

**FORMULAÇÃO DOS EFEITOS DA INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA EM
ELEMENTOS PRISMÁTICOS, VISANDO A DETERMINAÇÃO DA INSTABILIDADE
DINÂMICA DEVIDA À AÇÃO DO VENTO**


JOSÉ LUIS VITAL DE BRITO

Tese apresentada ao corpo docente do curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, como parte dos requisitos para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA.

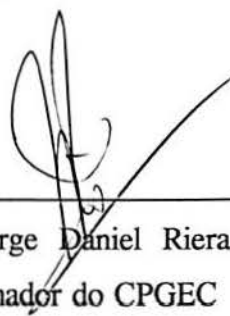
Porto Alegre

Março, 1995

Esta tese foi julgada adequada para a obtenção do título de DOUTOR EM ENGENHARIA e aprovada em sua forma final pelo orientador e pelo curso de Pós-Graduação.



Prof. Jorge Daniel Riera
Orientador



Prof. Jorge Daniel Riera
Coordenador do CPGEC

BANCA EXAMINADORA

- Prof. Jorge Daniel Riera
Ph.D. - Princeton University
- Prof. Joaquim Blessmann
Dr. - ITA/ SP
- Prof. Sérgio Viçosa Möller (PROMEC/ UFRGS)
Dr. - Universität Karlsruhe
- Prof. Ronaldo Carvalho Batista (COPPE/ UFRJ)
Ph.D. - University of London

Ao Daniel e Helena, que com amor,
carinho e compreensão, sempre me apoiaram
mesmo nos momentos mais difíceis
da realização deste trabalho

AGRADECIMENTOS

À coordenação do curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil na pessoa do Prof. Ademar Gilberto Groehs e, posteriormente, do Prof. Jorge Daniel Riera pelo apoio recebido em todos os momentos.

Ao professor Jorge D. Riera, orientador deste trabalho, pela colaboração e incentivo recebidos durante sua realização.

Ao Prof. Joaquim Blessmann pela cessão dos dados relativos ao túnel de vento e dos equipamentos eletrônicos para a realização dos ensaios.

Aos professores José Luis Duarte Ribeiro e Rômulo de Freitas Paixão e ao Eng. Eduardo Cardoso pela ajuda recebida na montagem do experimento e realização dos ensaios.

Ao Prof. Alberto Tamagna pela cessão do sistema de aquisição de dados, possibilitando assim o processamento imediato dos registros.

Ao pessoal da secretaria do curso, do Laboratório de Ensaio e Modelos Estruturais e do Laboratório de Aerodinâmica das Construções pela forma gentil com que sempre me receberam. Em particular a Paulo Bueno pela confecção do modelo reduzido e do esquema de sustentação do mesmo no túnel de vento.

À Graciela N. Doz pela revisão dos coeficientes da Eq.(4.2.19).

Ao Prof. Edison Ferreira Pratine pela ajuda na reprodução das figuras pelo computador, ao Geraldo Amorim, pela realização dos desenhos ilustrativos, e à Juliana Zart Bonilha pela revisão das referências bibliográficas.

A todos os professores, colegas, amigos e funcionários que, de forma direta ou indireta, participaram da realização deste trabalho.

SUMÁRIO

RESUMO	vii
ABSTRACT	ix
TERMINOLOGIA BÁSICA	xi
LISTA DE SÍMBOLOS BÁSICOS	xv
1. INTRODUÇÃO	1
2. CONCEITOS BÁSICOS DE INSTABILIDADE DINÂMICA	4
2.1. Instabilidade de um oscilador linear	4
2.2. Bifurcação estática e dinâmica	7
2.3. Classificação dos sistemas dinâmicos em função das forças atuantes	12
2.4. Instabilidade dinâmica de estruturas induzidas por escoamento bidimensional	19
3. INSTABILIDADE DE ESTRUTURAS DE PONTES E ASSEMELHADOS SOB AÇÃO DO VENTO: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
3.1. Histórico	25
3.2. Instabilidade aerodinâmica de estruturas	30
3.2.1. Galope	32
3.2.2. Drapejamento	38
3.2.3. Excitação por vórtices	43
3.3. Considerações de projeto	47
3.3.1. Normas de projeto	47
3.3.2. Métodos de assegurar estabilidade aerodinâmica	48
3.4. Testes aerodinâmicos no túnel de vento	51
3.4.1. Semelhança	52
3.4.2. Modelos aerolásticos de pontes	54
4. FORÇAS AERODINÂMICAS EM ESTRUTURAS PRISMÁTICAS SOB ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL	56
4.1. Considerações básicas: ações sobre estruturas prismáticas estacionárias	56
4.2. Ações sobre estruturas flexíveis	57
4.3. Corpo com dois graus de liberdade: movimento restrito na direção do vento	66

5. DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS	73
5.1. Túnel de vento e condições do escoamento	73
5.2. Modelo reduzido de seção transversal H	76
5.3. Modelo de um grau de liberdade	77
5.3.1. Montagem de experimento no túnel de vento	78
5.3.2. Determinação experimental dos coeficientes aerodinâmicos	80
5.4. Modelo de dois graus de liberdade. Escoamento suave	85
5.4.1. Montagem do experimento no túnel de vento	87
5.4.2. Determinação experimental dos coeficientes aerodinâmicos	91
5.5. Modelo de dois graus de liberdade. Escoamento turbulento	95
5.5.1. Determinação experimental dos coeficientes aerodinâmicos	97
6. AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS	105
6.1. Modelo de um grau de liberdade	105
6.2. Modelo de dois graus de liberdade. Escoamento suave	120
6.3. Modelo de dois graus de liberdade. Escoamento turbulento	128
6.4. Comparação dos resultados obtidos com os dois modelos teóricos	136
7. COMENTÁRIOS FINAIS	137
7.1. Conclusões	137
7.2. Sugestões para estudos adicionais	138
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	140
ANEXO	150
A1. Corpo de seção circular com dois graus de liberdade: movimento de rotação restrito.	150

RESUMO

As vibrações de corpos elásticos submetidos à ação do vento provocam modificações nas condições do escoamento, dando origem a forças aerodinâmicas que dependem principalmente dos deslocamentos e velocidades do corpo. Essas forças podem induzir fenômenos de instabilidade dinâmica e devem conseqüentemente ser consideradas nas equações de movimento de estruturas susceptíveis a efeitos de interação fluido-estrutura, tais como pontes de grande vão, linhas de transmissão e de torres altas e chaminés múltiplas.

Uma estrutura prismática, exposta ao vento, produz uma esteira de vórtices mais ou menos periódica - vórtices de von Kármán -, que afeta a circulação e portanto o campo em torno da estrutura. O principal resultado desta interação é o aparecimento de termos cruzados de origem aerodinâmica, e de efeitos não-lineares, no sistema de equações dinâmicas. Surge assim, em um sistema com dois ou mais graus de liberdade, a possibilidade de transferência de energia de um dos graus para o outro.

Neste trabalho o problema é formulado para o caso de seções prismáticas sob escoamento bidimensional, determinando-se as equações linearizadas dos esforços aerodinâmicos, de particular interesse na análise estrutural. São considerados três graus de liberdade do corpo, os movimentos de rotação, o vertical e o horizontal, estendendo assim a teoria quase-estática, bem conhecida para dois graus de liberdade, ou seja, apenas para os movimentos vertical e de rotação. Assim, as equações resultantes para as forças e momentos aerolásticos são inicialmente obtidas para um escoamento suave, sendo a seguir particularizadas para o caso de restrição do movimento do corpo na direção do vento.

Além de proporcionar um tratamento compreensivo do problema, a abordagem sugere um novo esquema experimental que permite a determinação diferenciada dos coeficientes aerodinâmicos no túnel de vento e oferece suporte às hipóteses quase-estáticas. Esse procedimento é, então, empregado na obtenção dos coeficientes de um perfil H sob escoamentos suave e turbulento. Os resultados são comparados com os valores obtidos através do enfoque utilizado por Scanlan e Tomko (1971) e Scanlan e Lin (1978), no qual o modelo é submetido a um escoamento bidimensional e vibra livremente. Desse modo, para que se possa determinar de maneira satisfatória os esforços baseados nas duas formulações teóricas, foram montados dois experimentos distintos no túnel de vento TV-2 da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Em um deles, o modelo reduzido da viga foi colocado horizontalmente no túnel de vento e possuía apenas um grau de liberdade, a rotação em torno do eixo que passa pelo centro da seção. No outro, o modelo reduzido com dois graus de liberdade foi suspenso através de oito molas, sendo quatro em cada extremidade, e introduzido horizontalmente no túnel de vento.

Durante os experimentos, realizados com o procedimento quase-estático, o número de Reynolds, Re , esteve compreendido entre os valores de $10^4 < Re < 10^5$, enquanto que a razão de bloqueio do túnel variou de 3,9% para o ângulo de incidência $\alpha = 0^\circ$, a 18,3% para $\alpha = 90^\circ$. Os coeficientes determinados através deste método apresentaram boa concordância com os valores obtidos através do modelo de dois graus de liberdade e com os existentes na literatura para a mesma seção transversal.

ABSTRACT

The vibrations of elastic bodies subjected to wind action cause modifications in the flow conditions, thus giving rise to aerodynamic forces that depend mainly on the displacements and velocities of the body at issue. Such forces can produce dynamic instability phenomena and should, as a consequence, be considered in the equations of motions of structures susceptible to effects of fluid-structure interaction, such as long-span bridges, overhead transmission lines and multiple tall towers and stacks.

A prismatic structure, exposed to wind, produces a vortex trail that is more or less periodic, namely, von Kármán vortices, which affects circulation and, as a consequence, the field around the structure is also affected. The main result of this interaction is the emergence of both crossed terms of aerodynamic origin and non-linear effects in the dynamic equations system. Thus, in a system having two or more degrees of freedom, the possibility arises for energy transfer from one of the degrees to the other.

In the present work, the problem is formulated for the case of prismatic sections under two dimensional flow, thus determining the linearized equations for aerodynamic forces, which are of particular interest in structural analysis. Three degrees of freedom of the body are considered: rotation, "up and down" and "fore and aft" motions, thus extending the quasi-steady theory, well known for two degrees of freedom, namely, "up and down" and rotation motions only. Thus, the resulting equations for aerolastic forces and moments are initially obtained for a smooth flow, and then specified for the case of restricted motion of the body in the wind direction.

In addition to providing a comprehensive treatment of the problem, the approach proposes a new experimental method that allows differentiated determination of the aerodynamic coefficients in the wind tunnel and that provides support to the quasi-static hypotheses. This procedure is then used in obtaining the coefficients of an H profile under smooth and turbulent flows. Results are compared to the values obtained through the approach used by Scanlan and Tomko (1971) and Scanlan and Lin (1978), in which the model, subjected to a two dimensional flow, vibrates freely. Accordingly, and in order to satisfactorily determine the efforts based on the two theoretical formulations, two different experiments were set up in wind tunnel TV-2 of the Federal University of Rio Grande do Sul. In one of them, the reduced model of the beam was placed horizontally in the wind tunnel, having only one degree of freedom, i.e., the rotation around the axis going through the center of the section. In the other experiment, the reduced model with two degrees of freedom was suspended by means of eight springs, four on each end, and it was introduced horizontally in the wind tunnel.

During the experiments, carried out by the quasi-static procedure, the Reynold's number, Re , ranged between $10^4 < Re < 10^5$, while the blockage ratio ranged from 3.9% for angle of incidence $\alpha = 0^\circ$ to 18,3% for $\alpha = 90^\circ$. The coefficients determined through this method have shown to be consistent with the values obtained through the model with two degrees of freedom as well as with the values found in the literature for the same cross section.

TERMINOLOGIA BÁSICA

ARRASTO (drag): Componente da força global na direção do escoamento.

BARLAVENTO (windward): Região de onde sopra o vento em relação ao modelo ou a estrutura.

CAMADA LIMITE (boundary layer): Fina camada nas proximidades da superfície do corpo onde são importantes os efeitos da viscosidade.

CIRCULAÇÃO (circulation): A circulação, Γ , é definida pela integral de linha do vetor velocidade ao longo de um circuito fechado, c (Fig. i.).

$$\Gamma = \oint_c \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s}$$

A vorticidade, ζ , em um ponto é uma medida da velocidade angular de rotação nesse ponto. Para um escoamento bidimensional situado no plano xy , a vorticidade em um ponto é dada por:

$$\zeta = \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}$$

sendo ζ um vetor perpendicular ao plano xy no ponto em estudo.

Pode-se relacionar a circulação definida anteriormente com a vorticidade pelo teorema de Stokes, que transforma uma integral de linha em uma integral de superfície. Assim:

$$\Gamma = \oint_c \mathbf{v} \cdot d\mathbf{s} = \int_A (\nabla \wedge \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{A} = \int_A \zeta \cdot d\mathbf{A} = 2 \int_A \omega \cdot d\mathbf{A}$$

sendo o vetor ζ (ou ω) a vorticidade (ou rotação) atuante na superfície elementar de área dA .

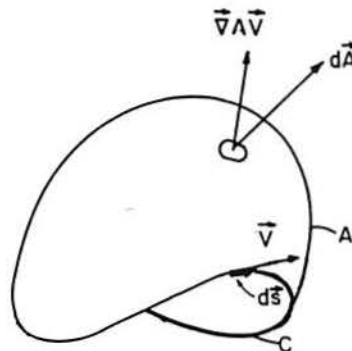


Fig. i. Esquema para a definição da circulação Γ .

DESPRENDIMENTO DE VÓRTICES (vortex shedding): Fenômeno que se caracteriza por turbilhões que se descolam sucessivamente de um lado e de outro do corpo.

DIAGRAMA DE FASE (phase portrait): Condições iniciais diferentes, quando

aplicadas a um sistema dinâmico, resultam em soluções diferentes que podem ser representadas por trajetórias no espaço de fase. A totalidade das trajetórias, representando todas as soluções possíveis, é chamada de diagrama de fase.

DRAPEJAMENTO (flutter): Pode ser definido como uma instabilidade dinâmica de corpos elásticos em um escoamento de ar. É geralmente encontrado em corpos sujeitos a grandes cargas aerodinâmicas laterais, do tipo sustentação, tais como asas de aeronaves ou pontes suspensas. Talvez seja um dos problemas aerolásticos mais característicos. A instabilidade aerolástica tem origem a partir de certa velocidade do escoamento, quando pequenas perturbações de natureza casual induzem oscilações mais ou menos violentas na estrutura, sendo caracterizada pela ação conjunta de forças aerodinâmicas, elásticas e de inércia. O termo drapejamento é utilizado por alguns autores de maneira ampla englobando qualquer instabilidade oscilatória devida ao vento. Na literatura da aerolasticidade, entretanto, o termo drapejamento é utilizado de forma mais restrita e atualmente é comum o seu uso com termos adicionais classificatórios, como por exemplo, drapejamentos: clássico, de estol, em um único grau de liberdade e de painéis.

EDIFICAÇÃO OU ESTRUTURA ALTEADA (tall structure, slender structure): A altura é preponderante sobre as demais dimensões, largura e profundidade, da edificação.

ESCALA DE TURBULÊNCIA (turbulence length scale): É a área subtendida pela curva de correlação $R_{xx}(x, x + \Delta x) = \langle u(x) u(x + \Delta x) \rangle$ dividida pela correlação com $\Delta x = 0$, isto é, $\langle u(x) u(x) \rangle$.

ESCOAMENTO INCIDENTE (approaching flow, free stream): É o escoamento não perturbado que se aproxima do modelo ou da estrutura.

ESCOAMENTO SUAVE (smooth flow): Escoamento incidente de intensidade de turbulência muito baixa ($I_1 < 1,0\%$ ou $2,0\%$).

ESCOAMENTO TURBULENTO (turbulent flow): Escoamento incidente de intensidade de turbulência considerável ($I_1 > 1,0\%$ ou $2,0\%$).

ESPAÇO DE ESTADO (state space): É o espaço vetorial $2n$ - dimensional com eixos coordenados q_i e \dot{q}_i ($i = 1, \dots, n$). Uma representação geométrica equivalente pode ser conseguida no espaço euclidiano $2n$ - dimensional, definido pelos eixos q_i e p_i , denominado espaço de fase - $p_i = \partial L / \partial \dot{q}_i$, onde L é o lagrangiano. As quantidades de movimento generalizadas, entretanto, estão linearmente relacionadas com as velocidades generalizadas. Conseqüentemente, um espaço de fase alternativo pode ser definido por q_i e \dot{q}_i .

ESTEIRA (wake): É a zona do fluxo descolado a sotavento das linhas de separação, com turbilhões de tamanhos e velocidade muito variáveis.

GALOPE (galloping): O termo galope refere-se ao drapejamento de estruturas, com

seção transversal angulosa, em um único grau de liberdade: o movimento transversal ao escoamento. O fenômeno poderá ocorrer para seções transversais que apresentem pontos de separação fixos e que tenham uma certa largura na direção do escoamento. Assim, estruturas com seção quadrada, retangular, triangular e semicircular, além de estarem sujeitas a fortes excitações pelo desprendimento de vórtices são susceptíveis ao galope. O nome galope vem da justificativa dada por Den Hartog para a instabilidade deste tipo ocorrida em linhas de transmissão de energia elétrica cobertas com uma camada de gelo; estas linhas em certas condições oscilam com grandes amplitudes em planos verticais e com baixas frequências.

GRELHA (grid): Conjunto de barras ortogonais que pode ser introduzido no túnel de vento com o objetivo de gerar um escoamento turbulento.

INTENSIDADE DE TURBULÊNCIA (turbulence intensity): É a razão entre o desvio padrão das flutuações da velocidade do escoamento incidente e sua velocidade média.

MARTELAMENTO OU EFEITOS DE GOLPE (buffeting): Trata-se da excitação de uma estrutura pela turbulência existente na esteira de outra ou outras edificações situadas a barlavento, principalmente pelos vórtices existentes na zona de separação entre esteira e escoamento adjacente.

PLACAS TERMINAIS (end plates): Placas aerodinâmicas colocadas perpendicularmente ao eixo do modelo a alguma distância das paredes do túnel. Sua função é isolar o modelo da camada limite das paredes do túnel e tornar o escoamento bidimensional.

RAZÃO DE BLOQUEIO (blockage ratio): É a razão entre a área frontal do modelo e a área da seção transversal do túnel de ensaio.

RUGOSIDADE (roughness): Refere-se às protuberâncias que podem existir sobre a superfície do modelo ou da estrutura.

SEPARAÇÃO OU DESCOLAMENTO (separation): Na Fig. ii. apresenta-se um esquema da distribuição dos perfis de velocidades de um escoamento sobre uma superfície curva. Admitindo-se que o escoamento seja desacelerado, este retardamento é também transmitido à camada limite, causando a modificação dos perfis de velocidades a partir do ponto A. De acordo com a equação de Bernoulli, que se aplica ao escoamento da corrente principal, a pressão deve crescer a partir de A. Uma vez que a pressão na camada limite é determinada pelo escoamento circundante, o seu interior também sofre uma pressão crescente na direção do escoamento, sendo essa variação de pressão denominada gradiente de pressão adversa. O fluido que se move na camada limite está sujeito a essa pressão crescente e se desacelera. Mas como o fluido na camada limite tem pequena energia cinética pode ocorrer que no ponto C as partículas próximas à superfície atinjam uma condição de parada e inversão de sua direção, de modo a provocar deflexão da camada limite, afastando-se do contorno. Este é o fenômeno da separação. Pode

ocorrer então um considerável reajustamento do escoamento onde se inicia a separação em C - a linha de separação move-se para barlavento até uma posição de equilíbrio -, resultando em uma região espessa de escoamento bastante irregular. Nessa região formam-se em geral grandes e lentos redemoinhos depois do ponto de separação, nos quais ocorre uma grande degradação de energia em calor. Esses redemoinhos são arrastados pela massa fluida em escoamento dando origem a uma esteira de vórtices com a repetição periódica desses processos de formação.

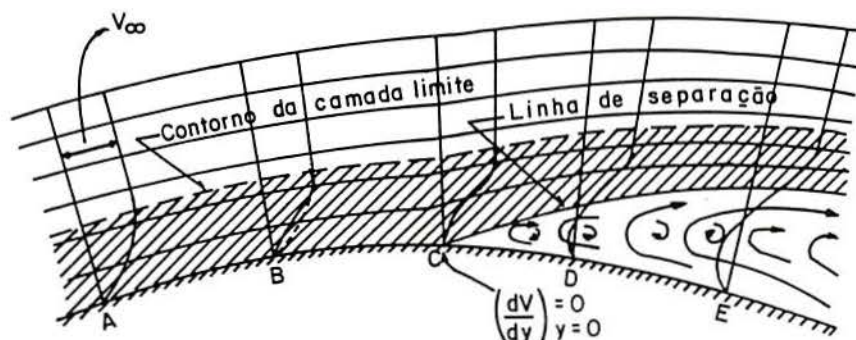


Fig. ii. Separação ou descolamento.

SINCRONIZAÇÃO (synchronization, lock-in, capture): Fenômeno que se estabelece quando a frequência do desprendimento de vórtices está próxima de uma das frequências naturais do modelo ou da estrutura. Nesse caso, o desprendimento de vórtices passa a ocorrer na frequência natural correspondente.

SOTAVENTO (leeward): Região oposta àquela de onde sopra o vento em relação ao modelo ou estrutura.

SUSTENTAÇÃO (lift): Componente vertical da força global do vento.

TURBULÊNCIA (turbulence): Flutuações irregulares da velocidade do escoamento, reguladas por equilíbrio estatístico.

VENTO DESLIZANTE (shear wind): Vento natural ou produzido em túneis de vento onde a velocidade não é uniforme, mas aumenta com a altura (há um perfil não uniforme de velocidades).

VETOR DE ESTADO (state vector): É um vetor $2n$ - dimensional, cujos n primeiros componentes são as coordenadas generalizadas e os n últimos são as correspondentes velocidades generalizadas.

VÓRTICES DE KÁRMÁN (Kármán vórtices): Fenômeno que se caracteriza por um sucessivo desprendimento alternado e ordenado de turbilhões (que se deslocam periodicamente de um lado e de outro do modelo ou da estrutura).

LISTA DE SÍMBOLOS BÁSICOS

A_{ij}	coeficientes aerodinâmicos da matriz A - termo dependente dos deslocamentos na Eq. (4.2.19)
A_1, A_2, A_3	coeficientes aerodinâmicos dimensionais da seção transversal associados à torção
A^*_1, A^*_2, A^*_3	coeficientes aerodinâmicos adimensionais da seção transversal associados à torção
b	dimensão característica da seção transversal, usualmente a dimensão do corpo normal ao escoamento
B_{ij}	coeficientes aerodinâmicos da matriz B - termo dependente das velocidades na Eq.(4.2.19)
c	coeficiente de amortecimento
c_{ij}	coeficientes da matriz de amortecimento C
c_{oij}	coeficientes da matriz impressiva
C_a, C_s	coeficientes de arrasto e de sustentação
C_D, C_L, C_T	coeficientes aerodinâmicos dados pelas Eqs.(4.2.38-40)
C_x, C_y, C_M	coeficientes aerodinâmicos adimensionais
d	largura da seção transversal do corpo
E	módulo de deformação longitudinal ou módulo de Young
\bar{F}_a, \bar{F}_s	valores médios das forças de arrasto e sustentação
$F(\kappa)$	parte real da função de circulação de Theodorsen
$F(t)$	força devido ao martelamento do vento, por unidade de comprimento do corpo
F_x, F_y	força total exercida pelo fluido, respectivamente, na direção x e y , por unidade de comprimento do corpo
$G(\kappa)$	parte imaginária da função de circulação de Theodorsen
ξ_{ij}	coeficientes da matriz giroscópica G
h_{ij}	coeficientes da matriz circulatória H
H_1, H_2, H_3	coeficientes aerodinâmicos dimensionais da seção transversal associados à flexão
H^*_1, H^*_2, H^*_3	coeficientes aerodinâmicos adimensionais da seção transversal associados à flexão

$H_{Fv}, H_{vM}, H_{\theta F}, H_{\theta M}$	funções de transferência
$H_{Fv}^*, H_{vM}^*, H_{\theta F}^*, H_{\theta M}^*$	conjugados complexos das funções de transferência
I	momento de inércia da massa por unidade de comprimento
k	coeficiente de rigidez
k_{ij}	coeficientes da matriz de rigidez \mathbf{K}
k_{Gij}	coeficientes da matriz de rigidez geométrica \mathbf{K}_G
L	Lagrangiano
L_1, L_2	coeficientes adimensionais da componente estática da Eq.(A1-1)
m	coeficiente de inércia, massa por unidade de comprimento
m_{ij}	coeficientes da matriz de massa \mathbf{M}
M	momento de torção em torno do eixo de corte, por unidade de comprimento do corpo
\bar{M}	momento de torção médio
$M(t)$	momento devido ao martelamento do vento, por unidade de comprimento do corpo
N_i	componentes do vetor das forças, \mathbf{N} , que são funções não-lineares dos deslocamentos e das velocidades
\bar{P}_0	vetor das coordenadas do ângulo de referência $\bar{\alpha}$
q	pressão dinâmica do vento no campo livre
\mathbf{q}	vetor das coordenadas generalizadas
$\dot{\mathbf{q}}$	vetor das velocidades generalizadas
q_i	deslocamentos generalizados
\dot{q}_i	velocidades generalizadas
Re	número de Reynolds = $V_0 b / \nu$
S_L, S_M	coeficientes de sustentação e momento estáticos nas Eqs.(4.3.4-5)
$S_v, S_{\theta v}, S_{v\theta}$	densidades espectrais de potência e de potência cruzada como
S_F, S_{FM}, S_{MF}, S_M	indicada pelos sub índices
u	deslocamento do corpo na direção x
$u(t)$	componente horizontal da rajada de vento de velocidade média \bar{V}
v	deslocamento do corpo na direção y
\bar{V}	velocidade média do vento normal ao corpo
v_0	amplitude do movimento vertical

$v(t)$	componente vetical da rajada de vento de velocidade média \bar{V}
V_0	velocidade do vento no campo livre
V_R	velocidade do escoamento relativa ao corpo
V_x, V_y	componentes da velocidade média do escoamento
α	ângulo entre o vetor da velocidade instantânea do vento e o eixo Ox
$\bar{\alpha}$	ângulo de referências arbitrário
$\bar{\alpha}_0$	ângulo de referência na expansão em séries de Taylor dos coeficientes aerodinâmicos, tomado igual a ϕ_y/ϕ_x
$\Delta\dot{u}, \Delta\dot{\theta}$	incrementos das componentes da velocidade do corpo na expansão em séries de Taylor dos coeficientes aerodinâmicos
$\Delta x, \Delta y, \Delta\theta$	incrementos das coordenadas espaciais na expansão em séries de Taylor dos coeficientes aerodinâmicos
ζ_v, ζ_θ	razão de amortecimento em flexão e torção
θ	giro do corpo em relação ao centro de corte
θ_0	amplitude do movimento de rotação
K	frequência reduzida = $d\omega/V_0$
κ	frequência reduzida = $b\omega/V_0$
λ	razão de decaimento da oscilação
Λ	parâmetros de controle
ρ	massa específica do ar
ν	coeficiente de viscosidade cinemática
Φ	função de Wagner nas Eqs.(4.3.6)
$\Phi_L, \Phi_{Lq}, \Phi_M, \Phi_{Mq}$	funções indiciais
ϕ_x, ϕ_y	funções adimensionais das coordenadas espaciais que definem o escoamento médio
ω	frequência circular de vibração
ω_v, ω_θ	frequência natural de vibração em flexão e torção
φ	defasagem entre os movimentos vertical e de rotação

1. INTRODUÇÃO

Até quase a metade do século, a ação do vento sobre estruturas de pontes foi levada em conta somente por meio de cargas estáticas representativas das resultantes da pressão média do vento. O colapso em 1940 da primeira ponte sobre o estreito de Tacoma mostrou, de maneira dramática, que os efeitos dinâmicos, em particular os fenômenos de instabilidade aerodinâmica, não podem ser ignorados no projeto de estruturas leves e flexíveis. Após a queda da ponte de Tacoma, a instabilidade de pontes suspensas de grandes vãos devida ao vento tem sido um assunto de grande interesse na engenharia, sendo atualmente a obtenção da velocidade crítica de instabilidade uma das mais importantes etapas do projeto das modernas pontes suspensas.

Durante esses anos, houve uma recorrente necessidade de avaliar experimentalmente os efeitos aerodinâmicos básicos do vento sobre as estruturas os quais são difíceis se não impossíveis de serem determinados apenas por procedimentos analíticos. Um dos dispositivos mais utilizados para satisfazer essa necessidade, tem sido o ensaio no túnel de vento de um modelo reduzido típico da seção transversal do tabuleiro da ponte. Embora no início os ensaios com modelos seccionais fossem considerados representativos do comportamento do protótipo da ponte, atualmente é reconhecido que o modelo seccional deve ser utilizado, de maneira mais apropriada, apenas como uma fonte analógica de dados aerodinâmicos ao invés de um modelo dinâmico completamente similar.

A ponte ou viga-protótipo para o qual se deseja estudar o comportamento aerodinâmico é uma estrutura tridimensional vibrando sob a ação do vento. Se os modos de vibração dessa ponte são desacoplados, sua análise dinâmica pode ser obtida de maneira satisfatória através de um modelo reduzido da sua seção transversal. Isso porque os movimentos usualmente permitidos em um modelo seccional são os movimentos vertical e o de rotação em relação ao eixo de flexão, de modo que são representados apenas dois movimentos do protótipo (flexão e torção), considerados desacoplados. Desse modo, o desempenho dinâmico do modelo é análogo ao do protótipo.

Entretanto, se a ponte for curva em planta ou em elevação, os seus modos naturais de vibração não serão mais desacoplados, mas terão características tridimensionais com componentes de oscilação vertical, de torção e lateral, todos ocorrendo na frequência natural de vibração respectiva a cada modo em questão. Nesse caso, o comportamento predito pelo modelo não corresponde mais ao do protótipo. Contudo, uma exploração adequada do modelo pode transformá-lo em um meio extremamente útil e eficaz de gerar dados aerodinâmicos, que deverão ser posteriormente utilizados em um programa de análise. Esses dados dependem da forma geométrica da seção transversal e caracterizam de maneira fidedigna o seu comportamento à ação

do vento.

As vibrações de corpos elásticos submetidos a ação do vento provocam modificações nas condições do escoamento, dando origem a forças aerodinâmicas que dependem principalmente dos deslocamentos e velocidades do corpo. Essas forças podem induzir fenômenos de instabilidade dinâmica e devem conseqüentemente ser consideradas nas equações de movimento de estruturas susceptíveis a efeitos de interação fluido-estrutura, tais como estruturas alteadas e pontes de grandes vãos.

O presente trabalho apresenta uma nova proposta para a formulação teórica-experimental do problema dinâmico de estruturas flexíveis sob ação do vento. Assim, a parte teórica é desenvolvida para o caso de seções prismáticas sob escoamento bidimensional, determinando-se as equações linearizadas, de particular interesse na análise estrutural. São considerados três graus de liberdade do corpo, os movimentos de rotação, o vertical e o horizontal, estendendo assim a teoria quase-estática, bem conhecida para dois graus de liberdade, ou seja, apenas para os movimentos vertical e de rotação. Desta maneira, as equações resultantes para as forças e momentos aerolásticos são inicialmente obtidas para um escoamento suave. No caso de escoamento turbulento estacionário, a velocidade média pode ser utilizada como primeira aproximação. As equações são a seguir particularizadas para o caso de restrição do movimento do corpo na direção do vento.

Ênfase especial é dada à apresentação de um novo esquema experimental para a determinação dos coeficientes aerodinâmicos no túnel de vento. Segundo esse procedimento, quase-estático, de fácil execução, o modelo de um grau de liberdade é colocado no túnel de vento e os esforços aerodinâmicos são medidos diretamente por meio de células de carga. A partir desses esforços obtém-se, então, os coeficientes aerodinâmicos. Esse procedimento é empregado na obtenção dos coeficientes de um perfil H sob escoamentos suave e turbulento.

Este trabalho desenvolve, também, um estudo comparativo da estabilidade de um perfil H sujeito à ação do vento, no qual as solicitações são determinadas através de duas formulações teóricas distintas. Isto é, em uma delas as solicitações aerodinâmicas são obtidas de acordo com o modelo quase-estático sugerido e na outra as solicitações são determinadas por intermédio do enfoque utilizado por Scanlan e Tomko (1971) e Scanlan e Lin (1978), no qual o modelo é submetido a um escoamento bidimensional e vibra livremente.

Desse modo, para que se possa determinar de maneira satisfatória os esforços baseados nas duas formulações teóricas, foram montados dois experimentos distintos no túnel de vento TV-2 da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Em um deles, o modelo reduzido da viga foi colocado horizontalmente no túnel de vento e possuía apenas um grau de liberdade, a rotação em torno do eixo que passa pelo centro da seção. No outro, o modelo reduzido com dois graus de

liberdade foi suspenso através de oito molas, sendo quatro em cada extremidade, e introduzido horizontalmente no túnel de vento.

Para a redação deste trabalho o seu conteúdo foi organizado em seis capítulos, além da introdução, os quais são comentados a seguir.

Visto que este trabalho trata fundamentalmente dos esforços produzidos em estruturas de pontes e assemelhados devido ao vento e que esses esforços podem induzir fenômenos de instabilidade dinâmica ou oscilatória na estrutura, são descritos no capítulo 2 conceitos básicos de instabilidade dinâmica, no qual é salientada a importância prática das equações linearizadas de movimento.

No capítulo 3 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre a instabilidade aerodinâmica de estruturas. Entre os fenômenos induzidos pelo vento são abordados o galope, o drapejamento e a excitação por vórtices. Discute-se, então, algumas normas de projeto para a aerodinâmica de pontes, métodos de assegurar a estabilidade aerodinâmica e testes aerodinâmicos realizados no túnel de vento.

No quarto capítulo é proposto um modelo teórico para representar os esforços aerodinâmicos em estruturas prismáticas flexíveis sob escoamento bidimensional. As equações são obtidas através de considerações quase-estáticas, admitindo-se três graus de liberdade para o corpo, ou seja, os movimentos de rotação, vertical e o horizontal.

No capítulo 5 é sugerido um novo procedimento experimental, quase-estático, para a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos. São apresentados o túnel de vento, as condições do escoamento e a descrição do experimento, isto é, a montagem do modelo de um grau de liberdade no pórtico de sustentação e a representação esquemática dos aparelhos eletrônicos utilizados. Indica-se, então, a maneira de se obter os coeficientes aerodinâmicos dos registros dos ensaios. A seguir, emprega-se o mesmo desenvolvimento para descrever o experimento com o modelo de dois graus de liberdade.

Esse novo método experimental é utilizado, no sexto capítulo, na obtenção dos coeficientes de um perfil H sob escoamentos suave e turbulento. Os resultados são comparados com os valores determinados através do modelo de dois graus de liberdade. A partir desses resultados e do modelo teórico proposto são formuladas conclusões a respeito da sua utilização.

2 . CONCEITOS BÁSICOS DE INSTABILIDADE DINÂMICA

2.1. Instabilidade de um oscilador linear

O desenvolvimento desta seção, sobre os conceitos de instabilidade estática e dinâmica, será baseado na apresentação feita por Thompson (1982) sobre a instabilidade de um oscilador linear. Assim, considere-se um oscilador linear amortecido de massa m , rigidez k e constante de amortecimento c . Traçando-se o gráfico do deslocamento x versus o tempo t obtem-se um movimento oscilatório amortecido característico de sistemas assintoticamente estáveis (vide Fig.2.1.1). No espaço de fase de x versus $\dot{x}=dx/dt$ determina-se a trajetória do movimento que nesse caso é um foco estável. O gráfico tridimensional do movimento é representado na Fig.2.1.2, no espaço de x, \dot{x} e t .

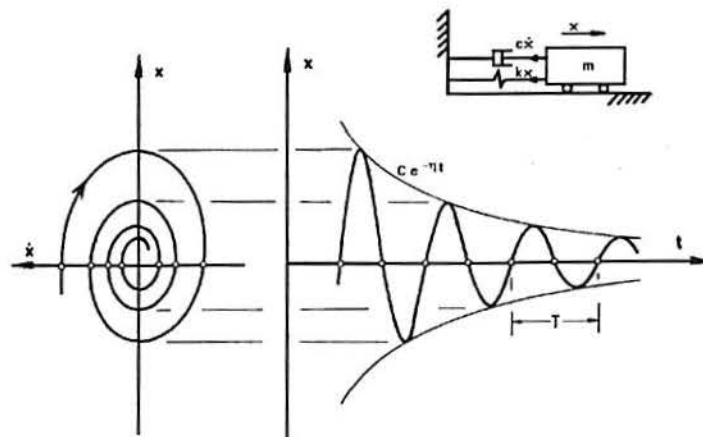


Fig. 2.1.1. Resposta de um oscilador linear amortecido.

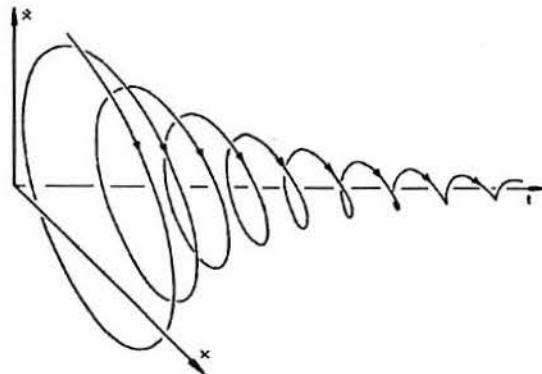


Fig.2.1.2. Gráfico do movimento do oscilador linear amortecido.

A equação de movimento deste oscilador linear é dada por:

$$m \ddot{x} + c \dot{x} + k x = 0 \quad (2.1.1)$$

onde $m, c,$ e k são constantes reais, $m > 0$ representa um coeficiente de inércia e c, k coeficientes de amortecimento e rigidez efetivas, respectivamente. Dividindo a expressão acima por m e fazendo $2\eta = c/m$ e $\omega_n^2 = k/m$, resulta:

$$\ddot{x} + 2\eta \dot{x} + \omega_n^2 x = 0 \quad (2.1.2)$$

cuja solução é da forma $x = C e^{\lambda t}$. Substituindo o valor de x na Eq. (2.1.2) obtém-se a seguinte equação característica quadrática em λ :

$$\lambda^2 + 2\eta \lambda + \omega_n^2 = 0 \quad (2.1.3)$$

sendo seu discriminante $\Delta = 4(\eta^2 - \omega_n^2)$.

O comportamento do oscilador linear depende das raízes dessa equação característica, que por sua vez depende do sinal do discriminante Δ . Se Δ é positivo as duas raízes são reais (vide Fig.2.1.3) e a forma da solução é exponencial. Nesse caso o oscilador é superamortecido, $c > c_r = 2m\omega_n$, e o movimento não é oscilatório. Se Δ é negativo as duas raízes são complexas conjugadas dando solução da forma $e^{Rt} \text{sen} It$. Essa é a resposta de um oscilador linear subamortecido, $c < c_r$, como o apresentado na Fig.2.1.1. O oscilador linear amortecido, desse modo, torna-se instável se qualquer raiz adquire uma parte real positiva.

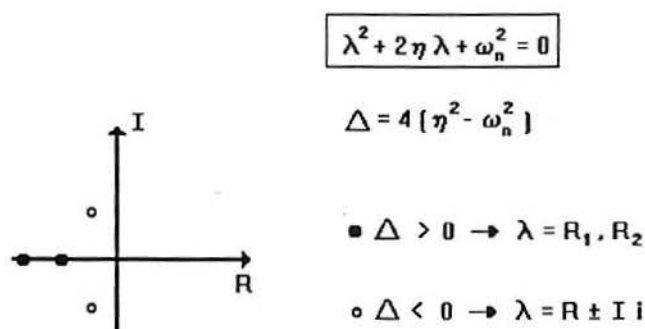


Fig.2.1.3. Raízes da equação característica de um oscilador linear.

A Fig. 2.1.4 mostra o comportamento do oscilador linear. Se a rigidez é grande e o amortecimento pequeno as raízes são complexas e a órbita do movimento é um foco estável, como visto na discussão acima. Se a rigidez decresce segundo a flecha horizontal as raízes tornam-se reais quando se atravessa a parábola do amortecimento crítico, $\Delta = 0$, e o diagrama de fase torna-se um nó estável. Cruzando-se o eixo η , a configuração de equilíbrio do oscilador linear torna-se instável. A instabilidade nesse caso é *estática* pois o oscilador se afasta progressivamente da configuração de equilíbrio.

Uma carga conservativa atuando em uma estrutura elástica pode fazer com que esta sofra uma flambagem estática, quando a rigidez efetiva passa de positiva para negativa. Essa instabilidade *estática* ou *divergente*, característica de sistemas que abandonam progressivamente a configuração de equilíbrio trivial na direção de uma nova posição de equilíbrio, é representada pela seta horizontal. Agora, se uma estrutura elástica e esbelta é submetida a um escoamento de vento, ela pode sofrer galope dinâmico a medida que o amortecimento efetivo passa de positivo para negativo, como indicado pela flecha vertical. Nessa instabilidade *dinâmica* ou *oscilatória* um foco estável se transforma em um foco instável e a estrutura oscila com amplitudes crescentes em torno da configuração de equilíbrio. Em ambos os casos os deslocamentos do sistema linear tornam-se infinitos nos pontos de instabilidade, entretanto, isso não significa que seja esse o comportamento do sistema real, geralmente controlado por efeitos não-lineares.

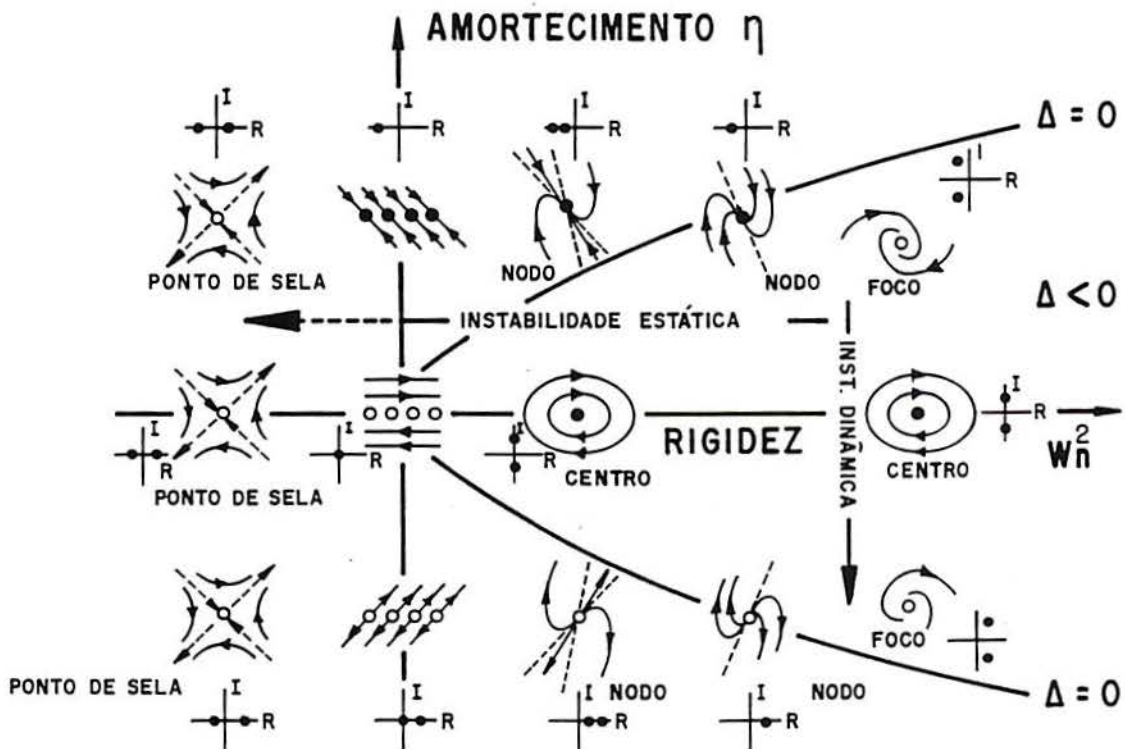


Fig. 2.1.4. Diagrama de fase e raízes da equação característica do oscilador linear, segundo Thompson (1982).

Ainda com referência a Fig.2.1.4, verifica-se que apenas o primeiro quadrante é estável. Pontos situados na fronteira dessa região, isto é, sobre os eixos η e ω_n^2 , são críticos no sentido de Liapunov. Sistemas conservativos não amortecidos com pontos de centro são casos críticos. A instabilidade desses sistemas se dá, segundo a seta horizontal, quando a rigidez efetiva se anula e é conhecida como instabilidade elástica.

2.2. Bifurcação estática e dinâmica.

Considerando as equações de equilíbrio não-lineares do sistema real é possível analisar o seu comportamento pós-crítico. No caso da bifurcação estática esse comportamento pode ser estudado, por exemplo, através do caso clássico de uma coluna carregada axialmente. Admite-se, então, que o modelo da barra, de um grau de liberdade, seja constituído de uma haste reta indeformável articulada na base e ligada a uma mola rotacional elástica linear de rigidez k . Perturbando-se o sistema através da imposição de um ângulo de rotação θ , conforme indica a Fig.2.2.1, a mola reage com um momento $M_i = k \theta$ em relação ao centro da articulação, sendo $M_e = Pl \text{ sen}\theta$ o momento da carga externa P .

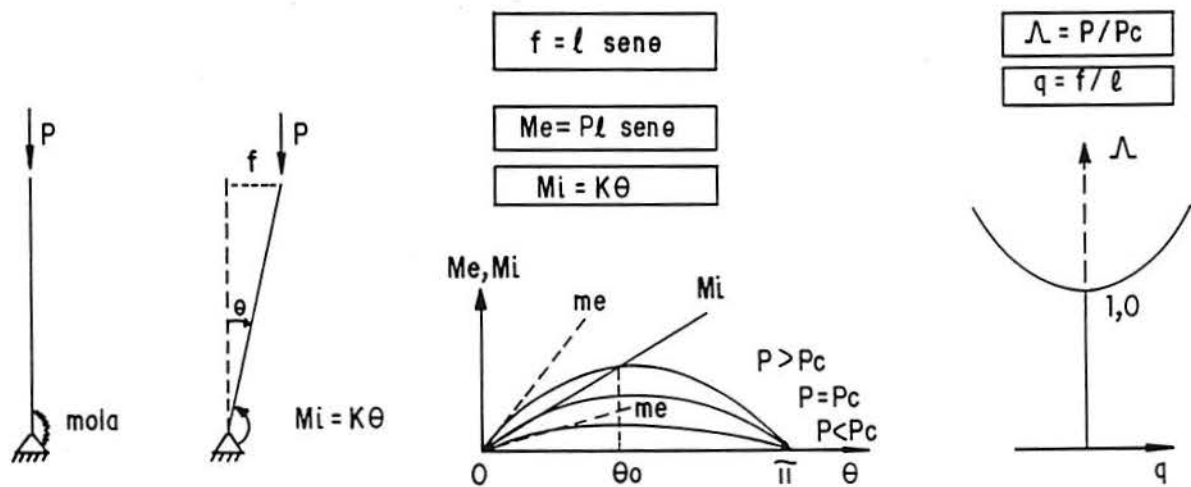


Fig. 2.2.1. Comportamento de uma coluna rígida ligada a uma mola linear na base.

Para verificar se o equilíbrio da configuração trivial, $\theta=0$, é estável, é necessário comparar o momento externo, M_e , com o interno, M_i , o que pode ser feito superpondo os dois diagramas, como indicado na Fig.2.2.1. O coeficiente angular da tangente ao diagrama de M_e na origem é $m_e = Pl$, sendo o coeficiente angular da reta M_i dado por $m_i = k$. Enquanto $m_e \leq m_i$, ou $P \leq k/l$, a configuração de equilíbrio trivial é estável, pois para qualquer perturbação em torno de $\theta=0$, tem-se que $M_i > M_e$. Quando $m_e > m_i$, ou $P > k/l = P_c$, a configuração de equilíbrio trivial é instável, entretanto há uma outra configuração de equilíbrio estável

caracterizada por $\theta = \theta_0$. Nesse ponto $M_c = M_i$ ou seja:

$$\frac{\theta_0}{\text{sen}\theta_0} = \frac{P}{P_c} \quad (2.2.1)$$

Enquanto $P \leq P_c$ o sistema admite apenas uma configuração de equilíbrio, dada por $\theta = 0$, sendo a mesma estável. Para $P > P_c$ existem duas configurações de equilíbrio possíveis: a trivial, que é instável, e uma configuração deformada, dada por $\theta = \theta_0$, que é de equilíbrio estável. Esse fenômeno é chamado de instabilidade pelo aparecimento de um ponto de bifurcação do equilíbrio.

Atribuindo valores a P/P_c é possível calcular os valores de θ_0 através da Eq. (2.2.1). Uma vez obtido θ_0 determinam-se os pontos da bifurcação estática estável da Fig.2.2.1.

Admita-se, agora, que a mola reaja a uma perturbação θ com um momento, M_i , dado por $M_i = k \theta (1-\theta^2)$. Desenvolvendo um estudo semelhante determinam-se os pontos da bifurcação estática da Fig.2.2.2, que neste caso é instável.

As bifurcações estável e instável, vistas acima, são ambas simétricas porque os ramos pós-críticos, determinados pelas equações de equilíbrio, são simétricos.

Convém observar que o modelo com mola não-linear foi utilizado apenas para apresentar um caso de bifurcação instável, não significando que todo sistema com rigidez não-linear seja instável. Aliás, o modelo com mola não-linear serve para mostrar os tipos de bifurcação estática, além de ponto limite, o qual, no sentido mais geral, está associado ao comportamento de um sistema caracterizado por bifurcação instável e contendo imperfeições iniciais.

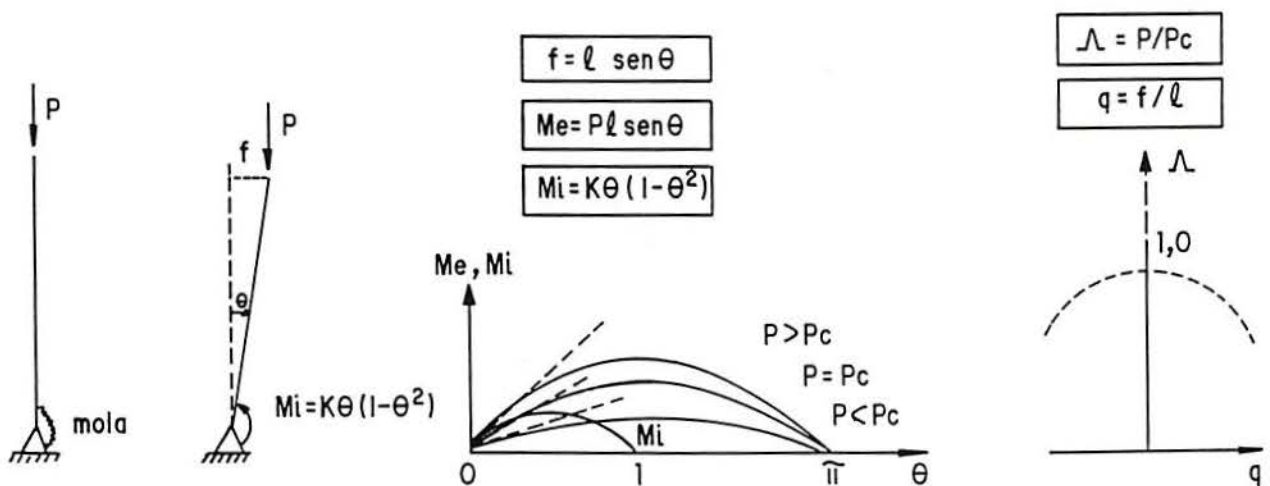


Fig. 2.2.2. Comportamento de uma coluna rígida ligada a uma mola não-linear na base.

Em sistemas conservativos a instabilidade sempre ocorrerá pelo aparecimento de um ponto de bifurcação do equilíbrio ou de um ponto limite (Thompson, 1970 e Thompson e Hunt,

1973). O aparecimento de um ponto limite ocorre, também, em arcos abatidos, quando o carregamento atinge o valor crítico. A partir desse ponto o arco sofre uma flambagem dinâmica*, isto é, passa a ocupar uma posição inversa da inicial.

Para a obtenção dos pontos de bifurcação dinâmica será empregado o seguinte oscilador não-linear, utilizado por Thompson (1982):

$$\ddot{x} + 2\eta \dot{x} + \omega_n^2 x + \epsilon (x^2 + \dot{x}^2) \dot{x} = 0 \quad (2.2.2)$$

no qual, para facilitar a exposição, adota-se $\omega_n = 1$. A equação acima pode, então, ser colocada na forma:

$$\ddot{x} + x = F(x, \dot{x}) \quad (2.2.3)$$

cuja solução será obtida através da técnica de Krylov e Bogoliubov (Nayfeh, 1973). Quando $F(x, \dot{x})=0$ a solução da Eq.(3.2.6) pode ser escrita como:

$$x = A \cos(t + \theta) \quad (2.2.4)$$

onde A e θ são constantes. Quando $F(x, \dot{x})$ for pequena mas diferente de zero, Krylov e Bogoliubov assumem que a solução ainda é dada pela Eq.(2.2.4), mas sendo A e θ funções brandas do tempo. Desse modo, obtem-se aproximadamente

$$\dot{x} = -A \operatorname{sen}(t + \theta) \quad (2.2.5)$$

Especificamente para este oscilador a defasagem $\theta = \text{cte}$ e pode ser tomada igual a zero. Assim, multiplicando a Eq.(2.2.3) por \dot{x} , resulta:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (x^2 + \dot{x}^2) = \dot{x} F(x, \dot{x}) \quad (2.2.6)$$

Substituindo na equação acima x, \dot{x} e $F(x, \dot{x})$, determina-se

*Snapthrough buckling na literatura inglesa.

$$\frac{1}{2} \frac{dA^2}{dt} = (-2\eta - \epsilon A^2) A^2 \text{sen}^2 t \quad (2.2.7)$$

Considerando que a amplitude A varia muito pouco durante um período da oscilação, pode-se calcular a média do lado direito da Eq.(2.2.7) sobre um ciclo e escrever

$$\frac{1}{2} \frac{dA^2}{dt} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (-2\eta - \epsilon A^2) A^2 \text{sen}^2 t dt \quad (2.2.8)$$

ou

$$\frac{dA^2}{dt} = (-2\eta - \epsilon A^2) A^2 \quad (2.2.9)$$

Para um ciclo limite de amplitude constante a variação de A^2 com o tempo é nula e portanto

$$(-2\eta - \epsilon A^2) A^2 = 0 \quad (2.2.10)$$

Através da equação acima é possível estudar o comportamento do oscilador não-linear. Se o amortecimento $\eta > 0$ e $\epsilon > 0$ tem-se $A^2 = 0$. Isso significa que os termos lineares comandam o movimento e que a solução trivial é estável. Se o amortecimento $\eta < 0$ e $\epsilon > 0$ a solução trivial é instável e o comportamento pós-crítico do sistema é regido pelos termos não-lineares. Nesse caso, qualquer perturbação dada ao sistema é atraída para a envoltória estável e o sistema fica oscilando com uma amplitude constante dada por $A^2 = -2\eta/\epsilon$. Quando $\eta > 0$ e $\epsilon < 0$ a solução trivial é estável mas há também uma envoltória repelente cuja amplitude é dada por $A^2 = -2\eta/\epsilon$. Desse modo qualquer perturbação que ultrapasse a envoltória instável dá origem a oscilações crescentes embora o amortecimento do sistema seja positivo.

A Fig. 2.2.3 retrata o comportamento do oscilador não-linear, representado no espaço de fase x versus \dot{x} para vários valores do parâmetro de carga Λ . O amortecimento η é calculado em função de Λ através da expressão $\eta = \Lambda^c - \Lambda$.

A Fig. 2.2.4 apresenta as transições de fase das quatro bifurcações simétricas em um único desenho, onde estão esboçados os diagramas de fase para os carregamentos sub e super-crítico.

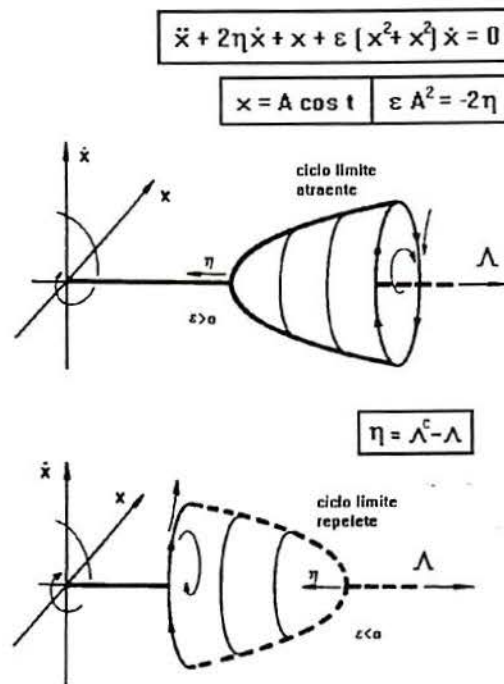


Fig.2.2.3. Bifurcação dinâmica de um oscilador não-linear.

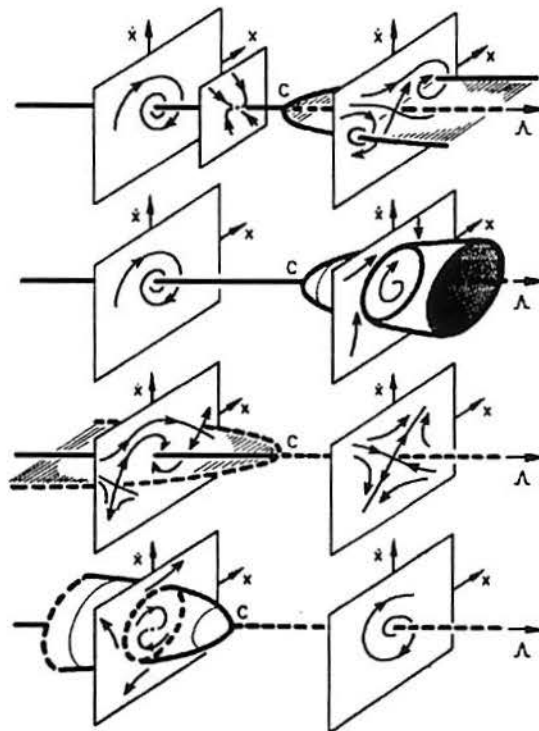


Fig.2.2.4. Bifurcação estática e dinâmica estáveis e instáveis.

Na instabilidade estática ou divergente o diagrama de fase da resposta linear é um ponto de sela. Deste modo, dada uma perturbação qualquer à estrutura, esta se afasta progressivamente

da configuração trivial de equilíbrio. Quando os termos não-lineares são levados em conta, o sistema é atraído para uma nova configuração deformada, caso a bifurcação estática seja estável. Na instabilidade dinâmica ou oscilatória o diagrama de fase do sistema linear é um foco instável, assim, qualquer perturbação dá origem a oscilações com amplitudes crescentes em torno da configuração inicial de equilíbrio. A consideração dos termos não-lineares faz com que a resposta seja atraída para um ciclo limite. A Fig.2.2.5 resume o que foi dito acima.

Na apresentação das instabilidades estática e dinâmica utilizaram-se sistemas simples. O uso de modelos simples permite obter mais facilmente conclusões a respeito das propriedades dos fenômenos, propriedades essas que poderão ser encontradas em sistemas estruturais mais complexos. Assim, em estruturas com vários graus de liberdade, a instabilidade da configuração trivial ocorrerá se pelo menos um autovalor do sistema linearizado, for real e positivo ou se pelo menos um par complexo conjugado possuir a parte real positiva, tendo-se, respectivamente, instabilidades estática e dinâmica.

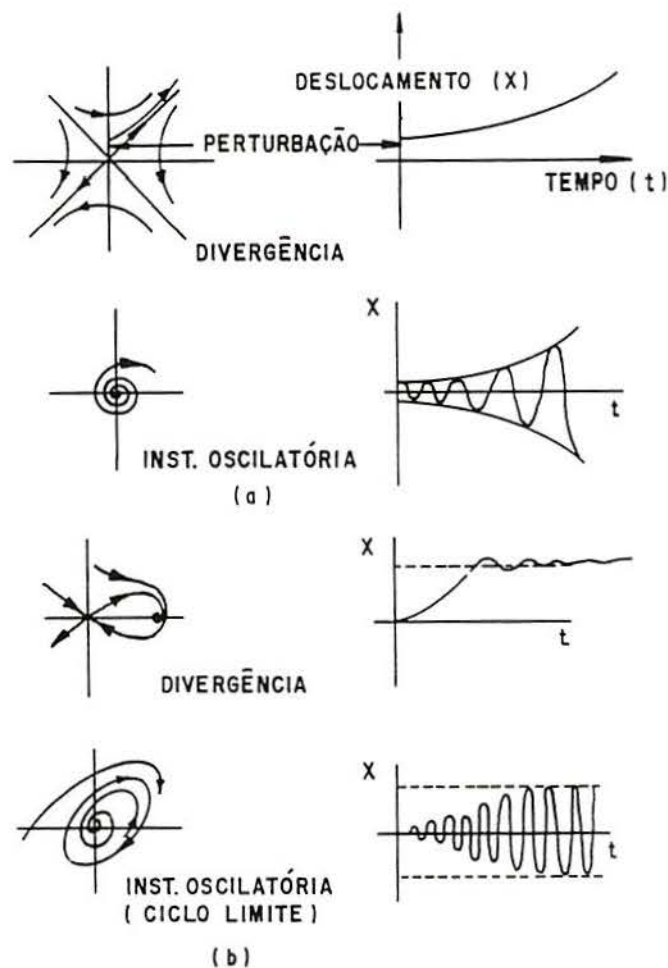


Fig. 2.2.5. Instabilidade estática e dinâmica: a) sistema linear; b) sistema não-linear.

2.3. Classificação dos sistemas dinâmicos em função das forças atuantes.

Na mecânica moderna, a definição de um sistema dinâmico como um fluxo é em geral adotada. Veja por exemplo Bhatia e Szegö (1967), Abraham e Marsden (1978), Leipholtz (1983). A vantagem de se utilizar tal conceito é que ele pode ser aplicado a uma extensa classe de sistemas. Deste modo, podem ser incluídos sistemas importantes como os contínuos, definidos por equações diferenciais parciais.

Um sistema dinâmico, ou fluxo contínuo, é uma função $\Psi: X \times \mathbb{R} \rightarrow X$, onde X é um espaço métrico e \mathbb{R} é o eixo dos números reais, satisfazendo as seguintes propriedades:

- a) $\Psi(x, 0) = \Psi_0 = x$, para todo x em X .
- b) $\Psi(\Psi(x, t_1), t_2) = \Psi_{t_1} \cdot \Psi_{t_2} = \Psi(x, t_1 + t_2) = \Psi_{t_1 + t_2}$, para todo x em X e t_1 e t_2 em \mathbb{R} .
- c) Ψ é uma função contínua.

Os três axiomas acima são usualmente conhecidos como propriedade da identidade, do grupo e da continuidade. Se a propriedade (b) é definida apenas para $t_1, t_2 \geq 0$, o sistema é chamado de semifluxo.

Enquanto o fluxo Ψ é o movimento, o gráfico do par (t, Ψ) é a curva integral da solução. A projeção da curva integral sobre X , isto é, $\varphi(x) = \{ \Psi(x, t) \mid t \in \mathbb{R} \}$, é chamada de trajetória.

Em sistemas autônomos, de interesse aqui, o sistema dinâmico não é função explícita do tempo. Nesse caso, o fluxo é dado por $\Psi: X \rightarrow X$.

Um ponto x_0 em X é denominado um ponto fixo, se $\Psi_t(x_0) = x_0$. Deste modo, x_0 é um ponto de equilíbrio do sistema dinâmico.

Considere um subconjunto V do espaço métrico X ao qual pertence o ponto x_0 , ou seja, V é uma vizinhança de x_0 . Com $v_i \in V$ e $x \in X$ tem-se que:

$$S_i(v_i, \delta) = \{x \mid d(v_i, x) < \delta\}$$

é a hipersfera em X ao redor do ponto v_i em V com raio δ , enquanto d denota a distância entre os pontos v_i e x definida de acordo com a métrica em X . Ao redor de V crie-se o subconjunto $U_0 \subset X$ fazendo $U_0 = \bigcup_i S_i$. Seja U um outro subconjunto tal que $U \subset U_0 \subset X$. Considere ainda que o semifluxo $\Psi_t(x)$ é definido em U_0 para todo $t \geq 0$.

Um ponto fixo x_0 é estável se dada uma perturbação qualquer que leve o sistema do estado de equilíbrio x_0 para o estado $x \in V$, $\Psi_t(x) \in U$ para todo $t \geq 0$. O ponto fixo é assintoticamente estável se ele é estável e se $\Psi_t(x) \rightarrow x_0$ a medida que $t \rightarrow \infty$, para $x \in V$. Vide figura 2.3.1 para a representação no plano.

A descrição precedente revela que a investigação da estabilidade é um problema qualitativo. Ou seja, tem-se uma estrutura submetida a um operador que produz um fluxo. Esse

fluxo aplicado a um estado perturbado dá origem a uma trajetória que carrega o sistema ao longo de uma vizinhança do estado de equilíbrio. A decisão sobre a estabilidade é tomada considerando certas relações topológicas entre a trajetória e o estado de equilíbrio usando a definição de vizinhança.

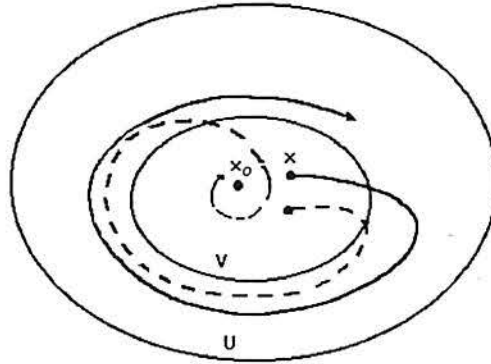


Fig. 2.3.1. Representação, no plano, das trajetórias de sistemas estáveis e assintoticamente estáveis.

Um tipo especial de fluxo é o determinado por um sistema de equações diferenciais ordinárias com condições iniciais. Os sistemas Newtonianos podem ser sempre transformados em um sistema equivalente de primeira ordem e satisfazem as propriedades de fluxo, como foi demonstrado por Leipholz (1983).

Convém mencionar, aqui, que os critérios de estabilidade foram desenvolvidos por Poincaré e por Liapunov, sendo que este último introduziu o conceito moderno de estabilidade do movimento - Liapunov (1947), Meirovitch (1970) e Hagedorn (1984).

Considere-se, então, um sistema Newtoniano autônomo com n graus de liberdade dado por:

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{F}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (2.3.1)$$

onde $\mathbf{F} = (F_1, F_2, \dots, F_n)$ é a matriz das forças e $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$ é o vetor das coordenadas generalizadas. A energia cinética do sistema pode, em condições muito gerais, ser escrita como - Meirovitch (1980), Paixão e Riera (1985):

$$T = T_0 + T_1 + T_2 \quad (2.3.2)$$

onde o termo T_0 dá origem às forças centrífugas, T_1 produz forças do tipo de Coriolis e T_2 dá

origem às forças de inércia. Os termos T_1 e T_2 são funções homogêneas linear e quadrática, respectivamente, das velocidades generalizadas $\dot{q}_i(t) = dq_i/dt$ ($i = 1, \dots, n$):

$$T_1 = \sum_{i=1}^n a_i \dot{q}_i \quad (2.3.3)$$

$$T_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n m_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2.3.4)$$

os coeficientes a_i e m_{ij} podem ser funções das coordenadas $q_i(t)$.

Uma classe importante de forças são aquelas derivadas da energia potencial do sistema, $V = V(\mathbf{q})$. Sendo

$$V(\mathbf{q}) = U(\mathbf{q}) + W(\mathbf{q}) \quad (2.3.5)$$

onde $U(\mathbf{q})$ é a energia de deformação e $W(\mathbf{q})$ é a energia potencial das forças externas. As forças restitutivas elásticas e as gravitacionais pertencem a essa classe. São, também, de grande interesse as forças de amortecimento deriváveis da função de Rayleigh:

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (2.3.6)$$

o amortecimento nesse caso é conhecido como viscoso ou de Newton.

As forças atuantes não incluídas em qualquer dos grupos indicados acima serão representadas por Q_i . Essas forças dependem dos deslocamentos, das velocidades ou da história do movimento (nesse caso as forças serão dadas através de um funcional).

Definindo o lagrangiano como:

$$L = T - V \quad (2.3.7)$$

as equações de movimento podem ser obtidas a partir das expressões de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (2.3.8)$$

o sistema resultante é, em geral, constituído de n equações diferenciais não-lineares de segunda ordem, para o qual não existe solução analítica fechada. Substituindo as expressões (2.3.3-6) nas equações de Lagrange e separando-se os termos lineares dos não-lineares, obtém-se para sistemas

newtonianos genéricos:

$$\sum_{j=i}^n [m_{ij} \ddot{q}_j + (c_{ij} + c_{0ij} + g_{ij}) \dot{q}_j + (k_{ij} + k_{Gij} + h_{ij}) q_j] + N_i(q_i, \dot{q}_j) = 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (2.3.9)$$

sendo que os coeficientes dependem de certos parâmetros, chamados de parâmetros de controle, Λ , que condicionam a estabilidade do sistema. Esses parâmetros podem ser, por exemplo, a carga externa, P , que atua na estrutura, a velocidade do vento a que ela está sujeita, etc.

O sistema acima pode ser escrito na forma matricial como*:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + (\mathbf{C}_1 + \mathbf{G}) \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{K}_1 + \mathbf{H}) \mathbf{q} + \mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{0} \quad (2.3.10)$$

sendo

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C} - \mathbf{C}_0 \quad (2.3.11)$$

e

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{K} - \mathbf{K}_G \quad (2.3.12)$$

no qual \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são as matrizes de massa, de amortecimento e de rigidez. Elas são simétricas e positivas definidas, com coeficientes m_{ij} , c_{ij} e k_{ij} , respectivamente. A matriz simétrica \mathbf{K}_G é a matriz de rigidez geométrica formada pelos coeficientes K_{Gij} . Ela resulta das forças conservativas que atuam no sistema como as forças centrífugas ou gravitacionais.

As matrizes anti-simétricas, \mathbf{G} e \mathbf{H} , com coeficientes g_{ij} e h_{ij} , são denominadas matrizes giroscópica e circulatoria, respectivamente. As forças giroscópicas, $\mathbf{G}\dot{\mathbf{q}}$, não realizam trabalho em um movimento real. As forças circulatorias, $\mathbf{H}\mathbf{q}$, não são conservativas e não derivam da energia potencial V . \mathbf{C}_0 é uma matriz simétrica, formada pelos coeficientes c_{0ij} . A força $\mathbf{C}_0\dot{\mathbf{q}}$ pode realizar um trabalho positivo sobre o sistema, como fazem as forças aerodinâmicas no caso de galope. Thompson (1982) sugere que essas forças sejam chamadas de impressivas (impressive na literatura inglesa).

*Quando as matrizes que multiplicam os vetores das velocidades e dos deslocamentos são arbitrárias, elas sempre podem ser decompostas na soma de matrizes simétricas e anti-simétricas.

O vetor $\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ é composto pelas forças que são funções não-lineares dos deslocamentos, \mathbf{q} , e das velocidades, $\dot{\mathbf{q}}$.

O sistema de n equações diferenciais de segunda ordem (2.3.10) pode ser transformado em um sistema equivalente de primeira ordem, fazendo $y_k = q_k$ e $y_{n+k} = \dot{q}_k$, $k = 1, 2, \dots, n$. Obtem-se, assim, o sistema dinâmico:

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{f}(\mathbf{y}) = \mathbf{A}\mathbf{y} + \mathbf{B}(\mathbf{y}) \quad (2.3.13)$$

que define o semifluxo $\psi_t^A: X \rightarrow X$. No sistema acima

$$\mathbf{y} = \begin{Bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{Bmatrix} \quad (2.3.14)$$

é o vetor de estado $2n$ -dimensional, cujos n primeiros componentes são as coordenadas generalizadas e os n últimos são as correspondentes velocidades generalizadas. A matriz \mathbf{A} é uma matriz com coeficientes constantes dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & | & \mathbf{I} \\ \hline -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{K}_1 + \mathbf{H}) & | & -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{C}_1 + \mathbf{G}) \end{bmatrix} \quad (2.3.15)$$

sendo

$$\mathbf{B}(\mathbf{y}) = \begin{Bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \end{Bmatrix} \quad (2.3.16)$$

O vetor dos termos não-lineares do sistema.

O espaço vetorial $2n$ -dimensional com eixos coordenados q_i e \dot{q}_i , ($i = 1, \dots, n$), denomina-se espaço de estado. O estado do sistema em qualquer instante de tempo é representado por um ponto no espaço de estado. O gráfico do par $[t, \mathbf{y}(t)]$ é a curva integral da solução.

Uma solução da forma $\mathbf{y}(t) = \text{cte}$, com $\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_0$ e $\dot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{0}$, corresponde no espaço de

estado a um ponto de equilíbrio ou ponto fixo. Se $q_0 \neq 0$, o ponto de equilíbrio não é trivial.

Em sistemas dinâmicos, em geral, deseja-se conhecer o número de pontos de equilíbrio e a estabilidade desses pontos com os parâmetros de controle Λ *. A medida que Λ varia, a solução $y(t)$ se altera, modificando também o fluxo ao redor do ponto de equilíbrio. É importante saber para que valores dos parâmetros Λ ocorre uma alteração qualitativa no fluxo. Mudanças qualitativas no fluxo são chamadas de bifurcação, como foi visto nas seções anteriores.

A verificação da estabilidade dos pontos de equilíbrio pode ser feita, até ocorrer uma modificação qualitativa no fluxo, através do estudo de vibrações de pequenas amplitudes ao redor desses pontos. Nesse caso os termos lineares comandam o fluxo e o sistema (2.3.13) pode ser escrito como:

$$\dot{y} = Ay \quad (2.3.17)$$

cuja solução geral é dada por:

$$y = y_0 e^{\lambda t} \quad (2.3.18)$$

Substituindo a Eq.(2.3.18) na Eq.(2.3.17) resulta o seguinte problema de autovalores:

$$(A - \lambda I) y_0 = 0 \quad (2.3.19)$$

onde I é a matriz identidade.

Os parâmetros de controle, Λ , condicionam a estabilidade do sistema. Se para determinados valores de Λ , todos os autovalores complexos, λ , possuírem a parte real negativa, o ponto de equilíbrio é assintoticamente estável. A instabilidade segue a existência de pelo menos um autovalor com a parte real positiva. O valor de $\Lambda = \Lambda_c$, a partir do qual há uma alteração qualitativa no fluxo, é denominado valor crítico. Se, para $\Lambda > \Lambda_c$, pelo menos um autovalor for real e positivo a instabilidade do ponto de equilíbrio será estática ou divergente. No caso de se obter pelo menos um par complexo conjugado com a parte real positiva, tem-se instabilidade

*O parâmetro de controle Λ pode ser a carga externa que atua na estrutura, como por exemplo no caso da Fig.2.2.1 e Fig.2.2.2, a velocidade do vento, etc.

dinâmica ou oscilatória. A análise do sistema, para $\Lambda > \Lambda_c$, deverá ser feita através da Eq.(2.3.13), pois a partir de Λ_c os termos não-lineares é que controlam o fluxo.

Diante do exposto acima e com base na Eq.(2.3.10), sugere-se, agora, a classificação de forças da Fig.2.3.2 e de sistemas da Fig.2.3.3. Essa classificação foi feita de acordo com a descrita por Thompson (1982). Ziegler (1968) foi um dos primeiros autores a qualificar forças e sistemas. Ele identificou as forças como estacionárias e instacionárias e os sistemas como conservativos e não-conservativos.

Verifica-se através da Fig.2.3.3 que todos os sistemas possuem forças inerciais, elásticas e dissipativas, sendo que as últimas são necessárias para uma boa representação da estrutura real. Com essa suposição sobre as forças dissipativas, a condição necessária e suficiente para a estabilidade de sistemas conservativos e giroscópicos discretos é que a energia potencial total seja mínima.

No caso de barras em rotação, para a qual se quer determinar a velocidade crítica, o sistema só será giroscópico se os eixos coordenados de referência girarem junto com a barra. (Done e Simpson, 1977; Done, 1980).

Na Fig.2.3.3 só são representados sistemas estruturalmente estáveis. Um sistema dinâmico $\Psi_t^A: X \rightarrow X$, onde X é um espaço de estado, é *estruturalmente estável* se sua estrutura qualitativa não é destruída por pequenas perturbações em Ψ_t^A . Assim, se o fluxo ao redor de um ponto de equilíbrio não apresenta alteração qualitativa para pequenas variações dos coeficientes do sistema, ele é dito estruturalmente estável. O sistema dado, por exemplo, pelo oscilador linear $\ddot{x} + k^2x = 0$ é estruturalmente instável, uma vez que a adição de um pequeno amortecimento muda completamente a natureza qualitativa do fluxo ao redor da configuração de equilíbrio. Para maiores esclarecimentos veja Andronow e Chaikin (1949), Holmes (1977), Abraham e Marsden (1978).

2.4. Instabilidade dinâmica de estruturas induzidas por escoamento bidimensional.

O fenômeno da instabilidade induzida por um escoamento é verificado, por exemplo, em vigas flexíveis de grandes vãos submetidas à ação do vento e em tubulações sujeitas a um escoamento de alta velocidade.

Considere-se, então, uma ponte flexível de grande vão sujeita à ação do vento. As

*O significado do termo "estabilidade estrutural" na matemática é diferente do seu significado na engenharia. Por exemplo, o fluxo ao redor da configuração de equilíbrio da equação $\ddot{x} + k^2x = 0$ é estruturalmente estável, enquanto que, o comportamento dinâmico modelado por esta equação é instável, uma vez que $x(t) \rightarrow \infty$ a medida que $t \rightarrow \infty$.

CLASSIFICAÇÃO DAS FORÇAS				
■	INERCIAIS	M	SIM. P. D. *	$m_{ij} \dot{q}_j$
■	DISSIPATIVAS	C	SIM. P. D.	$\square \dot{q}_j$
	GIROSCÓPICAS	G	ANTI-SIMÉTRICA	
	IMPRESSIVAS	C_0	SIMÉTRICA	
■	ELÁSTICAS	K	SIM. P. D. $\rightarrow V$	$\square q_j$
	CONSERVATIVAS	K_G	SIMÉTRICA $\rightarrow V$	
	CIRCULATÓRIAS	H	ANTI-SIMÉTRICA	
	NÃO LINEARES			$N_i (q_i, \dot{q}_j)$
	INSTACIONÁRIAS			$Q (q_i, \dot{q}_j, t)$

■ Consideradas sempre presentes

* SIM. P. D. -- Matriz Simétrica Positiva Definida.

Fig. 2.3.2. Classificação de forças mecânicas.

CLASSIFICAÇÃO DE SISTEMAS							
FORÇAS SISTEMAS	DEPENDENTES DA VELOCIDADE		DEPENDENTES DO DESLOCAMENTO		DEP. DO TEMPO	EXEMPLOS	* $V_M \leftrightarrow E$
	GIROSCÓPICAS NÃO REALIZAM TRABALHO	IMPRESSIVAS REALIZAM TRABALHO	CONSERVATIVAS DEPENDEM DE V +	CIRCULATÓRIAS NÃO DEPENDEM DE V	INSTACIONÁRIAS		
CONSERVATIVO			■			FLAMBAGEM DE BARRAS	SIM
GIROSCÓPICO	■		■			DIVERGÊNCIA DE UM DUTO BIAPOIADO	SIM
IMPRESSIVO		■	■			GALOPE	NÃO
CIRCULATÓRIO			■	■		DRAPEJAMENTO DE UM PERFIL	NÃO
GIROSCÓPICO CIRCULATÓRIO	■		■	■		DRAPEJAMENTO DE UM DUTO ENGASTADO E LIVRE	NÃO
INSTACIONÁRIO			■		■	INST. DE BARRAS SUJEITAS A CARGAS PERIÓDICAS	NÃO

OBS: Todos os sistemas possuem forças inerciais, elásticas e dissipativas.

* O teorema da energia potencial (V_M) assegura a estabilidade (E).

+ V é a energia potencial do sistema, veja Eq.2.3.5.

Fig. 2.3.3. Classificação de sistemas.

equações discretas linearizadas de movimento da ponte podem ser escritas como:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f} \quad (2.4.1)$$

na qual \mathbf{f} é o vetor de carregamento da estrutura, sendo aqui composto por:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_e + \mathbf{f}_a \quad (2.4.2)$$

onde \mathbf{f}_e é o vetor das forças externas e \mathbf{f}_a é o vetor das forças aerodinâmicas. As forças externas podem ser devidas a várias causas tais como terremotos, vento, não incluindo interação fluido estrutura, vibrações forçadas, etc. Já as forças aerodinâmicas são devidas à interação entre o fluido e a estrutura. Essas forças serão representadas em função dos coeficientes aerodinâmicos, determinados experimentalmente, como será visto nos próximos capítulos. Desse modo \mathbf{f}_a pode ser representado pela seguinte equação:

$$\mathbf{f}_a = \mathbf{F}_1 \mathbf{q} + \mathbf{F}_2 \dot{\mathbf{q}} \quad (2.4.3)$$

onde \mathbf{F}_1 e \mathbf{F}_2 são matrizes, em geral não simétricas, dos coeficientes aerodinâmicos.

Assim, as equações de movimento associadas ao estudo da estabilidade do sistema devido ao vento são dadas por:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F}_1 \mathbf{q} + \mathbf{F}_2 \dot{\mathbf{q}} \quad (2.4.4)$$

Em pontes flexíveis a energia do sistema se concentra geralmente, nos primeiros modos de vibração. Assim, para efeito ilustrativo, retem-se a seguir apenas a contribuição dos dois primeiros modos de vibração na análise da Eq.(2.4.4).

Aplica-se, então, o bem conhecido método da superposição modal no sistema (2.4.4), fazendo:

$$\mathbf{q} = \boldsymbol{\phi} \boldsymbol{\eta} \quad (2.4.5)$$

onde $\boldsymbol{\phi} = [\boldsymbol{\phi}_1 \mid \boldsymbol{\phi}_2]$ é a matriz formada pelos dois primeiros modos de vibração do sistema e $\boldsymbol{\eta}$ é o vetor formado pelas duas coordenadas generalizadas.

Substituindo \mathbf{q} na Eq.(2.4.4) e pré-multiplicando o resultado por $\boldsymbol{\phi}^T$, resulta:

$$\boldsymbol{\phi}^T \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \ddot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{C} \boldsymbol{\phi} \dot{\boldsymbol{\eta}} + \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{K} \boldsymbol{\phi} \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{F}_1 \boldsymbol{\phi} \boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\phi}^T \mathbf{F}_2 \boldsymbol{\phi} \dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (2.4.6)$$

As matrizes \mathbf{M} e \mathbf{K} são ortogonais com relação aos modos de vibração, da mesma maneira que

a matriz \mathbf{C} se o amortecimento for proporcional ou de Rayleigh. Desse modo a Eq.(2.4.6) pode ser escrita como:

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{C}\dot{\boldsymbol{\eta}} + \mathbf{K}\boldsymbol{\eta} = \mathbf{A}\boldsymbol{\eta} + \mathbf{B}\dot{\boldsymbol{\eta}} \quad (2.4.7)$$

onde agora

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2M_1\xi_1\omega_1 & 0 \\ 0 & 2M_2\xi_2\omega_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} M_1\omega_1^2 & 0 \\ 0 & M_2\omega_2^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \quad (2.4.8)$$

As matrizes \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} são simétricas, enquanto que \mathbf{A} e \mathbf{B} são não simétricas. Decompondo \mathbf{A} e \mathbf{B} nas suas partes simétrica e anti-simétrica, obtem-se:

$$\mathbf{A} = \mathbf{K}_G + \mathbf{H} \quad ; \quad \mathbf{B} = \mathbf{C}_0 + \mathbf{G} \quad (2.4.9)$$

onde

$$\mathbf{C}_0 = \begin{bmatrix} B_{11} & \frac{B_{12} + B_{21}}{2} \\ \frac{B_{12} + B_{21}}{2} & B_{22} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{B_{12} - B_{21}}{2} \\ \frac{B_{21} - B_{12}}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.10)$$

$$\mathbf{K}_G = \begin{bmatrix} A_{11} & \frac{A_{12} + A_{21}}{2} \\ \frac{A_{12} + A_{21}}{2} & A_{22} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{A_{12} - A_{21}}{2} \\ \frac{A_{21} - A_{12}}{2} & 0 \end{bmatrix} ;$$

O sistema (2.4.7) é bastante geral, pois além das forças inerciais, elásticas e dissipativas, ele está sujeito também às forças giroscópicas, impressivas, conservativas e circulatorias. A instabilidade desse sistema será dinâmica podendo se dar na forma de galope ou drapejamento*,

*flutter na literatura inglesa.

dependendo da relação entre os coeficientes das matrizes. Como o sistema é linear o seu comportamento pode ser avaliado, até a velocidade crítica, através do estudo de pequenas oscilações ao redor do ponto de equilíbrio.

A Eq.(2.3.7) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{M}\ddot{\eta} + \mathbf{C}_1 \dot{\eta} + \mathbf{K}_1 \eta = \mathbf{H}\eta + \mathbf{G}\dot{\eta} \quad (2.4.11)$$

onde

$$\mathbf{C}_1 = \mathbf{C} - \mathbf{C}_0 \quad ; \quad \mathbf{K}_1 = \mathbf{K} - \mathbf{K}_0 \quad (2.4.12)$$

A energia cinética do sistema é dada por:

$$T = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbf{M} \dot{\eta} \quad (2.4.13)$$

e a energia potencial por:

$$U = \frac{1}{2} \eta^T \mathbf{K}_1 \eta \quad (2.4.14)$$

A energia total do sistema é $E = T + U$, sendo a variação da energia potencial total, \dot{E} , dada por:

$$\begin{aligned} \dot{E} = \dot{T} + \dot{U} &= \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbf{M} \dot{\eta} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbf{M} \dot{\eta} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbf{K}_1 \eta + \frac{1}{2} \eta^T \mathbf{K}_1 \dot{\eta} = \\ &= \dot{\eta}^T \mathbf{M} \ddot{\eta} + \dot{\eta}^T \mathbf{K}_1 \eta \end{aligned} \quad (2.4.15)$$

em virtude da simetria de \mathbf{M} e \mathbf{K}_1 .

Pré- multiplicando a Eq.(2.4.11) por $\dot{\eta}^T$, resulta:

$$\dot{\eta}^T \mathbf{M} \ddot{\eta} + \dot{\eta}^T \mathbf{C}_1 \dot{\eta} + \dot{\eta}^T \mathbf{K}_1 \eta = \dot{\eta}^T \mathbf{H}\eta + \dot{\eta}^T \mathbf{G}\dot{\eta} \quad (2.4.16)$$

Das Eqs.(2.4.15) e (2.4.16) resulta que:

$$\dot{E} = \dot{\eta}^T (\mathbf{G} - \mathbf{C}_1) \dot{\eta} + \dot{\eta}^T \mathbf{H}\eta = \dot{\eta}^T (\mathbf{C}_0 - \mathbf{C}) \dot{\eta} + \dot{\eta}^T \mathbf{H}\eta \quad (2.4.17)$$

uma vez que $\dot{\eta}^T \mathbf{G} \dot{\eta} = 0$.

Se $\dot{E} > 0$ a energia do sistema aumenta e ele é portanto instável. A estabilidade do sistema depende então das matrizes C_0 , C e H . A matriz $C_0 - C$ é dada por :

$$C_0 - C = \begin{bmatrix} B_{11} - 2M_1 \xi_1 \omega_1 & \frac{B_{12} + B_{21}}{2} \\ \frac{B_{12} + B_{21}}{2} & B_{22} - 2M_2 \xi_2 \omega_2 \end{bmatrix} \quad (2.4.18)$$

Substituindo o valor de $C_0 - C$ e de H na Eq.(2.4.17), obtém-se a seguinte expressão para a variação da energia potencial total \dot{E} :

$$\begin{aligned} \dot{E} = & (B_{11} - 2M_1 \xi_1 \omega_1) \dot{\eta}_1^2 + (B_{12} + B_{21}) \dot{\eta}_1 \dot{\eta}_2 + (B_{22} - 2M_2 \xi_2 \omega_2) \dot{\eta}_2^2 + \\ & + \frac{1}{2} (A_{21} - A_{12}) \eta_1 \dot{\eta}_2 + \frac{1}{2} (A_{12} - A_{21}) \dot{\eta}_1 \eta_2 \end{aligned}$$

Considere que o primeiro modo seja de torção e o segundo de flexão. Nesse caso, se $\eta_2 \equiv 0$, tem-se drapejamento a torção quando $(B_{11} - 2M_1 \xi_1 \omega_1) > 0$. Se $\eta_1 \equiv 0$ tem-se galope sempre que $(B_{22} - 2M_2 \xi_2 \omega_2) > 0$.

Para a ponte vibrando nos dois modos, a instabilidade poderá ser induzida pelas forças impressivas (termos com $\dot{\eta}_1 \dot{\eta}_2$) ou pelas forças circulatorias (termos com $\eta_1 \dot{\eta}_2$ e $\dot{\eta}_1 \eta_2$). No primeiro caso é possível que o drapejamento ocorra em um único modo, enquanto que no segundo há um acoplamento de dois ou mais modos de vibração em geral de torção e flexão (Scanlan, 1978a). O acoplamento depende também das características dinâmicas da estrutura, como proximidade das frequências naturais, e do perfil da seção - em perfis não aerodinâmicos o acoplamento é fraco, ao passo que em perfis muito aerodinâmicos o acoplamento é forte.

Precisamente o desconhecimento da possibilidade de instabilidade dinâmica induzida pelo vento, acima descrita, foi responsável pelo colapso de grande número de pontes, assunto que será abordado no capítulo seguinte.

3. INSTABILIDADE DE ESTRUTURAS DE PONTES E ASSEMELHADOS SOB AÇÃO DO VENTO: REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.

3.1. Histórico.

A compreensão do comportamento induzido pelo vento em pontes vem percorrendo um longo caminho através da história, sendo esse problema uma das principais dificuldades que os engenheiros e construtores tiveram até chegarem às modernas pontes suspensas. Foi um esforço árduo e contínuo contra a ação do vento, como pode ser observado na Fig.3.1.1 - os dados cronológicos, apresentados por Tanaka (1990), que mostram a conclusão das maiores pontes e o colapso de algumas, devido ao vento, entre os anos de 1800 a 1900. Muitas das maiores pontes suspensas, construídas no século XIX, foram destruídas ou severamente danificadas pelo vento.

Em termos do progresso no entendimento da interação vento-estrutura os seguintes incidentes podem ser mencionados como decisivos, uma vez que estimularam o estudo da ação do vento sobre as estruturas. O primeiro deles refere-se ao colapso da antiga ponte de Tay, que foi aberta ao tráfego ferroviário em 1º de junho de 1878. Nessa época era considerada a ponte mais extensa do mundo, sobre a água, e era aclamada como um grande empreendimento do seu projetista, Thomas Bouch, que foi logo agraciado com o título de "Sir". Na noite de 28 de dezembro de 1879, durante uma violenta tempestade, os treze maiores vãos da ponte caíram na água, levando junto um trem postal com cerca de 75 tripulantes e passageiros. Acredita-se que Bouch ficou tão chocado com o desastre que adoeceu vindo a falecer um ano após o trágico acidente.

A ponte consistindo de 84 vãos de treliça em ferro batido carregava uma única linha de trem e para satisfazer as necessidades de navegação tinha os treze vãos centrais maiores, com, aproximadamente, 74 metros cada (245 pés). Os vãos centrais ficavam 27 metros acima do nível da água e se apoiavam em altas colunas de ferro fundido assentadas em pilares de tijolos e cimento. Naquele tempo havia pouco conhecimento da pressão do vento sobre as estruturas e de fato pouco foi feito, do ponto de vista construtivo, para prevenir os seus efeitos sobre a ponte, especialmente, quanto a resistência contra as forças laterais. O próprio Bouch afirmou mais tarde que nenhuma providência especial foi tomada no projeto com relação a pressão do vento, tampouco havia um sistema de travejamento preventivo contra o vento sob o tabuleiro da ponte. Existia, entretanto, um sistema de travejamento entre as colunas de ferro fundido e os pilares que apresentaram folga poucos meses após a inauguração.

No inquérito sobre o acidente foi estimado que, sendo o vento o único responsável pelo acidente, a pressão exercida sobre a ponte ao longo dos treze maiores vãos deveria ser de

aproximadamente $1,91 \text{ KN/m}^2$ (40 lb/pe^2). Um evento muito improvável, segundo Pugsley (1966), sendo a explicação mais plausível a que foi dada por A. Gothe, o engenheiro residente durante a construção. A parte da ponte que caiu tinha juntas de dilatação em certos apoios, mas entre essas juntas os jacentes da ponte eram contínuos sobre os suportes. Goethe mencionou que nessas juntas de dilatação os jacentes não estavam presos e assim podiam ser erguidos sob a ação de uma carga móvel que passa sobre o penúltimo vão antes da junta. Assim, no momento em que a locomotiva se aproximou de uma junta de dilatação, o extremo do jacente foi erguido e então foi lançado lateralmente do apoio pelo forte vento.

Conclusão das maiores pontes		Colapso das pontes devido ao vento
1800	1801 Jacobs Creek Bridge	
	1820 Union Bridge	
	1826 Menai Straits Bridge	
1850	1850 Britannia Bridge	1836 Brighton Chain Pier 1838 Montrose
		1852 Roche-Bernard 1854 Wheeling 1864 Niagara-Leviston
	1867 Bessemer's Converter	
	1867 Siemens, Open-hearth	
	1874 St. Louis Arch	1869 Niagara-Clifton
	1889 Eiffel Tower	1879 Firth of Tay
	1890 Forth Railway Bridge	
1900		

Fig. 3.1.1. Pontes e efeitos do vento.

Do ponto de vista da engenharia, a consequência mais importante do desastre da ponte de Tay foi o sério estudo da pressão do vento em estruturas que já apresentavam deficiências. Isso levou à primeira norma de projeto para prover as estruturas de resistência contra as forças do vento.

Um outro incidente que muito contribuiu para a pesquisa aerodinâmica em edificações foi o famoso desastre da ponte de Tacoma Narrows. Essa ponte na manhã de 7 de novembro de 1940 iniciou uma série de severas oscilações, devido a um vento estacionário com velocidade de 68 km/h (42 mi/h), e após cerca de uma hora nesse regime o tabuleiro do vão principal rompeu-se, soltando-se dos cabos e fragmentando-se dentro da água, deixando apenas os cabos pendurados entre as torres. A ponte construída pela companhia "Tacoma Narrows Bridge" tinha

sido inaugurada poucos meses antes, em 1º de junho de 1940, e era, então, a terceira do mundo em comprimento do vão livre, com 840 metros.

Antes desse desastre já haviam ocorrido alguns incidentes como o de Tacoma Narrows, em que pontes vibravam devido à ação do vento. Entretanto, o estudo dinâmico de pontes nunca tinha sido considerado um tópico importante para os engenheiros e construtores. De fato, sabe-se agora, que todo o desenvolvimento das pontes suspensas tinha como objetivo uma prática de projeto do ponto de vista da resistência, visando estruturas mais flexíveis e em alguns casos mais suscetíveis a oscilações.

Imediatamente após o acidente o governo americano designou uma comissão constituída de pesquisadores para investigar o assunto. Faziam parte desta comissão os engenheiros Ammann, O.H.; Von Kármán, T. e Woodruff, G.B. O relatório oficial foi apresentado no ano seguinte com o título: "The Failure of The Tacoma Narrows Bridge" (1941). Algumas das principais conclusões foram transcritas por Pugsley (1966) e são traduzidas a seguir:

"2. As excessivas oscilações verticais e de torção foram possíveis devido ao extraordinário grau de flexibilidade da estrutura e a sua capacidade relativamente pequena de absorver forças dinâmicas. Não foi compreendido que as forças aerodinâmicas que demonstraram ser desastrosas no passado em pontes penseis muito mais leves e menos flexíveis afetariam uma estrutura da magnitude da ponte de Tacoma Narrows, embora sua flexibilidade fosse muito maior que qualquer outra ponte suspensa de grande vão.

13. São necessários experimentos e estudos analíticos para investigar a ação de forças aerodinâmicas em pontes suspensas."

Em resumo o relatório concluiu que a causa do catastrófico movimento de torção não foi claramente identificável e que havia mais de uma causa concebível da instabilidade da ponte. Obviamente foi muito difícil, naquela época, identificar a natureza do movimento induzido na ponte pelo vento.

A propósito do relatório de Ammann, O.H., von Kármán, T. e Woodruff, G.B. sobre o desastre da ponte de Tacoma Narrows é transcrito abaixo alguns trechos das memórias de von Kármán (1967), traduzidos por Gorecki (1995):

"Na noite depois do desastre levei para casa um pequeno modelo de borracha da seção da ponte que mandei fazer na oficina. Pus o modelo na mesa da sala e liguei um ventilador. O modelo começou a tremer um pouco na corrente de ar. Ajustei o ventilador e o modelo pos-se a oscilar, acusando uma instabilidade mais acentuada quando a oscilação coincidia com o ritmo do movimento do ar provocado pelo ventilador.

Aparentemente os vórtices de von Kármán eram o vilão.

Telegrafei para o governador do Estado de Washington. Ele não respondeu mas um mês

e pouco mais tarde o Governo Federal pediu para eu participar de uma Comissão designada para investigar o colapso da ponte. O presidente da Comissão era o engenheiro Ammann, O.H., suíço de nascimento, que ocupava o cargo de Engenheiro-Chefe da Port Authority de Nova Iorque; ele tinha projetado a ponte Triborough e várias outras em Nova Iorque. Havia dois outros engenheiros civis. Para mim eles representavam as vigas e as treliças das pontes. Em tom de brincadeira eu disse que era o único membro da comissão a representar o vento.

Pensei que os peritos em pontes reconheceriam que a culpa do desastre de Tacoma recairia sobre a avenida de vórtices de von Kármán. A ponte tinha paredes laterais sólidas que obviamente produziriam uma grande esteira de vórtices.

Trouxe também para a reunião uma completa documentação experimental baseada em ensaios que mandei realizar no túnel do CalTech. Pensei que fosse convincente.

Mas eu não tinha contado com toda a profundidade e toda a história de preconceitos dos engenheiros de pontes. Acostumados a raciocinar em termos de forças estáticas e não de forças dinâmicas eles simplesmente não queriam aceitar a idéia de transpor para pontes conceitos que tinham sido desenvolvidos - com sucesso - , para as frágeis asas de avião.

Finalmente a Comissão do Eng^o Ammann não acatou as minhas idéias, mas pelo menos acabou reconhecendo a necessidade de se proceder pesquisa sobre o assunto".

Duas décadas de intenso trabalho, seguiram ao desastre de Tacoma, visando o esclarecimento do complexo comportamento de pontes pensais e estaiadas submetidas ao vento. Nos Estados Unidos da América, essa atividade culminou com a conclusão de uma série de relatórios técnicos, entre os quais pode-se citar a coletânea de artigos publicados, por Farquhasson, Smith e Vicent (1949-1954), sobre a ponte de Tacoma Narrows. Bleich (1948), um engenheiro especialista neste assunto, tentou explicar as vibrações da ponte de Tacoma através da analogia com a teoria de drapejamento de perfis, de Theodorsen (1935), com alguns termos adicionais de esforços aerodinâmicos. Modificações na teoria de drapejamento foram também propostas por Rocard (1957), Selberg e Hjorth-Hansen (1966). Scanlan e Sabzevari (1969) sugeriram um procedimento experimental para a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos de pontes suspensas. Nesse método o modelo vibrava em regime permanente sob a ação do vento. Sabzevari e Scanlan (1968) apresentaram também um resumo do estado da arte sobre a instabilidade aerodinâmica de pontes suspensas. Na Inglaterra foram realizados vários trabalhos no National Physical Laboratory, entre os quais os de Scruton (1952), Scruton e Woodgate (1952), Williams, *et al* (1951), Gould e Raymer (1958), Walshe e Rayner (1960), Walshe e Packer (1963), Scruton e Walshe (1963), Walshe (1964) e Walshe (1965). Nesses relatórios a preocupação era o estudo da estabilidade de pontes suspensas submetidas ao vento e a obtenção dos esforços aerodinâmicos médios sobre a estrutura. Todos os trabalhos incluíam a confecção

de modelos reduzidos e ensaio dos mesmos no túnel de vento.

Até essa data os ensaios eram realizados supondo que o escoamento de vento fosse suave. As características do vento natural só foram introduzidas de forma sistemática, nas considerações do projeto, por volta de 1960. Particularmente quando A.G. Davenport, reduziu, com sucesso, uma quantidade enorme de informações meteorológicas a um conjunto de especificações padronizadas e começou a operar o Túnel de Vento de Camada Limite para uma simulação da camada limite atmosférica (Davenport, 1963; Davenport e Isyumov, 1967).

Esse esforço de pesquisas intensivo parece ter sido excessivamente direcionado a um tipo específico de ponte, e de fenômeno, ou talvez não foi devidamente apreciado pela comunidade técnica responsável pelo projeto e manutenção de estruturas de pontes. Visto que na década de 60 sobreveio o colapso da ponte de Cleddau em Milford e posteriormente a queda da ponte de Yarra na Austrália (Arrol e Chatterjee, 1981). Como conseqüências dos dois últimos acidentes, foi formado em 1970 na Grã-Bretanha o Comitê Merrison para avaliar os critérios de projeto de pontes de seção caixão (Hay, 1981). O comitê apontou enfaticamente deficiências no conhecimento de problemas aeroelásticos em pontes, o que causou o início de novos estudos teóricos e experimentais também no National Physical Laboratory (Arrol e Chatterjee, 1981; Smith e Wyatt, 1981). Simultaneamente trabalhos importantes na área eram realizados no Japão (Ito e Nakamura, 1982; Okauchi, *et al*, 1979) e no Canadá (Wardlaw e Ponder, 1969, 1970; Irwin e Wardlaw, 1976; Irwin e Schuyler, 1977; Irwin, 1977; Davenport, *et al*, 1971, 1980; Beliveau, *et al*, 1977).

Como conseqüência imediata das atividades do Comitê Merrison um conjunto preliminar de recomendações referentes à consideração de fenômenos aerodinâmicos em pontes, de até 200 metros de vão, foi proposto pela British Standards Institutions (1981).

Atualmente vários trabalhos foram realizados no Japão (Honda, *et al*, 1990; Kubo e Hirata, 1990; Miyata e Yamada, 1990; Miyazaki e Ito, 1990; Ogawa, *et al*, 1990; Saito, *et al*, 1990; Takeuchi, 1990; Ueda, *et al*, 1990; Nakagawa e Nakagawa, 1993). A maior parte dos estudos recentes, entretanto, tem sido conduzido nos Estados Unidos da América, entre os quais os de Scanlan e Gade (1977), Soo e Scanlan (1983), Scanlan (1983), Jones e Spartz (1990), Kuramasena, *et al* (1990), Namini, *et al* (1992), Scanlan (1993) e Sarkar, *et al* (1994). Descrições do estado da arte na análise de pontes sujeitas ao carregamento do vento foram apresentadas por Huston, *et al* (1989), Scanlan e Jones (1990a) e Wardlaw (1990).

Recentemente foi proposto, também, um novo modelo teórico para calcular a influência da turbulência do vento na estabilidade de pontes suspensas (Bucher e Lin, 1988, 1990; Lin e Li, 1993).

É relevante e apropriado citar que os mesmos problemas pela primeira vez enfrentados

pelos projetistas de pontes nos anos 40, foram objeto de preocupação dos construtores de aviões durante as duas décadas precedentes, quando eles passaram das estruturas rígidas, de biplanos estaiados, para os monoplanos com asas em balanço; estruturas com melhor desempenho aerodinâmico, possibilitando uma velocidade maior do avião, mas muito mais flexíveis (veja, por exemplo, Bisplinghoff, *et al*, 1955; Bisplinghoff e Ashley, 1975 e o excelente trabalho de Garrick e Reed III, 1981, sobre o desenvolvimento histórico do drapejamento em aeronaves, com cerca de 100 referências). De fato, após a contribuição de Wagner (1925), que formulou o problema impulsivo do crescimento da sustentação devido a uma variação unitária do ângulo de ataque, os aerodinamicistas sabiam que uma asa não estacionária desprende "vórtices de partida" a cada mudança de sustentação e terá assim os seus coeficientes aerodinâmicos alterados pelo fato de estar operando no campo de vórtices da sua própria esteira. De acordo com Gorecki (1993), Glauert (1929) formulou o problema do perfil oscilante retomado mais tarde por Cicala (1934-1935) e Theodorsen (1935). Garrick (1938) demonstrou que os métodos harmônico e indicial são equivalentes na aerodinâmica dos perfis em escoamento não permanente.

Em outro campo da aerodinâmica, principalmente no projeto de linhas de transmissão e de torres altas e chaminés múltiplas, um problema correlato tem recebido considerável atenção: o drapejamento de um cilindro circular imerso em uma esteira de vórtices (Simpson, 1971). Price (1975) analisou as vibrações induzidas em condutores enfeixados duplos "twin-bundled conductors". O problema tem recebido a atenção de outros pesquisadores, entre eles Ruscheweyh (1983) e mais tarde Bokain (1989).

3.2. Instabilidade aerodinâmica de estruturas.

Os efeitos produzidos pelo vento em estruturas, e em particular em pontes de grandes vãos, tem sido examinados ao longo dos últimos 50 anos. A variedade dos fenômenos induzidos pelo vento, apresentados na Tabela 3.2.1, possibilita a ocorrência de múltiplas falhas em uma dada estrutura para diferentes velocidades do vento, sendo que alguns dos efeitos podem ocorrer simultaneamente.

Os problemas estáticos listados abaixo raramente são considerados como fatores preponderantes no projeto de pontes contra a ação do vento. De fato, é bem aceito que esses fenômenos possam ser estimados, com boa precisão, através de cálculos teóricos, desde que os valores médios dos esforços aerodinâmicos de arrasto, sustentação e momento sejam conhecidos.

A maior parte das formas de instabilidade dinâmica de estruturas sob a ação do vento ocorrem por drapejamento aerolástico, sendo que a maioria dessas estruturas não possuem uma forma aerodinâmica. Nesse caso, há necessariamente uma separação do escoamento ao redor

da sua seção transversal. Infelizmente não existe ainda uma teoria aerodinâmica satisfatória no caso de separação de escoamento, particularmente se este é instacionário, e conseqüentemente nenhuma teoria exata foi estabelecida para o drapejamento de estruturas de contorno rombudo. Por outro lado, a maioria das seções transversais das pontes não são muito rombudas de modo que ainda podem ser consideradas como superfícies de sustentação eficientes. Conseqüentemente há um conveniente paralelismo entre os problemas de instabilidade aerodinâmica de pontes e o drapejamento de perfis aerodinâmicos. De fato, a teoria de drapejamento de perfis oferece uma excelente orientação para o estudo do drapejamento de pontes. Scanlan e Tomko (1971), consideraram que os esforços aerodinâmicos em pontes tinham a mesma forma que os utilizados em perfis aerodinâmicos, no entanto, os coeficientes aerodinâmicos não foram mais calculados analiticamente, através da função de Theodorsen, mas sim obtidos experimentalmente.

Tabela 3.2.1. Classificação dos efeitos do vento em estruturas.

ESTÁTICO	efeito dos valores médios dos esforços do vento	
	Instabilidade Estática	divergência
		flambagem lateral
DINÂMICO	Instabilidade dinâmica	galope
		drapejamento
		excitação por vórtices
	resposta devido à turbulência (rajadas, martelamento)	

Em uma estrutura rombuda estacionária o deslocamento do escoamento se dá em pontos definidos seguido por uma larga esteira de vórtices discretos, conhecidos como vórtices de Karman. Os pontos situados no início da esteira apresentam baixa pressão, de modo que a pressão de arrasto sobre a estrutura é alta. Além disso o desprendimento alternado de vórtices pode causar forças periódicas importantes, que tendem a produzir vibrações transversalmente à direção do vento. A frequência f de desprendimento de vórtices é diretamente proporcional à velocidade do escoamento V e inversamente proporcional à dimensão lateral da estrutura b , de modo que um número característico, o número de Strouhal $S = fb/V$, está associado a cada forma estrutural. Em geral S depende não apenas da geometria da estrutura mas também do número de Reynolds, Re . Entretanto se os pontos de separação estão fixos nas arestas o número de Reynolds influi

muito pouco no valor de S , a não ser para valores muito pequenos de Re . Os valores de S usualmente variam de 0,1 a 0,3 (Ito e Nakamura, 1982).

No caso de estruturas de pontes o fenômeno se repete, ou seja, há também a presença de vórtices na esteira do tabuleiro em ventos moderados ou fortes. Esses vórtices podem se desprender na ausência de movimento da ponte e são devidos somente à viscosidade e inércia do ar. Associado aos vórtices estão, naturalmente, as forças flutuantes, devidas à pressão, que atuam sobre o tabuleiro, com componentes de sustentação e arrasto.

Pode ocorrer, entretanto, que essas forças flutuantes provoquem deslocamento vertical ou de torção no tabuleiro em um dado instante. Nesse caso, outras forças aerodinâmicas dependentes do movimento serão também geradas e novos rastros de vórtices mais complexos serão formados pelo novo padrão de movimento associado aos mesmos. Se as forças resultantes forem tais que reforcem o movimento que lhes deram origem, a condição para o início do drapejamento poderá ser desenvolvida.

3.2.1. Galope.

O termo galope refere-se ao drapejamento de estruturas, com seção transversal angulosa, em único grau de liberdade: o movimento transversal ao escoamento. Estruturas com seção quadrada, retangular, triangular e semicircular, além de estarem sujeitas a fortes excitações pelo despreendimento de vórtices são susceptíveis ao galope. Considere o prisma quadrado, de comprimento l , da Fig.3.2.1 e imerso em escoamento uniforme de velocidade V . Se o prisma oscila transversalmente ao escoamento com velocidade \dot{y} , a velocidade do escoamento relativa ao corpo é dada por V_R , sendo α o seu ângulo de ataque. Essa velocidade relativa do vento dá início ao aparecimento de uma força aerodinâmica, sendo o valor médio da componente vertical dado por:

$$F_y = \frac{1}{2} \rho V_R^2 A_f C_y(\alpha) \quad (3.2.1)$$

onde ρ é a massa específica do ar, A_f é a área frontal lb e C_y é o coeficiente aerodinâmico da força lateral. Admitindo-se a validade da teoria quase-estática o coeficiente C_y depende simplesmente do ângulo de incidência relativa do escoamento $\alpha = \text{tg}^{-1} \dot{y}/V$. Assim, com a convenção de deslocamento adotada é de se esperar que C_y seja negativo, como sempre acontece para grandes valores de α . No entanto, se as velocidades verticais forem pequenas C_y pode ser positivo para alguns corpos rombudos, como o prisma da Fig.3.2.1. Quando C_y tem o mesmo

sinal que \dot{y} , a força aerodinâmica estimula qualquer movimento inicial e o vento pode ser visto como um amortecedor negativo. O valor do coeficiente $C_y(\alpha)$ deverá ser obtido experimentalmente no túnel de vento.

Admitindo que as oscilações são pequenas $\dot{y} \ll V$ pode-se considerar que $\alpha = \dot{y}/V$ e $V_R = V$. Assim, a equação de movimento do corpo resulta:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \frac{1}{2} \rho V^2 A_f C_y(\alpha) \quad (3.2.2)$$

onde m é a massa do prisma, c é o coeficiente de amortecimento e k a rigidez do oscilador. A equação de movimento acima é não-linear. Desenvolvendo essa equação em séries de Taylor ao redor da origem e retendo apenas os termos lineares resulta:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \frac{1}{2} \rho V A_f \frac{dC_y}{d\alpha} \dot{y} \quad (3.2.3)$$

Se a condição descrita a seguir for satisfeita, ou seja:

$$\frac{dC_y}{d\alpha} > 0 \quad (3.2.4)$$

a força aerodinâmica F_y pode amplificar o movimento da estrutura, dando origem a instabilidade por galope. A condição dada pela Eq.(3.2.4) é conhecida como o critério de Den Hartog (1956).

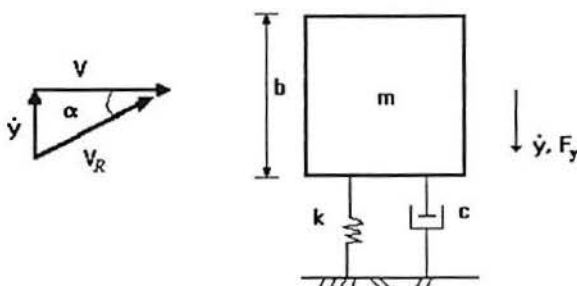


Fig.3.2.1 Oscilador aerolástico de seção quadrada.

Parkinson e Smith (1964) estabeleceram uma teoria dinâmica não-linear quase-estática para o galope, aproximando a curva experimental de $C_y(\alpha)$ por um polinômio de \dot{y}/V . Para o perfil de seção quadrada foi utilizada, pelos pesquisadores, um polinômio de 7ª ordem onde só foram retidos os termos ímpares, em virtude da simetria da seção. Introduzindo esse polinômio na Eq.(3.2.2) obtem-se a seguinte equação de um oscilador não-linear:

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = \frac{1}{2} \rho V^2 A_f [a_1 \left(\frac{\dot{y}}{V}\right) - a_3 \left(\frac{\dot{y}}{V}\right)^3 + a_5 \left(\frac{\dot{y}}{V}\right)^5 - a_7 \left(\frac{\dot{y}}{V}\right)^7] \quad (3.2.5)$$

onde os sinais positivos e negativos foram introduzidos no polinômio a fim de assegurar que todos os coeficientes a_i fossem positivos.

Se as oscilações são pequenas pode-se linearizar a equação acima considerando apenas o primeiro termo do polinômio. Nesse caso o início da instabilidade por galope se dá quando o amortecimento efetivo $c - 1/2 \rho V A_f a_1$ torna-se negativo. Assim, a velocidade crítica do escoamento é obtida igualando o amortecimento efetivo a zero, ou seja:

$$V_c = \frac{2c}{\rho A_f a_1} \quad (3.2.6)$$

Desse modo enquanto V for menor que V_c qualquer perturbação dada ao sistema provocará oscilações amortecidas tendendo a zero com o passar do tempo. Para V maior que V_c pequenas perturbações serão aumentadas pelo amortecimento negativo e as oscilações crescerão exponencialmente, de modo que a configuração de equilíbrio trivial, dada por $y = 0$, torna-se instável.

Acima da velocidade crítica a teoria linear não consegue mais prever o comportamento do sistema, como já foi comentado no capítulo anterior. O comportamento pós-crítico do sistema deverá ser analisado considerando os termos de ordem superior do polinômio. Nesse caso haverá uma bifurcação dinâmica, cuja amplitude do ciclo limite cresce a partir de zero quando $V = V_c$.

Algumas formas características dos coeficientes aerodinâmicos $C_y(\alpha)$, juntamente com os resultados da análise da instabilidade dinâmica foram apresentadas por Novak (1971) e são reproduzidas na Fig.3.2.2. Ciclos limites estáveis são representados, nessa figura, por linhas cheias enquanto que os instáveis são indicados com linhas tracejadas.

No primeiro caso tem-se a seção transversal de um retângulo imerso em um escoamento ligeiramente turbulento. A inclinação da curva $C_y(\alpha)$ decresce de forma suave de um valor inicial positivo, satisfazendo portanto a Eq.(3.2.4), e dando origem a uma bifurcação dinâmica estável, mostrada no gráfico da amplitude de vibração y versus a velocidade V . Um ciclo limite estável de amplitude y cresce suavemente a partir de zero a medida que a velocidade do vento ultrapassa V_c .

O segundo caso representa a seção transversal de um prisma quadrado submetido a um escoamento estacionário. A inclinação da curva $C_y(\alpha)$ começa decrescendo de um valor inicial positivo, mas sofre um aumento durante certo trecho antes de se tornar negativa. Esse aumento

temporário da inclinação tem um efeito desestabilizante provocando uma dobra no lugar geométrico dos ciclos limites como pode ser observado da figura.

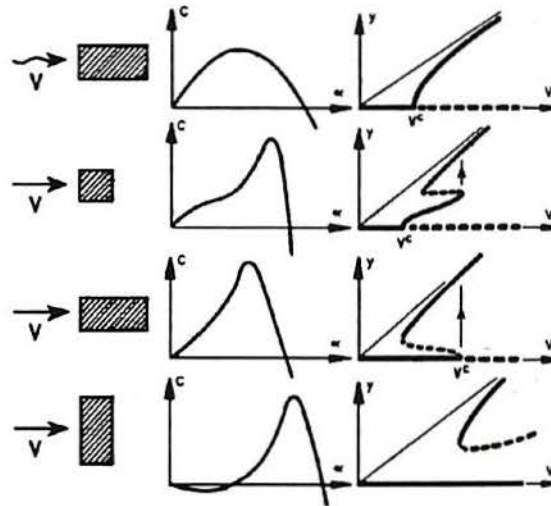


Fig.3.2.2. Gráficos dos coeficientes aerodinâmicos $C_y(\alpha)$ versus α e resultados da análise da instabilidade dinâmica. Novak (1971).

No último caso a inclinação inicial da curva $C_y(\alpha)$ é negativa, significando que não existe bifurcação dinâmica. No entanto há a ocorrência de ciclos limites devido ao fato das inclinações subsequentes serem positivas. Nesse caso se for dada uma grande perturbação ao sistema este poderá começar a oscilar com a amplitude definida pelo ciclo limite estável.

Parkinson e Smith (1964) e mais tarde Thompson (1982) analisaram o comportamento pós-crítico do prisma quadrado tomando os coeficientes $a_1 = 2,69$, $a_3 = 168$, $a_5 = 6270$ e $a_7 = 59.900$. Com esses valores o polinômio de 7ª ordem se aproxima muito bem dos resultados experimentais, como pode ser visto na Fig.(3.2.3).

Nesse ponto é conveniente tornar adimensional a equação de movimento introduzindo as seguintes variáveis:

$$Y = \frac{Y}{b}, \quad \tau = \omega t, \quad \omega^2 = \frac{k}{m}, \quad U = \frac{V}{\omega b}, \quad n = \frac{\rho b^2 l}{2m} \quad \text{e} \quad \beta = \frac{c}{2m\omega} \quad (3.2.7)$$

Substituindo as Eqs.(3.2.7) na Eq.(3.2.5) obtém-se após algumas manipulações algébricas a equação de movimento do sistema em termos adimensionais:

$$\ddot{Y} + Y = F(\dot{Y}) \quad (3.2.8)$$

onde as derivadas são calculadas com respeito ao tempo transformado τ , sendo $F(\dot{Y})$ dado por:

$$F(\dot{Y}) = na_1 \left[\left(U - \frac{2\beta}{na_1} \right) \dot{Y} - \left(\frac{a_3}{a_1 U} \right) \dot{Y}^3 + \left(\frac{a_5}{a_1 U^3} \right) \dot{Y}^5 - \left(\frac{a_7}{a_1 U^5} \right) \dot{Y}^7 \right] \quad (3.2.9)$$

Seguindo o mesmo procedimento utilizado na seção.2.2, no estudo do oscilador não-linear, a solução da Eq.(3.2.8) foi obtida através da técnica de Krylov e Bogoliubov resultando:

$$1 - \frac{U_c}{U} = \left(\frac{3a_3}{4a_1} \right) \left(\frac{A}{U} \right)^2 - \left(\frac{5a_5}{8a_1} \right) \left(\frac{A}{U} \right)^4 + \left(\frac{35a_7}{64a_1} \right) \left(\frac{A}{U} \right)^6 \quad (3.2.10)$$

sendo $U_c = 2\beta/na_1$ e A a amplitude do ciclo limite.

Os resultados obtidos desses cálculos são apresentados na Fig.3.2.3 juntamente com os pontos experimentais obtidos por Parkinson e Smith (1964).

O diagrama de fase das variáveis y x \dot{y} foi determinado por Thompson (1982) para $U/U_c = 1,6$ e é mostrado na Fig.3.2.4.

A teoria não-linear quase-estática também foi aplicada com sucesso no estudo do galope de estruturas tridimensionais esbeltas por Novak (1969) e em estruturas submetidas a um escoamento turbulento por Laneville e Parkinson (1971) e Novak e Davenport (1970).

A teoria aerodinâmica quase-estática para o galope ignora o efeito da ondulação da esteira devido ao movimento da estrutura, conhecido como memória do fluido, e também o efeito do desprendimento periódico de vórtices atrás de estrutura. Assim, a validade da teoria quase-estática para o galope é limitada à faixa das velocidades reduzidas altas. Quando a velocidade reduzida do vento baixa os dois efeitos mencionados acima tornam-se significantes, invalidando a teoria aerodinâmica quase-estática. Fortuitamente, entretanto, os dois efeitos freqüentemente se anulam de modo que a aplicabilidade da teoria aerodinâmica quase-estática é estendida a valores consideravelmente baixos da velocidade reduzida, ou seja, de 2 a 3 vezes o valor da velocidade reduzida crítica dada pelo inverso do número de Strouhal (Ito e Nakamura, 1982; Nakamura e Mizota, 1975). Uma proveitosa revisão sobre a teoria do galope é encontrada no livro de Blevins (1990).

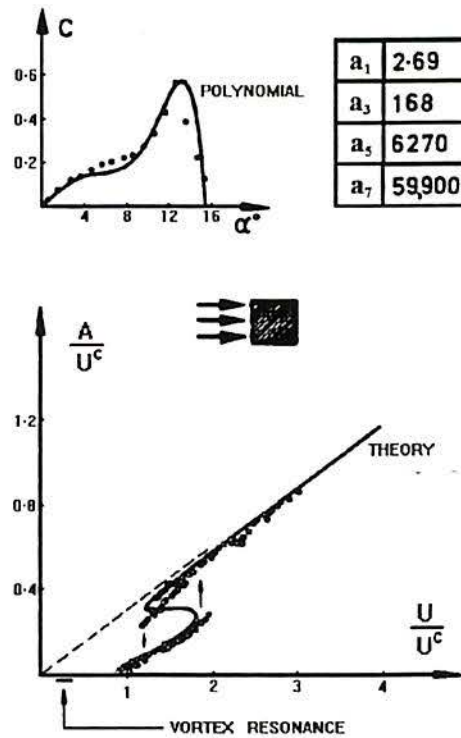


Fig.3.2.3. Gráfico do polinômio de $C_Y(\alpha)$ aproximando os pontos obtidos experimentalmente e resultado da análise da instabilidade dinâmica. Thompson (1982).

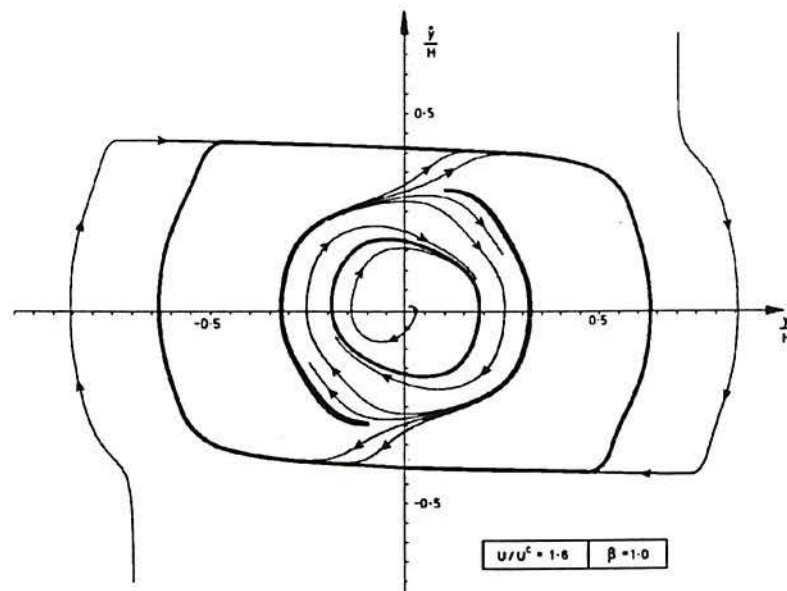


Fig.3.2.4. Diagrama de fase das variáveis y e \dot{y} mostrando os dois ciclos limites estáveis separados pelo ciclo limite instável. Thompson (1982).

3.2.2. Drapejamento.

Drapejamento pode ser definido como uma instabilidade dinâmica de corpos elásticos em um escoamento de ar. É geralmente encontrado em corpos sujeitos a grandes cargas aerodinâmicas laterais, do tipo da sustentação, tais como asas de aeronaves ou pontes suspensas. A instabilidade tem origem a partir de uma certa velocidade do escoamento, quando pequenas perturbações de natureza casual induzem oscilações mais ou menos violentas na estrutura, sendo caracterizada pela ação conjunta de forças aerodinâmicas, elásticas e de inércia.

O termo drapejamento é utilizado por alguns autores de maneira ampla englobando qualquer instabilidade dinâmica oscilatória devida ao vento. Na literatura da aeroelasticidade, entretanto, o termo drapejamento é utilizado de forma mais restrita e atualmente é comum o seu uso com termos adicionais classificatórios, como por exemplo, drapejamentos: clássico, de estol, em um único grau de liberdade e de painéis.

No presente contexto da aerodinâmica das estruturas, apenas os drapejamentos clássico e em um único grau de liberdade serão discutidos.

O drapejamento clássico é uma instabilidade aeroelástica na qual há o acoplamento de pelo menos dois graus de liberdade da estrutura, em geral rotação e translação vertical, em uma oscilação instável devida ao vento. Geralmente a instabilidade ocorre para valores altos da velocidade do escoamento. No caso de tabuleiro de pontes os valores da velocidade crítica não são altos, podendo as vezes serem menores do que aqueles associados ao drapejamento em um único grau de liberdade (Pfeil e Batista, 1995).

O drapejamento em um único grau de liberdade é uma instabilidade oscilatória aeroelástica associada a sistemas sujeitos à separação do escoamento. Corpos rombudos não aerodinâmicos são exemplos típicos. Proeminente entre esses estão os tabuleiros de pontes suspensas, que podem em vários casos apresentarem instabilidade à torção em um único grau de liberdade.

Segundo, Simiu e Scanlan (1978), é provável que, nos seus pormenores, o drapejamento acarrete em praticamente todos os casos um comportamento aerodinâmico não-linear. É possível, entretanto, em um grande número deles tratar o problema satisfatoriamente por um procedimento analítico linear. As duas principais razões para isso são: a) a estrutura é usualmente considerada elástica linear e suas ações dominam a forma da resposta, que é usualmente uma oscilação senoidal exponencialmente modificada; b) a condição incipiente ou inicial, que pode ser admitida como tendo apenas pequenas amplitudes, é que separa os regimes estável e instável. Assim a análise do fenômeno até a velocidade crítica pode ser baseada nos procedimentos padrões de estabilidade de sistemas elásticos lineares.

É conveniente no desenvolvimento a seguir omitir a consideração analítica do arrasto embora seja naturalmente necessário incluir o seu efeito no estudo da resposta total da estrutura. Assim, considere uma seção transversal e simétrica de um perfil aerodinâmico ou de um tabuleiro de ponte com dois graus de liberdade: O deslocamento de flexão, v , e o de torção, θ . A equação de movimento do sistema pode ser dada por (Scanlan, 1975; Simiu e Scanlan, 1978):

$$m(\ddot{v} + 2\xi_v \omega_v \dot{v} + \omega_v^2 v) = F_y \quad (3.2.11)$$

$$I(\ddot{\theta} + 2\xi_\theta \omega_\theta \dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta) = M \quad (3.2.12)$$

nas quais m e I são respectivamente a massa da seção transversal e o momento de inércia da massa por unidade de comprimento; ξ_v e ξ_θ são respectivamente a razão de amortecimento em flexão e torção; ω_v e ω_θ são as correspondentes freqüências mecânicas naturais; F_y e M são respectivamente a força e o momento aerodinâmico por unidade de comprimento.

No caso de um perfil aerodinâmico em um escoamento incompressível, Theodorsen (1935) mostrou de acordo com os princípios básicos da teoria do escoamento potencial que as expressões para F_y e M , dependem linearmente de v e θ e das suas primeira e segunda derivadas. Os coeficientes nessas expressões, chamados de coeficientes aerodinâmicos, são definidos em termos das componentes real e imaginária, $F(k)$ e $G(k)$, da função de Theodorsen $C(k)$, onde $k = b\omega/V_0$ é a freqüência reduzida, b é a meia largura da seção transversal, V_0 é a velocidade do escoamento e ω é a freqüência circular da oscilação. A função de Theodorsen, dada por $C(k) = F(k) + iG(k)$, representa o efeito da modificação da circulação, em torno de um perfil (ou outra estrutura), devido à esteira de vórtices.

Para corpos rombudos com aplicações na aerodinâmica das estruturas, não existem expressões analíticas para os coeficientes aerodinâmicos. Entretanto, foi mostrado por Scanlan e Tomko (1971) que para pequenas oscilações os esforços aerodinâmicos de sustentação e momento podem ser consideradas funções lineares dos deslocamentos e das suas duas primeiras derivadas e que é possível determinar experimentalmente os coeficientes aerodinâmicos no túnel de vento. Desse modo as equações para F_y e M podem ser dadas por:

$$F_y = \frac{1}{2} \rho V_0^2 (2d) (KH_1^* \frac{\dot{v}}{V_0} + KH_2^* \frac{d\theta}{V_0} + K^2 H_3^* \theta) \quad (3.2.13)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho V_0^2 (2d^2) (KA_1^* \frac{\dot{v}}{V_0} + KA_2^* \frac{d\theta}{V_0} + K^2 A_3^* \theta) \quad (3.2.14)$$

onde ρ é a massa específica do ar, d é a largura da seção transversal, $K = d\omega/V_0$ é a frequência reduzida (a frequência reduzida K é normalizada com relação a largura da seção transversal, prática comum na aerodinâmica das estruturas). Nessas equações os termos em \ddot{v} , $\ddot{\theta}$ e v foram omitidos por serem desprezíveis no estudo da instabilidade de pontes suspensas. Os coeficientes aerodinâmicos H_i^* e A_i^* , $i=1,2,3$ são funções adimensionais da frequência reduzida K . A Fig.3.2.5 mostra os coeficientes aerodinâmicos de algumas seções transversais, apresentados por Simiu e Scanlan (1978).

Substituindo a Eq.(3.2.13) na Eq.(3.2.11) e a Eq.(3.2.14) na Eq.(3.2.12) obtem-se um sistema de equações lineares cuja estabilidade poderá ser verificada através do método energético apresentado no capítulo 2 ou através da obtenção dos autovalores do sistema para cada valor da frequência reduzida.

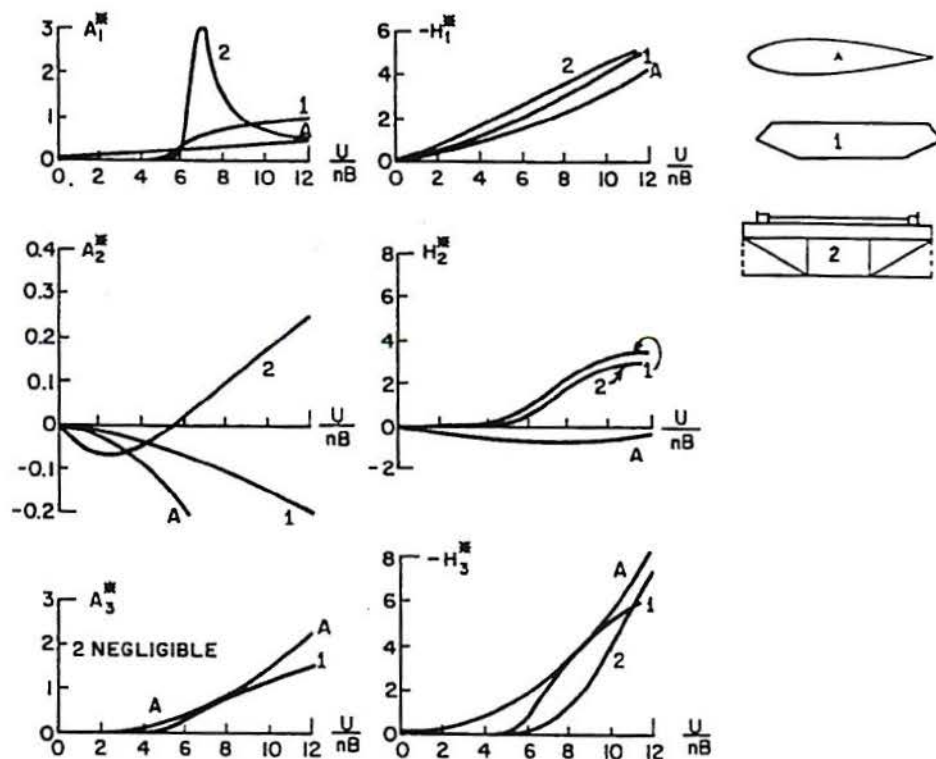


Fig.3.2.5. Coeficientes aerodinâmicos H_i^* e A_i^* . A, perfil aerodinâmico; 1, seção fechada aerodinâmica; 2, seção aberta em forma de treliça, Simiu e Scanlan (1978).

No caso de ponte completa, as deformações do tabuleiro são funções da posição ao longo do vão. Assim, as equações de movimento para a seção transversal do tabuleiro, apresentadas acima, deverão ser generalizadas. Uma vez que os efeitos aerodinâmicos não são fortes o suficiente para modificarem os modos e as frequências de vibração de pontes, pode-se assumir

que os deslocamentos v e θ são combinações lineares dos primeiros modos de vibração, pois a energia do sistema se concentra nesses modos. Considerando então que:

$$v(x, t) = v(x) \xi(t)$$

$$\theta(x, t) = \theta(x) \eta(t) \quad (3.2.15)$$

e substituindo nas equações de movimento do tabuleiro obtém-se:

$$M_1 (\ddot{\xi} + 2\xi_v \omega_v \dot{\xi} + \omega_v^2 \xi) = \frac{1}{2} \rho V_0^2 (2d) [KG_{11} H_1^* \frac{\dot{\xi}}{V_0} + KG_{12} H_2^* \frac{d\dot{\eta}}{V_0} + K^2 G_{12} H_3^* \eta] \quad (3.2.16)$$

$$I_1 (\ddot{\eta} + 2\xi_\theta \omega_\theta \dot{\eta} + \omega_\theta^2 \eta) = \frac{1}{2} \rho V_0^2 (2d^2) [KG_{12} A_1^* \frac{\dot{\xi}}{V_0} + KG_{22} A_2^* \frac{d\dot{\eta}}{V_0} + K^2 G_{22} A_3^* \eta] \quad (3.2.17)$$

onde

$$M_1 = \int_0^1 m(x) v^2(x) dx \quad (3.2.18)$$

$$I_1 = \int_0^1 I(x) \theta^2(x) dx \quad (3.2.19)$$

$$G_{11} = \int_0^1 v^2(x) dx \quad (3.2.20)$$

$$G_{12} = \int_0^1 v(x) \theta(x) dx \quad (3.2.21)$$

$$G_{22} = \int_0^1 \theta^2(x) dx \quad (3.2.22)$$

A estabilidade do sistema poderá ser verificada através da Eqs.(3.2.16-17) da mesma maneira comentada acima. Utilizando o método energético apresentado no capítulo 2 a ponte apresentará drapejamento à torção quando $\rho d^4 \omega G_{22} A_2^* > 2I_1 \xi_\theta \omega_\theta$, ou seja, à medida que o

amortecimento efetivo (dado pela soma do amortecimento mecânico + aerodinâmico) torna-se negativo. A condição crítica é obtida para:

$$A_2^* \approx \frac{2 I_1 \xi_\theta}{\rho d^4 G_{22}} \quad (3.2.23)$$

Uma vez que a frequência de vibração apresenta pouca variação em relação à frequência ω_θ . Se K_c é o valor da frequência reduzida para o qual a Eq.(3.2.23) é satisfeita, a velocidade crítica do escoamento pode ser obtida como $V_c = d \omega_\theta / K_c$.

Examinando a Fig.3.2.5 verifica-se que somente a seção transversal 2 pode sofrer drapejamento à torção. Caso ocorra acoplamento dos modos de vibração, induzido pelas forças aerolásticas, é possível a ocorrência do drapejamento clássico (Pfeil e Batista, 1993). A seção transversal 1 e o perfil aerodinâmico somente poderão sofrer drapejamento clássico.

O estudo do drapejamento em pontes pode também ser realizado de maneira diferente da apresentada aqui, ou seja, através das funções indiciais da sustentação e do momento. Vários autores utilizaram esse procedimento entre eles Nakamura (1979), Yoshimura e Nakamura (1979) que estudaram o drapejamento à torção de tabuleiros de pontes e estruturas rombudas através da função indicial do momento. Scanlan 'et al' (1974) determinaram as funções indiciais para algumas seções transversais de pontes. Sabzevari (1971), assim como Scanlan 'et al' (1974), mostraram que as funções indiciais da sustentação e do momento podem ser calculadas a partir dos coeficientes aerodinâmicos $H_i^*(K)$ e $A_i^*(K)$, obtidos experimentalmente, desde que se considere que o ângulo efetivo de ataque varie de forma senoidal com o tempo.

Quanto ao efeito de turbulência no drapejamento, tem-se observado do estudo de modelos no túnel de vento, que o drapejamento sob escoamento suave ocorre, tipicamente, a velocidade mais baixa que sob escoamento turbulento e usualmente de maneira muito mais abrupta a medida que a velocidade aumenta. Scanlan (1987) comentou que quando modelos tridimensionais completos de pontes são testados sob um escoamento que simule a turbulência natural, sua resposta é aleatória, exibindo um gradual aumento da raiz quadrada do valor quadrático médio da amplitude com a velocidade do vento e pouca ou nenhuma semelhança com o abrupto início da instabilidade que ocorre quando o escoamento é suave. A instabilidade, quando finalmente se torna evidente, invariavelmente tem início a valores mais altos da velocidade média do vento que no caso suave. Isso geralmente indica que a presença da turbulência natural é em geral favorável a estabilidade de pontes sob o vento. Esse quadro relativamente simples é complicado, entretanto, por duas observações adicionais: a) alguns coeficientes aerodinâmicos do modelo de seção transversal tem manifestado menor tendência a

estabilidade quando sob escoamento turbulento (Huston, 1987); b) ventos naturais fortes tendo intensidade de turbulência muito baixa tem ocorrido na posição de tabuleiro de pontes existentes. Isso sugere que os estudos associados ao modelo precisam ser realizados sob escoamento suave e turbulento a fim de cobrir toda faixa de probabilidades.

Segundo Lin (1979), se a turbulência está presente no escoamento, a velocidade do vento torna-se uma função aleatória do tempo. Assim, os esforços aerodinâmicos aparecem nas equações de equilíbrio como coeficientes aleatórios das incógnitas, no domínio de tempo. Equações com coeficientes variáveis são fundamentalmente diferentes daquelas com coeficientes constantes. Nesse caso os efeitos estocásticos dos coeficientes podem alterar a natureza da estabilidade e deslocar a velocidade crítica para valores mais elevados. Trabalhando no domínio da frequência Scanlan e Jones (1990b) consideraram os coeficientes aerodinâmicos variando aleatoriamente, com características espectrais ditadas pelas frequências das rajadas do vento e não unicamente por aqueles valores das frequências reduzidas K associados com as frequências estruturais. Assim, por exemplo, um valor de $H_1^*(K_1)$ medido em um experimento sob escoamento suave terá um único valor ditado pela frequência estrutural ω_1 , enquanto H_1^* precisa ser representado por um espectro se testado na mesma frequência reduzida K_1 sob a condição de escoamento turbulento.

A turbulência pode modificar significativamente as características do drapejamento de estruturas rombudas sujeitas a altas velocidades do vento, conforme Ito e Nakamura (1982). O efeito da turbulência no galope a altas velocidades é compreensível com base na teoria aerodinâmica quase-estática. Isto é, a turbulência provoca um recolamento antecipado do escoamento junto ao corpo, transformando o galope severo em suave e tornando mais fraco o galope suave ou eventualmente suprimindo-o (Novak e Davenport, 1970; Nakamura e Tomonari, 1977). Um experimento realizado por Nakamura e Yoshimura (1982) sugere que o efeito da turbulência que ocorre no drapejamento à torção a altas velocidades do vento é similar àquele que ocorre no galope.

3.2.3. Excitação por vórtices.

A excitação por vórtices de uma estrutura rombuda pode ocorrer em uma estreita faixa da velocidade do vento cujo valor central corresponde à frequência de desprendimento de vórtices que coincide com uma das frequências naturais da estrutura. A medida que a velocidade do escoamento é aumentada ou diminuída, a frequência de desprendimento de vórtices se modifica de acordo com o número de Strouhal, $f = SV/b$, até que para valores próximos de uma das frequências naturais ocorre o fenômeno da sincronização (lock-in na literatura inglesa). Nesse

caso o desprendimento de vórtices e a oscilação da estrutura passam a ocorrer na mesma frequência. Assim, o movimento ressonante da esteira introduz energia na estrutura possibilitando o desenvolvimento de vibrações com grandes amplitudes. A excitação por vórtices pode ocorrer em vibrações transversais ou à torção, exemplos típicos das quais foram apresentados por Blevins (1977). Vibrações paralela ao escoamento podem ocorrer se a frequência da estrutura nessa direção for aproximadamente igual a duas vezes a frequência de desprendimento de vórtices. É um fenômeno relativamente fraco e raramente sério em um escoamento de ar, embora possa ser sério se o fluido for a água (King e Prosser, 1973).

Seria desejável determinar analiticamente a amplitude de vibração induzida por vórtices a partir da distribuição de pressões que atuam sobre a superfície do cilindro, as quais foram obtidas da análise do campo de escoamento. Teoricamente, resolveriam-se as equações de Navier-Stokes considerando a vibração do cilindro, a separação do escoamento e a formação de vórtices emergiriam naturalmente da solução, e os esforços atuantes sobre a sua superfície forneceriam a função do carregamento para o movimento acoplado. Não obstante o desenvolvimento dos métodos numéricos e dos computadores digitais, apenas algumas soluções numéricas foram calculadas para o campo de escoamento em torno de um cilindro. Essas soluções são limitadas a cilindros estacionários e para valores baixos do número de Reynolds, onde o escoamento é suave, ou para soluções onde a viscosidade foi desprezada. Uma análise geral considerando o campo de escoamento e o movimento do cilindro ainda não é exequível para a grande maioria dos casos práticos. Assim, vários modelos matemáticos foram desenvolvidos para descrever a interação fluido-estrutura. Embora esses modelos não resolvam a equação de Navier-Stokes, há neles a incorporação de muitos efeitos dinâmicos que tem sido experimentalmente observados.

Entre os modelos não-lineares destacam-se os "osciladores de fluido" apresentados por Iwan e Blevins (1974) e por Hatlen e Currie (1970). No primeiro deles o movimento transversal do fluido na esteira é dado através da equação de um oscilador não-linear em função de uma variável "oculta" do fluido, ou seja:

$$\ddot{w} + a_1 \dot{v} + a_2 \dot{w} + a_3 \dot{v} + a_4 w = a_5 \dot{w}^3 \quad (3.2.24)$$

onde v é o deslocamento transversal do cilindro e w a variável "oculta" do fluido e \dot{w} é a média ponderada da componente transversal do escoamento dentro de um volume de controle - \dot{w} dá uma medida da magnitude da oscilação transversal do fluido na esteira. A equação de equilíbrio do cilindro é dada por:

$$\ddot{v} + 2\xi_v \omega_v \dot{v} + \omega_v^2 v = a_6 \ddot{w} + a_7 \dot{w} \quad (3.2.25)$$

onde ξ_v é a razão de amortecimento efetivo, ω_v é a frequência natural de vibração do cilindro e a_1, a_2, \dots, a_7 são constantes a serem determinadas experimentalmente. Iwan e Blevins (1974) determinaram a amplitude da vibração de um cilindro, de seção transversal circular, resolvendo essas duas equações.

No modelo de Hartlen e Currie (1970) a equação de movimento do cilindro é dada por:

$$\ddot{v} + 2\xi_v \omega_v \dot{v} + \omega_v^2 v = \frac{\rho V_0^2 b}{2m} C_y \quad (3.2.26)$$

onde C_y é o coeficiente de sustentação dependente do tempo. O coeficiente C_y deverá satisfazer a seguinte equação de um oscilador não-linear:

$$\ddot{C}_y + a_1 \dot{C}_y + a_2 C_y^3 + a_3 C_y = a_4 \dot{v} \quad (3.2.27)$$

onde a_1, a_2, \dots, a_4 são constantes a serem determinadas experimentalmente.

Modelos lineares podem ser utilizados quando o objeto principal da análise é determinar a amplitude máxima da estrutura devida ao desprendimento de vórtices. Nesse caso, o problema freqüente é decidir como extrapolar as amplitudes máximas observadas em um modelo reduzido da estrutura para o protótipo. Scanlan (1975) apresentou o seguinte modelo linear:

$$m [\ddot{v} + 2\xi_v \omega_v \dot{v} + \omega_v^2 v] = \frac{1}{2} \rho V_0^2 (2d) [KH_0^* \frac{\dot{v}}{V_0} + C_y \text{sen} \omega_s t] \quad (3.2.28)$$

onde H_0^* é o coeficiente aerodinâmico adimensional de amortecimento e $C_y \text{sen} \omega_s t$ a função periódica da força transversal que atua no modelo, sendo $f_s = \omega_s / 2\pi$ a sua frequência, que satisfaz a relação de Strouhal $S = f_s d / V_0$. O problema, então resulta simplesmente em determinar os coeficientes H_0^* e C_y de modo consistente com as observações experimentais.

Considerando $v = d\phi\eta$ (sendo $\phi=1$ nesse caso) e $\tau = V_0 t / d$ a Eq.(3.2.28) pode ser colocada na seguinte forma:

$$\ddot{\eta} + 2\xi_{\eta}K_{\eta}\dot{\eta} + K_{\eta}^2\eta = \frac{\rho d^2}{m} [KH_0^*(K)\dot{\eta} + C_y \text{sen}K_s\tau] \quad (3.2.29)$$

onde as derivadas são calculadas agora com relação ao tempo transformado τ , sendo $K = d\omega_s/V_0$ e $K_s = d\omega_s/V_0 = 2\pi S$.

Fazendo:

$$\gamma = \xi_{\eta} - \frac{\rho d^2}{m} \frac{K}{K_{\eta}} H_0^*(K) \quad (3.2.30)$$

a Eq.(3.2.29) resulta em:

$$\ddot{\eta} + 2\gamma K_{\eta}\dot{\eta} + K_{\eta}^2\eta = \frac{\rho d^2 C_y}{m} \text{sen}K_s\tau \quad (3.2.31)$$

Diversas condições experimentais podem ser verificadas no ensaio do modelo no túnel de vento, sendo que uma delas é de grande importância aqui. Essa condição é obtida quando ocorre o fenômeno da sincronização no sistema, isto é, para um determinado valor da velocidade do escoamento, suposto laminar, a frequência da força transversal ω_s , obtida através da relação de Strouhal, praticamente coincide com a frequência natural ω_{η} . Quando isso ocorre a estrutura oscila em regime permanente com amplitude máxima. Além disso, quando o modelo é solto, a partir do repouso, com amplitudes maiores que a amplitude da resposta ressonante, o movimento é amortecido até o sistema atingir novamente o regime estacionário. Scanlan (1975) baseado nessas observações propôs a seguinte resposta para o modelo linear:

$$\eta \approx [\eta_0 + \eta_1 e^{-\gamma K_{\eta}\tau}] \cos(K_s\tau) \quad (3.2.32)$$

onde $\eta_0 + \eta_1$ é a amplitude inicial, sendo o valor de η_0 em regime permanente dado por:

$$\eta_0 = \frac{\rho d^2 C_y}{2\gamma K_{\eta}^2 m} \quad (3.2.33)$$

Uma vez que o valor de γ pode ser obtido do experimento com resposta amortecida e

η_0 do movimento em regime permanente, os coeficientes $H_0^*(K_s)$ e C_y podem ser calculados através das Eqs.(3.2.30) e (3.2.33).

A fim de se estimar a resposta da estrutura, considere que $v = d \phi(x) \eta(t)$ e que $M = \int_{\text{vão}} m \phi^2(x) dx$. Desse modo a amplitude máxima ao longo do vão resulta:

$$V_{\max} = d \phi_{\max}(x) \eta_0 \frac{m}{M} \int_{\text{vão}} \phi(x) dx \quad (3.2.34)$$

onde a amplitude η_0 é calculada agora da Eq. (3.2.33), da mesma forma que γ da Eq.(3.2.30), utilizando os valores do protótipo. O cálculo obtido da Eq.(3.2.34) é bastante conservativo, uma vez que é admitido que o escoamento é uniforme ao longo de todo o vão da estrutura e que a sincronização se dá ao longo do vão com 100% de coerência.

3.3. Considerações de projeto.

3.3.1. Normas de projeto

A maioria das normas de projetos para pontes fazem apenas recomendações gerais quanto a estabilidade aerodinâmica. No máximo esses códigos fornecem os valores dos coeficientes aerodinâmicos de arrasto e sustentação para algumas seções transversais típicas, bem como os valores dos correspondentes números de Strouhal. As recomendações de cargas de projeto para pontes, propostas pelo "Committee on Loads and Forces on Bridges" (1981) da ASCE, apresentam as cargas estáticas de arrasto para vigas de seção caixão ou pontes de vigas treliçadas. O número de Strouhal é, também, fornecido para algumas seções transversais de elementos estruturais, juntamente com a velocidade crítica do vento, para a qual ocorre a ressonância devido ao desprendimento de vórtices. No entanto, quanto à estabilidade da estrutura esse código sugere que o estudo deva ser realizado no túnel de vento.

Regras de projeto mais detalhadas para a aerodinâmica de pontes foram propostas na Grã-Bretanha pela "British Standards Institutions" (1981). Essas recomendações basearam-se em uma série de ensaios realizados no túnel de vento com modelos de pontes de seções transversais típicas. Pontes rodoviárias ou ferroviárias submetidas a carregamentos padrões e com vãos inferiores a 50m, são consideradas adequadas com respeito a todas as formas de excitação aerodinâmica. Para pontes com vãos menores que 200m a norma britânica apresenta fórmulas para calcular as velocidades críticas para várias instabilidades aerodinâmicas. Se a velocidade crítica de galope e/ou drapejamento for maior que 1,3 vezes a velocidade de projeto, a estabilidade estará assegurada. Caso contrário, deverá ser demonstrado através de ensaios no túnel

de vento que a velocidade crítica é maior que 1,3 vezes a velocidade de projeto. No caso de excitação por vórtices a estabilidade estará assegurada se a velocidade crítica for maior que a velocidade de projeto. Caso essa condição não seja satisfeita são apresentadas expressões para o cálculo das amplitudes máximas de vibração à flexão e à torção. Esses valores deverão ser considerados na estimativa do dano acumulativo por fadiga. A estabilidade de qualquer ponte com vão maior que 200m deverá ser verificada através de ensaios do modelo da ponte no túnel de vento.

Recentemente, no Japão, foi proposto um manual para o projeto de pontes de auto-estradas levando em conta os efeitos aerodinâmicos do vento. Alguns tópicos do manual foram apresentados e discutidos por Yokoyama e Sato (1990). Para pontes com pequenos vãos, o limite sendo prescrito pelo manual, não é necessário nenhum estudo sobre as vibrações induzidas pelo vento. Para pontes de vão maiores a análise das vibrações será feita através de expressões fornecidas pelo manual. Essas fórmulas foram estabelecidas considerando os resultados obtidos através de ensaios, realizados no passado, com modelos reduzidos de pontes no túnel de vento.

Assim, as vibrações induzidas pelo vento são previstas em função da ponte e de alguns de seus parâmetros, como por exemplo: o comprimento do vão principal, a largura e a altura do tabuleiro e a velocidade de projeto do vento. Uma vez estabelecidos os tipos de vibrações induzidas pelo vento a serem estudadas, determinam-se, através das expressões apresentadas no manual, as velocidades críticas para cada tipo de fenômeno.

Caso a velocidade crítica de galope e/ou drapejamento seja maior que a velocidade de referência do vento, calculada em função da velocidade de projeto, a estabilidade da estrutura estará assegurada. No caso da excitação por vórtices, procedimento semelhante ao apresentado pela norma britânica deverá ser cumprido.

Visto que as fórmulas são estabelecidas em função de um número reduzido de parâmetros, a análise realizada através delas é bastante conservadora. Desse modo, se determinada condição de estabilidade não for cumprida, não significa necessariamente que a ponte seja instável. Nesse caso o engenheiro poderá modificar o projeto ou poderá analisar o comportamento da estrutura por meio de ensaios no túnel de vento.

Devido à grande variedade de formas das seções transversais de pontes e às limitações das normas de projeto, os experimentos realizados no túnel de vento continuam sendo ferramentas de grande importância no projeto.

3.3.2. Métodos de assegurar a estabilidade aerodinâmica

O projeto de uma ponte ou de uma estrutura qualquer é considerado satisfatório com

relação às excitações provocadas pelo vento, caso as velocidades críticas, nas quais as instabilidades aerodinâmicas ocorrem, estiverem bem acima dos valores de projeto, ou se as amplitudes das vibrações forem pequenas de modo a não causar nenhum dano estrutural ou funcional. De outro modo, alguns artifícios deverão ser introduzidos no projeto com o intuito de diminuir ou suprimir fenômenos indesejáveis. Esses artifícios de acordo com a sua natureza podem ser classificados em dispositivos mecânicos ou aerodinâmicos. Uma das medidas, considerada mecânica, para suprimir ou evitar a ocorrência de galope ou vibrações induzidas por vórtices é aumentar a rigidez da estrutura (Parkinson, 1971). Isso faz com que a frequência natural da estrutura seja deslocada para cima, havendo a possibilidade da velocidade crítica ficar acima da faixa de velocidades prováveis de ocorrer durante a vida útil da estrutura. No caso de vibrações induzidas por vórtices, $V/fb = 1/S$. Assim, em alguns casos é possível elevar a velocidade crítica acima da velocidade de projeto. Mesmo que isso não seja possível, a amplitude da vibração será reduzida com o aumento da rigidez conforme pode ser observado da Eq.(3.2.33).

O aumento da rigidez à torção é muito eficiente para elevar a velocidade crítica de drapejamento de pontes, principalmente as que apresentam tabuleiros com seção transversal não aerodinâmica. Nesse caso, veja Eq.(3.2.23), a instabilidade ocorrerá a um valor maior do coeficiente A_2^* e portanto a uma velocidade do vento mais elevada.

Outra maneira de diminuir as amplitudes da vibrações e aumentar as velocidades críticas do vento é aumentando a massa e/ou o amortecimento estrutural. No entanto, o aumento da massa acarretará a diminuição da frequência natural do sistema e a utilização desse dispositivo depende da localização e distribuição da massa adicional. Examinando a Eq.(3.2.33) verifica-se que a medida que o amortecimento aumenta a amplitude da oscilação induzida por vórtices diminui. No caso de drapejamento pode também ser observado, da Eq.(3.2.23), que a velocidade crítica do vento aumenta com o amortecimento. O aumento do amortecimento pode ser obtido permitindo o atrito entre os elementos estruturais, usando materiais compostos, como o concreto, nas juntas ao invés de solda. A incorporação na estrutura de materiais com amortecimento interno alto, como a madeira, borracha e areia, é também utilizada. O acréscimo de amortecimento pode ainda ser conseguido através de amortecedores de impacto e hidráulicos e de absorvedores dinâmicos ("tuned mass damper"). Aschrafi e Hirsch (1983) apresentam uma revisão desses métodos.

Os absorvedores dinâmicos são dispositivos de vibração secundários, fixos na estrutura, utilizados para reduzir as oscilações induzidas, nesta, por vórtices, tendo sua frequência de vibração ajustada à frequência natural do sistema. Quando o absorvedor é solicitado pelas oscilações da estrutura ele entra em ressonância introduzindo, na mesma, forças de inércia em sentido oposto ao do movimento e com isso reduzindo as amplitudes das vibrações. A teoria dos

absorvedores dinâmicos foi discutida por Den Hartog (1956) e por Snowdon (1968).

Por outro lado, tem-se também desenvolvido dispositivos de controle ativos que aplicam forças mecânicas na estrutura em oposição às forças aerodinâmicas. Sistemas de controle ativos usando mecanismos hidráulicos foram apresentados por Yang e Giannopoulos (1979) e por Meirovitch e Ghosh (1987).

Outra maneira de garantir a estabilidade de uma estrutura submetida ao vento é tornar a forma de sua seção transversal aerodinâmica. A forma e o tamanho da seção transversal em geral são determinadas de acordo com as necessidades estruturais e funcionais ou com base em experiências passadas, segundo Ito e Nakamura (1982). No entanto, o uso de uma seção transversal aerodinamicamente estável em uma ponte suspensa, por exemplo, resulta em um projeto mais econômico. O uso de seções transversais muito rombudas em pontes deve ser evitado a menos que o seu vão seja pequeno.

Uma outra medida aerodinâmica para se conseguir um projeto com resistência ao vento é o uso de seções com aberturas, como as seções treliçadas. O uso de seções com aberturas diminui bastante as amplitudes de vibrações induzidas por vórtices em pontes. Wardlaw e Ponder (1970), estudaram o comportamento da ponte estaiada "The Longs Creeck Bridges", através de ensaios de modelos seccionais no túnel de vento. A amplitude de vibração obtida com um modelo com cerca de 20% a 30% de perfuração na viga principal foi drasticamente reduzida em relação ao modelo original.

No caso de não ser possível fazer mudanças substanciais na forma básica da seção transversal por razões de projeto, alguns dispositivos aerodinâmicos devem ser incorporados à estrutura. Esses dispositivos foram desenvolvidos principalmente para suprimir a resposta de estruturas excitadas pelo desprendimento de vórtices. No caso de chaminés pode-se citar o uso de fiadas de chapas helicoidais ao longo de sua parte superior. O objetivo dessas chapas é coibir a formação de vórtices regulares e com isso reduzir a força de excitação. Há várias maneiras de se inibir a formação de vórtices e uma revisão desses meios foi apresentada por Zdravkovich (1981).

Alguns dispositivos aerodinâmicos usados em seções transversais de pontes estaiadas ou suspensas foram indicados por Ito e Nakamura (1982) e são reproduzidos na Fig.3.3.1. A solução definitiva apresentada por Wardlaw e Ponder (1970) para resolver o problema das oscilações induzidas por vórtices, no estudo citado acima, foi a utilização de um dispositivo aerodinâmico semelhante ao da Fig.3.3.1.a. Bienkiewicz (1987) partiu de uma seção transversal que apresentava instabilidade à torção e oscilações verticais elevadas devidas à excitação por vórtices. O estudo do modelo seccional no túnel de vento, após a introdução de dispositivos aerodinâmicos como o da Fig.3.3.1.b, mostrou que foi majorada a velocidade crítica de drapejamento à torção

e reduzida a amplitude das oscilações verticais.

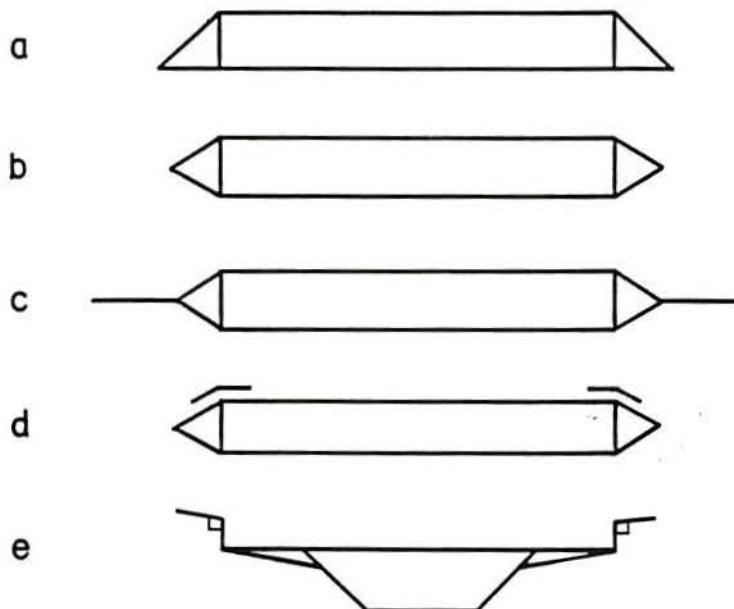


Fig.3.3.1. Estabilizadores para tabuleiros de pontes: (a,b) com bordo suavizador, (c) com bordo suavizador mais placa divisória, (d,e) flape.

3.4. Testes aerodinâmicos no túnel de vento.

As forças induzidas pelo vento em estruturas dependem das características do escoamento de vento, da geometria e das propriedades mecânicas da estrutura e em certos casos da forma e da textura da superfície externa. Atualmente, devido a uma melhor compreensão dos efeitos do vento sobre as edificações e o desenvolvimento de procedimentos analíticos mais aperfeiçoados, o projetista pode estimar com confiança certos tipos de cargas do vento e a resposta estrutural associada.

Entretanto, na grande maioria das situações encontradas na engenharia é muito difícil, se não impossível, descrever analiticamente os fenômenos devidos ao carregamento do vento. Isso porque se desconhecem as propriedades aerodinâmicas da estrutura envolvida e/ou o escoamento apresenta perturbações locais significativas devidas, por exemplo, à presença de obstáculos à barlavento. Assim, experimentos no túnel de vento ainda são indispensáveis ferramentas de análise, principalmente na avaliação da estabilidade aerodinâmica de pontes suspensas, cujas seções transversais apresentam grande variedade e complexidade.

Estados da arte sobre as técnicas de experimentos aerolásticos com modelos foram desenvolvidos por diversos autores, entre eles Cermak (1977, 1987), Simiu e Scanlan (1978), e serão brevemente discutidas a seguir.

3.4.1. Semelhança.

Para se obter a correspondência entre o comportamento do modelo e do protótipo, na modelagem dos efeitos dinâmicos introduzidos pelo vento, é necessário que sejam satisfeitas certas condições para a semelhança geométrica e mecânica.

A semelhança geométrica é satisfeita quando há igualdade entre a forma e as proporções do modelo e do protótipo. A geometria é o parâmetro mais importante na determinação da força do fluido sobre a estrutura.

A semelhança mecânica é obtida quando há igualdade dos seguintes parâmetros adimensionais entre o modelo e o protótipo:

a) elasticidade. É a razão entre a força elástica da estrutura e a força de inércia do ar.

$$\frac{E}{\rho V^2}$$

onde E é o módulo de deformação longitudinal do material;

b) inércia. É a razão entre a força de inércia da estrutura e do ar.

$$\frac{\rho_e}{\rho}$$

onde ρ_e é a massa específica da estrutura;

c) gravitacional (número de Froude). É a razão entre a força de inércia do ar e as forças gravitacionais.

$$\frac{V^2}{gd}$$

d) viscosidade (número de Reynolds). É a razão entre a força de inércia e as forças devidas a viscosidade do ar.

$$\frac{Vd}{\nu}$$

onde ν é a viscosidade cinemática do ar;

e) amortecimento estrutural. É a razão entre a energia dissipada por ciclo e a energia total da oscilação.

$$\xi$$

De maneira geral é impossível satisfazer simultaneamente a todas essas exigências. A

escala da velocidade do vento retirada, por exemplo, do parâmetro de semelhança gravitacional viola o parâmetro da viscosidade para um modelo reduzido ensaiado em um túnel de vento. O requisito da semelhança do número de Reynolds em geral pode ser relaxado em estruturas que apresentem cantos vivos. Entretanto, segundo Scanlan (1975), poderá ocorrer na seção transversal a separação do escoamento com pontos de recolamento dependendo do número de Reynolds, sendo que esse efeito pode se tornar ainda mais sério se a escala do modelo for menor que 1/200. Assim, modelos com escala muito reduzida, principalmente aqueles que apresentam muitos detalhes estruturais, correm um risco muito maior de imprecisão que os modelos com escala moderada, embora ambos representem a mesma estrutura com cantos vivos.

A igualdade do amortecimento estrutural entre o modelo e o protótipo deve ser cumprida, principalmente quando a resposta dinâmica é acentuada. O ajuste desse parâmetro pode ser conseguido em um ensaio do modelo seccional da estrutura mas não necessariamente com um modelo completo.

O requisito de semelhança dado pelo número de Froude precisa ser satisfeito em ensaios com modelos de pontes suspensas no caso em que o comportamento da ponte seja afetado pelas forças gravitacionais. No entanto, essa exigência não necessita ser cumprida na simulação de vibrações induzidas pelo vento em edifício altos.

A exigência de semelhança dada pelo parâmetro de inércia, apresentado acima, é algumas vezes substituído pelo parâmetro $m/\rho d^2$ ou $I/\rho d^4$. Além disso, os parâmetros de elasticidade e de inércia poderão ser substituídos pela velocidade reduzida do vento.

A maioria dos experimentos sobre instabilidade aerodinâmica de estruturas tem sido conduzidas no túnel de vento sob regime de escoamento uniforme e com baixa turbulência. Em geral, como já foi discutido neste capítulo, os ensaios realizados sob escoamento suave apresentam estimativas conservadoras com relação a estabilidade aerodinâmica da estrutura submetida ao vento. Apesar disso, em alguns casos é importante, senão imprescindível, que a investigação no túnel de vento leve em conta as características do vento natural, das quais as mais importantes são: a) o perfil de velocidades médias do vento; b) as propriedades estatísticas das flutuações das componentes da velocidade do vento, como a intensidade e as escalas atmosféricas da turbulência e a densidade espectral. A simulação do vento natural pode ser conseguida de várias maneiras, dependendo das características do túnel utilizado. Desse modo, os túneis de vento podem ser divididos em três categorias básicas:

- a) túneis com relação 'comprimento/altura' da câmara de ensaios em torno de 10, nos quais o perfil do vento se desenvolve naturalmente sobre painéis rugosos colocados sobre o assoalho;
- b) túneis com dispositivos passivos, nos quais o perfil do vento é gerado por grelhas, telas ou elementos triangulares, cheios ou vasados, de lados retos ou curvos, colocados a barlavento do

modelo, em geral no início da câmara de ensaios. Em alguns casos consegue-se reproduções melhores de características do vento combinando um dos dispositivos indicados acima com blocos espalhados ao longo do piso;

c) túneis com dispositivos ativos, tais como jatos de ar. Nesse caso é possível, dentro de certos limites, variar independentemente a velocidade média do perfil e a turbulência do escoamento.

Descrições mais detalhadas de dispositivos empregados na simulação do vento natural, podem ser encontradas em Simiu e Scanlan (1978) e Blessmann (1972, 1983).

3.4.2. Modelos aerolásticos de pontes.

Três tipos de ensaios tem sido utilizados em túneis de vento para obter informações sobre o comportamento aerodinâmico de pontes suspensas, conhecidos como ensaios do modelo completo, do modelo seccional e modelo dos segmentos tensionados. Cada um desses procedimentos apresentam vantagens e desvantagens, sendo que a sua escolha deve ser feita de acordo com o objetivo do experimento. Do mesmo modo, as exigências das condições de semelhança são diferentes de acordo com o modelo utilizado e com a natureza do ensaio. No caso de um ensaio aerolástico do modelo completo, todos os requisitos de semelhança deveriam ser satisfeitos, ao passo que no experimento estático de um modelo rígido apenas a semelhança geométrica e a exigência do parâmetro de viscosidade necessitam ser cumpridas.

Modelo da ponte Completa (model of the full bridge). Além de ser geometricamente similar à ponte completa, tais modelos precisam satisfazer as exigências de semelhança dadas pelos parâmetros de inércia, velocidade reduzida ou frequência reduzida, amortecimento estrutural e formas dos modos de vibração. Assim, a construção de modelos completos é esmerada e seu custo relativamente alto. Com esse tipo de modelo os efeitos tridimensionais das rajadas podem ser observados e os efeitos do vento nos vários estágios da construção da ponte podem ser estudados.

As escalas usuais desses modelos estão na faixa $\lambda_L = 1/100$ a $1/500$ e a escala da velocidade do vento em geral é da ordem $\sqrt{\lambda_L}$. Os ensaios com modelos completos são importantes nos casos em que as características do vento natural variem ao longo do eixo da ponte, devido a um acidente geográfico situado a barlavento, ou quando as propriedades aerodinâmicas do tabuleiro da ponte variem ao longo do seu eixo. Maiores detalhes sobre experimentos com modelos completos podem ser vistos em Davenport, *et al* (1970), Irwin e Schuyler (1977) e Davenport e King (1990).

Modelo Seccional (Section model). Esse modelo consiste de uma porção rígida da seção transversal do tabuleiro, construída em escala e apoiada pelos extremos em molas que permitem

o movimento vertical e o de torção. Placas terminais de tamanho apropriado são presas ao modelo de modo que a condição de escoamento bidimensional seja assegurada em todo o seu comprimento.

Modelos seccionais são baratos e podem ser construídos em escalas que variam de 1/50 a 1/25 de modo que as discrepâncias entre o número de Reynolds do protótipo e do modelo são menores que no caso do modelo completo. A avaliação inicial da estabilidade aerodinâmica de uma determinada forma de tabuleiro pode ser feita de maneira rápida e eficaz através deste procedimento. Esses modelos possuem ainda a importante vantagem de permitir a determinação dos coeficientes aerodinâmicos do tabuleiro da ponte, através dos quais os estudos analíticos podem ser realizados. Os ensaios podem ser realizados sob escoamento suave ou turbulento, embora não seja possível reproduzir todas as propriedades do vento natural neste tipo de modelo. Outra falha que pode ser apontada é a sua impossibilidade de simular efeitos tridimensionais. Não obstante as dificuldades apontadas, os experimentos no túnel de vento tem sido conduzidos, na sua grande maioria, com esse tipo de modelo. Veja por exemplo Scanlan e Tomko (1971), Irwin e Wardlaw (1976), Scanlan e Lin (1978), Hjorth-Hansen e Hilmarsen (1985).

Modelo dos segmentos tensionados (Taut-Strip model). Esse modelo consiste de segmentos da seção transversal do tabuleiro construído em escala, cuja distribuição de massa e de inércia cumprem as condições de semelhança, suspensos sobre um par de fios de arame tensionados que correm ao longo da altura do centro de corte da seção. O tabuleiro vibra então como cordas tensionadas principalmente nos modos fundamentais. Ajustando a tensão e o espaçamento entre os arames obtem-se a relação correta entre as frequências dos modos fundamentais de flexão e torção. O modelo responde, então, a um escoamento de vento do túnel de maneira similar ao vão central de uma ponte suspensa.

Esse modelo possibilita a observação, no túnel de vento, de muitos efeitos da turbulência na excitação induzida por vórtices e no drapejamento. Maiores detalhes sobre esse tipo de modelo podem ser encontrados em Davenport e Tanaka (1974) e Davenport (1974).

Entre os modelos seccionais poderia se acrescentar no futuro a técnica, proposta no capítulo 5, do modelo quase-estático de um grau de liberdade.

4. FORÇAS AERODINÂMICAS EM ESTRUTURAS PRISMÁTICAS SOB ESCOAMENTO BIDIMENSIONAL

4.1. Considerações básicas: ações sobre estruturas prismáticas estacionárias.

Seja um cilindro ou um corpo prismático imerso em um escoamento com velocidade uniforme V_0 , no campo livre, orientado na direção normal ao eixo de corte do corpo. A fim de que as equações finais sejam aplicáveis à vigas de paredes finas, seção aberta ou de múltiplas células, o centro de corte ou de flexão é adotado como a origem do sistema de coordenadas. Se o corpo possui dois planos de simetria, o centro de corte coincide com o baricentro. O eixo Ox do sistema de coordenadas retangulares é considerado horizontal, enquanto que o eixo Oz coincide com o eixo de corte do corpo.

Admite-se ainda que, na vizinhança de um plano de interesse $z = \text{constante}$, o escoamento seja bidimensional. Em geral, exceto para velocidades muito baixas do escoamento, as pressões resultantes do fluido serão flutuantes com o tempo t . Consequentemente, as forças por unidade de comprimento do cilindro nas direções x e y , assim como o momento de torção podem ser representados, sob condições absolutamente gerais, como processos estocásticos estacionários com valores médios dados por:

$$F_x = \frac{1}{2} \rho V_0^2 b C_x (\alpha) \quad (4.1.1)$$

$$F_y = \frac{1}{2} \rho V_0^2 b C_y (\alpha) \quad (4.1.2)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho V_0^2 b^2 C_M (\alpha) \quad (4.1.3)$$

nas quais ρ é a massa específica do fluido, b é uma dimensão característica da seção transversal, usualmente igual a projeção do corpo sobre o eixo Oy , enquanto C_x , C_y e C_M são coeficientes adimensionais que dependem da forma da seção transversal e do ângulo α de incidência do escoamento. Os coeficientes adimensionais dependem também das características da turbulência do escoamento e podem ainda variar com o número de Reynolds Re . Os valores de C_x , C_y e C_M

obtidos alternadamente sob a incidência de escoamentos suave e turbulento, em geral, serão diferentes. A Fig.4.1.1 apresenta a notação básica e o sistema de coordenadas.

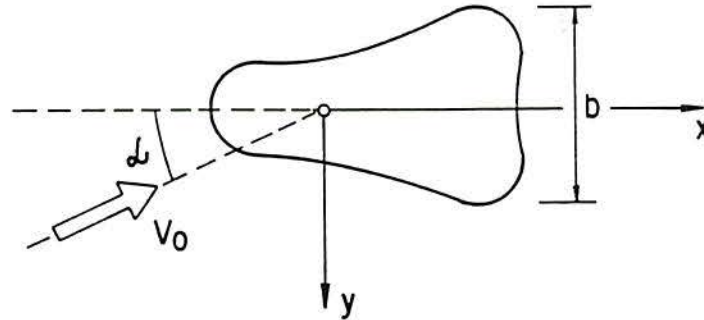


Fig.4.1.1. Notação e sistema de coordenadas.

Os coeficientes C_x , C_y e C_M podem ser determinados através de ensaios estáticos em túnel de vento, em condições nas quais os parâmetros V_0 e α são mantidos constantes. Tem sido verificado, entretanto, que as Eqs.(4.1.1-3) são aplicáveis também a problemas em que tanto V_0 como α sejam funções de baixa frequência do tempo. As teorias baseadas nessa hipótese denominam-se quase-estáticas e têm sido extensivamente empregadas no estudo de vibrações induzidas por galope em estruturas leves e flexíveis. Nos procedimentos quase-estáticos admite-se que as forças aerodinâmicas que atuam sobre um corpo em cada instante durante a vibração sejam idênticas às que atuariam no mesmo corpo, agora fixo, durante um ensaio estático realizado com a mesma velocidade do fluido e ângulo de ataque.

As Figs.4.1.2-4 apresentam exemplos da variação dos coeficientes aerodinâmicos de arrasto, C_a , de sustentação, C_s , e de momento, C_M , com α para algumas seções transversais de uso freqüente.

4.2 - Ações sobre estruturas flexíveis

Considere-se agora que a presença de um obstáculo, ou de um grupo de obstáculos, a barlavento, provoca uma alteração do escoamento, que passa a ser função das coordenadas (x,y) , preservando contudo as suas características bidimensionais. Então:

$$V_x = \phi_x V_0 \quad (4.2.1)$$

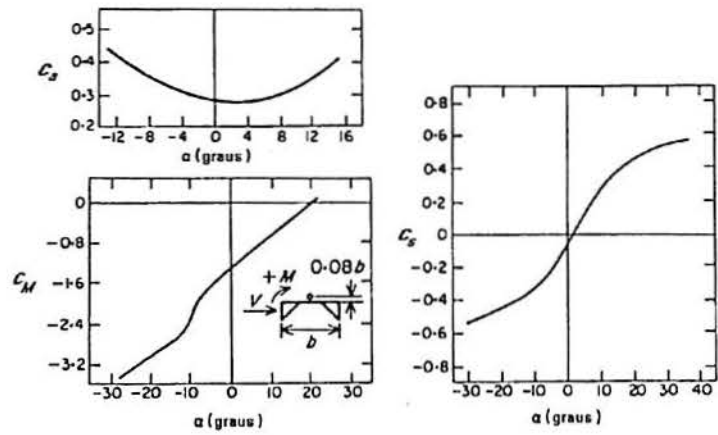


Fig.4.1.2. Coeficientes aerodinâmicos da atual ponte de Tacoma (Scanlan, 1978a).

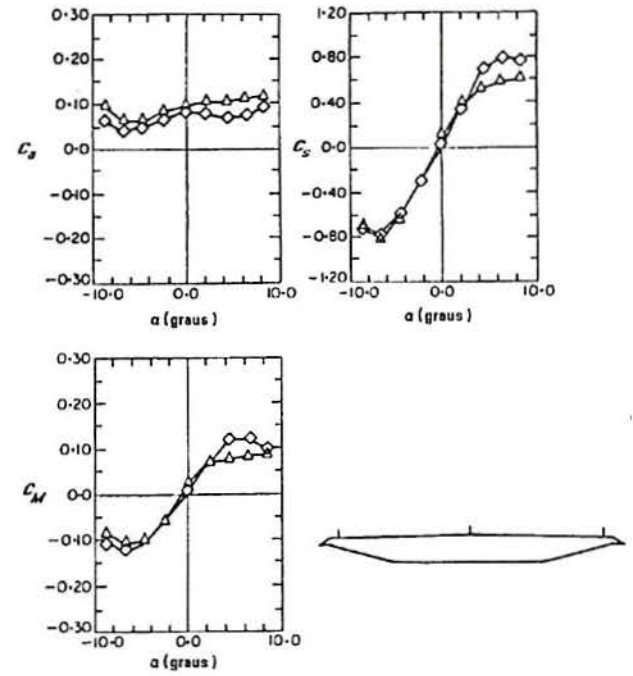


Fig.4.1.3. Coeficientes aerodinâmicos da nova ponte de Burrard Inlet (Scanlan, 1978a).

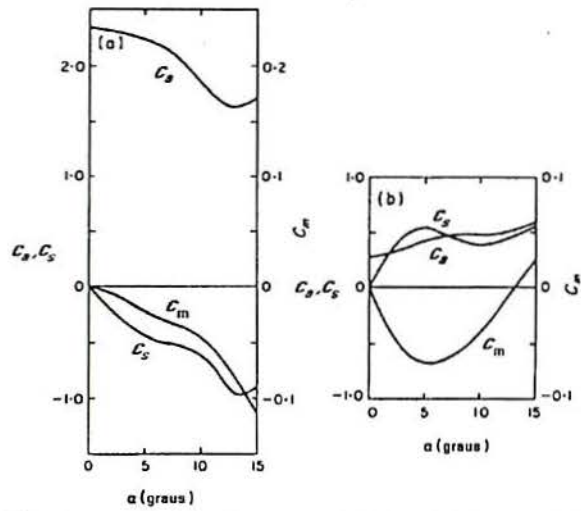


Fig.4.1.4. Coeficientes aerodinâmicos de barras prismáticas:
a) $b/d = 1$; b) $b/d = 4$ (Nakamura, 1979).

$$V_y = \phi_y V_o \quad (4.2.2)$$

Onde V_x e V_y são as componentes médias da velocidade nas direções coordenadas e ϕ_x , ϕ_y são funções suaves, contínuas e diferenciáveis, das variáveis x e y . Será admitido que as dimensões do corpo em consideração são pequenas em relação ao comprimento da escala das flutuações das funções $\phi_x(x,y)$ e $\phi_y(x,y)$.

Imagine-se também que o corpo colocado no escoamento é flexível, apresentando deslocamentos u e v nas direções coordenadas e giro θ em relação ao centro de corte. Deste modo, o módulo da velocidade do escoamento incidente, relativo ao corpo, será dado por:

$$V_r^2 = (V_x - \dot{u})^2 + (V_y - \dot{v})^2 \quad (4.2.3)$$

onde $\dot{u} = du/dt$ e $\dot{v} = dv/dt$. Substituindo as Eqs.(4.2.1-2) na Eq.(4.2.3) resulta:

$$V_r^2 = V_o^2(\phi_x^2 + \phi_y^2) - 2V_o(\phi_x \dot{u} + \phi_y \dot{v}) + \dot{u}^2 + \dot{v}^2 \quad (4.2.4)$$

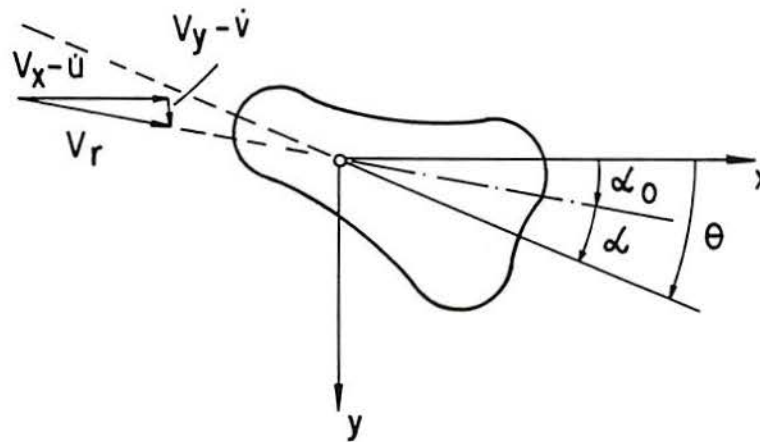


Fig.4.2.1. Notação e sistema de coordenadas.

Por outro lado, o ângulo de incidência da velocidade relativa, apresentado na Fig.4.2.1, é dado por:

$$\alpha = \theta - \alpha_o$$

$$\alpha = \theta - \tan^{-1} \frac{V_y - \dot{v}}{V_x - \dot{u}} \quad (4.2.5)$$

Na situação clássica em engenharia aeronáutica uma pequena perturbação de arfagem de uma aeronave, realizando um vôo retilíneo e uniforme, é função da variação do ângulo de ataque e da velocidade angular desta (Etkin, 1972). No caso de um corpo flexível, não aerodinâmico, sujeito a uma perturbação de torção é também possível aplicar o conceito precedente. Se além disso o corpo experimentar deslocamentos nas direções coordenadas e o escoamento segue as hipóteses apresentadas acima, os esforços aerodinâmicos resultantes podem ser expressos por equações da forma:

$$F_x = \frac{1}{2} \rho V_r^2 b C_x (\alpha, \theta) \quad (4.2.6)$$

$$F_y = \frac{1}{2} \rho V_r^2 b C_y (\alpha, \theta) \quad (4.2.7)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho V_r^2 b^2 C_M (\alpha, \theta) \quad (4.2.8)$$

nas quais V_r e α são definidas pelas Eqs. (4.2.3) e (4.2.5) respectivamente, enquanto C_x , C_y e C_M são os coeficientes aerodinâmicos. Note-se que esses coeficientes são agora funcionais de α e θ .

As Eqs.(4.2.6-8) são não lineares nas velocidades \dot{u} e \dot{v} . Tratar-se-a a seguir de linearizar as mesmas. Com esse objetivo admite-se que as perturbações experimentadas pelo corpo são pequenas. Deste modo, expandindo os coeficientes C_x , C_y e C_M em séries de potências ao redor de um ângulo de referência $\bar{\alpha}$, adequadamente escolhido, obtém-se:

$$\begin{aligned} C_x(\alpha, \theta) = & C_x(\bar{\alpha}, 0) + \frac{\partial C_x(\bar{\alpha}, 0)}{\partial \alpha} (\alpha - \bar{\alpha}) + \\ & + \frac{\partial C_x(\bar{\alpha}, 0)}{\partial \theta} \theta + (\text{termos de ordem superior}) \end{aligned} \quad (4.2.9)$$

$$C_y(\alpha, \theta) = C_y(\bar{\alpha}, 0) + \frac{\partial C_y(\bar{\alpha}, 0)}{\partial \alpha} (\alpha - \bar{\alpha}) + \\ + \frac{\partial C_y(\bar{\alpha}, 0)}{\partial \theta} \theta + (\text{termos de ordem superior}) \quad (4.2.10)$$

$$C_M(\alpha, \theta) = C_M(\bar{\alpha}, 0) + \frac{\partial C_M(\bar{\alpha}, 0)}{\partial \alpha} (\alpha - \bar{\alpha}) + \\ + \frac{\partial C_M(\bar{\alpha}, 0)}{\partial \theta} \theta + (\text{termos de ordem superior}) \quad (4.2.11)$$

onde só foram retidos os termos lineares das expansões. Admitindo-se agora que $V_y \ll V_x$, obtem-se a seguinte equação para o ângulo de incidência α :

$$\alpha \approx \theta - \left(\frac{V_y - \dot{v}}{V_x} \right) \left(1 + \frac{\dot{u}}{V_x} - \dots \right) \quad (4.2.12)$$

Substituindo as Eqs. (4.2.1-2) na expressão acima resulta:

$$\alpha = \theta - \frac{\phi_y}{\phi_x} - \frac{\phi_y \dot{u}}{\phi_x^2 V_0} + \frac{\dot{v}}{\phi_x V_0} + \frac{\dot{u} \dot{v}}{\phi_x^2 V_0^2} \quad (4.2.13)$$

Assim, α depende das coordenadas espaciais x e y , da rotação e velocidades do corpo. Expandindo essa função em séries de Taylor ao redor do ângulo $\bar{\alpha} = \alpha(\bar{P}_0)$ e desprezando os termos de ordem superior resulta:

$$\alpha = \alpha(x_o, y_o, \theta_o, \dot{u}_o, \dot{v}_o) + \frac{\partial \alpha}{\partial x} \Big|_{P_o} \Delta x + \frac{\partial \alpha}{\partial y} \Big|_{P_o} \Delta y + \\ + \frac{\partial \alpha}{\partial \theta} \Big|_{P_o} \Delta \theta + \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{u}} \Big|_{P_o} \Delta \dot{u} + \frac{\partial \alpha}{\partial \dot{v}} \Big|_{P_o} \Delta \dot{v} + (\text{termos de ordem superior})$$

Note que:

$$\Delta x = x - x_0 = u ; \Delta y = y - y_0 = v ; \Delta \theta = \theta - \theta_0 ; \Delta \dot{u} = \dot{u} - \dot{u}_0 ; \Delta \dot{v} = \dot{v} - \dot{v}_0 ,$$

enquanto $x_0 = y_0 = \theta_0 = \dot{u}_0 = \dot{v}_0 = 0$

Realizando as operações indicadas na equação anterior obtêm-se a seguinte expressão para α :

$$\alpha = \theta - \bar{\alpha}_0 - \frac{1}{\phi_x} \left\{ (\phi_{y,x} - \bar{\alpha}_0 \phi_{x,x}) u + (\phi_{y,y} - \bar{\alpha}_0 \phi_{x,y}) v + \frac{\bar{\alpha}_0 \dot{u}}{V_0} - \frac{\dot{v}}{V_0} \right\} \quad (4.2.14)$$

na qual $\bar{\alpha}_0 = \frac{\phi_y}{\phi_x}$ e $\phi_{y,x} = \frac{\partial \phi_y}{\partial x}$, etc.

Desenvolvendo agora a Eq. (4.2.4) em séries de Taylor ao redor da origem, ponto no qual $\alpha = \bar{\alpha}$, e desprezando os termos de ordem superior determina-se:

$$\begin{aligned} V_r^2 = V_0^2 \{ & (\phi_x^2 + \phi_y^2) + 2(\phi_x \phi_{x,x} + \phi_y \phi_{y,x}) u + \\ & + 2(\phi_x \phi_{x,y} + \phi_y \phi_{y,y}) v - 2\phi_x \frac{\dot{u}}{V_0} - 2\phi_y \frac{\dot{v}}{V_0} \} \quad (4.2.15) \end{aligned}$$

Finalmente, substituindo as Eqs. (4.2.15), (4.2.14) e (4.2.9-11) nas Eqs. (4.2.6-8) e fazendo $\bar{\alpha} = -\bar{\alpha}_0$ resulta:

$$\begin{aligned} F_x = \frac{1}{2} \rho b V_0^2 \{ & (\phi_x^2 + \phi_y^2) + 2(\phi_x \phi_{x,x} + \phi_y \phi_{y,x}) u + 2(\phi_x \phi_{x,y} + \phi_y \phi_{y,y}) v - \\ & - 2\phi_x \dot{u} / V_0 - 2\phi_y \dot{v} / V_0 \} \{ C_x + C_{x,\alpha} [\theta - \frac{1}{\phi_x} (\phi_{y,x} - \bar{\alpha}_0 \phi_{x,x}) u - \\ & - \frac{1}{\phi_x} (\phi_{y,y} - \bar{\alpha}_0 \phi_{x,y}) v - \frac{1}{\phi_x} \bar{\alpha}_0 \dot{u} / V_0 + \frac{1}{\phi_x} \dot{v} / V_0] + C_{x,\theta} \theta \} \quad (4.2.16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_y = & \frac{1}{2} \rho b V_o^2 \{ (\phi_x^2 + \phi_y^2) + 2 (\phi_x \phi_{x,x} + \phi_y \phi_{y,x}) u + 2 (\phi_x \phi_{x,y} + \phi_y \phi_{y,y}) v - \\
& - 2 \phi_x \dot{u} / V_o - 2 \phi_y \dot{v} / V_o \} \{ C_y + C_{y,\alpha} [\theta - \frac{1}{\phi_x} (\phi_{y,x} - \bar{\alpha}_o \phi_{x,x}) u - \\
& - \frac{1}{\phi_x} (\phi_{y,y} - \bar{\alpha}_o \phi_{x,y}) v - \frac{1}{\phi_x} \bar{\alpha}_o \dot{u} / V_o + \frac{1}{\phi_x} \dot{v} / V_o] + C_{y,\theta} \theta \} \quad (4.2.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
M = & \frac{1}{2} \rho b^2 V_o^2 \{ (\phi_x^2 + \phi_y^2) + 2 (\phi_x \phi_{x,x} + \phi_y \phi_{y,x}) u + 2 (\phi_x \phi_{x,y} + \phi_y \phi_{y,y}) v - \\
& - 2 \phi_x \dot{u} / V_o - 2 \phi_y \dot{v} / V_o \} \{ C_M + C_{M,\alpha} [\theta - \frac{1}{\phi_x} (\phi_{y,x} - \bar{\alpha}_o \phi_{x,x}) u - \\
& - \frac{1}{\phi_x} (\phi_{y,y} - \bar{\alpha}_o \phi_{x,y}) v - \frac{1}{\phi_x} \bar{\alpha}_o \dot{u} / V_o + \frac{1}{\phi_x} \dot{v} / V_o] + C_{M,\theta} \theta \} \quad (4.2.18)
\end{aligned}$$

Desenvolvendo as operações indicadas acima, reagrupando termos e desprezando os de ordem superior determina-se as seguintes equações linearizadas:

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \rho b V_o^2 \begin{Bmatrix} C_D \\ C_L \\ C_T \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \rho b V_o^2 \mathbf{A} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ \theta \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \rho b V_o^2 \mathbf{B} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (4.2.19)$$

na qual os coeficientes das matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} e os valores C_D, C_L e C_T são dados pelas seguintes expressões:

$$A_{11} = 2C_x (\phi_x \phi_{x,x} + \phi_y \phi_{y,x}) - \phi_x C_{x,\alpha} (1 + \bar{\alpha}_o^2) (\phi_{y,x} - \bar{\alpha}_o \phi_{x,x}) \quad (4.2.20)$$

$$A_{12} = 2C_x (\phi_x \phi_{x,y} + \phi_y \phi_{y,y}) - \phi_x C_{x,\alpha} (1 + \bar{\alpha}_o^2) (\phi_{y,y} - \bar{\alpha}_o \phi_{x,y}) \quad (4.2.21)$$

$$A_{13} = C_{x,\alpha} (\phi_x^2 + \phi_y^2) \quad (4.2.22)$$

$$A_{21} = 2C_y (\phi_x \phi_{x,x} + \phi_y \phi_{y,x}) - \phi_x C_{y,\alpha} (1 + \bar{\alpha}_o^2) (\phi_{y,x} - \bar{\alpha}_o \phi_{x,x}) \quad (4.2.23)$$

$$A_{22} = 2C_y (\phi_x \phi_{x,y} + \phi_y \phi_{y,y}) - \phi_x C_{y,\alpha} (1 + \bar{\alpha}_o^2) (\phi_{y,y} - \bar{\alpha}_o \phi_{x,y}) \quad (4.2.24)$$

$$A_{23} = C_{y,\alpha} (\phi_x^2 + \phi_y^2) \quad (4.2.25)$$

$$A_{31} = b [2C_M (\phi_x \phi_{x,x} + \phi_y \phi_{y,x}) - \phi_x C_{M,\alpha} (1 + \bar{\alpha}_o^2) (\phi_{y,x} - \bar{\alpha}_o \phi_{x,x})] \quad (4.2.26)$$

$$A_{32} = b [2C_M (\phi_x \phi_{x,y} + \phi_y \phi_{y,y}) - \phi_x C_{M,\alpha} (1 + \bar{\alpha}_o^2) (\phi_{y,y} - \bar{\alpha}_o \phi_{x,y})] \quad (4.2.27)$$

$$A_{33} = b C_{M,\alpha} (\phi_x^2 + \phi_y^2) \quad (4.2.28)$$

$$B_{11} = [-2C_x \phi_x - C_{x,\alpha} (\phi_y + \phi_x \bar{\alpha}_o^3)] / V_o \quad (4.2.29)$$

$$B_{12} = [-2C_x \phi_y + C_{x,\alpha} \phi_x (1 + \bar{\alpha}_o^2)] / V_o \quad (4.2.30)$$

$$B_{13} = C_{x,\theta} (\phi_x^2 + \phi_y^2) \quad (4.2.31)$$

$$B_{21} = [-2C_y \phi_x - C_{y,\alpha} (\phi_y + \phi_x \bar{\alpha}_o^3)] / V_o \quad (4.2.32)$$

$$B_{22} = [-2 C_y \phi_y + C_{y,\alpha} \phi_x (1 + \bar{\alpha}_o^2)] / V_o \quad (4.2.33)$$

$$B_{23} = C_{y,\theta} (\phi_x^2 + \phi_y^2) \quad (4.2.34)$$

$$B_{31} = b [-2 C_M \phi_x - C_{M,\alpha} (\phi_y + \phi_x \bar{\alpha}_o^3)] / V_o \quad (4.2.35)$$

$$B_{32} = b [-2 C_M \phi_y + C_{M,\alpha} \phi_x (1 + \bar{\alpha}_o^2)] / V_o \quad (4.2.36)$$

$$B_{33} = b C_{M,\theta} (\phi_x^2 + \phi_y^2) \quad (4.2.37)$$

$$C_D = (\phi_x^2 + \phi_y^2) C_x \quad (4.2.38)$$

$$C_L = (\phi_x^2 + \phi_y^2) C_y \quad (4.2.39)$$

$$C_T = b (\phi_x^2 + \phi_y^2) C_M \quad (4.2.40)$$

Nas Eqs. (4.2.20-40), os coeficientes ϕ_x , ϕ_y , $\phi_{x,x}$, etc., bem como os coeficientes aerodinâmicos C_x , $C_{x,\alpha}$, etc, são constantes avaliadas na origem do sistema de coordenadas ($u = v = \theta = 0$). Os primeiros caracterizam o escoamento na localização do corpo, enquanto que os últimos dependem da forma da sua seção transversal. Uma consequência importante é que ambas seqüências de valores podem ser determinadas em ensaios independentes no túnel de vento; é também possível combinar prognósticos numéricos das funções de escoamento com coeficientes aerodinâmicos determinados experimentalmente. Deve-se também mencionar que os valores dos esforços aerodinâmicos, e dos coeficientes C_x , C_y e C_M , dados pelas Eqs. (4.2.6-8) não dependem apenas dos valores instantâneos de α e $\dot{\theta}$ mas de toda a história passada do movimento.

Esse fenômeno, que é uma característica de escoamentos não estacionários, é muitas vezes chamado de memória do fluido. A sua existência se deve ao fato de que quando o estado de equilíbrio de um corpo é repentinamente mudado, a distribuição de pressões sobre ele não se ajusta instantaneamente a essa nova configuração de equilíbrio devido a influência do desprendimento de vórtices. A esse respeito convém observar que: a) o desprendimento de qualquer vórtice altera a circulação em torno do corpo; b) o vórtice que se desprende é levado pela corrente e induz sobre o corpo uma velocidade que varia inversamente com a distância. Assim, tanto as funções indiciais de Wagner como as funções de Theodorsen $C(\kappa) = F(\kappa) + iG(\kappa)$ tratam exatamente deste efeito.

Os componentes das matrizes **A** e **B** são portanto de natureza circulatória e dependem de toda a história prévia do movimento. Contudo, claramente, a Eq. (4.2.19) é válida para valores baixos da frequência reduzida, ou seja, para os termos de natureza não-circulatória, isto é, para $\kappa \ll 1$. A faixa de validade dessa equação, na qual é admitido que todos os coeficientes são funções apenas de α e $\dot{\theta}$, precisa ser determinada experimentalmente. Dever-se-ia também adicionar a Eq. (4.2.19) os termos de natureza não circulatória, isto é, os termos referentes às forças e momentos aparentes devidos à massa virtual de fluido adicionada ao corpo. No entanto, os termos relativos à inércia da massa virtual são pequenos e em geral não são levados em conta nos estudos sobre a estabilidade de estruturas civis sujeitas à ação do vento. Cabe ainda comentar que as matrizes **A** e **B** são matrizes arbitrárias não simétricas conforme pode ser verificado através das Eqs. (4.2.20-40).

4.3. Corpo com dois graus de liberdade: movimento restrito na direção do vento.

Em muitos casos de interesse é assumido que o movimento do corpo na direção do vento possa ser desprezado, resultando um sistema com dois graus de liberdade, o deslocamento v e o giro θ . Para esse sistema os esforços aerodinâmicos podem ser determinados através da Eq. (4.2.19) resultando:

$$F_x = \frac{1}{2} \rho b V_o^2 C_D \quad (4.3.1)$$

$$\begin{Bmatrix} F_y \\ M \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \rho b V_o^2 \begin{Bmatrix} C_L \\ C_T \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \rho b V_o^2 \mathbf{A}' \begin{Bmatrix} v \\ \theta \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \rho b V_o^2 \mathbf{B}' \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (4.3.2)$$

onde \mathbf{A}' e \mathbf{B}' são agora matrizes 2×2 .

A Eq. (4.3.2) é também representativa dos esforços aerodinâmicos que atuam em pontes ou perfis aerodinâmicos com dois graus de liberdade. Considere agora que o escoamento é uniforme, de modo que $V = V_0$, com ângulo de incidência nulo, $\bar{\alpha}_0 = 0$, e que o centro de corte coincide com o eixo baricêntrico do corpo. Nesse caso as matrizes \mathbf{A}' e \mathbf{B}' tomam a forma:

$$\mathbf{A}' = \begin{bmatrix} 0 & C_{y,\alpha} \\ 0 & b C_{M,\alpha} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{B}' = \begin{bmatrix} C_{y,\alpha}/V_0 & C_{y,\theta} \\ b C_{M,\alpha}/V_0 & b C_{M,\theta} \end{bmatrix} \quad (4.3.3)$$

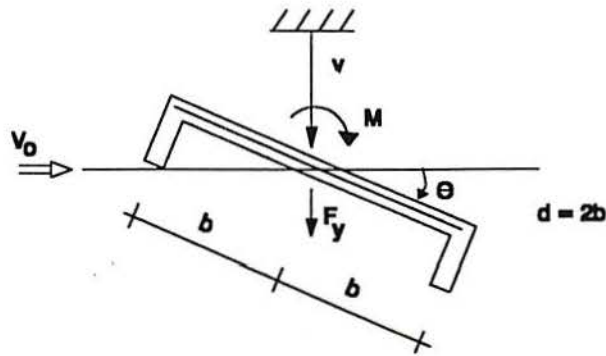


Fig.- 4.3.1 Seção transversal genérica e notação.

Admitindo as condições acima mencionadas, as solicitações aerodinâmicas podem ser representadas através das funções indiciais da seguinte maneira (Béliaveau, 1977 e Fung, 1955):

$$F_y = 2 b q S_L \left\{ \int_0^t \Phi_L(t-\tau) \left(\frac{d\theta}{d\tau} + \frac{1}{V_0} \frac{d^2 v}{d\tau^2} \right) d\tau + \right. \\ \left. + \frac{b}{V_0} \int_0^t \Phi_{Lq}(t-\tau) \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} d\tau \right\} - q \frac{2 b S_L}{2} \left(\frac{b \ddot{v}}{V_0^2} + \frac{b}{V_0} \dot{\theta} \right) \quad (4.3.4)$$

$$M(t) = 4b^2 q S_M \left\{ \int_0^t \Phi_M(t-\tau) \left(\frac{d\theta}{d\tau} + \frac{1}{V_o} \frac{d^2 v}{d\tau^2} \right) d\tau + \right. \\ \left. + \frac{b}{V_o} \int_0^t \Phi_{Mq}(t-\tau) \frac{d^2 \theta}{d\tau^2} d\tau \right\} - q \frac{S_M}{8} (2b)^2 \left(\frac{1}{4} \frac{b^2}{V_o^2} \ddot{\theta} + \frac{b}{V_o} \dot{\theta} \right) \quad (4.3.5)$$

nas quais $q = 1/2\rho V_o^2$ é a pressão dinâmica e $2b$ a largura da seção transversal.

As quatro funções indiciais Φ_L , Φ_{Lq} , Φ_M e Φ_{Mq} , representam as forças e os momentos aerodinâmicos ocasionados pela variação do ângulo de ataque efetivo, $\theta + \dot{v}/V_o$, e pela razão de variação do ângulo de ataque $\dot{\theta}$. Os termos entre colchetes nas Eqs.(4.3.4) e (4.3.5) são de natureza circulatoria e dependem de toda a história prévia do movimento. Os termos restantes nessas equações são de natureza não circulatoria, ou seja, são as forças e os momentos aparentes devidos à massa virtual. Esses termos só dependem do movimento instantâneo do corpo e de suas derivadas. As solicitações aparentes, para um perfil aerodinâmico, são dadas pelas seguintes parcelas:

a) uma força F_y' , com resultante no centro da seção, devida à inércia da massa virtual $\rho \pi b^2$:

$$F_y' = -\rho \pi b^2 \ddot{v}$$

b) uma força F_y'' , com resultante a $3/4$ da largura da seção, devida à aceleração de Coriolis:

$$F_y'' = -\rho \pi b^2 V_o \dot{\theta}$$

c) um momento M' devido ao momento de inércia da massa virtual:

$$M' = -\frac{\rho \pi b^4}{8} \ddot{\theta}$$

Para um perfil rígido em um escoamento bidimensional, as quatro funções indiciais

podem ser expressas em termos da função Φ , de Wagner, isto é:

$$\Phi_L = -\Phi$$

$$\Phi_M = +\Phi / 4 \quad (4.3.6)$$

$$\Phi_{Lq} = -\Phi / 2$$

$$\Phi_{Mq} = +\Phi / 8$$

Com:

$$S_L = 2\pi$$

$$S_M = 2\pi \quad (4.3.7)$$

As solicitações aerodinâmicas $F_y(t)$ e $M(t)$ podem também ser aproximadas por termos envolvendo apenas o movimento instantâneo e suas derivadas. Isto é particularmente verdadeiro para um movimento puramente senoidal do modelo, ou seja, para

$$v = v_o e^{i\omega t}$$

$$\theta = \theta_o e^{i\omega t} \quad (4.3.8)$$

onde ω é a frequência de vibração do corpo no vento em rd/s.

Substituindo as Eqs. (4.3.8) nas Eqs. (4.3.4) e (4.3.5) pode-se expressar as solicitações aerodinâmicas por:

$$F_y = \left(\frac{1}{2} \rho V_o^2 \right) (2b) \left(\kappa H_1^* \frac{\dot{v}}{V_o} + \kappa H_2^* \frac{b\dot{\theta}}{V_o} + \kappa^2 H_3^* \theta + \kappa^2 H_4^* \frac{v}{b} \right) \quad (4.3.9)$$

$$M = \left(\frac{1}{2} \rho V_o^2 \right) (2b^2) \left(\kappa A_1^* \frac{\dot{v}}{V_o} + \kappa A_2^* \frac{b\dot{\theta}}{V_o} + \kappa^2 A_3^* \theta + \kappa^2 A_4^* \frac{v}{b} \right) \quad (4.3.10)$$

nas quais H_1^* , H_2^* , H_3^* , H_4^* , A_1^* , A_2^* , A_3^* , A_4^* são os coeficientes aerodinâmicos da seção e $\kappa = b\omega / V_o$ a frequência reduzida. As solicitações F_y e M também poderiam ser dadas na forma complexa por:

$$F_y = \left(\frac{1}{2} \rho V_o^2 \right) (2b) [(F_{yR} + i F_{yI}) v + (F_{\theta R} + i F_{\theta I}) \theta] \quad (4.3.11)$$

$$M = \left(\frac{1}{2} \rho V_o^2 \right) (2b^2) [(M_{yR} + i M_{yI}) v + (M_{\theta R} + i M_{\theta I}) \theta] \quad (4.3.12)$$

No entanto, nesse estudo, resulta mais conveniente representar as solicitações F_y e M em termos dos coeficientes reais dados pelas Eqs. (4.3.9) e (4.3.10).

Para um perfil balanceado em relação ao centro da seção e vibrando em regime permanente, os coeficientes aerodinâmicos são dados teoricamente pelas seguintes expressões:

$$\kappa H_1^* = -2\pi F$$

$$\kappa H_2^* = -\pi \left(1 + F + \frac{2G}{\kappa} \right)$$

$$\kappa^2 H_3^* = -2\pi \left(F - \frac{\kappa G}{2} \right)$$

$$H_4^* = 2\pi \left(\frac{1}{2} + \frac{G}{\kappa} \right) \quad (4.3.13)$$

$$\kappa A_1^* = \pi F$$

$$\kappa A_2^* = -\frac{\pi}{2} \left(1 - F - \frac{2G}{\kappa} \right)$$

$$\kappa^2 A_3^* = \pi \left(F - \frac{\kappa G}{2} + \frac{\kappa^2}{8} \right)$$

$$A_4^* = -\frac{\pi G}{\kappa} \quad (4.3.14)$$

nas quais $C(\kappa) = F(\kappa) + iG(\kappa)$, onde $F(\kappa)$ e $G(\kappa)$ são respectivamente a parte real e imaginária da função de circulação de Theodorsen e definidas pelas funções de Bessel ou Hankel.

Os termos relativos à inércia da massa virtual, termos em \ddot{v} e $\ddot{\theta}$ nas Eqs. (4.3.4) e (4.3.5), não serão levados conta nesse trabalho, pois no estudo da instabilidade de vigas sujeitas à ação do vento, a contribuição desses termos é pequena e desprezível. Deste modo as Eqs.(4.3.9) e (4.3.10) resultam:

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} F_y \\ M \end{Bmatrix} &= \frac{1}{2} \rho b V_o^2 \begin{bmatrix} 0 & 2\kappa^2 H_3^* \\ 0 & 2b\kappa^2 A_3^* \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ \theta \end{Bmatrix} + \\ &+ \frac{1}{2} \rho b V_o^2 \begin{bmatrix} 2\kappa H_1^* / V_o & 2b\kappa H_2^* / V_o \\ 2b\kappa A_1^* / V_o & 2b^2\kappa A_2^* / V_o \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.3.15)$$

apresentadas agora em notação matricial, sendo os coeficientes H_i^* e A_i^* , para o caso de um perfil balanceado em relação ao centro da seção, dados teoricamente por:

$$\kappa H_1^* = -2\pi F$$

$$\kappa H_2^* = -\pi \left(1 + F + \frac{2G}{\kappa} \right)$$

$$\kappa H_3^* = -2\pi \left(F - \frac{\kappa G}{2} \right) \quad (4.3.16)$$

$$\kappa A_1^* = \pi F$$

$$\kappa A_2^* = -\frac{\pi}{2} \left(1 - F - \frac{2G}{\kappa} \right)$$

$$\kappa A_3^* = \pi \left(F - \frac{\kappa G}{2} \right) \quad (4.3.17)$$

Se nas Eqs. (4.3.15) ou Eqs. (4.3.9) e (4.3.10), b fosse substituído por $d = 2b$, onde d é a largura da seção transversal, e κ por $K = d\omega / V_0$, se obteria a mesma forma para as Eqs. (4.3.15) ou Eqs. (4.3.9) e (4.3.10), sendo os coeficientes adimensionais H_i^* e A_i^* normalizados em relação a d e não em relação a b .

As equações acima são universalmente válidas para todos os escoamentos potenciais sem descolamento. Em outras situações, tais como no caso de seções transversais típicas de pontes suspensas, a teoria serve justamente para determinar a forma das equações que governam o sistema. Em outras palavras, no caso de uma seção transversal arbitrária, com descolamento do escoamento, os coeficientes aerodinâmicos precisam ser determinados experimentalmente. Scanlan e Tomko (1971) aplicaram a Eq.(4.3.15) para obter os coeficientes característicos de várias seções transversais típicas. Nesse estudo os coeficientes foram obtidos com o modelo submetido a um escoamento suave e vibrando livremente. No caso de um escoamento turbulento deve-se acrescentar às Eqs. (4.3.15) a força e o momento devidos ao martelamento ou efeito de golpe do vento (Scanlan e Lin, 1978).

Pode-se observar a forma semelhante das Eqs. (4.3.15) com as Eqs. (4.3.2), propostas aqui, suprimindo os termos relativos aos valores médios.

As equações gerais (4.2.19) foram particularizadas, no anexo A1, para o caso de um corpo prismático de seção circular com dois graus de liberdade, ou seja, os deslocamentos vertical e horizontal.

5. DETERMINAÇÃO EXPERIMENTAL DOS COEFICIENTES AERODINÂMICOS.

De acordo com a discussão apresentada nos capítulos anteriores, para o estudo da instabilidade de pontes ou vigas é necessária a determinação dos coeficientes aerodinâmicos. Admitindo-se que o movimento da ponte na direção do vento possa ser desprezado, os coeficientes aerodinâmicos são dados pelos coeficientes das matrizes A' e B' das Eqs.(4.3.2), ou alternativamente pelos coeficientes das Eqs.(4.3.15). As primeiras equações se baseiam no procedimento quase-estático apresentado no capítulo 4, enquanto que as últimas no procedimento, do modelo em vibração livre, utilizado por Scanlan e Tomko (1971).

Como já foi observado anteriormente, um dos objetivos deste trabalho é desenvolver um estudo comparativo da estabilidade de vigas sujeitas à ação do vento, nas quais as solicitações sejam determinadas através de duas formulações teóricas distintas. Isto é, em uma delas as solicitações aerodinâmicas serão obtidas através de um modelo quase-estático de um grau de liberdade e na outra as solicitações serão obtidas através de um modelo de dois graus de liberdade.

Desse modo, para que se possa determinar de maneira satisfatória as solicitações aerodinâmicas baseadas nas duas formulações teóricas, foram montados dois experimentos distintos no túnel de vento, TV-2, da Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Em um deles, o modelo seccional reduzido da viga com apenas um grau de liberdade, a rotação em torno do eixo de corte da seção, foi colocado horizontalmente no túnel de vento. No outro, o modelo reduzido foi suspenso através de molas, sendo quatro em cada extremidade, e posto horizontalmente no túnel de vento.

Apresenta-se, a seguir, uma descrição dos equipamentos utilizados e dos experimentos correspondentes.

5.1. Túnel de vento e condições do escoamento.

Os experimentos foram conduzidos no túnel de vento, TV-2, da UFRGS. Esse túnel, mostrado na Fig. 5.1.1, é de retorno fechado e dispõe de três mesas giratórias, para fixação de modelos, na sua câmara de ensaios. A seção transversal do túnel na posição onde o modelo foi submetido aos ensaios (mesa giratória M-I), mede 1240mm de largura por 900mm de altura. A velocidade máxima do vento atingida no túnel vazio é de 42m/s, para um número de Reynolds $Re = 2,6 \times 10^6$, sendo a intensidade longitudinal da turbulência na mesa giratória M-I de aproximadamente 0,5% e a escala integral da componente longitudinal da turbulência de aproximadamente 11mm. Maiores detalhes sobre as características e desempenho do TV-2 podem

ser vistos em Blessmann (1982).

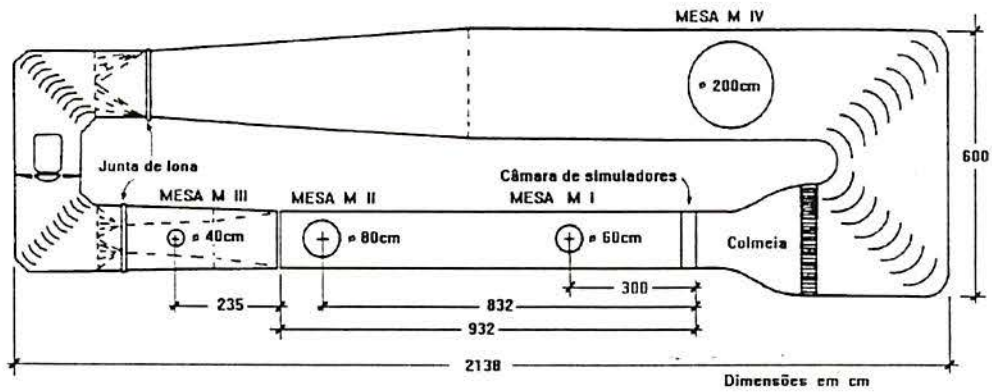


Fig. 5.1.1. Circuito aerodinâmico do túnel TV-2, (Blessmann, 1983).

Os ensaios no túnel de vento foram feitos sob escoamento suave e turbulento. A turbulência foi gerada por uma grelha plana de malha uniforme, cujas dimensões estão indicadas na Fig. 5.1.2. A grelha foi colocada na câmara de simuladores a uma distância de 2660mm do eixo do modelo. As características do escoamento uniforme e turbulento gerado pela grelha, no eixo do túnel na altura da mesa M-I, são as seguintes:

- intensidade da componente longitudinal da turbulência: 10,5%;
- escala da componente longitudinal da turbulência: 60mm;
- espessura da camada limite na zona do modelo: 65mm.

A energia correspondente ao espectro de potência do escoamento turbulento está distribuída numa larga faixa de frequências, apresentando um pico discreto em torno de 41 Hz.

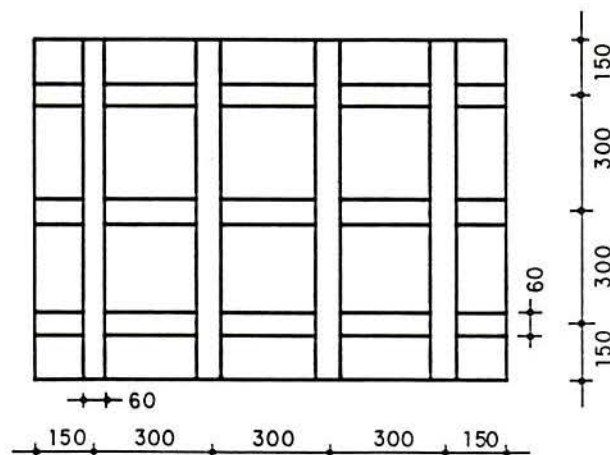


Fig.5.1.2. Dimensões em (mm) da grelha plana G-1.

Para a medição ou determinação da velocidade do vento no túnel, foram utilizados um micromanômetro do tipo "Betz", um termômetro e um barômetro. Esses equipamentos forneciam, respectivamente, a queda de pressão, Δp_a (em mm de água), que ocorre entre duas seções específicas do túnel (anéis piezométricos do convergente), a temperatura do ar no interior do túnel e a pressão atmosférica. Uma vez conhecidos esses valores, a velocidade do vento e o número de Reynolds, Re , podem ser calculados através das seguintes expressões:

$$\rho = 0,04736 (p_a/T_k) \quad (\text{kgf s}^2/\text{m}^4)$$

$$V_0 = [2k_0 (\Delta p_a/\rho)]^{1/2} \quad (\text{m/s}) \quad (5.1.1)$$

$$\nu = (13 + 0,1 T_c) \times 10^{-6} \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

$$Re = V_0 \cdot D/\nu \quad (\text{adimensional})$$

onde ρ é a massa específica do ar, p_a é a pressão atmosférica (em mm Hg), T_k e T_c são respectivamente as temperaturas Kelvin e em graus Celsius do ar, ν é a viscosidade cinemática do ar, D é a altura do túnel e k_0 é uma constante experimental do túnel, determinada de modo a servir de referência no cálculo da velocidade.

O túnel de vento TV-2 possui um motor de 100 cv e um sistema de aletas que controlam a velocidade do vento. Para o túnel vazio a velocidade do vento varia de aproximadamente 7m/s a 42m/s, respectivamente, quando as aletas estão totalmente fechadas ou abertas.

Nos ensaios relativos ao modelo de dois graus de liberdade a velocidade do vento de interesse está na faixa de 0 até aproximadamente 8m/s. Deste modo, tornaram-se necessárias algumas implementações:

a) foi empregado um ventilador axial com motor de 7,5 cv para cobrir a faixa de 0 a 3,1m/s (velocidade máxima atingida com as aletas abertas). Esse ventilador foi fixado a um quadro de aço, especialmente constituído para esse fim, sendo o conjunto todo instalado na mesa III;

b) foram utilizados vários filtros para serem fixados na tela de proteção do motor, onde o túnel possui seção transversal circular de diâmetro de 1540mm. A sua função era retirar energia do escoamento e conseqüentemente reduzir a sua velocidade. Os filtros foram constituídos de

lâminas de espuma de 5mm de espessura e densidades D23 e D28 e de dois círculos de brim com diâmetros de 800 e 1200mm. Combinando adequadamente esses filtros, com a regulagem das aletas do túnel, obtiveram-se várias faixas de velocidades. A Tab. 5.1.1 apresenta as combinações usadas e as velocidades mínimas e máximas correspondentes.

Para a fixação do modelo reduzido, no túnel de vento, foi construído um pórtico de sustentação com perfis de aço de seção transversal U de 4,75x50x120x50mm. O pórtico é composto de 2 pilares com rodízios e de uma viga, envolvendo o túnel na altura da câmara de ensaios. As suas frequências naturais são de 20 Hz tanto no sentido longitudinal quanto no transversal.

TABELA 5.1.1. Detalhe das combinações de filtros utilizadas no ensaio.

FILTROS	Vel.Mínima (m/s) (Aletas Fechada)	Vel.Máxima (m/s) (Aletas Abertas)
1 Filtro de espuma (Ø 1540mm e D23)	6,2	19,0
1 Filtro de espuma (Ø 1540mm e D23) +1 Filtro de tecido (Ø 800mm)	5,0	13,2
1 Filtro de espuma (Ø 1540mm e D23) +1 Filtro de tecido (Ø 800mm) +1 Filtro de tecido (Ø 1200mm)	4,4	7,9
1 Filtro de espuma (Ø 1540mm e D23) +1 Filtro de espuma (Ø 1540mm e D28)	4,9	8,8
1 Filtro de espuma (Ø 1540mm e D23) +1 Filtro de espuma (Ø 1540mm e D28) +1 Filtro de tecido (Ø 800mm)	4,4	8,0
1 Filtro de espuma (Ø 1540mm e D23) +1 Filtro de espuma (Ø 1540mm e D28) +1 Filtro de tecido (Ø 800mm) +1 Filtro de tecido (Ø 1200mm)	2,9	5,2

5.2. Modelo reduzido de seção transversal H.

O modelo de seção transversal H usado nesse estudo representa a forma geométrica da primeira ponte de Tacoma. Essa seção é aerodinamicamente instável à torção e a sua escolha se deu em função da existência, na literatura, de trabalhos e dados sobre a estabilidade desse perfil ao vento.

Este modelo foi construído em madeira e nas suas extremidades foram colocadas e aparafusadas placas terminais de alumínio. Essas placas tinham as bordas chanfradas de modo a

reduzir o desprendimento de vórtices. Um tubo de alumínio foi rosqueado no centro de cada placa, a fim de permitir que o modelo fosse fixado ao pórtico de sustentação. As dimensões do modelo colocado na horizontal, e do túnel implicam em uma razão de bloqueio de 3.9%. A Fig. 5.2.1 mostra a geometria do modelo reduzido de seção transversal H.

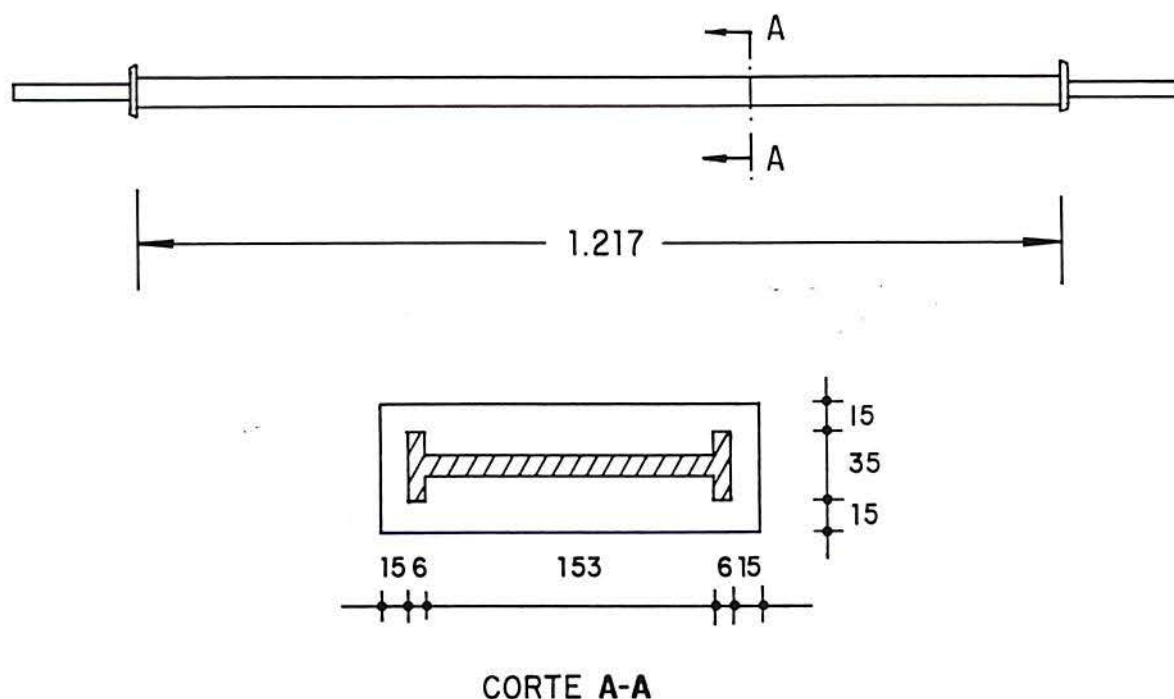


Fig.5.2.1. Dimensões do modelo reduzido. Medidas em mm.

5.3. Modelo de um grau de liberdade.

Os coeficientes aerodinâmicos nesse caso foram obtidos através de um enfoque quase-estático representado pelas Eqs.(4.3.1-2). Assumindo agora que o escoamento é uniforme $V=V_0$, o ângulo de incidência nulo, $\bar{\alpha}_0=0$, e que o centro de corte coincide com o eixo baricêntrico, as equações se reduzem a:

$$F_x = \frac{1}{2} \rho b V_0^2 C_x \quad (5.3.1)$$

$$\begin{Bmatrix} F_y \\ M \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} \rho b V_0^2 \begin{Bmatrix} C_y \\ C_T \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \rho b V_0^2 A' \begin{Bmatrix} V \\ \theta \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \rho b V_0^2 B' \begin{Bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\theta} \end{Bmatrix} \quad (5.3.2)$$

onde

$$C_T = b C_M$$

$$A' = \begin{bmatrix} 0 & C_{y, \alpha} \\ 0 & b C_{M, \alpha} \end{bmatrix}$$

$$B' = \begin{bmatrix} \frac{C_{y, \alpha}}{V_0} & C_{y, \theta} \\ \frac{b C_{M, \alpha}}{V_0} & b C_{M, \theta} \end{bmatrix}$$

Os coeficientes das Eqs.(5.3.1-2) foram obtidos através de um procedimento experimental quase-estático em que o modelo apresenta apenas o movimento de rotação em torno do eixo baricêntrico.

5.3.1. Montagem do experimento no túnel de vento.

O modelo reduzido foi colocado horizontalmente no túnel de vento e encaixado, através de suas extremidades, à células de cargas fixas ao pórtico de sustentação. O encaixe era feito pelo tubo de alumínio do modelo que saía da parede do túnel por meio de um orifício.

Uma das células de carga era constituída de um cilindro oco e de um tubo de aço. O tubo foi rosqueado a uma das extremidades do cilindro, enquanto que na outra foi preso um rolamento. No tubo foram colados quatro extensômetros elétricos, diametralmente opostos, a uma distância de 142mm do rolamento (ver Fig.5.3.1). A célula foi fixada ao pórtico de sustentação, de tal modo que os pares de extensômetros ficavam nas posições horizontal e vertical.

Na outra extremidade havia um sistema de dois cilindros concêntricos, unidos por meio de três lâminas flexíveis de aço que formam entre si um ângulo de 120°. Essas lâminas, que só se deformam à flexão, são engastadas no cilindro central e apoiadas em entalhes no cilindro periférico. Foram colados dois pares de extensômetros elétricos em duas dessas lâminas, com o intuito de se fazer duas medições independentes da deformação dessas barras.

A fim de se aumentar a inércia rotacional do sistema foi encaixado ao cilindro externo um disco de aço de 10mm de espessura. O sistema todo foi então apoiado sobre cinco rolamentos que estavam fixos ao pórtico de sustentação (vide Fig.5.3.2).

O modelo reduzido foi colocado no túnel, da maneira observada anteriormente, de modo que apenas ele ficasse sujeito ao escoamento de ar durante os experimentos. Os tubos de alumínio existentes nas extremidades do modelo, atravessavam as paredes do túnel e se encaixavam em um dos lados ao eixo do rolamento e no outro ao cilindro central. Assim, a rotação era o único grau de liberdade permitido. O movimento de rotação foi transmitido ao modelo por um motor que

gira a diferentes velocidades angulares. Essa transmissão se deu por atrito entre o cilindro periférico e a polia de borracha ligada ao eixo do motor.

A velocidade angular de giro do sistema foi medida através de um sistema ótico desenvolvido por Paixão (1991). Esse sistema consistia de dois tubos de alumínio colados a uma cantoneira formando um ângulo reto. Em um dos tubos existia uma fonte de luz e no outro uma célula foto-elétrica. A luz emitida em um dos tubos era refletida no cilindro e sensibilizava a célula no outro tubo, sendo registrada a variação de voltagem (vide Fig.5.3.3). Um pedaço de espelho foi colocado no cilindro, de tal modo que quando a luz incidia sobre ele o modelo fazia um ângulo de ataque zero com escoamento de ar. Assim, o registro da voltagem da célula foto-elétrica sempre apresentava um pico quando o ângulo de ataque era nulo. Como o registro é contínuo o intervalo de tempo ocorrido entre os picos possibilitava o cálculo da velocidade angular do conjunto.

As frequências naturais de vibração do modelo, já fixo no sistema de sustentação, foram obtidas experimentalmente, resultando: a) 60 Hz no sentido horizontal; b) 15 Hz no sentido vertical; c) 12 Hz à torção.

Quando o modelo é submetido ao escoamento de ar do túnel este sofre a ação das forças aerodinâmicas que são transmitidas às células de carga e registradas simultaneamente para cada velocidade do vento. Em uma delas o par de extensômetros na posição horizontal mede diretamente a força de arrasto enquanto que o par na posição vertical mede a força de sustentação. Na outra extremidade os pares de extensômetros, existentes em duas das barras flexíveis, mede o momento aerodinâmico. Cabe comentar aqui a importância de que o sistema tenha grande inércia rotacional para que o seu movimento não seja sensivelmente afetado pelos esforços aerodinâmicos.

Para se medir as deformações experimentadas pelos extensômetros elétricos, e efetuar conseqüentemente os registros dos esforços aerodinâmicos, foram utilizados uma série de aparelhos eletrônicos além do instrumento ótico. O conjunto desses aparelhos com as respectivas ligações são apresentados de forma esquemática na Fig.5.3.4.

Os pares de extensômetros elétricos foram ligados em meia ponte e conectados a quatro pontes de Wheatstone distintas. Duas delas, as que mediam o arrasto e a sustentação eram (Bridge Amplifier & Meter) da marca Vishay Instruments Inc, e modelo BAM-1, sendo as outras duas (Indicadores Digitais de Deformações) da Transdutec modelo TMDE.

Em virtude da variação do sinal ser pequena, pois os esforços aerodinâmicos para o modelo são de pequena magnitude, foi necessário utilizar amplificadores nas saídas das quatro pontes. Quatro amplificadores Hewlett Packard foram empregados sendo dois de modelo 17401 A e dois de modelo 8875 A.

Os cabos de saída dos amplificadores, bem como o do instrumento ótico, foram conectados a cinco canais de um multiprogramador STD-85MP com placas multiplexadora e analógica-digital rápida. O multiprogramador foi ligado a um microcomputador (PC-286) que comandava toda a operação através do programa computacional AQdados desenvolvido por Tamagna (1988). Quando o ensaio se iniciava os dados dos cinco canais eram recebidos pelo multiprogramador e transferidos para o micro que os armazenava em um único arquivo no disco rígido. Após o seu término os canais podiam se separados e processados. O acompanhamento visual do experimento foi feito por intermédio de um osciloscópio Hewlett Packard (modelo 1220 A) que mostrava o registro da força de arrasto e de sustentação. As Figs.5.3.5 e 5.3.6 apresentam as fotos do esquema de sustentação do modelo no túnel e dos aparelhos utilizados.

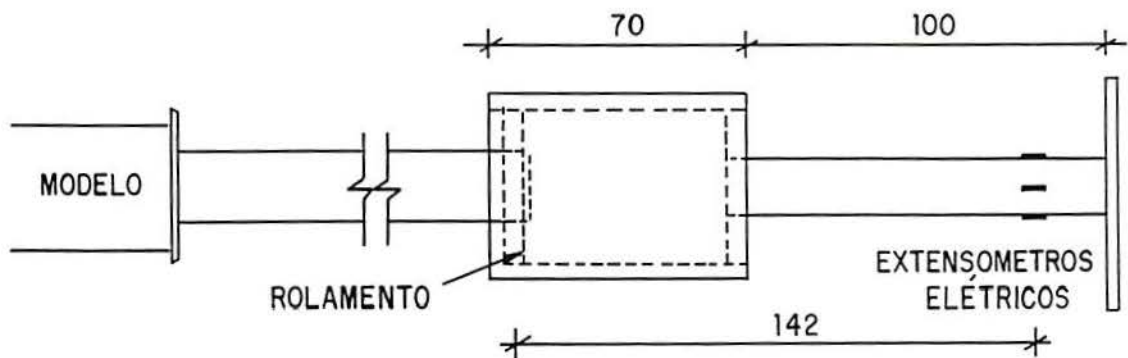


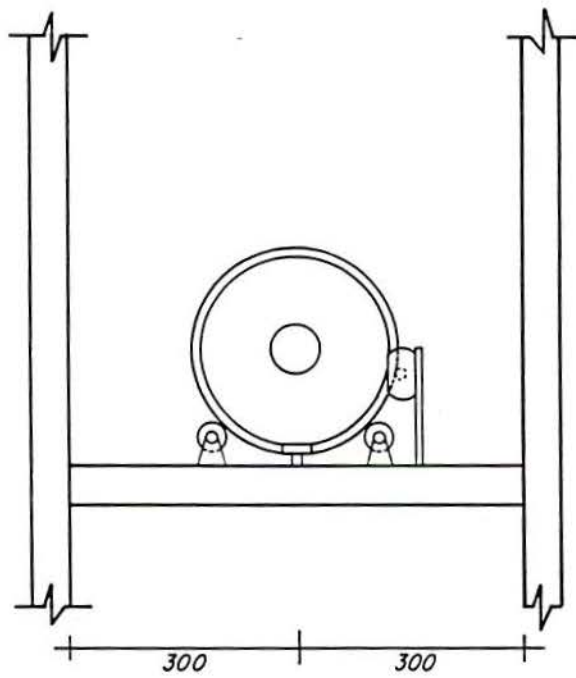
Fig. 5.3.1. Célula de carga responsável pelos registros das forças de arrasto e sustentação.

Medidas em mm.

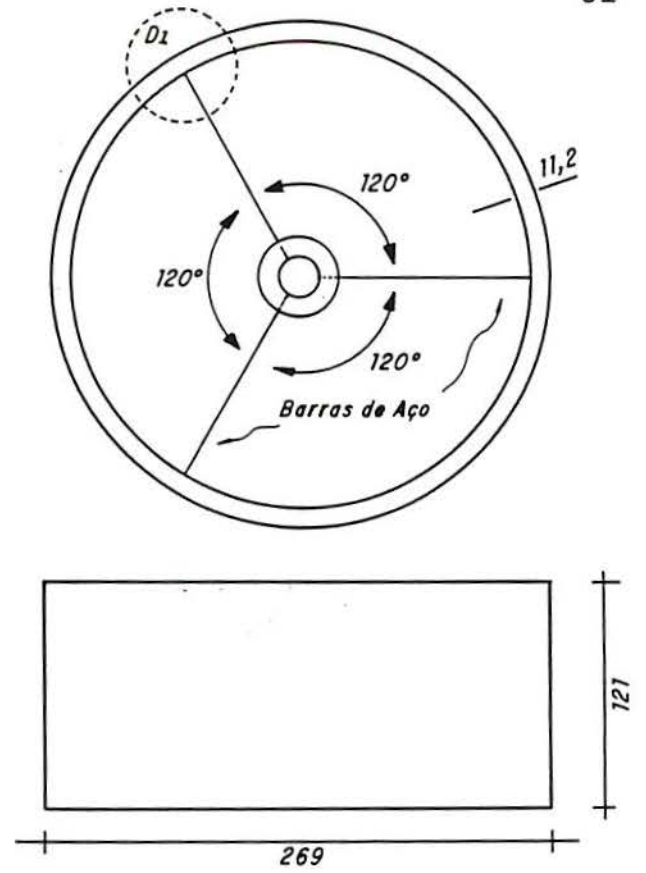
5.3.2. Determinação experimental dos coeficientes aerodinâmicos.

Os coeficientes aerodinâmicos foram calculados a partir dos registros das forças, de arrasto e sustentação, e do momento adquiridos experimentalmente do modo indicado na seção anterior.

Na obtenção dos coeficientes C_x , C_y e C_M (Eqs. 5.3.1-2) não é necessário que o modelo gire durante os ensaios. Nesse caso, determinam-se para várias inclinações do modelo, e para uma dada velocidade do vento, os registros das forças de arrasto e sustentação e do momento, calculando-se os correspondentes valores médios. Repetindo o processo para uma nova velocidade do vento obtêm-se novos valores médios das forças de arrasto e sustentação e do momento para cada inclinação. Uma vez conhecidos esses valores, calculam-se os correspondentes coeficientes de arrasto, sustentação e momento como: $\bar{F}_a = qAC_a$; $\bar{F}_s = qAC_s$; $\bar{M} = qAbC_M$; onde $q = 1/2 \rho V_0^2$ é a pressão dinâmica ao longe e A a área da seção de referência. De posse desses valores é



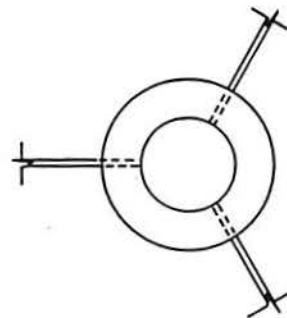
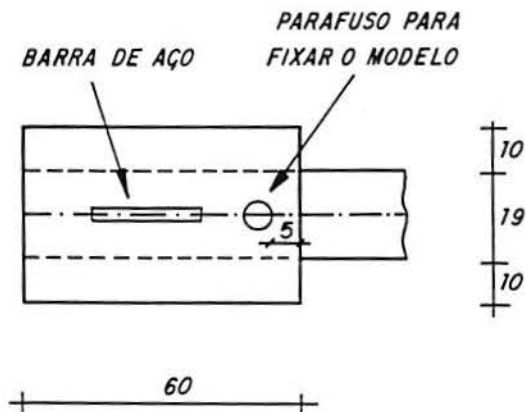
A) APOIO DO CILINDRO SOBRE OS ROLAMENTOS.



B) DETALHE DOS DOIS CILINDROS E DAS LÂMINAS DE AÇO.



DETALHE D₁



C) DETALHE DOS ENGASTES DAS LÂMINAS DE AÇO NO CILINDRO CENTRAL E DOS APOIOS NO CILINDRO PERIFÉRICO.

Fig.5.3.2. Esquema de sustentação do modelo no cilindro. Medidas em mm.

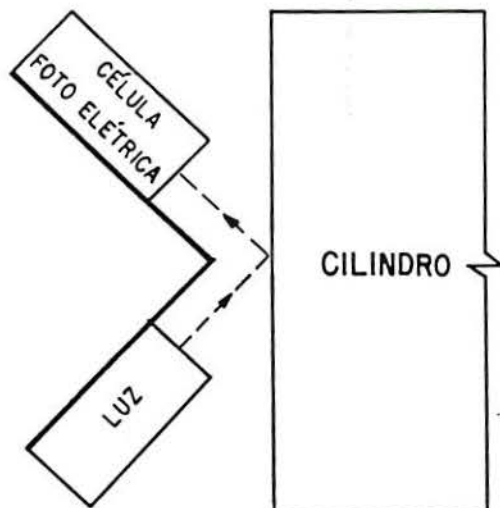


Fig. 5.3.3. Representação esquemática do instrumento ótico utilizado no ensaio quase-estático.

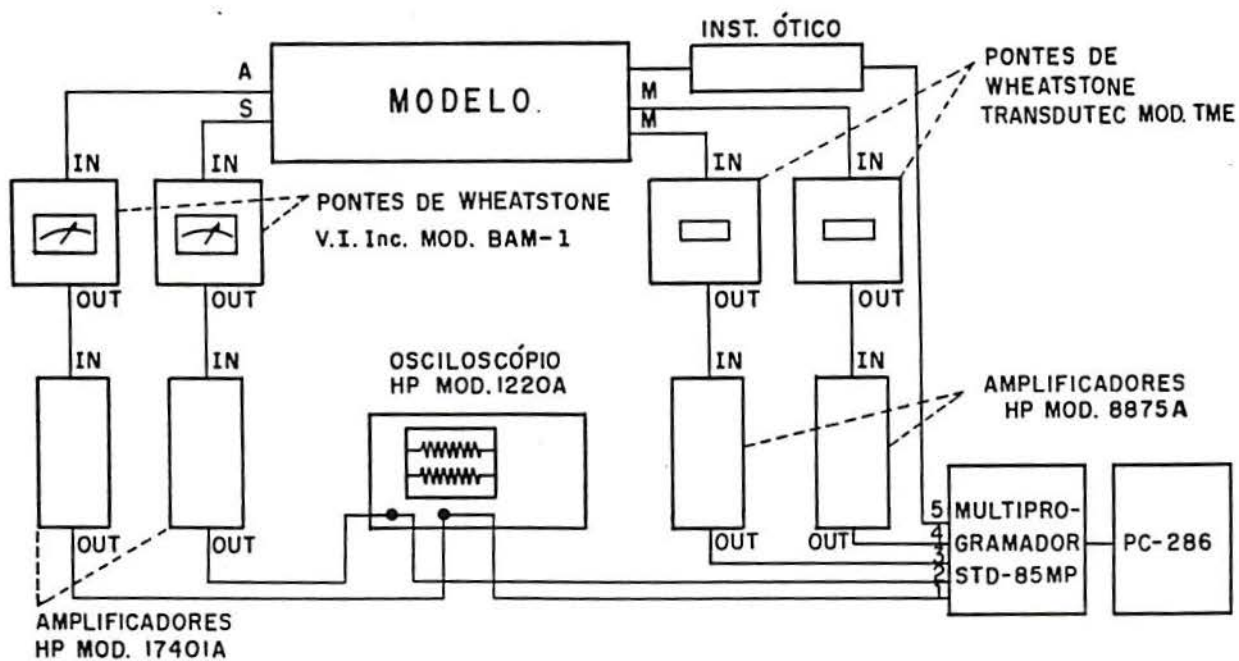


Fig.5.3.4. Esquema dos aparelhos utilizados nos ensaios quase-estáticos.

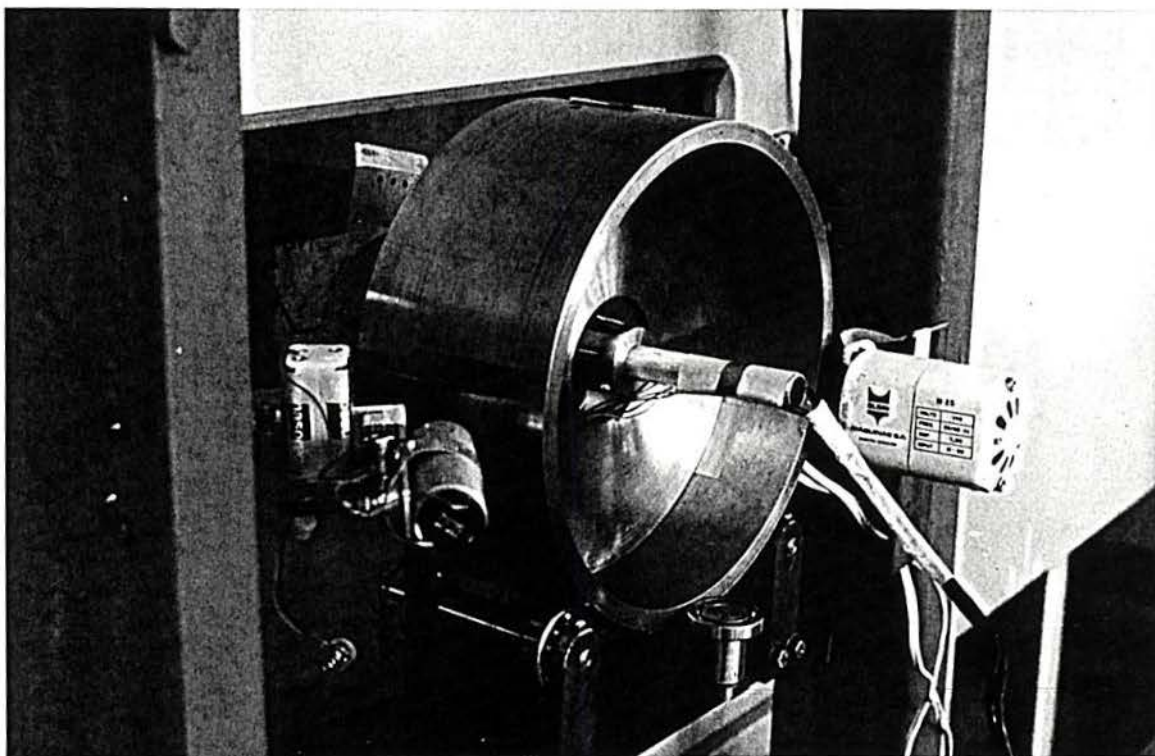


Fig.5.3.5. Esquema de sustentação e de giro do modelo no túnel do vento.

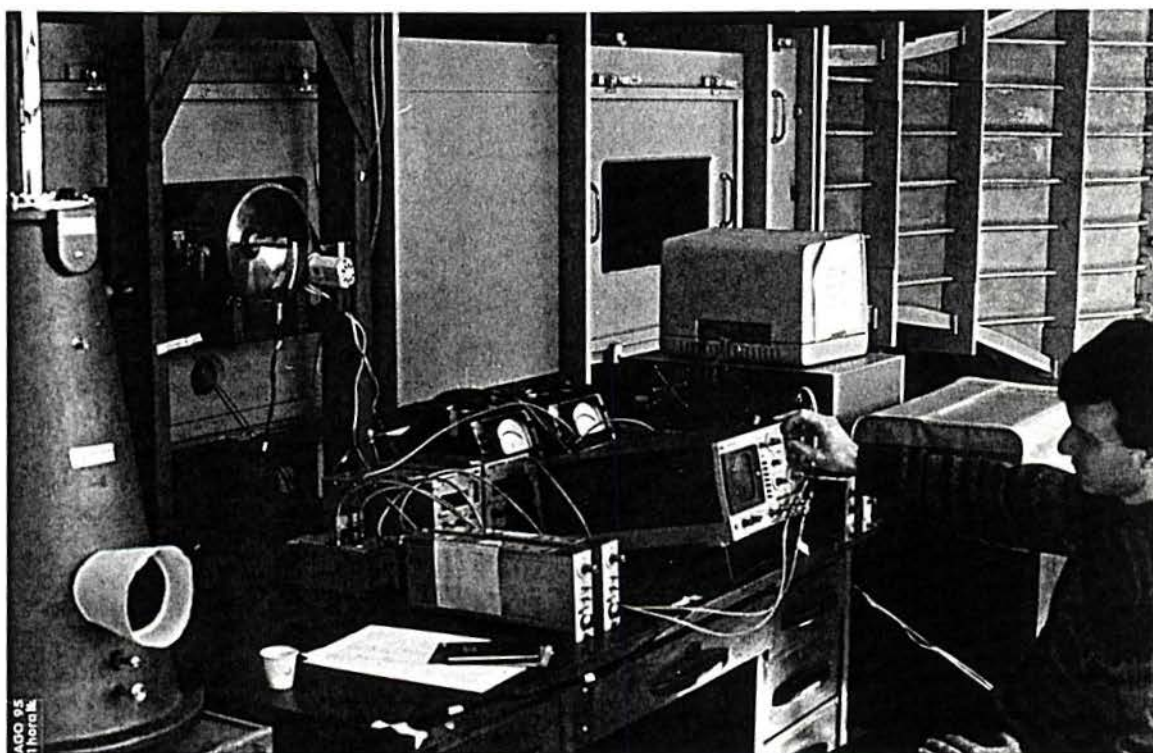


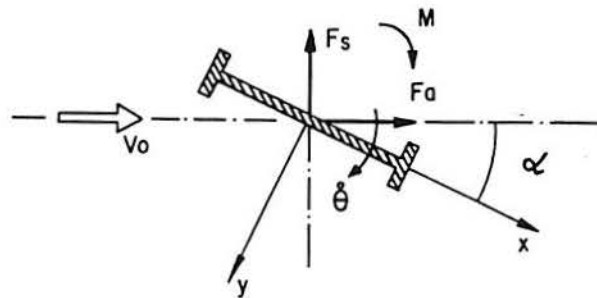
Fig.5.3.6. Detalhe dos aparelhos eletrônicos utilizados no ensaio quase-estático.

possível ter uma média dos coeficientes de arrasto, sustentação e momento para cada inclinação.

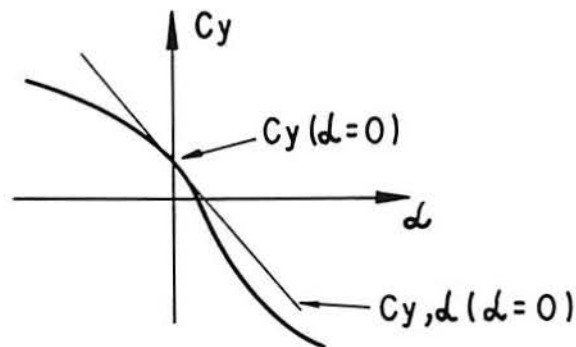
Os coeficientes C_x e C_y podem, então, ser determinados através das equações:

$$C_x = C_a \cos \alpha - C_s \sin \alpha \quad (5.3.3)$$

$$C_y = -C_a \sin \alpha - C_s \cos \alpha \quad (5.3.4)$$

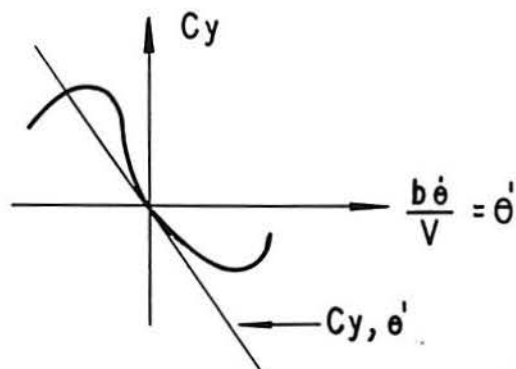


Tendo-se obtido a variação dos coeficientes aerodinâmicos C_x , C_y e C_M com o ângulo de ataque α , os coeficientes $C_{y,\alpha}$ e $C_{M,\alpha}$ são determinados diretamente dessas curvas como sendo a tangente na origem, pois todo o desenvolvimento teórico foi baseado na hipótese de pequenos deslocamentos. A figura abaixo apresenta uma curva hipotética de C_y versus α com os respectivos valores dos coeficientes que deverão ser utilizados nas Eqs.(5.3.1-2).



Os ensaios para a obtenção dos coeficientes $C_{y,\dot{\theta}}$ e $C_{M,\dot{\theta}}$ foram realizados com o modelo girando. Assim, a uma dada velocidade do vento foram adquiridos os registros dos esforços aerodinâmicos para várias velocidades angulares de giro do modelo. Determinaram-se, então os valores médios das forças de arrasto e sustentação e do momento, quando $\alpha = 0$, para cada velocidade angular do modelo. Uma vez conhecidos esses valores calcularam-se os coeficientes C_x , C_y , e C_M , para $\alpha = 0$ e para cada velocidade angular, seguindo o procedimento indicado anteriormente. Repetindo o ensaio para uma nova velocidade do vento foi possível construir as curvas de C_x , C_y e C_M versus $b\dot{\theta}/V$ para $\alpha = 0$.

Os valores dos coeficientes $C_{y,\dot{\theta}}$ e $C_{M,\dot{\theta}}$ podem, então ser obtidos dessas curvas através da sua derivada na origem, como indica a curva hipotética de C_y versus $b\dot{\theta}/V$ apresentada na figura abaixo.

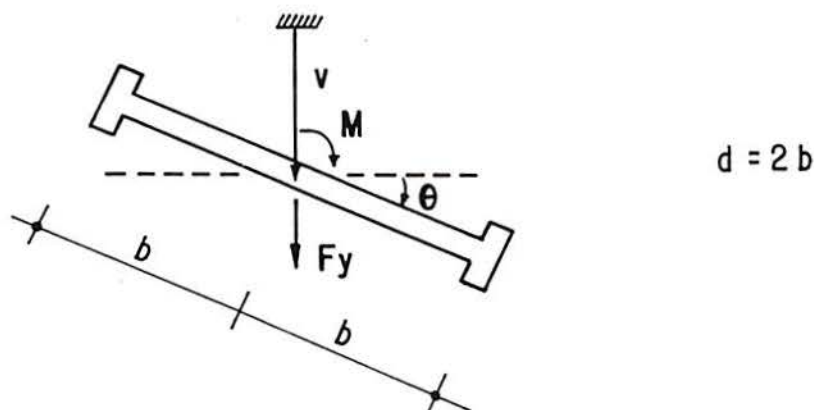


O procedimento experimental para a determinação dos coeficientes aerodinâmicos, descrito nesta seção, foi empregado para ambos os regimes de escoamentos, qual sejam, suave e turbulento.

5.4. Modelo de dois graus de liberdade. Escoamento suave.

Para esse estudo considera-se que o escoamento também seja bidimensional e que a linearização das equações aerodinâmicas seja válida para a faixa de velocidades dos ensaios e para os deslocamentos do modelo reduzido. Admite-se, ainda, que todos os regimes do escoamento são de baixa velocidade, baixa turbulência e que o fluido seja incompressível.

A determinação experimental dos coeficientes aerodinâmicos foi feita para o modelo de seção transversal H apresentado anteriormente. Esse modelo é mecanicamente balanceado em relação ao centro da seção e possui o eixo de torção também passando por ele. O modelo foi impedido de se movimentar na direção do vento e possuía apenas dois graus de liberdade, o movimento vertical v e a rotação θ .



Para esse modelo as equações de movimento linearizadas são:

$$m(\ddot{v} + 2\xi_v \omega_v \dot{v} + \omega_v^2 v) = F_y \quad (5.4.1)$$

$$I(\ddot{\theta} + 2\xi_\theta \omega_\theta \dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta) = M \quad (5.4.2)$$

nas quais m e I são respectivamente a massa do modelo e o momento de inércia da massa por unidade de comprimento; ξ_v e ξ_θ são respectivamente a razão de amortecimento em flexão e torção; ω_v e ω_θ são as correspondentes frequências mecânicas naturais; F_y e M são respectivamente a força e o momento aerodinâmico por unidade de comprimento.

Nessas condições os esforços aerodinâmicos que atuam sobre o modelo podem ser dados pelas Eqs.(4.3.15), quando se desprezam os termos relativos à inércia da massa virtual. Essas equações são reproduzidas abaixo:

$$F_y = \left(\frac{1}{2} \rho v_0^2\right) (2b) \left(\kappa H_1^* \frac{\dot{v}}{V_0} + \kappa H_2^* \frac{b \dot{\theta}}{V_0} + \kappa^2 H_3^* \theta\right) \quad (5.4.3)$$

$$M = \left(\frac{1}{2} \rho v_0^2\right) (2b^2) \left(\kappa A_1^* \frac{\dot{v}}{V_0} + \kappa A_2^* \frac{b \dot{\theta}}{V_0} + \kappa^2 A_3^* \theta\right) \quad (5.4.4)$$

A representação das solicitações aerodinâmicas em função do movimento instantâneo e de suas derivadas é considerada verdadeira na teoria clássica sempre que o movimento do modelo seja puramente senoidal, como já foi enfatizado no capítulo 4. No entanto, foi demonstrado por Scanlan e Tomko (1971) que os esforços aerodinâmicos dados pelas Eqs. (5.4.3-4) são válidos não apenas para oscilações senoidais, mas também para um movimento mais geral da forma:

$$v = v_0 e^{\lambda t} \text{sen} \omega t$$

$$\theta = \theta_0 e^{\lambda t} \text{sen}(\omega t - \varphi) \quad (5.4.5)$$

onde v_0 , θ_0 são as amplitudes; φ é a defasagem do movimento e λ é a razão de decaimento da oscilação (que é considerada de pequena amplitude e em regime linear). O emprego de oscilações transientes ao invés de oscilações em regime permanente, introduz erros desprezíveis

na obtenção dos coeficientes aerodinâmicos H_i^* e A_i^* , como foi mostrado, no referido trabalho, para um perfil aerodinâmico. Deste modo, pode-se dizer que os coeficientes aerodinâmicos são funções apenas da frequência reduzida κ , independentemente do decaimento das oscilações.

Se os coeficientes aerodinâmicos não são conhecidos teoricamente, como é o caso de uma viga de seção transversal genérica, eles deverão ser determinados experimentalmente no túnel de vento como descrito abaixo.

5.4.1. Montagem do experimento no túnel de vento.

Os coeficientes aerodinâmicos H_i^* e A_i^* foram obtidos para o modelo vibrando livremente, sob a ação do vento, com um movimento oscilatório conhecido.

O modelo reduzido foi colocado horizontalmente no túnel de vento, de modo que apenas ele ficava sujeito ao escoamento de ar durante os experimentos. Os tubos de alumínio existentes nas extremidades do modelo atravessavam as paredes do túnel e se encaixavam a outros dois tubos de alumínio transversais. O sistema inteiro foi suspenso por oito molas helicoidais iguais, sendo quatro delas localizadas em cada tubo transversal e equidistantes do centro de torção. As molas de cada tubo transversal foram, então fixadas a duas barras ligadas rigidamente ao pórtico de sustentação e tensionadas (vide Fig. 5.4.1).

Os possíveis movimentos longitudinais e laterais do conjunto durante os ensaios foram impedidos por meio de dois rolamentos que tinham como eixos os tubos de alumínio que atravessavam a parede do túnel. Esses rolamentos se apoiavam e se deslocavam sobre uma superfície lisa vertical fixa ao pórtico de sustentação. Assim, o modelo ficava restrito ao movimento vertical e ao de torção, sendo as correspondentes frequências naturais obtidas ajustando-se os comprimentos livres das molas e o espaçamento entre as molas em cada tubo transversal. (Vide Figs. 5.4.1 e 5.4.2).

Durante os experimentos foram registrados, para cada velocidade do vento do túnel, as acelerações verticais de dois pontos equidistantes do centro de torção. Para isso, foram aparafusados verticalmente dois acelerômetros a um dos tubos transversais, a uma distância $d_0 = 85$ mm do centro de torção. A soma dos sinais emitidos pelos dois acelerômetros gera um novo sinal que multiplicado por 0,5 resulta na aceleração vertical do modelo. Enquanto que a diferença entre os sinais emitidos pelos acelerômetros, multiplicada pela constante $1/(2d_0)$ resulta na sua aceleração angular.

A fim de se obter as informações necessárias à determinação dos coeficientes aerodinâmicos H_i^* e A_i^* foram registradas as seguintes respostas do modelo para cada velocidade do vento : a) movimento vertical com a rotação bloqueada; b) movimento de rotação com o

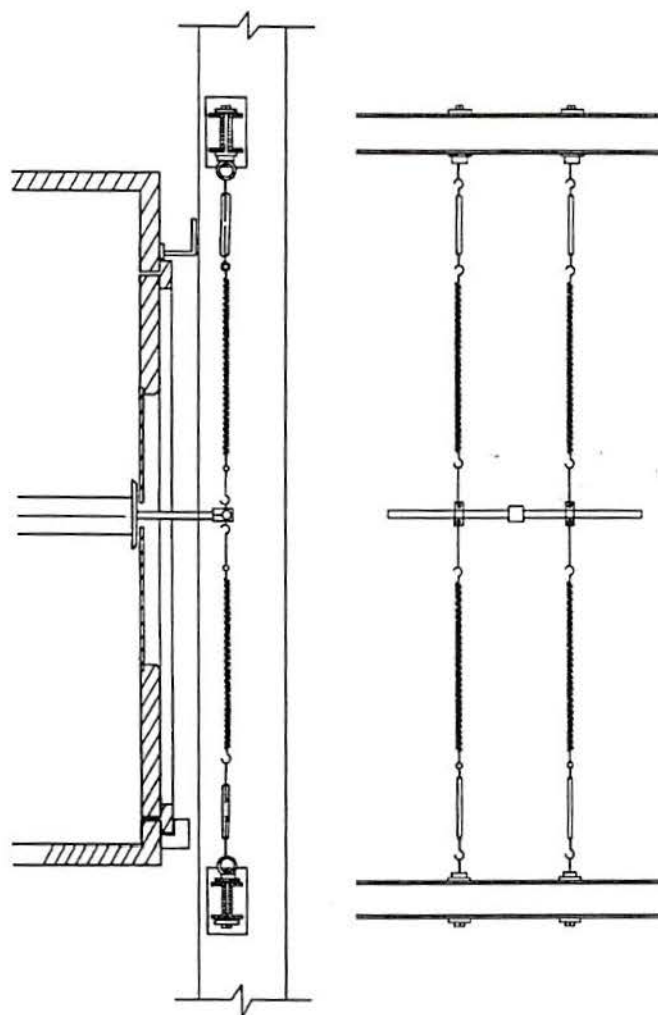


Fig.5.4.1. Esquema de sustentação do modelo com molas. Modelo com dois graus de liberdade.

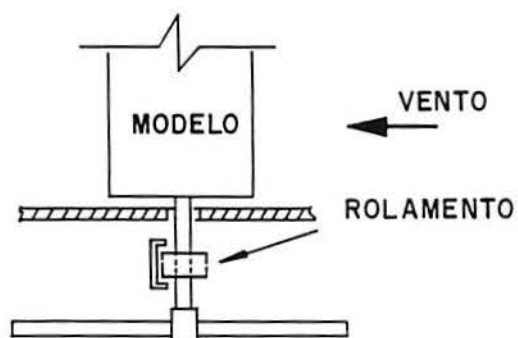


Fig.5.4.2. Detalhe de um dos rolamentos que impedem o deslocamento do modelo na direção do vento. Vista em planta.

vertical impedido; c) ambos os movimentos, vertical e rotação, ocorrendo simultaneamente. A resposta do modelo sempre toma a forma dada pelas Eqs.(5.4.5) apresentadas acima. Desse modo a frequência da resposta, o decremento logarítmico e a defasagem entre a rotação e o movimento vertical serão obtidos diretamente dos registros para cada velocidade do vento escolhida. Além disso, o modelo reduzido deverá ao longo do experimento ser submetido a todos os regimes de vibração, isto é, oscilações amortecidas, oscilações em regime permanente, oscilações com amplitudes crescentes, a fim de se cobrir toda a faixa de velocidades reduzida do túnel - velocidade reduzida = V/bf , onde f é a frequência de vibração do modelo em ciclos/s .

Todas as amplitudes de oscilações do modelo deverão ser pequenas, de modo que a sua resposta seja independente da amplitude e também consistente com a teoria linear, formulada com base nas pequenas oscilações.

Todos os ensaios foram realizados para um ângulo de ataque zero entre o escoamento do vento e o modelo na posição de equilíbrio não perturbada.

Para se medir os sinais emitidos pelos dois acelerômetros Bruel e Kjaer (modelo 4339:S) foram utilizados um conjunto de outros aparelhos eletrônicos, os quais são apresentados esquematicamente com as respectivas ligações na Fig. 5.4.3.

Os cabos dos acelerômetros foram conectados a dois amplificadores Bruel e Kjaer (modelo 2626). Os sinais depois de amplificados eram então adquiridos pelo multiprogramador STD-85MP que estava acoplado a um micro computador (PC-286). O acompanhamento visual do ensaio podia ser feito através de um osciloscópio Hewlett Packard (modelo 12204). As Figs. 5.4.4 e 5.4.5 apresentam as fotos do esquema de sustentação do modelo no túnel de vento e dos aparelhos eletrônicos utilizados.

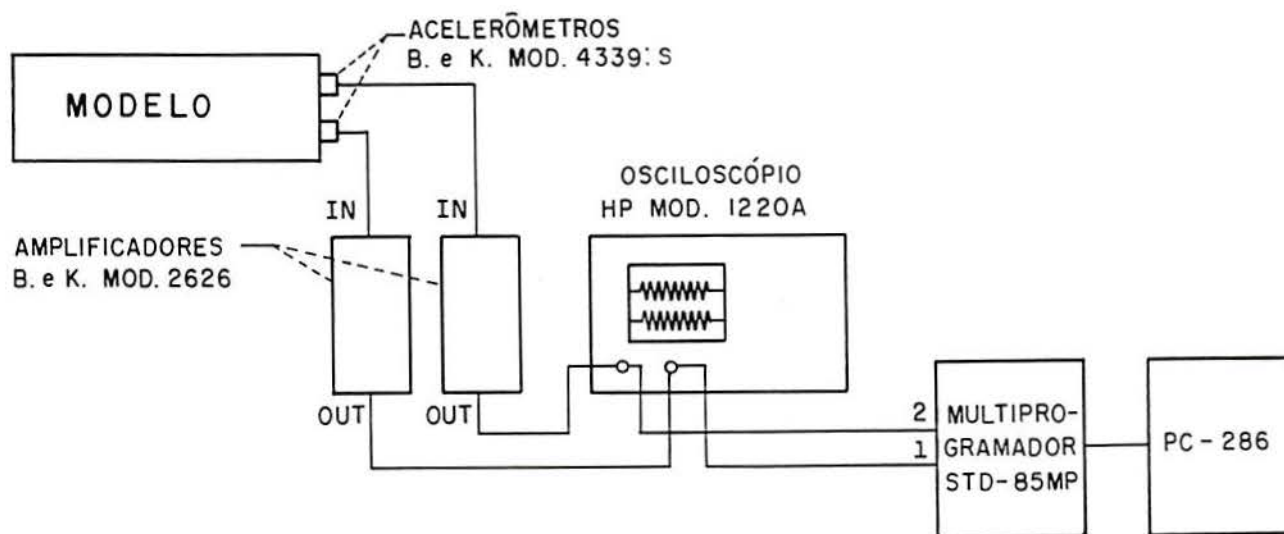


Fig.5.4.3. Representação esquemática dos aparelhos eletrônicos utilizados. Modelo com dois graus de liberdade.

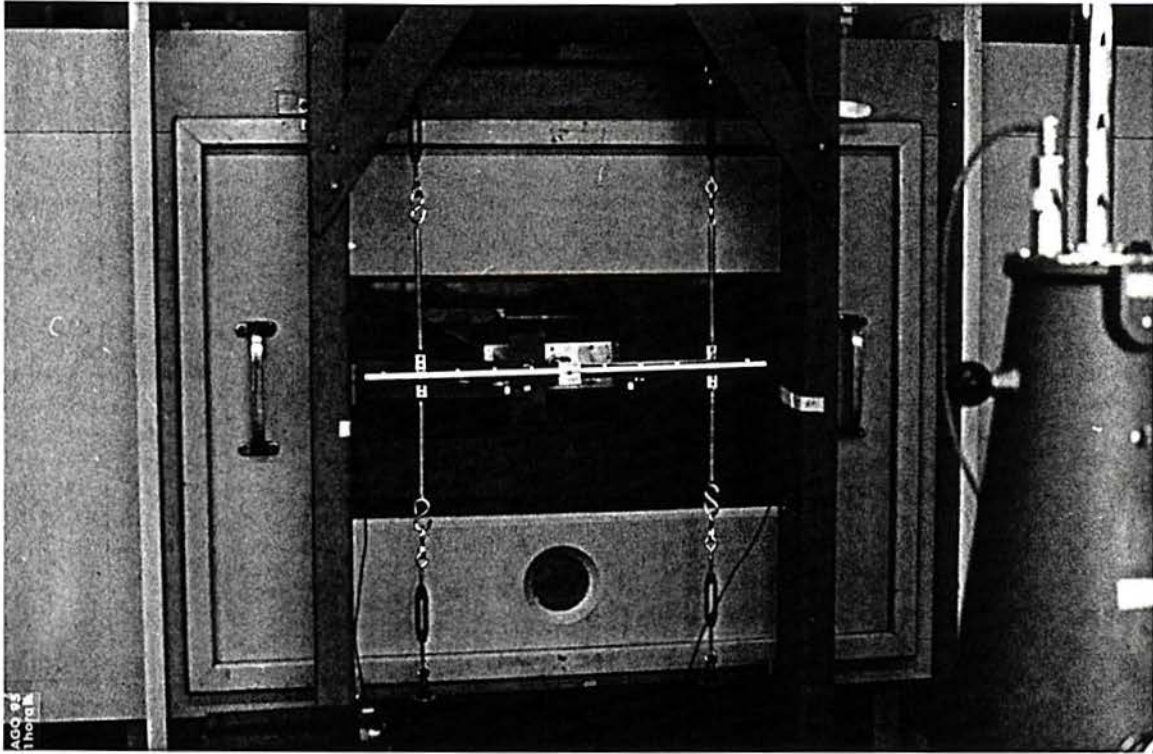


Fig.5.4.4. Esquema de sustentação do modelo no túnel de vento.

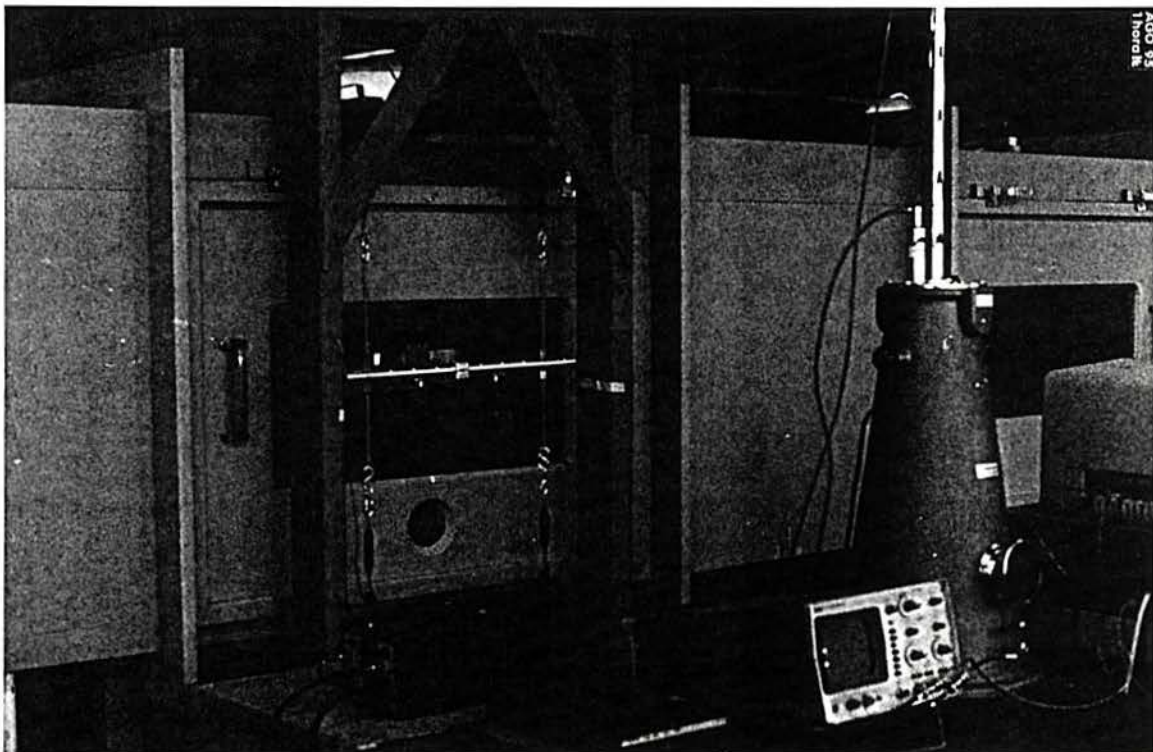


Fig.5.4.5. Detalhe dos aparelhos eletrônicos utilizados no ensaio.

5.4.2. Determinação experimental dos coeficientes aerodinâmicos.

Para a determinação experimental dos coeficientes aerodinâmicos H_i^* e A_i^* será admitido que eles independem do valor e do sinal da razão de decaimento, λ , da oscilação - como já foi observado anteriormente. Além disso, será também admitida a superposição linear dos efeitos aerodinâmicos, como na teoria clássica.

Para pequenas amplitudes os movimentos verticais e de rotação do modelo ajustam-se muito bem com as oscilações teóricas dadas pelas Eqs. (5.4.5). Desse modo os valores de v_0 , θ_0 , λ , ω e φ podem ser obtidos diretamente dos registros observados para cada experimento.

Na obtenção experimental dos coeficientes aerodinâmicos é mais conveniente substituir os H_i^* e A_i^* pelos respectivos coeficientes dimensionais H_i e A_i apresentadas abaixo:

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{\rho b^2 \omega H_1^*}{m} & ; & & A_1 &= \frac{\rho b^3 \omega A_1^*}{I} \\ H_2 &= \frac{\rho b^3 \omega H_2^*}{m} & ; & & A_2 &= \frac{\rho b^4 \omega A_2^*}{I} \\ H_3 &= \frac{\rho b^3 \omega^2 H_3^*}{m} & ; & & A_3 &= \frac{\rho b^4 \omega^2 A_3^*}{I} \end{aligned} \quad (5.4.6)$$

Substituindo as Eqs.(5.4.6) nas Eqs.(5.4.3-4) resulta:

$$F_y = m (H_1 \dot{v} + H_2 \dot{\theta} + H_3 \theta) \quad (5.4.7)$$

$$M = I (A_1 \dot{v} + A_2 \dot{\theta} + A_3 \theta) \quad (5.4.8)$$

Substituindo agora as Eqs.(5.4.5) e (5.4.7-8) nas Eqs. (5.4.1-2) obtem-se:

$$\begin{aligned} & [(\lambda^2 - \omega^2) v_0 + 2 \xi_v \omega_v \lambda v_0 + \omega_v^2 v_0 - H_1 \lambda v_0 - H_2 \theta_0 (\omega \operatorname{sen} \varphi + \lambda \cos \varphi) - \\ & - H_3 \theta_0 \cos \varphi] \operatorname{sen} \omega t + [2 \lambda \omega v_0 + 2 \xi_v \omega_v \omega v_0 - H_1 \omega v_0 - H_2 \theta_0 (\omega \cos \varphi - \lambda \operatorname{sen} \varphi) + \\ & + H_3 \theta_0 \operatorname{sen} \varphi] \cos \omega t = 0 \end{aligned} \quad (5.4.9)$$

$$\begin{aligned}
& [(\lambda^2 - \omega^2) \theta_0 \cos \varphi + 2 \lambda \omega \theta_0 \operatorname{sen} \varphi + 2 \xi_\theta \omega_\theta \theta_0 (\omega \operatorname{sen} \varphi + \lambda \cos \varphi) + \omega_\theta^2 \theta_0 \cos \varphi - \\
& \quad - A_1 \lambda v_0 - A_2 \theta_0 (\omega \operatorname{sen} \varphi + \lambda \cos \varphi) - A_3 \theta_0 \cos \varphi] \operatorname{sen} \omega t + \\
& + [(\lambda^2 - \omega^2) \theta_0 (-\operatorname{sen} \varphi) + 2 \lambda \omega \theta_0 \cos \varphi + 2 \xi_\theta \omega_\theta \theta_0 (\omega \cos \varphi - \lambda \operatorname{sen} \varphi) + \\
& \quad + \omega_\theta^2 \theta_0 (-\operatorname{sen} \varphi) - A_1 \omega v_0 - A_2 \theta_0 (\omega \cos \varphi - \lambda \operatorname{sen} \varphi) - \\
& \quad - A_3 \theta_0 (-\operatorname{sen} \varphi)] \cos \omega t = 0 \tag{5.4.10}
\end{aligned}$$

A condição necessária e suficiente para que as Eqs.(5.4.9- 10) sejam satisfeitas para qualquer t é que os seus coeficientes sejam identicamente nulos. Deste modo, resulta:

$$H_1 \lambda + H_2 \frac{\theta_0}{V_0} (\omega \operatorname{sen} \varphi + \lambda \cos \varphi) + H_3 \frac{\theta_0}{V_0} \cos \varphi = (\lambda^2 - \omega^2) + 2 \xi_v \omega_v \lambda + \omega_v^2 \tag{5.4.11}$$

$$H_1 \omega + H_2 \frac{\theta_0}{V_0} (\omega \cos \varphi - \lambda \operatorname{sen} \varphi) + H_3 \frac{\theta_0}{V_0} (-\operatorname{sen} \varphi) = 2 \lambda \omega + 2 \xi_v \omega_v \omega \tag{5.4.12}$$

$$\begin{aligned}
A_1 \frac{V_0}{\theta_0} \lambda + A_2 (\omega \operatorname{sen} \varphi + \lambda \cos \varphi) + A_3 \cos \varphi &= (\lambda^2 - \omega^2) \cos \varphi + 2 \lambda \omega \operatorname{sen} \varphi + \\
& + 2 \xi_\theta \omega_\theta (\omega \operatorname{sen} \varphi + \lambda \cos \varphi) + \omega_\theta^2 \cos \varphi \tag{5.4.13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_1 \frac{V_0}{\theta_0} \omega + A_2 (\omega \cos \varphi - \lambda \operatorname{sen} \varphi) + A_3 (-\operatorname{sen} \varphi) &= (\lambda^2 - \omega^2) (-\operatorname{sen} \varphi) + \\
& - 2 \lambda \omega \cos \varphi + 2 \xi_\theta \omega_\theta (\omega \cos \varphi - \lambda \operatorname{sen} \varphi) + \omega_\theta^2 (-\operatorname{sen} \varphi) \tag{5.4.14}
\end{aligned}$$

sendo os seis coeficientes H_i e A_i determinados dessas relações. Para conseguir isso, o movimento

vertical v ou a rotação θ são inicialmente restritas a zero em experimentos separados. Considerando primeiramente que $v_0=0$ e $\varphi=0$, obtêm-se A_2 e A_3 das Eqs. (5.4.13) e (5.4.14), nas quais $\lambda=\lambda_1$ e $\omega=\omega_1$ são valores determinados do experimento para uma dada velocidade do vento:

$$A_2 = 2 (\lambda_1 + \xi_\theta \omega_\theta) \quad (5.4.15)$$

$$A_3 = \omega_\theta^2 - \omega_1^2 - \lambda_1^2 \quad (5.4.16)$$

Considerando agora que $\theta_0=0$ resulta das Eqs. (5.4.11) e (5.4.12), com $\lambda=\lambda_2$ e $\omega=\omega_2$:

$$H_1 = 2 (\lambda_2 + \xi_v \omega_v) \quad (5.4.17)$$

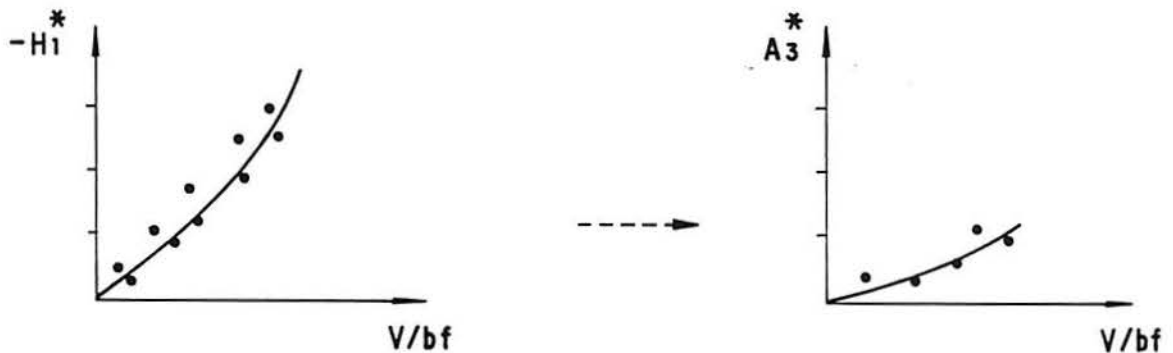
Uma vez conhecidos os valores de H_1 , A_2 e A_3 os coeficientes restantes serão obtidos através das Eqs. (5.4.11) a (5.4.14). O coeficiente A_1 pode ser obtido das Eqs. (5.4.13) ou (5.4.14) e os coeficientes H_2 e H_3 são determinados das Eqs. (5.4.11) e (5.4.12), resultando:

$$A_1 = \frac{\theta_0}{v_0} \omega \left[\frac{\omega^2 + \lambda^2 + A_3 - \omega_\theta^2}{\text{sen } \varphi (\lambda^2 + \omega^2)} \right] \quad (5.4.18)$$

$$H_2 = \frac{v_0}{\omega \theta_0} [\text{sen } \varphi (\lambda^2 + \omega_v^2 - \omega^2 - H_1 \lambda + 2 \xi_v \omega_v \lambda) + \\ + \text{cos } \varphi (2 \omega \lambda - H_1 \omega + 2 \xi_v \omega_v \omega)] \quad (5.4.19)$$

$$H_3 = \frac{v_0}{\theta_0 \text{cos } \varphi} (\lambda^2 - \omega^2 + \omega_v^2 + 2 \xi_v \omega_v \lambda - H_1 \lambda) - \\ - \frac{H_2}{\text{cos } \varphi} (\lambda \text{cos } \varphi + \omega \text{sen } \varphi) \quad (5.4.20)$$

Com os valores dos coeficientes H_i e A_i conhecidos, para uma dada velocidade do vento, determinam-se os correspondentes coeficientes adimensionais H_i^* e A_i^* através das Eqs. (5.4.6). A seguir assinalam-se esses pontos nos gráficos dos coeficientes aerodinâmicos H_i^* e A_i^* versus a velocidade reduzida (V/bf). Repete-se o experimento para uma nova velocidade do vento do túnel, obtendo-se novos coeficientes H_i e A_i , os correspondentes H_i^* e A_i^* e novos pontos nos gráficos de H_i^* , A_i^* versus V/bf . Varrendo-se toda a faixa de velocidades de interesse obtêm-se as seguintes distribuições:



Essas curvas caracterizam o comportamento da seção transversal da viga sujeita à ação do vento.

O procedimento descrito na página anterior para o cálculo dos coeficientes aerodinâmicos pressupõe o conhecimento dos registros do deslocamento v e da rotação θ . No entanto, de acordo com o procedimento experimental utilizado o que se obtém são as acelerações verticais \ddot{v} e a angular $\ddot{\theta}$. Deve-se portanto estabelecer as relações existentes entre os deslocamentos e essas acelerações. Derivando as Eqs. (5.4.5) duas vezes em relação ao tempo, resulta:

$$\ddot{v} = v_0 e^{\lambda t} [(\lambda^2 - \omega^2) \text{sen } \omega t + 2 \lambda \omega \text{cos } \omega t]$$

$$\ddot{\theta} = \theta_0 e^{\lambda t} [(\lambda^2 - \omega^2) \text{sen}(\omega t - \varphi) + 2 \xi \omega \text{cos}(\omega t - \varphi)] \quad (5.4.21)$$

Essas equações podem ser colocadas na forma:

$$\ddot{v} = v_0 e^{\lambda t} A_1 \text{sen}(\omega t + \varphi_1)$$

$$\ddot{\theta} = \theta_0 e^{\lambda t} A_2 \text{sen}(\omega t + \varphi_2 - \varphi) \quad (5.4.22)$$

onde

$$\varphi_1 = \tan^{-1} \left(\frac{2 \lambda \omega}{\lambda^2 - \omega^2} \right)$$

$$A_1 = \pm (\lambda^2 + \omega^2)$$

$$\varphi_2 = \tan^{-1} \left(\frac{2 \lambda \omega}{\lambda^2 - \omega^2} \right)$$

$$A_2 = \pm (\lambda^2 + \omega^2)$$

Os parâmetros φ_1, A_1 e φ_2, A_2 são determinados através da razão de decaimento e da frequências de oscilação dos registros das acelerações vertical e angular respectivamente.

Uma vez conhecidos esses parâmetros é possível determinar v_0 e θ_0 diretamente dos registros das acelerações e então utilizar as Eqs.(5.4.15) a (5.4.20) para a obtenção dos coeficientes H_i e A_i .

5.5. Modelo de dois graus de liberdade. escoamento turbulento

O equipamento para se determinar os coeficientes aerodinâmicos sob o efeito da turbulência será o mesmo que foi descrito no item anterior. Os graus de liberdade permitidos para o modelo, mecanicamente balanceado em relação ao centro da seção, também serão os mesmos, ou seja, o movimento vertical v e a rotação θ .

Nessas condições, as equações de movimento para o modelo de seção transversal da viga podem ser dados por:

$$m (\ddot{v} + 2 \xi_v \omega_v \dot{v} + \omega_v^2 v) = F_y \quad (5.5.1)$$

$$I (\ddot{\theta} + 2 \xi_\theta \omega_\theta \dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta) = M_\theta \quad (5.5.2)$$

Onde os coeficientes que aparecem dos lados esquerdos das Eqs. (5.5.1-2) já foram definidos no item anterior. F_y e M_θ são, respectivamente, a força e o momento aerodinâmico por unidade de

comprimento.

As solicitações aerodinâmicas F_y e M_θ têm a seguinte forma:

$$F_y = \left(\frac{1}{2} \rho \bar{V}^2 \right) (2d) \left(\kappa H_1^* \frac{\dot{v}}{V} + \kappa H_2^* \frac{d\theta}{V} + \kappa^2 H_3^* \theta \right) + F(t) \quad (5.5.3)$$

$$M_\theta = \left(\frac{1}{2} \rho \bar{V}^2 \right) (2d^2) \left(\kappa A_1^* \frac{\dot{v}}{V} + \kappa A_2^* \frac{d\theta}{V} + \kappa^2 A_3^* \theta \right) + M(t) \quad (5.5.4)$$

na qual ρ e \bar{V} são, respectivamente, a densidade do ar e a velocidade média do vento normal ao modelo; d é a largura do modelo; $K = d\omega/\bar{V}$ é a frequência reduzida; e H_i^* e A_i^* ($i=1, 2, 3$) são os coeficientes aerodinâmicos da seção. Assumindo que a velocidade do vento (perpendicular ao modelo) consiste de uma parte estacionária \bar{V} e componentes não estacionárias $u(t)$ horizontal e $v(t)$ vertical, os esforços instacionários devidos ao vento são dados por $F(t)$ e $M(t)$. Esses termos são respectivamente, a força e momento (por unidade de comprimento) devidos ao martelamento ou efeito de golpe do vento (buffeting, na literatura inglesa). Essas solicitações, apresentadas por Scanlan e Lin (1978), Scanlan (1978b) e Shinozuka *et al* (1976), podem ser dadas por:

$$F(t) = -\rho \bar{V}^2 d \left\{ C_s(\theta_0) \frac{u(t)}{V} + \left[\frac{1}{2} \frac{dC_s}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} + \frac{1}{2} \frac{A}{d} C_a(\theta_0) \right] \frac{v(t)}{V} \right\} \quad (5.5.5)$$

$$M(t) = \rho \bar{V}^2 d^2 \left[C_M(\theta_0) \frac{u(t)}{V} + \frac{1}{2} \frac{dC_M}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} \frac{v(t)}{V} \right] \quad (5.5.6)$$

nas quais A é a área exposta do modelo (por unidade de comprimento) perpendicular ao vento, C_a , C_s , C_M são os coeficientes aerodinâmicos obtidos para um escoamento permanente e uniforme de velocidade \bar{V} ; θ_0 é o ângulo de equilíbrio da seção transversal sob o escoamento de vento estacionário \bar{V} ; $u(t)$ e $v(t)$ são, respectivamente, as componentes horizontal e vertical da rajada de vento de velocidade média \bar{V} .

Substituindo as Eqs.(5.5.3), (5.5.4), (5.5.5) e (5.5.6) nas Eqs.(5.5.1) e (5.5.2) obtêm-se as seguintes expressões dadas em notação matricial:

$$\mathbf{M} \ddot{\xi} + \mathbf{C} \dot{\xi} + \mathbf{K} \xi = \mathbf{A} \xi + \mathbf{B} \xi + \mathbf{q} \quad (5.5.7)$$

onde

$$\xi = \begin{Bmatrix} v \\ \theta \end{Bmatrix} ; \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m & \\ & I \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2m\xi_v \omega_v & \\ & 2I\xi_\theta \omega_\theta \end{bmatrix} ;$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} m\omega_v^2 & \\ & I\omega_\theta^2 \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} ; \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} ;$$

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} F(t) \\ M(t) \end{Bmatrix}$$

Sendo os coeficientes das matrizes **A** e **B** dados por:

$$A_{11} = \rho d^2 \omega H_1^* ; \quad B_{11} = 0 ;$$

$$A_{12} = \rho d^3 \omega H_2^* ; \quad B_{12} = \rho d^3 \omega^2 H_3^* ;$$

$$A_{21} = \rho d^3 \omega A_1^* ; \quad B_{21} = 0 ;$$

$$A_{22} = \rho d^4 \omega A_2^* ; \quad B_{22} = \rho d^4 \omega^2 A_3^* .$$

5.5.1. Determinação experimental dos coeficientes aerodinâmicos.

Os coeficientes aerodinâmicos são determinados através da Eq.(5.5.7). Admite-se inicialmente que o movimento θ é bloqueado e que v é o único movimento permitido. A equação de movimento (5.5.7) resulta:

$$m (\ddot{v} + 2 \xi_v \omega_v \dot{v} + \omega_v^2 v) = \rho d^2 \omega H_1^* \dot{v} + F(t) \quad (5.5.8)$$

$$0 = \rho d^3 \omega A_1^* \dot{v} + M(y) \quad (5.5.9)$$

Se na Eq.(5.5.8) o amortecimento aerodinâmico é combinado com o amortecimento mecânico, resulta um novo amortecimento dado por:

$$\gamma_v = \xi_v - \frac{\rho d^2 \omega H_1^*}{2 \omega_v m} \quad (5.5.10)$$

e a Eq.(5.5.8) pode ser escrita como:

$$m (\ddot{v} + 2 \gamma_v \omega_v \dot{v} + \omega_v^2 v) = F(t) \quad (5.5.11)$$

Tomando-se a transformada de Fourier da Eq.(5.5.11) determina-se:

$$m (-\omega^2 + 2 i \gamma_v \omega_v \omega + \omega_v^2) v(\omega) = F(\omega)$$

ou

$$v(\omega) = H_v(\omega) F(\omega) \quad (5.5.12)$$

O conjugado complexo da transformada de Fourier é dado por:

$$m (-\omega^2 - 2 i \gamma_v \omega_v \omega + \omega_v^2) v^*(\omega) = F^*(\omega)$$

ou

$$v^*(\omega) = H_v^*(\omega) F^*(\omega) \quad (5.5.13)$$

Multiplicando Eq.(5.5.12) pela Eq.(5.5.13) e dividindo pelo período T de duração do registro, obtém-se quando $T \rightarrow \infty$:

$$S_v(\omega) = H_v(\omega) H_v^*(\omega) S_F(\omega) \quad (5.5.14)$$

onde $S_v(\omega)$ e $S_F(\omega)$ são, respectivamente, a densidade espectral de potência da resposta v e da

excitação $F(t)$ e $H_v(\omega)$. $H_v^*(\omega) = |H_v(\omega)|^2$ é o módulo da função de transferência.

Assim,

$$|H_v(\omega)|^2 = \frac{1}{m^2 [(\omega_v^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma_v^2 \omega_v^2 \omega^2]} \quad (5.5.15)$$

e

$$S_F(\omega) = \rho^2 \bar{V}^2 d^2 \left\{ C_s^2(\theta_0) S_u(\omega) + \frac{C_s(\theta_0)}{2} \left[\frac{dC_s}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} + \frac{A}{d} C_a(\theta_0) \right] (S_{uv}(\omega) + S_{vu}(\omega)) + \frac{1}{4} \left[\frac{dC_s}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} + \frac{A}{d} C_a(\theta_0) \right]^2 S_v(\omega) \right\} \quad (5.5.16)$$

Reconhecendo que o processo é de banda estreita centrado em ω_v a Eq.(5.5.14) pode ser escrita como:

$$S_v(\omega_v) = \frac{1}{4\gamma_v^2 \omega_v^4 m^2} S_F(\omega_v) \quad (5.5.17)$$

conseqüentemente

$$\gamma_v = \frac{1}{2\omega_v^2 m} \sqrt{\frac{S_F(\omega_v)}{S_v(\omega_v)}} \quad (5.5.18)$$

Substituindo γ_v na Eq. (5.5.10) resulta:

$$H_1^* = \frac{2m\omega_v(\xi_v - \gamma_v)}{\rho d^2 \omega} \quad (5.5.19)$$

Tomando-se, agora, a transformação de Fourier da Eq. (5.5.9) determina-se:

$$-i\omega \rho d^3 \omega A_1^* v(\omega) = M(\omega) \quad (5.5.20)$$

O conjugado complexo da transformada de Fourier é calculado como:

$$i \omega \rho d^3 \omega A_1^* v^*(\omega) = M^*(\omega) \quad (5.5.21)$$

Multiplicando a Eq.(5.5.20) pela Eq.(5.5.21) e dividindo pelo período T de duração do registro, obtêm-se quando $T \rightarrow \infty$:

$$\rho^2 d^6 \omega^4 A_1^{*2} S_v(\omega) = S_M(\omega) \quad (5.5.22)$$

como o processo é de banda estreita centrado em ω_v a relação acima pode ser dada por:

$$A_1^* = \frac{1}{\rho d^3 \omega_v^2} \sqrt{\frac{S_M(\omega_v)}{S_v(\omega_v)}} \quad (5.5.23)$$

onde

$$S_M(\omega) = \rho^2 \bar{V}^2 d^4 \left\{ C_M^2(\theta_0) S_u(\omega) + \frac{C_M(\theta_0)}{2} \frac{dC_M}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} (S_{uv}(\omega) + S_{vu}(\omega)) + \right. \\ \left. + \frac{1}{4} \left[\frac{dC_M}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} \right] S_v(\omega) \right\} \quad (5.5.24)$$

Impedindo-se o deslocamento vertical v , a equação de movimento (5.5.7) resulta em:

$$0 = \rho d^3 \omega H_2^* \dot{\theta} + \rho d^3 \omega^2 H_3^* \theta + F(t) \quad (5.5.25)$$

$$I (\ddot{\theta} + 2\xi_\theta \omega_\theta \dot{\theta} + \omega_\theta^2 \theta) = \rho d^4 \omega A_2^* \dot{\theta} + \rho d^4 \omega^2 A_3^* \theta + M(t) \quad (5.5.26)$$

Definindo agora

$$\omega_T^2 = \omega_\theta^2 - \frac{\rho d^4 \omega^2 A_3^*}{I} \quad (5.5.27)$$

e

$$\gamma_T = \frac{1}{2\omega_T} \left(2\xi_\theta \omega_\theta - \frac{\rho d^4 \omega A_2^*}{I} \right) \quad (5.5.28)$$

a Eq.(5.5.26) pode ser simplificada resultando:

$$I (\ddot{\theta} + 2 \gamma_T \omega_T \dot{\theta} + \omega_T^2 \theta) = M(t) \quad (5.5.29)$$

na qual $M(t)$ é uma função aleatória em t . Assim, esse é um problema direto de vibração aleatória, cujo espectro da resposta θ é dado por:

$$S_\theta(\omega) = |H_\theta(\omega)|^2 S_M(\omega) \quad (5.5.30)$$

onde

$$|H_\theta(\omega)|^2 = \frac{1}{I^2 [(\omega_T^2 - \omega^2)^2 + 4 \gamma_T^2 \omega_T^2 \omega^2]} \quad (5.5.31)$$

e $S_M(\omega)$ é dado pela Eq.(5.5.24).

Reconhecendo que o processo aleatório é de banda estreita centrado em ω_T a Eq.(5.5.30) pode ser escrita como:

$$S_\theta(\omega_T) = \frac{1}{4 \gamma_T^2 \omega_T^4 I^2} S_M(\omega_T) \quad (5.5.32)$$

conseqüentemente

$$\gamma_T = \frac{1}{2 \omega_T^2 I} \sqrt{\frac{S_M(\omega_T)}{S_\theta(\omega_T)}} \quad (5.5.33)$$

Substituindo γ_T na Eq.(5.5.28) resulta:

$$A_2^* = \frac{2 I (\xi_\theta \omega_\theta - \gamma_T \omega_T)}{\rho d^4 \omega} \quad (5.5.34)$$

sendo o coeficiente A_3^* obtido da Eq.(5.5.27) como:

$$A_3^* = \frac{I (\omega_\theta^2 - \omega_T^2)}{\rho d^4 \omega^2} \quad (5.5.35)$$

Os dois últimos coeficientes H_2^* e H_3^* são obtidos de experimentos onde os movimentos

v e θ são acoplados. Tomando-se a transformada de Fourier da Eq. (5.5.7) resulta:

$$(-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K}) \bar{\xi} = (i\omega \mathbf{A} + \mathbf{B}) \bar{\xi} + \bar{q} \quad (5.5.36)$$

Resolvendo essa equação algebricamente para $v(\omega)$ e $\theta(\omega)$ obtem-se:

$$\begin{Bmatrix} v(\omega) \\ \theta(\omega) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{vF} & H_{vM} \\ H_{\theta F} & H_{\theta M} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F(\omega) \\ M(\omega) \end{Bmatrix} \quad (5.5.37)$$

onde, se o determinante do sistema

$$\Delta = \begin{vmatrix} [m(-\omega^2 + 2i\xi_v \omega_v \omega + \omega_v^2) - i\omega A_{11} - B_{11}] - [i\omega A_{12} + B_{12}] \\ -[i\omega A_{21} + B_{21}] [I(-\omega^2 + 2i\xi_\theta \omega_\theta \omega + \omega_\theta^2) - i\omega A_{22} - B_{22}] \end{vmatrix} \quad (5.5.38)$$

Os coeficientes da matriz de transferência são definidos explicitamente por:

$$H_{vF} = \frac{1}{\Delta} [I(-\omega^2 + 2i\xi_\theta \omega_\theta \omega + \omega_\theta^2) - i\omega A_{22} - B_{22}]$$

$$H_{vM} = \frac{1}{\Delta} [i\omega A_{12} + B_{12}] \quad (5.5.39)$$

$$H_{\theta F} = \frac{1}{\Delta} [i\omega A_{21} + B_{21}]$$

$$H_{\theta M} = \frac{1}{\Delta} [m(-\omega^2 + 2i\xi_v \omega_v \omega + \omega_v^2) - i\omega A_{11} - B_{11}]$$

O conjugado da transposta da Eq. (5.5.37) é

$$[v^*(\omega) \theta^*(\omega)] = [F^*(\omega) M^*(\omega)] \begin{bmatrix} H_{vF}^* & H_{\theta F}^* \\ H_{vM}^* & H_{\theta M}^* \end{bmatrix} \quad (5.5.40)$$

O produto da Eq. (5.5.37) pela Eq. (5.5.40) leva à seguinte relação explícita entre as densidades espectrais de potência:

$$\begin{bmatrix} S_v & S_{v\theta} \\ S_{\theta v} & S_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{vF} & H_{vM} \\ H_{\theta F} & H_{\theta M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_F & F_{FM} \\ S_{MF} & S_M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_{vF}^* & H_{\theta F}^* \\ H_{vM}^* & H_{\theta M}^* \end{bmatrix} \quad (5.5.41)$$

Onde S_v , $S_{\theta v}$, $S_{v\theta}$, S_θ , S_F , S_{FM} , S_{MF} e S_M são as densidades espectrais de potência e de potência cruzada como indicado pelos seus subíndices e, H_{vF} , H_{vF}^* , etc, são, respectivamente as funções de transferência e seus conjugados complexos.

Desenvolvendo a Eq. (5.5.41) acima determina-se a seguinte relação entre seus termos:

$$S_v(\omega) = H_{vF} S_F H_{vF}^* + H_{vM} S_{MF} H_{vF}^* + H_{vF} S_{FM} H_{vM}^* + H_{vM} S_M H_{vM}^* \quad (5.5.42)$$

$$S_{v\theta}(\omega) = H_{vF} S_F H_{\theta F}^* + H_{vM} S_{MF} H_{\theta F}^* + H_{vF} S_{FM} H_{\theta M}^* + H_{vM} S_M H_{\theta M}^* \quad (5.5.43)$$

$$S_{\theta v}(\omega) = H_{\theta F} S_F H_{vF}^* + H_{\theta M} S_{MF} H_{vF}^* + H_{\theta F} S_{FM} H_{vM}^* + H_{\theta M} S_M H_{vM}^* \quad (5.5.44)$$

$$S_\theta(\omega) = H_{\theta F} S_F H_{\theta F}^* + H_{\theta M} S_{MF} H_{\theta F}^* + H_{\theta F} S_{FM} H_{\theta M}^* + H_{\theta M} S_M H_{\theta M}^* \quad (5.5.45)$$

sendo:

$$\begin{aligned} S_{FM}(\omega) = & -\rho^2 \bar{V}^2 d^3 \left\{ C_s(\theta_0) C_M(\theta_0) S_u(\omega) + \frac{1}{2} C_s(\theta_0) \frac{dC_M}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} S_{uv}(\omega) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} C_M(\theta_0) \left[\frac{dC_s}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} + \frac{A}{d} C_a(\theta_0) \right] S_{vu}(\omega) + \right. \\ & \left. + \left(\frac{1}{4} \frac{dC_M}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} \left[\frac{dC_s}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} + \frac{A}{d} C_a(\theta_0) \right] S_v(\omega) \right) \right\} \quad (5.5.46) \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
S_{MF}(\omega) = & -\rho^2 \bar{v}^2 d^3 \left\{ C_s(\theta_0) C_M(\theta_0) S_u(\omega) + \frac{1}{2} C_M(\theta_0) \left[\frac{dC_s}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} + \right. \right. \\
& + \frac{A}{d} C_a(\theta_0) \left. \right] S_{uv}(\omega) + \frac{1}{2} C_s(\theta_0) \frac{dC_M}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} S_{vu}(\omega) + \\
& \left. + \left(\frac{1}{4} \frac{dC_M}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} \right) \left[\frac{dC_s}{d\theta} \Big|_{\theta=\theta_0} + \frac{A}{d} C_a(\theta_0) \right] S_v(\omega) \right\} \quad (5.5.47)
\end{aligned}$$

Os coeficientes H_2^* e H_3^* podem então ser calculados da Eq.(5.5.43) ou Eq.(5.5.44) igualando-se os termos reais e imaginários.

O desenvolvimento descrito acima para o cálculo dos coeficientes aerodinâmicos pressupõe o conhecimento das densidades espectrais dos deslocamentos, $S_v(\omega)$ e $S_\theta(\omega)$, bem como das densidades espectrais cruzadas $S_{v\theta}(\omega)$ e $S_{\theta v}(\omega)$. Entretanto, de acordo com o procedimento experimental adotado o que se determina são as densidades espectrais das acelerações. Assim, torna-se necessário estabelecer as relações existentes entre as densidades espectrais dos deslocamentos e das acelerações dadas pelas seguintes equações:

$$S_{\ddot{v}}(\omega) = \omega^4 S_v(\omega)$$

$$S_{\ddot{\theta}}(\omega) = \omega^4 S_\theta(\omega) \quad (5.5.48)$$

$$S_{\ddot{v}\ddot{\theta}}(\omega) = \omega^4 S_{v\theta}(\omega)$$

$$S_{\ddot{\theta}\ddot{v}}(\omega) = \omega^4 S_{\theta v}(\omega)$$

6. AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS.

Neste capítulo apresentam-se os coeficientes aerodinâmicos, para um modelo de seção transversal H, obtidos através dos dois enfoques distintos apresentados no capítulo anterior. No primeiro deles as solicitações aerodinâmicas foram calculadas através de um modelo quase-estático giratório de um grau de liberdade, enquanto que no outro elas foram calculadas através de um modelo de dois graus de liberdade. Ambos experimentos foram realizados no túnel de vento TV-2 de UFRGS, sob os regimes de escoamentos suave e turbulento.

Os coeficientes determinados através do modelo de dois graus de liberdade, montado sobre molas, foram comparados com os resultados existentes na literatura para a mesma seção transversal.

6.1. Modelo de um grau de liberdade.

Escoamento Suave

O modelo reduzido de seção transversal H, foi colocado no túnel, na posição horizontal e com o ângulo de incidência do vento normal ao seu eixo longitudinal, da maneira já descrita no capítulo anterior.

Inicialmente foram obtidos os registros das forças de arrasto e sustentação e do momento tursor, em função do ângulo de incidência α , para um escoamento suave e para o modelo estacionário $\dot{\theta}=0$. Os experimentos foram realizados para cinco valores do ângulo de incidência, $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, \text{ e } 90^\circ$, sendo que para cada valor de α o modelo foi submetido a três velocidades, V_0 , do vento, com valores aproximados de 4 m/s, 8 m/s e 12 m/s.

A Fig.6.1.1 apresenta registros típicos da força de arrasto e sustentação e do momento tursor para um ângulo de incidência $\alpha = 15^\circ$ e $V_0 = 11,65$ m/s. O tempo total do registro é de 10s e a velocidade de aquisição dos dados foi de 100 pontos por segundo. Verifica-se através desse gráfico que os registros oscilam em torno dos seus valores médios, calculados pelo programa AQdados como sendo $\bar{F}_A = 12,419$ N, $\bar{F}_s = 20,41$ N e $\bar{M} = 0,34$ Nm, respectivamente, para força de arrasto, sustentação e momento tursor. Uma vez conhecidos estes valores, os coeficientes de arrasto, sustentação e momento podem, então, ser determinados por:

$$C_a = \frac{\bar{F}_a}{qA} \quad ; \quad C_s = \frac{\bar{F}_s}{qA} \quad ; \quad C_M = \frac{\bar{M}}{qAb} \quad (6.1.1)$$

onde $q = 1/2\rho V_0^2$ é uma pressão dinâmica e A é a área da seção de referência. A área da seção de referência foi considerada $A = lb$, sendo $l=1,217$ m o comprimento do modelo e $b=0,035$ m

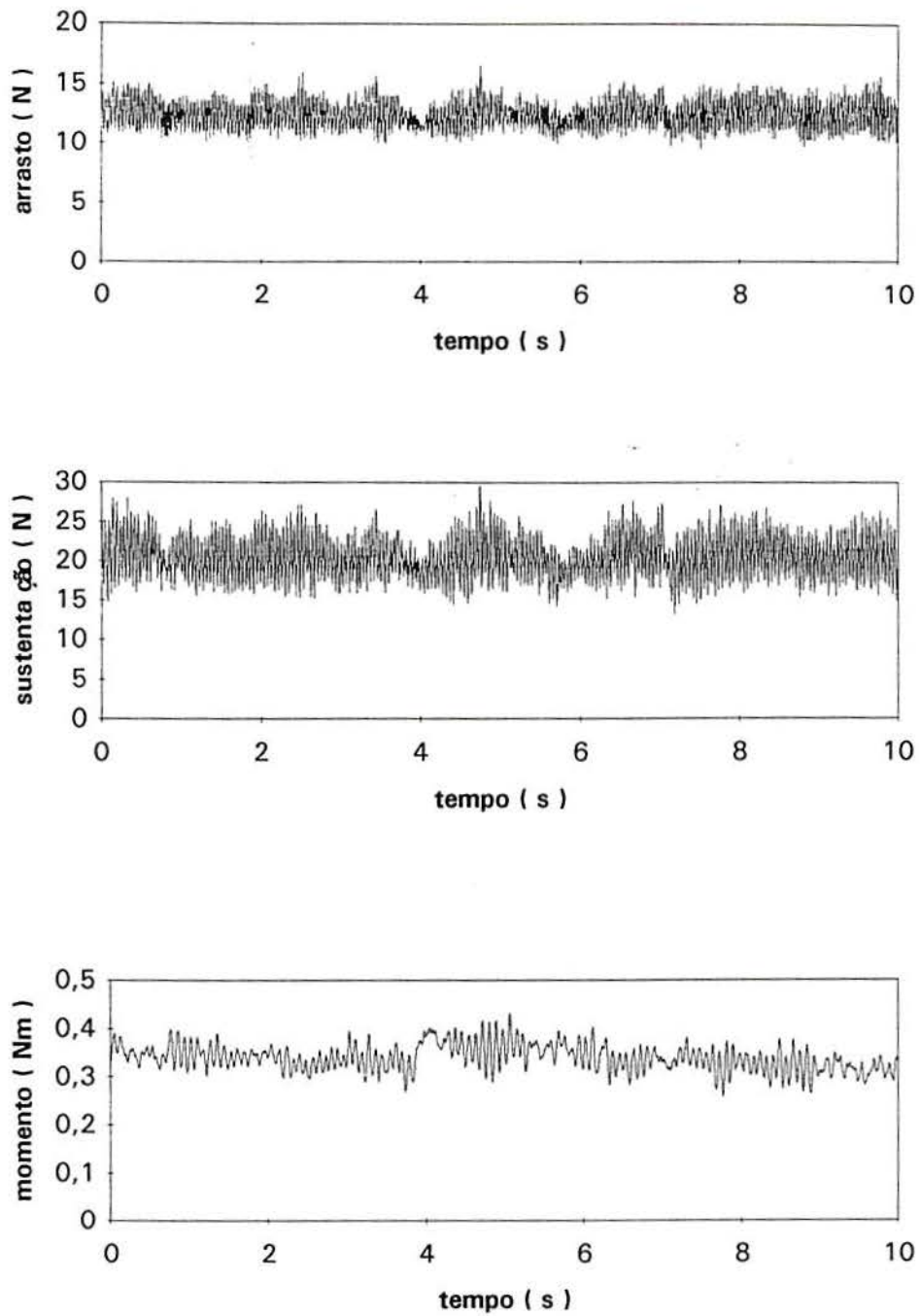


Fig.6.1.1. Registros das forças de arrasto e sustentação e do momento tórsor para $\alpha = 15^\circ$ e $V_0 = 11,65$ m/s. Modelo estacionário de seção transversal H. Escoamento suave.

a sua altura. Assim, os coeficientes de arrasto, sustentação e momento do perfil da seção transversal H foram calculados do registro da Fig.6.1.1 como $C_a = 3,44$, $C_s = 5,65$ e $C_M = 2,68$.

Tomando-se uma nova velocidade, V_0 , do túnel, novos registros dos esforços aerodinâmicos serão obtidos e, conseqüentemente, calculados novos valores dos coeficientes de arrasto, sustentação e momento para o mesmo ângulo de incidência α .

A Fig.6.1.2 mostra os gráficos dos coeficientes de arrasto, sustentação e momento do modelo de seção transversal H, estacionário, para α variando de 0° a 45° . Em virtude da dupla simetria da seção transversal o gráfico dos coeficientes de arrasto é uma função par, enquanto que os dos coeficientes de sustentação e momento são funções ímpares.

Foi comentado no capítulo anterior que em virtude dos pequenos valores dos esforços aerodinâmicos, foi necessário utilizar amplificadores nas saídas das quatro pontes das células de carga. Esse procedimento torna possível o registro de pequenos esforços, quando a velocidade do vento é baixa, mas pode também tornar importante um pequeno erro de balanceamento da ponte de Wheatstone. Assim, afim de se minimizar possíveis erros de balanceamento, o coeficiente de arrasto, C_a , foi calculado para a máxima velocidade do vento adotada nos ensaios, isto é $V_0 \cong 12\text{m/s}$, com exceção dos valores determinados para $\alpha = 45^\circ$ onde foi também utilizado o ponto calculado para $V_0 \cong 8\text{m/s}$.

Os coeficientes de sustentação, C_s , e momento, C_M , foram calculados para os três valores da velocidade do vento, uma vez que os coeficientes C_s e C_M são nulos para $\alpha = 0$ e desse modo os possíveis erros de balanceamento puderam ser compensados. Verifica-se através da Fig.6.1.2 que os pontos experimentais do gráfico dos coeficientes C_s apresentam pouca dispersão, principalmente para $\alpha = 30^\circ$ e 45° . Já no gráfico dos coeficientes C_M versus α os pontos experimentais estão mais dispersos. Uma possível explicação para essa dispersão é que as duas pontes que mediam os momentos aerodinâmicos eram menos precisas que as que determinavam o arrasto e a sustentação sendo também menos estáveis em relação à deriva do zero, ou seja, ao desbalanceamento.

Uma vez obtidos os coeficientes C_a , C_s e C_M , os coeficientes C_x e C_y puderam, então, ser determinados através das Eqs.5.3.3-4, conforme já descrito no capítulo anterior. A tabela 6.1.1 apresenta os coeficientes C_a , C_s , C_M , C_x e C_y , para o perfil da seção transversal H, sob escoamento suave, para os cinco valores do ângulo de incidência α utilizados nos ensaios. Os gráficos de C_x , C_y e C_M em função de α podem também ser vistos na Fig.6.1.5. Os valores desses coeficientes na origem, $\alpha = 0$, bem como o das suas derivadas $C_{x,\alpha}$, $C_{y,\alpha}$ e $C_{M,\alpha}$ deverão ser utilizadas nas Eqs.4.2.19 ou Eqs.5.3.1-2.

Convém, ainda, comentar que nos experimentos com o modelo de um grau de liberdade, o número de Reynolds, Re , esteve compreendido entre os valores de $10^4 < Re < 10^5$, enquanto

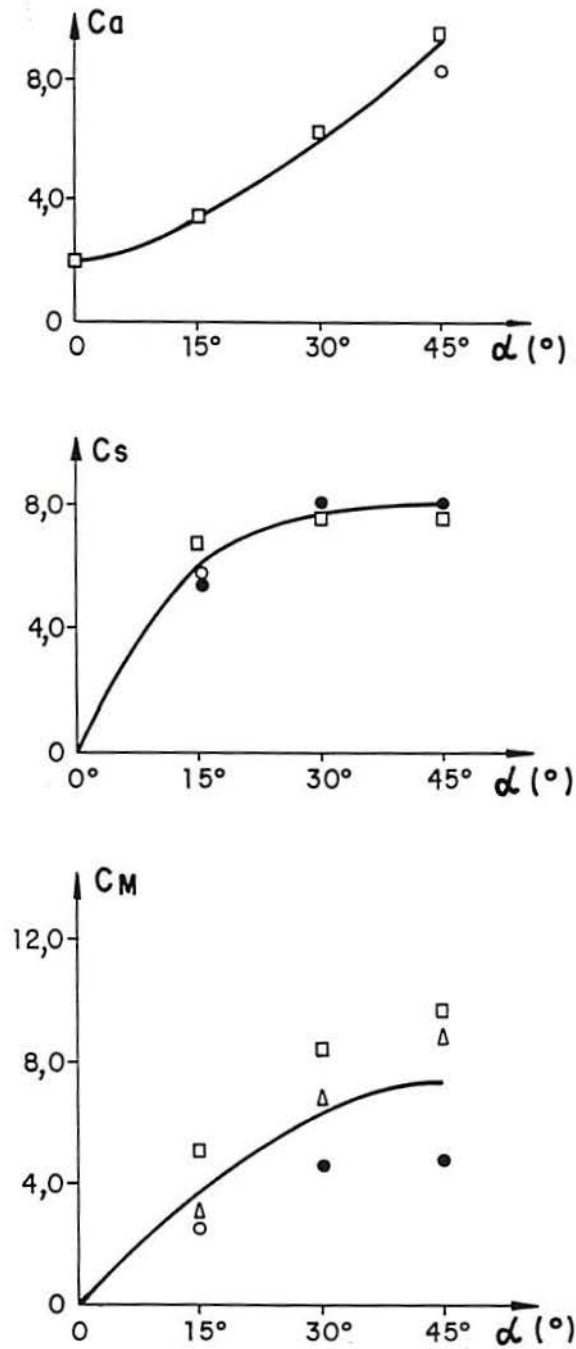


Fig.6.1.2. Coeficientes de arrasto, sustentação e momento para o perfil de seção transversal H, com $b=0,21 d$. Escoamento suave.

que a razão de bloqueio do túnel variou de 3,9% para o ângulo de incidência $\alpha = 0^\circ$, a 18,3% para $\alpha = 90^\circ$.

Os ensaios para a obtenção dos coeficientes $C_{x,\dot{\theta}}$, $C_{y,\dot{\theta}}$ e $C_{M,\dot{\theta}}$ foram realizados com o modelo girando, sendo o mesmo submetido a duas velocidades, V_0 , do vento, com valores aproximados de 5 m/s e 8 m/s. As velocidades angulares de giro do modelo variaram de $\dot{\theta} = 0$ a $\dot{\theta} = 0,8\text{c/s}$.

A Fig. 6.1.3 apresenta registros típicos da força de arrasto e sustentação, do momento torsor e da variação de voltagem da célula fotoelétrica para o modelo girando e $V_0 = 7,92\text{m/s}$. O tempo total do registro é de 30s e a velocidade de aquisição dos dados foi de 200 pontos por segundo. Os picos de voltagem registrados pelo sistema ótico corresponderam ao instante no qual o ângulo de incidência, α , era nulo (vide capítulo 5). O intervalo de tempo decorrido entre dois picos consecutivos é o tempo necessário para que o modelo efetue um giro completo; portanto, o seu inverso é a velocidade angular do modelo em ciclos/s. Verifica-se também do registro do sistema ótico, que a velocidade angular de giro do modelo aumenta com o tempo. Assim, para cada registro, é possível estudar o comportamento dos esforços aerodinâmicos com a velocidade angular $\dot{\theta}$.

A Fig. 6.1.4 mostra os gráficos das forças de arrasto e sustentação entre os intervalos de tempo $t = 25,475\text{s}$ e $t = 27,715\text{s}$, com $\dot{\theta} = 0,446\text{c/s}$. Esses gráficos foram obtidos da figura anterior e filtrados para eliminar os componentes de alta frequência, sendo portanto os valores médios dos esforços em função do ângulo de incidência α (α varia de 0° a 360°).

TABELA 6.1.1. Coeficientes aerodinâmicos C_a , C_s , C_M , C_x e C_y para o perfil de seção transversal H, estacionário, sob escoamento suave.

α (GRAUS)	C_a	C_s	C_M	C_x	C_y
0	1,85	0	0	1,85	0
15°	3,44	6,10	3,67	1,74	-6,78
30°	6,24	7,80	6,36	1,50	-9,87
45°	9,20	8,00	7,34	0,85	-12,16
90°	13,34	0	0	0	-13,34

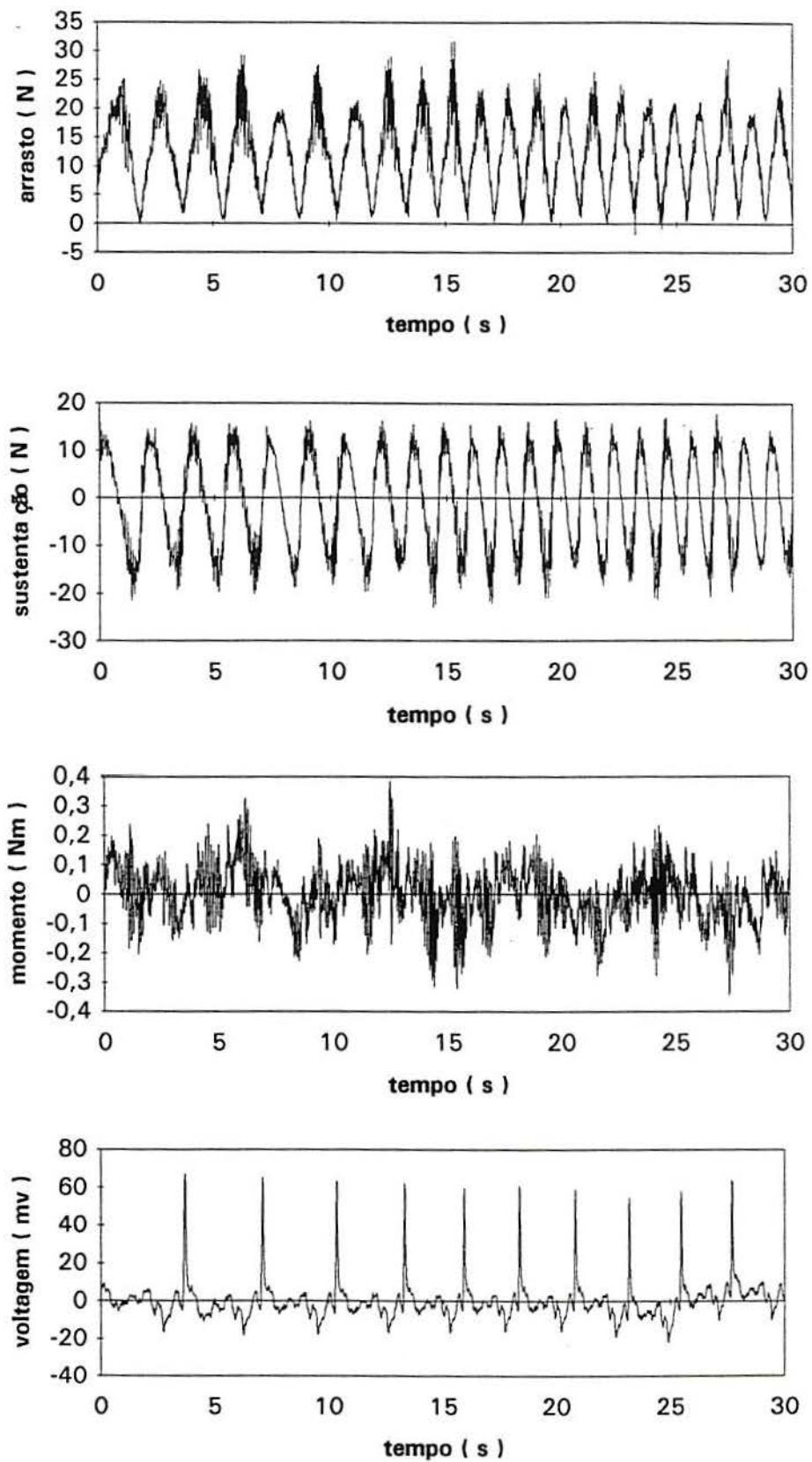


Fig.6.1.3. Registros das forças de arrasto e sustentação do momento tursor (canal 4) e da variação de voltagem da célula fotoelétrica para o modelo, não estacionário, de seção transversal H. Escoamento suave, $V_0 = 7,92$ m/s.

Como o que se busca são os valores dos coeficientes aerodinâmicos, $C_x(\alpha, \dot{\theta})$, $C_y(\alpha, \dot{\theta})$ e $C_M(\alpha, \dot{\theta})$, e de suas derivadas na origem, determinam-se os valores médios das forças de arrasto e sustentação para o ângulo de incidência nulo, isto é, quando $\alpha = 0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$. Conhecidos esses valores calcularam-se os coeficientes C_x e C_y , para $\alpha = 0$, $\dot{\theta} = 0,446 \text{ c/s}$ e $V_0 = 7,92 \text{ m/s}$, seguindo o mesmo procedimento indicado anteriormente. A obtenção do coeficiente aerodinâmico do momento, C_M , segue os mesmos passos indicados acima para o cálculo dos coeficientes C_x e C_y .

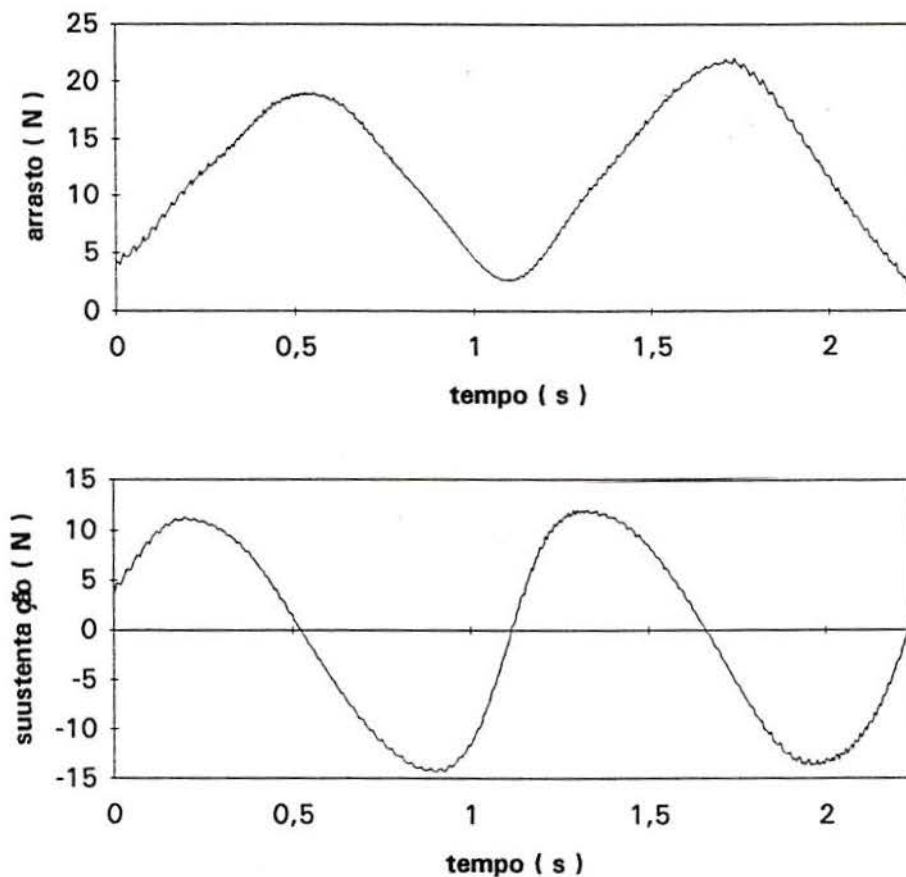


Fig. 6.1.4. Variação das forças de arrasto e sustentação entre os intervalos de tempo $t=25,475\text{s}$ e $t=27,715\text{s}$, correspondendo a $\alpha = 0^\circ$ e $\alpha = 360^\circ$. Escoamento suave, $V_0 = 7,92\text{m/s}$, $\dot{\theta}=0,446 \text{ c/s}$.

Tomando-se outros intervalos de tempo da Fig.6.1.3, obtêm-se novos gráficos dos esforços aerodinâmicos em função do ângulo de incidência α e, conseqüentemente, pode-se calcular os coeficientes aerodinâmicos C_x , C_y e C_M , quando $\alpha = 0$, para cada velocidade angular, $\dot{\theta}$, do modelo. Repetindo o ensaio para uma nova velocidade do vento foi possível construir curvas de C_x , C_y e C_M versus $d\dot{\theta}/V$ para $\alpha = 0$.

A Fig.6.1.6 apresenta os gráficos dos coeficientes C_x , C_y e C_M calculados com o ângulo

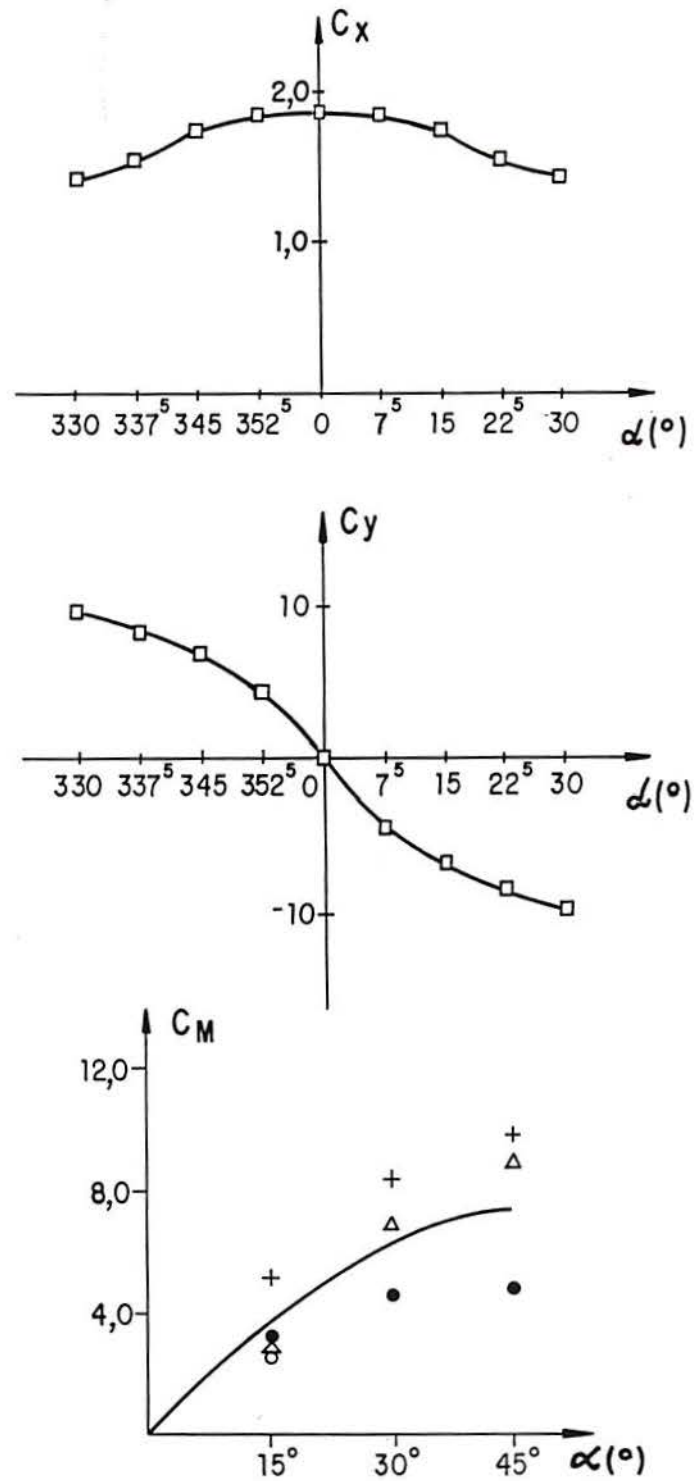


Fig. 6.1.5. Coeficientes aerodinâmicos C_x , C_y , e C_M para o perfil de seção transversal H, estacionário, sob escoamento suave.

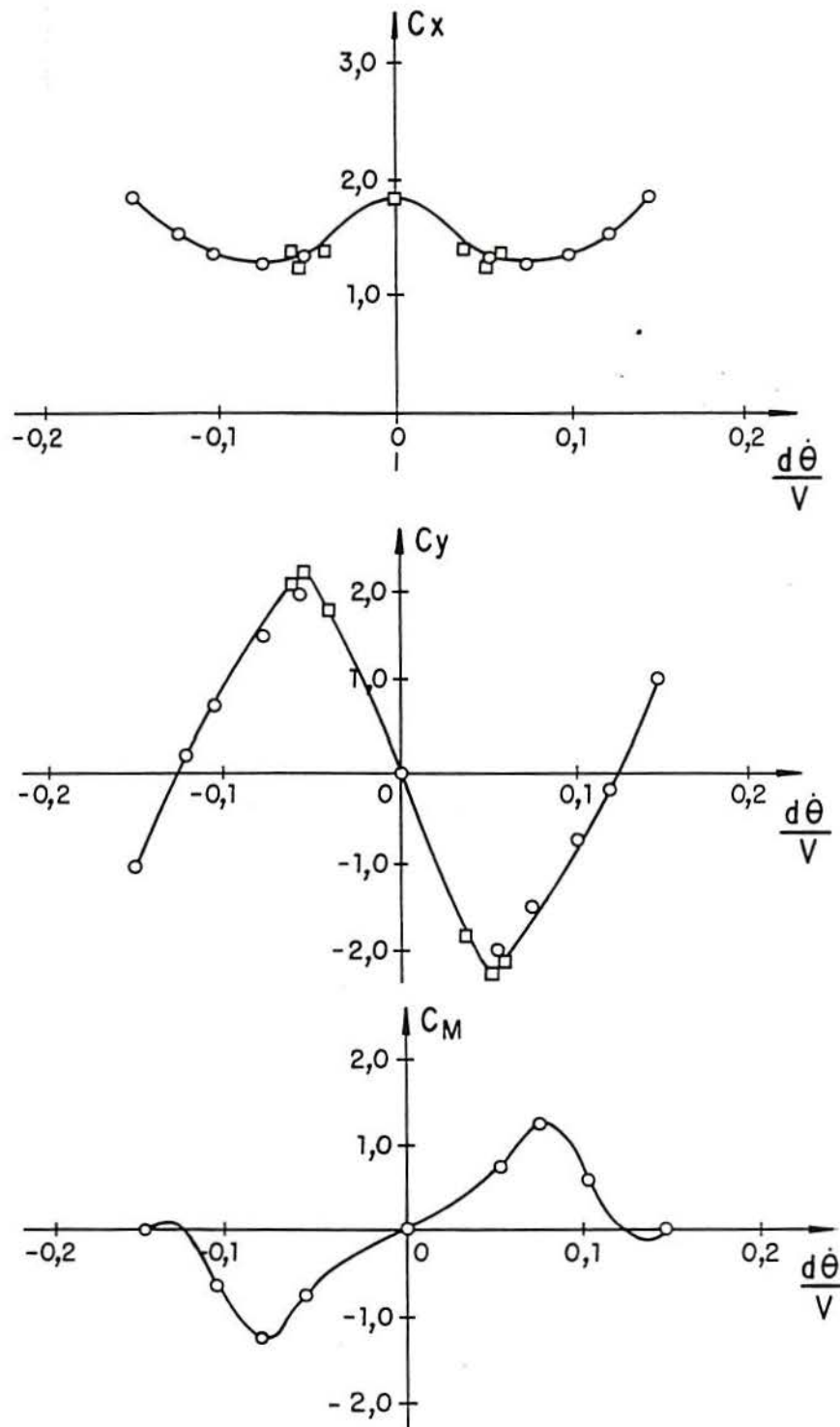


Fig.6.1.6. Coeficientes aerodinâmicos C_x , C_y e C_M calculados com $\alpha=0$, para o perfil de seção transversal H, sob escoamento suave, em função da velocidade angular $\dot{\theta}$.

de incidência nulo, para o perfil de seção transversal H, sob escoamento suave, em função da velocidade angular normalizada $d\theta/V$. Em virtude da dupla simetria da seção transversal o gráfico dos coeficientes de arrasto também é uma função par, enquanto que os dos coeficientes de sustentação e momento são funções ímpares. Os valores dos coeficientes $C_{x,\dot{\theta}}$, $C_{y,\dot{\theta}}$ e $C_{M,\dot{\theta}}$ a serem utilizados nas Eqs.4.2.19 ou Eqs.5.3.1-2 deverão ser determinados dessas curvas através das derivadas na origem.

Escoamento Turbulento

A aparelhagem e o procedimento experimental utilizado para a determinação dos coeficientes aerodinâmicos, sob o regime de escoamento turbulento, foram os mesmos do caso anterior. A única diferença é que a grelha plana de malha uniforme, apresentada na Fig.5.1.1, foi introduzida na gaveta 2 da câmara de simuladores. Essa grelha gera no eixo do túnel, onde o modelo está colocado, uma turbulência uniforme com intensidade de 10,5%.

Inicialmente, a exemplo do escoamento suave, foram obtidos os esforços aerodinâmicos para o modelo estacionário, $\dot{\theta}=0$. Os experimentos foram, também, realizados para cinco valores do ângulo de incidência, $\alpha = 0^\circ, 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ e 90° , sendo que para cada valor de α o modelo foi submetido a três velocidades do vento, com média \bar{V}_0 , com valores aproximados de 4 m/s, 8 m/s e 11 m/s.

Os registros dos esforços aerodinâmicos, para os experimentos realizados com o modelo estacionário, tiveram todos a duração de 10s e a velocidade de aquisição dos dados foi de 200 pontos por segundo. Esses registros são semelhantes aos vistos na Fig.6.1.1 e não serão apresentados aqui. Utilizando o mesmo método experimental visto anteriormente foram obtidos os coeficientes aerodinâmicos para cada valor do ângulo de incidência α . A Fig.6.1.7 mostra os gráficos dos coeficientes de arrasto, sustentação e momento do modelo de seção transversal H, estacionário, para α variando de 0° a 45° . Nesse caso, os gráficos dos coeficientes foram determinados utilizando todos os pontos experimentais, ou seja, os coeficientes C_a , C_s e C_M foram calculados para os três valores da velocidade do vento. Verifica-se através dessa figura que novamente os pontos experimentais dos gráficos de C_a e C_s apresentam uma menor dispersão que os de C_M .

Obtidos os coeficientes C_a , C_s e C_M determinaram-se os coeficientes C_x e C_y através das Eqs.5.3.3-4. A Tab.6.1.2 apresenta os valores dos coeficientes C_a , C_s , C_M , C_x e C_y , para o perfil de seção transversal H, sob escoamento turbulento, para os cinco valores do ângulo de incidência α utilizados nos ensaios. Os gráficos de C_x , C_y e C_M em função de α podem também ser vistos na Fig.6.1.8.

TABELA 6.1.2. Coeficientes aerodinâmicos C_a , C_s , C_M , C_x e C_y para o perfil de seção transversal H, estacionário, sob escoamento turbulento.

α (GRAUS)	C_a	C_s	C_M	C_x	C_y
0	1,50	0	0	1,50	0
15°	3,50	4,86	3,63	2,12	-5,60
30°	6,20	6,46	6,29	2,14	-8,70
45°	9,20	6,80	7,26	1,70	-11,30
90°	13,04	0	0	0	-13,04

Comparando os gráficos das Figs.6.1.2 e 6.1.7 verifica-se que, para pequenos valores do ângulo de incidência α , o coeficiente de arrasto obtido sob escoamento turbulento é menor que o obtido sob escoamento suave. Já os coeficientes de sustentação C_s obtidos sob escoamento turbulento são menores que os obtidos sob escoamento suave qualquer que seja o ângulo α . No caso dos coeficientes C_M não há diferenças significativas para os dois regimes de escoamento.

Segundo Scanlan (1978a) : "Há vários motivos para investigar se os valores médios dos coeficientes aerodinâmicos C_a , C_s e C_M obtidos alternadamente sob escoamentos suave e turbulento são os mesmos. Em geral eles não serão; de fato pode ser esperado que eles difiram de acordo com o espectro da turbulência que esteja presente, ou sucintamente, com um único parâmetro, a escala integral da turbulência".

A escala integral da turbulência é também denominada de escala espacial da turbulência ou macro-escala da turbulência, ou mais simplesmente de escala da turbulência. As escalas da turbulência de maior interesse são as escalas espaciais das três componentes da turbulência, cada uma delas fornecendo uma dimensão característica representativa do tamanho médio dos maiores redemoinhos na respectiva direção.

A escala longitudinal da turbulência no túnel na altura do modelo é de 60mm, com a grelha G-1 na câmara de simuladores. A escala vertical da turbulência, no túnel TV-2, é igual, aproximadamente, à metade do valor da escala longitudinal, assim o valor da escala vertical da turbulência, com a grelha G-1, é de 30mm. O modelo de seção transversal H possui largura $d = 165\text{mm}$, portanto é de se supor que o martelamento dos turbilhões no modelo afetem os

valores dos coeficientes C_n , C_s e C_M , como já ficou evidente acima.

Comparando a curva de C_y versus α com a sua correspondente, obtida sob escoamento suave, verifica-se que a turbulência provoca um achatamento da curva, ou seja, o coeficiente $C_{y,\alpha}$, calculado como a tangente na origem, é menor para o escoamento turbulento. A curva de C_x versus α é descendente com o ângulo de incidência α , sob escoamento suave e ascendente quando o escoamento é turbulento. Essa tendência também foi observada em um perfil prismático de seção retangular (2 x 1 x 6), apresentado por Blessmann (1986). Nesse trabalho, o perfil com altura de 360mm e base retangular de 120mm por 60mm foi colocado verticalmente no túnel de vento e submetido a dois regimes de escoamentos; vento uniforme e suave (baixa turbulência) e vento deslizando e turbulento, com expoente da lei potencial do perfil de velocidades médias $p = 0,34$.

Os ensaios para a obtenção dos coeficientes $C_{x,\dot{\theta}}$, $C_{y,\dot{\theta}}$ e $C_{M,\dot{\theta}}$ foram realizados com o modelo girando, sendo o mesmo submetido a duas velocidades do vento, com médias \bar{V} , com valores aproximados de 6 m/s e 8 m/s. As velocidades angulares de giro do modelo variaram de $\dot{\theta} = 0$ a $\dot{\theta} = 0,9$ c/s.

Os registros dos esforços aerodinâmicos, para os experimentos realizados com o modelo não estacionário, tiveram todos a duração de 30s e a velocidade de aquisição dos dados foi de 200 pontos por segundo. Esses registros são semelhantes aos vistos na Fig.6.1.3 e não serão apresentados aqui. Utilizando o mesmo procedimento experimental visto para o escoamento suave foram obtidos os coeficientes aerodinâmicos C_x , C_y e C_M , quando $\alpha = 0$, para cada velocidade angular, $\dot{\theta}$, do modelo.

A Fig.6.1.9 apresenta os gráficos dos coeficientes C_x , C_y e C_M calculados com o ângulo de incidência nulo, para o perfil de seção transversal H, sob escoamento turbulento, em função da velocidade angular normalizada $d\dot{\theta}/v$.

O perfil H usado nesse estudo representa a forma geométrica da primeira ponte de Tacoma. Essa seção é aerodinamicamente instável à torção. A instabilidade se dá quando o amortecimento efetivo, dado pela soma do amortecimento mecânico e aerodinâmico se torna negativo. Observa-se que o amortecimento aerodinâmico dado por $-1/2\rho b^2 V_0^2 C_{M,\dot{\theta}}$ é negativo para ambos os regimes de escoamentos, pois o valor da derivada, $C_{M,\dot{\theta}}$, na origem é positivo para os dois casos. Entretanto o valor de $C_{M,\dot{\theta}}$ para o escoamento turbulento é menor que no caso do escoamento suave, assim, pode-se dizer que a turbulência retarda o aparecimento da instabilidade na seção transversal H.

A Tab.6.1.3 apresenta os valores dos coeficientes aerodinâmicos C_x , C_y e C_M , e de suas derivadas em relação a α e $\dot{\theta}$, na origem sob os regimes de escoamentos suave e turbulento. Os valores desses coeficientes deverão ser utilizados nas Eqs. 4.2.19 ou Eqs.5.3.1-2.

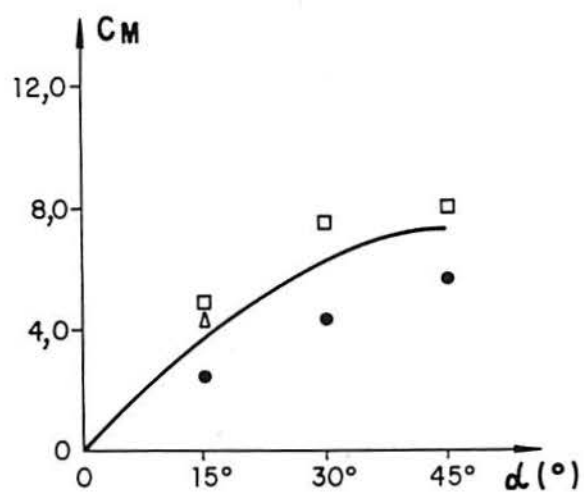
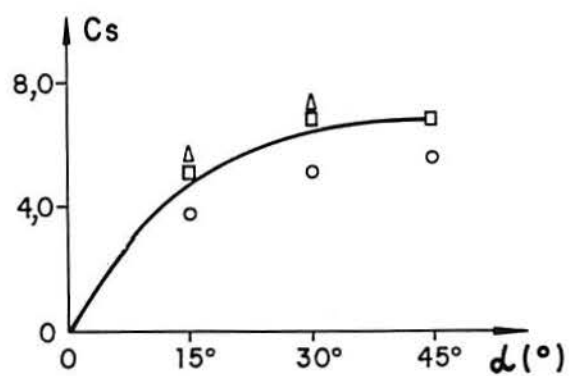
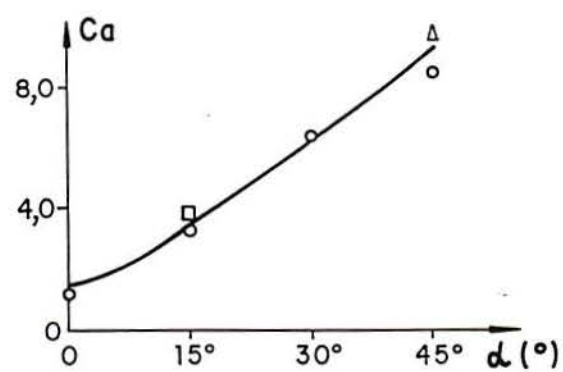


Fig.6.1.7. Coeficientes de arrasto, sustentação e momento para o perfil de seção transversal H, com $b=0,21d$. Escoamento turbulento.

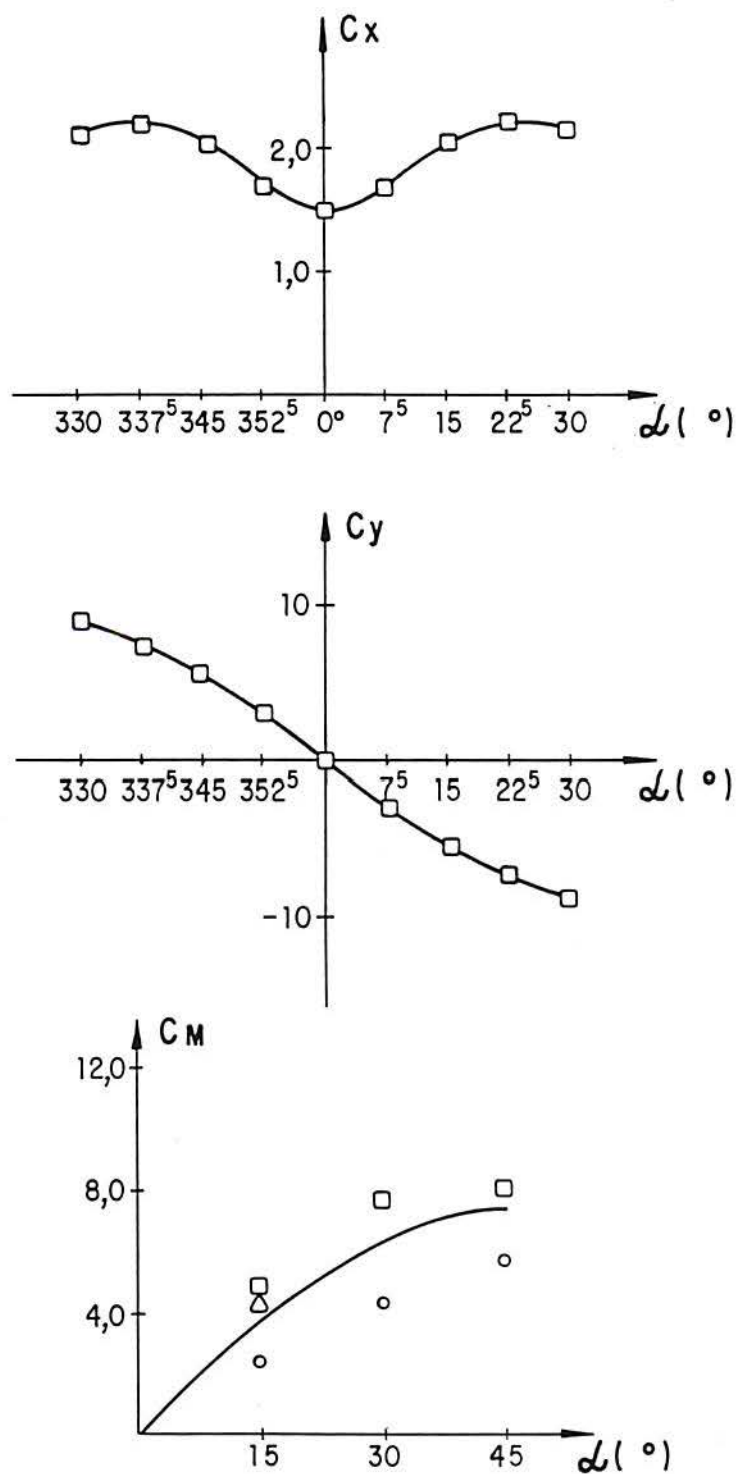


Fig.6.1.8. Coeficientes aerodinâmicos C_x , C_y e C_M para o perfil de seção transversal H, estacionário, sob escoamento turbulento.

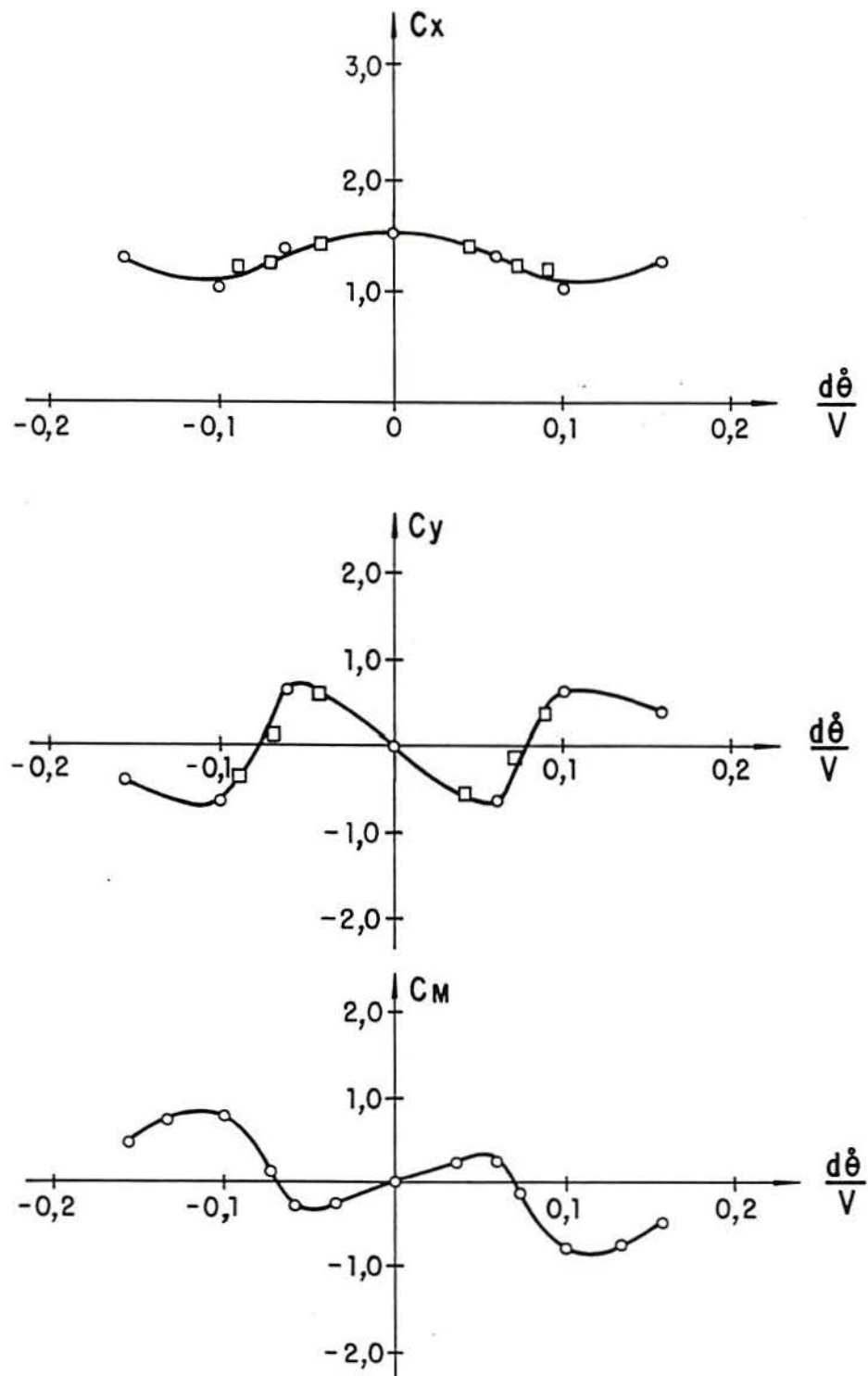


Fig.6.1.9. Coeficientes aerodinâmicos C_x , C_y e C_M calculados com $\alpha=0$, para o perfil de seção transversal H, sob escoamento turbulento, em função da velocidade angular $\dot{\theta}$.

TABELA 6.1.3. Coeficientes aerodinâmicos calculados em $\alpha=0$ e $\dot{\theta}=0$.

coeficientes aerodinâmicos	escoamento	
	suave	turbulento
C_x	1,85	1,50
C_y	0	0
C_M	0	0
$C_{x,\alpha}$	0	0
$C_{y,\alpha}$	-34,8	-25,6
$C_{M,\alpha}$	14,7	14,5
$C_{x,\dot{\theta}}$	0	0
$C_{y,\dot{\theta}}$	-43,7d/V	-14,1d/V
$C_{M,\dot{\theta}}$	9,0d/V	4,6d/V

6.2. Modelo de dois graus de liberdade. Escoamento suave.

O modelo reduzido foi suspenso através de oito molas helicoidais, sendo quatro em cada extremidade, e colocando horizontalmente no túnel de vento, de modo que apenas ele ficava submetido ao escoamento de ar durante os experimentos. Todos os ensaios foram realizados para um ângulo de ataque zero entre o escoamento de vento e o modelo na posição de equilíbrio inicial. Nessas condições, durante os experimentos, o número de Reynolds, Re , esteve compreendido entre os valores de $10^3 < Re < 10^5$, enquanto que o bloqueio do tunel foi de 3,9%.

Conforme já apresentado no capítulo anterior, afim de se obter as informações necessárias à determinação dos coeficientes aerodinâmicos foram registradas, para cada velocidade do vento, as seguintes respostas do modelo: a) movimento vertical com a rotação bloqueada; b) movimento de rotação com o vertical impedido e c) movimentos vertical e rotação acoplados. Além disso o modelo foi submetido ao longo dos ensaios a todos os regimes de vibração, a fim de se cobrir toda a faixa de velocidades reduzidas estimada na medição dos seus

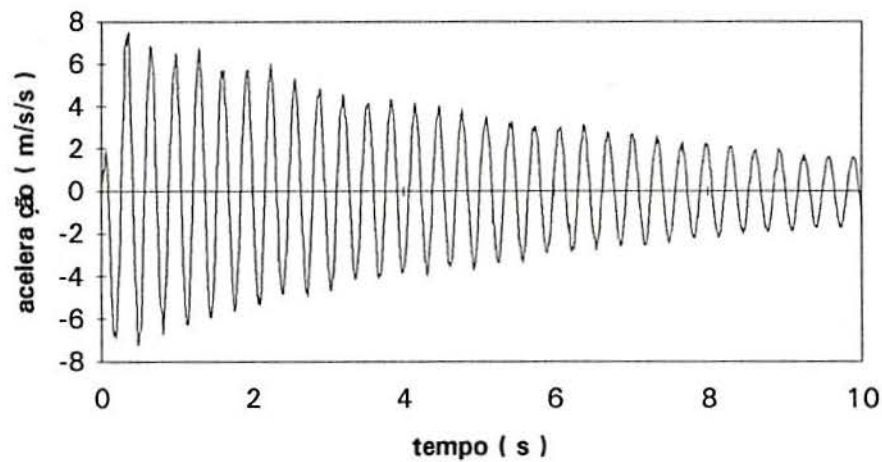
coeficientes aerodinâmicos.

Todos os registros tiveram a duração de 10s e foram adquiridos, pelo programa AQdados, à velocidade de 100 pontos por segundo. A cada ensaio foram registradas simultaneamente as acelerações experimentadas pelos dois acelerômetros, canal 1 e canal 2. As acelerações vertical e angular do modelo foram obtidas após uma combinação linear dos registros anteriores, do seguinte modo: no primeiro caso a aceleração vertical foi determinada pela média dos sinais anteriores, enquanto que no segundo a aceleração angular foi dada pela diferença dos sinais emitidos pelos acelerômetros multiplicada pela constante $1/2d_0$, onde $2d_0$ era a distância entre os acelerômetros.

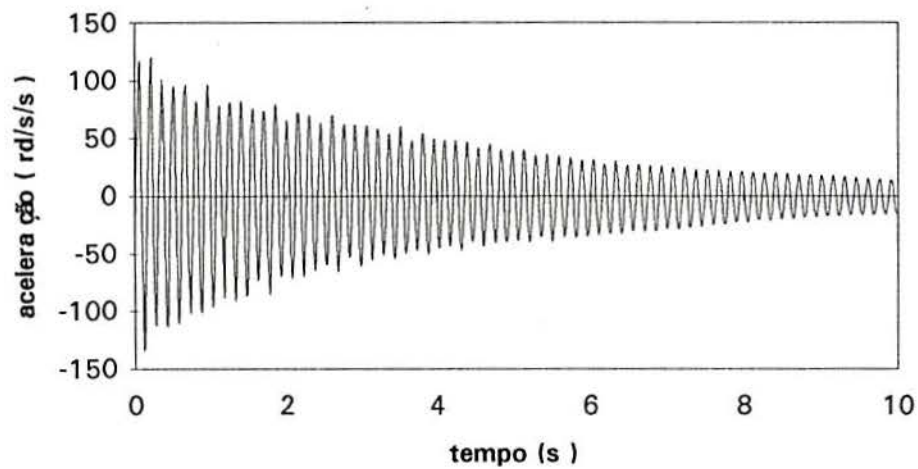
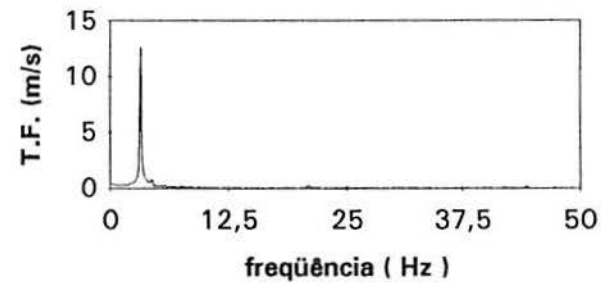
Inicialmente foram obtidos os registros das acelerações do modelo em vibração livre, $V_0 = 0$, executando movimento vertical com a rotação bloqueada e movimento de rotação com o vertical impedido, para se determinar as propriedades naturais do sistema, ou sejam, a frequência de vibração natural e o amortecimento correspondente aos dois modos de vibração. Os esforços elásticos do sistema dependem das propriedades das molas. Assim, a força elástica vertical é função do número de espiras, da espessura do arame, do diâmetro das molas e do tipo de aço, enquanto que o momento elástico restaurador depende também da distância entre as molas. Já os esforços de inércia dependem da massa do sistema e do seu momento de inércia. A massa do modelo mais o esquema de sustentação, tubo de alumínio e rolamentos, era de $M_T = 1,717$ kg, portanto, dividindo essa massa pelo comprimento do modelo determinou-se a massa por unidade de comprimento $m = 1,41$ kg/m. O momento de inércia de rotação do sistema foi calculado como $I_T = 11,1174 \times 10^{-3}$ kgm² que dividido pelo comprimento do modelo resultou em $I = 9,135 \times 10^{-3}$ kgm.

A Fig. 6.2.1 apresenta registros das acelerações do modelo em oscilações livres, $V_0=0$, para os movimentos vertical e de rotação. Essa figura mostra também as transformadas de Fourier dos respectivos registros, cujos picos correspondem às frequências naturais do sistema. Assim, essas frequências foram determinadas como $f_v = 3,125$ Hz e $f_\theta = 6,64$ Hz, respectivamente, para os movimentos vertical e de rotação. As razões de amortecimentos naturais foram calculadas diretamente dos registros das acelerações, através do decremento logarítmico, resultando em $\xi_v = 0,78\%$ para o movimento vertical e $\xi_\theta = 0,58\%$ para o movimento de rotação.

Conhecidas as características naturais do sistema os coeficientes aerodinâmicos foram determinados através dos registros das acelerações do modelo, em vibração livre, para cada velocidade V_0 do vento. A Fig.6.2.2 mostra os registros das acelerações do modelo, nos quais $V_0 = 1,82$ m/s, para o movimento vertical com a rotação bloqueada e para o movimento de rotação com o vertical impedido. Verifica-se através dessa figura que o escoamento introduz um amortecimento em ambos os movimentos. A razão de decaimento da oscilação foi calculada para



a) movimento vertical com a rotação bloqueada



b) movimento de rotação com o vertical impedido

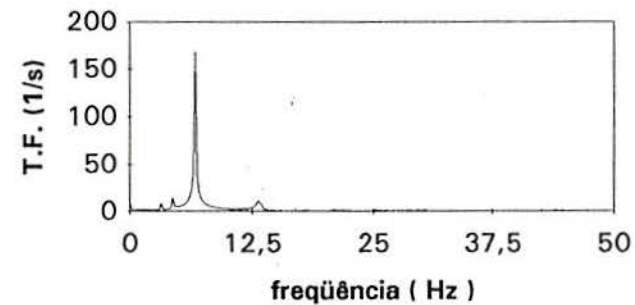
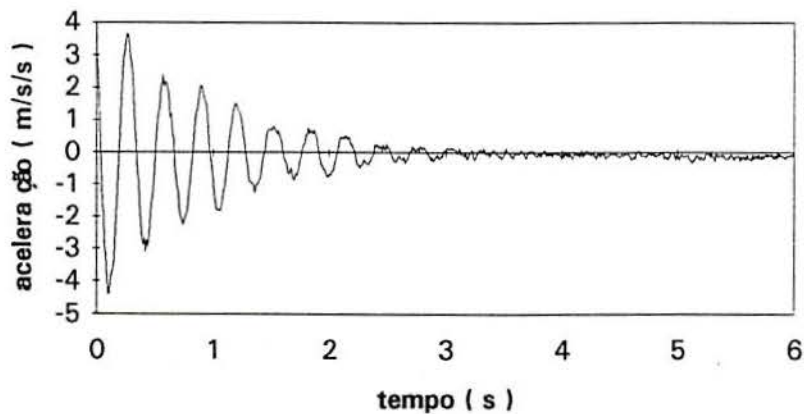
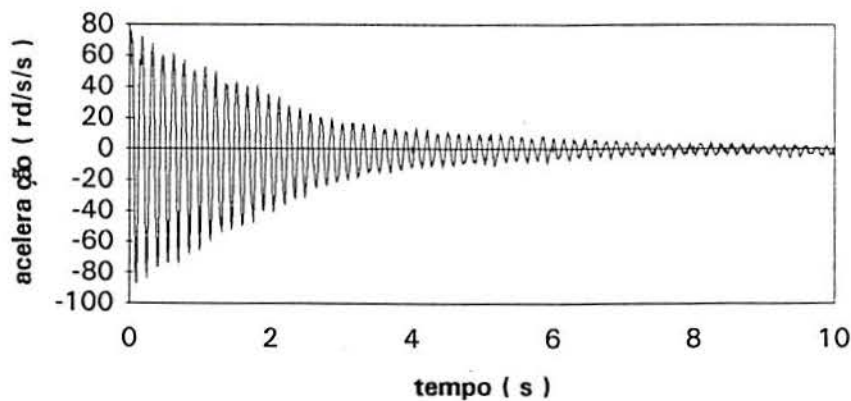


Fig.6.2.1. Registros das acelerações, em m/s^2 e rd/s^2 , do modelo em oscilações livres, $V_0=0$, para os movimentos vertical e de rotação.

ambos os registros , através do decremento logarítmico , e resultou em $\lambda_v = -0,839$ rd/s e $\lambda_\theta = -0,31$ rd/s, respectivamente, para o movimento vertical e de rotação. As freqüências de vibração foram determinadas através das transformadas de Fourier dos registros e resultaram iguais às freqüências naturais. Utilizando os valores de λ_θ e da freqüência à torção os coeficientes A_2 e A_3 foram calculados pelas Eqs. 5.4.15-16. Os valores desses coeficientes correspondem à velocidade reduzida $V/df = 1,82/(0,165 \times 6,64) = 1,66$. O coeficiente H_1 foi obtido pela Eq.(5.4.17), na qual foram substituídos os valores de λ_v e da freqüência de vibração vertical, e corresponde à velocidade reduzida $V/df = 3,53$. Uma vez conhecidos H_1 , A_2 e A_3 os coeficientes adimensionais H_1^* , A_2^* e A_3^* foram calculados pelas Eqs.5.4.6, onde se utilizou o valor da largura do modelo $d = 0,165$ m na normalização.



a) movimento vertical com a rotação bloqueada



b) movimento de rotação com o vertical impedido

Fig.6.2.2. Registros das acelerações , em m/s^2 e rd/s^2 , do modelo em oscilações livres, $V_0 = 1,82$ m/s, para os movimentos vertical e de rotação. escoamento suave.

Repetindo o procedimento experimental para novas velocidades do vento foi possível

construir curvas dos coeficientes H_1^* , A_2^* e A_3^* versus V/df . Nesse processo foram utilizados registros com oscilações amortecidas, oscilações em regime permanente e oscilações com amplitudes crescentes, para o movimento de rotação, visto que o modelo é instável à torção. A Fig.6.2.3 apresenta o registro das acelerações angulares do modelo, com o movimento vertical impedido, para a velocidade do vento $V_0 = 5,94$ m/s. Verifica-se que as amplitudes das acelerações são crescentes, que o valor da razão de decaimento λ_θ é positivo e que o amortecimento aerodinâmico é negativo. Portanto, em outras palavras, o escoamento está introduzindo energia no sistema tornando-o instável.

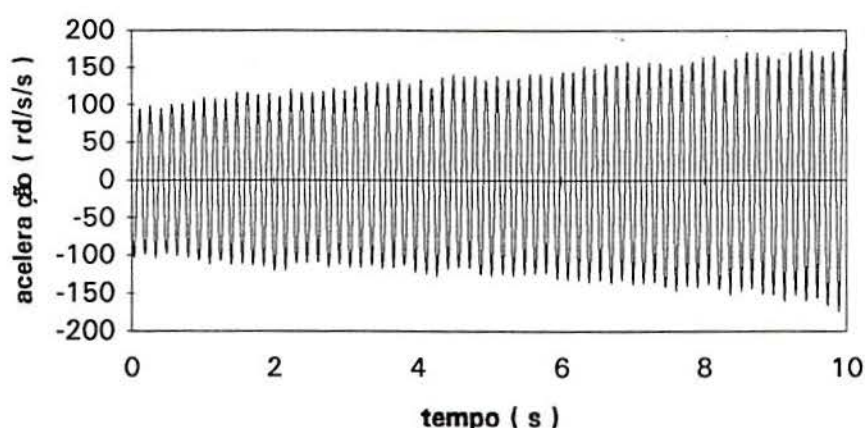


Fig.6.2.3. Registro das acelerações , em rd/s^2 , do modelo em oscilação livre, $V_0=5,94$ m/s, para o movimento de rotação com o vertical impedido.

Para a obtenção dos outros coeficientes aerodinâmicos foi necessário adquirir os registros das acelerações do modelo com movimentos vertical e de rotação acoplados, para cada velocidade do vento. Assim, a cada velocidade V_0 , foi dada uma pequena perturbação no modelo e registradas as acelerações verticais e de rotação. Esses registros são semelhantes aos anteriores e não serão apresentados aqui. A razão de decaimento da oscilação, λ , e a frequência, ω , foram determinados dos registros das acelerações da mesma maneira indicada acima. Uma vez conhecidos λ e ω os parâmetros φ_1 , A_1 , φ_2 e A_2 foram calculados pelas Eqs. 5.4.22 e os valores de v_0 , θ_0 e φ puderam, então ser obtidos diretamente dos registros das acelerações. Após a obtenção dos parâmetros das oscilações e com os valores de H_1 , A_2 e A_3 determinados, calcularam-se os coeficientes A_1 , H_2 e H_3 pelas Eqs. (5.4.18-20). Uma vez conhecidos A_1 , H_2 e H_3 os correspondentes coeficientes adimensionais foram obtidos pelas Eqs.(5.4.6).

A velocidade do vento nos ensaios, com o modelo de dois graus de liberdade e escoamento suave, variou de 0 a 6m/s. Assim, foi necessário utilizar o motor auxiliar de 7,5cv, para cobrir a faixa de velocidades de 0 a 3m/s, e algumas das combinações de filtro apresentadas

na Tab.5.1.1.

Durante os experimentos os registros foram adquiridos apenas quando as amplitudes das oscilações fossem pequenas, de modo que a resposta harmônica amortecida fosse independente da amplitude e também consistente com a teoria clássica para pequenas oscilações. Por exemplo, o movimento de rotação durante os ensaios esteve compreendido entre $-3^\circ \leq \theta \leq 3^\circ$.

A Fig.6.2.4 apresenta os coeficientes aerodinâmicos para o modelo de seção transversal H. O coeficiente A_2^* fornece o grau de estabilidade à torção do modelo com o movimento vertical impedido. O amortecimento aerodinâmico introduzido pelo escoamento, correspondente à torção, é dado por $-\rho b^4 \omega A_2^*$. Como o coeficiente A_2^* é positivo a partir da velocidade reduzida $V/df \cong 1,8$, o perfil será instável à medida que a velocidade do vento aumentar, como já foi visto, pela Fig.6.2.3. A instabilidade de perfis desse tipo é oscilatória e se dá em um único modo, não havendo portanto o acoplamento de modos de vibração como ocorre no caso clássico de instabilidade de perfis aerodinâmicos.

Os valores do coeficiente A_3^* foram desprezíveis para a faixa de velocidades reduzidas empregada, pois para esse intervalo não houve variação da frequência de vibração à torção em relação à frequência natural. Não foram empregados valores maiores da velocidade reduzida nos ensaios para a determinação de A_3^* porque o principal objetivo do experimento foi a obtenção do coeficiente A_2^* .

A seguinte característica mais informativa a respeito do comportamento do perfil H é dada pelo coeficiente H_1^* . Esse coeficiente permanece negativo ao longo de toda a faixa de velocidades reduzidas, indicando que o amortecimento é sempre positivo e que a seção não sofre instabilidade por galope. O pico que aparece na curva de H_1^* está incontestavelmente associado ao desprendimento de vórtices. Para valores baixos da velocidade reduzida o número correto de Strouhal para que haja o desprendimento de vórtices ainda não foi alcançado. Assim, o efeito da seção H em movimento vertical é inicialmente semelhante ao efeito de amortecimento de uma placa. Quando o número de Strouhal para o desprendimento de vórtices é alcançado, vórtices alternados são desprendidos provocando a ação sobre o perfil de uma força vertical oscilante contrária à tendência de amortecimento vertical. Nesse caso o amortecimento cai e em alguns casos de forma abrupta (vide Fig.6.2.5). Ultrapassando o regime crítico de Strouhal, a medida que a velocidade reduzida é aumentada, a curva de H_1^* se move para novos valores não mais associados ao desprendimento de vórtices.

A Fig.6.2.5. apresenta os coeficientes aerodinâmicos para cinco perfis de seção transversal H, determinados por Scanlan e Tomko (1971). O perfil de número 3 possui as mesmas proporções que o modelo utilizado nesse estudo, mas alguns valores intrínsecos do projeto são desconhecidos, como por exemplo as frequências naturais de vibração, as razões de

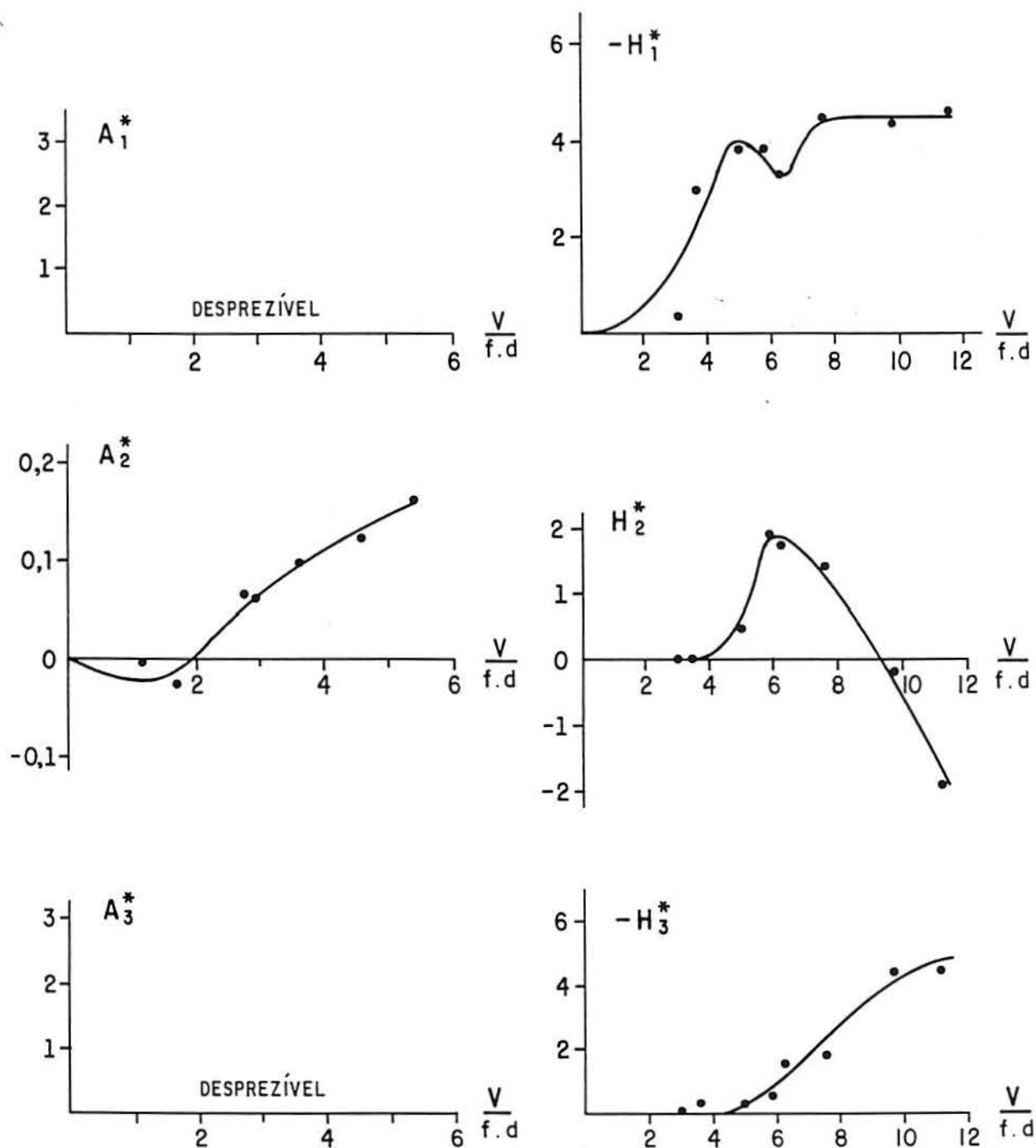


Fig.6.2.4. Coeficientes aerodinâmicos para o modelo de seção transversal H. Escoamento suave.

amortecimento as dimensões do modelo, a razão ω_r/ω_h , etc. Esses valores podem afetar os coeficientes aerodinâmicos, entretanto a tendência geral do comportamento do perfil deverá ser a mesma.

O coeficiente A_2^* , o mais importante para esse perfil, é muito semelhante ao obtido neste estudo, inclusive o ponto em que os valores passam de negativo para positivo. Os gráficos de H_1^* também são semelhantes, embora os picos se dêem em velocidades reduzidas diferentes. Os gráficos de H_2^* e H_3^* não apresentam diferenças significativas e os valores de A_3^* também foram semelhantes até a velocidade reduzida $V/df = 5,5$ que foi o último ponto experimental obtido. O coeficiente A_1^* depende de A_3^* e até o último ponto ensaiado seus valores coincidem. No entanto, a expressão para calcular A_1 , utilizada por Scanlan e Tomko(1971), apresenta um erro.

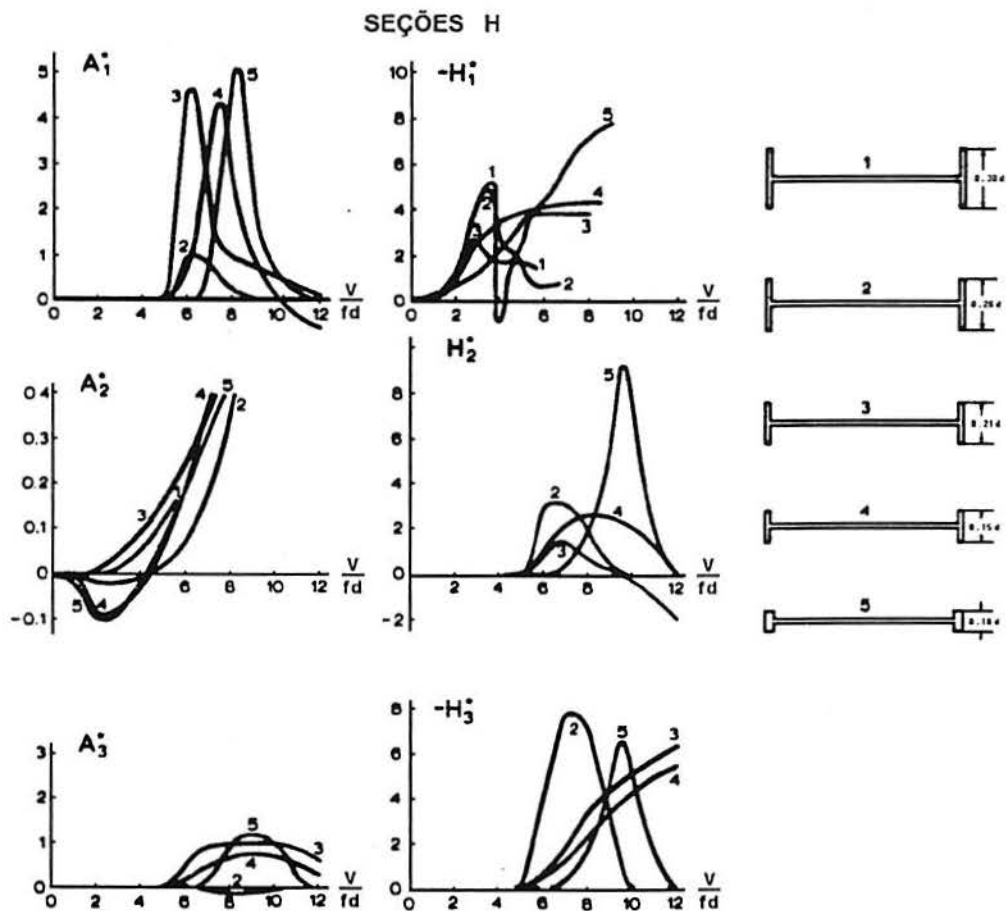


Fig.6.2.5. Coeficientes aerodinâmicos para cinco perfis de seção transversal H. Scanlan e Tomko (1971).

6.3. Modelo de dois graus de liberdade. Escoamento turbulento.

O modelo, a sua disposição no túnel de vento, o esquema de sustentação e os equipamentos utilizados para a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos sob o regime de escoamento turbulento, foram os mesmos do caso anterior. O procedimento experimental entretanto foi diferente como pode ser visto no ítem 5.5 do Cap.5. Além disso, todos os ensaios foram realizados com a grelha G-1 na gaveta 2 da câmara de simuladores. Essa grelha gera no eixo vertical da mesa M-I, a uma distância $x_3 = 450\text{mm}$ da base do túnel, uma turbulência uniforme de intensidade $I_1 = 10,5\%$ para a sua componente longitudinal. A energia correspondente ao espectro de potência do escoamento turbulento está distribuída numa larga faixa de freqüências, como pode ser observado na Fig.6.3.1 para a componente longitudinal da turbulência.

No túnel de vento TV-2 a escala e a intensidade vertical da turbulência são iguais à aproximadamente a metade dos correspondentes valores da componente longitudinal. Essa relação também foi encontrada no túnel de vento do campus da Universidade de Princeton com seção transversal de $0,9\text{m} \times 1,20\text{m}$. Scanlan e Lin (1978) utilizaram esse túnel com uma grelha de malha quadrada, que gerava uma turbulência uniforme de intensidade $I_1 = 11\%$, e determinaram a componente longitudinal da turbulência em $L_1 = 93\text{mm}$ e a componente vertical em $L_3 = 47\text{mm}$. Os espectros de potência encontradas para a componente longitudinal e vertical da turbulência tinham também a mesma forma.

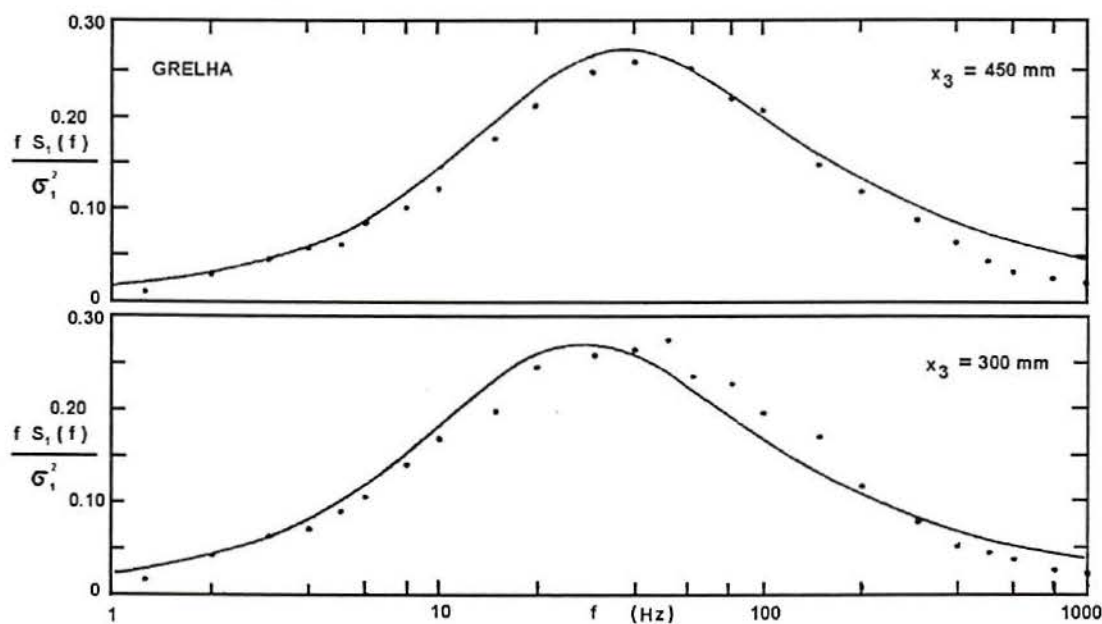


Fig.6.3.1. Espectro normalizado da componente longitudinal da turbulência, em função da freqüência, no eixo vertical da mesa M-I. Blessmann (1982).

Há indícios de que no túnel TV-2 os espectros para as componentes longitudinal e vertical também possuem a mesma forma. Se a intensidade vertical da turbulência, I_v , é igual a metade da intensidade longitudinal, I_l , então $\sigma_v = 0,5 \sigma_u$, ou seja, o desvio padrão da componente vertical da rajada é metade do desvio padrão da componente longitudinal da rajada. Admitindo-se que os espectros, vertical e longitudinal, tenham a mesma forma é fácil mostrar que $S_v(\omega) = 0,25 S_u(\omega)$. Essa relação foi adotada neste trabalho.

Todos os registros tiveram a duração de 10s e foram adquiridos à velocidade de 200 pontos por segundo. A cada ensaio foram registrados simultaneamente as acelerações experimentados pelos dois acelerômetros, canal 1 e 2, sendo as acelerações vertical e angular do modelo obtidos após uma combinação linear dos registros anteriores, como na seção 6.2.

Inicialmente foram obtidos os registros das acelerações do modelo em vibração livre, $V_0 = 0$, executando movimento vertical com a rotação bloqueada e movimento de rotação com vertical impedido, para se determinar as propriedades naturais do sistema, visto que as molas utilizadas nesse experimento eram mais rígidas que as anteriores.

A Fig.6.3.2 apresenta os registros das acelerações do modelo em vibração livre, $V_0=0$, para os movimentos vertical e de rotação, juntamente com as transformadas de Fourier dos respectivos registros. Assim, as frequências naturais foram calculadas como $f_v = 4,2$ Hz e $f_\theta = 11,1$ Hz, respectivamente, para os movimentos vertical e de rotação. As razões de amortecimento foram calculadas dos registros das acelerações e resultaram em $\xi_v = 0,80\%$ para o movimento vertical e $\xi_\theta = 0,39\%$ para o movimento de rotação.

Conhecidas as características naturais do sistema os coeficientes aerodinâmicos foram determinados dos registros das acelerações do modelo para cada velocidade média do vento, \bar{V} , como indicado na seção 5.5 do Cap.5. A velocidade do vento nos ensaios variou de 0 a 7,39 m/s. Nesse caso, entretanto, foram utilizadas apenas algumas das combinações de filtros apresentadas no capítulo anterior, visto que a própria grelha já reduz a velocidade média do escoamento.

A Fig.6.3.3 mostra o registro das acelerações do modelo, com $\bar{V}=4,56$ m/s, para o movimento vertical com a rotação bloqueada, juntamente com a sua densidade espectral de potência, ou auto espectro, e a função densidade de probabilidade. Verifica-se através da densidade espectral de potência que o processo é de banda estreita centrado em ω_v . Assim, calculou-se γ_v pela Eq.(5.5.18) e a seguir H_1^* pela Eq.(5.5.19). Uma vez determinado H_1^* a velocidade reduzida correspondente, V/df , foi obtida tomando-se f , em Hz, igual à frequência central do processo aleatório.

A densidade espectral de potência da força de martelamento, $S_F(\omega)$, depende dos valores dos coeficientes aerodinâmicos na posição de equilíbrio, θ_0 , do modelo sob escoamento uniforme e estacionário de velocidade \bar{V} (vide Cap.5). Para esse modelo de perfil H simétrico, $\theta_0 = 0$.

Portanto os valores dos coeficientes a serem usados nas equações de $S_F(\omega)$, $S_{FM}(\omega)$ e $S_M(\omega)$ são: $C_s(0) = 0$; $C_M(0) = 0$; $C_a(0) = 1,85$; $C'_s(0) = 5,15$; $C'_M(0) = 0,66$; valores normalizados em relação à largura do modelo $d = 0,165\text{m}$. A Eq. (5.5.18) utiliza no cálculo de γ_v a densidade espectral da resposta, $S_v(\omega)$, em termos do deslocamento. Desse modo, foi necessário calcular $S_v(\omega)$, por meio das Eqs.(5.5.48), a partir da densidade $S_v(\omega)$ obtida dos ensaios, ou seja, $S_v(\omega) = S_{\ddot{v}}(\omega)/\omega^4$.

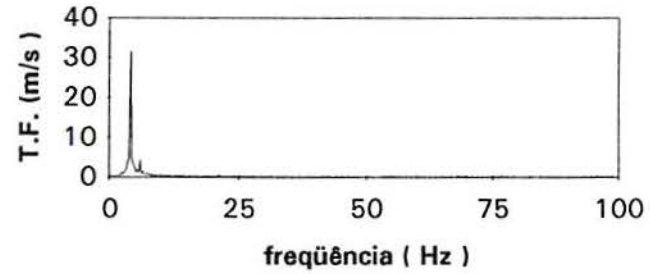
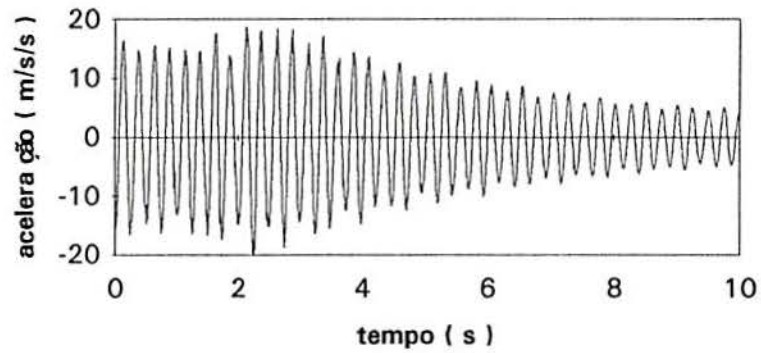
O coeficiente A_1^* também foi obtido a partir do registro das acelerações verticais do modelo por intermédio da Eq.(5.5.23). Repetindo o procedimento para novas velocidades do vento foi possível construir curvas dos coeficientes H_1^* e A_1^* versus V/df .

A Fig. 6.3.4 apresenta o registro das acelerações angulares do modelo e as respectivas densidades do espectro de potência e de probabilidade. Os coeficientes aerodinâmicos A_2^* e A_3^* foram obtidos através da densidade espectral desse registro, respectivamente, pelas Eq. (5.5.34) e Eq. (5.5.35).

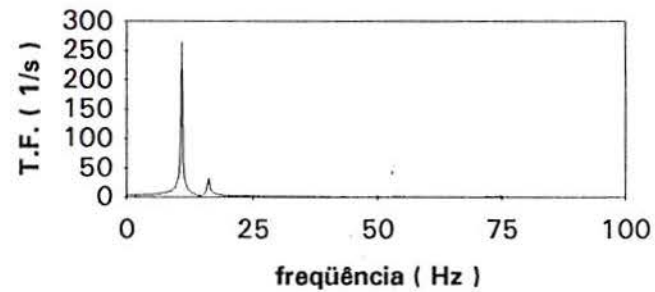
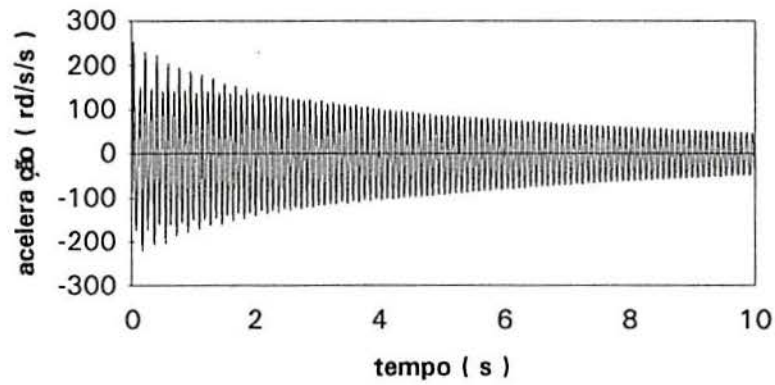
Os outros dois coeficientes H_2^* e H_3^* foram obtidos de experimentos onde os movimentos v e θ são acoplados. Nesse caso foi necessário determinar a densidade espectral cruzada entre os registros das acelerações verticais e angulares do modelo para o movimento acoplado. A Fig. 6.3.5 apresenta a parte real e imaginária do espectro cruzado entre as acelerações verticais e angulares, calculando pelo programa MATLAB, para a velocidade do vento $\bar{V}=4,56\text{ m/s}$. Os coeficientes H_2^* e H_3^* foram então determinados pela Eq. (5.5.43). Essa equação utiliza o espectro cruzado, $S_{v,\theta}$, entre os deslocamentos vertical e angular, assim, a exemplo do caso anterior, esse valor foi calculado da densidade cruzada $S_{\ddot{v},\ddot{\theta}}$ obtida dos ensaios. A Eq. (5.5.43) é uma equação complexa. Igualando as partes reais e imaginárias obtém-se duas equações simultâneas dependentes da frequência. Essas equações variam também não linearmente com os coeficientes aerodinâmicos, sendo os valores de H_2^* e H_3^* desconhecidos. Sua resolução se deu pelo método iterativo de Newton-Rapson.

A Fig. 6.3.7 apresenta os coeficientes aerodinâmicos para o modelo de seção transversal H, sob escoamento turbulento. Durante os ensaios a frequência central das densidades espectrais de potência das acelerações angulares tiveram variação insignificante em relação à frequência natural de torção. Esse fato pode ser constatado através do coeficiente A_3^* . Quanto ao coeficiente A_2^* verifica-se que a turbulência torna o perfil H menos instável.

A Fig. 6.3.6 mostra o coeficiente aerodinâmico A_2^* para um perfil H, de dimensões idênticas às da Fig. 5.2.1 e sob escoamentos suave e turbulento, apresentado por Bienkiewicz et al, (1985). Os autores utilizaram duas configurações de frequências e amortecimento para o modelo e constataram que isso não afetou os valores de A_2^* , como pode ser observado dessa figura. Há uma boa concordância entre o coeficiente A_2^* obtido por esses autores e o da Fig. 6.3.7.



a) movimento vertical com a rotação bloqueada



b) movimento de rotação com o vertical impedido

Fig.6.3.2. Registros das acelerações, em m/s^2 e rd/s^2 , do modelo em oscilações livres, $V_0=0$, para os movimentos vertical e de rotação.

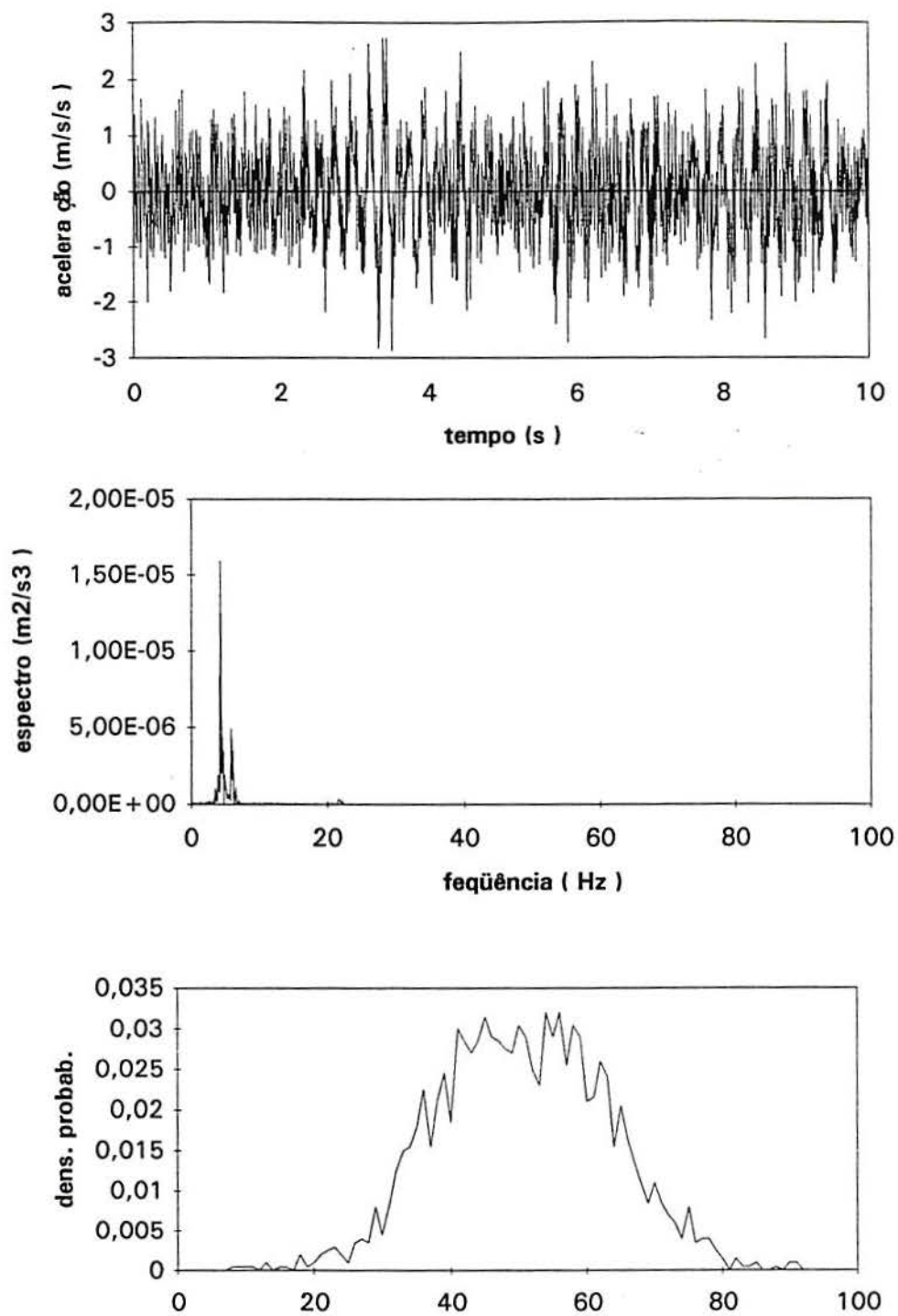


Fig.6.3.3. Acelerações verticais do modelo , rotação bloqueada , e respectivas densidades do espectro de potência e de probabilidade. Escoamento turbulento, $\bar{V}=4,56$ m/s.

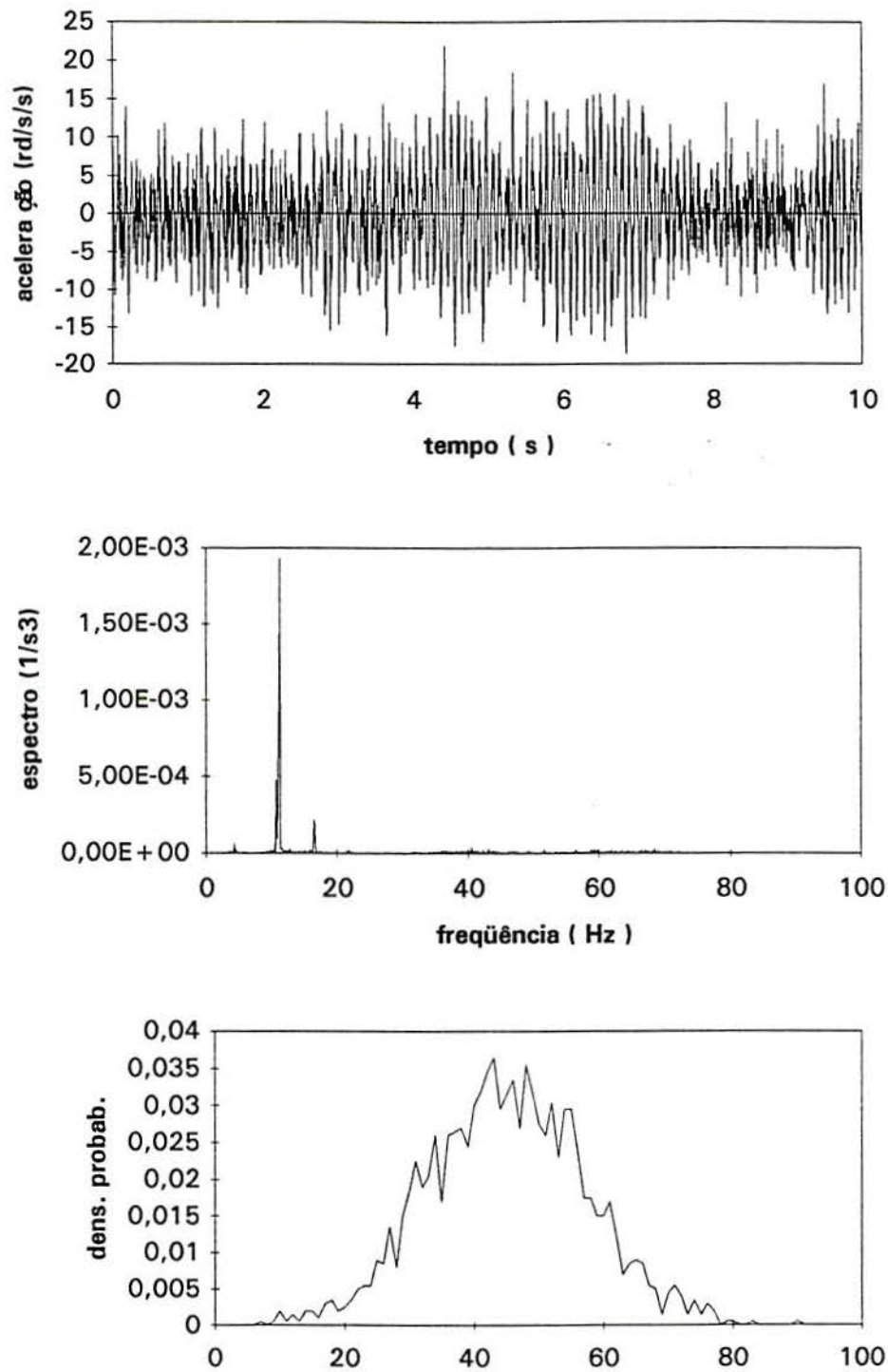


Fig.6.3.4. Acelerações angulares do modelo, movimento vertical impedido, e respectivas densidades do espectro de potência e de probabilidade. Escoamento turbulento, $\bar{V}=4,56$ m/s.

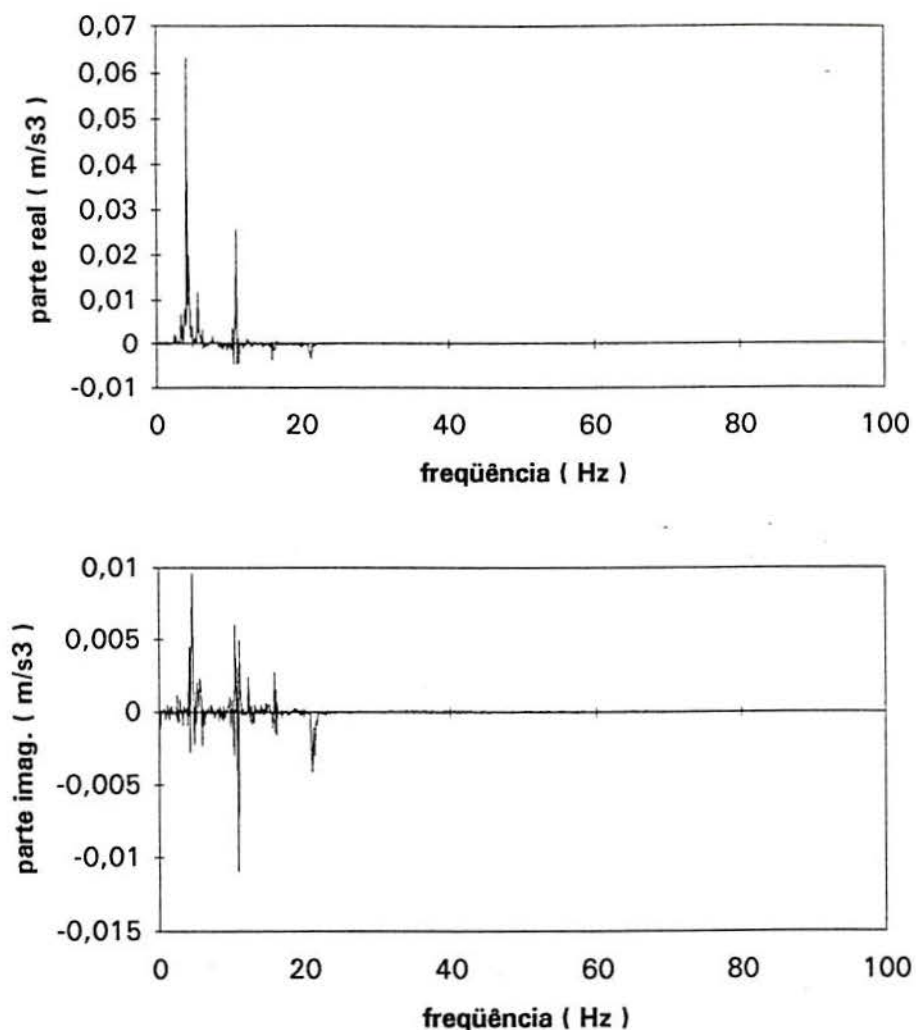


Fig.6.3.5. Densidade espectral cruzada entre os registros das acelerações verticais e angulares do modelo. Movimento acoplado. Escoamento turbulento, $\bar{V}=4,56$ m/s.

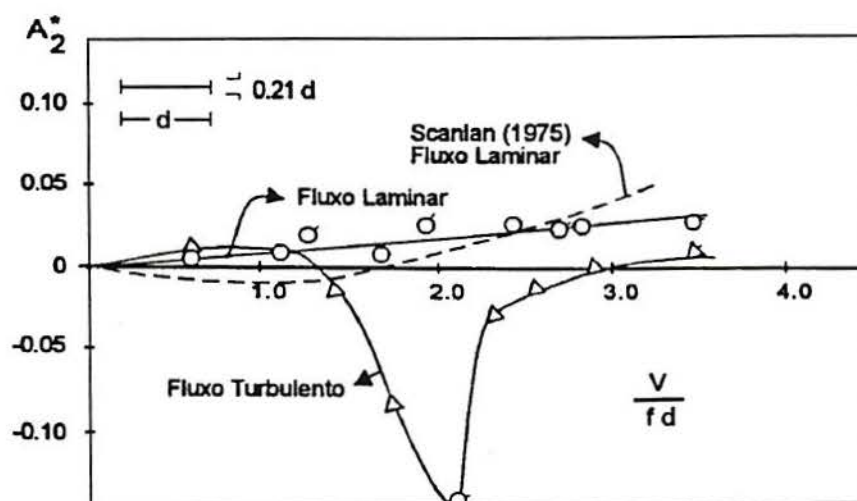


Fig.6.3.6. Coeficientes aerodinâmicos A_2^* obtidos sob escoamentos suave e turbulento. Bienkiewicz et al (1985).

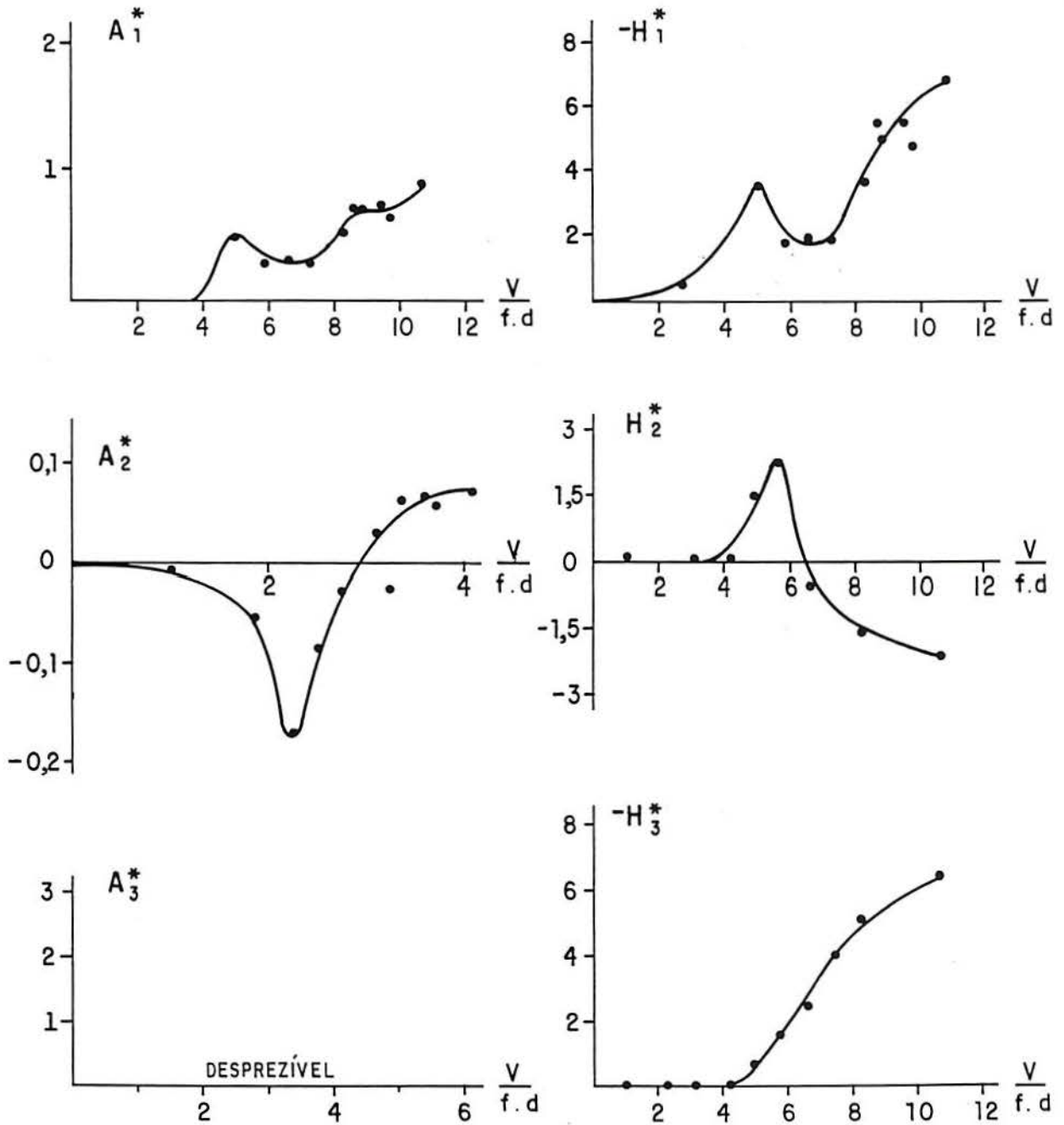


Fig.6.3.7. Coeficientes aerodinâmicos para o modelo de seção transversal H. Escoamento turbulento.

6.4. Comparação dos resultados obtidos com os dois modelos teóricos

O coeficiente aerodinâmico mais importante para o perfil H utilizado nesse estudo é o responsável pelo amortecimento aerodinâmico à torção, visto que a seção H sofre instabilidade oscilatória à torção.

No modelo quase-estático o amortecimento aerodinâmico é dado por $-1/2\rho b^2 V_0^2 C_{M,\dot{\theta}}$, sendo $C_{M,\dot{\theta}}$ o valor da derivada de C_M calculada na origem. O valor de $C_{M,\dot{\theta}}$ é positivo para ambos os regimes de escoamento, assim o amortecimento efetivo se tornará negativo a partir de uma dada velocidade V_0 causando a instabilidade do perfil. Entretanto o valor de $C_{M,\dot{\theta}}$ para o escoamento turbulento é menor que no caso do escoamento suave. Verifica-se, então que a turbulência retarda o aparecimento da instabilidade.

No modelo de dois graus de liberdade o amortecimento aerodinâmico à torção é dado por $-\rho b^4 \omega A_2^*$. Esse amortecimento é negativo para valores positivos de A_2^* . Verifica-se através das Figs.6.2.4 e 6.3.7 que a turbulência faz o coeficiente A_2^* se tornar positivo para um valor maior da velocidade reduzida. Assim, o retardo da instabilidade também é previsto pelo modelo sobre molas.

O amortecimento vertical da seção H no modelo quase-estático é dado por $-1/2\rho b V_0 C_{y,\alpha}$, sendo $C_{y,\alpha}$ o valor da derivada de C_y calculada na origem. O valor $C_{y,\alpha}$ é negativo para ambos os regimes de escoamentos, assim o perfil H não sofrerá instabilidade por galope, embora a turbulência provoque uma redução do valor de $C_{y,\alpha}$ diminuindo o amortecimento aerodinâmico do movimento vertical.

Para o modelo sobre molas esse fenômeno pode ser visto através dos coeficientes H_1^* . Esses coeficientes são negativos para ambos os regimes, logo o amortecimento aerodinâmico $-\rho b^2 \omega H_1^*$ é sempre positivo. No entanto, nesse caso, a turbulência também provoca uma redução dos coeficientes H_1^* para valores mais baixos da velocidade reduzida.

De um modo geral há boa concordância entre os resultados obtidos através dos dois procedimentos teóricos. Contudo, não deve-se esquecer que a exploração de modelos reduzidos é um meio extremamente útil e eficaz de gerar dados aerodinâmicos, que deverão ser posteriormente utilizados em um programa de análise. Assim, só será possível falar em uma perfeita concordância dos resultados se a análise da estrutura, utilizando os coeficientes gerados pelos dois enfoques, for semelhante.

7. COMENTÁRIOS FINAIS

7.1. Conclusões

As forças aerodinâmicas devidas à vibração de corpos elásticos, submetidos ao vento, são críticas para a estabilidade do movimento. Em vista disso, foi proposto um modelo teórico, quase-estático, para representar as forças induzidas em um corpo cilíndrico ou prismático oscilando em um campo de escoamento bidimensional arbitrário. As equações foram obtidas admitindo-se os três graus de liberdade para o corpo no plano, ou seja, os movimentos de rotação, e deslocamentos vertical e horizontal. Assim, as equações resultantes para as forças e momentos aerolásticos foram inicialmente obtidas para um escoamento suave, sendo a seguir particularizadas para o caso de restrição do movimento do corpo na direção do vento.

Além de proporcionar um tratamento compreensivo do problema, a abordagem sugere um novo esquema experimental que permite a determinação dos coeficientes aerodinâmicos no túnel de vento e, além disso, oferece suporte às hipóteses quase-estáticas. Esse procedimento foi empregado na obtenção dos coeficientes de um perfil H sob escoamentos suave e turbulento. Os resultados foram comparados com os valores obtidos através do modelo de dois graus de liberdade e com os existentes na literatura para esse tipo de seção.

As principais conclusões extraídas do modelo teórico e do esquema experimental propostos são apresentadas a seguir.

O modelo teórico é bastante geral podendo representar os esforços aerodinâmicos atuantes em um prisma com três graus de liberdade sob escoamento permanente e não uniforme. Na maior parte dos estudos existentes na literatura, os coeficientes aerodinâmicos relativos ao movimento horizontal, quase sempre na direção do escoamento, são apenas estimados em função do coeficiente de arrasto, através de considerações quase-estáticas (Scanlan, 1987). No modelo proposto é possível determiná-los diretamente dos ensaios como foi mostrado no capítulo 6. O caráter não uniforme do escoamento pode, também, ser facilmente levado em conta, na análise da estrutura, através das funções ϕ_x e ϕ_y . No caso de um escoamento permanente e uniforme $\phi_x = C_1 = \text{cte}$ e $\phi_y = C_2 = \text{cte}$.

A presença de um obstáculo, ou de um grupo de obstáculos a barlavento de um corpo, provoca alteração do escoamento no qual ele está imerso. No caso de estruturas longas como pontes penseis ou estaiadas essa perturbação pode inclusive ser localizada. A formulação proposta permite considerar as características do escoamento ao longo da estrutura através das funções ϕ_x e ϕ_y que podem variar para diferentes seções da mesma. Nesse caso, essas funções deverão ser determinadas experimentalmente – através da construção de modelos reduzidos, ensaiados no

túnel de vento - , ou analiticamente por meio de uma modelagem numérica.

O modelo proposto permite, também, o tratamento de cabos com seções transversais arbitrárias, como condutores cobertos por gelo e pode ser empregado no estudo da instabilidade induzida pelo vento em cabos e em outras aplicações. Os esforços dados pelas equações gerais foram particularizados, para uma situação de considerável interesse prático, ou seja, o drapejamento induzido pela esteira em cabos com seção circular. Verificou-se que as expressões obtidas se reduzem às equações propostas por Simpson (1971) e Price (1974) para analisar as vibrações induzidas em linhas de transmissão pela presença de condutores paralelos a barlavento.

O esquema experimental quase-estático é prático permitindo o ensaio de modelos com qualquer seção transversal. Os coeficientes aerodinâmicos são obtidos facilmente, através do procedimento descrito no capítulo 5, para ambos os regimes de escoamento, pois no estudo da instabilidade o que interessa são os valores médios dos esforços aerodinâmicos. Assim, os registros obtidos dos ensaios com o modelo girando são filtrados para eliminar as componentes de alta frequência. No caso do modelo de dois graus de liberdade a forma de obter os coeficientes aerodinâmicos é bem mais trabalhosa, pois para cada regime de escoamento há um procedimento diferente, como foi visto no quinto capítulo. Com relação aos ensaios realizados com o perfil H, verificou-se, no capítulo anterior, que há boa concordância entre os resultados obtidos através dos dois enfoques teóricos. Principalmente quanto ao coeficiente aerodinâmico responsável pelo amortecimento à torção, que é o mais importante nesse caso.

Nos experimentos realizados com o perfil H foi empregado apenas um sentido de giro no procedimento quase-estático, pois as curvas dos coeficientes aerodinâmicos eram todas simétricas ou anti-simétricas. No caso de modelos que não apresentem dupla simetria deverão ser utilizados os dois sentidos de giro nos ensaios, ou sejam, o horário e o anti-horário.

7.2. Sugestões para estudos adicionais

Em problemas dinâmicos de interação fluido-estrutura as forças originadas pela ação do fluido sobre a estrutura elástica dependem, em geral, da frequência do movimento.

A formulação proposta neste trabalho para o problema aerolástico é baseada na hipótese quase-estática, que é uma aproximação válida para oscilações de baixa frequência, isto é, para valores da frequência reduzida $\kappa \ll 1$. Assim os coeficientes aerodinâmicos, dados pelas matrizes **A** e **B** da Eq. (4.2.19), são independentes da frequência, sendo funções apenas do ângulo de ataque α e da velocidade angular $\dot{\theta}$.

Deste modo, sob que condições a formulação proposta é uma aproximação satisfatória de uma outra, por exemplo a apresentada por Scanlan, na qual os coeficientes aerodinâmicos são

explicitamente dependentes da frequência? Ou em outros termos, qual é a faixa de validade da Eq. (4.2.19) ?

O autor acredita que a frequência de oscilação da estrutura não é um fator dominante, na maioria dos casos, para a obtenção dos coeficientes aerodinâmicos. Entretanto, a resposta para essa questão poderá ser buscada de uma forma mais prática através da solução das equações de movimento - e do cálculo da velocidade crítica do vento - , baseadas nos dois modelos teóricos, isto é, no procedimento proposto e no de Scanlan. Dessa maneira poderá se averiguar a faixa de validade do modelo proposto e a aproximação feita ao se desprezar o acoplamento dos dois graus de liberdade na determinação experimental dos coeficientes aerodinâmicos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAHAM, R.; MARSDEN, J.E. **Foundations of mechanics.. 2 ed.** London: The Benjamin / Cummings Publishing, 1978.
- ANDRONOW, A.A.; CHAIKIN, C.E. **Theory of oscillations.** Princeton: Princeton University Press, 1949.
- ARROL, W.C.; CHATTERJEE, S. Implications of the rules on bridge design-past and future. In: CONFERENCE ON BRIDGE AERODYNAMICS, 1981, London. **Proceedings ...**London: Institute of Civil Engineers, 1981. p. 49-56.
- ASCHRAFI, M.; HIRSCH, G.H. Control of wind-induced vibrations of cable-stayed bridges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v. 14, p. 235-246, 1983.
- BÉLIAVEAU, J.G. Self-excited aeroelastic instability of a bridge deck. **Journal of Fluids Engineering**, New York, v. 99, p. 452-456, Sept. 1977.
- BÉLIAVEAU, J.G.; VAICAITIS, R.; SHINOZUCA, M. Motion of suspension bridge subject to wind loads. **Journal of the Structural Division**, New York, ASCE, v. 103, n. 6, p. 1189-1205, 1977.
- BHATIA, N.P.; SZEGÖ, G.P. **Dynamical systems: stability theory and applications.** Berlin: Springer, 1967. (Lecture Notes in Mathematics, 35).
- BIENKIEWICZ, B.; SULLIVAN, P.P.; CERMAK, J.E. Turbulence effects on aerodynamics of H-type bridge section model. In: NATIONAL CONFERENCE ON WIND ENGINEERING, 5., 1985, Lubbock. 1985. **Proceedings ...** Lubbock: Texas. Tech University, 1985. p. 4A-9 - 4A-16.
- BIENKIEWICZ, B. Wind-tunnel study of effects of geometry modification on aerodynamics of a cable-stayed bridge deck. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v. 26, p. 325-339, 1987.
- BISPLINGHOFF, R.L.; ASHLEY, H.; HALFMAN, R.L. **Aeroelasticity.** Massachusetts: Addison-Wesley, 1955.
- BISPLINGHOFF, R.L.; ASHLEY, H. **Principles of aeroelasticity.** New York: Dover, 1975.
- BLEICH, F. Dynamic instability of truss-stiffened suspension bridges under wind action. **Proceedings of The American Society of Civil Engineers**, New York, v. 74, n. 8, p. 1269, 1948.
- BLESSMANN, J. Obtenção de perfis de velocidade média em túnel de vento. **Revista Brasileira de Tecnologia**, Brasília, CNPq, v. 3, n. 4, p. 219-228, 1972.
- BLESSMANN, J. The boundary layer TV-2 wind tunnel of the UFRGS. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v. 10, p. 231-248, 1982.

- BLESSMANN, J. **Aerodinâmica das construções**. Porto Alegre: Editora da Universidade, 1983. 255p.
- BLESSMANN, J. **Esforços devidos ao vento em edifícios altos**. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1986. (Caderno Técnico, 82).
- BLEVINS, R.D. **Flow-induced vibration**. New York: Van Nostrand Reinhold, 1990.
- BOKAIN, A. Galloping of a circular cylinder in the wake of another. **Journal of Sound and Vibration**, London, v. 128, n. 1, p. 71-85, 1989.
- BRITISH STANDARDS INSTITUTION. Proposed design rules for bridge aerodynamics, (Part of BS 5400: steel, concrete and composite bridges). In: CONFERENCE ON BRIDGE AERODYNAMICS, 1981, London. **Proceedings ...** London: Institute of Civil Engineers, 1981. p.3-20.
- BUCHER, C.G.; LIN, Y.K. Effects of spanwise correlation of turbulence field on the motion stability of long-span bridges. **Journal of Fluids and Structures**, London, v. 2, p. 437-451, 1988.
- BUCHER, C.G.; LIN, Y.K. Effects of wind turbulence on motion stability of long-span bridges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v. 36, p. 1355-1364, 1990.
- CERMAK, J.E. Wind-tunnel testing of structures. **Journal of The Engineering Mechanics Division**, New York, ASCE, v. 103, p. 6, p. 1125-1140, 1977.
- CERMAK, J.E. Advances in physical modeling for wind engineering. **Journal of the Engineering Mechanics**, New York, ASCE, v. 113, n. 5, p. 737-756, 1987.
- CICALA, P. Le azioni aerodinamiche sui profili di ala oscillanti in presenza di corrente uniforme. **Mem. R. Accad. Torino**, Ser.2, Pt.1, t.68 (1934-1935).
- COMMITTEE ON LOADS AND FORCES ON BRIDGES OF THE COMMITTEE ON BRIDGES OF THE STRUCTURAL DIVISION. Recommended design loads for bridges. **Journal of the Structural Division**, New York, ASCE, v. 107, n. 7, p. 1161-1213, 1981.
- DAVENPORT, A.G. The relationship of wind structure to wind loading. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND EFFECTS ON BUILDINGS AND STRUCTURES, 1963, Teddington. **Proceedings ...** London: Her Majesty's. Stationery Office, 1965. v. 1, p. 53-102.
- DAVENPORT, A.G.; ISYUMOV, N. The application of the boundary layer wind tunnel to the prediction of wind loading. INTERNATIONAL RESEARCH SEMINAR ON WIND EFFECTS ON BUILDINGS AND STRUCTURES, 1967, Ottawa. **Proceedings ...** Toronto: Toronto University Press, 1968. v. 1, p. 201-230.
- DAVENPORT, A.G.; BOWEN, C.F.P.; ISYUMOV, N. **A study of wind effects on the commerce court project, Part II, Wind environment at pedestrian level**. London: University of Western Ontario, Faculty of Engineering Science, 1970. (Engineering Science Research Report, BLWT-3).

- DAVENPORT, A.G.; ISYUMOV, N.; MIYATA, T. The experimental determination of the response of suspension bridges to turbulent wind. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND EFFECTS ON BUILDINGS AND STRUCTURES, 3., 1971, Tokyo. p.1207-1219.
- DAVENPORT, A.G. The use of taut strip models in the prediction of the response of long-span bridges to turbulent wind flow-induced structural vibrations. In: SYMPOSIUM ON FLOW-INDUCED STRUCTURAL VIBRATIONS, 1972, Karlsruhe. **Proceedings...** Berlin: Springer, 1974. p.373-382.
- DAVENPORT, A.G.; TANAKA, H. **Aerodynamic study of taut strip models in turbulent boundary layer.** Ontario: University of Western Ontario, 1974. (Report BLWT-1-74).
- DAVENPORT, A.G. et al. Wind induced response of suspension bridges-wind tunnel model and full scale observations. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND ENGINEERING, 5, 1979, Fort Collins. **Proceedings ...**Oxford: Pergaman Press, 1980. v. , p.807-824.
- DAVENPORT, A.G.; KING, J.P.C.; The influence of topography on the dynamic wind loading of long span bridges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v. 36, p. 1373-1382, 1990.
- DEN HARTOG, J.P. **Mechanical vibrations.** 4. ed. New York: McGraw-Hill, 1956.
- DONE, G.T.S.; SIMPSON, A. Dynamic instability of certain conservative and non-conservative systems. **Journal of Mechanical Engineering Science**, London, v. 19, n.6, p. 251-263, 1977.
- DONE, G.T.S. Relative energy concepts in rotating system dynamics. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON VIBRATION IN ROTATING MACHINERY, 1980, London. **Proceedings ...**London: Institution of Mechanical Engineers, 1980. p.283-287.
- ETKIN, B. **Dynamic of atmospheric flight.** New York: John Wiley, 1972.
- FARQUHARSON, F.B.; SMITH, F.C.; VICENT, G.S. **Aerodynamic stability of suspension bridges.** Seattle: University of Washington, Structural Research Laboratory, 1949-54. Pts. 1-5.
- FUNG, Y.C. **An introduction to the theory of aerolasticity.** New York: John Wiley, 1955.
- GARRICK, I.E.; REED III, W.H. Historical development of aircraft flutter. **Journal of Aircraft**, New York, v.18, n.11, p. 897-912, 1981.
- GARRICK, I.E. **On some reciprocal relations in the theory of nonstationary flows.** Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 1938. (NACA Report, 629).
- GLAUERT, H. **The force and moment on an oscillating aerofoil.** British A.R.C. Reports and Memoranda, 1242, 1929.
- GOETHE, A. **The Tay Bridge, its history and construction.** Dundee: John Lay, 1878.
- GORECKI, J.P. **Comunicação pessoal,** 1993.

- GORECKI, J.P. **Comunicação pessoal**, 1995.
- GOULD, R.W.F.; RAYMER, W.G. **Measurement of wind loads on a model of a tower of the forth road bridge**. Teddington: National Physical Laboratory, 1958. (NPL Aero Report, 350).
- HAGERDORN, P. **Oscilações não-lineares**. São Paulo: Edgard Blücher, 1984.
- HARTLEN, R.T.; CURRIE, I.G. Lift-oscillator model of vortex-induced vibration. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York, ASCE, v. 96, p.577-591, 1970.
- HAY, J.S. The wind induced response of the Erskine Bridge. In: CONFERENCE ON BRIDGE AERODYNAMICS, 1981, London. **Proceedings ...** London: ICE, 1981. p.81-90.
- HJORTH-HANSEN, E.; HILMARSEN, B. Four bridges superstructures for a free span of 3000 metres; Model tests in a wind tunnel. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.18, p. 165-175, 1985.
- HOLMES, P.J. Bifurcations to divergence and flutter in flow-induced oscillations: a finite dimensional analysis. **Journal of Sound and Vibration**, London, v.53, n.4, p.471-503, 1977.
- HONDA, A.; SHIRAISHI, N.; MOTOYAMA, S. Aerodynamic stability of Kansai International Airport access bridge. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p. 369-376, 1990.
- HUSTON, D.R. **Flutter derivatives extracted from fourteen generic deck sections. Bridges and Transmission Line Structures**. ASCE, L. Tall, ed., 1987. p.281-291.
- HUSTON, D. et al. Retrofitting aerodynamic performance of bridges, analysis and testing. In: STRUCTURES CONGRESS, 1989, San Francisco. **Proceedings ...**New York: ASCE, 1989, p.91-100.
- IRWIN, H.P.A.H.; WARDLAW, R.L. **Sectional model experiments on Lions Gate Bridges Vancouver**. Ottawa: National Aeronautical Establishment, 1976. (Report LTR-LA-205).
- IRWIN, H.P.A.H. **Wind tunnel and analytical investigations of the response of Lions Gate Bridges to a turbulent wind**. Ottawa: National Aeronautical Establishment, 1977. (Report LTR-LA- 210).
- IRWIN, H.P.A.H.; SCHUYLER, G.D. **Experiments on a full aerolastic model of Lions Gate Bridges in smooth and turbulent flow**. Ottawa: National Aeronautical Establishment, 1977. (Report LTR-LA-206).
- ITO, M.; NAKAMURA, Y. Aerodynamic stability of structures in wind. **IABSE Surveys**, Zürich, v.20, p.33-55, 1982.
- IWAN, W.D.; BLEVINS, R.D. A model for vortex-induced oscillation of structures. **Journal of Applied Mechanics**, New York, v.41, p.581, 1974.
- JONES, N.P.; SPARTZ C.A. Structural damping for long-span bridges. **Journal of Engineering Mechanics**, New York, v.116, n.11, p. 2414-2433, 1990.

- von KÁRMÁN, T.; LEE, E. **The Wind and Beyond - Theodore von Kármán Pioneer in Aviation and Pathfinder in Space.** Boston: Little Brown and Co., 1967.
- KING, R.; PROSSER, M.J. On vortex excitation of model piles in water. **Journal of Sound and Vibration**, London, v.29, n.2, p.168-188, 1973.
- KUBO, Y.; HIRATA, K. Aerodynamic responses and pressure function of shallow H-section cylinder. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p. 123-130, 1990.
- KURAMASENA, T.; SCANLAN, R.H.; BOSCH, H.R. Wind response prediction of flexible bridges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.36, p. 1365-1372, 1990.
- LANEVILLE, A.; PARKINSON, G.V. Effects of turbulence on galloping of bluff cylinders. In: **INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND EFFECTS ON BUILDINGS AND STRUCTURES**, 3., 1971, Tokyo.
- LEIPHOLZ, H.H.E. Stability of dynamic systems. **Journal of Applied Mechanics**, New York, v.50, p. 1086-1096, 1983.
- LIAPUNOV, A. Problèm général de la stabilité du mouvement. **Annals of Mathematics Studies n° 17.** Princenton: Princeton University Press, 1947.
- LIN, Y.K. Motion of suspension bridges in turbulent winds. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York, ASCE, v.105, n.6, p. 921-932, 1979.
- LIN, Y.K.; LI, Q.C. New stochastic theory for bridge stability in turbulent flow. **Journal of Engineering Mechanics**, New York, v.119, n.1, p.113-127, 1993.
- MEIROVITCH, L. **Methods of Analytical Dynamics.** New York: Mc Graw-Hill, 1970.
- MEIROVITCH, L. **Computational methods in structural dynamics.** Alphen aan den Rijn: Sijthoff e Noordhoff, 1980.
- MEIROVITCH, L. & GHOSH, D. Control of flutter in bridges. **Journal of The Engineering Mechanics**, New York, ASCE, v.113, n.5, p. 720-736, 1987.
- MIYATA, T.; YAMADA, H. Coupled Flutter estimate of a suspension bridge. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p.341-348, 1990.
- MIYAZAKI, M.; ITO, M. Effect under-girder clearance on aerodynamic response of box girder bridges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p. 377-384, 1990.
- NAKAGAWA, T.; NAKAGAWA, R. Vortex shedding mechanism from prisms having H and I sections. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.49, p.197-206, 1993.
- NAKAMURA, Y. On the aerodynamic mechanism of torsional flutter of bluff structures. **Journal of Sound and Vibration**, London, v.67, n.2, p.163-177, 1979.

- NAKAMURA, Y.; MIZOTA, T. Unsteady lifts and wakes of oscillating rectangular prisma. **Journal Engineering Mechanics Division, ASCE**, 101(6):855-871, 1975.
- NAKAMURA, Y.; TOMONARI, Y. Galloping of rectangular prism in a smooth and in a turbulent flow. **Journal of Sound and Vibration**, London, v.52, n.2, p.233-241, 1977.
- NAKAMURA, Y.; YOSHIMURA, T. Flutter and vortex excitation in pure torsion, in a smooth and in a turbulent flow. **Journal of Sound and Vibration**, London, v.84, n.3, p.305-317, 1982.
- NAMINI, A.; ALBRECHT, P.; BOSCH, H. Finite element-based flutter analysis of cable-suspended bridges. **Journal of Structural Engineering**, New York, v.118, n.6, p.1509-1526, 1992.
- NAYFEH, A.H. **Perturbation methods**. New York: John Wiley, 1973.
- NOVAK, M. Aeroelastic galloping of prismatic bodies. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York, ASCE, v.95, n.1, p.115-142, 1969.
- NOVAK, M.; DAVENPORT, A.G. Aeroelastic instability of prisms in turbulent flow. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York, ASCE, v.96, n.1, p. 17-39, 1970.
- NOVAK, M. Galloping and vortex-induced oscillations of structures. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND EFFECTS ON BUILDINGS AND STRUCTURES, 3., 1971, Tokyo.
- OGAWA, K. et al. Aerodynamics stability of the tower of a long-spanned cable-stayed bridge (Higashi-Kobe Bridge). **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p.349-358, 1990.
- OKAUSHI, I.; TAJIMA, J.; AKIYAMA, H. Response of the large scale bridge model to natural wind. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND ENGINEERING, 5., Fort Collins, Co. **Proceedings ...Oxford: Pergamon Press**, 1980. v. , p.841-852.
- PAIXÃO, R.F.; RIERA, J.D. **Instabilidade dinâmica de sistemas estruturais autônomos discretos**. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1985. (Caderno Técnico, 79).
- PAIXÃO, R.F. **Comportamento dinâmico de cabos em movimento: estudo teórico-experimental**. Porto Alegre, 1991. Tese (Doutorado em Engenharia) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Escola de Engenharia, UFRGS.
- PARKINSON, G.V.; SMITH, J.D. The square prism as an aeroelastic nonlinear oscillator. **Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics**, London, v.17, p. 225-239, 1964.
- PARKINSON, G.V. Wind-induced instability of structures. **Philosophical Transactions**, Royal Society of London A., v.269 p.395-409, 1971.
- PFEIL, M.S.; BATISTA, R.C. Modal coupling effects on cable-stayed bridge flutter. **STRUCTURAL DYNAMICS - EURO DYN'93**, Moan et al (eds), Balkema, Rotterdam, 1993.

- PFEIL, M.S.; BATISTA, R.C. Aerodynamic coupling bridge flutter analysis. In: PAN-AMERICAN CONGRESS OF APPLIED MECHANICS, 4, 1995, Buenos Aires. v.2, p.352-358.
- PRICE, S.J. Wake induced flutter of power transmission conductors. **Journal of Sound and Vibration**, London, v.38, n.1, p.125-147, 1975.
- PUGSLEY, A.G. **The safety of structures**. London: Edward Arnold, 1966.
- ROCARD, Y. **Dynamic instability**. London: Crosby Lockwood, 1957.
- RUSCHEWEYH, H.P. Further studies of wind-induced vibrations of grouped stacks. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.11, n.1/3, p.359-364, 1983.
- SABZEVARI, A.; SCANLAN, R.H. Aerodynamic instability of suspension bridges. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York, ASCE, v.94, n.2, p. 489-519, 1968.
- SABZEVARI, A. Aerodynamic response of suspension bridge to wind gust. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND LOADS ON BUILDINGS AND STRUCTURES, 3., 1971, Tokyo. p.37.
- SAITO, T.; SHIRAIISHI, N.; ISHIZAKI, H. On aerodynamics stability of double-decked/trussed girder for cable-stayed "Higashi-Kobe Bridge". **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p.323-332, 1990.
- SARKAR, P.; JONES, N.P.; SCANLAN, R.H. Identification of aerolastic parameters of flexible bridges. **Journal of Engineering Mechanics**, New York, v.120, n.8, p.1718-1742, 1994.
- SCANLAN, R.H.; SABZEVARI, A. Experimental aerodynamic coefficients in the analytical study of suspension bridge flutter. **Journal of Mechanical Engineering Science**, London, v.11, n.3, p. 234-242, 1969.
- SCANLAN, R.H.; TOMKO, J.J. Airfoil and bridge deck flutter derivatives. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York, ASCE, v.97, n.6, p. 1717-1737, 1971.
- SCANLAN, R.H.; BÉLIAVEAU, J.G.; BUDLONG, K.S. Indicial aerodynamic functions for bridge decks. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York, ASCE, v.100, n.4, p. 657-672, 1974.
- SCANLAN, R.H. Theory of the wind analysis of long-span bridges based on data obtainable from section model tests. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND EFFECTS, 4., 1975, Heathrow. **Proceedings ...** Cambridge: Cambridge University Press, 1977. p.259-269.
- SCANLAN, R.H.; GADE, R.H. Motion of suspended bridge spans under gusty wind. **Journal of the Structural Division**, New York, ASCE, v.103, n.9, p. 1867-1883, 1977.
- SCANLAN, R. H. The action of flexible bridges under wind. I: Flutter theory. **Journal of Sound and Vibration**, London, v.60, n.2. p. 187-199, 1978a.

- SCANLAN, R.H. The action of flexible bridges under wind. II: Buffeting theory. **Journal of Sound and vibration**, London, v.60, n.2, 201-211, 1978b.
- SCANLAN, R.H.; LIN, W.-H. Effects of turbulence on bridge flutter derivatives. **Journal of the Engineering Mechanics Division**, New York, ASCE, v.104, n.4, p. 719-733, 1978.
- SCANLAN, R.H. Aerolastic simulation of bridges. **Journal of Structural Engineering**, New York, v.109, n.12, p.2829-2837, 1983.
- SCANLAN, R.H. On equivalency among bridge-deck aerolastic models. In: U.S. NATIONAL CONFERENCE ON WIND ENGINEERING, 5., 1985, Lubbock, Texas. **Proceedings ...Lubbock: Texas Tech University**, 1985. p.4A-17-4A-23.
- SCANLAN, R.H. Interpreting aeroelastic models of cable-stayed bridges. **Journal of Engineering Mechanics**, New York, v.113, n.4, p. 555-575, 1987.
- SCANLAN, R.H.; JONES, N.P. A minimum design methodology for evaluating bridge flutter and buffeting response. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.36, p.1341-1353, 1990a.
- SCANLAN, R.H.; JONES, N.P.; Aeroelastic Analysis of cable-stayed bridges. **Journal of Structural Engineering**, New York, v.116, n.2, p.279-297, 1990b.
- SCANLAN, R.H. Bridge buffeting by skew winds in erection stages. **Journal of Engineering Mechanics**, New York, v.119, n.2, p.251-269, 1993.
- SCRUTON, C. **An investigation of the oscillations of suspension bridges in wind**. Teddington: National Physical Laboratory, 1952. (NPL Aero Report, 217).
- SCRUTON, C.; WOODGATE, L. **The aerodynamic stability of suspension bridges: Tests of a 1/32-scale sectional model of the design finally proposed for the Severn Bridge**. Teddington National Physical Laboratory, 1952. (NPL Aero Report, 218).
- SCRUTON, C.; WALSH, D.E. **An investigation of the aerodynamic stability of the towers proposed for the river severn suspension bridge**. Teddington National Physical Laboratory, 1963. (NPL Aero Report, 1052).
- SELBERG, A.; HJORTH-HANSEN, E. Aerodynamic stability and related aspects of suspension bridges. **SYMPOSIUM SUSPENSION BRIDGES**, Lisbon, 1966. (Paper N°20).
- SHINOZUCA, M. et al.. Identification of aerodynamic characteristics of a suspension bridge based on field data. In: **INTERNATIONAL UNION OF THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS SYMPOSIUM ON STOCHASTIC PROBLEMS IN DYNAMICS**, 1976, Southampton, United Kingdom.
- SIMIU, E.; SCANLAN, R.H. **Wind effects on structures: an introduction to wind engineering**. New York: John Wiley, 1978.
- SIMPSON, A. On the flutter of a smooth circular cylinder in a wake. **The Aeronautical Quarterly**, London, v.32, p.25-41, Feb. 1971.

- SMITH, B.W.; WYATT, T.A. Development of the draft rules for aerodynamic stability. In: CONFERENCE ON BRIDGE AERODYNAMICS, 1981, London. **Proceedings ...** London: Institute of Civil Engineers, 1981. p. 33-47.
- SNOWDON, J.C. **Vibration and shock in damped mechanical systems**. New York: John Wiley, 1968.
- SOO, H.S.W.; SCANLAN, R.H. Calculation of the wind buffeting of the Lions' Gate Bridge and comparison with model studies. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.14, 201-210, 1983.
- TAKEUCHI, T. Effects of geometrical shape on vortex-induced oscillations of bridge tower. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p.359-368, 1990.
- TAMAGNA, A. **AQdados versão 1.0: sistema de aquisição e processamento de dados**. Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1988. (Manual Executivo).
- TANAKA, H. Similitude and modelling in wind tunnel testing of bridges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p. 283-300, 1990.
- THEODORSEN, T. **General theory of aerodynamic instability and the mechanism of flutter**. Washington: National Advisory Committee for Aeronautics, 1935. (NACA Report, 496).
- THOMPSON, J.M.T. Basic theorems of elastic stability. **International Journal of Engineering Science**, Oxford, v.8, p.307, 1970.
- THOMPSON, J.M.T.; HUNT, G.W. **A general theory of elastic stability**. London, John Wiley, 1973.
- THOMPSON, J.M.T. **Instability and catastrophes in science and engineering**. Chichester: John Wiley, 1982.
- UEDA, T.; YASUDA, M.; NAKAGAKI, R. Mechanism of aerodynamics stabilization for long-span suspension bridge with stiffening truss-girder. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p.333-340, 1990.
- WAGNER, H. Über die Entstehung des dynamischen Auftriebes von Tragflügeln. **Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik**, Berlin, v.5, p.17-35, 1925.
- WALSHE, D.E.; RAYNER, D.V. **An aerodynamic investigation for a proposed long-span monocable suspension bridges**. Teddington National Physical Laboratory, 1960.(NPL Aero Report, 418).
- WALSHE, D.E.; PACKER, M.A. **The investigation of the aerodynamic stability of the forth suspension bridges at various stages of construction**. Teddington: National Physical Laboratory, 1963. (NPL Aero Report, 1058).
- WALSHE, D.E. **An investigation of the aerodynamic stability of a decking unit of the Severn Suspension Bridge**. Teddington: National Physical Laboratory, 1964.(NPL Aero Report, 1106).

- WALSHE, D.E. **The aerodynamic investigation of the proposed Kniebrücke, Dusseldorf.** Teddington: National Physical Laboratory, 1965. (NPL Aero Report, 1149).
- WARDLAW, R.L.; PONDER, C.A. **An example of the use of wind tunnels for investigating the aerodynamic stability of bridges.** Ottawa: National Aeronautical Establishment, 1969. (Quarterly Bulletin, 1969-3).
- WARDLAW, R.L.; PONDER, C.A. **Wind tunnel investigations of the aerodynamic stability of bridges.** Ottawa: National Aeronautical Establishment, 1970. (Report LTR-LA-47).
- WARDLAW, R.L. Wind effects on bridges. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p. 301-312, 1990.
- WILLIAMS, D.H.; NIXON, H.L.; SKELTON, W.C. **Tests on plate-girder bridges in the duplex-wind tunnel.** Teddington: National Physical Laboratory, 1951. (NPL Aero Report, 216).
- YANG, J.N.; GIANNOPOULOS, F. Active control of two-cable-stayed bridge. **Journal of The Engineering Mechanics Division**, New York, ASCE, v.105, n.5, p. 795-809, 1979.
- YOKOYAMA, K.; SATO, H. On the proposed wind resistant design manual for highway bridges in Japan. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Amsterdam, v.33, p. 395-404, 1990.
- YOSHIMURA, T.; NAKAMURA, Y. On the indicial aerodynamic moment responses of bridge deck sections. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON WIND ENGINEERING, 5., 1979, Fort Collins, Co. **Proceedings ...Oxford: Pergamon Press, 1980.** v. , p.877-885.
- ZDRAVKOVICH, M.M. Review and classification of various aerodynamic and hydrodynamic means for suppressing vortex shedding. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamic**, Amsterdam, v.7, n.2, p.145-189, 1981.
- ZIEGLER, H. **Principles of structural stability:** Massachusetts, Blaisdell, 1968.

ANEXO

A1. Corpo de seção circular com dois graus de liberdade: movimento de rotação restrito.

Os esforços gerais dados pela Eqs.(4.2.19) podem ser igualmente particularizados para uma situação de considerável interesse prático: o drapejamento induzido pela esteira em cabos com seção circular. De fato, as Eqs.(4.2.19) permitem o tratamento de cabos com seções transversais arbitrárias, como condutores cobertos por gelo e podem também ser empregadas no estudo da instabilidade induzida pelo vento em cabos e em outras aplicações.

Quando o corpo em consideração apresenta seção circular, a força resultante instantânea coincide sempre com a direção da velocidade do vento incidente. Assim, é suficiente a especificação do coeficiente de arrasto, já que os coeficientes de sustentação e de momento médios são nulos. Chamando, então, b e C_D , respectivamente, de diâmetro do cabo e coeficiente de arrasto e assumindo que o coeficiente de velocidade lateral, ϕ_y , assim como suas derivadas são pequenas quantidades, a seguinte equação pode ser obtida.

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \end{Bmatrix} &= \frac{1}{2} \rho b C_D V_o^2 \begin{Bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{Bmatrix} + \frac{1}{2} \rho b C_D V_o \begin{bmatrix} -2\phi_x & \phi_y \\ -2\phi_y & -\phi_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \end{Bmatrix} + \\ &+ \frac{1}{2} \rho b C_D V_o^2 \begin{bmatrix} 2\phi_x\phi_{x,x} & 2\phi_x\phi_{x,y} \\ \phi_y\phi_{x,x} + \phi_x\phi_{y,x} & \phi_x\phi_{y,y} + \phi_y\phi_{x,y} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} \quad (A1.1) \end{aligned}$$

nas quais:

$$\begin{aligned} L_1 &= (\phi_x^2 + \phi_y^2) \cos \bar{\alpha}_o \\ L_2 &= (\phi_x^2 + \phi_y^2) \sin \bar{\alpha}_o \end{aligned} \quad (A1.2)$$

As Eqs.(A1.1) se reduzem às equações propostas por Simpson (1971) e Price (1975) para analisar as vibrações induzidas em condutores de linhas de transmissão pela presença de condutores paralelos a barlavento. Os resultados satisfatórios obtidos nessas aplicações também sustentam a validade das hipóteses básicas sobre as quais eles estão estabelecidos.