

Universidade Federal do Rio Grande do Sul
Escola de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

**Análise Avançada de Estruturas de Aço Utilizando
Limites de Deformação Baseados no Método da
Resistência Contínua**

Éricson Rojahn

Porto Alegre
Abril de 2020

Éricson Rojahn

**Análise Avançada de Estruturas de Aço Utilizando
Limites de Deformação Baseados no Método da
Resistência Contínua**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia.

Porto Alegre

Abril de 2020

Éricson Rojahn

**Análise Avançada de Estruturas de Aço Utilizando
Limites de Deformação Baseados no Método da
Resistência Contínua**

Esta dissertação de mestrado foi julgada adequada para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA, Área de Concentração Estruturas, aprovada em sua forma final pelos professores orientadores e pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

Porto Alegre, 08 de abril de 2020.

Prof. Felipe Schaedler de Almeida

Dr. pela Universidade Federal do
Rio Grande do Sul (Orientador)

Prof. Samir Maghous

Dr. pela École Nationale des
Ponts et Chaussées (Orientador)

Prof. Nilo Cesar Consoli

Coordenador do PPGEC-UFRGS

BANCA EXAMINADORA

Prof. Inácio Benvegnu Morsch

Dr. pela Universidade Federal do
Rio Grande do Sul

Prof. Enio Carlos Mesacasa Jr.

Dr. pela Universidade de São Paulo

Prof. Mauro de Vasconcellos Real

Dr. pela Universidade Federal do
Rio Grande do Sul

Agradecimentos

À posteridade o que permanece é unicamente o texto. Tudo mais torna-se pó. Mesmo o texto pode perder-se, mas é o que mais resiste ao tempo. Registrar e escrever da maneira mais clara e transparente que estive ao meu alcance foi sempre objetivo em primeiro plano. Visando alcançá-lo, ouvi muito Beethoven e li muito Dante, ao nível de assoviar por conta a arrebatadora (como nomeá-la de outra forma?) 9ª sinfonia e jogar conversa fora usando a *terza rima* — padrões do belo que deixam extático mesmo o mais insensível dos homens. Em grande dívida encontro-me com estes senhores, que puseram — mesmo que de acordo com a capacidade deste autor — alguma dignidade em meu texto. A bem da verdade, muitos outros também contribuíram, mas os dois elencados representam bem o grupo de referência.

Porém não apenas de homens mortos faz-se um homem. Extrair do entorno o que há de melhor é-nos tarefa também. Deste feito, encontrei em professor Felipe larga paciência e ampla disponibilidade às dúvidas mais simplórias. Não fosse pelo seu suporte, perderia-me em dificuldades sem fim.

Igualmente fundamental foi sem dúvida a assistência financeira colocada pelo CNPq, que permitiu, de um modo ou de outro, que este trabalho viesse à existência.

É em nosso tempo a falta de sinceridade um dos maiores males ao estudante. Corrói o espírito e infla o peito jovem de aparências e vazios títulos. A primeira das epígrafes deixadas em página seguinte — cujo autor é a mim desconhecido — reverbera o esforço por mim despendido e traz à luz meu genuíno interesse de compreensão do tema deste trabalho. Aproveito e anoto aqui meu agradecimento ao ignorado autor.

Fac quod in te est.

“As hipóteses acerca da natureza mais profunda dos fenômenos empíricos ganham características cada vez mais matemáticas, mais abstratas, mais sofisticadas, mais sublimadas, mas também a matemática é compelida a adquirir uma maleabilidade, inicialmente insuspeitada, pela adaptação progressiva às estruturas sutis da existência”¹.

Lucian Blaga,
em *O Experimento e o Espírito Matemático*.

¹Tradução de Cristina Nicoleta Manescu

Resumo

No projeto de estruturas de aço tradicionalmente adotam-se checagens individuais dos membros para garantir a segurança da estrutura nos padrões normativos. A análise avançada consiste na elaboração de modelos em elementos finitos (EF) de barra considerando a não linearidade geométrica, a não linearidade do material e imperfeições geométricas globais. Dessa forma, os mecanismos de falha de toda a estrutura são capturados, garantindo a verificação da segurança em nível global, além de possibilitar a redistribuição de esforços em patamar de plastificação. Por utilizar EF de barra, incapazes de capturar instabilidades locais, a análise avançada fica limitada a seções compactas, que não estão sujeitas à flambagem local e que alcançam grandes níveis de deformação antes da estrutura tornar-se instável. Visando contornar esse problema, neste trabalho é estudada (para seções tipo I) a incorporação na análise avançada dos limites de deformação do Método da Resistência Contínua (MRC) de modo a limitar a capacidade da estrutura. São limites à deformação axial associados ao desenvolvimento da flambagem local, calculados por meio da chamada curva base, que define uma relação entre a deformação máxima e a esbeltez da seção. Faz parte também do MRC modelo constitutivo quadri-linear, que representa a totalidade do comportamento tensão-deformação de peças de aço carbono laminado, permitindo ao método considerar o encruamento do material. Ao final deste trabalho são simuladas estruturas de aço carbono laminado pela técnica da análise avançada com limites de deformação do MRC. Os resultados alcançados são comparados com experimentos e com modelos em EF de casca. A técnica apontou melhor eficiência na determinação da capacidade de estruturas com seções não-esbeltas.

Palavras-chave: Análise avançada, Estruturas de aço, Flambagem local, Método da Resistência Contínua.

Abstract

In structural steel design member checks traditionally are adopted to ensure the safety of the structure in the normative standards. The advanced analysis consists in the elaboration of beam finite element (FE) models considering the geometric nonlinearity, material nonlinearity, and geometrical global imperfections. Thus failure mechanisms of the whole structure are captured, ensuring the verification of safety at the global level, besides enabling the strength distributions at the plastic range. By utilizing beam FE, unable to capture local instabilities, the advanced analysis becomes limited to compact sections, which are not subjected to local buckling and reach high levels of deformations before the structural destabilization. To overcome this problem, this work studies (in I cross-sections) the incorporation of the deformation limits of the Continuous Strength Method (CSM) to limit the capacity of the structure in the advanced analysis. These are limits to the axial deformation associated with the development of the local buckling, calculated employing the called base curve, which defines a relationship between maximum deformation and the cross-section slenderness. Belongs to the CSM also the quad-linear constitutive model, which represents the totality of the stress-strain behavior of hot-rolled steel structures, allowing stress at the hardening level to the method. At the end of this work, hot-rolled steel structures are simulated by the technique of advanced analysis with the CSM strain limits. The results achieved are compared with experiments and with models in shell FE. The technic appointed better efficiency in the determination of the capacity of non-slender section structures.

Key-words: Advanced Analysis, Steel Structures, Local Buckling, Continuous Strength Method.

Sumário

Lista de Símbolos	10
Lista de Figuras	14
Lista de Tabelas	16
1 Introdução	17
1.1 Contexto do problema	17
1.2 Revisão Bibliográfica	18
1.2.1 Origens e fundamentos	19
1.2.2 O nascimento do Método	20
1.2.3 Desenvolvimentos e aplicações	21
1.3 Objetivos do presente trabalho	24
1.4 Estrutura do trabalho	25
2 Método da Resistência Contínua	26
2.1 Curva base	26
2.2 Modelo de comportamento do material	28
2.3 Cálculo da capacidade resistente	30
2.3.1 Capacidade resistente à compressão	30
2.3.2 Capacidade resistente à flexão	31
3 Metodologia para a Modelagem Numérica	37
3.1 Introdução	37
3.2 Elementos finitos de barra	38
3.2.1 Tensão crítica e comprimento de flambagem	41

3.3	Variação axial de ϵ_{csm}	44
3.4	Atualização de ϵ_{csm}	45
3.5	Fluxograma do algoritmo	46
4	Exemplos de Aplicação	48
4.1	Simbologia utilizada	48
4.2	Pórtico bidimensional	51
4.3	Pórtico tridimensional	56
4.4	Conjunto de pórticos benchmark	62
4.4.1	Grupo I ($X_1 = 1$)	65
4.4.2	Grupo II ($X_1 = 2$)	73
4.4.3	Grupo III ($X_1 = 3$)	76
4.4.4	Grupo IV ($X_1 = 4$)	79
4.4.5	Grupo V ($X_1 = 5$)	81
4.4.6	Panorama dos resultados	84
4.5	Estudo da metodologia aplicada a vigas	85
4.5.1	Viga 1-a	86
4.5.2	Viga 1-b	89
4.5.3	Viga 2	91
5	Conclusão	94
5.1	Sugestões para trabalhos futuros	94
5.2	Comentário final	95
	Referências Bibliográficas	97
A	Metodologia para os Modelos em EF de Casca	102
A.1	Introdução	102
A.2	Imperfeições geométricas	104
A.3	Tensões residuais	104
B	Programação dos Critérios de Modelagem	107
B.1	Imperfeições geométricas	107
B.2	Tensões Residuais	108

C Procedimento da NBR-8800 (2008)	111
C.1 Dimensionamento à compressão	111
C.2 Dimensionamento à flexão	112
C.3 Dimensionamento à flexo-compressão	113
D Classificação do Eurocode 3 (2005)	114
D.1 Introdução	114
D.2 Procedimento à classificação	115

Lista de Símbolos

A	área
B	largura total de seção transversal
b	largura total de placa
E	módulo de Young
E_{sh}	módulo de encruamento
f	tensão
f_{cr}	tensão crítica de flambagem local
f_u	tensão última
f_y	tensão de escoamento
H	altura total de seção transversal
h	altura de pórtico
I_i	momento de inércia em torno do eixo i
k	coeficiente de flambagem
L_b	comprimento da semi-onda de flambagem local
P, H	carga concentrada
$P_{u,j}$	carga última do procedimento j (ver item 4.1)
s	largura de pórtico
t_f	espessura da mesa da seção
t_w	espessura da alma da seção
W_{el}	módulo elástico
W_{pl}	módulo plástico
w	carga distribuída
$w_{u,j}$	carga distribuída última do procedimento j (ver item 4.1)

α_u	fator de carga última
ϵ	deformação específica
ϵ_{csm}	deformação específica do MRC (ver Eq. 2.5)
ϵ_y	deformação específica de escoamento
λ_p	esbeltez (ver Eq. 2.3)
ν	coeficiente de Poisson

Lista de Figuras

2.1	Comportamento da Eq. (2.5), chamada de curva base do MRC.	28
2.2	Modelo quadri-linear sobreposto ao comportamento aproximado do aço carbono visualizado em laboratório. Adaptado de Yun e Gardner (2017).	29
2.3	Perfil de deformações e tensões para $\epsilon_y < \epsilon_{csm} \leq \epsilon_{sh}$ em seção transversal de altura total H	33
2.4	Seção transversal e diagrama de tensões associado à Eq. (2.24). A região hachurada refere-se a W_w^*	34
2.5	Momento resistente normalizado com M_{pl} e em nível de deformação plástica.	36
3.1	Esquema do primeiro modo de flambagem e amplitude Δ	39
3.2	Perfil de deformações com deformação máxima e deformação associada ao ponto de integração.	40
3.3	Viga e deformações de compressão associadas, com conceito da média das deformações em L_b	41
3.4	Pontos à leitura das tensões e cálculo de ψ_f e ψ_w	42
3.5	Variação de ϵ_{csm} ao longo das barras de um pórtico.	44
3.6	Fluxograma do algoritmo desenvolvido.	47
4.1	Pórtico bidimensional modelado em EF de barra com base no ensaio de Avery e Mahendran (2000c).	51
4.2	Modelo elaborado em EF de casca baseado no ensaio de Avery e Mahendran (2000c) e um dos respectivos modos de flambagem.	52
4.3	Convergência da razão com o aumento da densidade da malha de EF de barra.	53

4.4	Deformação local no engaste da coluna direita em (a) modelo em EF de casca e (b) ensaio de Avery e Mahendran (2000c).	54
4.5	Curva de comportamento do modelo em EF de barra; a razão ϵ/ϵ_y corresponde à média das deformações em L_b na mesa comprimida da coluna direita.	55
4.6	Na parte (a), pórtico modelado em EF de casca, onde f_{VM} é tensão de von Mises. Na parte (b), modelo de Avery e Mahendran (2000c).	56
4.7	Pórtico modelado em EF de barra. Fonte: Kim et al. (2003).	57
4.8	Curvas de comportamento obtidas na simulação numérica dos testes de Kim et al. (2003); δ representa o deslocamento na direção y do nó de aplicação da carga H_1	61
4.9	Esquema geral dos pórticos modelados em EF de casca por Avery e Mahendran (2000a).	62
4.10	Pórtico tipo do grupo I.	65
4.11	Curva de comportamento em EF de barra para $bm1 - 11X_41$	69
4.12	Curva de comportamento em EF de barra para $bm1 - 1131$	69
4.13	Razão entre momento máximo obtido pelo modelo em EF de barra com limite ϵ_{csm} e EF de casca. Fonte: Fieber et al. (2019a).	72
4.14	Pórtico tipo do grupo II.	73
4.15	Pórtico tipo do grupo III.	76
4.16	Seções críticas para grupo III.	78
4.17	Esquema geral dos pórticos do grupo IV modelados em EF de casca por Avery e Mahendran (2000a).	79
4.18	Indicação das seções críticas para modelos do grupo IV.	81
4.19	Pórtico tipo do grupo V.	82
4.20	Razões de carga $P_{u,csm}/P_{u,c}$ e $P_{u,b}/P_{u,c}$ em função da esbeltez λ_p	85
4.21	Modelo quadri-linear para aço AR 350 com curvas de f_{eng} e f_{real}	86
4.22	Viga classe 3 na flexão submetida à carga distribuída w	87
4.23	Viga classe 3 na flexão submetida à carga distribuída w no instante que $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ é atingido.	88
4.24	Diagrama de momento fletor elástico e inelástico da viga 1-a sob a ação da carga $w_{u,csm}$	89

4.25	Nível de deformação na região do engaste nos instantes em que $w_{u,csm}$ e $w_{u,c}$ são atingidos.	90
4.26	Tensão de von Mises f_{VM} na Viga 1-b nos instantes em que $w_{u,csm}$ e $w_{u,c}$ são atingidos.	90
4.27	Viga classe 1 na flexão submetida às cargas w e P no instante que $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ é atingido.	92
4.28	Comportamento da viga 2 em EF de casca submetida às cargas w e P	93
A.1	Exemplo de malha utilizada em modelo por EF de casca.	103
A.2	Modo de flambagem associado à viga indicada.	105
A.3	Seção transversal com diagrama de tensões residuais e perfil em vista isométrica com eixos de orientação.	106
A.4	Viga com tensões residuais aplicadas.	106

Lista de Tabelas

4.1	Critérios para a determinação de ϵ_{csm} associado a cada carga.	50
4.2	Comparação entre cargas numéricas e experimental.	53
4.3	Proporções entre as cargas nos três testes.	57
4.4	Dimensões das seções transversais utilizadas na simulação; medições realizadas por Kim et al. (2003).	58
4.5	Deslocamentos horizontais dos pontos de aplicação das cargas horizontais em nível elástico.	58
4.6	Comparação entre carga máxima dos modelos simulados e dos ensaios de Kim et al. (2003).	59
4.7	Comparação entre carga máxima $P_{u,csm}^{p,in}$ e dos ensaios de Kim et al. (2003).	60
4.8	Deformação limite associada a (a) $P_{u,csm}^{p,el}$ e (b) $P_{u,csm}^{p,in}$	60
4.9	Associação de X_1 ao grupo da estrutura.	64
4.10	Associação de X_2 à altura total h do pórtico e de X_3 à razão s/h	64
4.11	Associação de X_4 à razão P/H e de X_5 aos identificadores i , $r1$ e $r2$ das seções.	64
4.12	Dimensões da seção transversal e tensão f_y das simulações de Avery e Mahendran (2000a).	65
4.13	Carga última $P_{u,c}$ encontrada por Avery e Mahendran (2000a) em modelo de EF de casca para o grupo I.	66
4.14	Razão entre a carga última $P_{u,b}$ e $P_{u,c}$ para o grupo I.	67
4.15	Deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e esbeltez λ_p calculadas pelo MRC para o grupo I.	67
4.16	Razão entre a carga última $P_{u,csm}^{p,el}$ e $P_{u,c}$ para o grupo I.	70
4.17	Razão entre a carga última $P_{u,csm}$ e $P_{u,c}$ para o grupo I.	71

4.18	Carga última $P_{u,c}$ encontrada por Avery e Mahendran (2000a) em modelo de EF de casca para o grupo II.	74
4.19	Razão entre a carga última $P_{u,b}$ e $P_{u,c}$ para o grupo II.	74
4.20	Deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e esbeltez λ_p calculadas pelo MRC para o grupo II.	75
4.21	Razão entre a carga última $P_{u,csm}$ e $P_{u,c}$ para o grupo II.	76
4.22	Carga última $P_{u1,c}$ encontrada por Avery e Mahendran (2000a) em modelo de EF de casca para o grupo III.	77
4.23	Razão entre a carga última $P_{u1,b}$ e $P_{u1,c}$ para o grupo III.	77
4.24	Deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e esbeltez λ_p calculadas pelo MRC para o grupo III.	77
4.25	Razão entre a carga última $P_{u1,csm}$ e $P_{u1,c}$ para o grupo III.	78
4.26	Cargas últimas $P_{u,c}$ e $w_{u,c}$ encontradas por Avery e Mahendran (2000a) em modelo de EF de casca para o grupo IV.	79
4.27	Razão entre os fatores de carga para o grupo IV.	80
4.28	Deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e esbeltez λ_p calculadas pelo MRC para o grupo IV.	80
4.29	Razão entre o fator de carga $\alpha_{u,csm}$ e $\alpha_{u,c}$ para o grupo IV.	81
4.30	Dimensões da seção transversal e tensão f_y das colunas para o grupo de simulações V.	82
4.31	Carga última $P_{u,c}$ encontrada por Avery e Mahendran (2000a) em modelo de EF de casca para o grupo V.	83
4.32	Razão entre a carga última $P_{u,b}$ e $P_{u,c}$ para o grupo V.	83
4.33	Deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e esbeltez λ_p calculadas pelo MRC para o grupo V.	83
4.34	Razão entre as cargas $P_{u,csm}$ e $P_{u,c}$ para o grupo V.	84
4.35	Análise estatística dos resultados obtidos em comparação aos de Avery e Mahendran (2000a).	84

Capítulo 1

Introdução

1.1 Contexto do problema

Não fosse pelo formidável progresso computacional dos últimos 50 anos, o método dos elementos finitos estaria fadado às gavetas de escritórios de engenharia e de laboratórios de pesquisa. Efetivamente, a excelente representação do procedimento numérico alcançada entre os modelos e os fenômenos reais é fruto da capacidade eletrônica de processar em frações de segundo um volume de dados impensável ao mais habilidoso calculista manual. Mas se o método é capaz de retratar fielmente certo fenômeno físico, é porque exige de seu usuário os mais recônditos detalhes existentes em cada caso particular. Em se tratando de construções civis de aço, o menor parafuso deverá ser modelado para garantir a fidelidade dos vínculos. Portanto, tem-se aí um problema: para ganhar precisão dos resultados finais será necessário construir um modelo que contemple o enorme conjunto de dados de um caso real. Nesse cenário, os chamados elementos finitos (EF) sólidos são os mais aptos à tarefa.

Se a fina precisão puder ser ignorada e o caso real o permitir, o uso de EF de casca possibilitará reduzir consideravelmente o esforço à elaboração do modelo, deixando construções na espessura dos elementos à parte, já que seu impacto no resultado final deve ser irrelevante. No entanto, à medida que a estrutura fica mais complexa, o processo de preparação do modelo em EF de casca pode tornar-se demasiadamente oneroso, deixando inviável a ampla utilização da técnica em projetos de engenharia, onde frequentemente permite-se a amputação da precisão em prol da rápida obtenção

de resultados representativos. Para contornar essa dificuldade, o uso de EF de barra garante a confecção de modelos em pouco tempo com exigências computacionais muito reduzidas. A análise, por sua vez, torna-se de âmbito global, incapaz de capturar comportamentos localmente críticos que possam comprometer a segurança da estrutura. A consequência é que apenas seções compactas, com grande capacidade de deformação, possam ser utilizadas neste tipo de modelo, limitando a aplicação desses EF.

Quando ao modelo em barra é somada lei constitutiva e comportamento geométrico não-lineares, tem-se a chamada *análise avançada* (Chen, 2008). Nela, a capacidade de carga da estrutura é associada à carga máxima alcançada pelo modelo, não havendo a necessidade de outras checagens individuais, estando também a redistribuição de esforços contabilizada. Segundo relatam vários autores — e.g. Buonopane e Schafer (2006), Chen (2008), Zhang et al. (2014) e Zhang et al. (2016) —, a análise avançada atinge valores tão confiáveis quanto o processo normativo de checagem individual dos membros; no entanto, permanece restrita a perfis compactos, que atingem o momento plástico M_{pl} e grandes deformações antes de tornarem-se estruturalmente instáveis.

Visando contornar esse problema, neste trabalho foram utilizados limites à deformação obtidos pelo Método da Resistência Contínua (MRC), que fornece a deformação axial máxima associada à falha do perfil por flambagem local. Os limites de deformação possibilitam também controlar o nível de plastificação, situação especialmente relevante para seções classe 1 e 2 do Eurocode-3 (2005). Além disso, faz parte também do método modelo constitutivo que permite tensões do regime plástico, garantindo que o encruamento do material seja incorporado na análise. Conforme será detalhado nos próximos capítulos, atualmente o MRC aplica-se ao aço carbono laminado, ao aço inoxidável e ao alumínio, embora aqui apenas o primeiro caso seja estudado.

1.2 Revisão Bibliográfica

O apresentado nos próximos parágrafos objetiva expor as etapas galgadas pelo método da resistência contínua ao longo do seu desenvolvimento, sem adentrar demasiadamente em detalhes. O propósito é fornecer um panorama geral dos elementos fundantes do MRC e das diversas aplicações já investigadas, de modo a formar um pano de fundo à aplicação aqui dada ao método.

1.2.1 Origens e fundamentos

Com não mais que vinte anos de existência, o procedimento de cálculo que posteriormente seria chamado por Método da Resistência Contínua nasce do desejo de dimensionar estruturas de aço inoxidável de modo mais racional, sem tomar como base a metodologia consolidada para o aço carbono, translado empregado pelo Eurocode-3 (2006a). O documento central e que dá origem ao MRC é o trabalho de Gardner (2002), tese de doutorado onde é sugerida a nova metodologia para o cálculo da capacidade resistente de estruturas de aço inoxidável. Para sua abordagem, Gardner tomou como base o trabalho de Faella et al. (2000), que, dentre outras coisas, analisa o comportamento à flambagem local de colunas curtas de alumínio e extrai uma relação para a deformação normalizada do tipo:

$$\frac{\epsilon_{LB}}{\epsilon_{0.2}} = \frac{C_1}{\beta_a^{C_2+C_3\beta_a}} \chi^{C_4} \quad (1.1)$$

onde ϵ_{LB} representa a deformação axial associada à flambagem local, $\epsilon_{0.2}$ a deformação do limite de escoamento, C_i os coeficientes de ajuste estatístico, β_a a esbeltez do maior elemento da seção e $\chi = \beta_b/\beta_a$, sendo β_b a esbeltez do menor elemento. Originalmente, a Eq. (1.1) não possuía o termo χ^{C_4} , que foi acrescentado para que a equação se enquadrasse nos resultados de vários tipos de seções.

Em seu trabalho, Faella et al. (2000) fazem referência a outros dois artigos que analisam a capacidade de rotação de vigas em aço e alumínio. Nesses dois trabalhos — nos de Mazzolani e Piluso (1992, 1997) — a ocorrência da flambagem local é posta como dependente da esbeltez. Os autores não fornecem equações explícitas, mas com base em resultados experimentais demonstram a dependência existente entre o desenvolvimento da flambagem local e a relação largura-espessura dos elementos da seção. O procedimento adotado parece ter se baseado em grande medida no trabalho de Kato (1988), que determina empiricamente a ocorrência da flambagem local por vias da capacidade de *rotação* da seção, e não de *deformação*. Como se vê, trata-se de um conjunto de trabalhos — que, inclusive, estende-se e ramifica-se para décadas e autores anteriores — que gradualmente vão dando a forma do método utilizado por Gardner.

A partir desse panorama, Gardner (2002) utiliza o mesmo procedimento adotado

por Faella et al. (2000) e o reaplica a estruturas de aço inoxidável. O autor realiza ensaios laboratoriais e simulações numéricas com barras curtas e longas com seção transversal oca de formato circular, quadrado e retangular em situação de compressão simples e de flexão. Além disso, também investiga e propõe um modelo constitutivo para o material que reforce a precisão do método. Gardner (2002) ao final encontra expressões para cada tipo de seção em situação de flexão, compressão e flexo-compressão e compara os resultados com a norma europeia. Ao longo do texto, o autor não propôs um nome para o procedimento empregado, chamando-o apenas por “*a new method*”.

Dois anos depois, Gardner e Nethercot (2004d) publicaram um resumo da tese, onde toda a discussão foi apresentada de forma sucinta e as equações em seu formato final. Até 2008, pelo menos outros dez trabalhos¹ que abordam e fazem uso do método foram publicados, onde, essencialmente, há um esforço de divulgação, com pequenas variações entre uma publicação e outra. Em apenas uma delas — no trabalho de Gardner e Ashraf (2006) — o método é aplicado também a aços de alta resistência e ao alumínio — materiais que apresentam, como o aço inoxidável, diagrama tensão-deformação não-linear —, onde os autores fornecem a razão $\epsilon_{LB}/\epsilon_{0.2}$ ajustada empiricamente a cada caso.

Em 2008 Leroy Gardner publica o trabalho que dá nome e existência ao método da resistência contínua. Desse ano aos próximos, o método foi também ampliado ao aço carbono e sua relação estatística aprimorada.

1.2.2 O nascimento do Método

Em junho de 2008 é publicado o primeiro trabalho em que Leroy Gardner dá nome ao procedimento de cálculo que há alguns anos vinha trabalhando. O nome apresentado, “*Continuous Strength Method*”, parece ter sido cunhado pelo próprio autor, embora isso não seja sugerido em seu trabalho. Gardner (2008) justifica a designação empregada por meio do contraste que o novo método faz com o sistema de classificação *discreto* utilizado pelo Eurocode-3 (2005), que emprega classes às seções, enumeradas de 1 a 4, adotadas segundo a tensão de escoamento do material e a razão das dimensões

¹Cf. Gardner (2005); Ashraf et al. (2006); Gardner e Ashraf (2006); Ashraf et al. (2008, 2005); Gardner e Nethercot (2004a,b,c); Nethercot et al. (2006); Gardner et al. (2004).

geométricas da seção². A bem da verdade, o nome apresentado soa como um translado do “*Direct Strength Method*”, devidamente ajustado ao contraste que faz com o procedimento normativo. Gardner (2008) aplica o MRC pela primeira vez ao aço carbono, fornecendo a razão ϵ_{LB}/ϵ_y (com $\epsilon_y = f_y/E$) como função da esbeltez λ para seções circulares e formadas por placas, λ_c e λ_p , respectivamente. O segundo caso é exemplificado pela Eq. (1.2), muito semelhante a (1.1).

$$\frac{\epsilon_{LB}}{\epsilon_y} = \frac{1.05}{\lambda_p^{3.15-0.95\lambda_p}} \quad (1.2)$$

A curva resultante da análise é única para cada caso, não possuindo nenhum ponto de transição ao longo do domínio de λ_p ou λ_c ; sua expressão é combinada com um modelo bi-linear de módulos E e E_{sh} e equações para a capacidade resistente à compressão e à flexão são determinadas. A esbeltez calculada por Gardner (2008) para cada seção baseia-se no elemento mais suscetível à flambagem, não havendo uma análise da interação dos elementos que compõe a própria seção. O conjunto de dados utilizados para formular a Eq. (1.2) baseia-se apenas em ensaios de colunas curtas sob compressão simples, abordagem que será posteriormente ampliada.

Como se verá, nos próximos trabalhos o procedimento será testado em maior número de ensaios laboratoriais e simulações numéricas — em situação de compressão simples e flexão —, o cálculo da esbeltez será aprimorado, a faixa de λ_p de aplicação do método ampliada e, como resultado desse conjunto, a precisão da curva base melhorará.

1.2.3 Desenvolvimentos e aplicações

A aplicação do MRC ao aço carbono traz a possibilidade de considerar deformações em nível de encruamento, já que o método carrega modelo constitutivo que permite tensões maiores que f_y . O valor fornecido consiste em uma deformação limite amparada por ensaios de peças reais e que, portanto, carrega em si todos os desvios naturais de cada peça ensaiada. No trabalho de Gardner et al. (2011), os autores dão especial atenção a esta propriedade do método, explorando os benefícios que o encruamento do material fornece à previsão de deformação máxima de seções compactas

²Para mais informações sobre a classificação do Eurocode-3 (2005), ver Apêndice D.

e semi-compactas. Por consequência, Gardner et al. (2011) analisam apenas seções classificadas pelo Eurocode-3 (2005) como classe 1, 2 e 3, que têm grande capacidade de deformação. Nesse trabalho, os autores apresentam pela primeira vez uma faixa de validade para a esbeltez, que deve ser menor que 0.748, e uma deformação normalizada limite, de magnitude 15, com o propósito de respeitar a ductilidade máxima imposta pelo Eurocode-3 (2005), além de que, com o novo nome para o método, o parâmetro ϵ_{LB} passou a ser ϵ_{csm} . Todo este novo cenário é ilustrado pela Eq. (1.3), agora nomeada por *curva base*.

$$\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} = \frac{0.4}{\lambda_p^{3.2}} \leq 15, \text{ desde que } \lambda_p \leq 0.748 \quad (1.3)$$

Os parâmetros estatísticos e a forma da equação, como se vê, mudaram. Isso é justificado pela troca do procedimento de cálculo da esbeltez da seção. Se antes esse parâmetro era determinado por meio do elemento mais esbelto, agora Gardner et al. (2011) utilizam a esbeltez que representa toda a seção, de modo que a interação entre os elementos fica contabilizada³. Como relatam os autores, essa troca trouxe significativas melhoras para seções esbeltas, quando pequenas contribuições na ligação dos elementos aprimora sensivelmente os resultados. Além disso, Gardner et al. (2011) elencam outros fatores que também contribuíram para a mudança da curva base: a) aumento do número de ensaios contabilizados no processamento estatístico; b) limitação da esbeltez das seções utilizadas até 0.748; c) razão $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ limitada a 15. Embora a curva base de Gardner et al. (2011) baseie-se em ensaios de compressão simples, os autores aplicam a deformação ϵ_{csm} a casos de flexão e obtém bons resultados.

O trabalho de Gardner et al. (2011) é, na verdade, um resumo da tese de Wang (2011), onde toda a discussão, os ensaios laboratoriais e os resultados são apresentados com maiores detalhes. Este fenômeno se repete com a tese de Afshan (2013), condensada no trabalho de Afshan e Gardner (2013). Neste último, os autores apresentam uma nova curva base, ajustada simultaneamente ao aço carbono e ao aço inoxidável, o que provocou novamente a alteração dos parâmetros estatísticos. A forma estabelecida é expressa pela Eq. (1.4).

³Para o cálculo da esbeltez de toda a seção, os autores utilizaram o procedimento descrito no trabalho de Seif e Schafer (2010).

$$\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} = \frac{0.25}{\lambda_p^{3.6}} \leq 15, \text{ desde que } \lambda_p \leq 0.68 \quad (1.4)$$

Para definir o limite de validade da nova curva, os autores reuniram dados de ensaios laboratoriais de compressão de colunas curtas, construíram gráfico da carga máxima normalizada *versus* a esbeltez da seção e traçaram uma curva representativa por análise de regressão; o ponto desta curva em que a carga normalizada alcançou a unidade estava associado a $\lambda_p = 0.68$, e por isso este valor foi adotado como limitador da validade da curva base. Em outras palavras, o MRC encontrava-se ainda restrito a seções não-esbeltas, que permitem deformações plásticas. Diferente de trabalhos anteriores, a curva obtida por Afshan e Gardner (2013) baseia-se tanto em ensaios de compressão simples como em ensaios de flexão de 4 pontos; a sobreposição de dados provenientes de diferentes tipos de ensaios, ao contrário do que poderia ser intuitivo, parece melhorar a precisão do MRC.

A partir deste momento começam a aparecer trabalhos em que Gardner não está diretamente envolvido, o que demonstra a gradual disseminação e absorção do método pelo meio acadêmico. Exemplos são a tese de Nseir (2015) e os trabalhos de Ahmed et al. (2016) e Anwar-Us-Saadat et al. (2016).

Em 2017, um novo modelo constitutivo formado por quatro trechos lineares, nomeado por “quadri-linear”, foi desenvolvido por Yun e Gardner (2017) com base em mais de 500 ensaios laboratoriais, válido ao aço carbono laminado; a lei estatística formulada tem caráter de projeto, exigindo apenas três parâmetros (a saber, E , f_y e f_u) para sua total determinação. Em adição, os autores também propuseram um modelo alternativo, com dois trechos lineares e um terceiro, em nível de encruamento, não linear. Ainda no mesmo ano, uma nova extensão do método aparece, desenvolvida por Zhao et al. (2017), aplicando-o a seções esbeltas. Novamente, trata-se de uma reunião de dados que em seguida são transpostos para uma curva representativa obtida por análise de regressão. Baseada em quase 800 ensaios laboratoriais e numéricos, a nova faixa de validade, expressa pela Eq. (1.5), foi desenvolvida contemplando seções tubulares quadradas e retangulares, tipo I, entre outras. Os dados utilizados são constituídos por resultados de peças de aço carbono, aço inoxidável e alumínio. Posteriormente, Yun

et al. (2018) e Fieber et al. (2019a) destacam a boa adequação de toda a curva base ao aço carbono laminado.

$$\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} = \left(1 - \frac{0.222}{\lambda_p^{1.05}}\right) \frac{1}{\lambda_p^{1.05}}, \text{ desde que } \lambda_p > 0.68 \quad (1.5)$$

A Eq. (1.4) em união com (1.5) constitui a atual curva base do MRC, e é a versão aqui utilizada, nos próximos capítulos. As aplicações mais atuais em que o método é utilizado, de modo geral, visam testar e dar forma ao alcance efetivo que o MRC possui. Como exemplo, no estudo de Fieber et al. (2018) o método é testado como deformação limite à análise avançada de estruturas de aço carbono, trabalho que, inclusive, inspirou o presente estudo. Nessa mesma proposta, Fieber et al. (2020) investigam os benefícios do uso da análise avançada com limites do MRC para seções semi-compactas e para estruturas planas de maior porte.

Duas das mais recentes publicações, de Fieber et al. (2019b) e Gardner et al. (2019a), tratam da determinação do comprimento de flambagem e da tensão crítica associada à flambagem local de seções formadas por placas, parâmetros propostos em expressões obtidas estatisticamente. A utilização e relevância desses dois conceitos ficará mais clara nas discussões e nos modelos estudados nos Capítulos 3 e 4. Em ambos os trabalhos, os autores utilizam o mesmo conceito central, de que tais parâmetros ao representarem uma placa no interior de uma seção devem constituir valor intermediário entre a situação de comprimento longitudinal engastado e simplesmente apoiado. As expressões baseiam-se em centenas de simulações no software CUFSM⁴, e visam, indiretamente, aprimorar os resultados do MRC.

1.3 Objetivos do presente trabalho

Constitui tema central deste trabalho a análise avançada unida ao MRC frente a resultados experimentais e a modelagem por EF de casca. Por conta disso, foi admitida a hipótese de que o primeiro modelo é capaz de representar bem o comportamento de estruturas de aço carbono laminado, mesmo em nível de plastificação. A deformação

⁴Cf. Schafer e Ádány (2006).

limite do MRC, nesse cenário, aparece como balizadora para o término da análise, já que não foi considerada a perda de rigidez após a ocorrência da flambagem local. Apenas estruturas de seção transversal tipo I foram estudadas.

A facilidade de cálculo e a excelente precisão dos resultados do MRC são elementos suficientes para a divulgação do método em território brasileiro, sendo este também um dos objetivos do trabalho. Dessa forma, abre-se ao mesmo tempo uma nova linha de pesquisa para o Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da UFRGS.

1.4 Estrutura do trabalho

Para atender os objetivos deste trabalho, o MRC é apresentado no Capítulo 2, onde a curva base atual e o modelo quadri-linear são discutidos; ademais, expressões para o cálculo manual da capacidade resistente à compressão e à flexão são mostradas. O Capítulo 3 detalha os critérios à modelagem por análise avançada e a técnica utilizada para a vinculação do MRC aos modelos. Esses critérios são aplicados nos exemplos estudados do Capítulo 4, onde pórticos bi e tridimensionais são modelados em EF de barra; os resultados são comparados com ensaios laboratoriais e modelos em EF de casca; na parte final do Capítulo 4, vigas hiperestáticas são modeladas em EF de casca e seu comportamento analisado à luz da análise avançada com limites de deformação do MRC. No Apêndice A, por estar consolidada na comunidade acadêmica, a metodologia à modelagem em EF de casca é detalhada; no Apêndice B, maiores informações sobre a programação dos critérios de modelagem nos software Abaqus são fornecidas; o Apêndice C discute brevemente os critérios para o dimensionamento de estruturas de aço pela NBR-8800 (2008); por fim, o Apêndice D apresenta o procedimento adotado pelo Eurocode-3 (2005) para a classificação das seções transversais.

Capítulo 2

Método da Resistência Contínua

2.1 Curva base

A proposta central do MRC consiste na associação da deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ com a esbeltez da seção transversal λ_p através de uma equação empírica, obtida estatisticamente por análise de regressão, sendo ϵ_{csm} a deformação axial máxima de compressão e ϵ_y a deformação padronizada em que inicia o escoamento do material. Essa associação é nomeada por *curva base*, a qual define uma relação *contínua* entre $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e λ_p , cuja obtenção parte de uma análise em comportamento elástico para ser generalizada empiricamente a nível de plastificação. Esta passagem da análise elástica à plástica é feita como descrito a seguir.

Em regime estritamente elástico, a deformação crítica de flambagem pode ser expressa como

$$\epsilon_{cr} = \frac{f_{cr}}{E} \quad (2.1)$$

onde E é o módulo de elasticidade e f_{cr} a tensão crítica de flambagem local associada. Dividindo ambos os lados da Eq. (2.1) por ϵ_y , encontra-se

$$\frac{\epsilon_{cr}}{\epsilon_y} = \frac{f_{cr}}{E} \frac{E}{f_y} = \frac{f_{cr}}{f_y} = \frac{1}{\lambda_p^2} \quad (2.2)$$

já que $\epsilon_y = f_y/E$. Na Eq. (2.2),

$$\lambda_p = \sqrt{\frac{f_y}{f_{cr}}} \quad (2.3)$$

Como a caracterização de f_{cr} é dependente das condições geométricas da seção transversal e do carregamento da peça, a própria esbeltez λ_p também o é. Por exemplo, para uma placa uniformemente carregada,

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 Ek}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (2.4)$$

sendo k o coeficiente de flambagem associado, ν o coeficiente de Poisson e t e b a espessura e a largura da placa, respectivamente. A Eq. (2.4) é obtida através da teoria da elasticidade e está condicionada a carregamento constante ao longo da linha média transversal da placa. A vinculação longitudinal é contabilizada por k , frequentemente considerada apenas na dualidade de apoio simples ou engastado, situação que, em uma seção composta por placas, não representa bem a interação entre os elementos nas regiões de encontro. A Eq. (2.4) constitui, assim, o modo mais tradicional ao cálculo de f_{cr} ; alternativamente, podem ser utilizados softwares equipados com modelos numéricos ou mesmo técnicas numéricas. No presente trabalho, o procedimento descrito por Gardner et al. (2019a) foi adotado ao cálculo de f_{cr} (ver item 3.2.1).

Como mencionado, a Eq. (2.2) é válida apenas para regime elástico. Através da análise de dados experimentais, várias relações semelhantes a (2.2) que permitissem deformações em nível de plastificação já foram propostas, como descrito no capítulo anterior. A versão atual e enquadrada ao aço carbono, fruto dos trabalhos de Afshan e Gardner (2013) e Zhao et al. (2017), é expressa pela Eq. (2.5), adotada aqui, onde ϵ_{cr} foi substituído por ϵ_{csm} para diferenciar a análise estritamente elástica da análise estatística do MRC¹.

$$\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} = \begin{cases} \frac{0.25}{\lambda_p^{3.6}} \leq \min\left(\Omega, \frac{C_1 \epsilon_u}{\epsilon_y}\right), & \text{se } \lambda_p \leq 0.68 \\ \left(1 - \frac{0.222}{\lambda_p^{1.05}}\right) \frac{1}{\lambda_p^{1.05}}, & \text{se } \lambda_p > 0.68 \end{cases} \quad (2.5)$$

¹O índice *csm* representa “*Continuous Strength Method*” e foi aqui adotado para manter consistente a notação.

Nesta equação, Ω define o nível máximo tolerável de deformação plástica, adotado como 15 com base nas recomendações do Eurocode-3 (2005) (Afshan e Gardner, 2013). Por outro lado, $C_1\epsilon_u/\epsilon_y$ baseia-se em patamar do modelo quadri-linear de Yun e Gardner (2017), e será descrito no próximo item (ver Eq. 2.8). O ponto de transição definido em $\lambda_p = 0.68$ (i.e., quando $\epsilon_{csm}/\epsilon_y = 1$) representa uma divisão no gráfico entre seções transversais esbeltas ($\epsilon_{csm}/\epsilon_y < 1$) e não-esbeltas ($\epsilon_{csm}/\epsilon_y \geq 1$). Além disso, o ponto em que $0.25/\lambda_p^{3.6} = 15$ está associado a $\lambda_p = 0.32$. A representação gráfica da Eq. (2.5) está indicada na Figura 2.1.

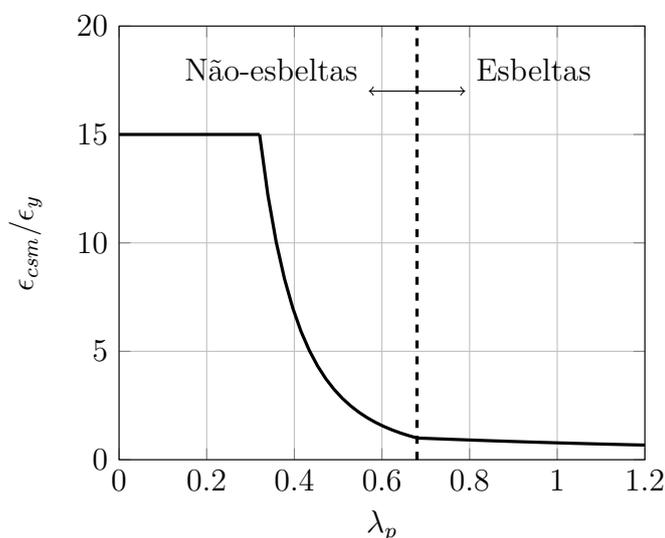


Figura 2.1: Comportamento da Eq. (2.5), chamada de curva base do MRC.

2.2 Modelo de comportamento do material

A implementação na capacidade resistente da estrutura dos níveis de deformação que ultrapassam ou não o limite elástico dá-se por meio de um modelo matemático apropriado ao comportamento mecânico do material. No casos do aço carbono, tal comportamento é frequentemente aproximado pelo modelo elastoplástico perfeito, que consiste na divisão da deformação em dois tipos puros e ideais (elástica e plástica), o que exclui, para estruturas que tenham boa capacidade de deformação, a resistência proveniente do encruamento do material. Uma alternativa, neste caso, é a adoção de um modelo que

incorpore essa capacidade resistente, como, por exemplo, o modelo quadri-linear, que considera quatro patamares de deformação. Sua expressão matemática é apresentada na Eq. (2.6) e, graficamente, na Figura 2.2.

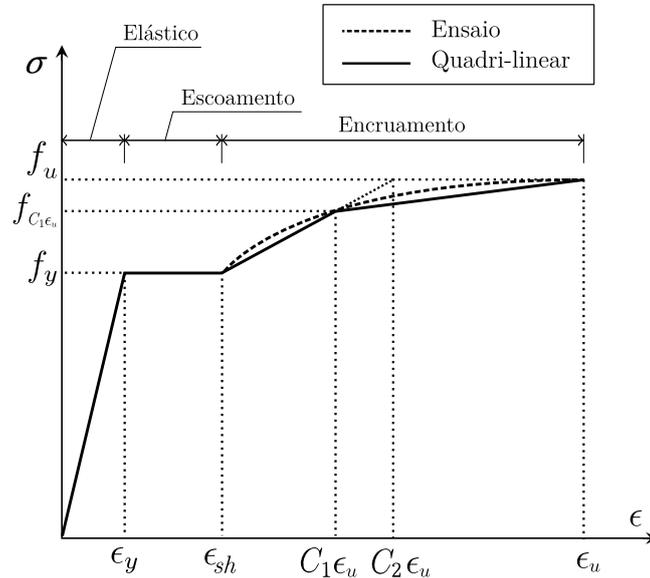


Figura 2.2: Modelo quadri-linear sobreposto ao comportamento aproximado do aço carbono visualizado em laboratório. Adaptado de Yun e Gardner (2017).

A principal vantagem de um modelo de quatro níveis de deformação é a boa adequação à *totalidade* do comportamento mecânico do material. Em comparação, por exemplo, com um modelo bi-linear com módulos E e $E_{sh} \neq 0$, nota-se facilmente o equívoco produzido pelo modelo de dois parâmetros.

$$f = \begin{cases} E\epsilon, & \text{se } \epsilon \leq \epsilon_y \\ f_y, & \text{se } \epsilon_y < \epsilon \leq \epsilon_{sh} \\ f_y + E_{sh}(\epsilon - \epsilon_{sh}), & \text{se } \epsilon_{sh} < \epsilon \leq C_1\epsilon_u \\ f_{C_1\epsilon_u} + \frac{f_u - f_{C_1\epsilon_u}}{\epsilon_u - C_1\epsilon_u}(\epsilon - C_1\epsilon_u), & \text{se } C_1\epsilon_u < \epsilon \leq \epsilon_u \end{cases} \quad (2.6)$$

As expressões para cada constante empregada na Eq. (2.6) são (Yun e Gardner, 2017):

$$E_{sh} = \frac{5 f_u - f_y}{2 \epsilon_u - \epsilon_{sh}} \quad (2.7)$$

$$C_1 = \frac{\epsilon_{sh} + 0.25(\epsilon_u - \epsilon_{sh})}{\epsilon_u} \quad (2.8)$$

$$C_2 = \frac{\epsilon_{sh} + 0.40(\epsilon_u - \epsilon_{sh})}{\epsilon_u} \quad (2.9)$$

$$\epsilon_{sh} = 0.10 \frac{f_y}{f_u} - 0.055, \text{ desde que } 0.015 \leq \epsilon_{sh} \leq 0.030 \quad (2.10)$$

$$\epsilon_u = 0.60 \left(1 - \frac{f_y}{f_u} \right), \text{ desde que } \epsilon_u \geq 0.06 \quad (2.11)$$

As Eqs. (2.7) a (2.11) são válidas apenas para peças laminadas de aço carbono (Yun e Gardner, 2017). Da totalidade de parâmetros utilizados pelo modelo quadri-linear, dois deles são de ajuste: C_1 e C_2 . O primeiro tem a função de evitar capacidades excessivas de resistência do material, enquanto que o segundo visa o cálculo do coeficiente angular E_{sh} . Dessa forma, pela combinação das expressões acima, o campo de tensões fica determinado a partir do conhecimento de três parâmetros do material: E , f_y e f_u .

2.3 Cálculo da capacidade resistente

Fazendo uso da deformação limite ϵ_{csm} , de modelo constitutivo e da hipótese das seções planas é possível extrair equações para a capacidade da seção transversal. Neste item são apresentadas as equações de capacidade ao esforço normal e ao momento fletor associadas ao MRC visando apenas complementar a discussão. As expressões não serão utilizadas nos exemplos de aplicação.

2.3.1 Capacidade resistente à compressão

A capacidade resistente à compressão simples de estruturas de aço carbono em termos dos parâmetros do método da resistência contínua, N_{csm} , é determinada através da Eq. (2.12).

$$N_{csm} = Af_{csm} \quad (2.12)$$

Nesta equação, A é a área bruta da seção transversal e f_{csm} é determinado de acordo com a Eq. (2.13).

$$f_{csm} = \begin{cases} E\epsilon_{csm}, & \text{se } \epsilon_{csm} \leq \epsilon_y \\ f_y, & \text{se } \epsilon_y < \epsilon_{csm} \leq \epsilon_{sh} \\ f_y + E_{sh}(\epsilon_{csm} - \epsilon_{sh}), & \text{se } \epsilon_{sh} < \epsilon_{csm} \leq C_1\epsilon_u \end{cases} \quad (2.13)$$

A estrutura da Eq. (2.13) é idêntica a indicada pela Eq. (2.6), excluindo o quarto patamar de deformações, que foi suprimido para evitar capacidades resistentes excessivas, de acordo com o limite já imposto pela Eq. (2.5) (Yun et al., 2018).

2.3.2 Capacidade resistente à flexão

Para a flexão, são considerados os três patamares de deformação indicados na Eq. (2.13), i.e., em nível elástico, de escoamento e de encruamento. Em todos os casos, foi considerado que a seção transversal permanece plana e normal ao eixo neutro e, portanto, que a distribuição das deformações é linear. O momento resistente, para cada caso, será calculado a partir da Eq. (2.14), onde y é a distância do ponto de integração ao eixo neutro.

$$M_{csm} = \int_A \sigma y dA \quad (2.14)$$

Nível elástico

Para o primeiro caso $\epsilon_{csm} \leq \epsilon_y$, i.e., para seções transversais esbeltas, o resultado de (2.14) é

$$M_{csm} = f_{csm} W_{el}, \text{ se } \epsilon_{csm} \leq \epsilon_y \quad (2.15)$$

ou, ainda,

$$M_{csm} = E\epsilon_{csm} W_{el}, \text{ se } \epsilon_{csm} \leq \epsilon_y \quad (2.16)$$

onde W_{el} é o módulo elástico e vale I/y_{max} , sendo I o momento de inércia da seção.

Nível de escoamento

Para seções transversais não-esbeltas valerá $\epsilon_y < \epsilon_{csm} \leq \epsilon_{sh}$. Assim, a deformação encontrar-se-á no patamar de escoamento da Figura 2.2, onde não há acréscimo de tensões. Neste caso, a tensão f_{csm} torna-se igual a f_y , e o momento pode ser escrito em termos da parcela plástica e da parcela elástica, como indicado na Eq. (2.17). Os diagramas de tensão e deformação associados podem ser vistos na Figura 2.3.

$$M_{csm} = W_{pl}f_y - W_w f_y \quad (2.17)$$

Nesta equação, W_{pl} é o módulo plástico e vale M_{pl}/f_y , sendo M_{pl} o momento associado à plastificação total da seção considerando o modelo elastoplástico perfeito. O módulo W_w , relativo à parcela elástica, pode ser obtido diretamente por análise geométrica do perfil de deformações², e seu resultado para seção tipo I vale

$$W_w = \frac{t_w H^2}{12} \left(\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} \right)^{-2} \quad (2.18)$$

sendo t_w a espessura da alma e H a altura total da seção. Através de análise numérica, Liew (2014) sugere que ao invés de utilizar a Eq. (2.18), seja utilizada versão simplificada (Eq. (2.19)) que não leve em conta as dimensões geométricas da seção transversal. A expressão obtida pelo autor majora os resultados na quase totalidade das variações de um mesmo tipo de seção, como pode ser visto nas páginas 109–110 de seu trabalho.

$$W_w = (W_{pl} - W_{el}) \left(\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} \right)^{-2} \quad (2.19)$$

Visando resultados conservativos, será considerado a Eq. (2.19) para W_w . Substituindo-a em (2.17), obtém-se

²Chamando de y_o a distância do eixo neutro até ϵ_y , então o módulo elástico $W_w = I/y_o$ pode ser escrito como $W_w = (1/y_o) [t_w y_o^3/12 + (y_o/2)^2 t_w y_o]$, que, após simplificação, torna-se $t_w y_o^2/3$. Pelo perfil de deformações da Figura 2.3, é possível escrever $\epsilon_{csm}/(H/2) = \epsilon_y/y_o$, donde $y_o = H\epsilon_y/(2\epsilon_{csm})$. Substituindo esta expressão em W_w , vem que $W_w = (t_w H^2/12) (\epsilon_{csm}/\epsilon_y)^{-2}$.

$$M_{csm} = f_{csm} W_{pl} \left[1 - \left(1 - \frac{W_{el}}{W_{pl}} \right) \left(\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} \right)^{-2} \right], \text{ se } \epsilon_y < \epsilon_{csm} \leq \epsilon_{sh} \quad (2.20)$$

onde os módulos elástico e plástico, W_{el} e W_{pl} , devem ser calculados de acordo com o eixo de flexão.

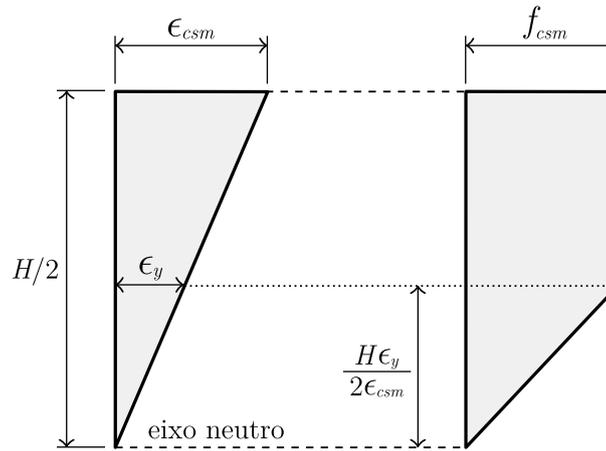


Figura 2.3: Perfil de deformações e tensões para $\epsilon_y < \epsilon_{csm} \leq \epsilon_{sh}$ em seção transversal de altura total H .

Nível de encruamento

Em casos de seção transversal em que $\epsilon_{csm} > \epsilon_{sh}$, ocorrerá o encruamento do material e, portanto, a capacidade resistente será maior. O perfil de tensões terá três patamares, resultando na Eq. (2.21) de três termos para o momento resistente. Nesta expressão, W_w^* associa-se à região hachurada do perfil de tensões da Figura 2.4 e deve ser calculado de acordo com o eixo de flexão; aqui, será considerada apenas a flexão em torno do eixo $y - y$. Além disso, há duas situações de cálculo: quando $h_w/2 \leq Y \leq H/2$, e quando $Y < h_w/2$. Cada situação impactará apenas no cálculo do módulo W_w^* , e as equações para cada caso, obtidas por Yun et al. (2018), estão expressas em (2.22), onde $p = \epsilon_{sh}/\epsilon_{csm}$. Vale observar que os níveis de deformação que estão sendo tratados neste momento implicam $p \leq 1$, i.e., em nível de encruamento, com $\epsilon_{csm} \geq \epsilon_{sh}$.

$$M_{csm} = W_{pl} f_y - W_w f_y + W_w^* (f_{csm} - f_y) \quad (2.21)$$

$$W_w^* = \begin{cases} \frac{BH^2}{12} \left[(1-p)(2+p) - \frac{B-t_w}{B(1-p)} \left(\frac{h_w}{H} - p \right)^2 \left(\frac{2h_w}{H} + p \right) \right], & \text{se } p \leq \frac{h_w}{H} \\ \frac{BH^2}{12} (1-p)(1+p), & \text{se } \frac{h_w}{H} \leq p \leq 1 \end{cases} \quad (2.22)$$

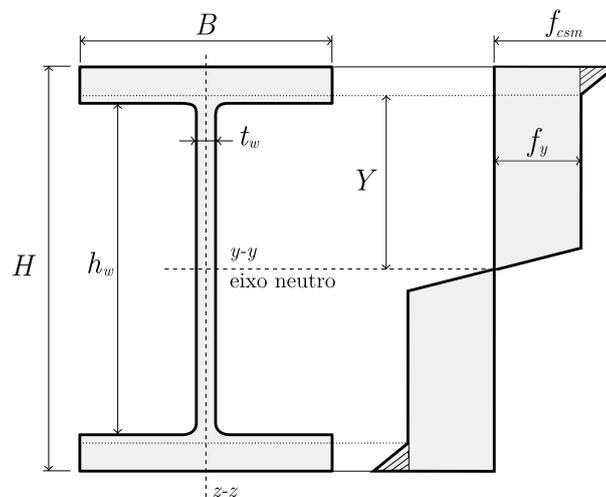


Figura 2.4: Seção transversal e diagrama de tensões associado à Eq. (2.24). A região hachurada refere-se a W_w^* .

Na Eq. (2.22), tem-se $p \leq h_w/H$, i.e., quando deformações maiores que ϵ_{sh} ocorrem na mesa e na alma da seção, e $h_w/H \leq p \leq 1$, i.e., quando tais deformações só ocorrem na mesa. É para este último nível de deformação que a expressão para o momento resistente será obtida. Isso porque a combinação de W_w^* para $p \leq h_w/H$ na Eq. (2.21) resulta numa expressão bastante extensa, e foi evitado pô-la aqui.

Quando há $h_w/H \leq p \leq 1$, a substituição dos módulos W_w^* e W_w na expressão do momento resulta na Eq. (2.23), que igualmente é extensa. Yun et al. (2018) sugerem uma simplificação através da utilização do parâmetro estatístico β , obtido por análise regressiva de inúmeras seções comercialmente disponíveis. Os autores ainda apresentam em seu trabalho uma comparação entre a equação exata e a simplificada, mostrando a convergência dos resultados. No entanto, concluem que a equação simplificada apresenta sensível desvio em relação a equação exata para $\epsilon_{csm}/\epsilon_y < \epsilon_{sh}/\epsilon_y$.

Porém, nessa região de deformações não se cumpre a condição $\epsilon_{csm} > \epsilon_{sh}$, requisito inicial de uso para a equação de momento desenvolvida neste item.

Os valores de β apresentados por Yun et al. (2018) têm validade apenas para alguns tipos de seções; para seções I fletidas em torno de $y - y$, i.e., em torno do eixo de maior resistência, β valerá 1/10.

$$M_{csm} = f_y W_{pl} \left[1 - \left(1 - \frac{W_{el}}{W_{pl}} \right) \left(\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} \right)^{-2} + \frac{BH^2}{12W_{pl}} (1-p)(2+p) \left(\frac{f_{csm}}{f_y} - 1 \right) \right] \quad (2.23)$$

Dessa forma, considerando o parâmetro β , a equação analítica (2.23) torna-se a equação simplificada (2.24). Vale notar que o último termo entre colchetes daquela também foi rearranjado, através da substituição da expressão de f_{csm} .

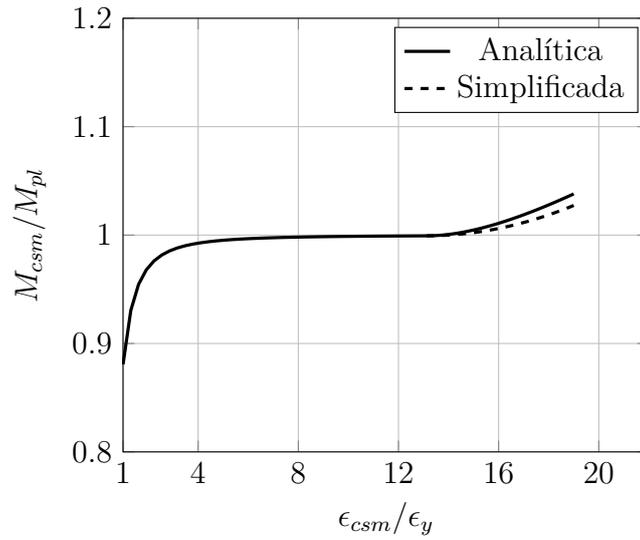
$$M_{csm} = f_y W_{pl} \left[1 - \left(1 - \frac{W_{el}}{W_{pl}} \right) \left(\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} \right)^{-2} + \beta \frac{E_{sh}}{E} \left(\frac{\epsilon_{csm} - \epsilon_{sh}}{\epsilon_y} \right)^2 \right], \quad (2.24)$$

se $\epsilon_{csm} > \epsilon_{sh}$

Para ilustrar o comportamento das equações de momento expostas neste item, a Figura 2.5 apresenta a curva normalizada de uma seção I padrão em função de $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$. Por simplificação, é exposto apenas o trecho em que $\epsilon_{csm}/\epsilon_y \geq 1$. Deve ser notado que a Eq. (2.24), simplificada para o cálculo do momento, tem validade apenas para $\epsilon_{csm} > \epsilon_{sh}$, i.e., apenas em nível de encruamento. No exemplo da Figura 2.5, isso ocorre para $\epsilon_{csm}/\epsilon_y > 13.1$.

Resumo

Na expressão que segue, são condensadas as equações para cálculo do momento resistente nos três níveis de deformação considerados. Vale lembrar que nos casos onde $\epsilon_{csm} > \epsilon_y$ as equações são válidas para seção I com flexão em torno do maior eixo de resistência e, especificamente para $\epsilon_{csm} > \epsilon_{sh}$, a deformação máxima da alma não deve ultrapassar ϵ_{sh} .


 Figura 2.5: Momento resistente normalizado com M_{pl} e em nível de deformação plástica.

$$M_{csm} = \begin{cases} E\epsilon_{csm}W_{el}, & \epsilon_{csm} \leq \epsilon_y \\ f_yW_{pl} \left[1 - \left(1 - \frac{W_{el}}{W_{pl}} \right) \left(\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} \right)^{-2} \right], & \epsilon_y < \epsilon_{csm} \leq \epsilon_{sh} \\ f_yW_{pl} \left[1 - \left(1 - \frac{W_{el}}{W_{pl}} \right) \left(\frac{\epsilon_{csm}}{\epsilon_y} \right)^{-2} + \beta \frac{E_{sh}}{E} \left(\frac{\epsilon_{csm} - \epsilon_{sh}}{\epsilon_y} \right)^2 \right], & \epsilon_{csm} > \epsilon_{sh} \end{cases} \quad (2.25)$$

Em todo o nível de deformação plástica, i.e., quando $\epsilon_{csm} > \epsilon_y$, a Eq. (2.25) expõe o cálculo simplificado do momento resistente. Tanto em nível de escoamento quanto em nível de encruamento têm-se expressões que utilizam praticamente os mesmos parâmetros, tornando ágil o cálculo de mais de uma peça. Além disso, os parâmetros utilizados são de fácil obtenção em tabelas de fabricantes.

Capítulo 3

Metodologia para a Modelagem

Numérica

Neste capítulo são descritos os critérios de modelagem para a análise avançada. São apresentadas também as técnicas utilizadas para a vinculação do MRC ao modelo em barra. O software Abaqus/CAE na versão 2017 foi utilizado em todas as simulações. A metodologia aos modelos em EF de casca, por estar consolidada na comunidade acadêmica, foi posta no Apêndice A.

3.1 Introdução

A modelagem por EF de casca traz a vantagem de alcançar excelentes resultados com menor custo computacional quando comparada à modelagem em EF sólidos. No entanto, à medida que a estrutura fica mais complexa o processo de construção do modelo pode tornar-se demasiadamente oneroso, tornando inviável a ampla utilização da técnica em projetos de engenharia. Para contornar essa dificuldade, o uso de modelos simplificados, em EF de barra, permite sua confecção em pouco tempo e com exigências computacionais muito reduzidas.

Para exemplificar a grande diferença entre a demanda de tempo necessária para a conclusão de um modelo em casca e para o respectivo modelo em barra, foi feita comparação com modelagem de uma viga isostática. Em linhas gerais, o modelo mais complexo exigiu pouco mais de 1h para sua completa elaboração e obtenção dos re-

sultados finais; o caso em EF de barra, por outro lado, foi completado em menos de 15min. Eis a principal vantagem do uso deste tipo de modelo.

No presente estudo não é feita distinção entre “EF de barra” e “análise avançada”. Nos próximos itens é descrita a metodologia à construção dos modelos estudados.

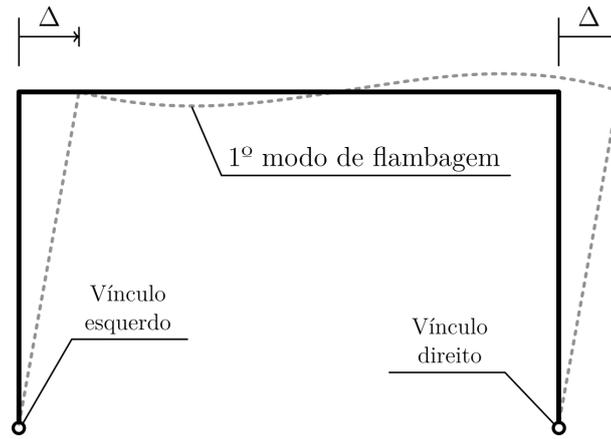
3.2 Elementos finitos de barra

A modelagem computacional em EF de barra foi realizada com elementos bi e tridimensionais, denominados pelo Abaqus por B21 e B31, respectivamente, cujo primeiro possui nós com três graus de liberdade e o segundo seis, ambos com interpolação linear no domínio do elemento, resultando em deformações e tensões constantes na direção axial. Foi considerada a não linearidade geométrica e a solução executada pelo método de Riks. Apenas seções tipo I de aço carbono laminado foram estudadas. Em todas as simulações foi utilizado o modelo constitutivo quadri-linear e coeficiente de Poisson como $\nu = 0.3$.

A densidade da malha foi adotada de modo que a dimensão do elemento fosse de no mínimo 1/4 do comprimento da semi-onda associada à flambagem local, comprimento este nomeado por L_b cuja obtenção é descrita em 3.2.1. Esta densidade mínima baseou-se em estudo de convergência levando em conta a relação custo-benefício.

O campo de imperfeições geométricas foi adotado apenas globalmente e de acordo com o primeiro modo de flambagem, como indicado na Figura 3.1. A magnitude Δ variou para cada caso, de acordo com o procedimento do Eurocode-3 (2005) ou com os dados fornecidos por outros autores, mas que são indicados em cada exemplo estudado.

Devido ao fato de que a presente investigação pretendia analisar o comportamento de peças em grandes deformações, os valores de tensão e deformação — nomeados aqui por f_{eng} e ϵ_{eng} — foram convertidos em valores reais, i.e., f_{real} e ϵ_{real} , de acordo com as Eqs. (3.1). Esse procedimento não só permite melhor representar numericamente as tensões e deformações, mas também é indispensável para a convergência numérica do problema.


 Figura 3.1: Esquema do primeiro modo de flambagem e amplitude Δ .

$$\begin{cases} f_{real} = f_{eng}(1 + \epsilon_{eng}) \\ \epsilon_{real} = \ln(1 + \epsilon_{eng}) \end{cases} \quad (3.1)$$

Além dessa conversão, os dados de deformação tiveram de ser separados em elástico e plástico. Para isso, partiu-se de $\epsilon_{real} = \epsilon_{total,real} = \epsilon_{pl,real} + \epsilon_{el,real}$, sendo $\epsilon_{el,real} = f_{real}/E$, donde

$$\epsilon_{pl,real} = \ln(1 + \epsilon_{eng}) - \frac{f_{real}}{E} \quad (3.2)$$

expressão inserida no software utilizado para a deformação plástica.

Devido à união do modelo em EF de barra com o MRC, foi necessária a leitura das máximas deformações de compressão. Como o ponto de integração mais afastado do eixo neutro localiza-se na meia altura de cada mesa do perfil, seria necessária a extrapolação das deformações para o ponto mais externo do perfil, como indicado na Figura 3.2. A deformação utilizada nas análises subsequentes foi ϵ_{pt} , associado ao ponto de integração mais afastado do eixo neutro, e não ϵ_{ex} , valor mais externo no perfil, já que a espessura t_f das mesas era sempre muito pequena. Tal abordagem já foi comentada por outros autores, e.g., Gardner et al. (2019b), que verificaram a insignificante diferença produzida nos resultados finais quando ϵ_{ex} foi utilizado, ao invés de ϵ_{pt} . Assim, a deformação ϵ_{pt} será aqui tratada como deformação máxima na seção.

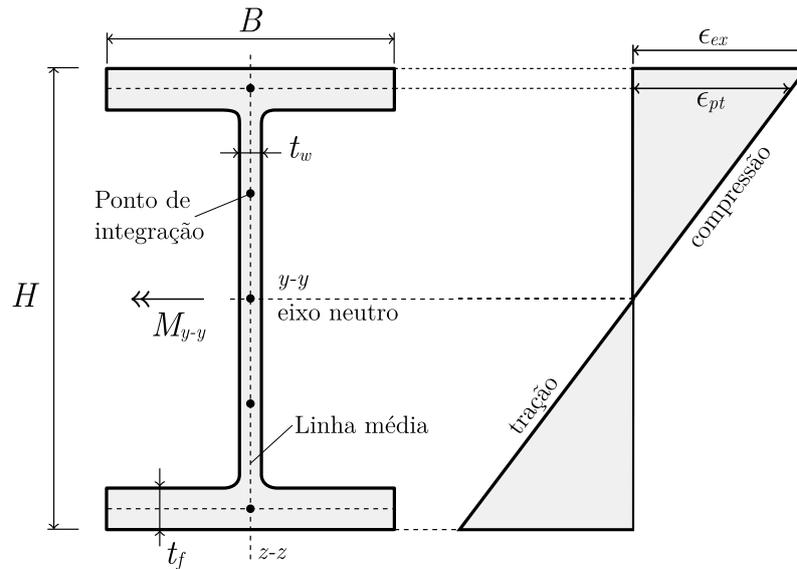


Figura 3.2: Perfil de deformações com deformação máxima e deformação associada ao ponto de integração.

Embora a calibragem da curva base tenha se dado com peças reais sob experimentação, quando apenas a deformação máxima é utilizada como parâmetro balizador à flambagem local de estruturas mais complexas, os resultados mostram-se conservadores, como já descrito por Fieber et al. (2018, 2019a) e Gardner et al. (2019b). Efetivamente, para o desenvolvimento do fenômeno real é necessário que não apenas uma seção alcance ϵ_{csm} , mas que uma certa região esteja indefesa ao desequilíbrio local. O comprimento longitudinal desta região é nomeado por L_b , cuja obtenção é descrita em 3.2.1. Dessa forma, as deformações máximas das seções que estiverem dentro do domínio de L_b serão capturadas e sua média realizada. Se o tamanho dos elementos finitos fosse distinto, seria necessário determinar a média ponderada, situação que não ocorre em nenhum dos modelos estudados. Essa abordagem da média das deformações foi empregada por outros autores com sucesso, sendo exemplos os trabalhos já citados neste parágrafo. A Figura 3.3(a) ilustra esse cenário através da viga engastada submetida à carga concentrada P . Na Figura 3.3(b), as máximas deformações de compressão em cada ponto de integração são representadas; na Figura 3.3(c), a deformação limite ϵ_{csm} junto com a média das deformações é indicada. Os pontos considerados na média são apenas aqueles que repousam inteiramente no domínio de L_b . Como se vê nesta figura, o pico de deformações (ou máxima deformação na estrutura) ultrapassou o limite ϵ_{csm} , o que não ocorreu com a respectiva média. Em outras palavras, levar em

conta apenas o pico de deformações produzirá capacidades de carga menores quando comparadas ao caso em que a média das deformações é realizada, diferença que será mais acentuada à medida que a taxa de variação da deformação ϵ for maior.

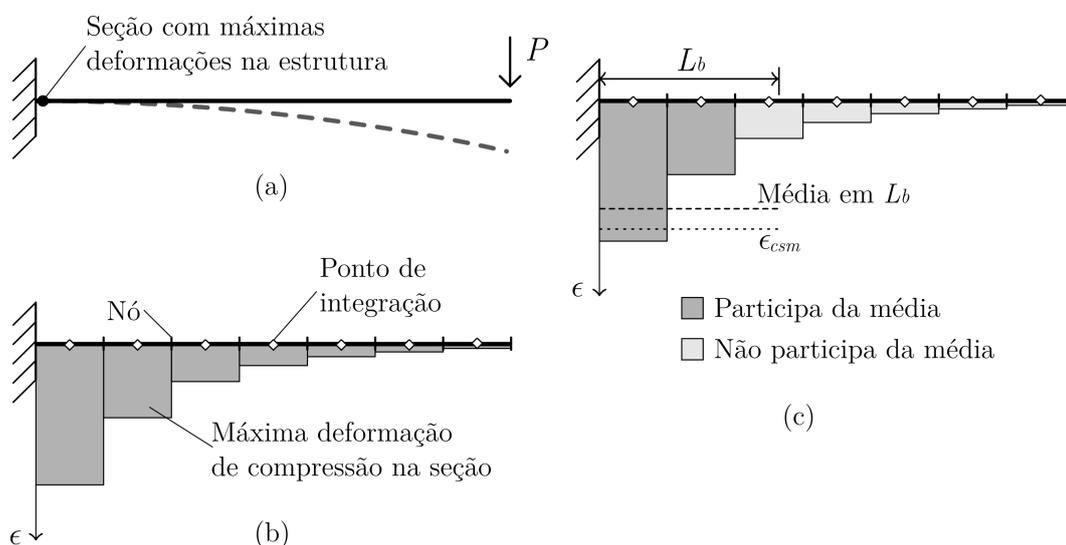


Figura 3.3: Viga e deformações de compressão associadas, com conceito da média das deformações em L_b .

3.2.1 Tensão crítica e comprimento de flambagem

Como já comentado em parágrafos anteriores, o cálculo da tensão crítica associada à flambagem local, f_{cr} , foi realizado com uso do procedimento descrito por Gardner et al. (2019a), ao passo que para o comprimento da semi-onda da flambagem local, L_b , foi utilizada a técnica apresentada por Fieber et al. (2019b). O objetivo neste item é descrever brevemente como esses parâmetros são determinados. O primeiro a ser discutido é f_{cr} .

A hipótese fundamental é de que a tensão crítica f_{cr} de uma placa em uma seção transversal é numericamente representada por valor intermediário entre a situação de comprimento longitudinal engastado ($f_{cr,e}$) e simplesmente apoiado ($f_{cr,sa}$). Matematicamente, isso é representado com auxílio do parâmetro ζ , que quantifica o quão afastado f_{cr} está, no interior de uma seção, da situação com comprimento longitudinal simplesmente apoiado, cenário que é ilustrado pela Eq. (3.3).

$$f_{cr} = f_{cr,sa} + \zeta (f_{cr,e} - f_{cr,sa}) \quad (3.3)$$

Os primeiros parâmetros a serem determinados são ψ_f e ψ_w , calculados pela razão entre as tensões da mesa (ψ_f) e da alma (ψ_w) do perfil. Se à seção da Figura 3.4 for aplicado esforço de flexo-compressão em torno do eixo de maior momento de inércia, valerá $\psi_f = f_b/f_a = 1$ e $\psi_w = f_c/f_b$ (desde que $f_b > f_c$, com sinal positivo ao esforço de compressão), sendo f a tensão em cada ponto indicado. Em todos os casos de carregamento ψ_f e ψ_w estarão no intervalo $[-1, 1]$, valendo -1 quando houver flexão pura e 1 quando houver compressão simples.

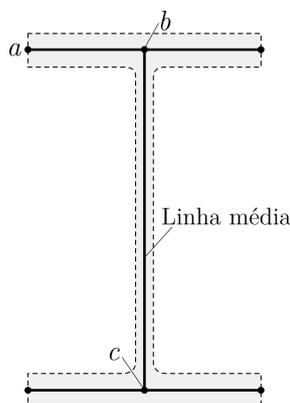


Figura 3.4: Pontos à leitura das tensões e cálculo de ψ_f e ψ_w .

Pela teoria da elasticidade, a tensão crítica à flambagem local de uma placa é representada pela Eq. (3.4), já apresentada anteriormente. De acordo com os valores determinados para ψ_f e ψ_w , Gardner et al. (2019a) apresentam diferentes expressões ao cálculo de k : para o caso de comprimento longitudinal simplesmente apoiado, são baseadas no Eurocode-3 (2006b); para o caso engastado, baseadas estatisticamente em simulações no software CUFSM¹. A partir da posse de k para as duas situações extremas de vinculação, as tensões $f_{cr,sa}$ e $f_{cr,e}$ podem ser calculadas pela Eq. (3.4). Para o cálculo de ζ , Gardner et al. (2019a) novamente extraem expressões estatísticas baseadas em centenas de simulações no software CUFSM. As expressões são apresentadas para cada tipo de seção, variando de acordo com ψ_f e ψ_w . Não cabe aqui apresentá-las pois escapam ao propósito e tema deste trabalho. Toda a discussão pode ser obtida

¹Cf. Schafer e Ádány (2006).

com maiores detalhes na publicação de Gardner et al. (2019a).

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 Ek}{12(1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \quad (3.4)$$

O procedimento para a determinação do comprimento L_b tem essencialmente a mesma estrutura, e baseia-se em valor intermediário entre a condição simplesmente apoiada e engastada. No entanto, diferente de (3.3), o primeiro caso de vinculação garante um comprimento de flambagem maior que o caso engastado, i.e., $L_{b,sa} > L_{b,e}$. A consequência é que a expressão geral para L_b terá o sinal invertido ao parâmetro ζ , como é indicado pela Eq. (3.5). Vale observar que este ζ é o mesmo da Eq. (3.3).

$$L_b = L_{b,sa} - \zeta (L_{b,sa} - L_{b,e}) \quad (3.5)$$

As expressões para $L_{b,sa}$ e $L_{b,e}$ são baseadas no comprimento de cada elemento — da alma ou mesa do perfil, no caso de seção I — e no coeficiente k_{Lb} , que, segundo Fieber et al. (2019b), é de caráter análogo ao k da Eq. (3.4). As expressões para este parâmetro k_{Lb} são determinadas pelos autores com base em centenas de simulações no software CUFSM, e levam em conta as condições de contorno e a distribuição de tensões na placa, distribuição esta baseada em ψ_f e ψ_w . Como no caso anterior, apresentar equações estatísticas e maiores detalhamentos da técnica proposta pelos autores não toma aqui sentido. Antes, o objetivo é mostrar a fundamentação geral dos procedimentos e permitir maior clareza ao leitor sobre os valores de f_{cr} e L_b .

Tanto a tensão crítica f_{cr} e o comprimento L_b são extensivamente utilizados ao longo deste trabalho, já que permitem o cálculo preciso da deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e da região à média das deformações. O uso do procedimento do primeiro parâmetro tem especial importância aqui porque a atual curva base do MRC foi calibrada a partir da tensão crítica fornecida pelo software CUFSM. Como Gardner et al. (2019a) utilizaram precisamente este software para ajustar as expressões estatísticas de seu procedimento e mostram, além disso, a excelente aproximação entre o valor fornecido pelo CUFSM e o da sua técnica, vem que os resultados de $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ encontrados no presente estudo são coerentes aos próprios dados da curva base. Isso deve ser observado, inclusive, em

futuros trabalhos e no próprio uso profissional do MRC.

3.3 Variação axial de ϵ_{csm}

De acordo com o procedimento proposto por Gardner et al. (2019a), utilizado no presente trabalho, a tensão crítica à flambagem local, f_{cr} , depende da razão entre as tensões das extremidades da seção. Em outras palavras, depende da proporção entre momento fletor e esforço axial. A consequência é que f_{cr} , nos casos mais gerais, varia ao longo do comprimento axial dos elementos estruturais. Como ϵ_{csm} é função de λ_p , que vale $\sqrt{f_y/f_{cr}}$, vem que ϵ_{csm} também varia ao longo dos elementos. A Figura 3.5 ilustra pórtico submetido a cargas concentradas, os respectivos diagrama de momento fletor e esforço normal e a referida variação de ϵ_{csm} .

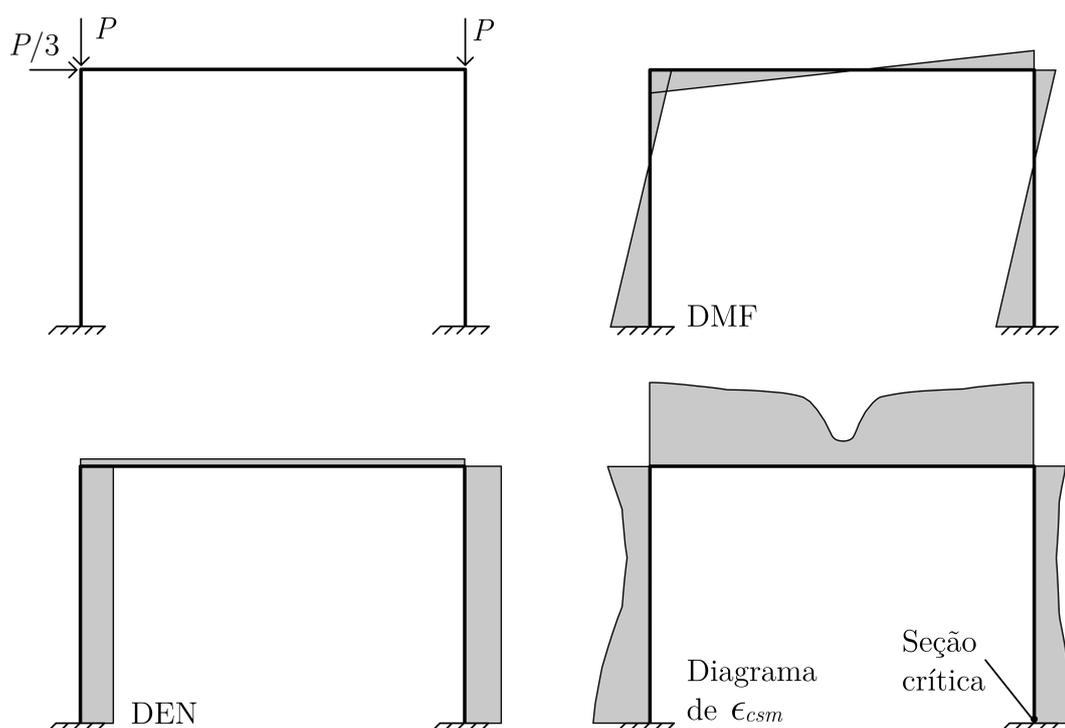


Figura 3.5: Variação de ϵ_{csm} ao longo das barras de um pórtico.

As ordenadas de cada diagrama estão representadas em escala. Como se vê, as regiões com menor capacidade à deformação são aquelas com menor momento fletor, embora a seção crítica — aquela cuja deformação máxima primeiro alcança ϵ_{csm} — não possua o menor valor de ϵ_{csm} . Efetivamente, esta seção crítica é determinada antes pela evolução das deformações durante o incremento de carga do que pelo limite ϵ_{csm} . Para

se ter melhor noção do impacto produzido pela variação da proporção entre esforço momento e normal, o aumento relativo da mínima à máxima ordenada do campo ϵ_{csm} na viga superior é de 177%, i.e., quase três vezes maior. O salto numérico de ϵ_{csm} apresentado nos nós superiores do pórtico são antes pela troca de seção transversal entre colunas e viga, do que por alteração da proporção entre os esforços.

No presente estudo, foi utilizado algoritmo para o cálculo de ϵ_{csm} em cada EF de barra no início da análise, valor que é mantido nos subsequentes incrementos de carga. O algoritmo captura o campo de tensões em cada ponto e determina o valor de ϵ_{csm} associado. Durante o incremento, realiza a média das deformações dos elementos em L_b e verifica se o limite foi alcançado ou não (ver item 3.5). Sua formulação, no entanto, comporta apenas modelos bidimensionais. A consequência é que no modelo tridimensional estudado no Capítulo 4 não é considerada a média das deformações.

3.4 Atualização de ϵ_{csm}

Como descrito na seção anterior, a tensão crítica f_{cr} varia em cada elemento no interior de uma estrutura. No entanto, em análise avançada os efeitos de segunda ordem produzem variação de f_{cr} também durante o incremento de carga, de modo que o próprio limite ϵ_{csm} varia durante a simulação. Nesta seção é apresentada uma técnica para atualizar ϵ_{csm} , mas sem o propósito de ser o centro deste trabalho; ao invés, trata-se de uma alternativa e também de um meio para complementar a discussão nos exemplos estudados.

Antes de qualquer simulação não há nenhuma informação sobre a evolução das deformações e tensões com o incremento de carga. Assim, um valor inicial de ϵ_{csm} é atribuído à estrutura; por exemplo, $\epsilon_{csm} = \epsilon_y$. A estrutura é simulada e a seção que primeiramente alcançar tal deformação limite é registrada. O campo de tensões associado a esta seção é lido, e com ele f_{cr} é calculado. Consequentemente, λ_p e $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ são determinados. O novo valor de deformação máxima é substituído no modelo, e a simulação refeita. Novamente, a seção que atingir por primeiro o novo limite ϵ_{csm} será registrada e seu campo de tensões lido, com recálculo de f_{cr} , λ_p e $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$. O processo é repetido até que o valor de $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ seja estabilizado. Nos casos em que este

procedimento foi utilizado, foi visualizada uma convergência em 4 ou 5 iterações². O procedimento, embora produza alguma melhora nos resultados, possui três inconveniências: a) é computacionalmente mais custoso; b) aplica um mesmo limite a toda a estrutura; c) extrapola o regime de validade elástico da tensão crítica f_{cr} . Atualmente, com a grande capacidade dos computadores, a primeira torna-se de pouco impacto ao tempo de processamento total dos dados. A segunda, de acordo com as simulações estudadas, não demonstrou incoerência de resultados quando comparada ao caso em que cada seção possuía seu próprio limite ϵ_{csm} . No entanto, junto com a terceira inconveniência mencionada, melhoras podem ser estudadas em trabalhos futuros. Nos exemplos em que essa atualização de ϵ_{csm} foi aplicada, tolerou-se essas duas últimas inconveniências e significativas melhoras dos resultados foram visualizadas, quando comparados aos casos em que ϵ_{csm} foi determinado em regime elástico-linear.

3.5 Fluxograma do algoritmo

Para a execução dos exemplos apresentados no Capítulo 4, foi desenvolvido um algoritmo para a determinação do campo de deformação limite ϵ_{csm} . O algoritmo funciona como subrotina ao software Abaqus e foi programado em linguagem Fortran. Maiores detalhes sobre o esquema sequencial adotado são mostrados no fluxograma a seguir, na Figura 3.6, que indica especialmente os passos acrescentados ao procedimento normal do Abaqus. Nessa Figura, vale:

- n : numerador do incremento de carga;
- $\beta^{(n)}$: fator de carga no incremento n ;
- β_{csm} : fator de carga associado a $P_{u,csm}$;
- Δ : incremento de carga;
- $f_i^{(n)}$ e $\epsilon_i^{(n)}$: tensão e deformação no incremento n no EF i ;
- N_{el} : número total de EF no modelo;
- N_{G_i} : número de EF no conjunto G_i .

²Alternativamente, em futuros trabalhos o cálculo de ϵ_{csm} pode ser implementado na própria simulação numérica, com atualização a cada incremento de carga.

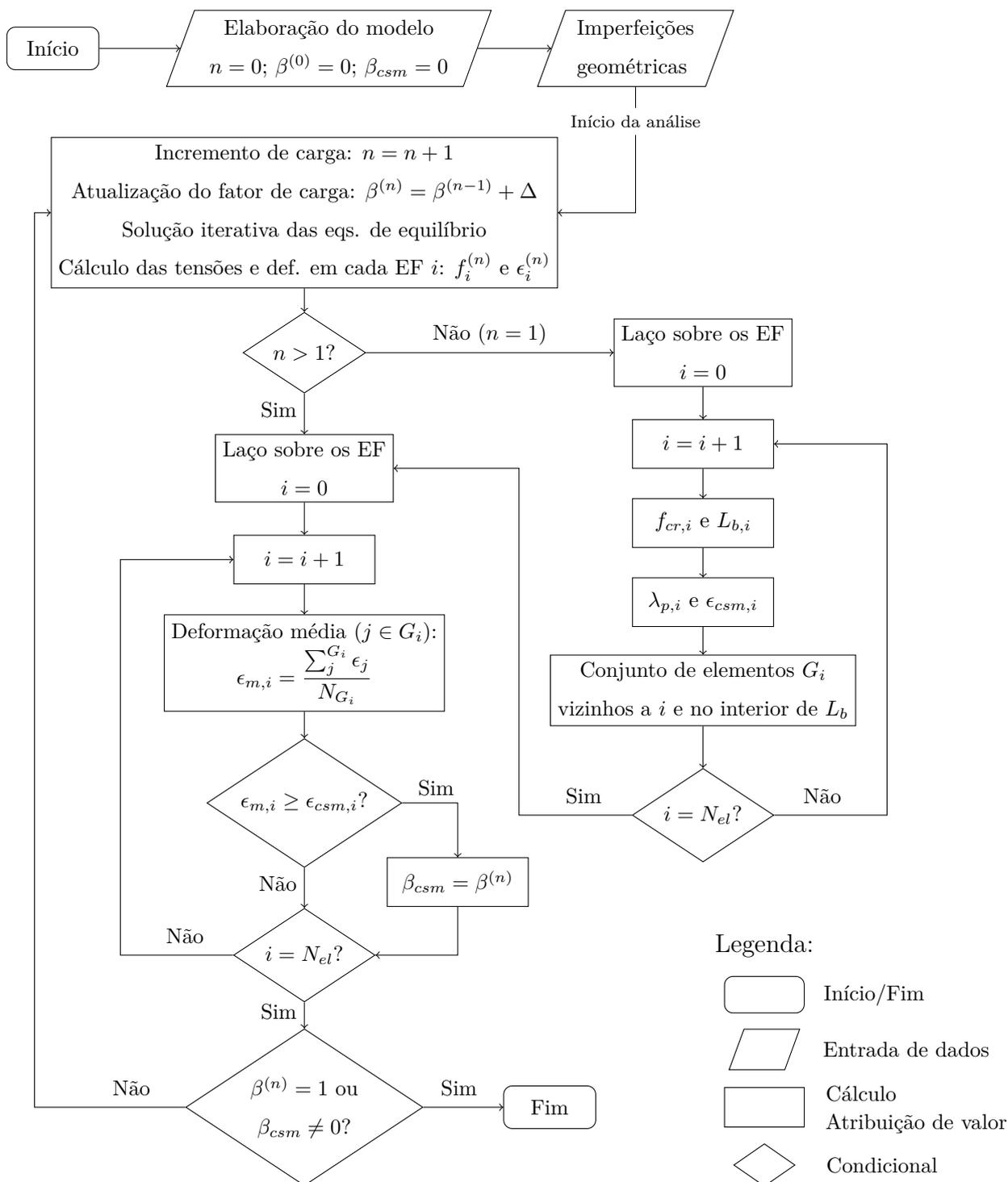


Figura 3.6: Fluxograma do algoritmo desenvolvido.

Capítulo 4

Exemplos de Aplicação

Neste capítulo são apresentados e discutidos os resultados alcançados pela análise avançada (termo tratado aqui sem distinção a “modelo em EF de barra”) em união ao MRC. São estudados diversos casos estruturais e de carregamento. Ao longo deste capítulo frequentemente será feita referência à classificação do Eurocode-3 (2005), cujo procedimento está brevemente descrito no Apêndice D.

O primeiro grupo de modelos em EF de barra foi comparado com resultados experimentais. Foram analisados um pórtico bi e outro tridimensional tendo como base os ensaios laboratoriais de Avery e Mahendran (2000c) e Kim et al. (2003), respectivamente. O segundo grupo de modelos em EF de barra foi comparado com modelos em EF de casca desenvolvidos por Avery e Mahendran (2000a). Por fim, são estudadas três vigas hiperestáticas em EF de casca.

Para maior esclarecimento ao leitor, a primeira seção deste capítulo explica a notação utilizada para a apresentação dos resultados.

4.1 Simbologia utilizada

A notação utilizada para expor os resultados nas próximas seções provém de diferentes técnicas de cálculo, exigindo breve nota a respeito para garantir clareza ao leitor. O principal dado nas comparações foi a carga última, representada sempre por P_u . Para cada caso, índices específicos são acrescentados. Assim, a carga última alcançada, e.g., pelo modelo em EF de casca é simbolizada por $P_{u,c}$. No caso dos modelos em EF de barra com limites de deformação do MRC, existem diferentes procedimentos

ao cálculo da tensão crítica f_{cr} e que impactam no valor de ϵ_{csm} . Pelo algoritmo de Gardner et al. (2019a), f_{cr} é dependente da proporção entre as tensões de extremidade na seção transversal. Portanto, a maneira mais simples ao cálculo de f_{cr} é considerar as tensões produzidas em regime elástico-linear; alternativamente, a não-linearidade geométrica pode ser considerada e o campo de tensões na seção atualizado com o acréscimo de carga, situação que exige maior demanda computacional, embora produza certa melhoria nos resultados à medida que grandes deformações são permitidas.

No que se refere à simbologia, as alternativas de cálculo que impactam no valor de ϵ_{csm} são indicadas por índices superiores, com exceção, como se verá, de $P_{u,csm}$. Por exemplo, se ϵ_{csm} ter sido determinado em análise linear e a falha identificada pela deformação em um único elemento de barra — i.e., para o pico de deformações na estrutura, e não pela média das deformações —, a carga última será representada por $P_{u,csm}^{p,el}$. A lista a seguir indica cada caso e detalha os procedimentos associados.

- $P_{u,t}$: carga última alcançada em ensaio laboratorial;
- $P_{u,c}$: carga última alcançada pelo modelo em EF de casca;
- $P_{u,b}$: carga última alcançada pelo modelo em EF de barra (análise avançada);
- $P_{u,NBR}$: carga última segundo o procedimento da NBR-8800 (2008), descrito brevemente no Apêndice C.
- $P_{u,csm}$: carga última alcançada por análise avançada com limite de deformação obtido pelo MRC. Tal deformação limite ϵ_{csm} foi calculada em regime elástico-linear. A média das deformações no domínio de L_b é tomada como critério para o fim da análise. Esta é a carga proposta como metodologia ao dimensionamento estrutural no presente trabalho e por isso não leva super-índices; as demais variações de carga máxima associadas ao MRC têm apenas o propósito de complementar a discussão e ilustrar melhorias quando do uso desta ou daquela técnica ao cálculo de ϵ_{csm} ;
- $P_{u,csm}^{p,el}$: carga última alcançada por análise avançada com limite de deformação obtido pelo MRC. Tal deformação limite ϵ_{csm} foi calculada em regime elástico-linear. O pico de deformações na estrutura é tomado como balizador para o fim da análise;

- $P_{u,csm}^{p,in}$: carga última alcançada por análise avançada com limite de deformação obtido pelo MRC. Tal deformação limite ϵ_{csm} é atualizada com a variação do campo de tensões, considerando ainda a não-linearidade geométrica. O pico de deformações é tomado como balizador para o fim da análise;
- $P_{u,csm}^{m,in}$: carga última alcançada por análise avançada com limite de deformação obtido pelo MRC. Tal deformação limite ϵ_{csm} é atualizada com a variação do campo de tensões, considerando ainda a não-linearidade geométrica. A média das deformações no domínio de L_b é tomada como critério para o fim da análise.

É importante esclarecer algumas das informações descritas na lista acima. Para a determinação das cargas últimas associadas ao MRC, é necessário o prévio cálculo da deformação limite da estrutura ϵ_{csm} . Nesse cálculo, a estrutura é simulada de acordo com os critérios do usuário, podendo considerar ou não a linearidade geométrica. É a esse cenário que os super-índices *el* e *in* fazem referência: o primeiro indica que ϵ_{csm} foi determinado em simulação geometricamente linear e em tensões de nível elástico; o segundo, que ϵ_{csm} foi determinado em simulação geometricamente não-linear cujo campo de tensões é atualizado. Após a determinação de ϵ_{csm} a simulação definitiva é realizada com os critérios descritos em 3.2, e só nessa simulação é determinado o carregamento que produz deformações iguais ao limite ϵ_{csm} . Para condensar as informações, a Tabela 4.1 apresenta as cargas vinculadas ao MRC com a respectiva técnica para a determinação da deformação ϵ_{csm} .

O item 3.4 dá maiores detalhes sobre o procedimento adotado ao cálculo de $P_{u,csm}^{p,in}$ e $P_{u,csm}^{m,in}$.

Carga	Média das deformações	Regime geométrico	Campo de tensões
$P_{u,csm}$	Sim	Linear	Elástico
$P_{u,csm}^{p,el}$	Não	Linear	Elástico
$P_{u,csm}^{m,in}$	Sim	Não-linear	Atual
$P_{u,csm}^{p,in}$	Não	Não-linear	Atual

Tabela 4.1: Critérios para a determinação de ϵ_{csm} associado a cada carga.

4.2 Pórtico bidimensional

Para a modelagem bidimensional, foi utilizado o ensaio laboratorial “*test frame 2*” realizado por Avery e Mahendran (2000c) e representado esquematicamente na Figura 4.1. O pórtico estudado possui seção transversal tipo I classificada pela NBR-8800 (2008) na flexão como semi-compacta, e pelo Eurocode-3 (2005) como classe 3. Foram construídos dois modelos: em EF de casca e em EF de barra.

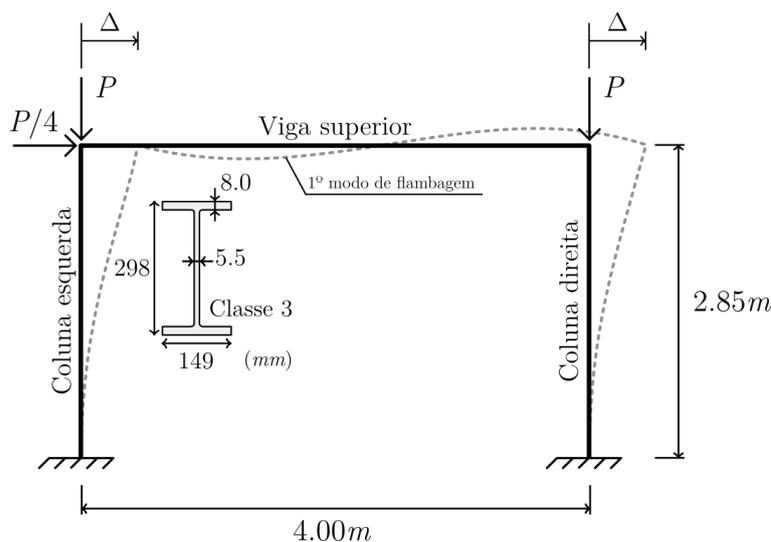


Figura 4.1: Pórtico bidimensional modelado em EF de barra com base no ensaio de Avery e Mahendran (2000c).

A seção transversal da estrutura é idêntica para a viga superior e para as colunas, submetidas à flexão em torno do eixo de maior momento de inércia; suas dimensões estão indicadas na Figura 4.1. Enquanto a seção real possuía suave raio de transição entre a mesa e a alma de 13.0mm , em ambos os modelos — em EF de barra e casca — isso foi negligenciado. As propriedades mecânicas do material (aço carbono laminado) fornecidas por Avery e Mahendran (2000c) basearam-se em ensaios de tração de amostras da mesa e da alma dos perfis, de modo que aqui foi utilizado a média desses valores, obtendo-se $E = 200\text{GPa}$, $f_y = 377.5\text{MPa}$ e $f_u = 518.5\text{MPa}$, parâmetros necessários e suficientes ao modelo quadri-linear.

O modelo em EF de casca foi construído seguindo os critérios definidos e detalhados no Apêndice A. As imperfeições geométricas foram introduzidas por meio de perturbações na geometria original do modelo, utilizando sobreposição linear dos modos de flambagem associados às possíveis regiões de flambagem local — nas mesas compri-

das da viga e das colunas. A Figura 4.2 mostra o modelo original e um dos modos considerados. Como indicado por Avery e Mahendran (2000c), durante o ensaio laboratorial o pórtico em questão estava restringido a deslocamentos fora do plano da estrutura; por isso, restrições a esse tipo de deslocamento foram acrescentadas no modelo. A densidade da malha de EF foi adotada de modo que a mesa da seção tivesse pelo menos doze elementos na direção transversal; como um todo, o modelo foi dividido em pouco mais de 41 mil EF (com três graus de liberdade, de comportamento bidimensional).

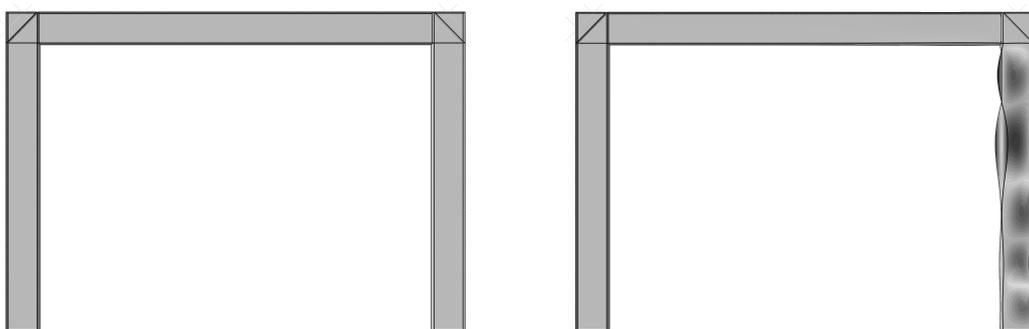


Figura 4.2: Modelo elaborado em EF de casca baseado no ensaio de Avery e Mahendran (2000c) e um dos respectivos modos de flambagem.

Para o modelo em EF de barra, o primeiro modo de flambagem foi adotado como representativo das imperfeições geométricas globais, com amplitude de acordo com o Eurocode-3 (2005), de $\Delta = h/200$. Para determinar a densidade da malha foi executado estudo de convergência dos resultados. A comparação foi feita com base na razão de carga alcançada à medida que a densidade da malha fosse alterada, como indicado na Figura 4.3, onde o eixo horizontal, na escala logarítmica, representa o número de EF totais do modelo. Observando o tempo de processamento e também a pequena diferença de resultados, a malha mínima adotada foi a que forneceu a melhor relação custo-benefício, com dimensão dos EF de $60mm$, garantindo ao modelo 164 nós. Tal densidade permite que no mínimo quatro EF de barra caibam no comprimento L_b , que neste exemplo vale $286mm$ (na seção crítica); assim, para os demais modelos também foi adotada esta densidade de malha como mínima.

As cargas máximas para cada procedimento estão indicadas na Tabela 4.2, onde também estão apresentadas as razões entre as cargas obtidas numericamente e a experimental. A instabilidade local, conforme visualizada em laboratório e comentada

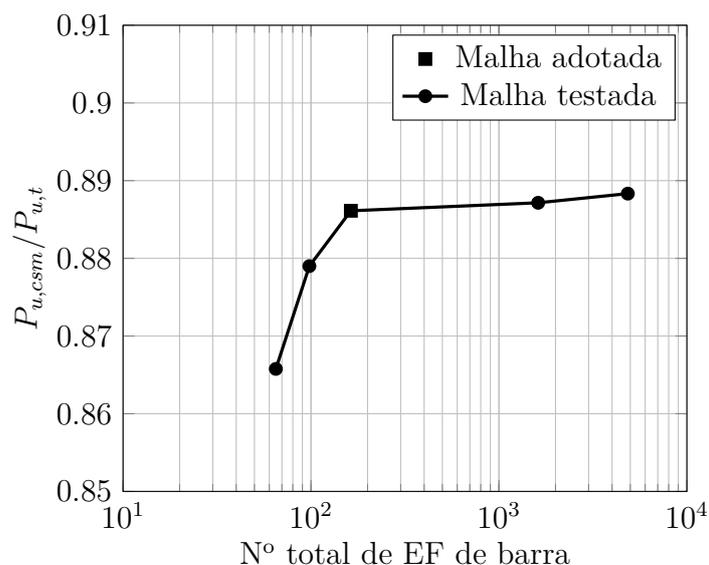


Figura 4.3: Convergência da razão com o aumento da densidade da malha de EF de barra.

i	P_i (kN)	$P_i/P_{u,t}$
1	$P_{u,t} = 568.0$	1.000
2	$P_{u,c} = 574.3$	1.011
3	$P_{u,b} = 644.6$	1.135
4	$P_{u,csm} = 503.4$	0.886
5	$P_{u,csm}^{m,in} = 518.2$	0.912
6	$P_{u,NBR} = 466.8$	0.822

Tabela 4.2: Comparação entre cargas numéricas e experimental.

por Avery e Mahendran (2000c), iniciou-se na mesa comprimida do engaste da coluna direita. Segundo os autores, antes da flambagem local ocorreu escoamento da região comprimida da seção junto ao engaste, com propagação de plasticidade e redistribuição de momentos. Essa sequência de fenômenos foi identicamente visualizada no modelo em EF de casca. O pequeno desvio de carga máxima apresentado por este modelo em relação ao fornecido pelo ensaio pode ser das mais variadas fontes, como tensão residual, conexão entre colunas e base, excentricidade de aplicação das cargas, imperfeições geométricas etc. O campo de deformações finais, no entanto, parece ter se aproximado bem daquele visto no experimento, como pode ser notado na Figura 4.4, que mostra a região do engaste da coluna direita pelo modelo em EF de casca, na parte (a), e pelo ensaio de Avery e Mahendran (2000c), na parte (b).

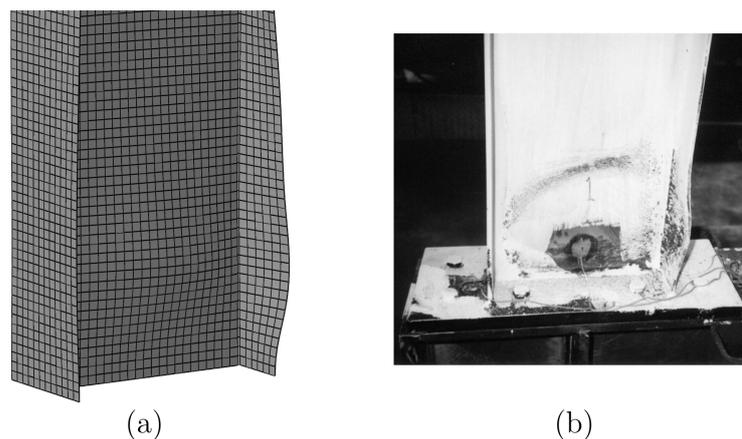


Figura 4.4: Deformação local no engaste da coluna direita em (a) modelo em EF de casca e (b) ensaio de Avery e Mahendran (2000c).

A simulação em EF de barra com limites de deformação do MRC indicou flambagem local também no engaste da coluna direita — já que esta região alcançou primeiramente $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$, cujo valor encontrado foi de 1.14, quando $\lambda_p = 0.66$. A curva do acréscimo de carga do modelo em EF de barra em função da média das deformações normalizadas na referida região crítica é mostrada na Figura 4.5. Como indicado na Tabela 4.2, a carga $P_{u,b}$ ultrapassou consideravelmente $P_{u,t}$, sugerindo excessiva capacidade da estrutura, enquanto que o limite de deformação $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ com boa eficiência contornou esse desvio e indicou carga máxima segura ao pórtico. Com baixo custo computacional, a carga $P_{u,csm}$ distou pouco mais de 11% de $P_{u,t}$, enquanto que a atualização do campo de tensões para o cálculo de $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$, representado por $P_{u,csm}^{m,in}$, produziu pequena diminuição desta diferença, ficando aproximadamente 9% aquém da carga de teste. Pelo procedimento normativo, a carga máxima encontrada — considerando apenas o comportamento no plano da estrutura — ficou 7% abaixo de $P_{u,csm}$. Em especial, chama a atenção o bom resultado de $P_{u,csm}$, vinculado a um modelo de rápida elaboração e processamento, formando um contraste massivo aos mais de 41 mil EF do modelo em casca, que exigem tempo largamente maior a sua construção e processamento.

Avery e Mahendran (2000c) também modelaram o atual pórtico por EF de casca, e alcançaram a carga máxima $P_{u,c} = 536.0kN$, que representa $P_{u,c}/P_{u,t} = 0.944$. Essa diferença de valores tem origem em diversas considerações feitas por Avery e Mahendran (2000c) em seu modelo e que não foram aqui levadas em conta: a) espessuras da mesa e da alma baseada na média de medições ($t_f = 7.94mm$ e $t_w = 5.55mm$); b)

tensões residuais máximas baseadas em medições na mesa e na alma; c) peso próprio da estrutura e dos macacos de atuação de cargas; d) imperfeições globais baseadas em medições; e) valores de f_y e f_u diferentes para mesa e alma, baseados em pré-ensaios com amostras dessas regiões. Mesmo com todas essas considerações adicionais, no entanto, a carga encontrada pelos autores ficou mais afastada do que a encontrada no presente estudo. Gardner et al. (2019c) também modelaram este pórtico por EF de casca, e encontraram $P_{u,c} = 535.6 kN$, provavelmente também utilizando a média das medições de Avery e Mahendran (2000c), com exceção das tensões f_y e f_u , adotadas por Gardner et al. (2019c) como $f_y = 360 MPa$ e $f_u = 510 MPa$, e do campo de imperfeições, adotadas segundo recomendações do Eurocode-3 (2005). De qualquer modo, a carga encontrada no presente estudo aproximou-se bem daquela visualizada em laboratório. A Figura 4.6 mostra a configuração obtida ao lado da configuração encontrada por Avery e Mahendran (2000c); como se vê, os modelos mostraram comportamentos de deformação e deslocamento razoavelmente parecidos. O principal objetivo em elaborar tal estrutura era o de validar a metodologia detalhada no Apêndice A.

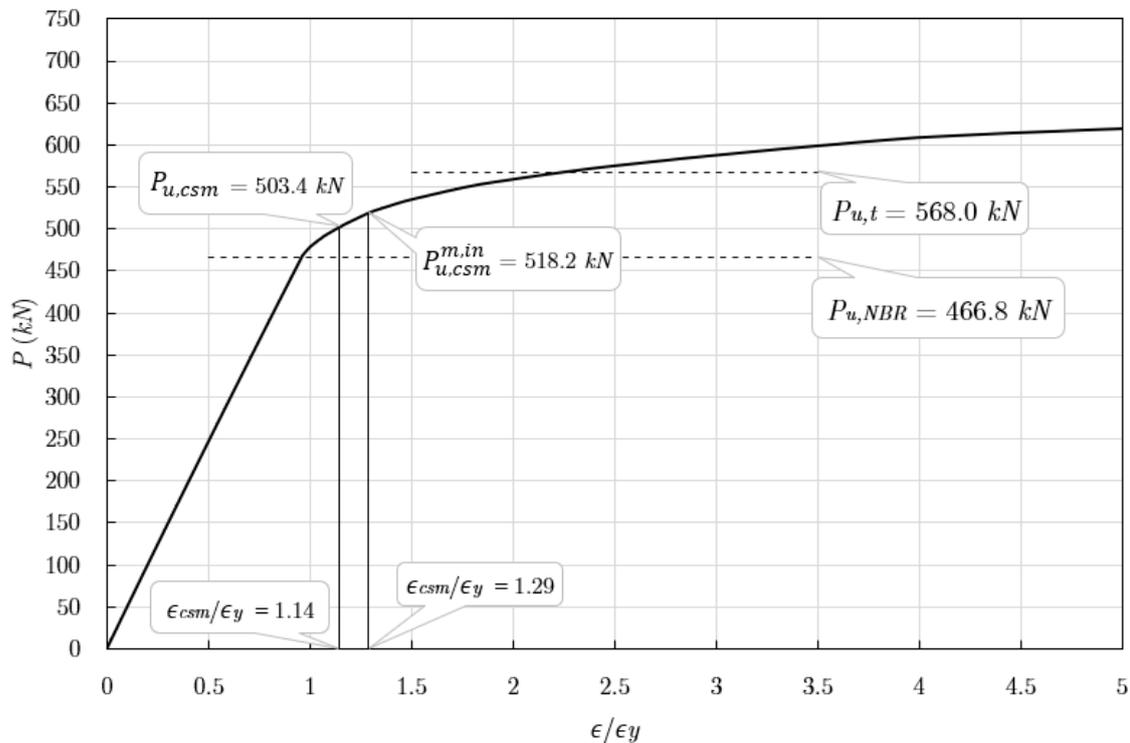


Figura 4.5: Curva de comportamento do modelo em EF de barra; a razão ϵ/ϵ_y corresponde à média das deformações em L_b na mesa comprimida da coluna direita.

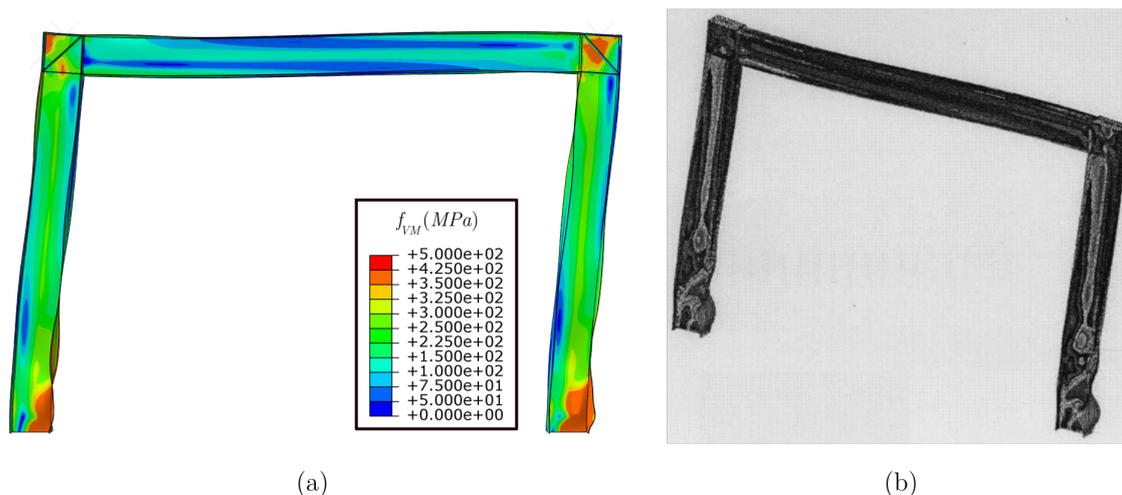


Figura 4.6: Na parte (a), pórtico modelado em EF de casca, onde f_{VM} é tensão de von Mises. Na parte (b), modelo de Avery e Mahendran (2000c).

4.3 Pórtico tridimensional

O pórtico tridimensional modelado foi baseado no ensaio laboratorial de Kim et al. (2003), esquematicamente ilustrado na Figura 4.7. Foram realizados três testes com mudança na proporção entre as cargas verticais e horizontais, como indicado na Tabela 4.3.

Embora não esteja indicado na Figura 4.7, tanto no ensaio laboratorial, como nas simulações, os nós superiores de aplicação das cargas verticais P estavam restritos aos deslocamentos na direção x e y ¹, devido à dificuldade dos macacos de carga acompanharem a translação da estrutura. Segundo Kim et al. (2003), as vigas ficaram com as mesas paralelas ao plano $x - y$ e as colunas com as mesas paralelas ao plano $z - x$.

A seção transversal à modelagem foi a mesma para todos os elementos, e baseou-se nas dimensões nominais, embora houvesse algum desvio em relação às dimensões medidas, como apresentado na Tabela 4.4. O desvio apresentado nesta tabela foi calculado como a razão relativa entre a média das medições e a dimensão nominal. Além disso, foi negligenciado o raio de transição entre a mesa e a alma, que nominalmente tem valor de 11.0mm . De acordo com a NBR-8800 (2008), na flexão e na compressão, tal seção é classificada como compacta, e pelo Eurocode-3 (2005) como classe 1.

As propriedades mecânicas do material (aço carbono laminado) fornecidas por Kim et al. (2003) basearam-se em ensaios de tração de amostras da alma e da mesa de

¹Referência aos eixos de orientação indicados na Figura 4.7.

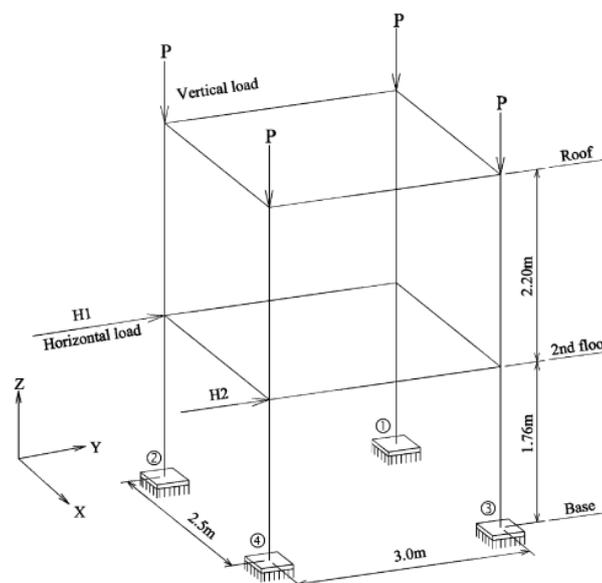


Figura 4.7: Pórtico modelado em EF de barra. Fonte: Kim et al. (2003).

Teste	Carga vertical	Carga horizontal H_1	Carga horizontal H_2
1	P	$P/3$	$P/6$
2	P	$P/4$	$P/8$
3	P	$P/5$	$P/10$

Tabela 4.3: Proporções entre as cargas nos três testes.

algumas peças. Para a presente simulação, foi feita a média dos valores de tensão e deformação, com resultados para o modelo quadri-linear de $E = 211,707MPa$, $f_y = 325.5MPa$ e $f_u = 455.0MPa$. Estes valores de tensão e deformação foram também convertidos em valores reais, utilizando as Eqs. (3.1) e (3.2). A dimensão adotada dos EF de barra foi de $40mm$, garantindo ao modelo mais de 900 elementos.

Antecipando os testes principais, Kim et al. (2003) realizaram ensaio de carregamento em nível elástico para avaliar a rigidez da conexão entre as colunas e os apoios no piso. Neste ensaio, atuaram apenas as cargas horizontais em intensidade idêntica e igual a $20kN$; as restrições de translação no topo do pórtico foram liberadas, e foram medidos os deslocamentos na direção y dos pontos de aplicação das cargas. Na Tabela 4.5, são apresentados os resultados obtidos no ensaio e também os obtidos nas simulações com apoios restritos nos 6 g.l. (engaste) e restritos apenas nos 3 g.l. de translação

Dimensão	Valor nominal (<i>mm</i>)	Desvio em relação à média das medições
H	150.0	0.47%
B	150.0	0.03%
t_f	10.0	3.00%
t_w	7.0	5.36%

Tabela 4.4: Dimensões das seções transversais utilizadas na simulação; medições realizadas por Kim et al. (2003).

(rótula). Nesta tabela, os índices 2 e 4, em δ_i , referem-se às colunas ② e ④ da Figura 4.7, já que os deslocamentos medidos foram levemente diferentes, provavelmente em decorrência de imprecisões da própria medição e também da dificuldade em assegurar a simultaneidade da aplicação das cargas; naturalmente, estes valores são iguais na simulação computacional. Vale ressaltar que Kim et al. (2003) não fornecem os deslocamentos δ_2 e δ_4 numericamente, mas apenas em formato gráfico; portanto, pode haver pequeno desvio entre os valores da Tabela 4.5 e os efetivamente medidos. Com base nos resultados desta tabela, para as demais simulações do atual pórtico foram utilizadas restrições nos 6 g.l. dos apoios (engaste), já que o comportamento e deslocamentos associados mostraram se aproximar melhor dos reais. A comparação entre os resultados da referida tabela é útil para mensurar, mesmo que de modo indireto e nocional, o desvio existente entre o comportamento do modelo e da estrutura real.

Engaste	Rótula	Medição de Kim et al. (2003)
$\delta_2 = \delta_4 = 2.30mm$	$\delta_2 = \delta_4 = 9.54mm$	$\delta_2 = 3.57mm$ $\delta_4 = 3.78mm$

Tabela 4.5: Deslocamentos horizontais dos pontos de aplicação das cargas horizontais em nível elástico.

Considerando o modelo como um todo, nota-se que existem diversas diferenças e desvios entre a estrutura modelada e a ensaiada em laboratório. Embora cada uma dessas diferenças seja pequena individualmente, certamente há um acúmulo no modelo final, o que pode ter contribuído na diferença entre os resultados obtidos e os visualizados em laboratório.

As razões para cada um dos três testes entre as cargas máximas das simulações e as

cargas máximas dos ensaios estão apresentadas na Tabela 4.6, onde é exposta também a carga resistente obtida pela NBR-8800 (2008)² e a obtida por Kim et al. (2003) em modelo de EF de casca. Vale destacar que os resultados de $P_{u,t}$ fornecidos por Kim et al. (2003) consideram coeficiente de redução de 0.9, o que não foi aqui utilizado. Levando em conta o grau de simplificação dos EF de barra em relação à estrutura real, da soma e acúmulo dos desvios na montagem do modelo e de outras imprecisões que o próprio ensaio possa ter apresentado, como a flexibilidade da conexão entre as colunas e o piso, variação das propriedades do material, excentricidade da aplicação das cargas e tensões residuais, os valores de carga máxima $P_{u,b}$ obtidos nas simulações aproximaram-se bem dos experimentais. Por ser formada por colunas de seção compacta, a desestabilização ocorre principalmente por disseminação de plasticidade, de modo que a análise avançada consegue representar suficientemente bem o comportamento global; aplicando limite de deformação do MRC a este tipo de estrutura é possível, por sua vez, controlar essa disseminação da plasticidade.

Teste	$P_{u,t}$ (kN)	$P_{u,c}/P_{u,t}$	$P_{u,b}/P_{u,t}$	$P_{u,NBR}/P_{u,t}$
1	610.4	0.972*	0.952	0.761
2	675.2	1.017*	0.980	0.796
3	757.6	0.999*	0.948	0.784

*Valores de $P_{u,c}$ obtidos por Kim et al. (2003).

Tabela 4.6: Comparação entre carga máxima dos modelos simulados e dos ensaios de Kim et al. (2003).

A razão entre a carga máxima sugerida pelo MRC e a carga do ensaio são mostradas na Tabela 4.7. A seção crítica — aquela que primeiro alcançou $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ — foi identificada na mesa comprimida da coluna ②, na região do engaste; segundo Kim et al. (2003), as deformações visualizadas neste local foram tomadas como critério para a parada dos ensaios. Na Tabela 4.7, no que se refere às cargas associadas ao MRC, apenas aquelas vinculadas ao pico das deformações são fornecidas, já que o algoritmo

²Diferente do caso anterior, o presente pórtico é do tipo tridimensional. Por causa disso, o dimensionamento pela NBR-8800 (2008) levou em conta a resistência à flambagem em torno dos três eixos (x , y e z).

utilizado para o cálculo da média das deformações atualmente não comporta estruturas tridimensionais. Mesmo assim, as cargas mostradas aproximaram-se bem daquelas dos ensaios laboratoriais. A principal vantagem do método, neste caso, é limitar a capacidade de deformação e, com isso, a disseminação da plasticidade. Uma pequena melhora nos resultados é percebida quando da troca da técnica para determinação do limite $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$, de $P_{u,csm}^{p,el}$ para $P_{u,csm}^{p,in}$; essa melhora, no entanto, é baseada na extrapolação do cálculo da tensão crítica para regime inelástico, como já mencionado em outra parte. Quando os valores de $P_{u,csm}^{p,el}$ são comparados aos normativos, nota-se um ganho médio de 12%, permitindo melhor uso da capacidade da estrutura.

Teste	$P_{u,csm}^{p,el}$ (kN)	$P_{u,csm}^{p,in}$ (kN)	$P_{u,csm}^{p,el}/P_{u,t}$	$P_{u,csm}^{p,in}/P_{u,t}$
1	524.7	550.8	0.860	0.902
2	610.9	636.7	0.905	0.943
3	678.9	702.6	0.896	0.927

Tabela 4.7: Comparação entre carga máxima $P_{u,csm}^{p,in}$ e dos ensaios de Kim et al. (2003).

A Tabela 4.8 apresenta as deformações limites e a esbelteza associada. Na coluna (a), $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e λ_p foram determinados em regime elástico-linear e, portanto, estão associados à carga $P_{u,csm}^{p,el}$; a coluna (b), por sua vez, associa-se a $P_{u,csm}^{p,in}$, quando o campo de tensões na seção transversal é atualizado com o incremento de carga. A tabela mostra o significativo ganho em capacidade de deformação quando da troca de procedimento de cálculo; isso se deve em especial ao acúmulo de efeitos de segunda ordem, pois à medida que a estrutura se deforma as cargas verticais P de grande magnitude impõem maiores momentos na estrutura, o que aumenta a capacidade à deformação.

Teste	(a)	(b)
	$\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ (λ_p)	$\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ (λ_p)
1	7.29 (0.39)	8.44 (0.38)
2	7.12 (0.39)	8.16 (0.38)
3	6.98 (0.40)	7.92 (0.38)

Tabela 4.8: Deformação limite associada a (a) $P_{u,csm}^{p,el}$ e (b) $P_{u,csm}^{p,in}$.

As curvas de comportamento de cada uma das três simulações estão expostas na Figura 4.8, onde δ representa o deslocamento na direção y do nó de aplicação da carga H_1 . Para evitar excessivas informações visuais, apenas $P_{u,csm}^{p,in}$ e $P_{u,NBR}$ são fornecidas. Como se vê, o ganho na capacidade de deformação é significativo com o uso da análise avançada com limites do MRC frente aos resultados conservadores da NBR-8800 (2008).

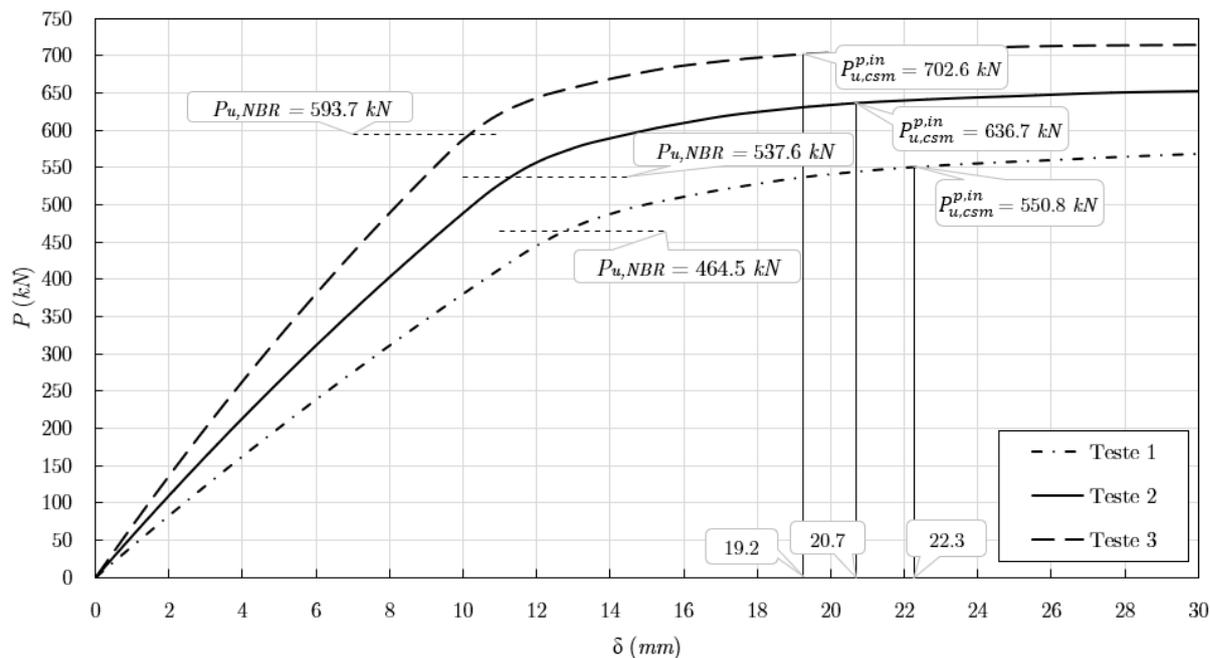


Figura 4.8: Curvas de comportamento obtidas na simulação numérica dos testes de Kim et al. (2003); δ representa o deslocamento na direção y do nó de aplicação da carga H_1 .

4.4 Conjunto de pórticos benchmark

Devido à carência de ensaios laboratoriais registrados na literatura que se enquadram nos objetivos do presente trabalho, foram adotadas as simulações feitas em EF de casca por Avery e Mahendran (2000a) como critério de comparação para as subseqüentes modelagens em EF de barra. Nesse trabalho, os autores simularam 120 pórticos com diferentes características e condições de contorno. As estruturas foram divididas em cinco grandes grupos, com variações: a) nas condições de vinculação; b) na presença ou não de desvio de prumo; c) no eixo de flexão (maior ou menor) da seção transversal; d) na proporção P/H do carregamento; e) na altura total h do pórtico; f) na proporção s/h entre a largura e a altura do pórtico (com simultânea variação da seção transversal da viga superior); g) nas dimensões t_f e t_w da seção. A Figura 4.9 ilustra esquema geral dos pórticos modelados.

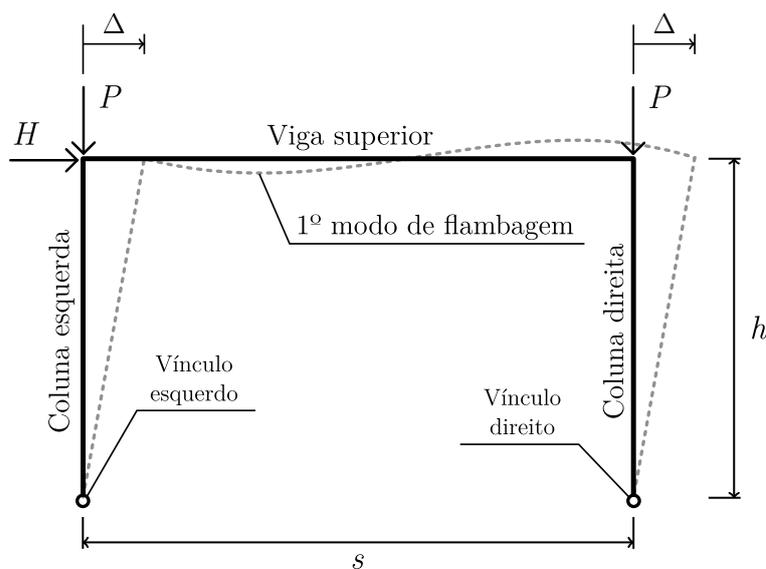


Figura 4.9: Esquema geral dos pórticos modelados em EF de casca por Avery e Mahendran (2000a).

Todas as seções são do tipo I, constituídas de aço carbono com tensão de escoamento f_y variando de 320 a 420MPa, módulo de elasticidade $E = 200GPa$ e coeficiente de Poisson $\nu = 0.3$. Avery e Mahendran (2000a) utilizaram modelo elasto-plástico perfeito, ao passo que neste trabalho foi utilizado o modelo quadri-linear, já referido em parágrafos anteriores. Para este modelo constitutivo, foi aqui adotado f_u igual a 450, 500 e 550MPa associados ao f_y de 320, 370 e 420MPa, respectivamente. O uso do modelo quadri-linear, ao invés do elasto-plástico perfeito, não torna inconsistente a

análise porque em todos os casos foram visualizadas tensões inferiores ou iguais às do patamar de escoamento associado.

A densidade da malha de EF foi identicamente adotada em todas as estruturas, com elementos de dimensões aproximadamente igual a $40mm$ — já que o próprio software ajusta a malha ao modelo. Com tal densidade, foi possível acomodar no mínimo seis elementos no interior do comprimento L_b .

Em todos os casos em que havia desvio de prumo foi considerado o primeiro modo de flambagem como representativo — com amplitude de $\Delta = h/500$ —, o que está de acordo com o campo de deslocamentos adotado por Avery e Mahendran (2000a). Em todas as simulações a não-linearidade geométrica foi aqui considerada. Os autores adotaram ainda um campo de deslocamentos locais — na alma e na mesa do perfil — e de tensões residuais, que, naturalmente, não foram aqui considerados explicitamente — o uso do limite de deformação ϵ_{csm} , baseado em ensaios laboratoriais, traz implicitamente tais desvios. Para evitar deslocamentos globais fora do plano da estrutura, Avery e Mahendran (2000a) indicam ter acrescentado vínculos restritivos à direção transversal; dessa forma, fica assegurado que a falha estrutural visualizada pelos autores não foi diferente das possibilidades contempladas pela modelagem em EF de barra vinculada ao MRC.

Para a apresentação dos resultados, foi adotado o mesmo sistema de identificação utilizado por Avery e Mahendran (2000a), que se baseia na associação de cada X_i do identificador $bmX_1 - X_2X_3X_4X_5$ com sua respectiva característica listada nas Tabelas 4.9 a 4.11. A primeira variável, X_1 , associa-se ao grupo a que a estrutura pertence; portanto, por serem cinco grupos, $1 \leq X_1 \leq 5$. A segunda variável, X_2 , está vinculada à altura total do pórtico; a terceira variável, X_3 , à razão s/h entre a largura e a altura do pórtico; a quarta, X_4 , à razão P/H entre as cargas; e, por fim, a quinta, X_5 , ao identificador secundário para as características geométricas da seção, podendo ser “i”, “r1” (reduzida 1) ou “r2” (reduzida 2), como mostrado na Tabela 4.11, identificadores que permitem a determinação da seção correta na Tabela 4.12. Em última análise, o que caracteriza a diferença entre “i”, “r1” e “r2” é uma redução das dimensões t_f e t_w e um aumento da tensão f_y .

Por exemplo, a estrutura com identificador $bm1 - 1223$ está engastada nos dois vínculos, é simulada com desvio de prumo e a seção flexionada em torno do maior

eixo de resistência; o pórtico possui altura total $h = 3.0m$ com razão $s/h = 1.0$, a viga superior tem seção transversal 360 UB 44.7, o carregamento é aplicado na razão $P/H = 15$ e o identificador secundário da seção é r2, o que resulta na tensão de escoamento $f_y = 420MPa$.

X_1	Vínculo esquerdo	Vínculo direito	Desv. de prumo	Eixo de flexão
1	Engastado	Engastado	Sim	Maior
2	S. Apoiado	S. Apoiado	Sim	Maior
3	S. Apoiado	Engastado	Sim	Maior
4	S. Apoiado	S. Apoiado	Não	Maior
5	S. Apoiado	S. Apoiado	Sim	Menor

Tabela 4.9: Associação de X_1 ao grupo da estrutura.

X_2	Seção colunas	h (m)	X_3	Seção viga	s/h
1	310 UB 32.0	3.0	1	250 UB 25.7	1.5
2	310 UB 32.0	5.0	2	360 UB 44.7	1.0
3	310 UB 32.0	7.0			

Tabela 4.10: Associação de X_2 à altura total h do pórtico e de X_3 à razão s/h .

X_4	P/H	X_5	Identificador da seção
1	100	1	i
2	15	2	r1
3	3	3	r2

Tabela 4.11: Associação de X_4 à razão P/H e de X_5 aos identificadores i, r1 e r2 das seções.

Neste trabalho, foram modeladas 36 das 120 estruturas de Avery e Mahendran (2000a); os resultados são discutidos nos próximos itens.

id.	Local	Seção	H (mm)	B (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	f_y (MPa)
i	Viga	360 UB 44.7	352	149	9.7	6.9	320
i	Coluna	310 UB 32.0	298	149	8.0	5.5	320
i	Viga	250 UB 25.7	248	149	8.0	5.0	320
r1	Viga	360 UB 44.7	351	149	8.7	6.4	370
r1	Coluna	310 UB 32.0	297	149	7.0	5.0	370
r1	Viga	250 UB 25.7	247	149	7.0	4.5	370
r2	Viga	360 UB 44.7	350	149	7.7	5.9	420
r2	Coluna	310 UB 32.0	296	149	6.0	4.5	420
r2	Viga	250 UB 25.7	246	149	6.0	4.0	420

Tabela 4.12: Dimensões da seção transversal e tensão f_y das simulações de Avery e Mahendran (2000a).

4.4.1 Grupo I ($X_1 = 1$)

O primeiro grupo de simulações é caracterizado por ter ambos os vínculos engastados, flexionar a seção em torno do maior eixo de resistência e considerar o desvio de prumo, com amplitude $\Delta = h/500$. A Figura 4.10 ilustra o pórtico tipo para este grupo. Os resultados de carga máxima encontrados por Avery e Mahendran (2000a) para as estruturas aqui simuladas estão apresentados na Tabela 4.13. Como pode ser visto, do grupo I foram modelados nove casos.

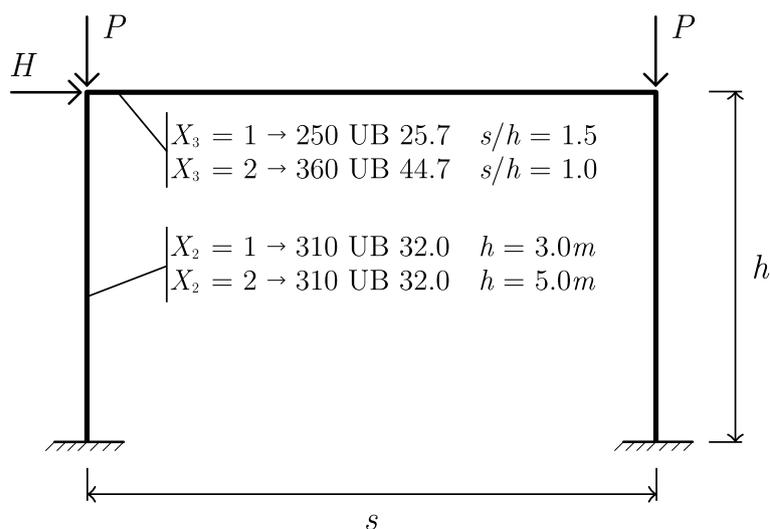


Figura 4.10: Pórtico tipo do grupo I.

A razão entre os resultados obtidos pela simulação em EF de barra e os de Avery

Identificador	$P_{u,c}$ (kN)		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm1 - 11X_41$	383	828	1072
$bm1 - 12X_41$	432	877	1076
$bm1 - 22X_41$	279	681	1018

Tabela 4.13: Carga última $P_{u,c}$ encontrada por Avery e Mahendran (2000a) em modelo de EF de casca para o grupo I.

e Mahendran (2000a), $P_{u,b}/P_{u,c}$, estão apresentados na Tabela 4.14. Em todos os casos a carga máxima alcançada pela modelagem em EF de barra resultou maior que a de EF de casca, já que as seções em análise são suscetíveis à instabilidades locais, fenômeno que não pode ser capturado pelo primeiro modelo. Dentre os resultados, o grupo que mostrou maior afastamento em relação aos demais foi $bm1 - 11X_41$, com exceção do caso $P/H = 100$; neste grupo, a viga superior possuía menor momento de inércia ($X_3 = 1$), garantindo menor rigidez ao conjunto, e, em alguma medida, permitindo maiores deformações à estrutura. Em especial, o modelo $bm1 - 1131$ (com razão $P/H = 3$) apresentou o resultado mais afastado dentre todos, atingindo a razão $P_{u,b}/P_{u,c} = 1.131$. Neste modelo, há atuação das cargas em razão $P/H = 3$, com maior magnitude, portanto, de momento fletor nas barras, o que exigiu maior atuação da viga superior em resistir às deformações associadas. Como essa viga ($X_3 = 1$) tem menor capacidade resistente à flexão em relação às demais ($X_3 = 2$) — já que possui menor momento de inércia —, desenvolvem-se maiores deformações, e o modelo por EF de barra fica incapaz de capturar as possíveis instabilidades. À medida que P/H varia de 3 para 100, há menor desenvolvimento de momentos, e torna-se menor a diferença entre as razões de $bm1 - 11X_41$ e dos demais modelos. Este deve ser o principal motivo do afastamento do resultado de $bm1 - 1131$ em relação aos seus pares.

A seguir são discutidos os resultados alcançados utilizando limites de deformação.

Para o grupo I, as seções críticas — aquelas que primeiro alcançaram ϵ_{csm} — foram localizadas sempre junto ao vínculo direito. Portanto, a deformação normalizada local e sua média ao longo de L_b foram feitas a partir desta seção. A Tabela 4.15 apresenta a razão $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ encontrada para cada caso. São valores associados à carga $P_{u,csm}$ e, portanto, foram determinados a partir do regime elástico-linear de tensões.

Identificador	$P_{u,b}/P_{u,c}$		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm1 - 11X_41$	1.131	1.054	1.075
$bm1 - 12X_41$	1.050	1.017	1.079
$bm1 - 22X_41$	1.033	1.022	1.041

Tabela 4.14: Razão entre a carga última $P_{u,b}$ e $P_{u,c}$ para o grupo I.

Na Tabela 4.15, nota-se que em todos os casos há um acréscimo da razão $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ à medida que P/H varia de 100 a 3, o que significa um aumento da capacidade de deformações. De acordo com o procedimento de cálculo para f_{cr} descrito por Gardner et al. (2019a), quanto maior a proporção de momento fletor em relação à força axial, maior a capacidade resistente da seção à flambagem local. Em especial, o caso em que a seção da coluna estiver sujeita apenas a momento fletor em torno do maior eixo de resistência caracterizará um limite superior para a razão $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$, com valor 2.66; analogamente, o limite inferior, i.e., para o caso de compressão simples, fornecerá $\epsilon_{csm}/\epsilon_y = 0.83$. Os nove casos expostos na Tabela 4.15 possuem colunas com seção transversal idêntica — já que em todos têm-se $X_5 = 1$ — e, portanto, os resultados de $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ estão todos no intervalo $0.83 \leq \epsilon_{csm}/\epsilon_y \leq 2.66$. Em outras palavras, os resultados indicados na Tabela 4.15 representam uma combinação de momento fletor e esforço normal, com predominância do primeiro à medida que $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ tende a 2.66, e do segundo à medida que $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ tende a 0.83.

Identificador	$\epsilon_{csm}/\epsilon_y (\lambda_p)$		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm1 - 11X_41$	1.90 (0.57)	0.95 (0.75)	0.86 (0.88)
$bm1 - 12X_41$	1.69 (0.59)	0.94 (0.77)	0.86 (0.88)
$bm1 - 22X_41$	2.09 (0.55)	0.99 (0.70)	0.87 (0.85)

Tabela 4.15: Deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e esbelteza λ_p calculadas pelo MRC para o grupo I.

As curvas do acréscimo de carga para o modelo $bm1 - 11X_41$ são mostradas na Figura 4.11, onde δ representa o deslocamento horizontal do ponto de aplicação de H ; as curvas dos demais modelos não são apresentadas por serem semelhantes. Segundo o

Eurocode-3 (2005), as colunas dos casos $P/H = 100$ e 15 caracterizam seção classe 4, ao passo que do caso $P/H = 3$ seção classe 3. Os valores de carga máxima associados ao MRC, $P_{u,csm}$, são indicados em cada curva da Figura 4.11. Ao mesmo tempo, $P_{u,c}$ e $P_{u,NBR}$ são mostrados. Como se vê, as cargas associadas à NBR-8800 (2008) previram melhor a capacidade da estrutura nos casos em que $P/H = 15$ e $P/H = 100$ — quando a seção é esbelta, com $\lambda_p > 0.68$ —, em comparação às cargas $P_{u,csm}$. Comportamento semelhante foi identificado por Zhao et al. (2017) em peças de aço inoxidável (com a mesma curva base), comparando resultados do MRC aos fornecidos pela norma europeia. Deve ser observado, contudo, que a análise avançada tradicional ultrapassou em grande medida a capacidade registrada pelo modelo em EF de casca, tornando imprescindível, portanto, o uso do limite de deformação. A vantagem da análise avançada vinculada ao MRC neste caso é a possibilidade de simular a estrutura globalmente, sem a necessidade de checagens individuais dos membros, diferença que se torna mais significativa no dimensionamento de estruturas maiores e mais complexas. Mesmo assim, as cargas associadas ao MRC forneceram boa previsão de capacidade, com não mais que 13% de desvio em relação a $P_{u,c}$.

A carga máxima associada ao MRC adotada neste trabalho é representada por $P_{u,csm}$, quando a média das deformações é feita e ϵ_{csm} é obtido em regime elástico-linear. No entanto, é útil a comparação com cargas baseadas em outros procedimentos ao cálculo de ϵ_{csm} . A Figura 4.12 mostra apenas a situação de carregamento $P/H = 3$ do modelo $bm1 - 11X_41$, indicando outras cargas máximas associadas ao MRC e também $P_{u,NBR}$. Nessa figura é possível notar visualmente a melhora dos resultados quando é alterada a técnica à determinação de ϵ_{csm} . Notadamente o valor de $P_{u,csm}^{m,in}$ foi o que mais se aproximou de $P_{u,c}$, embora seu procedimento seja mais custoso. Para este caso, com $P/H = 3$, a seção é classificada como classe 3 pela norma europeia, i.e., deve haver parcial plastificação da seção antes de tornar-se instável. Como consequência, o MRC prevê melhor a capacidade de carga quando comparado com a previsão da NBR-8800 (2008), fornecendo resultado quase 14% maior que o normativo.

As razões $P_{u,csm}^{p,el}/P_{u,c}$ para cada uma das nove estruturas estão apresentadas na Tabela 4.16; são resultados baseados na deformação de seção mais solicitada. Os valores de $P_{u,csm}/P_{u,c}$, obtidos pela média das deformações, estão mostrados na Tabela 4.17 e serão discutidos posteriormente.

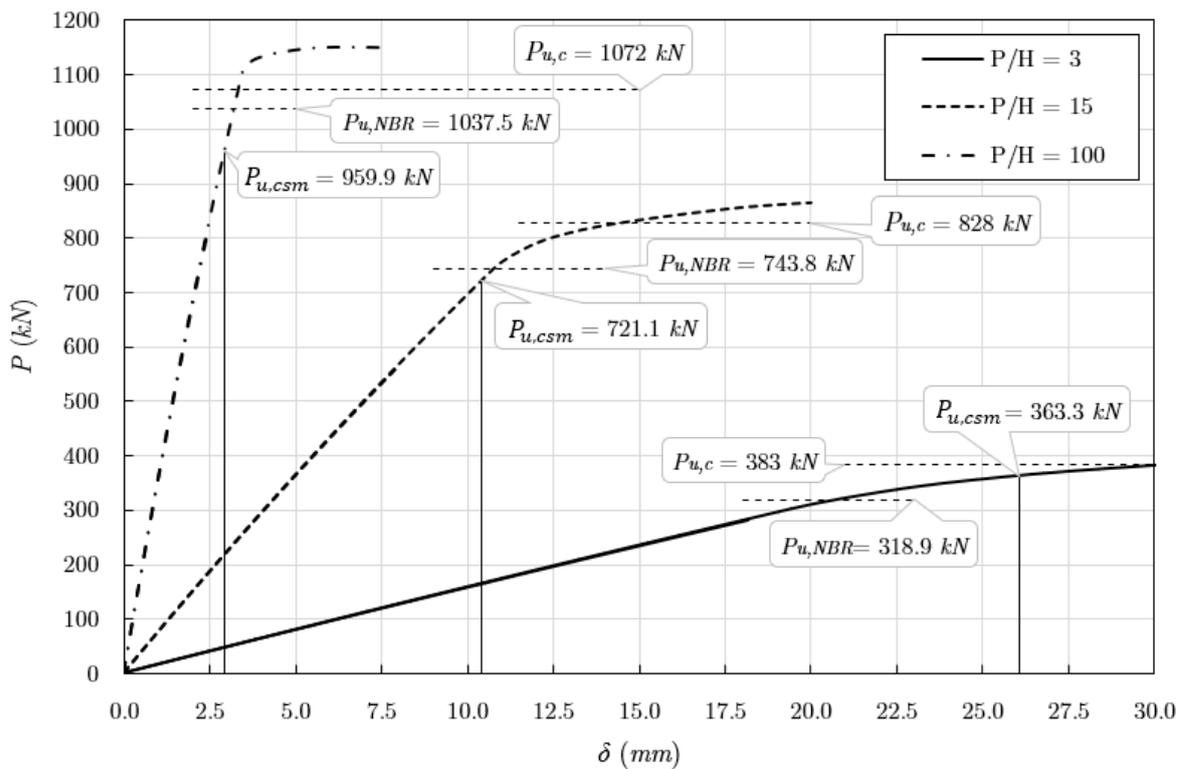


Figura 4.11: Curva de comportamento em EF de barra para $bm1 - 11X_4$.

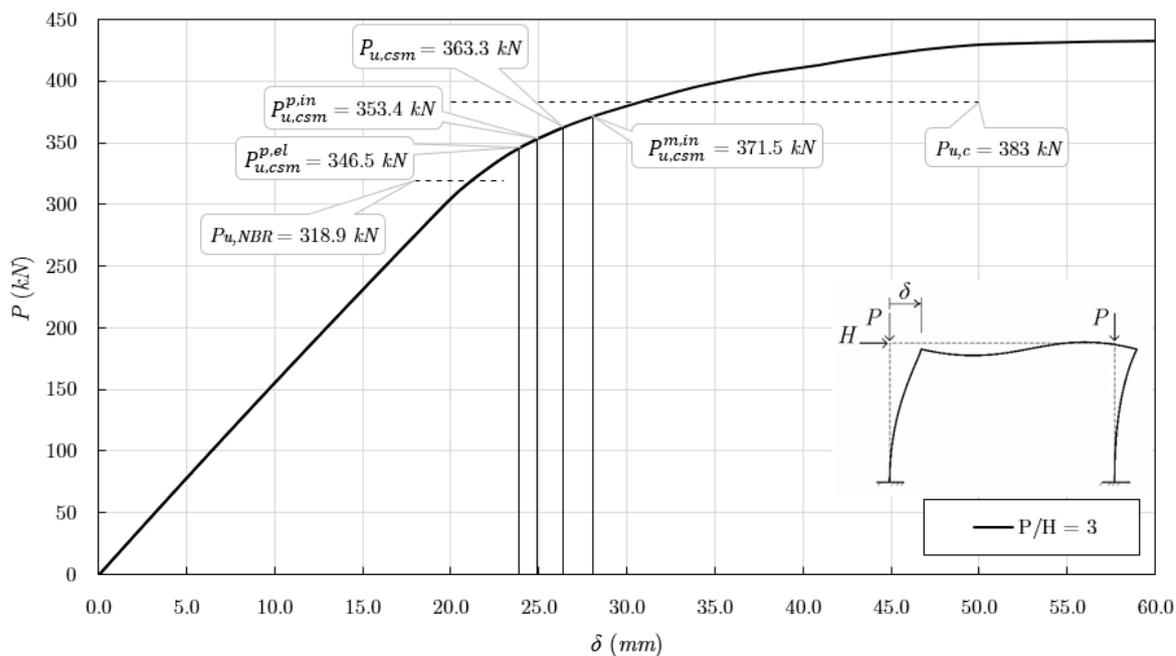


Figura 4.12: Curva de comportamento em EF de barra para $bm1 - 1131$.

Identificador	$P_{u,csm}^{p,el}/P_{u,c}$		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm1 - 11X_41$	0.905	0.862	0.885
$bm1 - 12X_41$	0.873	0.844	0.893
$bm1 - 22X_41$	0.931	0.883	0.879

Tabela 4.16: Razão entre a carga última $P_{u,csm}^{p,el}$ e $P_{u,c}$ para o grupo I.

Na Tabela 4.16 é possível notar *tendência* de melhora dos resultados à medida que há maior magnitude de esforço momento, já que nestes casos a capacidade de deformação aumenta. Essa informação pode ser verificada pelos modelos $bm1 - 11X_41$ e $bm1 - 22X_41$ da Tabela 4.16 em que $P/H = 3$, casos em que há maior desenvolvimento de momento fletor no vínculo direito (seção transversal crítica). Destes modelos, o que desenvolve maior esforço momento nesta seção é $bm1 - 2231$, pois é o mais alto pórtico dos três, com $h = 5.0m$. Conseqüentemente, é o caso com maior razão $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e com melhor aproximação ao resultado encontrado por Avery e Mahendran (2000a) em EF de casca, com $P_{u,csm}^{p,el}/P_{u,c} = 0.931$. Por outro lado, o modelo $bm1 - 12X_41$ não mostrou melhora da razão $P_{u,csm}^{p,el}/P_{u,c}$ quando da troca da proporção entre as cargas, P/H , como poderia ser esperado. Na verdade, o que necessariamente deve ocorrer é um aumento de $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$, que de fato ocorre; não há motivos para supor melhora da razão $P_{u,csm}^{p,el}/P_{u,c}$, pois isso significaria que a previsão do MRC necessariamente melhoraria de um caso a outro. O que realmente ocorre na previsão do método é apenas certa tendência de melhora.

Quando as configurações geométricas e de carregamento dos modelos $bm1 - 1131$ e $bm1 - 1231$ são comparadas, vê-se que a única diferença é a largura s do pórtico. Para o primeiro, $s = 4.5m$, ao passo que para o segundo $s = 3.0m$. Isso significa que na seção crítica de $bm1 - 1131$ desenvolver-se-á menor esforço normal quando comparado com a seção crítica do modelo $bm1 - 1231$. Como consequência, o primeiro deles apresentou maior valor $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e menor esbelteza λ_p , já que proporcionalmente há maior presença de momento fletor. Estes resultados reforçam o que já foi dito em 3.3, que o MRC quando vinculado à análise avançada tende a adaptar-se melhor a casos em que há maior presença de momento fletor comparativamente ao esforço normal, comportamento que

se repetirá ao longo dos próximos grupos de modelos. Essa característica do método já foi observada por outros autores, e.g., Fieber et al. (2018). Segundo estes, isso ocorre principalmente porque é utilizada uma mesma curva base para casos de compressão e flexão.

Identificador	$P_{u,csm}/P_{u,c}$		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm1 - 11X_41$	0.948	0.871	0.895
$bm1 - 12X_41$	0.918	0.854	0.895
$bm1 - 22X_41$	0.970	0.898	0.886

Tabela 4.17: Razão entre a carga última $P_{u,csm}$ e $P_{u,c}$ para o grupo I.

Serão analisados agora os resultados considerando a média das deformações, resultados que representam o procedimento padrão sugerido como método de projeto neste trabalho. Como se verá, em todos os casos foram encontrados valores maiores que $P_{u,csm}^{p,el}/P_{u,c}$.

Os resultados de $P_{u,csm}/P_{u,c}$ estão listados na Tabela 4.17. Quando apenas a seção mais solicitada é considerada para a determinação da carga última, naturalmente os resultados tenderão a ser conservativos, tendência que será maior à medida que cresça a taxa de variação da deformação ao longo do comprimento axial da barra, o que depende de uma maior presença de esforço momento. Por esse motivo, a variação dos valores da Tabela 4.16 para os da 4.17 é maior nos casos em que há proporcionalmente maior momento fletor, nas estruturas com $P/H = 3$, onde os resultados mais se aproximaram dos obtidos por Avery e Mahendran (2000a). Em especial, o modelo $bm1 - 2231$ (com $P/H = 3$) apresentou diferença de apenas 3% em relação ao modelo de casca, resultado bastante notável se forem comparadas as simplificações presentes frente à custosa modelagem por EF de casca. Novamente, a combinação do MRC com EF de barra mostra-se relativamente conservadora nos casos em que $P/H = 100$, quando o esforço normal é dominante, sem demonstrar melhoras significativas em relação a $P_{u,csm}^{p,el}$. Tendência bastante curiosa é o caso intermediário, com $P/H = 15$, em que os resultados mostraram-se os mais conservadores, comportamento que pode ser decorrente de um desajuste da curva base do MRC para esta faixa de esbeltez, nas proximidades de

$\lambda_p = 0.68$ — já que esta anomalia ocorreu também em outros grupos, em maior ou menor grau —, conclusão essa que parece razoável quando se observa que a referida faixa encontra-se justamente na transição das curvas, onde $\epsilon_{csm}/\epsilon_y = 1$. Comportamento semelhante foi identificado por Fieber et al. (2019a) analisando vigas isostáticas de três pontos³, como pode ser visto na Figura 4.13, que indica claramente maior dispersão dos dados na região de transição da curva base. Embora as vigas associadas à Figura 4.13 sejam completamente distintas dos pórticos em questão, a comparação é válida para mostrar que essa maior dispersão persiste em diferentes tipos de estruturas e de carregamentos.

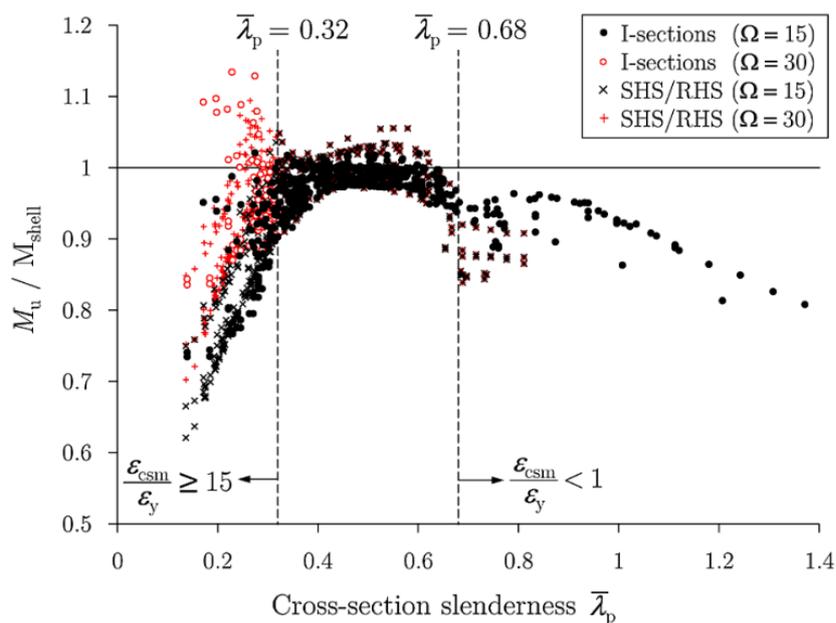


Figura 4.13: Razão entre momento máximo obtido pelo modelo em EF de barra com limite ϵ_{csm} e EF de casca. Fonte: Fieber et al. (2019a).

É interessante lembrar que a curva base do MRC foi calibrada a partir de ensaios de compressão simples de colunas curtas sujeitas à flambagem local e de vigas de flexão de quatro pontos. Nas presentes simulações, vê-se, ao invés, seções transversais sujeitas aos três esforços típicos do plano bidimensional combinados — cortante, axial e momento fletor —, sugerindo: a) que um critério de deformação baseado em apenas uma componente da deformação adapta-se bem a casos de combinação de esforços; b) que embora os ensaios de compressão utilizados para a calibragem da curva base configurassem casos que não permitiam a redistribuição de momentos, a precisão do

³Viga bi-apoiada com carga concentrada no meio do vão.

método mantém-se consistente em estruturas aporticadas, quando esta redistribuição é permitida; e c) que o MRC é bastante sensível à determinação da esbeltez λ_p , que depende, indiretamente, da distribuição de tensões na seção transversal. Esta última afirmação já foi anotada pelo próprio autor do método, ainda que timidamente: “*The accuracy of the CSM strain limits (...) depends on the ability to accurately determine the cross-section slenderness*” (Gardner et al., 2019c)⁴. Embora essa afirmação tenha caráter puramente informativo e não chame a atenção do leitor, percebe-se que a dificuldade é maior quando o método é aplicado a um problema, situação em que a sensibilidade dos resultados do MRC em relação a λ_p vem à tona.

4.4.2 Grupo II ($X_1 = 2$)

O segundo grupo de simulações é caracterizado por ter ambos os vínculos rotulados, flexionar a seção em torno do eixo de maior momento de inércia e considerar o desvio de prumo, com amplitude $\Delta = h/500$. A Figura 4.14 ilustra o pórtico tipo para este grupo. Os resultados de carga máxima encontrados por Avery e Mahendran (2000a) para as estruturas aqui simuladas estão apresentados na Tabela 4.18. No total, foram estudados seis casos do grupo II. Para evitar repetições, deste grupo em diante os comentários serão limitados a notas gerais, sem adentrar detalhes, salvo situação que destoe do comportamento geral.

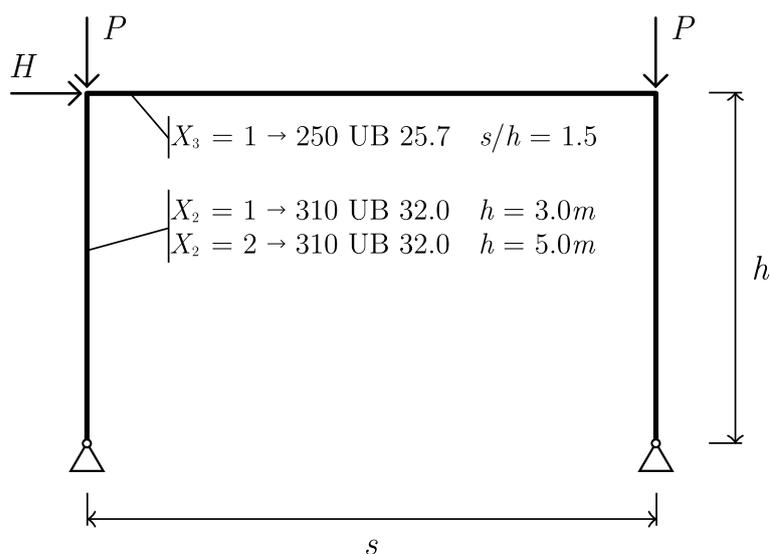


Figura 4.14: Pórtico tipo do grupo II.

⁴Em especial, a tensão crítica f_{cr} parece ser determinante à precisão de λ_p , já que $\lambda_p = \sqrt{f_y/f_{cr}}$.

Identificador	$P_{u,c}$ (kN)		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm2 - 11X_41$	219	590	913
$bm2 - 21X_41$	118	332	539

Tabela 4.18: Carga última $P_{u,c}$ encontrada por Avery e Mahendran (2000a) em modelo de EF de casca para o grupo II.

A razão entre os resultados obtidos pela simulação em EF de barra e os de Avery e Mahendran (2000a), $P_{u,b}/P_{u,c}$, estão apresentados na Tabela 4.19. Neste grupo, devido à vinculação de segundo gênero, a capacidade das colunas de absorver deformações associadas à flexão é diminuída, exigindo maior atuação da viga superior e, naturalmente, permitindo maiores deslocamentos ao sistema. Como consequência, a região de ligação entre viga e coluna toma especial destaque, já que as seções críticas são transferidas a esses locais. Essa região é especialmente problemática para o modelo em EF de barra porque ele não a representa fielmente, com uma transição grosseira entre os elementos, diferente do modelo em EF de casca, que além de detalhar o encontro entre viga e coluna permite o acréscimo de enrijecedores transversais. Frente a esse cenário, pode-se supor que parte do afastamento apresentado pelos resultados em EF de barra em relação aos de EF de casca tem origem nessa discrepância de representação entre um modelo e outro. Segundo investigação de Fieber et al. (2020), quando essa região em análise avançada é representada por elementos rígidos, o comportamento global da estrutura mostra-se mais próximo daquele visualizado no modelo em EF de casca. Esse refinamento, no entanto, não foi aqui aplicado, já que tem-se em vista uma metodologia de projeto.

A seguir são discutidos os resultados alcançados utilizando limites de deformação.

Identificador	$P_{u,b}/P_{u,c}$		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm2 - 11X_41$	0.910	0.960	1.007
$bm2 - 21X_41$	0.943	0.946	0.936

Tabela 4.19: Razão entre a carga última $P_{u,b}$ e $P_{u,c}$ para o grupo II.

Para o grupo II, as seções críticas foram localizadas no ponto mais superior da coluna direita. Em ambos os casos com $X_4 = 3$ e também no modelo $bm2 - 2121$, a deformação limite ϵ_{csm} só foi atingida após o início do decréscimo da carga aplicada, i.e., $\epsilon_{csm} > \epsilon_{u,b}$. Nesta situação, pode-se considerar $P_{u,b}$ como a carga máxima da estrutura.

A Tabela 4.20 apresenta a razão $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ encontrada para cada caso.

Identificador	$\epsilon_{csm}/\epsilon_y (\lambda_p)$		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm2 - 11X_41$	2.64 (0.52)	1.00 (0.68)	0.88 (0.85)
$bm2 - 21X_41$	2.66 (0.52)	1.39 (0.62)	0.91 (0.81)

Tabela 4.20: Deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e esbeltez λ_p calculadas pelo MRC para o grupo II.

As deformações limites indicadas na Tabela 4.20 em que $P/H = 3$ estão associadas à viga superior. O modelo $bm2 - 2121$ em conjunto a estes dois indicaram capacidade de deformação maior em relação aos demais casos, sugerindo retardo do início da flambagem local. A consequência é que o desenvolvimento da plastificação na modelagem por EF de barra supera este tipo de flambagem na desestabilização da estrutura, de forma que as deformações limites ϵ_{csm} associadas são maiores que $\epsilon_{u,b}$. As curvas do acréscimo de carga não são aqui reproduzidas por serem semelhantes às do grupo I. Os valores de carga máxima associados ao MRC, no entanto, estão indicados na Tabela 4.21. São valores que reforçam a boa representação obtida pelo modelo em EF de barra vinculado ao MRC quando comparada à custosa simulação em EF de casca. Em todos, os resultados mostram desvio menor que 12%. Os casos marcados na Tabela 4.21 representam $\epsilon_{csm} > \epsilon_{u,b}$, e por isso a razão indicada é $P_{u,b}/P_{u,c}$. A adoção de $P_{u,csm}$ como carga resistente geralmente alcança melhores resultados quando comparados ao caso em que o pico das deformações é adotado; no entanto, dá maior margem a situações como a ilustrada neste grupo, em que $\epsilon_{csm} > \epsilon_{u,b}$. Para contornar essa dificuldade, comprimentos alternativos ao cálculo da média das deformações podem ser estudados, ao invés de L_b , ou o uso da carga $P_{u,csm}^{p,el}$; em ambos os casos, cargas mais conservadoras serão alcançadas.

Identificador	$P_{u,csm}/P_{u,c}$		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm2 - 11X_41$	0.910*	0.879	0.882
$bm2 - 21X_41$	0.943*	0.946*	0.898

*Valores de $P_{u,b}/P_{u,c}$.

Tabela 4.21: Razão entre a carga última $P_{u,csm}$ e $P_{u,c}$ para o grupo II.

4.4.3 Grupo III ($X_1 = 3$)

O terceiro grupo de simulações é caracterizado por ter o vínculo esquerdo rotulado e o direito engastado, flexionar a seção em torno do eixo de maior momento de inércia e considerar o desvio de prumo, com amplitude $\Delta = h/500$. Para este grupo, as cargas verticais são diferenciadas em P_1 e P_2 , com P_1 atuando na coluna esquerda e P_2 na direita. A Figura 4.15 ilustra o pórtico tipo para este grupo. Os resultados da carga P_1 máxima, $P_{u1,c}$, encontrados por Avery e Mahendran (2000a) para as estruturas aqui simuladas estão apresentados na Tabela 4.22, onde os índices a e b representam o caso em que $P_1/P_2 = 3$ e $P_1/P_2 = 1/3$, respectivamente, e P_{min} o menor valor dentre P_1 e P_2 . Naturalmente, o caso em que estão suprimidos a e b representa $P_1/P_2 = 1$. No total, foram estudados nove casos do grupo III.

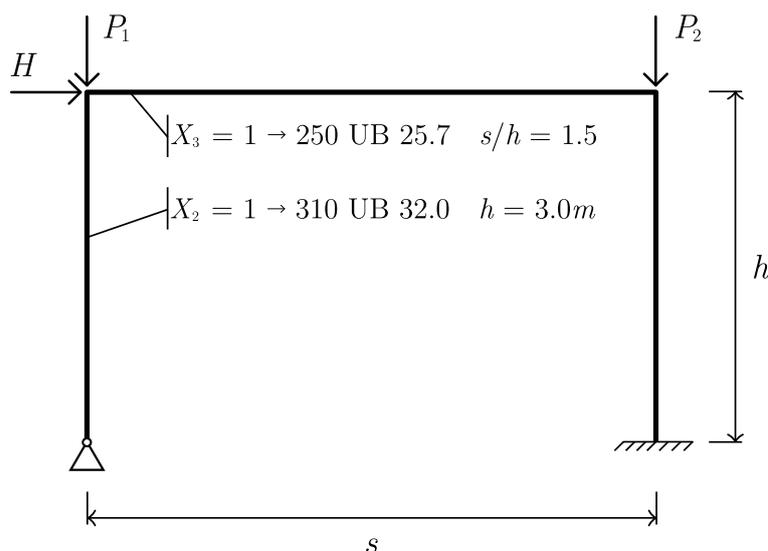


Figura 4.15: Pórtico tipo do grupo III.

A razão entre os resultados obtidos pela simulação em EF de barra e os de Avery

Identificador	$P_{u1,c}$ (kN)		
	$P_{min}/H = 3$	$P_{min}/H = 15$	$P_{min}/H = 100$
<i>bm3 – 11X₄1</i>	272	703	1027
<i>bm3 – 11X₄1a</i>	769	1034	1085
<i>bm3 – 11X₄1b</i>	182	319	358

Tabela 4.22: Carga última $P_{u1,c}$ encontrada por Avery e Mahendran (2000a) em modelo de EF de casca para o grupo III.

e Mahendran (2000a), $P_{u1,b}/P_{u1,c}$, estão apresentados na Tabela 4.23. De modo semelhante ao grupo I, esse tipo de análise superestima a capacidade da estrutura, já que não captura o desenvolvimento da flambagem local.

Identificador	$P_{u1,b}/P_{u1,c}$		
	$P_{min}/H = 3$	$P_{min}/H = 15$	$P_{min}/H = 100$
<i>bm3 – 11X₄1</i>	1.175	1.062	1.054
<i>bm3 – 11X₄1a</i>	1.025	1.178	1.141
<i>bm3 – 11X₄1b</i>	1.234	1.063	1.100

Tabela 4.23: Razão entre a carga última $P_{u1,b}$ e $P_{u1,c}$ para o grupo III.

Para o grupo III, as seções críticas foram localizadas no ponto mais inferior da coluna direita e no ponto mais superior da coluna esquerda. A indicação dessas seções para cada modelo está mostrada na Figura 4.16. A Tabela 4.24 apresenta a razão $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ encontrada para cada caso.

Identificador	$\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ (λ_p)		
	$P_{min}/H = 3$	$P_{min}/H = 15$	$P_{min}/H = 100$
<i>bm3 – 11X₄1</i>	2.13 (0.55)	1.00 (0.68)	0.88 (0.85)
<i>bm3 – 11X₄1a</i>	0.97 (0.73)	0.87 (0.86)	0.84 (0.90)
<i>bm3 – 11X₄1b</i>	1.40 (0.62)	0.91 (0.80)	0.86 (0.88)

Tabela 4.24: Deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e esbelteza λ_p calculadas pelo MRC para o grupo III.

Sobrepondo ao cenário da análise avançada os limites de deformação do MRC, foi possível definir cargas últimas com ótima aproximação aos resultados obtidos por EF

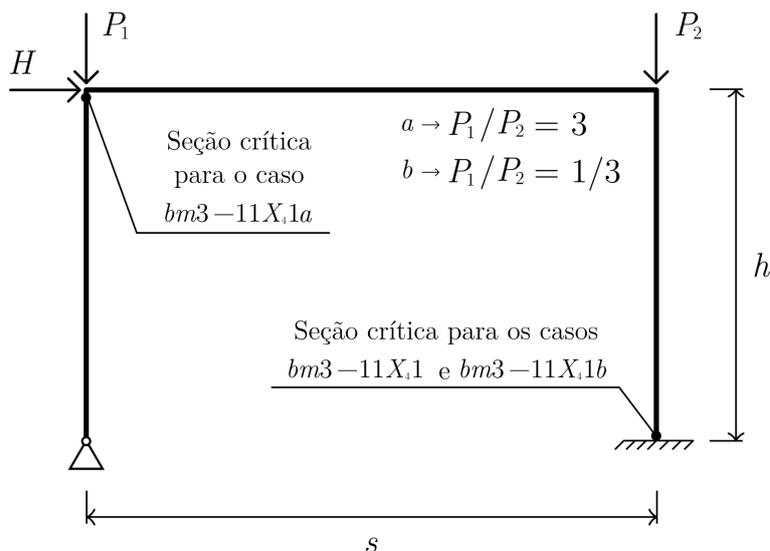


Figura 4.16: Seções críticas para grupo III.

de casca, como mostrado na Tabela 4.25. Em todos os casos foi verificado que $\epsilon_{csm} < \epsilon_{u,b}$, o que sugere o desenvolvimento da flambagem local como fator predominante na desestabilização da estrutura.

A seção crítica do modelo $bm3-11X_41a$ foi a única localizada na região de ligação entre viga e coluna. No entanto, como poderia ser esperado, desvios significativos dos resultados da análise avançada não ocorreram devido à grande magnitude da carga vertical P_1 , que provoca comportamento axial predominante para atingir ϵ_{csm} , garantindo pouca influência da interação entre viga e coluna.

Novamente observa-se possível desajuste na transição das curvas do MRC, em $\lambda_p = 0.68$. No presente grupo, esse fenômeno repete-se, com exceção do modelo $bm3-1121a$, que alcança a razão $P_{u1,csm}/P_{u1,c} = 0.907$; ao mesmo tempo, é justamente o modelo que mais se afasta da referida região de transição, possuindo $\lambda_p = 0.86$.

Identificador	$P_{u1,csm}/P_{u1,c}$		
	$P_{min}/H = 3$	$P_{min}/H = 15$	$P_{min}/H = 100$
$bm3-11X_41$	0.932	0.831	0.873
$bm3-11X_41a$	0.913	0.907	0.939
$bm3-11X_41b$	0.926	0.846	0.896

Tabela 4.25: Razão entre a carga última $P_{u1,csm}$ e $P_{u1,c}$ para o grupo III.

4.4.4 Grupo IV ($X_1 = 4$)

O quarto grupo de simulações é caracterizado por ter ambos os vínculos rotulados, flexionar a seção em torno do eixo de maior momento de inércia e não considerar o desvio de prumo, mas, ao invés, um desvio de centro com amplitude $\Delta = h/1000$, como indicado na Figura 4.17. Para este grupo, não há a atuação da carga horizontal H , substituída pela carga distribuída w , além do acréscimo do apoio de restrição ao deslocamento horizontal no topo da coluna direita. Os resultados da carga máxima encontrados por Avery e Mahendran (2000a) para as estruturas aqui simuladas estão apresentados na Tabela 4.26. No total, foram estudados seis casos do grupo IV.

Identificador	$w_{u,c}$ (kN/m)	$P_{u,c}$ (kN) [$P_{u,c}/(s \cdot w_{u,c})$]	$P_{u,c}$ (kN)
	$P = 0$	$P + w$	$w = 0$
<i>bm4</i> – 11X ₄ 1	100.0	815 [5.7]	1106
<i>bm4</i> – 11X ₄ 3	87.9	685 [5.7]	929

Tabela 4.26: Cargas últimas $P_{u,c}$ e $w_{u,c}$ encontradas por Avery e Mahendran (2000a) em modelo de EF de casca para o grupo IV.

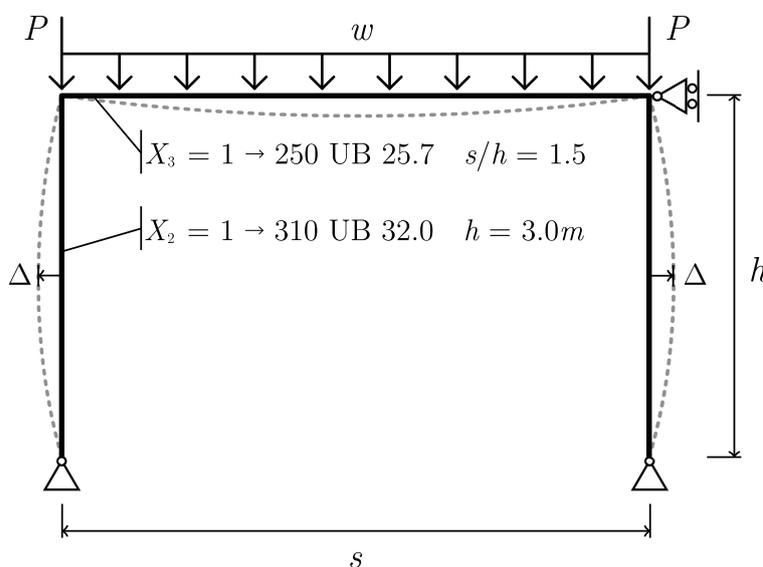


Figura 4.17: Esquema geral dos pórticos do grupo IV modelados em EF de casca por Avery e Mahendran (2000a).

A razão entre os resultados obtidos pela simulação em EF de barra e os de Avery e Mahendran (2000a) estão apresentados na Tabela 4.27, sendo α o fator de carga

associado. *Como grupo*, este foi o que mais destoou na previsão da capacidade de carga por EF de barra, provavelmente devido às baixas magnitudes de momento fletor, dando maior margem ao desenvolvimento de instabilidades locais. Em especial, o modelo $bm4 - 11X_43$, que possui as seções transversais da viga e das colunas mais esbeltas que $bm4 - 11X_41$, superou em até 52.3% o modelo por EF de casca. Como se verá a seguir, o uso de limites de deformação contornou com boa eficiência este problema.

Identificador	$\alpha_{u,b}/\alpha_{u,c}$		
	$P = 0$	$P + w$	$w = 0$
$bm4 - 11X_41$	1.171	1.302	1.123
$bm4 - 11X_43$	1.294	1.523	1.364

Tabela 4.27: Razão entre os fatores de carga para o grupo IV.

Para o grupo IV, as seções críticas foram localizadas no ponto central da viga superior, no ponto mais superior da coluna direita e, também, a $0.47h$ do vínculo da coluna esquerda, como indicado na Figura 4.18. A Tabela 4.28 apresenta a razão $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ encontrada para cada caso. São valores que mostram claramente o impacto sobre a capacidade de deformação quando é aplicada redução nas espessuras da seção, tornando-a mais esbelta, já que esta é a única diferença entre os modelos estudados do presente grupo. A redução em 25% de t_f , e.g., diminuiu em até 65% dos valores de limite à deformação estrutural.

Identificador	$\epsilon_{csm}/\epsilon_y (\lambda_p)$		
	$P = 0$	$P + w$	$w = 0$
$bm4 - 11X_41$	2.64 (0.52)	0.92 (0.78)	0.83 (0.91)
$bm4 - 11X_43$	0.92 (0.78)	0.72 (1.10)	0.63 (1.30)

Tabela 4.28: Deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e esbeltez λ_p calculadas pelo MRC para o grupo IV.

Os resultados de $\alpha_{u,csm}/\alpha_{u,c}$ encontrados utilizando o MRC em conjunto com a modelagem por EF de barra estão mostrados na Tabela 4.29. Para ambos os casos estudados as cargas últimas da estrutura foram inferiores às determinadas pelo modelo em EF de casca, com não mais que 15% de desvio. Vale destacar a boa previsão de

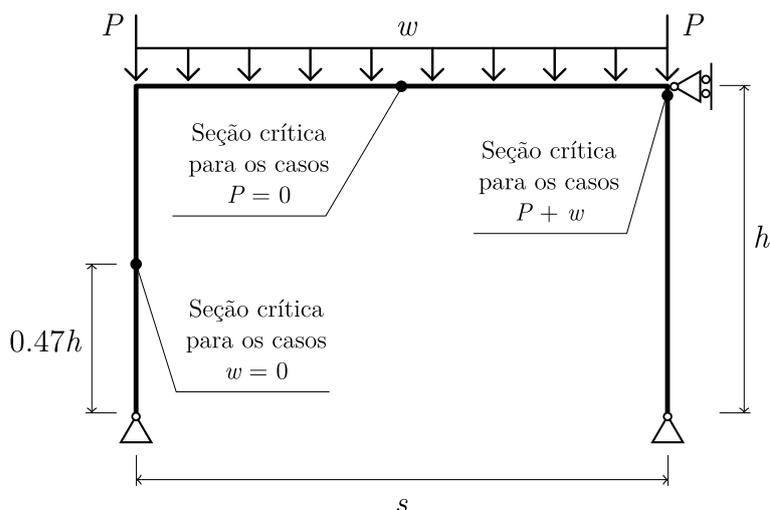


Figura 4.18: Indicação das seções críticas para modelos do grupo IV.

carga alcançada pelo uso de MRC nas três situações do modelo $bm4 - 11X_43$, cujas razões $\alpha_{u,b}/\alpha_{u,c}$ haviam ultrapassado em larga medida a unidade. Mesmo em tal grau de desfavorecimento, o MRC em união ao modelo em EF de barra foi capaz de fornecer cargas máximas em concordância com os resultados de Avery e Mahendran (2000a), exigindo custo computacional muito inferior ao exigido pelo modelo mais sofisticado.

Identificador	$\alpha_{u,csm}/\alpha_{u,c}$		
	$P = 0$	$P + w$	$w = 0$
$bm4 - 11X_41$	0.908	0.934	0.932
$bm4 - 11X_43$	0.861	0.875	0.858

Tabela 4.29: Razão entre o fator de carga $\alpha_{u,csm}$ e $\alpha_{u,c}$ para o grupo IV.

4.4.5 Grupo V ($X_1 = 5$)

O quinto e último grupo de simulações é caracterizado por ter ambos os vínculos rotulados, flexionar a seção das colunas em torno do eixo de menor momento de inércia e considerar o desvio de prumo, com amplitude $\Delta = h/500$. As seções transversais das colunas para este grupo de simulações estão listadas na Tabela 4.30, ao passo que para a viga superior foram utilizadas as seções 310 UB 32.0 da Tabela 4.12, com flexão em torno do eixo de maior momento de inércia. A Figura 4.19 ilustra o pórtico tipo para este grupo. Os resultados de carga máxima encontrados por Avery e Mahendran

(2000a) estão apresentados na Tabela 4.31. No total, foram estudados seis casos do grupo V.

id	Seção colunas	H (mm)	B (mm)	t_f (mm)	t_w (mm)	f_y (MPa)
i	310 UC 96.8	308	305	15.4	9.9	300
r2	310 UC 96.8	306	305	13.4	8.9	400

Tabela 4.30: Dimensões da seção transversal e tensão f_y das colunas para o grupo de simulações V.

A razão entre os resultados obtidos pela simulação em EF de barra e os de Avery e Mahendran (2000a), $P_{u,b}/P_{u,c}$, estão apresentados na Tabela 4.32. São resultados que sugerem menor presença de instabilidades locais, já que estão próximos da unidade. Como se verá, o MRC forneceu para as três situações de carga do modelo *bm5* – 11X₄1 valores de deformação limite superiores a $\epsilon_{u,b}$, confirmando a baixa influência da flambagem local na desestabilização da estrutura.

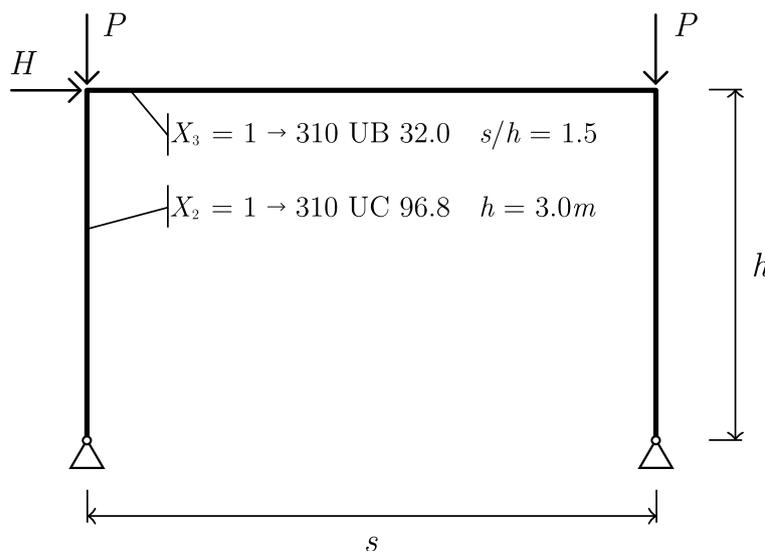


Figura 4.19: Pórtico tipo do grupo V.

Para o grupo V, as seções críticas foram localizadas no ponto mais à esquerda da viga superior, com exceção dos casos em que $P/H = 100$, com seção crítica no ponto mais superior da coluna direita. A Tabela 4.33 apresenta a razão $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ encontrada para cada situação. São resultados que sugerem grande capacidade de deformação para as três situações de carga do modelo *bm5* – 11X₄1. Nesses três casos, a intensidade da carga horizontal H — única responsável por propagar deformações significativas na viga superior — é baixa, de modo que P precisaria ser muito grande no momento

Identificador	$P_{u,c}$ (kN)		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm5 - 11X_41$	263	854	1523
$bm5 - 11X_43$	248	794	1421

Tabela 4.31: Carga última $P_{u,c}$ encontrada por Avery e Mahendran (2000a) em modelo de EF de casca para o grupo V.

Identificador	$P_{u,b}/P_{u,c}$		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm5 - 11X_41$	0.983	1.004	1.075
$bm5 - 11X_43$	1.035	1.039	1.107

Tabela 4.32: Razão entre a carga última $P_{u,b}$ e $P_{u,c}$ para o grupo V.

em que as deformações atingissem ϵ_{csm} . A consequência é que a plastificação antecipa a desestabilização da estrutura e evita o desenvolvimento de flambagem local. Para o modelo $bm5 - 11X_43$, por outro lado, a redução das dimensões da seção encurta a capacidade de deformação e dá maior margem ao desenvolvimento de instabilidades locais.

Identificador	$\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ (λ_p)		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm5 - 11X_41$	2.49 (0.53)	2.50 (0.53)	2.66 (0.52)
$bm5 - 11X_43$	0.93 (0.78)	0.93 (0.78)	0.99 (0.70)

Tabela 4.33: Deformação normalizada $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e esbeltez λ_p calculadas pelo MRC para o grupo V.

A Tabela 4.34 mostra a razão $P_{u,csm}/P_{u,c}$ alcançada aplicando os limites de deformação do MRC aos modelos em EF de barra. Como comentado, para o modelo $bm5 - 11X_41$ o método sugeriu resultados em condição $\epsilon_{csm} > \epsilon_{u,b}$, e por isso as referidas razões foram substituídas por aquelas da análise avançada. O caso $bm5 - 1113$ foi o único dentre os estudados cujo valor previsto pela análise avançada com limites de deformação ultrapassou $P_{u,c}$, provavelmente devido à localização da seção crítica (no topo da coluna direita), cuja região é mal representada pelo modelo em EF de barra.

Identificador	$P_{u,csm}/P_{u,c}$		
	$P/H = 3$	$P/H = 15$	$P/H = 100$
$bm5 - 11X_41$	0.983*	1.004*	1.075*
$bm5 - 11X_43$	0.914	0.984	1.078

*Valores de $P_{u,b}/P_{u,c}$.

Tabela 4.34: Razão entre as cargas $P_{u,csm}$ e $P_{u,c}$ para o grupo V.

4.4.6 Panorama dos resultados

Nesta seção é apresentado panorama dos resultados obtidos pela análise avançada simples e com limites de deformação comparados aos alcançados em EF de casca por Avery e Mahendran (2000a). A Tabela 4.35 e a Figura 4.20 ilustram o comportamento geral dos resultados, onde os casos em que $\epsilon_{csm} > \epsilon_{u,b}$ a capacidade $P_{u,csm}$ foi substituída por $P_{u,b}$.

-	$P_{u,csm}/P_{u,c}$	$P_{u,b}/P_{u,c}$
Média	0.918	1.091
Mínimo	0.831	0.910
Máximo	1.078	1.523
Desvio Padrão	0.056	0.128

Tabela 4.35: Análise estatística dos resultados obtidos em comparação aos de Avery e Mahendran (2000a).

O número total de estruturas simuladas foi de 36, divididas por diversas variações de carregamento, vinculação, geometria, propriedades do material e seções transversais. Essa multiplicidade de modelos e o excelente comportamento médio alcançado pelo MRC de 0.918 demonstra a grande versatilidade e aplicabilidade da união da simulação por EF de barra com os limites de deformação. Casos de pequenos desvios existem e foram ilustrados, principalmente aqueles em que a esbelteza da seção estava muito próxima à região de transição das curvas, no entorno de $\lambda_p = 0.68$. Em diversos casos foi possível notar uma melhora significativa da razão $P_{u,csm}/P_{u,c}$ à medida que havia proporcionalmente maior presença de momento fletor, quando há diminuição de

λ_p . De certo modo isso era esperado, pois o método foi originalmente estruturado para seções não-esbeltas, quando $\lambda_p < 0.68$. O que os resultados indicam, assim, é uma confirmação da faixa de esbelteza que o MRC melhor se enquadra.

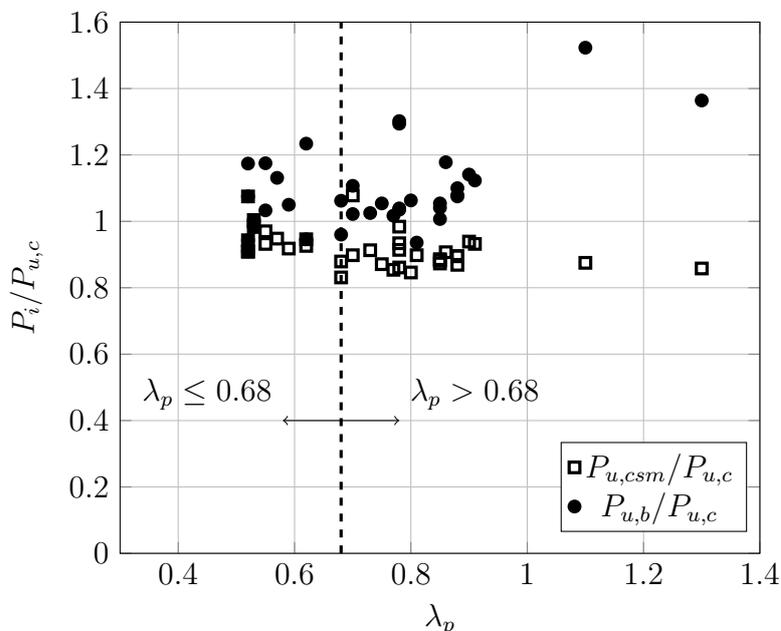


Figura 4.20: Razões de carga $P_{u,csm}/P_{u,c}$ e $P_{u,b}/P_{u,c}$ em função da esbelteza λ_p .

4.5 Estudo da metodologia aplicada a vigas

Nesta seção são estudados modelos em EF de casca de vigas hiperestáticas e a capacidade do MRC de indicar o início de mecanismos de falha associados. O propósito é comparar a previsão de carga do modelo simplificado e a respectiva configuração no modelo em EF de casca. São estudadas três situações: na primeira e na segunda, uma viga com diferentes espessuras da mesa submetida a carga distribuída, variando de classe 3 a classe 2; na terceira, uma viga submetida a carga distribuída e concentrada, classificada como classe 1 pelo Eurocode-3 (2005). Em ambas o material é aço carbono AR 350, com $f_y = 350MPa$, $f_u = 450MPa$ e $E = 200GPa$ — parâmetros necessários e suficientes ao modelo quadri-linear —, como na Figura 4.21, onde as curvas de f_{eng} e f_{real} são mostradas, com $\epsilon_{sh} = 0.023$ e $C_1\epsilon_u = 0.050$.

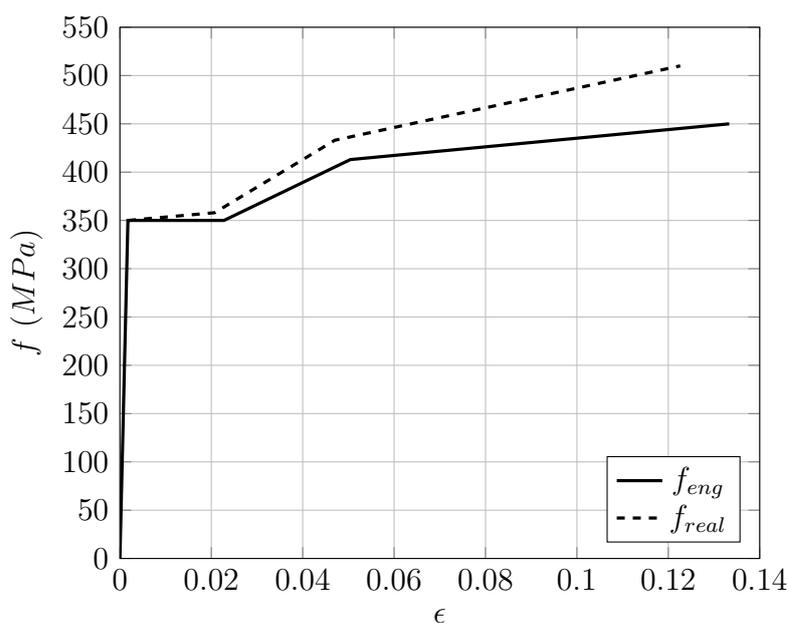


Figura 4.21: Modelo quadri-linear para aço AR 350 com curvas de f_{eng} e f_{real} .

Deve ser lembrado que apenas o comportamento limitado ao plano da alma é estudado, não sendo considerada, e.g., a flambagem lateral da viga. Embora os modelos em EF de casca apresentados a seguir não sejam comparados com resultados experimentais ou numéricos de outros autores, a metodologia empregada seguiu a descrita no Apêndice A e foi confirmada pelos resultados já expostos em 4.2 no pórtico simulado em EF de casca.

4.5.1 Viga 1-a

O primeiro caso estudado é ilustrado pela Figura 4.22, com $\epsilon_{csm}/\epsilon_y = 2.28$ e $\lambda_p = 0.54$. Na flexão pura, tal seção transversal é classificada pela NBR-8800 (2008) como compacta; pelo Eurocode-3 (2005), como classe 3. Embora essas classificações pareçam discordantes entre si, o parâmetro do Eurocode-3 (2005) encontrado e que determina a classe da seção mostrou-se muito próximo da região de transição à classe 2; ao mesmo tempo, a esbeltez da flexão associada à NBR-8800 (2008) também mostrou-se muito próxima ao ponto de transição dos casos compacto e semi-compacto. A aparente discordância ocorre porque as referidas regiões de mudança de classificação das normas não são congruentes, e casos próximos ao limite podem apresentar divergências por um ou outro procedimento. Vale lembrar, inclusive, que uma das vantagens do MRC é

fornecer uma relação contínua entre a capacidade $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ e a esbelteza λ_p , ao invés de classes discretas como as adotadas pelas normas.

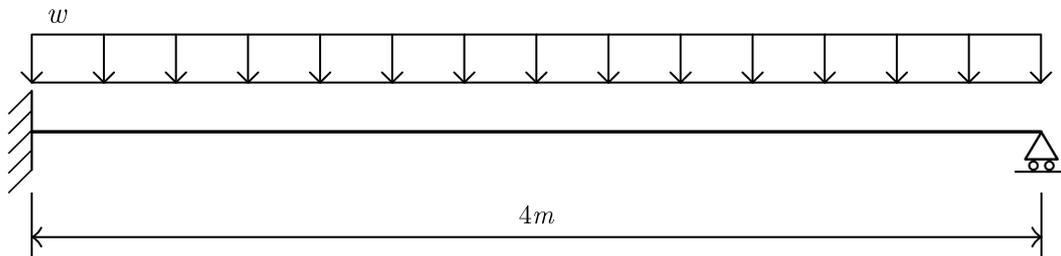


Figura 4.22: Viga classe 3 na flexão submetida à carga distribuída w .

Na Figura 4.23(a), a curva de ϵ/ϵ_y representa as máximas deformações de compressão em cada seção no modelo em EF de barra no momento em que $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ é alcançado. O fator de carga associado a esse instante é utilizado para análise do campo de deslocamentos no modelo em EF de casca, ilustrado na Figura 4.23(c). No instante representado, a seção localizada junto ao engaste demonstra início de flambagem local, quando o vão já alcança 14mm de deslocamento vertical. Nesse modelo as curvas isocromáticas representam as tensões de von Mises, f_{VM} ; como se vê, toda a seção localizada junto ao engaste encontra-se plastificada no instante em que $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ é alcançado.

Na Figura 4.23(a), a altura do retângulo sombreado representa a média das deformações de compressão, enquanto que sua largura representa a soma do comprimento dos EF completamente no interior de L_b . Como cada elemento no presente caso possui 25mm de dimensão e $L_b = 213mm$, oito elementos são considerados no cálculo da média.

O modelo em EF de casca registrou a carga máxima de $w_{u,c} = 71.8kN/m$, embora nesse nível de carga a flambagem já estivesse bem desenvolvida. O uso do MRC em união com o modelo em EF de barra alcançou a razão $w_{u,csm}/w_{u,c} = 0.828$, carga em patamar de início da deformação local. Pelo procedimento normativo a razão encontrada foi de $w_{u,NBR}/w_{u,c} = 0.724$, resultado 13% inferior ao obtido pelo MRC, mesmo sendo baseado no momento plástico M_{pl} . Isso ocorre principalmente porque a NBR-8800 (2008) limita a capacidade da estrutura à seção mais solicitada, sem considerar o efeito benéfico da variação longitudinal do esforço e da redistribuição plástica. Este último fenômeno é ilustrado pela Figura 4.24, que mostra os diagramas de momento fletor elástico-linear e por análise avançada da viga sob a ação da carga

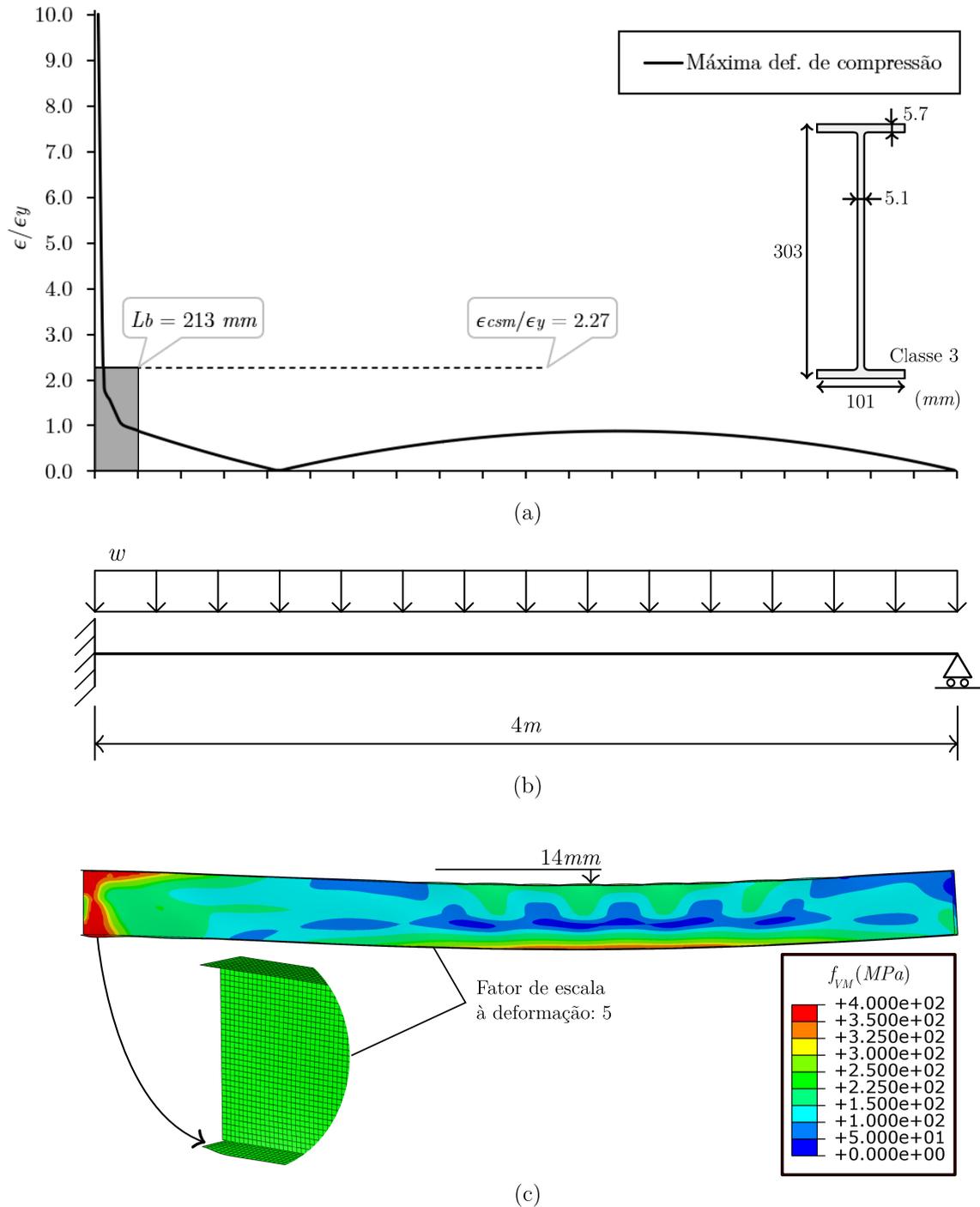


Figura 4.23: Viga classe 3 na flexão submetida à carga distribuída w no instante que $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ é atingido.

$w_{u, csm}$, i.e., no instante em que ϵ_{csm} é atingido.

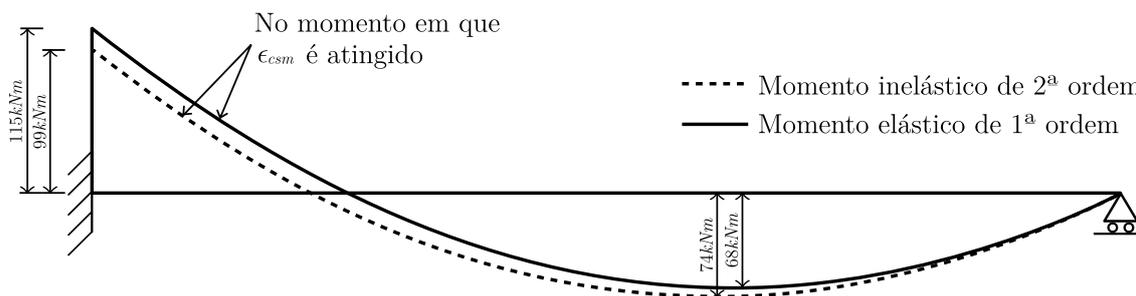
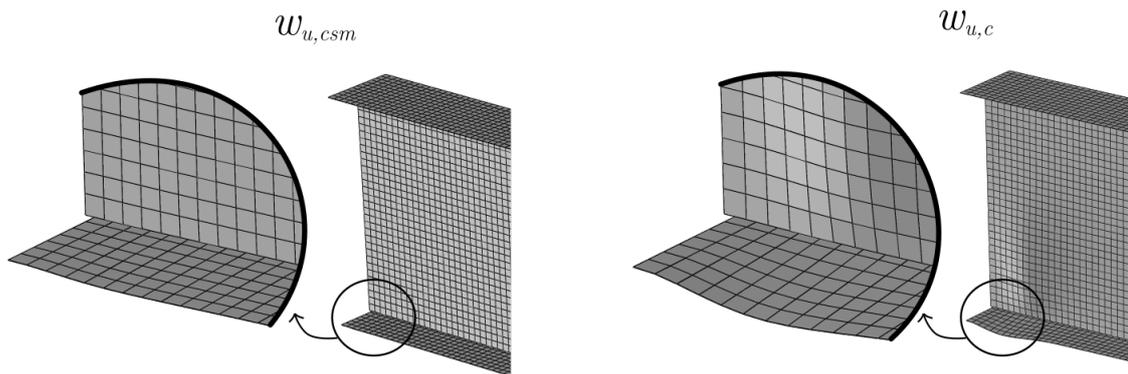


Figura 4.24: Diagrama de momento fletor elástico e inelástico da viga 1-a sob a ação da carga $w_{u, csm}$.

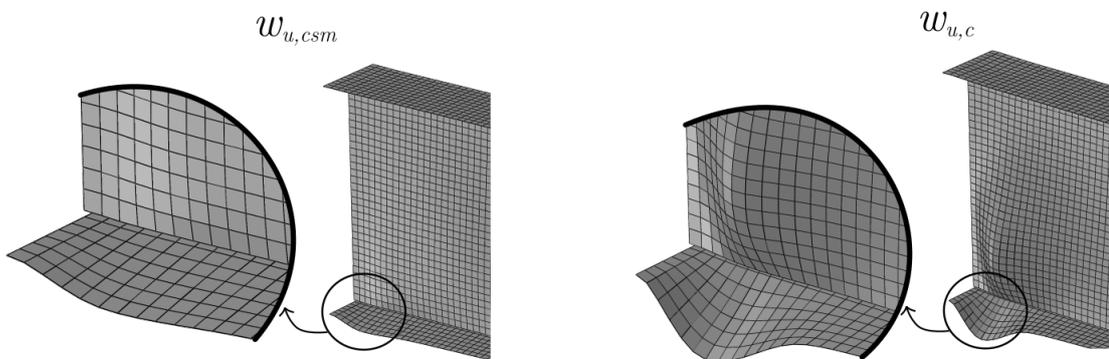
4.5.2 Viga 1-b

Como novo exemplo a ser estudado, à viga 1-a foi aplicado aumento da espessura das mesas, passando de 5.7mm a 6.2mm e, portanto, toda a seção de classe 3 a classe 2; naturalmente, permaneceu como compacta pela NBR-8800 (2008). Todas as demais condições foram mantidas, como material, carregamento, vinculação, densidade da malha etc. A nova carga alcançada pelo modelo em casca foi de $w_{u, c} = 78.5\text{kN/m}$, com flambagem local na mesa comprimida junto ao engaste. O limite de deformação fornecido pelo MRC foi de $\epsilon_{csm}/\epsilon_y = 2.75$, com esbeltez $\lambda_p = 0.51$. Pelo modelo em EF de barra vinculado ao MRC foi possível alcançar a razão $w_{u, csm}/w_{u, c} = 0.842$.

A Figura 4.25 ilustra os momentos em que as cargas $w_{u, csm}$ e $w_{u, c}$ são atingidas, com diferentes escalas à deformação. Na parte (a), em escala natural, a carga máxima $w_{u, c}$ mostra flambagem local bastante visível, ao mesmo tempo que a seção apresenta plastificação total na região do engaste e parcial, na ordem de 70%, na região central do vão (ver Figura 4.26). A carga limite indicada pelo MRC, $w_{u, csm}$, evitou de modo eficiente o desenvolvimento da flambagem local, com deformações praticamente imperceptíveis na escala natural; nesse instante, apenas a região do engaste apresentou significativa plastificação, embora também disseminada por toda a seção, como pode ser visto na Figura 4.26. Como conclusão, vê-se a boa eficiência do MRC vinculado ao modelo em EF de barra em limitar a capacidade de carga e impedir a flambagem local, além de controlar o espalhamento da plastificação. Na Figura 4.25(b), quando a escala é ampliada em cinco vezes, a grande diferença entre os graus das deformações torna-se mais evidente.



(a) Fator de escala à deformação: 1



(b) Fator de escala à deformação: 5

Figura 4.25: Nível de deformação na região do engaste nos instantes em que $w_{u, csm}$ e $w_{u, c}$ são atingidos.

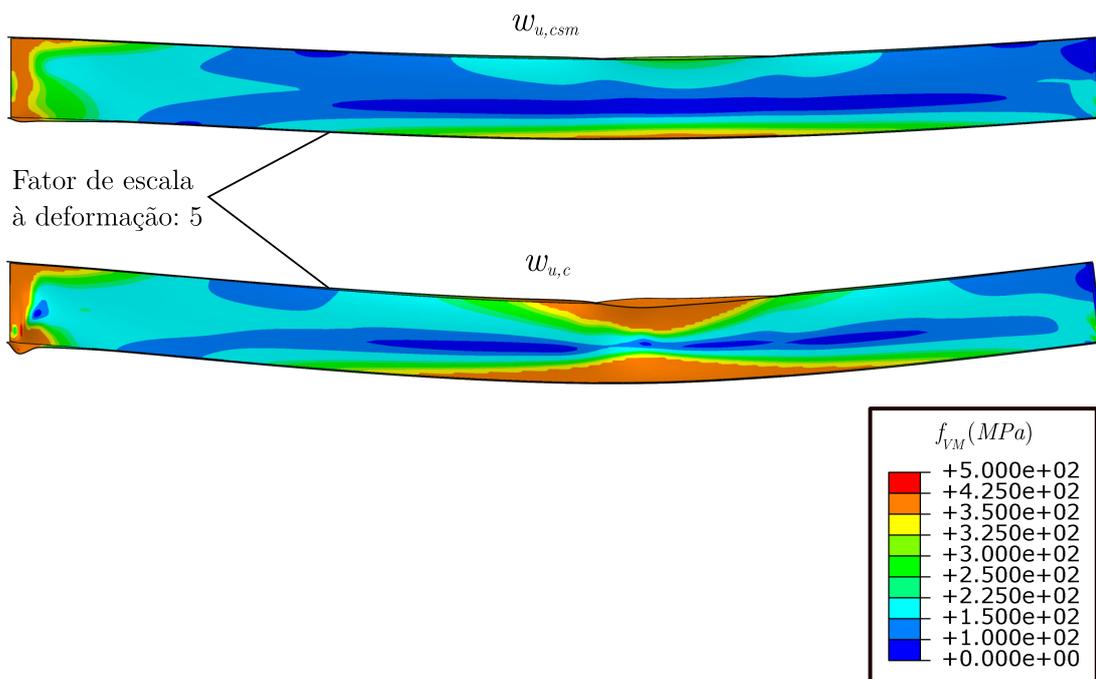


Figura 4.26: Tensão de von Mises f_{VM} na Viga 1-b nos instantes em que $w_{u, csm}$ e $w_{u, c}$ são atingidos.

Pela NBR-8800 (2008) foi encontrada a razão $w_{u,NBR}/w_{u,c} = 0.699$, impedindo o eficiente uso da capacidade da estrutura. Tal resultado representa 17% menos que o obtido pelo modelo em EF de barra em união ao MRC, já que não considera o favorável efeito da variação longitudinal do momento e da redistribuição plástica; como no caso anterior, $w_{u,NBR}$ foi determinado pelo momento M_{pl} , que permite a total plastificação apenas na seção de momento máximo.

4.5.3 Viga 2

O próximo caso estudado é ilustrado pela Figura 4.27, com razão entre a carga distribuída e concentrada de $P/(w \cdot 5m) = 0.2$; para este exemplo, o MRC forneceu o limite $\epsilon_{csm}/\epsilon_y = 9.36$, quando $\lambda_p = 0.37$. Segundo o Eurocode-3 (2005), tal seção transversal em flexão pura tem comportamento de classe 1; pela NBR-8800 (2008), de seção compacta. Como indicado pela curva de máximas deformações na parte (a) da referida figura, a região crítica localiza-se no apoio simples, com deformações axiais muito maiores que as do restante da estrutura. No modelo em EF de casca, esta região recebe enrijecedor para evitar tensões e deformações concentradas na alma do perfil, as quais seriam também incompatíveis com as do modelo em barra. Por causa disso, os elementos considerados na média das deformações estão todos de um ou outro lado do enrijecedor, de modo a evitar a seção “reforçada”. Caso a média fosse realizada sem esse cuidado, não só o fator de carga associado a $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ seria menor, como também estaria sendo aceita uma seção muito mais rígida ao desenvolvimento da flambagem local. Essa abordagem já foi comentada e utilizada por outros autores, e.g., Fieber et al. (2019a).

Dos dois trechos da viga marcados pelos retângulos sombreados, o localizado à direita do apoio, como se vê, foi o primeiro a alcançar o limite $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$, embora o trecho à esquerda estivesse muito próximo de o fazer. Como cada EF de barra neste caso possui 25mm de comprimento e $L_b = 245mm$, nove elementos de cada lado são considerados no cálculo da média.

A carga máxima registrada pelo modelo em casca foi de $P_{u,c} = 88.3kN$. A análise avançada com limites de deformação do MRC alcançou a razão $P_{u,csm}/P_{u,c} = 0.963$,

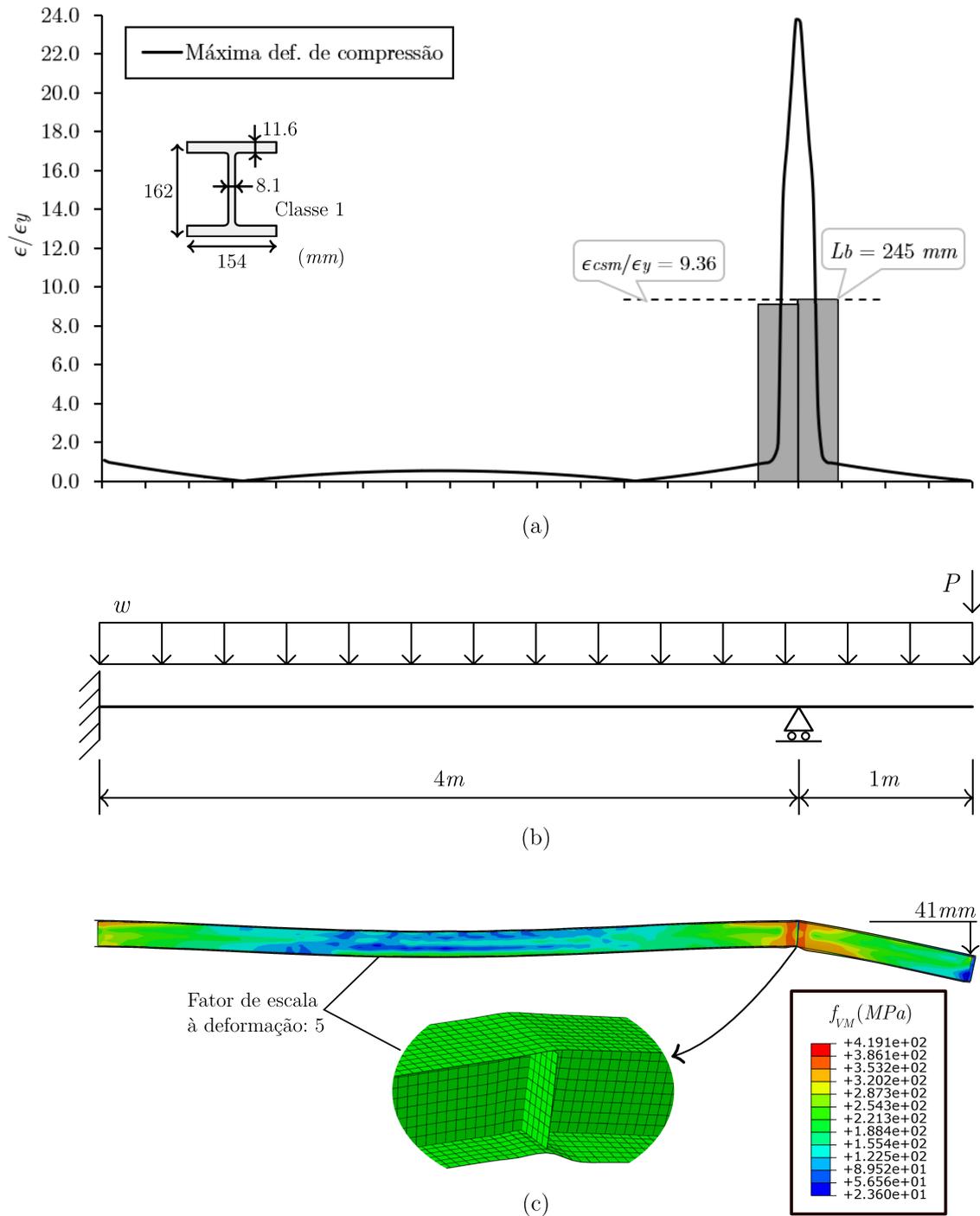


Figura 4.27: Viga classe 1 na flexão submetida às cargas w e P no instante que $\epsilon_{csm}/\epsilon_y$ é atingido.

quando o modelo em casca já demonstra algum início de flambagem local sobre o apoio. No instante que $P_{u,csm}$ é atingido tal seção transversal demonstra total plastificação, como indicado pelas curvas isocromáticas na Figura 4.27(c); ao mesmo tempo, a extremidade do balanço mostra deslocamento vertical de $41mm$. Por outro lado, o instante em que $P_{u,c}$ é alcançado mostra flambagem local bem desenvolvida, com a extremidade do balanço atingindo $198mm$ de deslocamento vertical, dando amostra da grande ductilidade presente em seções classe 1. A Figura 4.28 mostra a curva $P - \delta$ obtida no modelo em EF de casca. A carga máxima alcançada pelo modelo em análise avançada com limite de deformação, $P_{u,csm}$, é também mostrada. Embora a razão $P_{u,csm}/P_{u,c}$ tenha se aproximado da unidade, pela Figura 4.28 é possível notar a grande deformação sofrida pela estrutura antes de $P_{u,c}$ ser atingido. Nesse tipo de cenário não só o barramento ao desenvolvimento da flambagem local é mostrado pelo uso do MRC, mas também o bom controle da deformação da seção mais solicitada. Pela norma brasileira foi encontrado $P_{u,NBR}/P_{u,c} = 0.827$, obtido pelo momento plástico M_{pl} , resultado 14% menor que o determinado com o uso do MRC.

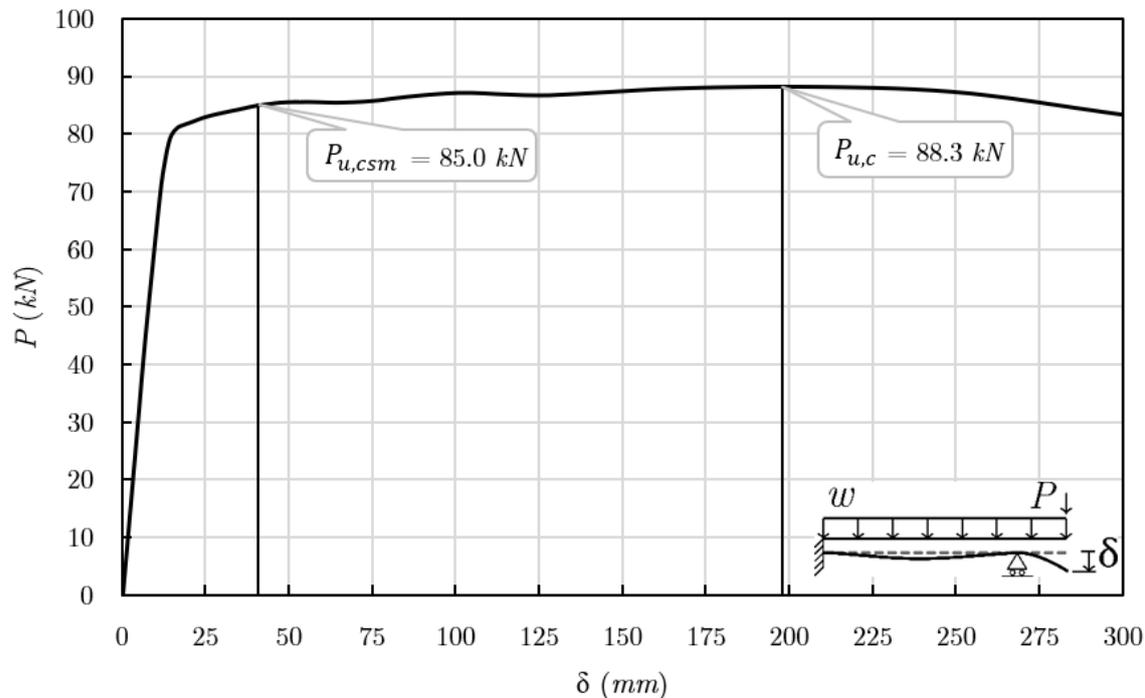


Figura 4.28: Comportamento da viga 2 em EF de casca submetida às cargas w e P .

Capítulo 5

Conclusão

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Diante da aplicação dada neste trabalho à análise avançada vinculada ao MRC, surgem naturalmente alguns temas que podem ser abordados em trabalhos futuros. O primeiro deles é a análise mais extensa de estruturas tridimensionais, quando há presença de momento torçor e a combinação de momento fletor. A curva base não contém dados deste tipo de situação, mas a verificação da sua eficiência nestes casos pode ser interessante. Além disso, a elaboração de um algoritmo que permita a atualização de ϵ_{csm} ao longo dos incrementos de carga poderá aprimorar os resultados.

As estruturas utilizadas no presente estudo limitaram-se a seção transversal constante ao longo do eixo axial; o caso de barras com seção variável — linear ou não — pode ser investigado, já que nesse cenário a tensão crítica e o comprimento de flambagem L_b devem mudar com a posição axial; por causa disso, outro procedimento que não a simples média das deformações poderá ser investigado para considerar a variação longitudinal de momento fletor.

Outra situação importante que pode ser explorada é de barras curvas, especialmente relevante para seção transversal circular.

Levando em conta a boa eficiência do MRC para materiais que não exibem transição bem definida entre o patamar elástico e plástico — como o aço inoxidável e o aço carbono laminado —, um estudo de estruturas em situações de incêndio pode ser feito, já que, identicamente a esses materiais, estruturas submetidas à altas temperaturas

também mostram esse comportamento mecânico.

5.2 Comentário final

A análise avançada é uma importante técnica para o dimensionamento de estruturas de aço, pois permite examinar o comportamento estrutural em nível global, sem a necessidade de checagens individuais dos membros, como é sugerido pelos procedimentos normativos. No entanto, sua formulação em EF de barra não permite capturar fenômenos locais, e por isso fica limitada a perfis compactos, que atingem grandes níveis de deformação antes da desestabilização.

Para expandir a análise avançada a seções semi-compactas e esbeltas, classificadas pelo Eurocode-3 (2005) como classe 2, 3 e 4, neste trabalho foram propostos limites de deformação à análise avançada obtidos pelo MRC, que impedem que a estrutura modelada em EF de barra adentre patamares de tensões incompatíveis com sua capacidade, i.e., que a flambagem local esteja indiretamente presente na análise. O limite de deformação do MRC foi utilizado como comparação à máxima deformação da estrutura e também à média das deformações ao longo do comprimento L_b , chamado de comprimento da semi-onda da flambagem local, situação especialmente relevante para estruturas com alto gradiente de deformação. Além disso, a determinação desse limite baseou-se tanto em análise elástica geometricamente linear como em análise não-linear com atualização do campo de tensões. A diferença entre os resultados obtidos pelas duas técnicas é mostrada e comentada. A variação axial da tensão crítica à flambagem local foi discutida e também considerada nas simulações numéricas.

As simulações realizadas pela análise avançada foram comparadas com modelos em EF de casca, com ensaios laboratoriais e, em alguns casos (itens 4.2, 4.3, 4.4.1 e 4.5), com a NBR-8800 (2008). Foram estudados pórticos bi e tridimensionais sob diferentes situações de carregamento e de vinculação. Os resultados apontaram uma melhor eficiência do MRC na determinação da capacidade de estruturas com seções não-esbeltas. No entanto, mesmo nos casos de seções esbeltas torna-se interessante o uso do MRC vinculado à análise avançada por limitar a capacidade da estrutura ao mesmo tempo que ela é analisada globalmente, diferente do procedimento normativo, que exige a checagem individual dos membros.

Na última parte do trabalho três vigas hiperestáticas são simuladas em EF de casca visando verificar a eficiência do MRC em prever o início da flambagem local. Em duas delas, a flambagem ocorre na região de engastamento, com bons resultados da análise avançada limitada pelo MRC; na terceira viga, com enrijecedor, novamente o método foi capaz de limitar a capacidade da estrutura e impedir grandes deformações.

Referências Bibliográficas

- Afshan, S. (2013). *Structural Behaviour of Cold-Formed Stainless Steel Tubular Members*. PhD thesis, Imperial College London (University of London).
- Afshan, S. e Gardner, L. (2013). The continuous strength method for structural stainless steel design. *Thin-Walled Structures*, 68:42 – 49.
- Ahmed, S., Ashraf, M., e Anwar-Us-Saadat, M. (2016). The continuous strength method for slender stainless steel cross-sections. *Thin-Walled Structures*, 107:362 – 376.
- Anwar-Us-Saadat, M., Ashraf, M., e Ahmed, S. (2016). Behaviour and design of stainless steel slender cross-sections subjected to combined loading. *Thin-Walled Structures*, 104:225 – 237.
- Ashraf, M., Gardner, L., e Nethercot, D. (2008). Structural stainless steel design: Resistance based on deformation capacity. *Journal of Structural Engineering*, 134:402 – 11.
- Ashraf, M., Gardner, L., e Nethercot, D. A. (2005). Strength enhancement of the corner regions of stainless steel cross-sections. *Journal of Constructional Steel Research*, 61(1):37 – 52.
- Ashraf, M., Gardner, L., e Nethercot, D. A. (2006). Compression strength of stainless steel cross-sections. *Journal of Constructional Steel Research*, 62(1 - 2):105 – 115.
- Avery, P. e Mahendran, M. (2000a). Analytical benchmark solutions for steel frame structures subject to local buckling effects. *Advances in Structural Engineering*, 3(3):215 – 229.

- Avery, P. e Mahendran, M. (2000b). Distributed plasticity analysis of steel frame structures comprising non-compact sections. *Engineering Structures*, 22:901–919.
- Avery, P. e Mahendran, M. (2000c). Large-scale testing of steel frame structures comprising non-compact sections. *Engineering Structures*, 22(8):920 – 936.
- Buonopane, S. G. e Schafer, B. W. (2006). Reliability of steel frames designed with advanced analysis. *Journal of Structural Engineering*, 132(2):267 – 276.
- Chen, W. F. (2008). Advanced analysis for structural steel building design. *Frontiers of Architecture and Civil Engineering in China*, 2:189 – 196.
- ECCS (1984). Ultimate limit state calculations of sway frames with rigid joints. *No: 33, Technical Committee 8 of European Convention for Constructional Steelwork (ECCS), Brussels*.
- Eurocode-3 (2005). Design of steel structures — part 1-1: General rules and rules for buildings. e.n. 1993-1-1.
- Eurocode-3 (2006a). Design of steel structures — part 1-4: General rules - supplementary rules for stainless steels. e.n. 1993-1-4.
- Eurocode-3 (2006b). Design of steel structures — part 1-5: Plated structural elements. e.n. 1993-1-5.
- Faella, C., Mazzolani, F. M., Piluso, V., e Rizzano, G. (2000). Local buckling of aluminum members: Testing and classification. *Journal of Structural Engineering*, 126(3):353 – 360.
- Fieber, A., Gardner, L., e Macorini, L. (2018). Design of steel structures using advanced analysis with strain limits. *Eighth International Conference on Thin-Walled Structures - ICTWS 2018*, Lisbon, Portugal.
- Fieber, A., Gardner, L., e Macorini, L. (2019a). Design of structural steel members by advanced inelastic analysis with strain limits. *Engineering Structures*, 199:109624.
- Fieber, A., Gardner, L., e Macorini, L. (2019b). Formulae for determining elastic local buckling half-wavelengths of structural steel cross-sections. *Journal of Constructional Steel Research*, 159:493 – 506.

- Fieber, A., Gardner, L., e Macorini, L. (2020). Structural steel design using second-order inelastic analysis with strain limits. *Journal of Constructional Steel Research*, 168:105980.
- Gardner, L. (2002). *A New Approach to Structural Stainless Steel Design*. PhD thesis, Imperial College London (University of London).
- Gardner, L. (2005). The use of stainless steel in structures. *Progress in Structural Engineering and Materials*, 7(2):45 – 55.
- Gardner, L. (2008). The continuous strength method. *Proceedings of The Institution of Civil Engineers-Structures and Buildings*, 161:127 – 133.
- Gardner, L. e Ashraf, M. (2006). Structural design for non-linear metallic materials. *Engineering Structures*, 28(6):926 – 934.
- Gardner, L., Ashraf, M., e Nethercot, D. A. (2004). Cross-section strength of stainless steel members. *Proceedings of the second international conference on structural engineering, mechanics and computation*, pages 1417 – 21.
- Gardner, L., Fieber, A., e Macorini, L. (2019a). Formulae for calculating elastic local buckling stresses of full structural cross-sections. *Structures*, 17:2 – 20.
- Gardner, L., Fieber, A., e Macorini, L. (2019b). Structural steel design by advanced analysis with strain limits. *Proceedings of the International Colloquia on Stability and Ductility of Steel Structures*, Prague, Czech Republic:3 – 15.
- Gardner, L. e Nethercot, D. A. (2004a). Experiments on stainless steel hollow sections — part 1: Material and cross-sectional behaviour. *Journal of Constructional Steel Research*, 60(9):1291 – 1318.
- Gardner, L. e Nethercot, D. A. (2004b). Experiments on stainless steel hollow sections—part 2: Member behaviour of columns and beams. *Journal of Constructional Steel Research*, 60(9):1319 – 1332.
- Gardner, L. e Nethercot, D. A. (2004c). Numerical modeling of stainless steel structural components - a consistent approach. *Journal of Structural Engineering*, 130(10):1586 – 1601.

- Gardner, L. e Nethercot, D. A. (2004d). Structural stainless steel design: A new approach. *Structural Engineer*, 82(21):21 – 28.
- Gardner, L., Wang, F., e Liew, A. (2011). Influence of strain hardening on the behavior and design of steel structures. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, 11(05):855 – 875.
- Gardner, L., Yun, X., Fieber, A., e Macorini, L. (2019c). Steel design by advanced analysis: Material modeling and strain limits. *Engineering*, 5(2):243 – 249.
- Kato, B. (1988). Rotation capacity of steel members subject to local buckling. *Proceedings of the Ninth World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. IV:115 – 120.
- Kim, S.-E., Kang, K.-W., e Lee, D.-H. (2003). Full-scale testing of space steel frame subjected to proportional loads. *Engineering Structures*, 25(1):69 – 79.
- Kucukler, M., Gardner, L., e Macorini, L. (2015). Lateral–torsional buckling assessment of steel beams through a stiffness reduction method. *Journal of Constructional Steel Research*, 109:87 – 100.
- Liew, A. (2014). *Design of structural steel elements with the Continuous Strength Method*. PhD thesis, Imperial College London (University of London).
- Mazzolani, F. M. e Piluso, V. (1992). Evaluation of the rotation capacity of steel beams and beam-columns. *Proc., 1st COST C1 Workshop*, page 517 – 529.
- Mazzolani, F. M. e Piluso, V. (1997). Prediction of the rotation capacity of aluminium alloy beams. *Thin-Walled Structures*, 27(1):103 – 116.
- NBR-8800 (2008). Abnt nbr 8800: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios.
- Nethercot, D. A., Gardner, L., e Ashraf, M. (2006). Improved design of stainless steel structural members. *Proceedings of the International Conference in Metal Structures*, pages 45 – 54.

- Nseir, J. (2015). *Development of a new design method for the cross-section capacity of steel hollow sections*. PhD thesis, Université de Liège.
- Schafer, B. W. e Ádány, S. (2006). Buckling analysis of cold-formed steel members using cufsm: conventional and constrained finite strip methods. *Proceedings of the 18th International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*, Orlando, Florida, USA:pp. 39–54.
- Seif, M. e Schafer, B. W. (2010). Local buckling of structural steel shapes. *Journal of Constructional Steel Research*, 66:1232 – 47.
- Wang, F. (2011). *A Deformation Based Approach to Structural Steel Design*. PhD thesis, Imperial College London (University of London).
- Yun, X. e Gardner, L. (2017). Stress-strain curves for hot-rolled steels. *Journal of Constructional Steel Research*, 133:36 – 46.
- Yun, X., Gardner, L., e Boissonnade, N. (2018). The continuous strength method for the design of hot-rolled steel cross-sections. *Engineering Structures*, 157:179 – 191.
- Zhang, H., Ellingwood, B. R., e Rasmussen, K. J. (2014). System reliabilities in steel structural frame design by inelastic analysis. *Engineering Structures*, 81:341 – 348.
- Zhang, H., Shayan, S., Rasmussen, K. J., e Ellingwood, B. R. (2016). System-based design of planar steel frames, i: Reliability framework. *Journal of Constructional Steel Research*, 123:135 – 143.
- Zhao, O., Afshan, S., e Gardner, L. (2017). Structural response and continuous strength method design of slender stainless steel cross-sections. *Engineering Structures*, 140:14 – 25.

Apêndice A

Metodologia para os Modelos em EF de Casca

A metodologia deste apêndice descreve os critérios utilizados para elaborar os modelos em EF de casca; foi aqui posta por estar consolidada no meio acadêmico. São descritas as técnicas de representação da ligação entre alma e mesa, imperfeições geométricas e o campo de tensões residuais.

A.1 Introdução

A modelagem por EF de casca foi adotada por representar bem o comportamento estrutural dos perfis de aço estudados, aliada à reduzida demanda computacional quando comparada à modelagem por EF sólidos. O objetivo de tal modelagem foi de servir como suporte aos resultados dos modelos simplificados, em EF de barra, já que seria inviável a execução de ensaios laboratoriais. Além disso, ensaios descritos na literatura adequados ao presente estudo são poucos.

Foram utilizados elementos de 4 nós com integração reduzida baseados na teoria de Kirchhoff — nomeado por S4R no Abaqus —, o que tem sido frequentemente utilizado por outros autores na modelagem em EF de casca de estruturas metálicas — e.g., Yun et al. (2018) e Fieber et al. (2019a). Este elemento utiliza medidas de deformação por flexão aproximativas às da teoria de casca de Koiter-Sanders. O comportamento mecânico do material foi representado pelo modelo quadri-linear, descrito em 2.2. A

plasticidade clássica para metais (von Mises) no Abaqus foi adotada para todos os modelos.

A determinação da densidade da malha dos modelos foi realizada por estudo de convergência dos resultados e o custo computacional associado. Como regra geral, as simulações indicaram ponto ótimo quando o menor componente da seção — neste caso, a mesa do perfil — continha entre dez e doze elementos, malha semelhante a utilizada por Yun et al. (2018) e Fieber et al. (2019a). Diferente desses autores, não foi aqui realizada diferenciação no tamanho dos elementos finitos da alma ou mesa do perfil. Estes elementos possuíam relação unitária entre seus lados. A Figura A.1 ilustra exemplo de malha adotada.

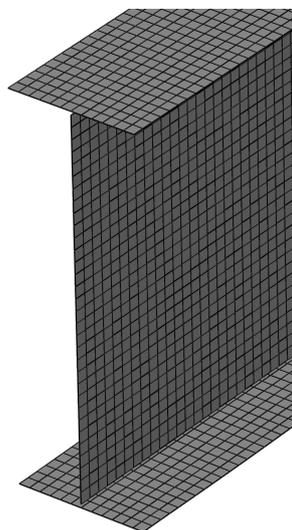


Figura A.1: Exemplo de malha utilizada em modelo por EF de casca.

Para evitar a sobreposição dos elementos nas duas regiões de conexão entre alma e mesa, foi adotado afastamento entre essas partes de magnitude igual à metade da espessura da mesa. Por conta disso, a ligação entre alma e mesa foi realizada utilizando restrições cinemáticas que assegurassem a compatibilidade dos deslocamentos entre os nós de posição correspondente na mesa e na alma, técnica esta conhecida como mestre-escravo. Essa técnica vem sendo utilizada por outros autores, como Kucukler et al. (2015) e Yun et al. (2018).

Em situações em que havia apoio duplo ou simples ou carga concentrada atuando perpendicular à mesa, foram vinculados enrijecedores à seção com espessura idêntica a da alma. Para restringir os deslocamentos ao plano da alma, foram acrescentadas

restrições contínuas ao deslocamento lateral nas arestas das mesas, assegurando, no caso de vigas, que instabilidades globais não ocorressem. Quando da ocorrência de cargas contínuas, estas foram aplicadas na aresta superior da alma da seção.

A.2 Imperfeições geométricas

Para que imperfeições geométricas fossem inseridas no modelo, fez-se primeiramente análise elástica de cada estrutura para a obtenção dos modos de flambagem. Foram adotados e sobrepostos aqueles modos que mais se aproximavam dos prováveis campos de instabilidades locais. O número de modos sobrepostos variou entre um e três, dependendo do caso. A Figura A.2 ilustra um exemplo de viga e um dos modos de flambagem considerados para o campo de imperfeições geométricas. A amplitude adotada baseou-se no Anexo C do Eurocode-3 (2006b), com magnitude $a/200$, sendo a a largura do menor elemento da seção. Dessa forma, o campo de deslocamentos iniciais $\Delta \mathbf{x}_o$ pode ser expresso como indicado na Eq. (A.1), onde w_i é o fator de escala, com valor $a/200$, e Φ_i o modo de flambagem i . Maiores detalhes sobre a programação das imperfeições geométricas podem ser obtidos no Apêndice B.1

$$\Delta \mathbf{x}_o = \sum w_i \Phi_i \quad (\text{A.1})$$

A.3 Tensões residuais

O campo de tensões residuais adotado é mostrado na Figura A.3, onde o sinal negativo indica compressão. A magnitude de f_r é indicada na Eq. (A.2), baseada no ECCS (1984), o que vem sendo adotado por vários autores, e.g., Avery e Mahendran (2000b) e Yun et al. (2018). A única componente considerada do campo de tensões é σ_{22} , de acordo com o eixo de orientação indicado na figura mencionada. Naturalmente, a distribuição linear das tensões não é alcançada fielmente pelo modelo em EF de casca, que constrói variação em formato de escada, discreta, com menor diferenciação da situação analítica à medida que o número de elementos seja aumentado. Por ser de razoável densidade, a malha adotada torna essa diferença irrelevante.

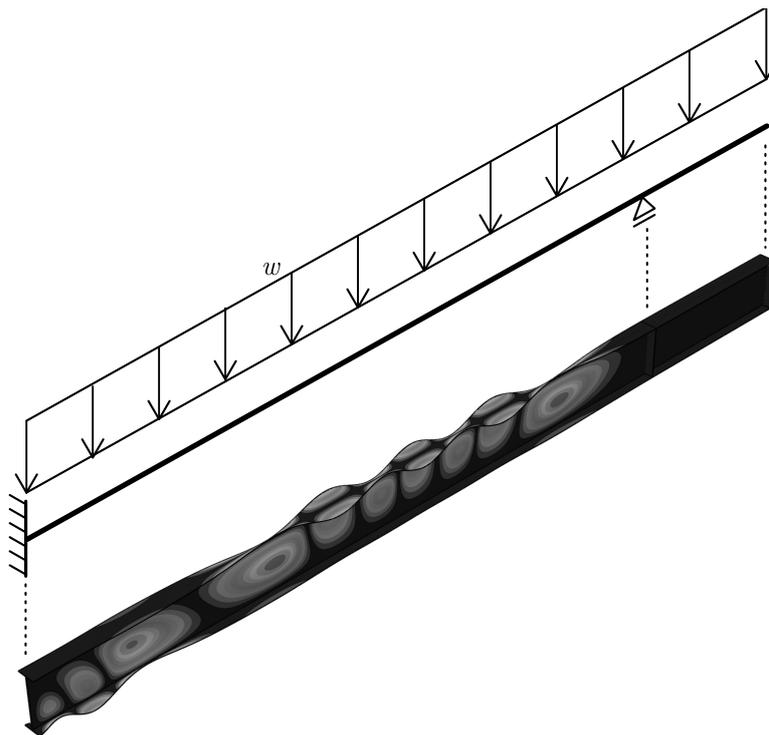


Figura A.2: Modo de flambagem associado à viga indicada.

$$f_r = \begin{cases} 0.30f_y, & \text{se } H/B > 1.2 \\ 0.50f_y, & \text{se } H/B \leq 1.2 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

A inserção no modelo do campo de tensões residuais foi realizada utilizando a sub-rotina SIGINI do Abaqus, programada em linguagem Fortran. A descrição completa desta sub-rotina encontra-se no Apêndice B.2. A Figura A.4 ilustra uma viga com as tensões residuais aplicadas.

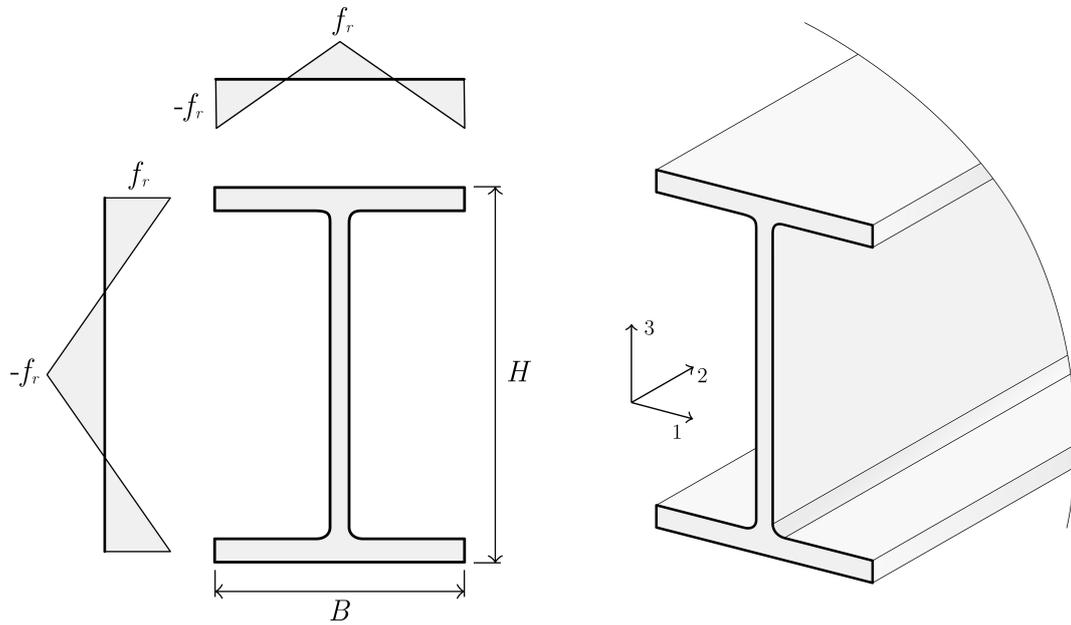


Figura A.3: Seção transversal com diagrama de tensões residuais e perfil em vista isométrica com eixos de orientação.

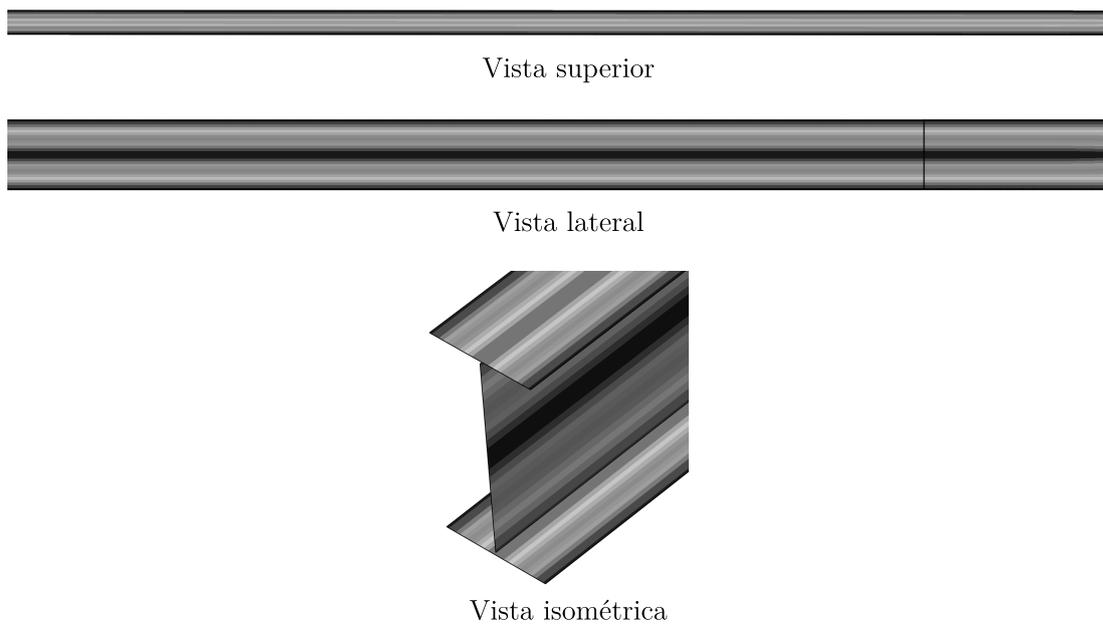


Figura A.4: Viga com tensões residuais aplicadas.

Apêndice B

Programação dos Critérios de Modelagem

A seguir são descritos os procedimentos de programação inseridos no software Abaqus para a consideração dos critérios definidos no Apêndice A.

B.1 Imperfeições geométricas

O campo de imperfeição geométrica inicial foi admitido como sendo a combinação dos modos de flambagem, o que vem sendo utilizado por outros autores, e.g., Avery e Mahendran (2000b). Assim, para exportar tal campo de deslocamentos foi utilizado, no modelo de análise exclusivamente elástica,

```
*NODE FILE, GLOBAL = YES, LAST MODE = N
```

```
U
```

que fornece o campo de deslocamentos nodais U até o modo de flambagem N considerando o sistema global de eixos. Em modelo idêntico, mas que considere a plasticidade, foi utilizado o seguinte comando:

```
*IMPERFECTION, FILE=filename.fil, STEP=step number
```

```
A, B
```

Este comando importa o campo U de deslocamentos, onde A representa o modo de flambagem a ser importado e B o fator de escala. Estes valores correspondem,

respectivamente, a i e w_i , apresentados na Eq. A.1. O item STEP indica a etapa da análise elástica de onde o campo U será obtido.

B.2 Tensões Residuais

A implementação das tensões residuais foi realizada através de sub-rotina em linguagem de programação Fortran. No modelo, foi adicionado o comando

```
*INITIAL CONDITIONS, TYPE = STRESS, USER
```

A sub-rotina apresentada a seguir vale para uma viga cujo eixo global de orientação encontra-se em tal posição que toda a estrutura esteja localizada no primeiro octante. Seguindo a orientação dos eixos locais de cada elemento da seção transversal, a estrutura padrão da sub-rotina utilizada é como descrita a seguir.

```
SUBROUTINE SIGINI(SIGMA,COORDS,NTENS,NCRDS,NOEL,NPT,LAYER,KSPT,LREBAR,NAMES)
```

```
C
```

```
INCLUDE 'ABA_PARAM.INC'
```

```
C
```

```
REAL :: X, Y, Z, H, B, H2, B2, TF
```

```
DIMENSION SIGMA(NTENS),COORDS(NCRDS)
```

```
CHARACTER NAMES(2)*80
```

```
REAL :: fy, fw, ff
```

```
X = COORDS(1)
```

```
Y = COORDS(2)
```

```
Z = COORDS(3)
```

```
H = <altura da casca da seção>
```

```
B = <largura da casca da seção>
```

```
H2 = H/2
```

```
B2 = B/2
```

```
TF = <espessura da mesa>
```

```
fy = <tensão de escoamento>
```

```
IF (H/B.LE.1.2) THEN
  fw = 0.50*fy
  ff = 0.50*fy
ELSEIF (H/B.GT.1.2) THEN
  fw = 0.30*fy
  ff = 0.30*fy
ENDIF

IF (Y.LE.TF/2) THEN
C    MESA DA BASE
  IF (X.LE.B2) THEN
    SIGMA(1) = 0
    SIGMA(2) = ff*(4*X/B - 1)
    SIGMA(3) = 0
  ELSEIF (X.GT.B2) THEN
    SIGMA(1) = 0
    SIGMA(2) = ff*(-4*X/B + 3)
    SIGMA(3) = 0
  ENDIF
ELSEIF (Y.GT.TF/2.AND.Y.LT.H-TF/2) THEN
C    ALMA
  IF (Y.LE.H2) THEN
    SIGMA(1) = 0
    SIGMA(2) = fw*(-4*Y/H + 1)
    SIGMA(3) = 0
  ELSEIF (Y.GT.H2) THEN
    SIGMA(1) = 0
    SIGMA(2) = fw*(4*Y/H - 3)
    SIGMA(3) = 0
  ENDIF
ELSE IF (Y.GE.H-TF/2) THEN
C    MESA TOPO
  IF (X.LE.B2) THEN
    SIGMA(1) = 0
    SIGMA(2) = ff*(4*X/B - 1)
```

```
SIGMA(3) = 0
ELSEIF (X.GT.B2) THEN
  SIGMA(1) = 0
  SIGMA(2) = ff*(-4*X/B + 3)
  SIGMA(3) = 0
ENDIF
ENDIF
RETURN
END
```

Apêndice C

Procedimento da NBR-8800 (2008)

O dimensionamento estrutural normatizado é brevemente descrito nos próximos itens; objetiva expor os critérios considerados neste trabalho. Para todos os casos foi considerada a capacidade nominal, quando $\gamma_{a1} = 1.0$, e a análise feita considerando comportamento elástico-linear.

C.1 Dimensionamento à compressão

O dimensionamento à compressão simples adotado pela NBR-8800 (2008) é determinado a partir da Eq. (C.1), onde A_g é a área bruta da seção transversal e f_y a tensão de escoamento. Os parâmetros Q e χ visam respectivamente a redução da capacidade de carga baseados em instabilidades locais ou globais. Sua determinação é descrita nos próximos parágrafos.

$$N_{c,n} = \chi Q A_g f_y \quad (\text{C.1})$$

O fator de redução χ associado à resistência à compressão é dado pela Eq. (C.2), onde λ_0 é o índice de esbeltez reduzido, calculado pela Eq. (C.3).

$$\chi = \begin{cases} 0.658^{\lambda_0^2}, & \text{se } \lambda_0 \leq 1.5 \\ \frac{0.877}{\lambda_0^2}, & \text{se } \lambda_0 > 1.5 \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{Q A_g f_y}{N_e}} \quad (\text{C.3})$$

Na Eq. (C.3), N_e representa a força axial de flambagem elástica, podendo ser em torno do eixo x (maior momento de inércia), do eixo y (menor momento de inércia) ou do eixo longitudinal z . Neste trabalho, a grande maioria dos exemplos estudados encontra-se no plano, com comportamento bidimensional e flexão em torno do eixo de maior momento de inércia. Em tais casos apenas a força axial de flambagem elástica em torno do eixo x foi considerada (com deslocamentos contidos no plano do problema). Esta expressão é mostrada na Eq. (C.4), onde representa E o módulo de elasticidade, I_x o momento de inércia da seção transversal em torno do eixo x e $K_x L_x$ o comprimento de flambagem por flexão em relação a este mesmo eixo — neste trabalho adotou-se sempre $K_x = 1.0$.

$$N_{ex} = \frac{\pi^2 EI_x}{(K_x L_x)^2} \quad (\text{C.4})$$

O fator Q visa levar em conta a flambagem local dos elementos constituintes da seção transversal. Seu procedimento é balizado pela relação entre largura e espessura b/t de cada elemento. Tal parâmetro é comparado ao limitador $(b/t)_{lim}$, calculado de acordo com o Anexo F da NBR-8800 (2008). Vale $Q = 1$ quando b/t não ultrapassar seu respectivo $(b/t)_{lim}$. Do contrário, $Q < 1$ e será necessário determiná-lo pelo referido Anexo F.

Para este trabalho, o procedimento adotado foi sempre tomando como base seções tipo I laminadas e de acordo com os respectivos critérios do Anexo F da NBR-8800 (2008).

C.2 Dimensionamento à flexão

O dimensionamento à flexão descrito pela NBR-8800 (2008) é calculado segundo a Eq. (C.5), orientada pela esbeltez λ_b . Neste trabalho, a grande maioria dos exemplos estudados estão limitado aos deslocamentos no plano da alma, e, portanto, em tais casos a flambagem local por torção não foi considerada. Os parâmetros da Eq. (C.5) não são aqui detalhados, mas foram calculados identicamente ao procedimento do Anexo G da NBR-8800 (2008). O domínio de λ_b é dividido em três faixas: a primeira delas, quando

$\lambda_b \leq \lambda_{p1}$, representa seções compactas, com capacidade a total plastificação; a segunda, quando $\lambda_{p1} < \lambda_b \leq \lambda_r$, representa seções semi-compactas, aquelas com capacidade de apenas iniciar plastificação; a terceira, por fim, quando $\lambda_b > \lambda_r$, representa seções esbeltas, sem capacidade de iniciar qualquer escoamento.

$$M_n = \begin{cases} M_{pl}, & \text{se } \lambda_b \leq \lambda_{p1} \\ M_{pl} \left[1 - \left(1 - \frac{M_r}{M_{pl}} \right) \frac{\lambda_b - \lambda_{p1}}{\lambda_r - \lambda_{p1}} \right], & \text{se } \lambda_{p1} < \lambda_b \leq \lambda_r \\ M_{cr}, & \text{se } \lambda_b > \lambda_r \end{cases} \quad (\text{C.5})$$

C.3 Dimensionamento à flexo-compressão

O critério de dimensionamento à flexo-compressão baseou-se na verificação da desigualdade (C.6), onde N e M representam respectivamente o esforço normal e de momento lido na estrutura. Como trata-se de análise elástica-linear, o valor de equilíbrio para estes esforços é alcançado com apenas uma iteração da estrutura. Inicialmente, a estrutura é simulada com uma carga qualquer, respeitando as proporções anteriormente determinadas; a desigualdade (C.6) é verificada. A magnitude do desvio é então multiplicada pelas cargas atuantes, e a carga máxima determinada.

$$\frac{N}{N_{c,n}} + \frac{M}{M_n} \leq 1 \quad (\text{C.6})$$

Apêndice D

Classificação do Eurocode 3 (2005)

Visando facilitar a compreensão à classificação de seções fornecida pelo Eurocode-3 (2005), é apresentado aqui brevemente o procedimento descrito pela norma europeia.

D.1 Introdução

A classificação do Eurocode-3 (2005) visa estabelecer patamares da capacidade de carga intrínseca às seções transversais, divididos em quatro grupos, chamados por “Classes”. As características de cada classe, segundo o Eurocode-3 (2005), são descritas na lista a seguir.

- Classe 1: seções aptas à formação de rótulas plásticas sem perda de resistência;
- Classe 2: seções aptas à total plastificação mas com limitada capacidade de rotação devido ao desenvolvimento de flambagem local;
- Classe 3: seções em que apenas as fibras mais externas entram em escoamento, sem capacidade para atingir o momento plástico devido à flambagem local;
- Classe 4: seções em que a flambagem local ocorre antes de qualquer escoamento do material.

D.2 Procedimento à classificação

A classificação de seções descrita pelo Eurocode-3 (2005) é baseada no campo de tensões atuante na seção. Por simplificação, apenas o caso de flexão simples em torno do maior eixo de uma seção I é aqui apresentado. A classe de toda a seção é representada pelo elemento de maior classe, i.e., se a mesa for classe 2 e a alma classe 1, a seção será classe 2.

O parâmetro base utilizado é ε , representado pela Eq. (D.1).

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (\text{D.1})$$

Para a mesa da seção, determina-se a razão c_f/t_f , onde c_f vale $B/2 - t_w/2 - r$. Dessa forma, a mesa da seção será classificada de acordo com as faixas de validade expostas a seguir. Deve ser lembrado que essas faixas aplicam-se somente para seções I flexionadas em torno do maior eixo.

- Classe 1: se $c_f/t_f \leq 9\varepsilon$;
- Classe 2: se $9\varepsilon < c_f/t_f \leq 10\varepsilon$;
- Classe 3: se $10\varepsilon < c_f/t_f \leq 14\varepsilon$;
- Classe 4: se $c_f/t_f > 14\varepsilon$.

Para a alma, determina-se a razão c_w/t_w , onde c_w vale $H - 2(t_f + r)$. A alma é classificada de acordo com as desigualdades expostas na lista a seguir, válidas apenas para seção I submetida a flexão simples em torno do maior eixo de resistência.

- Classe 1: se $c_w/t_w \leq 72\varepsilon$;
- Classe 2: se $72\varepsilon < c_w/t_w \leq 83\varepsilon$;
- Classe 3: se $83\varepsilon < c_w/t_w \leq 124\varepsilon$;
- Classe 4: se $c_w/t_w > 124\varepsilon$.

Em caso de outras situações de carregamento e seção transversal, as páginas 42 e 43 do Eurocode-3 (2005) deverão ser consultadas.