\%$
VT-30-1	3,72	3,66	4,11	4,53	5,17
VT-30-2	2,71	3,77	3,77	4,36	4,48
VT-30-3	1,65	3,98	3,00	3,26	3,51
VT-50-1	3,62	3,56	4,28	4,81	5,48
VT-50-2	3,65	3,65	4,15	4,34	4,93
VT-50-3	2,55	3,77	3,28	4,14	4,87
VT-70-1	3,77	3,71	4,23	4,71	5,65
VT-70-2	3,48	3,74	3,99	4,28	4,71
VT-70-3	3,00	4,17	3,72	4,08	4,92

Para fins de comparação entre metodologias e confirmação dos resultados obtidos, são selecionadas 10 vigas para as quais são construídas superfícies de resposta para representação da carga resistida pelo modelo (P_R), através da ferramenta PDS do *software* ANSYS, conforme apresentado na seção 6.1. São adotadas superfícies polinomiais quadráticas, com a consideração dos termos cruzados, e a metodologia de amostragem é o *Central Composite Design* (CCD), centrado na média das variáveis aleatórias. A determinação da confiabilidade estrutural é novamente realizada através do método FORM com o algoritmo iHLRF.

Na Tabela 21 são apresentados os índices de confiabilidade obtidos por ambas metodologias, juntamente com os erros absoluto e relativo, seus valores médios e desvios padrões. No geral não são observadas grandes discrepâncias nos valores obtidos pelas diferentes metodologias, sendo o erro absoluto médio -0,023. A maior diferença é observado na viga VT-30-3-0, que apresenta um erro relativo consideravelmente alto, de -13,7%, mas que em termos absolutos, por ser a viga de menor confiabilidade, é de somente -0,23.

Tabela 21: Índices de confiabilidade obtidos pelas diferentes metodologias para as vigas selecionadas.

Viga	Índices de confiabilidade		Erros	
	Superfície de resposta	Acoplamento direto	Absoluto	Relativo
VT-30-1-E	3,67	3,66	0,01	0,3%
VT-30-3-0	1,42	1,65	-0,23	-13,7%
VT-30-3-F1.0	3,35	3,26	0,09	2,7%
VT-50-1-E	3,68	3,56	0,12	3,4%
VT-50-1-F2.0	5,40	5,48	-0,07	-1,4%
VT-50-3-0	2,58	2,55	0,03	1,1%
VT-50-3-F0.5	3,38	3,28	0,10	3,1%
VT-70-1-F1.0	4,68	4,71	-0,03	-0,6%
VT-70-2-F2.0	4,57	4,71	-0,14	-3,0%
VT-70-3-F0.5	3,61	3,72	-0,11	-3,0%
		Média	-0,023	-1,11%
		D. Padrão	0,109	4,75%

8 ANÁLISE PARAMÉTRICA

A fim de avaliar a influência dos parâmetros empregados nesse estudo, é apresentada uma análise paramétrica dos resultados obtidos para cargas de ruptura e índices de confiabilidade, permitindo assim uma avaliação inicial da possibilidade de substituição dos estribos por fibras de aço. Os resultados apresentados são discutidos preliminarmente em cada seção e posteriormente é apresentada uma análise condensada. As vigas reforçadas com estribos são adotadas como valores de referência.

8.1 EM RELAÇÃO À RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO

Para a avaliação dos resultados em relação à resistência à compressão do concreto, esses são apresentados por taxa de armadura tracionada (ρ), dado que as vigas de referência apresentam cargas de ruptura aproximadamente constantes para os três concretos empregados.

Nas vigas com $\rho = 1,0\%$, a menor intensidade de carregamento, apresentadas no quadro da Figura 8.1, todas as falhas observadas ocorrem por flexão. Nesse conjunto é constatada uma inclinação de crescimento das cargas de rupturas e índices de confiabilidade, nas vigas reforçadas com fibras de aço, com o aumento da resistência do concreto. É observado que esse efeito tende a aumentar com o crescimento do teor de fibras empregadas e é inexistente nas peças sem fibras, demonstrando assim a influência da resistência da matriz no CRFA.

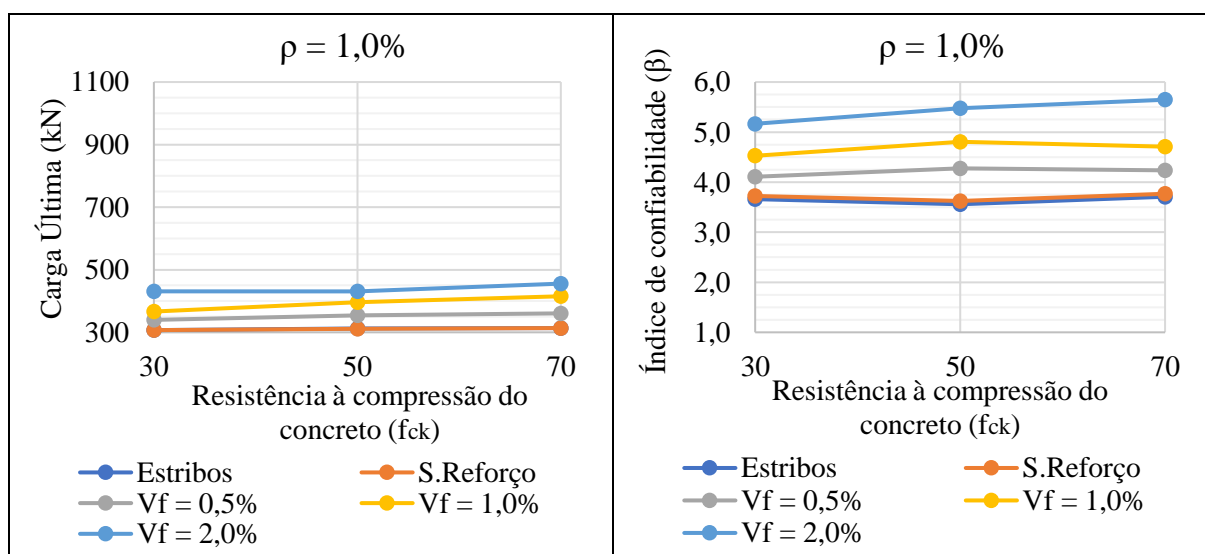


Figura 8.1: Quadro com resultados em relação à resistência à compressão do concreto para $\rho = 1,0\%$.

Para as vigas com $\rho = 2,0\%$, apresentadas no quadro da Figura 8.2, são observados incrementos nas cargas de ruptura das vigas com $f_{ck} = 50$ MPa que não acontecem nas demais e podem estar relacionados à transição da resistência do concreto de normal para alta. Novamente é observada a tendência de crescimento da capacidade resistente e do índice de confiabilidade com o aumento da resistência do concreto e do volume de fibras. Neste conjunto é observada apenas uma falha por corte, VT-30-2-0, que apresenta carga de ruptura e índice de confiabilidade inferiores aos valores de referência. Ainda são observadas duas falhas por flexão e corte neste conjunto, vigas VT-30-2-F0.5 e VT-50-2-0, expondo que tanto o aumento da resistência do concreto, quanto o acréscimo de um baixo teor de fibras, aproxima os modos de falha da viga anteriormente citada.

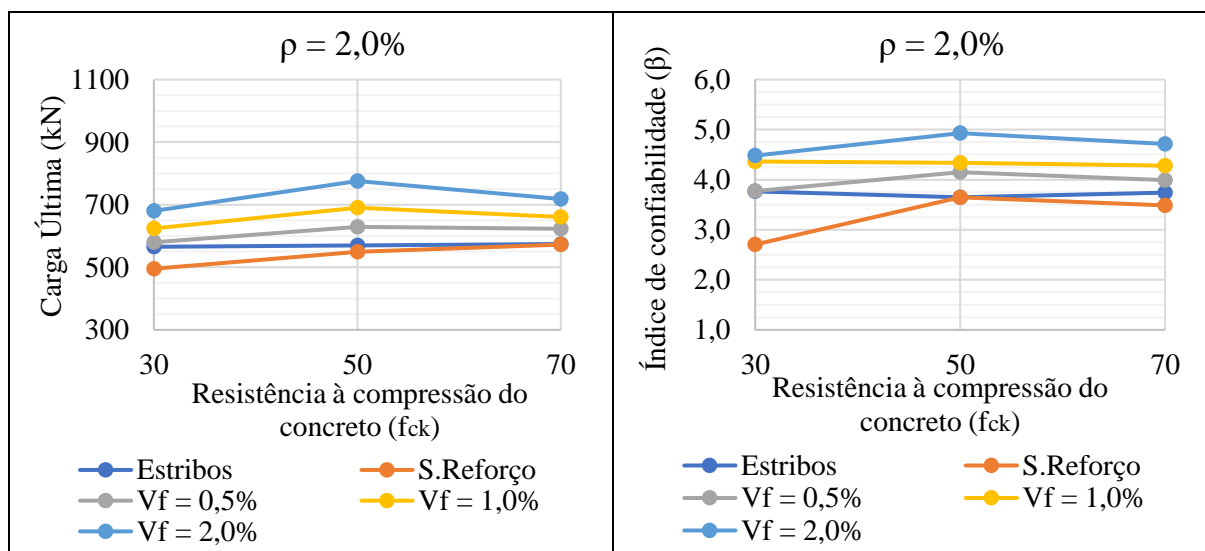


Figura 8.2: Quadro com resultados em relação à resistência à compressão do concreto para $\rho = 2,0\%$.

As vigas com $\rho = 3,0\%$, correspondentes ao maior carregamento, são apresentadas no quadro da Figura 8.3. Por este conjunto necessitar os maiores reforços transversais e apresentar falhas por corte na ausência desses, esse facilita a compreensão do CRFA como reforço transversal. Através dos resultados é observado que o aumento da resistência do concreto majora a capacidade resistente das vigas sem reforços, indicando a possibilidade de redução do teor de fibras. Todavia, observando os índices de confiabilidade e modos de falha, torna-se evidente que a comparação apenas da carga de ruptura pode conduzir a peças com níveis de segurança estrutural inferiores aos obtidos adotando estribos e que falham bruscamente, por cisalhamento.

Nos gráficos apresentados é observado que os volumes de fibras de 2,0%, 1,0% e 0,5% são suficientes para atingir cargas de ruptura superiores às obtidas com estribos nas vigas empregando C30, C50 e C70, respectivamente. Entretanto, através dos índices de confiabilidade obtidos, é observado que a viga empregando C30 não é capaz de cumprir sua função estrutural, enquanto as vigas em C50 e C70 precisam de um volume de fibras mínimo de 1,0%.

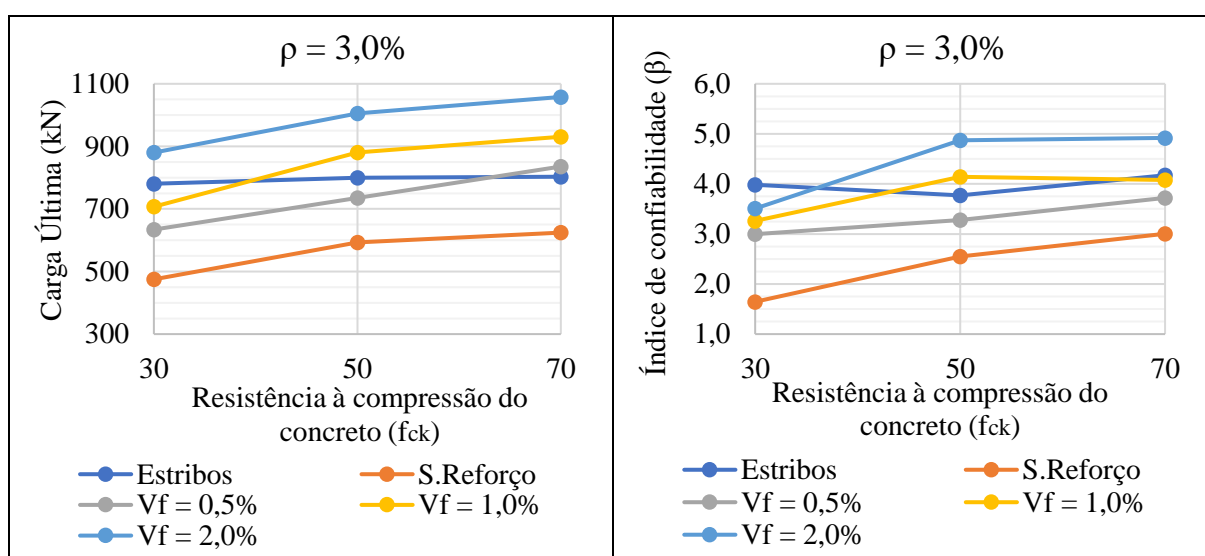


Figura 8.3: Quadro com resultados em relação à resistência à compressão do concreto para $\rho = 3,0\%$.

8.2 EM RELAÇÃO AO VOLUME DE FIBRAS

Para avaliação dos resultados em relação ao volume de fibras empregado, esses são apresentados por taxa de armadura tracionada (ρ), dado que as vigas de referência apresentam cargas de ruptura constantes para os três concretos empregados e índices de confiabilidade próximos. Os valores de referência apresentados, obtidos através de vigas com estribos, são os valores médios para os três diferentes concretos.

As vigas com $\rho = 1,0\%$ e $2,0\%$ são apresentadas no quadro da Figura 8.4. Para esses conjuntos as cargas de ruptura e índices de confiabilidade são crescentes com o teor de fibras e o aumento da resistência do concreto, tendo o primeiro maior relevância. Nestes conjuntos a ocorrência de falhas por corte é limitada a viga VT-30-2-F0.5, que ocorre no início do escoamento das armaduras tracionadas, sendo então uma falha por flexão e corte. Para essa viga, a carga de ruptura e o índice de confiabilidade obtidos são semelhantes aos observados empregando

estribos, dada a proximidade dos modos de falha, havendo então manutenção da confiabilidade na substituição dos estribos por fibras nesses conjuntos.

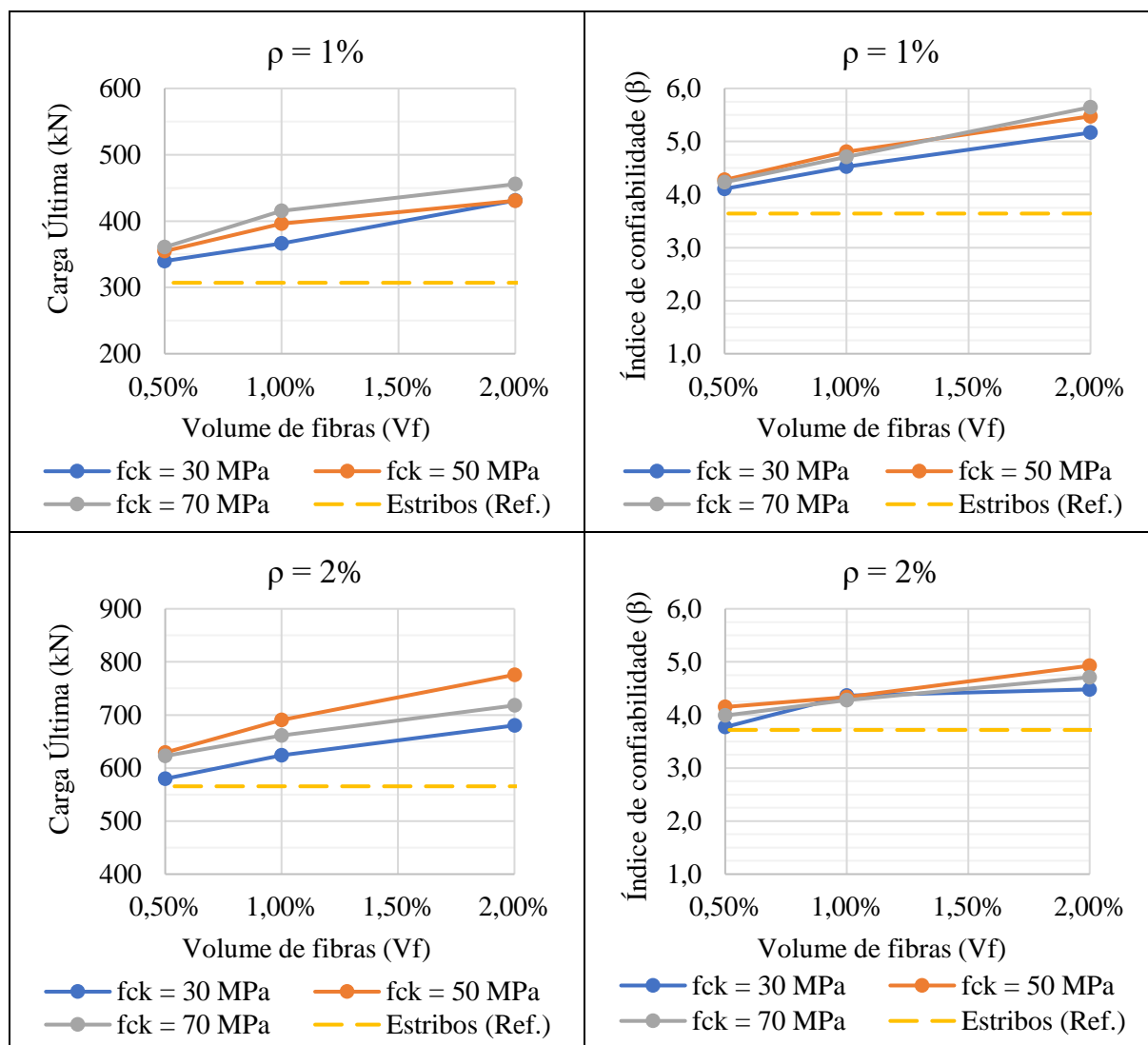


Figura 8.4: Quadro com resultados em relação ao volume de fibras para $\rho = 1,0\%$ e $2,0\%$

Para as vigas com $\rho = 3,0\%$, apresentadas no quadro da Figura 8.5, através da linha de valores de referência podem ser estimados os volumes de fibras ideais para perfeita substituição dos estribos pelas fibras para dado nível de carregamento e tais concretos. Todavia, é evidente a discrepância entre os teores de fibras necessários para igualar a carga última ou o índice de confiabilidade. Para as vigas em questão o concreto C30 não pode ser empregado na substituição, apresentando baixos índices de confiabilidade e peças que falham por corte ou esmagamento do concreto, conforme citado no capítulo anterior. Empregando concretos das classes C50 e C70 são encontrados teores de fibras de $1,0\%$ e $0,5\%$, respectivamente, para que

haja manutenção da carga última, todavia, para que seja mantida a confiabilidade estrutural são necessários teores de fibras de no mínimo 1,0% para ambas classes de concreto.

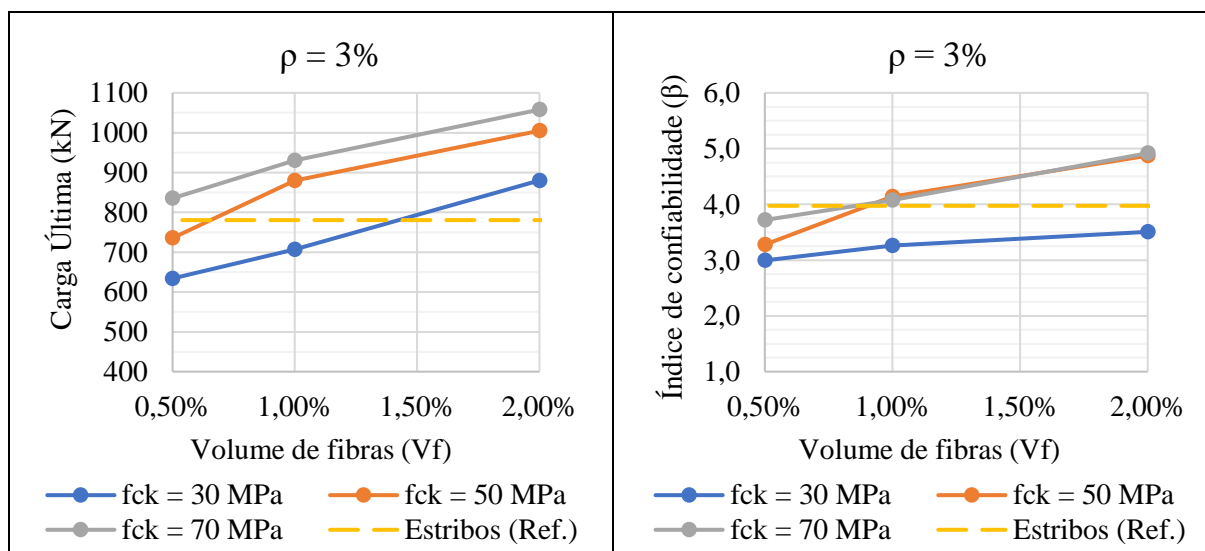


Figura 8.5: Quadro com resultados em relação ao volume de fibras para $\rho = 3,0\%$

8.3 EM RELAÇÃO À TAXA DE ARMADURA TRACIONADA

Para avaliação dos resultados em relação à taxa de armadura tracionada (ρ), esses são classificados pela resistência do concreto. Através dos resultados apresentados no quadro da Figura 8.6 são reforçadas as conclusões obtidas anteriormente. Ainda é observada a diminuição do índice de confiabilidade com o aumento da taxa de armadura, e conseqüentemente do carregamento, para as vigas reforçadas com fibras de aço, efeito que tende a ser minimizada com o aumento da resistência do concreto.

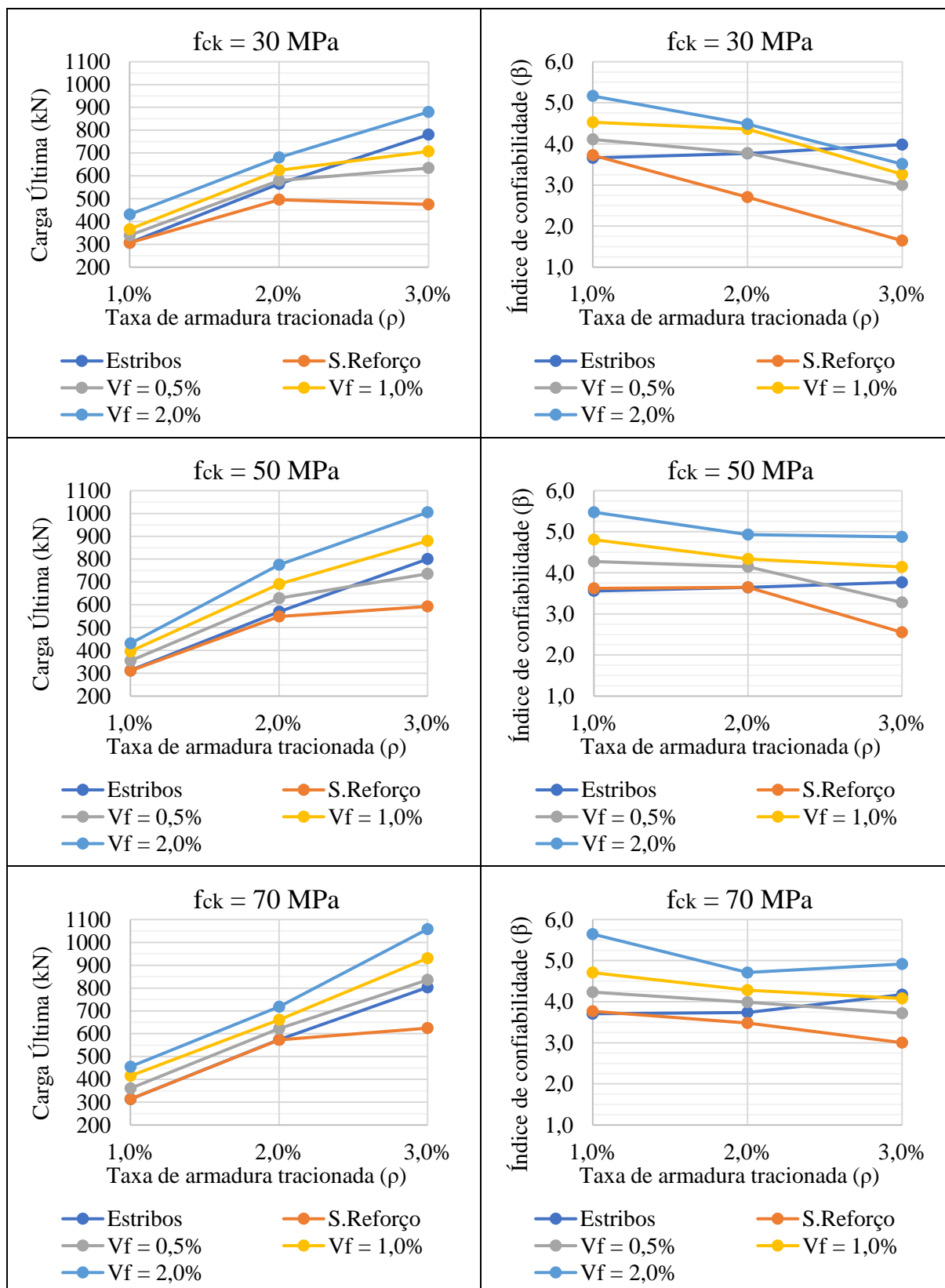


Figura 8.6: Quadro com resultados em relação à taxa de armadura tracionada.

8.4 ANÁLISE GERAL

Através das análises realizadas em relação aos diferentes parâmetros é possível concluir que a substituição dos estribos por fibras de aço para absorção dos esforços transversais é viável. Todavia, para sua realização é necessária atenção em relação aos diferentes mecanismos de funcionamento do CRFA, onde a absorção dos esforços pelas fibras depende da matriz de concreto, que, por sua vez, é o material que apresenta maiores variabilidades em suas propriedades. De forma geral, as vigas que na ausência de reforços transversais apresentam falhas por corte, ou seja, as que realmente necessitam dos reforços transversais, requerem grande margem de segurança quando reforçadas com fibras de aço, obtendo assim um dimensionamento cauteloso, e semelhante ao alcançado com estribos, em que o principal modo de falha é a flexão.

9 CONCLUSÕES

Nesse trabalho, a possibilidade de substituição das armaduras transversais de vigas em concreto armado por fibras de aço é avaliada em relação às cargas de ruptura, modos de falha e índices de confiabilidade, adotando os valores obtidos com estribos como referência.

A determinação do comportamento das vigas estudadas através do método dos elementos finitos, fazendo uso do *software* ANSYS e de modelos constitutivos personalizados, possibilita a consideração dos diversos fenômenos que regem os comportamentos do concreto e do concreto reforçado com fibras de aço. Dessa forma, a simulação numérica de ensaios experimentais apresenta boa correlação em relação às cargas últimas, modos de falha e diagramas carga-deslocamento. O critério proposto nesse trabalho para consideração do efeito de *tension-stiffening*, com a orientação das fissuras e os tipos de armaduras adotados, se mostrou de extrema importância para simulação de peças sem reforços transversais.

A implementação dos diferentes métodos de confiabilidade estrutural abordados, método de Monte Carlo, com amostragem direta e por importância, e método de confiabilidade de primeira ordem, na ferramenta desenvolvida para avaliação da confiabilidade estrutural apresentam excelentes resultados. A validação da ferramenta, através de problemas de formulação explícita, obtidos na literatura, e implícita, com três vigas estudadas por Scherer (2018), de forma acoplada ao ANSYS, comprovam sua funcionalidade e versatilidade.

Quanto às vigas estudadas, é observado que o dimensionamento ao esforço cortante pela NBR 6118:2014 é cauteloso em relação aos esforços transversais, não sendo observada nenhuma falha por corte com seu emprego. Enquanto, as vigas modeladas sem o emprego de reforços transversais apresentam modos de falha por corte independentemente da resistência do concreto quando submetidas a grandes carregamentos, e, para carregamentos médios combinados com concretos de baixa resistência, que, com o aumento da resistência do concreto, tendem a transformar-se em falhas por flexão.

As vigas reforçadas transversalmente por fibras de aço apresentam comportamentos diversificados. Para vigas em CRFA onde a viga base não apresenta modo de falha por corte, mesmo na ausência de reforços transversais, as fibras tendem a aumentar as cargas de ruptura e índices de confiabilidade de maneira semelhante, mantendo o modo de falha por flexão. Quanto às vigas base onde os reforços transversais são de fato necessários, é observado que o

teor de fibras suficiente para obtenção de cargas de ruptura equivalentes, ou superiores, às de referência pode não produzir índices de confiabilidade que garantam o mesmo nível segurança estrutural. Assim, maior margem de segurança em relação à carga última do CRFA se faz necessária, dado que o material apresenta maior dependência da matriz de concreto, que apresenta maiores variabilidades em suas propriedades.

Dessa forma, a possibilidade de substituição das armaduras transversais de vigas em concreto armado por fibras de aço se mostra viável. Todavia, atenção é necessária em relação ao grau de segurança obtido com tal substituição, onde devem ser adotadas maiores margens de segurança, ou, melhor controle sobre a produção do concreto, garantindo níveis de segurança estrutural satisfatórios.

Para trabalhos futuros sugere-se: a adoção de melhores critérios para determinação da distância entre as fissuras do CRFA; a avaliação da confiabilidade dos métodos de dimensionamento para o CRFA adotados em normas internacionais; a otimização dos modelos implementados para realização de simulações pelo método de Monte Carlo; a avaliação conjunta de ambos modos de falhas das vigas, com a implementação de soluções para múltiplos modos de falhas no PARANSYS; e a introdução de metamodelos no PARANSYS, de forma a otimizar seu uso em modelos de alto custo computacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 544.1R-96**: Report on Fiber Reinforced Concrete. Farmington Hills, 1996.

_____. **ACI 544.3R-08**: Guide for Specifying, Proportioning, and Production of Fiber-Reinforced Concrete. Farmington Hills, 2008.

_____. **ACI 544.4R-18**: Guide to Design with Fiber-Reinforced Concrete. Farmington Hills, 2018.

ANG, A.H-S.; TANG, W.H. **Probability Concepts in Engineering**. Volume I: Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 2006.

ANG, A.H-S.; TANG, W.H. **Probability Concepts in Engineering Planning and Design**: Volume II: Decision, Risk, and Reliability. New York: John Wiley & Sons, 1984.

ANSYS Inc. **Mechanical APDL Theory Reference** (Release 15.0), 2013.

ANSYS Inc. **Mechanical APDL Theory Reference** (Release 19.2), 2019.

AQUINO, *et al.* Reliability of timber beams subject to bending designed in accordance to NBR 7190:1997 by the Monte Carlo method with importance sampling. In.: International Conference on Structural Health Assessment of Timber Structures, 5., 2019, Guimarães. **Proceedings...** Guimarães. 2020.

ARAÚJO, J.M. **Curso de Concreto Armado**. Rio Grande: Editora Dunas, 2014. 4 v.

ARCELORMITTAL. **Catálogo de produtos: Dramix®**. 2018.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8681**: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

BARBOSA, P.R. **Análise probabilística de pilares de concreto armado através do método dos elementos finitos**. 2017. 210 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

BARTOS, P. Review paper: bond in fibre reinforced cements and concretes. **Int. J. Cem. Comp. & Ltwt. Concr.**, v. 3, p. 159-177, 1981.

BATHE, K. **Finite Element Procedures**. 2nd ed. Watertown: Prentice Hall, Pearson Education, 1996. 1065 p.

BECK, A.T. **Um método para análise de confiabilidade para elementos finitos**. 1999. 194 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1999.

BECK, A.T. **Confiabilidade e Segurança das Estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2019.

BECK, A.T.; ROSA, E. Structural reliability analysis using deterministic finite element programs. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 3, n. 3, p. 197-222, 2006.

BENTUR, A.; MINDESS, S. **Fibre Reinforced Cementitious Composites**. 2nd ed. New York, Taylor & Francis Group, 2007, 601 p.

BITENCOURT JUNIOR, L.A.G. **Desenvolvimento de uma plataforma computacional para análise via método dos elementos finitos de estruturas de concreto armado convencional e reforçado com fibras de aço**. 2009. 156 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2009.

BUCHER, C.G. Adaptive sampling – an iterative fast Monte Carlo procedure. **Structural safety**, v. 5, n. 2, p. 119-126, 1988.

DINIZ, S.M.C. A confiabilidade estrutural e a evolução das normas técnicas. In: VI SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, **Anais...** São Paulo, 2006.

DUTRA, V.F.P. **Um modelo constitutivo para o Concreto Reforçado com Fibras de Aço via teoria da homogeneização**. 2012. 247 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BETÓN. **MC2010: fib Model Code for Concrete Structures**. 2013.

FIGUEIREDO, A. D. **Concreto com fibras de aço**. São Paulo: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2000. 69 p. Boletim Técnico série BT/PCC/260.

_____. Concreto com fibras. **Concreto Ensino, Pesquisa e Realizações. Ibracon**, v. 2. São Paulo: Iapis Gráfica e Editora, 2005. cap. 39, p. 1195-1225.

GALAMBOS, T. V.; ELLINGWOOD, B.; MACGREGOR, J.G.; CORNELL, C.A. Probability based load criteria: Assessment of current design practice. **Journal of the Structural Division**, v. 108, p. 959-977, 1982.

GAVA, G. P. **Análise teórica-experimental do comportamento à flexão de vigas de concreto reforçado com fibras de aço**. 2006. 306 p. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.

GOMES, H. M. **Técnicas de avaliação da confiabilidade de estruturas de concreto armado**. 2001. 231 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2001.

HALDAR, A.; MAHADEVAN, S. **Probability, Reliability, and Statistical Methods in Engineering Design**. New York: JohnWiley & Sons, 1999.

HASOFER, A.M.; LIND, N.C. Exact and invariant second-moment code format. **Journal of the Engineering Mechanics division**, v. 100, n. 1, p. 111-121, 1974.

HINTON, E. **Numerical methods and software for dynamic analysis of plates and shells**. Swansea: Pineridge Press Limited, 550p. 1988.

HOLANDA, K. M. A. **Análise dos mecanismos resistentes e da similaridades dos efeitos de adição de fibras de aço na resistência e ductilidade à punção de lajes-cogumelo e ao cisalhamento de vigas de concreto**. 2002. 278 p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY. **JCSS Probabilistic Model Code**. Lyngby, 2001.

KOVÁCS, I.; BALÁZS, G. L. Structural behaviour of steel fibre reinforced concrete. **Structural Concrete**, v. 4, n. 2, p. 57-63, 2003.

LAZZARI, B. M. **Análise por Elementos Finitos de Peças de Concreto Armado e Protendido sob Estados Planos de Tensão**. 2015. 208 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2015.

LAZZARI, P. M. **Simulação numérica das etapas construtivas de pontes estaiadas através do método dos elementos finitos**. 2016. 301 f. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2016.

LEONHARDT, F.; WALTHER, R. Wandartige Träger. **Deutscher Ausschuss für Stahlbeton**, v. 178, p. 161-173, 1962.

LIM, T. Y.; PARAMASIVAM, P.; LEE, S. L. Analytical model for tensile behavior of steel-fiber concrete. **ACI Materials Journal**, v. 84, n. 4, p. 286-298, 1987.

LIM, D. H.; OH, B. H. Experimental and theoretical investigation on the shear of steel fibre reinforced concrete beams. **Engineering structures**, v. 21, n. 10, p. 937-944, 1999.

LIU, P.-L.; DER KIUREGHIAN, A. Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances. **Probabilistic Engineering Mechanics**, v. 1, n. 2, p. 105-112, 1986.

LUENBERGER, D.; YE, Y. **Linear and nonlinear programming third edition**. 3rd ed. New York: Springer, 2008.

MADSEN, H.O.; KRENK, S.; LIND, N.C. **Methods of Structural Safety**. New Jersey: Prentice Hall, 1986.

MELCHERS, R.E. Importance sampling in structural systems. **Structural safety**, v. 6, n. 1, p. 3-10, 1989.

MELCHERS, R.E. Search-based importance sampling. **Structural safety**, v. 9, n. 2, p. 117-128, 1990.

MELCHERS, R.E.; BECK, A.T. **Structural reliability analysis and prediction**. 3rd ed. John Wiley & Sons, 2018.

MINDESS, S. Fibre reinforced concrete: challenges and prospects. In: Second University-Industry Workshop on Fiber Reinforced Concrete and Other Advanced Materials. Toronto, Canada, 1995. **Proceedings**. p. 1-12.

MIRZA, S. A.; MACGREGOR, J. G. Probabilistic study of strength of reinforced concrete members. **Canadian Journal of Civil Engineering**, v. 9, n. 3, p. 431-448, 1982.

MURUGAPPAN, K.; PARAMASIVAM, P.; TAN, K. H. Failure envelope for steel-fiber concrete under biaxial compression. **Journal of materials in civil engineering**, v. 5, n. 4, p. 436-446, 1993.

NAAMAN, A. E.; NAJM, H. S. Bond-slip mechanisms of steel fibers in concrete. **ACI Materials Journal**, v. 88, n. 2, p. 135-145, Mar.-Apr. 1991.

NOWAK, A.S.; COLLINS, K.R. **Reliability of Structures**. McGraw-Hill Companies, Inc., 2000.

OLIVEIRA, A.H.C.R. **Estudo comparativo da confiabilidade de pilares de concreto armado dimensionados de acordo com a norma brasileira NBR 6118:2014 e com o código americano ACI 318:2014**. 2018. 158 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

OTTOSEN, N. S. A failure criterion for concrete. **Jornal of Engineering Mechanics Division, ASCE**, v. 103, n. 4, p. 527-535, 1977.

PALIGA, C.M. **Análise probabilística de vigas de concreto armado recuperadas à flexão, através do Método de Monte Carlo utilizando um modelo de elementos finitos.** 2008. 249 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

PASA, V.F. **Análise do comportamento de estruturas de concreto reforçado com fibras de aço via método dos elementos finitos.** 2007. 158 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2007.

QUEVEDO, F.P.M. **Comportamento à longo prazo de túneis profundos revestidos com concreto: Modelo em elementos finitos.** 2017. 210 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

RACKWITZ, R; FIESSLER, B. **Note on discrete safety checking when using non-normal stochastic models for basic variables.** Cambridge: MIT, 1976.

RACKWITZ, R.; FLESSLER, B. Structural reliability under combined random load sequences. **Computers & Structures**, v. 9, n. 5, p. 489-494, 1978.

REAL, M.V. **Análise probabilística de estruturas de concreto armado, sob estado plano de tensão, através do método dos elementos finitos.** 2000. 249 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2000.

SANT'ANA, M. V. P. **Modelo numérico para concreto reforçado com fibras.** 2005. 105 p. Dissertação (Mestrado) – Centro de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual do Norte Fluminense, Campos dos Goytacazes – RJ, 2005.

SANTOS, D. M.; STUCCHI, F.R.; BECK, A.T. Confiabilidade de vigas projetadas de acordo com as normas brasileiras. **Revista IBRACON de estruturas e materiais**, São Paulo, v. 7, n. 5, p. 723-743, 2014.

SCHERER, M. **Avaliação da confiabilidade de vigas de concreto armado pelo método dos elementos finitos.** 2018. 180 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

SEOW, P. E. G; SWADDIWUDHIPONG, S. Failure surface for concrete under multiaxial load - a unified approach. **Journal of materials in civil engineering**, v. 17, n. 2, p. 219-228, 2005.

SIDDIQUI, N. A. *et al.* Reliability Assessment of HFRC Slabs Against Projectile Impact. **International Journal of Concrete Structures and Materials**, v. 12, n. 1, p. 58, 2018.

SILVA, G. R. **Análise da confiabilidade da ligação laje-pilar interno sob punção de acordo com a NBR-6118:2014**. 2017. 174 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.

SIMÕES, L. C. **Um modelo constitutivo para o concreto com fibras**. 1998. 111 p. Dissertação (Mestrado) – Departamentos de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1998.

TAHENNI, T.; CHEMROUK, M.; LECOMPTE, T. Effect of steel fibers on the shear behavior of high strength concrete beams. **Construction and Building Materials**, v. 105, p. 14-28, 2016.

TRAINA, L. A.; MANSOUR, S. A. Biaxial strength and deformational behavior of plain and steel fiber concrete. **ACI Materials Journal**, v. 88, n. 4, 1991.

VOO, J. Y. L.; FOSTER, S. J. **Variable Engagement Model for Fibre Reinforced Concrete in Tension**. Sydney: The University of New South Wales, 2003. 86 p. Uniciv Report No. R-420.

WILLAM, K. J.; WARNKE, E.P. Constitutive models for the triaxial behavior of concrete. International Association of Bridge Structures, **Proceedings...**, v. 19, p. 1-30, 1975.

YE, Z., *et al.* Experimental Investigation on Shear Fatigue Behavior of Reinforced Concrete Beams with Corroded Stirrups. **Journal of Bridge Engineering**, v. 24, n. 2, p. 04018117, 2018.

ZHANG, Y.; DER KIUREGHIAN, A. Two improved algorithms for reliability analysis. In: **Reliability and optimization of structural systems**. Boston, Springer: 1995. p. 297-304.

APÊNDICE A – TRELIÇA ISOSTÁTICA DE 3 BARRAS EM APDL

O código em linguagem APDL apresentado a seguir é utilizado na entrada da ferramenta PARANSYS para realização de alguns testes básicos. Esse também pode ser aplicado diretamente no software ANSYS.

```

/PREP7
! Parametros
E = 20000 ! Módulo de elasticidade
fy = 25 ! Tensão de escoamento
v = 0.26 ! Coeficiente de Poisson
epsy = fy/E ! Deformação de escoamento
Amult = 1 ! Multiplicador de área
A1 = 3*Amult ! Área da barra 1
A2 = 2*Amult ! Área da barra 2
A3 = 2*Amult ! Área da barra 3
desl = 1.5 ! Deslocamento imposto
! Definição do elemento
ET,1,LINK180
! Definição do material elastoplástico
perfeito
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,E
MPDATA,PRXY,1,,v
TB,BISO,1,1
TBTEMP,0
TBDATA,,fy,0
! Definição da geometria
K,1,0,0,0
K,2,200,0,0
K,3,100,100,0
L,1,3,1
L,1,2,1
L,2,3,1
! Definição das seções e malha
SECTYPE,1,LINK
SECDATA,A1
SECTYPE,2,LINK
SECDATA,A2
SECTYPE,3,LINK
SECDATA,A3
MAT,1
TYPE,1
ESYS,0
SMRT,OFF
SECNUM,1
LMESH,1
SECNUM,2
LMESH,2
SECNUM,3
LMESH,3
! Aplicação das condições de contorno
D,ALL,UZ,0
NSEL,S,LOC,X,0
NSEL,R,LOC,Y,0
D,ALL,UX,0
D,ALL,UY,0
NSEL,S,LOC,X,200
NSEL,R,LOC,Y,0
D,ALL,UY,0
ALLSEL

! Configura solver
/SOL
ANTYPE,0,NEW ! Análise estática
NLGEOM,OFF ! Desconsidera não
linearidade geométrica
!AUTOTS,ON ! Análise estática
OUTRES,ALL,ALL ! Grava todas etapas do
solver
CNVTOL,F,,0.01,2,0.01 ! Critério de
convergência em força
CNVTOL,U,,0.01,2,0.01 ! Critério de
convergência em deslocamento
NCNV,2,5000 ! Deslocamento de
divergência
NSUBST,100,200,20 ! Número de passos
de carga
! Aplica deslocamento em X no nó
superior
NSEL,S,LOC,X,100
NSEL,R,LOC,Y,100
D,ALL,UX,desl
ALLSEL
! Resolve
SOLVE
! Determina reações de apoio
/POST26
NUMVAR,200
RFORCE,2,2,F,X
RFORCE,3,2,F,Y
PROD,4,2,2
PROD,5,3,3
ADD,6,4,5
SQRT,7,6,,,F_ABS
*GET,FxMAX,VARI,2,EXTREM,VMAX
*GET,FyMAX,VARI,3,EXTREM,VMAX
*GET,FMAX,VARI,7,EXTREM,VMAX

```

APÊNDICE B – CÓDIGO PARA AVALIAÇÃO DA CONFIABILIDADE DE VIGA DE CONCRETO NO PARANSYS

```

"""
Viga V-25-60-1.00-25 - Scherer (2018)
"""
import paransys
import math
# Chama PARANSYS e ANSYS
form = paransys.FORM()
form.ANSYS(exec_loc='C:\\Program Files\\
    ANSYS Inc\\v170\\ansys\\bin\\winx64\\ansys170.exe',
    run_location='C:\\ANSYS\\Python\\parAnsys\\ansys',
    jobname='file', nproc=4, override=True, cleardir=True, add_flags='')
# Log para console
form.Info(True)
# Modelo do ANSYS
form.SetANSYSModel(inputname='viga-mails.inp', extrafiles=[],
    directory='C:\\ANSYS\\Python\\parAnsys\\entrada')
# Propriedades da viga
name = 'V-25-60-1.00-25_CC'
Asi = 4.78
fck = 2.50
h = 60
pk = 25
rk = 1.00
# Fixo
fy = 50
dinf = 4
# Auto
g = pk/(1+rk)
q = pk-g
Eci = 2150*(fck*1.1969)**(1/3)
if fck <= 50:
    fct = 0.03*(fck*10)**(2/3)
else:
    fct = 0.212*math.log(1+1.1*fck)
# Solver do ANSYS
nequit = 500
nsubs = 50
# Variáveis de Resistência
form.CreateVar('Asi', 'const', Asi)
form.CreateVar('fcm', 'gauss', fck*1.1969, cv=0.10)
form.CreateVar('fct', 'gauss', fct*1.1969, cv=0.10)
form.CreateVar('Eci', 'gauss', Eci*1.1969, cv=0.10)
form.CreateVar('fy', 'gauss', fy*1.0896, cv=0.05)
form.CreateVar('h', 'gauss', h, std=0.50)
form.CreateVar('dinf', 'const', dinf, std=0.50)
form.CreateVar('thetaR', 'logn', 1, 0.05)
# Variáveis de Solicitação
form.CreateVar('g', 'gauss', g*1.05, cv=0.10)
form.CreateVar('q', 'gumbel', q/1.0875, cv=0.25)
form.CreateVar('thetaS', 'logn', 1, 0.05)
# Controles do solver do ANSYS
form.CreateVar('passos', 'const', nsubs)
form.CreateVar('equilibrio', 'const', nequit)
# Sinaliza variáveis de entrada do ANSYS
form.SetANSYSVar('Asi')
form.SetANSYSVar('fcm')
form.SetANSYSVar('fct')
form.SetANSYSVar('Eci')
form.SetANSYSVar('fy')
form.SetANSYSVar('h')
form.SetANSYSVar('dinf')
form.SetANSYSVar('passos')
form.SetANSYSVar('equilibrio')

```



```
# Define correlação
form.SetCorrel('fcm', 'fct', 0.80)
form.SetCorrel('Eci', 'fct', 0.70)
form.SetCorrel('fcm', 'Eci', 0.90)
# Parametro de saída do ANSYS
form.SetANSYSOutVar('PR')
# Função de estado limite
form.SetLimState('thetaR*PR-thetaS*(g+q)')
# Roda
values = form.Run(maxIter=30, dh=0.10)
# Exporta
form.ExportDataCSV('quali\\'+name, separator=',')
```