



---

THESIS - TE 142599

**DESAIN KONTROL *TRACKING UNDERACTUATED*  
AUV PADA BIDANG HORIZONTAL MENGGUNAKAN  
*STATE DEPENDENT RICCATI EQUATIONS (SDRE)*  
-*LQT***

ILMI RIZKI IMADUDDIN  
NRP. 2212 202 002

DOSEN PEMBIMBING  
Dr. Trihastuti Agustinah. ST, MT

PROGRAM MAGISTER  
BIDANG KEAHLIAN TEKNIK SISTEM PENGATURAN  
JURUSAN TEKNIK ELEKTRO  
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2016



---

THESIS - TE 142599

**TRACKING CONTROL DESIGN OF  
UNDERACTUATED AUV IN THE HORIZONTAL  
PLANE USING STATE DEPENDENT RICCATI  
EQUATIONS (SDRE)-LQT**

**ILMI RIZKI IMADUDDIN  
NRP. 2212 202 002**

**SUPERVISOR**

**Dr. Trihastuti Agustinah. ST, MT**

**MAGISTER PROGRAM  
CONTROL SYSTEM ENGINEERING  
DEPARTEMEN OF ELECTRICAL ENGINEERING  
FACULTY OF INDUSTRIAL TECHNOLOGY  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2016**

Tesis disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Teknik (M.T.)

di  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:

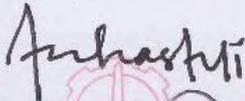
Ilmi Rizki Imaduddin

NRP. 2212202002

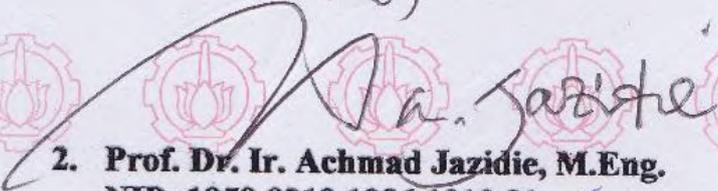
Tanggal Ujian : 20 Juli 2016

Periode Wisuda : September 2016

Disetujui Oleh:

  
1. Dr. Trihastuti Agustinah, S.T., M.T.  
NIP: 1968 0812 1994 0320 01

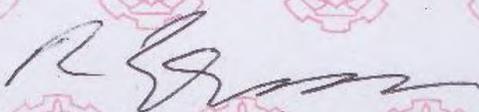
(Pembimbing I)

  
2. Prof. Dr. Ir. Achmad Jazidie, M.Eng.  
NIP: 1959 0219 1986 1010 01

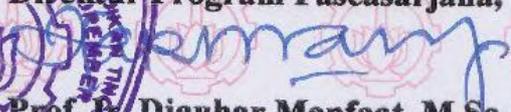
(Penguji)

  
3. Dr. Ir. Mochammad Rameli  
NIP: 1954 1227 1981 0310 02

(Penguji)

  
4. Ir. Rusdhianto Effendi AK, M.T.  
NIP: 1957 0424 1985 0210 01

(Penguji)

  
Direktur Program Pascasarjana,

Prof. Dr. Djauhar Manfaat, M.Sc, Ph.D.

NIP. 19601202 198701 1 001



# **DESAIN KONTROL *TRACKING UNDERACTUATED* AUV PADA BIDANG HORIZONTAL MENGGUNAKAN *STATE DEPENDENT RICCATI EQUATIONS (SDRE) –LQT***

Nama : Ilmi Rizki Imaduddin

NRP : 2212202002

Pembimbing : Dr. Trihastuti Agustinah. ST, MT

## **ABSTRAK**

Perkembangan *Autonomous Underwater Vehicle (AUV)* sudah semakin luas fungsinya, bahkan untuk tugas-tugas militer dibawah air yang berbahaya, misalnya operasi pencarian, pengintaian, penyelamatan dan juga bisa diaplikasikan untuk tugas ilmiah seperti pemetaan kondisi bawah laut, mendeteksi sumber minyak, pengawasan, pemeliharaan dan survei bawah air. AUV merupakan sistem *nonlinear* dengan *multiple input multiple output* dan sistem dengan persoalan kestabilan, sehingga rentan terhadap gangguan eksternal. Karakteristik ini menyebabkan adanya kesulitan dalam pengendalian gerak *tracking* secara otomatis saat terdapat gangguan arus air. Berdasarkan permasalahan tersebut, pada penelitian ini disajikan desain kontrol *tracking* pada bidang horizontal berbasis SDRE-LQT, agar dalam melakukan *path following* konvergen menuju nol dan dapat mengatasi gangguan arus laut yang merubah parameter dari AUV dalam melakukan gerak pada bidang horizontal. Hasil simulasi menunjukkan bahwa metode kontrol yang digunakan mampu membawa sudut *yaw*, *pitch* dan *roll* pada nilai yang diharapkan dan gangguan arus dapat diatasi dengan memberikan nilai sinyal kontrol yang baru secara *online*, sehingga AUV dapat melakukan *tracking* secara otomatis pada kondisi ada atau tanpa gangguan arus laut dengan rata-rata *cross track error* sebesar 0.59 meter.

**Kata kunci** : AUV, *Tracking Control*, SDRE-LQT, *Path Following*, *Ocean Currents*.

-----Halaman ini sengaja dikosongkan-----

# **TRACKING CONTROL DESIGN OF *UNDERACTUATED* AUV IN THE HORIZONTAL PLANE USING *STATE DEPENDENT RICCATI EQUATIONS (SDRE) –LQT***

By : Ilmi Rizki Imaduddin

Student Identity Number : 2212202002

Supervisors : Dr. Trihastuti Agustinah. ST, MT

## **ABSTRACT**

The development of AUV is increasingly widespread functions, even for dangerously military underwater tasks, for example surveillance, search and rescue, can also be applied to scientific tasks such as mapping the underwater conditions detect oil resources, monitoring, maintenance and underwater survey. AUV is a nonlinear system with multiple input multiple output and system, and has stability issues that are vulnerable to external disturbance. These characteristics causes the controlling of AUV is difficult due to the ocean current disturbance. Based on this problems, this study presents tracking control design in the horizontal plane based on SDRE-LQT, that in doing the following path converges towards zero and be able to overcome the interference of ocean currents that change the parameters of AUV in doing motion in the horizontal plane. The simulation results show that the method is able to bring the yaw, pitch and roll on the expected value and current noise can be solved by providing by online a new control signal value, so that the AUV can perform automatic tracking due to presence or absence ocean currents with an average cross track error of 0.59 meters.

**Keywords** : AUV, *Tracking Control*, SDRE-LQT, *Path Following*, *Ocean Currents*.

-----Halaman ini sengaja dikosongkan-----

# DAFTAR ISI

LEMBAR PENGESAHAN .....	iii
PERNYATAAN KEASLIAN TESIS.....	V
ABSTRAK.....	ii
ABSTRACT.....	iv
KATA PENGANTAR .....	xi
DAFTAR ISI.....	xiii
DAFTAR GAMBAR.....	xvii
DAFTAR TABEL.....	xxi
1    PENDAHULUAN.....	1
1.1    Latar Belakang .....	1
1.2    Rumusan Masalah .....	4
1.3    Tujuan Penelitian.....	4
1.4    Batasan Masalah.....	4
1.5    Kontribusi.....	4
1.6    Sistematika Penulisan.....	5
2    KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI .....	7
2.1    Kajian Pustaka.....	7
2.2    Dasar Teori .....	9
2.2.1    Dinamika AUV.....	9
2.2.1.1    Kinematik .....	11
1. Kerangka Referensi.....	11

2.	Transformasi Koordinat Antara Sistem Koordinat <b>b</b> dan <b>n</b> .....	13
3.	Transformasi Koordinat <i>Body</i> dan <i>Flow</i> .....	16
2.2.1.2	Kinetik .....	24
1.	Persamaan Umum dari Gerak ( <i>The General Equations of Motion</i> ) .....	24
2.	Persyaratan Dalam Persamaan Gerak .....	26
3.	Faktor-faktor yang Mempengaruhi Kendaraan Bawah Laut .....	29
2.3	Environmental Disturbance .....	47
2.3.1	Arus Laut (Ocean Currents) .....	48
2.3.1.1	Kecepatan Arus Laut .....	48
2.3.1.2	Arus yang Menginduksi Gaya dan Momen .....	48
2.4	Hukum LOS ( <i>Line of Sight</i> ) pada Persamaan <i>Steering</i> .....	53
2.4.1	Enclosure-Based Steering .....	55
2.5	Kontroler Sistem Servo Tipe 1 (Ketika <i>Plant</i> tidak mempunyai <i>integrator</i> )	59
2.6	Metode <i>State Dependent-Linear Quadratic Tracking</i> .....	62
2.6.1	Linear Quadratic Tracking (LQT) .....	63
2.6.2	Kontroler SDRE-LQT .....	65
2.6.3	Parameterisasi State Dependent Coefficient (SDC) .....	67
2.6.4	Algebraic Riccati Equation (ARE) .....	68
2.6.5	Pemilihan Matriks <b>Q</b> dan <b>R</b> .....	69
3	PERANCANGAN SISTEM .....	71
3.1	Perancangan Dinamika AUV .....	71
3.2	Perancangan Dinamika AUV dengan <i>Ocean Current</i> .....	79
3.3	Perancangan Sistem Kontrol .....	83

3.3.1	Subsistem Guidance .....	85
3.3.2	Perancangan Kontrol Roll .....	86
3.3.3	Perancangan Kontrol Pitch .....	86
3.3.4	Perancangan Kontrol SDRE .....	86
4	HASIL DAN PEMBAHASAN .....	93
4.1	Respon <i>Step</i> Sistem .....	93
4.1.1	Respon Step Sistem dengan Kontrol SDRE-LQ Tanpa Gangguan Eksternal	93
4.1.2	Respon Step Sistem dengan Kontrol SDRE-LQ dengan Gangguan Eksternal $\beta c = 0.78$	96
4.1.3	Respon Step Sistem dengan Kontrol SDRE-LQ dengan Gangguan Eksternal $\beta c = 0.26$	100
4.2	Pengujian <i>Path Following</i> .....	103
4.2.1	Pengujian Path Following Tanpa Gangguan Ocean Current ( $\beta c = 0$ )	104
4.2.2	Pengujian Path Following dengan Gangguan Ocean Current ( $\beta c = 0.78$ )	107
4.2.3	Pengujian Path Following dengan Gangguan Ocean Current $\beta c = 0.26$	111
4.2.4	Pengujian Path Following dengan Gangguan Ocean Current ( $\beta c = -0.78$ )	114
4.2.5	Pengujian Path Following dengan Gangguan Ocean Current $\beta c = -0.26$	118
5	PENUTUP .....	123
5.1	Kesimpulan .....	163
5.2	Saran .....	123

DAFTAR PUSTAKA .....	124
RIWAYAT PENULIS .....	129

## DAFTAR TABEL

Tabel 2.1. Notasi <i>SNAME</i> (1950) untuk AUV [25].	11
Tabel 3.1 Parameter <i>Plant</i> AUV [23].	74

-----Halaman ini sengaja dikosongkan-----

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1 Kerangka referensi <i>earth-fixed</i> dan kecepatan 6 DOF <i>body-fixed</i> [6].	
10	
Gambar 2.2 Kerangka <i>xyeyeze Earth-centered Earth fixed</i> (ECEF) yang berotasi dengan kecepatan sudut $\omega_e$ relative terhadap kerangka <i>xyyizi Earth centered Inertial</i> (ECI) yang tetap terhadap ruang [11].	12
Gambar 2.3 Sumbu koordinat $x, y, z$ diputar terhadap kerangka <i>earth-fixed</i> [8].	13
Gambar 2.4 Ilustrasi sumbu <i>stability</i> dan <i>flow</i> dengan terminologi sudut <i>angle of attack</i> $\alpha$ dan <i>sideslip</i> $\beta$ [11].	20
Gambar 2.5 Pengaruh <i>buoyancy</i> dan berat pada <i>body</i> [8].	31
Gambar 2.6 Sudut Efektif Kemudi ( <i>Rudder</i> ) [18].	39
Gambar 2.7 Sudut Efektif Sayap ( <i>Fin</i> ) [18].	39
Gambar 2.8 <i>Profile</i> bagian ekor [18].	45
Gambar 2.9 Orientasi vektor kecepatan rata-rata dari <i>flow</i> (aliran) berdasarkan	51
Gambar 2.10 Definisi dari vektor kecepatan rata-rata dari arus laut dan arahnya	53
Gambar 2.11 Referensi sudut <i>course</i> $\chi_d$ pada LOS <i>guidance</i> (sudut diantara $x_n$ dan vektor kecepatan) yang dipilih untuk mengarah ke titik persimpangan ( $x_{los}, y_{los}$ ) [11].	56
Gambar 2.12 Diagram blok kontroler sistem servo tipe 1 ketika <i>plant</i> tidak memiliki <i>integrator</i> .	59
Gambar 3.1 Model AUV.	79
Gambar 3.2 Deskripsi hubungan antara sumbu <i>body</i> AUV, sumbu <i>stability</i>	80
Gambar 3.3 Diagram blok deskripsi <i>ocean current</i> melalui persamaan differential.	
81	
Gambar 3.4 Struktur Kontrol Gerak AUV.	84

Gambar 3.5 Perancangan <i>steering</i> AUV menggunakan metode SDRE.	88
Gambar 4.1 Respon <i>step</i> sudut <i>yaw</i> tanpa gangguan eksternal.	93
Gambar 4.2 Respon <i>step</i> sudut <i>pitch</i> tanpa gangguan eksternal.	94
Gambar 4.3 Respon <i>step</i> sudut <i>Roll</i> tanpa gangguan eksternal.	95
Gambar 4.4 Respon <i>step</i> posisi sumbu <i>x</i> tanpa gangguan eksternal.	95
Gambar 4.5 Respon <i>step</i> posisi sumbu <i>y</i> tanpa gangguan eksternal.	96
Gambar 4.6 <i>Ocean Current</i> 2 Dimensi dengan $\beta c = 0.78$ .	97
Gambar 4.7 Respon <i>step</i> sudut <i>yaw</i> dengan gangguan eksternal.	97
Gambar 4.8 Respon <i>step</i> sudut <i>pitch</i> dengan gangguan eksternal.	98
Gambar 4.9 Respon <i>step</i> sudut <i>Roll</i> dengan gangguan eksternal.	98
Gambar 4.10 Respon <i>step</i> posisi sumbu <i>x</i> dengan gangguan eksternal.	99
Gambar 4.11 Respon <i>step</i> posisi sumbu <i>y</i> dengan gangguan eksternal.	99
Gambar 4.12 <i>Ocean Current</i> 2 Dimensi dengan $\beta c = 0.26$ .	100
Gambar 4.13 Respon <i>step</i> sudut <i>yaw</i> dengan gangguan eksternal.	100
Gambar 4.14 Respon <i>step</i> sudut <i>pitch</i> dengan gangguan eksternal.	101
Gambar 4.15 Respon <i>step</i> sudut <i>Roll</i> dengan gangguan eksternal.	102
Gambar 4.16 Respon <i>step</i> posisi sumbu <i>x</i> dengan gangguan eksternal.	102
Gambar 4.17 Respon <i>step</i> posisi sumbu <i>y</i> dengan gangguan eksternal.	103
Gambar 4.18 <i>Path</i> yang dilalui AUV.	104
Gambar 4.19 Pergerakan AUV pada Bidang <i>xy</i> Tanpa Gangguan Eksternal.	105
Gambar 4.20 Perilaku Sudut <i>Yaw</i> Tanpa Gangguan Eksternal.	105
Gambar 4.21 Perilaku Sudut <i>Pitch</i> Tanpa Gangguan Eksternal.	105
Gambar 4.22 Perilaku Sudut <i>Roll</i> Tanpa Gangguan Eksternal.	106
Gambar 4.23 Posisi AUV pada Sumbu <i>x</i> Tanpa Gangguan Eksternal.	106

Gambar 4.24 Posisi AUV pada Sumbu $y$ Tanpa Gangguan Eksternal.	107
Gambar 4.25 <i>Ocean Current</i> 2 Dimensi dengan $\beta c = 0.78$ .	108
Gambar 4.26 Pergerakan AUV pada Bidang $xy$ dengan Gangguan Eksternal	108
Gambar 4.27 Perilaku Sudut <i>Yaw</i> dengan gangguan Eksternal.	108
Gambar 4.28 Perilaku Sudut <i>Pitch</i> dengan Gangguan Eksternal.	109
Gambar 4.29 Perilaku Sudut <i>Roll</i> dengan Gangguan Eksternal.	110
Gambar 4.30 Posisi AUV pada Sumbu $x$ dengan Gangguan Eksternal.	110
Gambar 4.31 Posisi AUV pada Sumbu $y$ dengan Gangguan Eksternal.	111
Gambar 4.32 <i>Ocean Current</i> 2 Dimensi dengan $\beta c = 0.26$ .	111
Gambar 4.33 Pergerakan AUV pada Bidang $xy$ dengan Gangguan Eksternal	112
Gambar 4.34 Perilaku Sudut <i>Yaw</i> dengan gangguan Eksternal.	112
Gambar 4.35 Perilaku Sudut <i>Pitch</i> dengan Gangguan Eksternal.	112
Gambar 4.36 Perilaku Sudut <i>Roll</i> dengan Gangguan Eksternal.	113
Gambar 4.37 Posisi AUV pada Sumbu $x$ dengan Gangguan Eksternal.	114
Gambar 4.38 Posisi AUV pada Sumbu $y$ dengan Gangguan Eksternal.	114
Gambar 4.39 <i>Ocean Current</i> 2 Dimensi dengan $\beta c = -0.78$ .	115
Gambar 4.40 Pergerakan AUV pada Bidang $xy$ dengan Gangguan Eksternal	115
Gambar 4.41 Perilaku Sudut <i>Yaw</i> dengan Gangguan Eksternal.	116
Gambar 4.42 Perilaku Sudut <i>Pitch</i> dengan Gangguan Eksternal.	116
Gambar 4.43 Perilaku Sudut <i>Roll</i> dengan Gangguan Eksternal.	117
Gambar 4.44 Posisi AUV pada Sumbu $x$ dengan Gangguan Eksternal.	117
Gambar 4.45 Posisi AUV pada Sumbu $y$ dengan Gangguan Eksternal.	118
Gambar 4.46 <i>Ocean Current</i> 2 Dimensi dengan $\beta c = -0.26$ .	119
Gambar 4.47 Pergerakan AUV pada Bidang $xy$ dengan Gangguan Eksternal	119

Gambar 4.48 Perilaku Sudut <i>Yaw</i> dengan Gangguan Eksternal.	119
Gambar 4.49 Perilaku Sudut <i>Pitch</i> dengan Gangguan Eksternal.	120
Gambar 4.50 Perilaku Sudut <i>Roll</i> dengan Gangguan Eksternal.	120
Gambar 4.51 Posisi AUV pada Sumbu <i>x</i> dengan Gangguan Eksternal.	121
Gambar 4.52 Posisi AUV pada Sumbu <i>y</i> dengan Gangguan Eksternal.	121

# BAB 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Penelitian *Unmanned Underwater Vehicles* (UUV) dalam dekade terakhir meningkat khususnya untuk tujuan operasi tertentu yang berbahaya jika melibatkan manusia [1]. UUV berdasarkan cara pengendaliannya dibedakan menjadi 3 yaitu *Remotely Operated Vehicle* (ROV), *Autonomous Underwater Vehicles* (AUV), dan *Autonomous Underwater Glider* (AUG) [2]. ROV dalam pengoperasiannya terhubung dengan sebuah *command* pada *platform* yang ada diatas kapal atau pelabuhan. Agar *command* tersebut dapat sampai pada ROV, maka sumber energi dan komunikasi antara *platform* dengan ROV harus terjaga [4].

ROV memiliki keterbatasan area kerja (kedalaman) dalam melakukan suatu *task* dan misi yaitu bisa bekerja dalam jangkauan kurang dari 1 km dari permukaan air laut [2]. Keterbatasan tersebut dikarenakan desain dari ROV sendiri baik dari segi struktur mekanik, *task* dan misinya, serta dari kabel yang dipakai tidak mendukung untuk dioperasikan pada kedalaman lebih dari 1 km dan dari segi biaya akan lebih mahal untuk kedalaman yang lebih dari 1 km [4], [2]. Berbeda dengan AUV itu sendiri, dimana dalam melakukan pergerakan dibawah air tanpa memerlukan perintah dari operator, karena dilihat dari segi *task* dan misi jauh lebih sulit [4]. Area kerja AUV memiliki jangkauan lebih luas dalam hal kedalaman yaitu mencapai 100 km dari permukaan air laut [2] dan teknologi yang digunakan dari segi biaya relatif murah [5], sedangkan AUG sendiri merupakan tipe khusus dari AUV [2]. Oleh karena itu, sejak era tahun 1990 an sampai 2000 keatas, banyak penelitian dan pengembangan berkenaan khususnya *Autonomous Underwater Vehicle* (AUV) [1].

Penelitian dan pengembangan AUV menarik perhatian yang besar berkenaan dengan isu lingkungan [6] dan [3], seperti eksplorasi sumber daya alam untuk kebutuhan sains, tugas-tugas militer yaitu untuk memetakan suatu daerah dan menentukan apakah ada tambang atau untuk memantau suatu daerah yang

terlindungi untuk objek tak dikenal [6], [4], [7], dan untuk komersil digunakan untuk membangun peta secara detail dari dasar laut sebelum membangun infrastruktur bawah laut pada

industri minyak dan gas [4], [7]. Sehingga, dalam melakukan misi-misi tersebut sistem AUV harus mempunyai kemampuan otonom, *intelligent* dan dapat membuat keputusan [8].

Kemampuan-kemampuan tersebut dapat dibangun berdasarkan teknologi yang biasa digunakan dalam mendesain kerangka kontrol berdasarkan struktur sistem yang telah dikembangkan oleh [9] yaitu *marine vessel control system*, dengan menghubungkan 3 struktur subsistem yang independen yang terdiri atas *guidance*, *navigation* dan *control* (GNC) [7], [9], [10] dan [11].

Sistem GNC biasanya digunakan untuk membangun sistem kontrol *motion* pada AUV. *Motion* pada AUV dibedakan menjadi tiga bagian, yaitu *motion* pada bidang horizontal, bidang vertikal dan kombinasi antara keduanya, sehingga ketika mendesain sistem kontrol *motion*, tujuan kontrol nya harus didefinisikan dengan baik agar memenuhi spesifikasi sesuai kebutuhan untuk keamanan dalam melakukan suatu operasi [10].

Salah satu tujuan utama dalam mendesain sistem kontrol *motion* pada AUV adalah untuk menyelesaikan permasalahan *path following* [9], [10], dan [11]. *Path following control* merupakan metode kontrol yang digunakan dalam menyelesaikan permasalahan *path following* dalam melakukan suatu *task* [12]. Permasalahan tersebut secara umum adalah bagaimana membuat posisi AUV konvergen menuju *path* yang telah didefinisikan sebelumnya [12].

Gagasan utama dalam mendesain *path following control* adalah bagaimana dua skema kontrol pada subsistem *guidance* dan subsistem *control* bekerja bersama-sama dalam menjalankan AUV, agar bergerak pada suatu *path* yang telah didefinisikan [11], [13], [14]. Subsistem *guidance* berfungsi sebagai kontrol *tracking* terhadap suatu *path* dalam geometri ruang. Kontrol *tracking* tersebut didasarkan pada *cross track error* yaitu jarak terpendek antara AUV dengan *path* [11], [14].

Subsistem *guidance* memberikan referensi sudut *heading* kepada subsistem *control*. Sedangkan subsistem *control* membuat AUV bergerak menuju arah *path* melalui minimalisasi *cross track error* dengan melakukan kontrol pada sudut

kemudi *rudder*. Pendekatan kedua subsistem diatas dalam mengontrol AUV pada faktanya merupakan permasalahan yang kompleks [14].

Kompleksitas yang terjadi dalam mendesain dua subsistem kontrol disebabkan karena AUV memiliki karakteristik nonlinear, MIMO, parameter *uncertainty* [1], [6], [11], [15], [16], [17]. Parameter *uncertainty* pada AUV merupakan parameter pada dinamika AUV yang berubah

terhadap waktu (*time varying*). Perubahan dinamika terhadap waktu tersebut dikarenakan karakteristik dari struktur desain AUV, dimana karakteristik tersebut ditentukan oleh *hydrodynamic forces* ketika AUV melewati suatu aliran *hydro* (air) dan ditambahkan dengan *environmental forces* [11], [18], [17]. *Environmental forces* sendiri meliputi *wind*, *wave* dan *ocean current* [9], [10], [11], [17]. Pada kasus *underwater vehicle*, *ocean current* yang dianggap paling berpengaruh terhadap AUV [9], [11], [17].

Arah sudut *yaw* merupakan ukuran utama dalam mengatur gerak horizontal pada AUV, gerakan tersebut didefinisikan melalui persamaan *steering* [9]. Persamaan tersebut digunakan untuk mendefinisikan gerak horizontal 2D. pendefinisian tersebut digunakan untuk memudahkan dalam menghitung variabel *state* apa saja yang diperlukan dalam menganalisa gerak horizontal dan diperlukan untuk kebutuhan penurunan hukum kontrol *steering* [9], [10]. Penurunan hukum kontrol *steering* tersebut digunakan untuk mendesain *heading control* pada AUV. *heading control* tersebut digunakan untuk mengatur arah dari sudut *yaw* AUV agar sesuai dengan sinyal referensi *yaw* yang diberikan. Kompleksitas dalam mendesain *heading control* akibat karakteristik-karakteristik dari dinamika AUV menjadi permasalahan yang tidak mudah dipecahkan, sehingga menjadi tantangan para peneliti dalam mendesainnya.

Dari permasalahan yang dijelaskan sebelumnya, maka dibutuhkan sebuah metode untuk mengatasi permasalahan nonlinearitas dan *uncertainty parameter* menggunakan kontrol SDRE, namun untuk dapat diaplikasikan pada *task* berupa *geometry path*, AUV membutuhkan kontrol *tracking* agar bisa meminimalkan *cross track error*, maka kontrol *tracking* yang digunakan adalah LQT dengan struktur sistem servo 1. Dengan demikian, pada penelitian ini akan diusulkan kontrol SDRE-LQT pada subsistem GNC pada AUV.

## 1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah dari penelitian ini adalah bagaimana mendesain sistem kontrol *tracking* pada *underactuated* AUV, agar AUV dapat melakukan *path following* dan dapat mengatasi adanya *environmental forces* berupa arus laut (*ocean current*).

## 1.3 Tujuan Penelitian

Penelitian ini bertujuan untuk dapat menghasilkan sistem kontrol *tracking* pada *underactuated* AUV, sehingga AUV dapat melakukan *path following* dan dapat mengatasi adanya gangguan eksternal berupa arus laut menggunakan metode SDRE-LQT.

## 1.4 Batasan Masalah

AUV merupakan sistem yang kompleks dengan permasalahan yang cukup lebar sehingga perlu adanya beberapa batasan. Adapun batasan masalah pada penelitian ini adalah:

1. Kecepatan dari AUV bernilai tetap.
2. Arus laut hanya dibuat menjadi 2 dimensi dan perhitungan nilai vektor kecepatan rata-rata *ocean current* menggunakan persamaan dinamika *ocean current* orde 2.
3. Kecepatan arus laut tidak lebih dari AUV yaitu 1.5 m/s.

## 1.5 Kontribusi

Kontribusi yang ditawarkan dari penelitian ini adalah dapat memberikan sumbangan pemikiran dan referensi mengenai penerapan metode SDRE-LQT sebagai kontrol *tracking* dan dapat mengatasi gangguan arus laut saat melakukan *tracking*.

## 1.6 Sistematika Penulisan

Agar dapat mencapai tujuan yang diharapkan, penelitian ini akan dilakukan melalui beberapa tahapan berikut ini:

### 1. Studi literatur

Studi literatur sebagai landasan dalam penulisan dan sebagai media telaah untuk beberapa pustaka terkait kinematik, dinamika serta mempelajari berbagai parameter dari AUV yang telah ada. Tahapan studi literatur juga digunakan untuk menganalisis tentang mekanisme perancangan metode SDRE-LQT sebagai kontrol *tracking* dan dapat mengkompensasi gangguan, baik dari artikel penelitian yang telah dipublikasikan maupun buku yang diterbitkan.

### 2. Merancang Pemodelan Sistem

Mempelajari model *plant* merupakan salah satu tahap yang penting, yaitu mempelajari proses transformasi *plant* ke dalam bentuk model matematika berdasarkan hasil analisis berbagai literatur yang telah dipelajari. Merancang algoritma kontrol *State Dependent* LQT untuk kontrol *tracking* serta gangguan arus laut.

### 3. Merancang Kontrol *Tracking*

Berdasarkan hasil dalam mempelajari model *plant* akan dirancang suatu metode kontrol *tracking* berbasis SDRE-LQT.

#### 4. Pengujian Sistem Secara Simulasi

Pada tahap ini, akan dilakukan pengujian terhadap metode yang telah didesain dengan mengasumsikannya, dan memberikan beberapa kondisi pengujian, yaitu pada kondisi ideal dan penambahan gangguan.

#### 5. Analisa Hasil Pengujian

Melakukan analisis hasil pengujian untuk memperoleh performansi sistem secara keseluruhan dan mengklarifikasi hasil tersebut terhadap tujuan yang telah ditetapkan. Apabila telah memenuhi tujuan berarti penelitian telah berhasil, dan apabila belum memenuhi maka perlu dikaji lebih lanjut mengenai solusi atau gagasan alternatif agar tujuan yang telah ditetapkan dapat dicapai.

#### 6. Penarikan Kesimpulan

Jika hasil evaluasi menunjukkan bahwa tujuan penelitian telah tercapai maka akan ditarik kesimpulan untuk menegaskan bahwa gagasan yang diusulkan berhasil menyelesaikan permasalahan dan memenuhi tujuan penelitian.

#### 7. Penulisan Laporan

Tahapan akhir dari penelitian ini adalah penulisan laporan, penulisan laporan dilakukan dengan tujuan agar semua hal yang telah dilakukan dapat terdokumentasikan.

-----Halaman ini sengaja dikosongkan-----

## BAB 2

### KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

#### 2.1 Kajian Pustaka

Pada penelitian ini adapun kajian pustaka yang telah dilakukan untuk mendukung ide penelitian adalah penelitian tentang perencanaan sebuah *trajectory* dan kontrol *tracking* pada gerak AUV di bidang horizontal [13]. Penelitian ini secara umum menitikberatkan pada bagaimana membangkitkan sinyal referensi yang layak yang akan digunakan sebagai masukan sistem kontrol gerak AUV agar dapat mengikuti *trejctory* yang diberikan. Akan tetapi, sistem kontrol yang didesain belum melibatkan bagaimana jika *environmental forces* ditambahkan pada dinamika AUV [13].

Strategi kontrol *tracking* pada bidang horizontal 2D juga diterapkan oleh [20]. Algoritma yang digunakan adalah dengan menggunakan dinamika AUV untuk membangkitkan sinyal referensi orientasi dan kecepatan dari kendaraan. Strategi kontrol *tracking* pada penelitian ini berdasarkan *inverse dynamics* dari model dinamika AUV. Namun penurunan hukum kontrol *tracking* pada peneelitian ini menggunakan model linear, akan sulit jika penurunannya dilakukan dengan model nonlinear dan strategi kontrol pada penelitian ini juga tidak memperhitungkan *environmental forces* yang mempengaruhi gerak AUV.

Pendekatan kontrol nonlinear backstepping juga digunakan oleh [19] dalam mendesain sistem kontrol *tracking* pada bidang horizontal pada gerak AUV, melalui perhitungan dari *inverse dynamics*. Starategi kontrol *tracking* pada penelitian ini dalam penurunannya menggunakan model nonlinear dan *external disturbance* juga dilibatkan dalam perhitungan strategi kontrol *tracking* dalam mengikuti suatu *trajectory*. Akan tetapi deskripsi mengenai *disturbance* tidak diterangkan dengan jelas bagaimana model dari *disturbance* tersebut dan hanya menggunakan suatu nilai konstanta.

Penelitian masalah kontrol *tracking* menggunakan *state dependent riccati equations* dalam mengatasi dinamika nonlinear diterapkan dalam [24]. Penelitian ini meinitik beratkan pada kasus *tracking* suatu *trajectory* pada bidang horizontal dimana permasalahan yang terjadi adalah gaya *thrust* pada dinamika AUV ini dibuat nonlinear dengan batasan tertentu. Kontrol SDRE diuji

dengan *path* lingkaran. Akan tetapi pada penelitian ini tidak dimasukkan faktor *disturbance* untuk menguji kontrol SDRE [24].

[16] meneliti sebuah *modular modeling method* untuk sepasang *modular structured AUVs*. Metode ini membangun model dinamik AUV dari data komponen dasar atau modul. Sepanjang *basic data* masing-masing modul diketahui, model ini dapat dibangun model secara lengkap dengan menghitung koefisien berdasarkan data ini. Ketika satu modul AUV dirubah dan data modul baru telah diketahui, modul ini dapat dikombinasikan dengan modul baru dan komponen sisanya untuk membangun model dinamika baru secara cepat. Chen menguji kontrol gerak dari AUV dari 6 *DOF* menggunakan metode kontrol *PID*, *state feedback control* menggunakan metode *LQR* dan *feedback Linearization Control* untuk menguji *speed control*, *depth control* dan *steering control*. Hasil yang dihasilkan adalah bahwa respon dari masing-masing metode adalah *feedback Linearization Control* paling bagus dari dua metode lain yang digunakan pada pengujian *speed control*, *depth control* dan *steering control*, tetapi masih belum bisa mengatasi gaya eksternal yang berubah-ubah [18].

Dari berbagai pustaka yang dikaji, ada beberapa poin kekurangan pada penelitian sebelumnya, yaitu belum adanya kajian tentang pengembangan kontrol *tracking* yang mempertimbangkan parameter *uncertainty* dan *environmental forces* berupa *ocean currents* dengan pemodelan secara matematika. Penelitian [13], [20], [24] lebih terfokus pada bagaimana menyelesaikan masalah *trajectory tracking* secara optimal dan penelitian [19] juga lebih menitikberatkan pada masalah *trajectory tracking* dengan gangguan yang belum termodelkan dan konstan. *Uncertainty* dan *environmental forces* merupakan permasalahan yang mendasari arah gerak AUV pada bidang horizontal. Sehingga pada penelitian ini akan diusulkan kontrol SDRE-LQT pada subsistem GNC pada AUV.

## 2.2 Dasar Teori

Pada penelitian ini diperlukan beberapa teori atau metode sebagai penunjang dalam penelitian *kontrol tracking* pada subsistem GNC. Teori tersebut diantaranya adalah dinamika AUV, *hydrodynamic forces*, *environmental forces*, *Line of Sight Algorithm*, SDRE-LQT.

### 2.2.1 Dinamika AUV

Dinamika AUV dapat dianalisa dalam dua domain kajian [11]. Analisa kinematik berkaitan dengan gerakan AUV tanpa memandang efek inersia/kelembaman yang terjadi ketika AUV melakukan gerakan dalam geometri ruang, sedangkan analisa kinetik berhubungan dengan efek inersia dari struktur AUV secara fisik hasil dari gerakan yang ditimbulkan oleh torsi aktuator yang menyebabkan gaya sehingga menimbulkan pergerakan dari AUV. Dalam rangka untuk dapat mengeksploitasi sifat fisik dari model AUV dalam melakukan Gerakan 6 DOF, maka persamaan dinamika geraknya dinyatakan dalam bentuk vektorial [9], [11].

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{D}(\mathbf{v})\mathbf{v} + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{g}_0 = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{wind} + \boldsymbol{\tau}_{wave} \quad (2.2)$$

Dimana,

$$\boldsymbol{\eta} = [\boldsymbol{\eta}_1 \boldsymbol{\eta}_2]^T \quad (2.3)$$

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_1 \mathbf{v}_2]^T \quad (2.4)$$

$$\boldsymbol{\tau} = [\boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_2]^T \quad (2.5)$$

Vektor  $\boldsymbol{\eta}$  yang merupakan vektor posisi dan orientasi pada koordinat *earth-fixed*,  $\mathbf{v}$  merupakan vektor kecepatan linier dan angular pada koordinat *body-fixed*, dan  $\boldsymbol{\tau}$  merupakan gaya dan momen yang bekerja pada kerangka *body-fixed*, sedangkan  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}(\mathbf{v})$ ,  $\mathbf{D}(\mathbf{v})$ ,  $\mathbf{g}(\boldsymbol{\eta})$  dan  $\mathbf{g}_0$  dinotasikan sebagai matrik inersia, *coriolis*, *damping*, vektor gravitasi secara umum/menyeluruh dan *buoyancy forces* dan  $\mathbf{g}_0$  merupakan gaya dan momen statik pemulih karena sistem *ballast* dan tangki air (jika menggunakan sistem *ballast*). Komponen vektor-vektor tersebut jika disajikan dalam matriks maka,

$$\boldsymbol{\eta}_1 = [x \ y \ z]^T \quad (2.6)$$

$$\boldsymbol{\eta}_2 = [\phi \ \theta \ \psi]^T \quad (2.7)$$

$$\mathbf{v}_1 = [u \ v \ w]^T \quad (2.8)$$

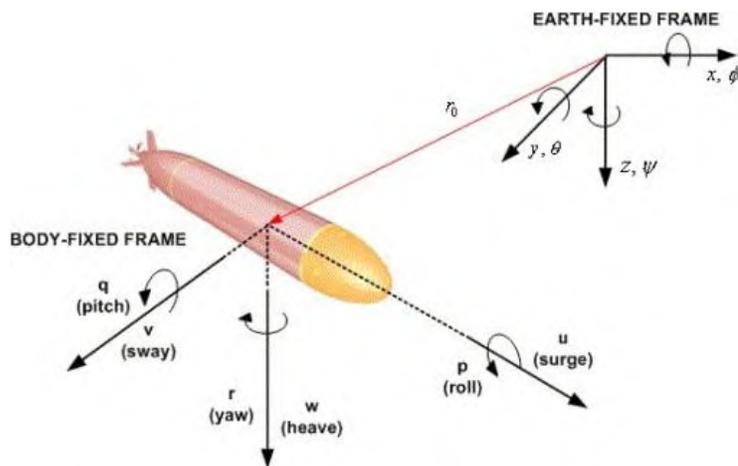
$$\mathbf{v}_2 = [p \ q \ r]^T \quad (2.9)$$

$$\boldsymbol{\tau}_1 = [X \ Y \ Z]^T \quad (2.10)$$

$$\boldsymbol{\tau}_2 = [K \ M \ N]^T \quad (2.11)$$

Penjelasan lebih detail mengenai komponen-komponen vektor pada persamaan (2.6) sampai (2.11) akan dijelaskan pada sub bab berikutnya.

Derajat kebebasan dari AUV jika dianalogikan dengan *flying vehicle*, maka mempunyai 6 *DOF* ; 3 derajat kebebasan untuk gerak translasi :  $x, y, z$  dan 3 derajat untuk gerak rotasi (*euler angle*): roll ( $\phi$ ), *pitch* ( $\theta$ ), dan *yaw* ( $\psi$ ), seperti yang terlihat pada gambar 2.1:



**Gambar 2.1** Kerangka referensi *earth-fixed* dan kecepatan 6 DOF *body-fixed* [6].

Notasi gerak translasi dan rotasi beserta gaya dan momen pada AUV (Gambar 2.3) dapat dilihat pada tabel 2.1 SNAME.

**Tabel 2.1** Notasi *SNAME* (1950) untuk AUV [25].

DOF		Forces and Moment	Linear /Angular Velocity	Position/Euler Angles
1	Surge	X	u	x
2	Sway	Y	v	y
3	Heave	Z	w	z
4	Roll	K	p	$\phi$
5	Pitch	M	q	$\theta$
6	Yaw	N	r	$\psi$

### 2.2.1.1 Kinematik

Pada tesis ini analisa kinematik melibatkan beberapa definisi mengenai kerangka referensi, transformasi koordinat antara kerangka sistem *body* dan NED (*Norh East Down*), transformasi koordinat antara kerangka sistem *body* dan *flow*.

#### 1. Kerangka Referensi

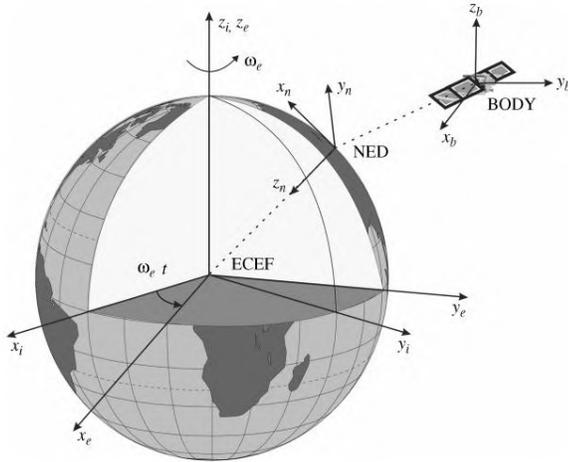
Dalam menganalisa gerak AUV 6 DOF diperlukan definisi sistem koordinat pusat bumi (*Earth-Centered Coordinate Frames*) yang dapat dilihat pada gambar 2.5 dan penambahan definisi beberapa kerangka referensi geografis.

#### a. *Earth-Centered Reference Frames*

**ECI [9]:** kerangka ECI  $\{i\} = (x_i, y_i, z_i)$  merupakan kerangka tetap bumi yang tidak mengalami percepatan dimana hukum kedua newton berlaku, termasuk sistem navigasi inersia, dengan origin dari  $\{i\}$  terletak pada pusat bumi  $o_i$  seperti pada gambar 2.4.

**ECEF [9]:** kerangka ECEF  $\{e\} = (x_e, y_e, z_e)$  mempunyai titik pusat di bumi  $o_e$ , dimana sumbunya berotasi relatif terhadap kerangka ECI yang tetap. Kecepatan sudut rotasinya  $\omega_e = 7.2921 \times 10^{-5}$  rad/s. Semua kendaraan laut (*marine craft*) yang bergerak dengan kelajuan relatif pelan, maka rotasi bumi dapat diabaikan dan kerangka  $\{e\}$  dapat dianggap kerangka inersia.

Kerangka  $\{e\}$  biasanya digunakan untuk *guidance*, *navigation* dan *control* secara global, tetapi untuk keperluan yang lebih spesifik yaitu untuk mendeskripsikan gerak dan lokasi dari kapal yang transit diantara benua yang berbeda.



**Gambar 2.2** Kerangka  $x_e y_e z_e$  *Earth-centered Earth fixed* (ECEF) yang berotasi dengan kecepatan sudut  $\omega_e$  relative terhadap kerangka  $x_i y_i z_i$  *Earth centered Inertial* (ECI) yang tetap terhadap ruang [11].

## b. Geographic Reference Frames

**NED** : sistem koordinat *North East Down* (NED)  $\{n\} = (x_n, y_n, z_n)$  dengan titik pusat origin  $o_i$  yang relative terhadap *Earth's reference ellipsoid*. sistem koordinat ini yang dipakai dalam kehidupan kita sehari-hari [11]. Sistem koordinat ini didefinisikan menyinggung permukaan bumi bersamaan dengan sebuah benda yang bergerak diatas permukaan bumi juga, tetapi sistem koordinatnya berbeda arah dengan sistem koordinat NED dalam artian berbeda arah  $x, y, z$ . Arah sumbu  $x$  pada NED menunjuk ke arah utara bumi, sumbu  $y$  menunjuk ke arah timur dan arah sumbu  $z$  menunjuk ke arah bawah normal terhadap permukaan bumi. Sehingga NED relative terhadap ECEF yang ditentukan dengan 2 sudut  $l$  (*longitude*) dan  $\mu$  (*latitude*).

**BODY** : kerangka referensi *body* yang tetap  $\{b\} = (x_b, y_b, z_b)$  dengan referensi  $o_b$  merupakan kerangka koordinat tetap yang melekat pada *body* suatu benda (jika dalam tesis ini adalah AUV). Kerangka koordinat tersebut memiliki kecepatan linear dan sudut, sehingga kerangka tersebut dapat bergerak, dimana pergerakan kerangka koordinat tersebut beserta *body* dapat dinyatakan sebagai sistem koordinat *body-fixed*. Posisi dan orientasi dari sistem koordinat tersebut relative terhadap kerangka referensi inertial yaitu bisa dengan pendekatan  $\{e\}$  atau  $\{n\}$ .

## 2. Transformasi Koordinat Antara Sistem Koordinat $\{b\}$ dan $\{n\}$

Transformasi antara *body* dan kerangka referensi  $\{e\}$  atau  $\{n\}$ , melibatkan transformasi kecepatan linear dan sudut.

### a. Transformasi Kecepatan Linear

Transformasi kecepatan linier berdasarkan koordinat *earth-fixed*, dapat dinyatakan dalam persamaan :

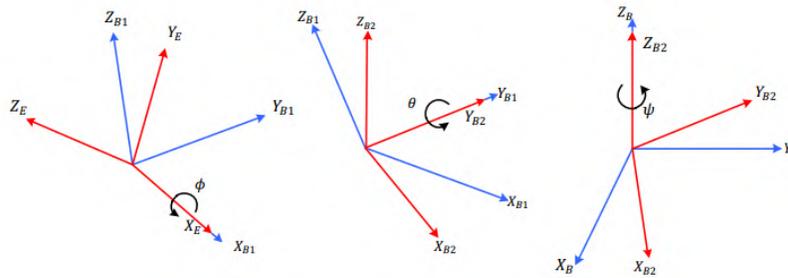
$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v}_1 \quad (2.12)$$

Dimana,

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  adalah matriks transformasi sudut *euler*, yaitu *yaw* ( $\psi$ ), *pitch* ( $\theta$ ), dan *roll* ( $\phi$ ).

Jika sumbu koordinat  $x, y, z$  diputar terhadap kerangka *earth-fixed* seperti pada gambar 2.3, maka akan menghasilkan matriks sebagai berikut:



**Gambar 2.3** Sumbu koordinat  $x, y, z$  diputar terhadap kerangka *earth-fixed* [8].

$$\mathbf{C}_{x\phi} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Putaran ini menghasilkan gerakan *roll*,

$$\mathbf{C}_{y\theta} = \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix}$$

(2.15)

putaran ini menghasilkan gerakan *pitch*,

$$\mathbf{C}_{z\psi} = \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

putaran ini menghasilkan gerakan *yaw*.

Dengan melakukan kombinasi 3 putaran pada sumbu koordinat, didapatkan matriks  $\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2)$  seperti pada persamaan (2.17).

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \mathbf{C}_{z\psi} \mathbf{C}_{y\theta} \mathbf{C}_{x\phi} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} c\psi & s\psi & 0 \\ -s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c\theta & 0 & -s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Dengan melakukan perkalian matriks pada persamaan (2.18), didapatkan matriks putar seperti pada persamaan (2.19).

$$\mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

## b. Transformasi Kecepatan Sudut

Transformasi kecepatan sudut berdasarkan kerangka *body-fixed* menghasilkan vektor kecepatan sudut yang dinyatakan dalam persamaan matriks (2.20) dan (2.21).

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

vektor *euler*

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Matriks kecepatan sudut dan *euler* memiliki hubungan transformasi yang dinyatakan dalam persamaan (2.22).

$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_1 = \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)\mathbf{v}_2 \quad (2.22)$$

Dimana orientasi kerangka *body-fixed* terhadap *earth-fixed* dapat dinyatakan dalam persamaan (2.23).

$$\mathbf{v}_2 = \begin{bmatrix} \phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_{x,\phi}^T \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{C}_{x,\phi}^T \mathbf{C}_{y,\theta}^T \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \quad (2.23)$$

Sehingga didapatkan matriks  $\mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\dot{\boldsymbol{\eta}}_2$  pada persamaan (2.24).

$$\mathbf{J}_2^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\dot{\boldsymbol{\eta}}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\theta} - s\theta\dot{\psi} \\ c\phi\dot{\theta} + s\phi c\theta\dot{\psi} \\ -s\phi\dot{\theta} + c\phi c\theta\dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & c\theta s\phi \\ 0 & -s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Dengan melakukan invers persamaan matriks (2.24) didapatkan matriks  $\mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2)$  pada persamaan (2.25)

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{\eta}}_1 \\ \dot{\boldsymbol{\eta}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}_2) & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{J}_2(\boldsymbol{\eta}_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

### 3. Transformasi Koordinat *Body* dan *Flow*

Sumbu *flow* biasanya digunakan untuk menggambarkan data hidrodinamika. Sumbu *flow* biasanya dapat dilihat dengan memutar sistem sumbu *body* sehingga menghasilkan sumbu *x* yaitu vektor kecepatan *body*  $U$ , dimana sumbu *x* tersebut paralel terhadap kecepatan dari aliran (bisa dibidang gaya hidrodinamika).

Alasan utama untuk mendeskripsikan sistem sumbu *flow* adalah agar lebih mudah dalam menggambarkan data-data hidronimaika seperti gaya *lift* dan *drag*. Agar lebih mudah dalam memahami konsep sistem sumbu *flow*, maka diperlukan memahami definisi dari *heading*, *course* dan *sideslip angle* beserta konsep fisika berkenaan dengan vektor kecepatan, kelajuan dan *relative motion*.

### a. Definisi *Heading*, *Course* dan *Side Slip Angle*

Pengertian serta hubungan antara *heading*, *course* dan *side slip angles* sangat penting dalam melakukan maneuver dari AUV pada bidang horizontal (gerak 3 DOF) [11]. Terminologi tersebut digunakan secara bergantian dalam literatur *navigation*, *guidance* dan *control*, oleh karena itu diperlukan definisi yang jelas dari simbol untuk menggambarkan *heading*, *course* dan *sideslip angle*.

Dalam pergerakan AUV, variabel  $u, v, w$  merupakan ukuran kelajuan (*speed*), dimana ukuran tersebut didapat dari cara memandang kita dari kendaraan AUV tersebut. Kelajuan tersebut sebenarnya merupakan suatu nilai dari besaran vektor kecepatan, sehingga nilai besar vektor kecepatan kendaraan AUV tersebut dapat dihitung dengan persamaan (2.26).

$$U = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2} \quad (2.26)$$

Dalam membahas gerak relatif suatu benda (dalam tesis ini adalah AUV), maka gerak tersebut merupakan gerak yang dilakukan AUV relatif terhadap kerangka sistem koordinat dari gangguan (dalam tesis ini arus laut). Arus laut ini mempunyai sistem koordinat yang mempunyai kecepatan yang berubah-ubah, dimana geraknya relatif terhadap kerangka referensi  $\{e\}$  atau  $\{n\}$ . Definisi gerak relatif dari AUV diatas dapat dilihat dari vektor  $\mathbf{v}_1$  pada persamaan (2.8) (*state* dari AUV berdasarkan notasi SNAME) menjadi persamaan (2.27) yaitu,

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_{1c} + \mathbf{v}_{1r} \quad (2.27)$$

dengan:

$\mathbf{v}_1$  = vektor kecepatan linear *body* relatif terhadap kerangka referensi  $\{e\}$  atau  $\{n\}$ ,

$\mathbf{v}_{1c}$  = vektor kecepatan dari gangguan berupa arus laut relatif terhadap kerangka referensi  $\{e\}$  atau  $\{n\}$ ,

$\mathbf{v}_{1r}$  = vektor kecepatan yang terukur pada kerangka *body* yang relatif terhadap kerangka koordinat arus laut dan kerangka koordinat arus laut relative terhadap kerangka referensi  $\{e\}$  atau  $\{n\}$ .

Berdasarkan [9], [10], [11], [12],  $\mathbf{v}_r$  merupakan simbol vektor kecepatan relatif yang digunakan untuk mendefinisikan vektor kecepatan *body*, Sehingga dalam mengukur kecepatan *body* yang sebenarnya dapat dihitung berdasarkan persamaan (2.28),

$$\mathbf{v}_{1r} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1c} \quad (2.28)$$

dan nilai besar vektor relatif dapat dihitung melalui persamaan 2.29,

$$U_r = \sqrt{(\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_{1c})^2} \quad (2.29)$$

Persamaan (2.29) jika diuraikan kedalam komponen vektor kecepataannya dalam ruang 3D berdasarkan notasi SNAME, maka persamaan (2.29) menjadi persamaan (2.30).

$$U_r = \sqrt{(u - u_c)^2 + (v - v_c)^2 + (w - w_c)^2} \quad (2.30)$$

Berdasarkan definisi simbol vektor yang telah dibahas diatas yaitu persamaan (2.26) sampai (2.30), maka kejelasan simbol yang akan dipakai menjadi landasan yang akan digunakan dalam mendefinisikan beserta bagaimana hubungan dari variabel *heading*, *course* dan *sideslip angle* yang akan digunakan untuk dapat menganalisa gerak dari AUV berdasarkan kerangka referensi  $\{e\}$  atau  $\{n\}$ .

### **Definisi Sudut *Course* ( $\chi$ )**

Sudut *course* didefinisikan sebagai sudut yang terbentuk antara sumbu  $x_n$  dari kerangka referensi  $\{e\}$  atau  $\{n\}$  dan vektor kecepatan dari AUV yang diputar dari sumbu  $z_n$ .

### **Definisi Sudut *Yaw* ( $\psi$ )**

Sudut *yaw* adalah sudut yang terbentuk antara sumbu  $x_n$  dari kerangka referensi  $\{e\}$  atau  $\{n\}$  terhadap sumbu  $x_b$  dari kerangka *body* yang diputar dari sumbu  $z_n$ .

### **Definisi Sudut *Sideslipe* ( $\beta$ )**

Sudut *side slipe* adalah sudut yang terbentuk antara sumbu  $x_b$  dari kerangka *body* terhadap vektor kecepatan dari AUV yang diputar dari sumbu  $z_b$ .

Definisi-definisi tersebut digunakan untuk mendeskripsikan *attitude* dari sebuah *vehicle* atau AUV yang digambarkan dengan perbahan sudut-sudut yang telah didefinisikan diatas baik

perubahan sudut yang dipengaruhi oleh gaya hidrodinamika dan faktor *disturbance* pada saat AUV melakukan gerak *steering* maupun *diving*. Hubungan sudut *heading*, *course* dan *side slip* dapat digambarkan melalui persamaan matematika (2.31) dan gambar 2.4.

$$\chi = \psi + \beta \quad (2.31)$$

Dimana:

$$\beta = \sin^{-1}\left(\frac{v}{U}\right) \xrightarrow{\beta \text{ small}} \beta \approx \frac{v}{U} \quad (2.32)$$

Dalam definisi yang lebih luas maka sudut *side angle* dapat dipengaruhi oleh *disturbance* arus laut, maka berlaku persamaan (2.28) yaitu vektor kecepatan relatif yang mempengaruhi sudut *sideslip*, sehingga sudut *sideslip* yang terbentuk menjadi sudut beta relatif ( $\beta_r$ ) sesuai dengan persamaan (2.33).

$$\beta_r = \sin^{-1}\left(\frac{v_r}{U_r}\right) \xrightarrow{\beta_r \text{ small}} \beta_r \approx \frac{v_r}{U_r} \quad (2.33)$$

Dengan,

$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_c$  berdasarkan notasi SNAME merupakan kecepatan relatif dari sumbu  $y_b$  (*sway*).

Dalam notasi SNAME sudut *sideslip* untuk *marine craft* didefinisikan sebagai:

$$\beta_{SNAME} := -\beta$$

Definisi sudut *sideslip* tersebut mengikuti konvensi tanda yang digunakan oleh komunitas *aircraft*.

### **b. Sudut *sideslip* dan *Angle of Attack***

Menurut [11] transformasi dari sumbu *FLOW* ke *body* didefinisikan dengan dua prinsip rotasi. Pertama, rotasi pada sumbu  $z_b$ , dimana  $z_b = z_n$  yang menyebabkan sumbu  $x_b$  ikut sehingga menyebabkan bidang  $x_b y_b$  berubah sudut sebesar  $-\beta$  dari keadaan *equilibrium* nya yang disebut *stability axes*. Kedua, sumbu  $y_b$  dirotasi dengan sudut yang nilainya positif sebesar  $\alpha$  relatif terhadap *stability axes*.

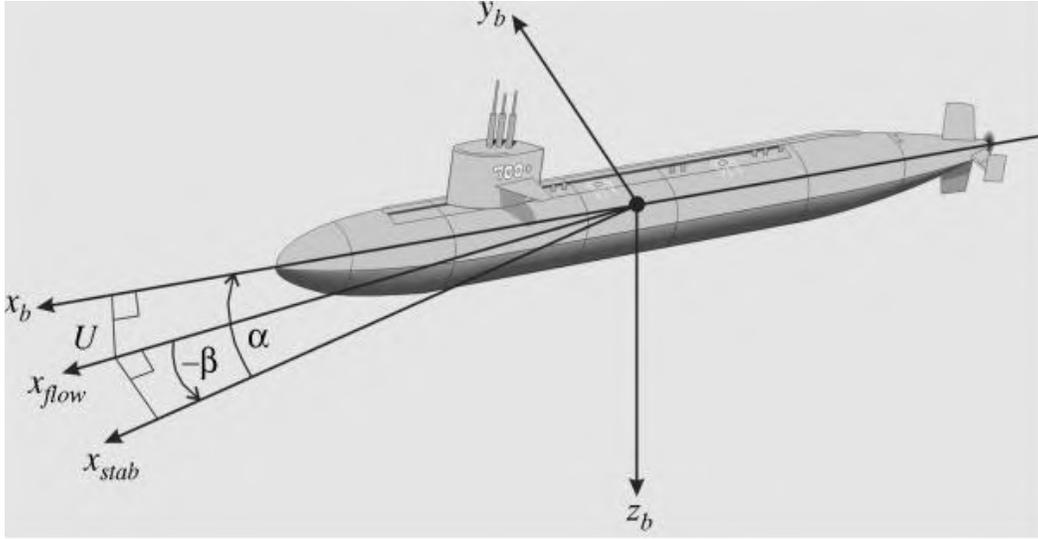
Nama sumbu *stability* dan *wind* secara umum digunakan dalam *aircraft* untuk memodelkan *aerodynamic* yaitu gaya *lift* dan *drag*, dimana keduanya merupakan fungsi nonlinear dari  $\alpha$ ,  $\beta$  dan

U. Konvensi ini telah diadopsi oleh komunitas *marine* dan SNAME untuk mendeskripsikan gaya *lift* dan *drag* pada *submerged vehicles* [25]. Pada *marine craft*, pengertian sumbu *wind* sama dengan sumbu *flow*.

Sumbu *stability* dan *flow* juga digunakan dalam melakukan *path following* [11]. Penggunaan dua sumbu tersebut yang melekat pada kerangka *body* AUV yang digunakan untuk mendeskripsikan efek dari gaya-gaya hidrodinamika dan gaya luar pada saat AUV melakukan gerak didalam ruang geometri bumi yaitu berupa perubahan sudut *sideslip* dan *angle of attack*. Gerak *underactuated* AUV bidang horizontal 2D dalam melakukan *path following* berarti melakukan kontrol koordinat  $x_b y_b$  dan sudut yaw ( $\psi$ ) dalam kerangka referensi  $x_n y_n$ . Ketika melakukan *path following*, maka AUV cenderung akan melakukan *maneuver*.

*Maneuver* tersebut jika dilakukan pada arah lurus searah pada arah utara bumi maka sudut *course* bernilai sama dengan sudut *yaw*, karena sudut *sideslip* nol dan dengan asumsi tidak ada arus laut maka vektor  $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_r$ , karena tidak ada vektor arus laut  $v_c$ , sehingga sudut *sideslip* relatif  $\beta_r$  sama dengan *sideslip*  $\beta$ . Berbeda ketika *maneuver* yang dilakukan AUV dalam melakukan *path following* adalah tidak dengan arah lurus, maka terdapat sudut *sideslip*  $\beta$ , sehingga terdapat sudut *course* yang terbentuk.

Sudut *course* ini terbentuk akibat adanya gaya hidrodinamika yang terbentuk pada saat AUV melakukan gerak dan ditambah dari gaya eksternal didalam hidrodinamika itu sendiri yaitu berupa *environmental forces* berupa arus laut, sehingga sudut *sideslip*  $\beta$  yang dihitung adalah *sideslip* relatif  $\beta_r$ . Ilustrasi *sideslip* dan *angle of attack* dapat dilihat pada gambar 2.4.



**Gambar 2.4** Ilustrasi sumbu *stability* dan *flow* dengan terminologi sudut *anfle of attack* ( $\alpha$ ) dan sideslip ( $\beta$ ) [11].

Transformasi antara sumbu *BODY*, *STABILITY* dan *FLOW* dapat dihitung secara matematika melalui persamaan (2.34) dan (2.35) [11].

$$\mathbf{v}^{stab} = \mathbf{R}_{y,\alpha} \mathbf{v}^b \quad (2.34)$$

$$\mathbf{v}^{flow} = \mathbf{R}_{z,-\beta} \mathbf{v}^{stab} \quad (2.35)$$

Dimana:

$$\mathbf{R}_{y,\alpha} = \begin{bmatrix} c(\alpha) & 0 & s(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 \\ -s(\alpha) & 0 & c(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{R}_{z,-\beta} = \mathbf{R}_{z,\beta}^T = \begin{bmatrix} c(\beta) & s(\beta) & 0 \\ -s(\beta) & c(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Trasnformasi matrik dari sumbu *BODY* ke *FLOW* kemudian menjadi persamaan (2.38).

$$\mathbf{R}_b^{flow} = \mathbf{R}_{z,-\beta} \mathbf{R}_{y,\alpha}$$

$$= \begin{bmatrix} c(\beta)c(\alpha) & s(\beta) & c(\beta)s(\alpha) \\ -s(\beta)c(\alpha) & c(\beta) & -s(\beta)s(\alpha) \\ -s(\alpha) & 0 & c(\alpha) \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Transformasi kecepatan:

$$\mathbf{v}^{flow} = \mathbf{R}_b^{flow} \mathbf{v}^b \quad (2.39)$$

dapat ditulis kembali menjadi:

$$\mathbf{v}^b = \left(\mathbf{R}_b^{flow}\right)^T \mathbf{v}^{flow} \quad (2.40)$$

⇕

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{y,\alpha}^T \mathbf{R}_{z,-\beta}^T \begin{bmatrix} U \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Sehingga persamaan (2.41) jika ditulis dalam bentuk masing-masing komponennya maka menjadi:

$$u = U c(\alpha) c(\beta) \quad (2.42)$$

$$v = U s(\beta) \quad (2.43)$$

$$w = U s(\alpha) c(\beta) \quad (2.44)$$

*Marine craft* bergerak dengan kelajuan maju secara konstan  $U > 0$ , maka sudut *angle of attack* dan *sideslip* menjadi:

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{w}{u} \right) \quad (2.45)$$

$$\beta = \sin^{-1} \left( \frac{v}{U} \right) \quad (2.46)$$

Dalam beberapa kondisi (dalam sistem linear), sudut  $\alpha$  dan  $\beta$  dapat ditulis menjadi:

$$u \approx U, \quad v \approx \beta U, \quad w \approx \alpha U \quad (2.47)$$

dan

$$\alpha \approx \frac{w}{U} \quad \beta \approx \frac{v}{U} \quad (2.48)$$

Turunan dari persamaan (2.43) terhadap waktu dengan asumsi bahwa  $U$  dan arus laut pada  $\{n\}$  adalah konstan memberikan laju dari *sway*:

$$\dot{v} = Uc(\beta)\dot{\beta} \quad (2.49)$$

Karena itu laju dari *sideslip* untuk  $U > 0$  menjadi

$$\dot{\beta} = \frac{1}{Uc(\beta)}\dot{v} \quad (2.50)$$

Hubungan dari persamaan (2.49) dan (2.50) dapat dieksplorasi dalam melakukan desain sistem kontrol *path following*.

*Marine craft* atau AUV yang terkena arus laut, kecepatan relatif dapat ditentukan nilainya dari kecepatan AUV dikurangi kecepatan arus laut yang dikenakan pada *body* AUV, maka kecepatan relatif:

$$u_r = u - u_c \quad (2.51)$$

$$v_r = v - v_c \quad (2.52)$$

$$w_r = w - w_c \quad (2.53)$$

Kelajuan relatif menjadi

$$U_r = \sqrt{u_r^2 + v_r^2 + w_r^2} \quad (2.54)$$

Sudut *angle of attack* dan *sideslip* pada persamaan (2.42) – (2.44) dapat dimodifikasi dengan memasukkan terminologi variabel kecepatan relatif menjadi

$$u_r = U_r c(\alpha_r) c(\beta_r) \quad (2.55)$$

$$v_r = U_r s(\beta_r) \quad (2.56)$$

$$w_r = U_r s(\alpha_r) c(\beta_r) \quad (2.57)$$

Sehingga,

$$\alpha_r = \tan^{-1} \left( \frac{w_r}{u_r} \right) \quad (2.58)$$

$$\beta_r = \sin^{-1} \left( \frac{v_r}{U_r} \right) \quad (2.59)$$

Untuk sudut  $\alpha_r$  dan  $\beta_r$  dapat dilihat pada persamaan (2.60).

$$u_r \approx U_r, \quad v_r \approx \beta_r U_r, \quad w_r \approx \alpha_r U_r \quad (2.60)$$

Sehingga,

$$\alpha_r \approx \frac{w-w_c}{U_r} \quad \beta_r \approx \frac{v-v_c}{U_r} \quad (2.61)$$

### 2.2.1.2 Kinetik

#### 1. Persamaan Umum dari Gerak (*The General Equations of Motion*)

Berdasarkan pada hukum Newton 2 yang menyatakan bahwa jumlah total gaya yang bekerja pada suatu benda yang bergerak sama dengan jumlah total *massa* dengan percepatan yang bekerja pada benda tersebut, maka persamaan gerak dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\tau} = \sum m \boldsymbol{a} \quad (2.62)$$

$$\boldsymbol{\tau}_1 = m(\dot{\boldsymbol{v}}_1 + \boldsymbol{v}_2 \times \boldsymbol{v}_1 + \dot{\boldsymbol{v}}_2 \times \boldsymbol{r}_G + \boldsymbol{v}_2 \times (\boldsymbol{v}_2 \times \boldsymbol{r}_G)) \quad (2.63)$$

$$\boldsymbol{\tau}_2 = \boldsymbol{I}_O \dot{\boldsymbol{v}}_2 + \boldsymbol{v}_2 \times (\boldsymbol{I}_O \boldsymbol{v}_2) + m \boldsymbol{r}_G \times (\dot{\boldsymbol{v}}_1 + \boldsymbol{v}_2 \times \boldsymbol{v}_1) \quad (2.64)$$

dengan:

$m$  adalah massa total dari AUV,

$a$  adalah percepatan,

$I_o$  adalah inersia tensor AUV yaitu berupa matrik simetri yang definit positif.

$$I_o = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & I_{xz} \\ -I_{yx} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{zx} & -I_{zy} & I_{zz} \end{bmatrix}, I_o = I_o^T > 0 \quad (2.65)$$

Dimana  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ , dan  $I_{zz}$  merupakan momen inersia pada sumbu  $X_B$ ,  $Y_B$ ,  $Z_B$ . Dan  $I_{xy} = I_{yx}$ ,  $I_{xz} = I_{zx}$ ,  $I_{yz} = I_{zy}$  yang merupakan hasil dari inersia persamaan (2.66).

$$I_{xx} = \int_v (y^2 + z^2) \rho dV; I_{xy} = \int_v xy \rho dV \quad (2.66)$$

$$I_{yy} = \int_v (x^2 + z^2) \rho dV; I_{xz} = \int_v xz \rho dV$$

$$I_{zz} = \int_v (x^2 + y^2) \rho dV; I_{yz} = \int_v yz \rho dV$$

Hasil dari penjabaran persamaan umum gerak 6 derajat kebebasan didapatkan 3 persamaan untuk gerak translasi yaitu *surge*, *sway*, *heave* dan 3 persamaan untuk gerak rotasi yaitu *roll*, *pitch*, *yaw*.

Persamaan tersebut dapat dituliskan dalam persamaan (2.67) sampai (2.72):

#### **Gerak Surge**

$$X = m[\dot{u} - vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_G(pq - \dot{r}) + z_G(pr + \dot{q})] \quad (2.67)$$

#### **Gerak Sway**

$$Y = m[\dot{v} - wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_G(qr - \dot{p}) + x_G(pq + \dot{r})] \quad (2.68)$$

#### **Gerak Heave**

$$Z = m[\dot{w} - uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_G(rp - \dot{q}) + y_G(rp + \dot{p})] \quad (2.69)$$

#### **Gerak Roll**

$$\begin{aligned}
K = I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{yz} \\
+ (pr - \dot{q})I_{xy} + m[y_G(\dot{w} - uq + vp) - z_G(\dot{v} - wp \\
+ ur)]
\end{aligned} \tag{2.70}$$

### Gerak Pitch

$$\begin{aligned}
M = I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp - (\dot{p} + qr)I_{xy} + (p^2 - r^2)I_{zx} \\
+ (qp - \dot{r})I_{yz} + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq \\
+ vp)]
\end{aligned} \tag{2.71}$$

### Gerak Yaw

$$\begin{aligned}
N = I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq - (\dot{q} + rp)I_{yz} + (q^2 - p^2)I_{xy} \\
+ (rq - \dot{p})I_{zx} + m[x_G(\dot{v} - wp + ur) - y_G(\dot{u} - vr \\
+ wq)]
\end{aligned} \tag{2.72}$$

Persamaan (2.67) sampai (2.72) dapat ditulis dalam persamaan (2.73).

$$\mathbf{M}_{RB}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})\mathbf{v} = \boldsymbol{\tau} \tag{2.73}$$

dengan:

$\mathbf{v} = [u, v, w, p, q, r]^T$  adalah vektor kecepatan tranlasi dan sudut,

$\boldsymbol{\tau} = [X, Y, Z, K, M, N]^T$  adalah gaya dan momen yang terjadi pada kerangka  $\{b\}$ ,

$\mathbf{M}_{RB}$  adalah matriks inersia,

$\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$  adalah coriolis dan matriks sentripetal.

## 2. Persyaratan Dalam Persamaan Gerak

Membangun model dinamika untuk AUV, pekerjaan utamanya adalah untuk menentukan ketentuan dalam persamaan gerak AUV atau koefisien yang berkaitan dengan faktor-faktor berikut ini. Bagian ini akan menjelaskan setiap istilah dalam persamaan gerak. Bagian berikut akan menyajikan metode rinci untuk menghitung atau menentukan istilah-istilah ini.

### a. Matrik Massa dan Inersia

$\mathbf{M}$  terdiri dari massa rigid *body* dan Inersia ( $\mathbf{M}_{RB}$ ) dan (*hydrodynamic added mass* ( $\mathbf{M}_A$ )) merupakan *hydrodynamic forces* bagian *hydrodynamic forces*),

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{RB} + \mathbf{M}_A \quad (2.74)$$

Jika *frame*  $\{b\}$  diposisikan pada pusat gravitasi dari kendaraan, kemudian  $\mathbf{M}_{RB}$  dinyatakan sebagai,

$$\mathbf{M}_{rb} = \begin{bmatrix} mI_{3 \times 3} & -m\mathbf{S}(r_G) \\ m\mathbf{S}(r_G) & I_o \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

$$= \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_G & -my_G \\ 0 & m & 0 & -mz_G & 0 & mx_G \\ 0 & 0 & m & my_G & -mx_G & 0 \\ 0 & -mz_G & my_G & I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ mz_G & 0 & -mx_G & -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -my_G & mx_G & 0 & -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix}$$

dimana  $m$  adalah massa kendaraan, sedangkan  $I$  adalah *inertia tensor*.

Dimana  $I_{3 \times 3}$  menggambarkan matrik identitas  $3 \times 3$ ,  $\mathbf{S}(\cdot)$  menggambarkan  $3 \times 3$  *skew-symmetric matrix*,

$$\mathbf{S}(r_G) = -\mathbf{S}^T(r_G) = \begin{bmatrix} 0 & -z_G & y_G \\ z_G & 0 & -x_G \\ -y_G & x_G & 0 \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

### b. Matrik Coriolis dan Centripetal, $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$

$\mathbf{C}(\mathbf{v})$  terdiri dari dua matrik  $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$ , dan  $\mathbf{C}_A(\mathbf{v})$  yang dijumlahkan bersama, sehingga:

$$\mathbf{C}(\mathbf{v}) = \mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) + \mathbf{C}_A(\mathbf{v}) \quad (2.77)$$

$\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$  adalah *Coriolis rigid body* dan matrik *centripetal* yang diinduksi dengan  $\mathbf{M}_{RB}$ , sedangkan  $\mathbf{C}_A(\mathbf{v})$  adalah *coriolis-like matrix* yang diinduksi dengan  $\mathbf{M}_A$ , sehingga  $\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v})$  dapat ditulis dalam bentuk matrik,

$$\mathbf{C}_{RB}(\mathbf{v}) = \quad (2.78)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & -mw & mv & 0 & -I_{yz}r - I_{xz}p + I_z r & I_{yz}r + I_{xy}p + I_y q \\ mw & 0 & -mu & -I_{yz}q + I_{xz}p - I_z r & 0 & I_{xz}r - I_{xy}q + I_x p \\ -mv & mu & 0 & -I_{yz}r - I_{xy}p + I_y q & I_{xz}r + I_{xy}q - I_x p & 0 \end{bmatrix}$$

Dan *coriolis-like matrix*  $\mathbf{C}_A(\mathbf{v})$  dapat ditulis dalam bentuk matrik,

$$\mathbf{C}_A(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -a_3 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & -a_1 \\ 0 & 0 & 0 & -a_2 & a_1 & 0 \\ 0 & -a_3 & a_2 & 0 & -b_3 & b_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 & b_3 & 0 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 & -b_2 & b_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

dengan:

$$a_1 = X_{\dot{u}} + X_{\dot{v}} + X_{\dot{w}} + X_{\dot{p}} + X_{\dot{q}} + X_{\dot{r}}$$

$$a_2 = X_{\dot{v}} + Y_{\dot{v}} + Y_{\dot{w}} + Y_{\dot{p}} + Y_{\dot{q}} + Y_{\dot{r}}$$

$$a_3 = X_{\dot{w}} + Y_{\dot{w}} + Z_{\dot{w}} + Z_{\dot{p}} + Z_{\dot{q}} + Z_{\dot{r}}$$

$$b_1 = X_{\dot{p}} + Y_{\dot{p}} + Z_{\dot{p}} + K_{\dot{p}} + K_{\dot{q}} + K_{\dot{r}}$$

$$b_2 = X_{\dot{q}} + Y_{\dot{q}} + Z_{\dot{q}} + K_{\dot{q}} + M_{\dot{q}} + M_{\dot{r}}$$

$$b_3 = X_{\dot{r}} + Y_{\dot{r}} + Z_{\dot{r}} + K_{\dot{r}} + M_{\dot{r}} + N_{\dot{r}}$$

### c. Gaya dan Momen Eksternal, $\tau$

Dalam persamaan gerak, vektor gaya dan momen eksternal  $\tau$  biasanya meliputi 5 komponen:

$$\tau = \tau_{hydrostatic} + \tau_{addedmass} + \tau_{drag} + \tau_{lift} + \tau_{control} \quad (2.80)$$

dimana  $\tau_{hydrostatic}$  adalah gaya hidrostatis, termasuk gaya gravitasi dan boyansi. Dalam terminologi hidrodinamik, gaya ini disebut gaya restorasi. Gaya dan momen hidrodinamik pada *vehicle* terdiri dari 3 komponen  $\tau_{addedmass}$ ,  $\tau_{drag}$  dan  $\tau_{lift}$ .

$\tau_{addedmass}$  menunjukkan gaya yang dihasilkan oleh penambahan massa (*added mass*),  $\tau_{drag}$  menunjukkan gaya *drag* pada kendaraan yang dihasilkan oleh fluida,  $\tau_{lift}$  adalah gaya *lift* pada kendaraan ketika AUV mempunyai *angle of attack*,  $\tau_{control}$  adalah gaya kontrol yang dihasilkan oleh *thrusters*, yang merupakan gaya utama untuk menjaga AUV tetap bergerak. Pada bagian kedua untuk pemodelan, komponen ini akan dijelaskan lebih khusus.

### 3. Faktor-faktor yang Mempengaruhi Kendaraan Bawah Laut

Beberapa gaya yang bekerja pada kendaraan bawah laut harus dipertimbangkan dalam proses mendesainnya, seperti gaya hidrostatis, gaya dan momen hidrodinamik. *Buoyancy* adalah faktor yang paling penting dimana mempengaruhi secara signifikan terhadap kemampuan kendaraan dalam menyelam maupun stabilitasnya. Kesetabilan juga dipengaruhi dari gaya luar. Tekanan adalah faktor lain yang mempengaruhi kendaraan bawah laut secara signifikan dan harus dipertimbangkan dalam proses desain.

#### a. Gaya Hidrostatik

Gaya hidrostatis dapat diperoleh dengan menggabungkan antara gravitasi dengan boyansi, dimana

$$W = mg, \quad B = \rho gV \quad (2.81)$$

dengan

$W$  adalah gravitasi,

$B$  adalah boyansi,

$g$  adalah percepatan gravitasi,

$\rho$  adalah massa jenis fluida.

### a.1. Komponen Gravitasi

Dalam sistem koordinat bumi yang tetap, bentuk vektor gravitasi adalah

$$\boldsymbol{\tau}_G = [0 \quad 0 \quad W]^T \quad (2.82)$$

dengan melakukan transformasi, gravitasi  $\boldsymbol{\tau}_G$  dapat digambarkan dalam sistem koordinat *body-fixed*, dengan menggunakan persamaan transformasi pada persamaan (2.12) dan matrik transformasi pada (2.18), maka akan didapatkan  $\boldsymbol{\tau}'_G$  yang merupakan vektor gravitasi yang dinyatakan dalam kerangka *body-fixed*.

$$\boldsymbol{\tau}'_G = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\tau}_G \quad (2.83)$$

$$= \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\psi c\theta & -s\theta \\ -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & c\theta s\phi \\ s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W \end{bmatrix}$$

Sehingga matrik  $\boldsymbol{\tau}'_G$  menjadi,

$$\boldsymbol{\tau}'_G = \begin{bmatrix} -s\theta W \\ c\theta s\phi W \\ c\theta c\phi W \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

Pada sistem koordinat *body-fixed* gravitasi  $\boldsymbol{\tau}'_G$  akan membangkitkan momen dengan mengacu pada titik asalnya:

$$\mathbf{M}_G = \mathbf{r}_G \times \boldsymbol{\tau}'_G = \begin{bmatrix} x_G \\ y_G \\ z_G \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -s\theta W \\ c\theta s\phi W \\ c\theta c\phi W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_G c\theta c\phi W - z_G c\theta s\phi W \\ -z_G s\theta W - x_G c\theta c\phi W \\ x_G c\theta s\phi W + y_G s\theta W \end{bmatrix} \quad (2.85)$$

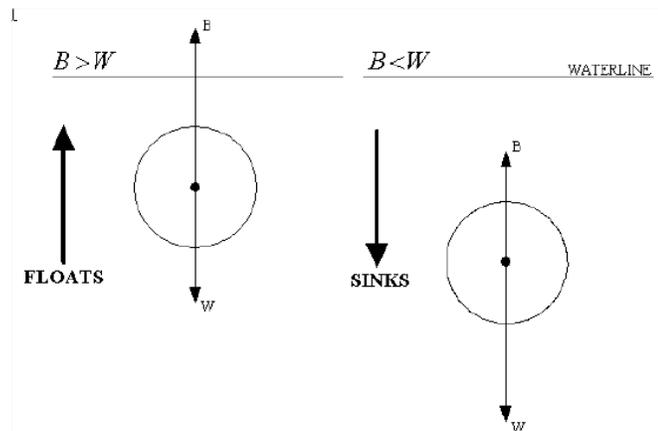
dimana  $\mathbf{r}_G$  adalah vektor posisi dari pusat massa sistem koordinat *body-fixed*.

Proses kombinasi persamaan (2.84) dan (2.85), maka komponen gaya hidrostatis yang dihasilkan adalah:

$$\tau_G = \begin{bmatrix} -s\theta W \\ c\theta s\phi W \\ c\theta c\phi W \\ y_G c\theta c\phi W - z_G c\theta s\phi W \\ -z_G s\theta W - x_G c\theta c\phi W \\ x_G c\theta s\phi W + y_G s\theta W \end{bmatrix} \quad (2.86)$$

### a.2. Komponen Boyansi

Besar gaya *buoyancy*  $B$  yang dikenakan pada *body* saat mengapung atau menyelam adalah sama dengan berat volume air yang dipindahkan berdasarkan *body*. Kemampuan dari sebuah objek dalam mengapung bergantung pada ada atau tidak adanya nilai berat dari *body*  $W$ , apakah lebih besar dari pada gaya *buoyancy*. Secara jelas, jika  $B > W$ , maka *body* akan mengapung, tetapi jika  $B < W$ , maka *body* akan tenggelam (lihat gambar 2.5). jika  $B = W$ , maka *body* akan tetap.



**Gambar 2.5** Pengaruh *buoyancy* dan berat pada *body* [8].

### a.3. Vektor Boyansi

Berat badan yang tenggelam didefinisikan sebagai, dimana adalah gravitasi, dan gaya *buoyancy* adalah, dimana dinotasikan sebagai volume yang tenggelam. Dalam koordinat bumi yang tetap, bentuk vektor boyansi adalah:

$$\tau_B = [0 \quad 0 \quad -B]^T \quad (2.87)$$

dimana gaya boyansi adalah negatif karena arahnya berlawanan dengan yang ada pada sumbu  $z$ . Boyansi pada koordinat *body-fixed* adalah :

$$\boldsymbol{\tau}'_B = \mathbf{J}_1^{-1}(\boldsymbol{\eta}_2)\boldsymbol{\tau}_B = \begin{bmatrix} s\theta B \\ -c\theta s\phi W \\ -c\theta c\phi W \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

dan momen yang dihasilkan oleh boyansi adalah :

$$\mathbf{M}_B = \mathbf{r}_B \times \boldsymbol{\tau}'_B = \begin{bmatrix} -y_b c\theta c\phi B + z_b c\theta s\phi B \\ z_b s\theta B + x_b c\theta c\phi B \\ -x_b c\theta s\phi B - y_b s\theta W \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

Dimana  $\mathbf{r}_b = [x_b \ y_b \ z_b]$  merupakan vektor posisi dari boyansi pada sistem koordinat *body-fixed*. Dengan mengkombinasikan persamaan (2.88) dan (2.89), komponen gaya hidrostatis yang dihasilkan adalah:

$$\boldsymbol{\tau}_b = \begin{bmatrix} s\theta B \\ -c\theta s\phi B \\ -c\theta c\phi B \\ -y_b c\theta c\phi B + z_b c\theta s\phi B \\ z_b s\theta B + x_b c\theta c\phi B \\ -x_b c\theta s\phi B - y_b s\theta B \end{bmatrix} \quad (2.90)$$

#### a.4. Kombinasi dari Dua Komponen

Penjumlahan komponen gravitasi dan boyansi diatas, gaya hidrostatis  $\boldsymbol{\tau}_{Hydrostatic}$  dapat diperoleh:

$$\boldsymbol{\tau}_{Hydrostatic} = \boldsymbol{\tau}_G + \boldsymbol{\tau}_b = \begin{bmatrix} -(W - B)s\theta \\ (W - B)c\theta s\phi \\ (W - B)c\theta c\phi \\ (y_G W - y_b B)c\theta c\phi - (z_G W - z_b B)c\theta s\phi \\ -(z_G W - z_b B)s\theta - (x_G W - x_b B)c\theta c\phi \\ (x_G W - x_b B)c\theta s\phi + (y_G W - y_b B)s\theta \end{bmatrix} \quad (2.91)$$

Pada bagian atas, telah disebut bahwa sistem koordinat *body-fixed* diatur pada pusat boyansi dari *vehicle*. Dengan demikian,  $\mathbf{r}_b = [x_b \ y_b \ z_b] = [0 \ 0 \ 0]$ . Dengan memperhatikan persamaan (2.91), gravitasi  $W$ , boyansi  $B$ , pusat gravitasi  $r_G$  dan pusat dari boyansi  $r_b$  telah diketahui, maka gaya hidrostatis dapat ditentukan. Selain itu, jika sistem koordinat asal *body-fixed* tidak diatur pada pusat boyansi, maka dapat dihitung nilai dari  $\mathbf{r}_G$  dan  $\mathbf{r}_b$  melalui prosedur yang diterangkan bagian 3 serta menentukan gaya hidrostatis.

## b. Gaya dan Momen Hidrodinamika

Dalam proses pemodelan dinamika AUV gaya hidrodinamika merupakan gaya yang paling sulit untuk dicari. Gaya hidrodinamika berhubungan dengan kecepatan dan percepatan. Gaya hidrodinamika ditentukan berdasarkan koefisien yang relevan dari gaya-gaya tersebut.

Koefisien gaya hidrodinamika dihitung melalui pendekatan empiris jika sudah diketahui kecepatan dan percepatan selama bergerak. Gaya hidrodinamika pada AUV dapat dibagi menjadi 3, yaitu gaya angkat (*lift force*), gaya hambat (*drag force*), dan gaya *added mass* (*added mass force*).

### b.1. Gaya Hambat (*Drag Force*)

Dalam dinamika *fluida*, gaya *drag* adalah gaya yang menolak gerakan benda pada saat melalui cairan. Gaya *drag* terdiri dari gaya gesek dan gaya tekan. Gaya *drag* dibagi menjadi 4 bagian, yaitu radiasi induksi, gesekan kulit, gaya tarik gelombang, dan gaya tarik akibat *vortex shedding*.

Gaya yang akan dihitung merupakan gaya *drag* yang sejajar dengan sumbu x yang merupakan hambatan aksial, dan gaya *drag* yang tegak lurus dengan sumbu x yang merupakan hambatan *crossflow*. Ketika AUV bergerak 6 derajat kebebasan tinggi, gaya hidrodinamik sangat tidak *linear*.

#### b.1.1. Gaya Drag Aksial

Gaya aksial sepanjang sumbu x dapat dihitung berdasarkan hubungan secara empiris dari persamaan-persamaan berikut:

$$X = -\left(\frac{1}{2}\rho C_d A_f\right)_{u|u|} \quad (2.92)$$

Persamaan tersebut memberikan koefisien *drag nonlinear* :

$$X_{u|u|} = -\frac{1}{2}\rho C_d A_f \quad (2.93)$$

dengan:

$\rho$  = massa jenis cairan,

$A_f = \max(A_{fi}) \rightarrow$  luas daerah *frontview*,

$C_d$  = parameter gaya *drag* aksial, koefisien dicari menggunakan rumus berikut:

$$C_d = \frac{C_{ss}\pi A_p}{A_f} \left[ 1 + 60 \left( \frac{d}{l} \right)^3 + 0,0025 \left( \frac{d}{l} \right) \right] \quad (2.94)$$

dengan:

$d$  = diameter maksimal,

$l$  = panjang total AUV,

$C_{ss}$  = nilai *schoneher* pada *plant*, yang diperoleh dari perkiraan prinsip kapal laut.

### b.1.2. Gaya Drag Silang (*Drag Crossflow Force*)

Gaya *drag* silang mencakup 2 bagian, yaitu gaya *drag crossflow hull* dan gaya *drag crossflow fin*. Metode yang digunakan untuk menghitung gaya *drag crossflow hull* sama dengan cara untuk menghitung gaya *drag* pada *hull added mass*.

Asusmsi bahwa lambung AUV sebagai rangkaian satuan panjang dua dimensi silinder penampang, hambatan lambung diperkirakan sebagai jumlah koefisien *drag* persilangan pada setiap bagian. Perhitungan koefisien *nonlinear* gaya *drag crossflow* dengan parameter karakteristik.

$$Y_{u|u} = Z_{w|w} = -\rho C_d (S_{n1} + S_{m1} + S_{t1}) - \rho S_{fin} C_d \quad (2.95)$$

Dimana  $S_{n1}, S_{m1}, S_{t1}$  merupakan parameter karakteristik setiap bagian yang tersambung untuk menghitung gaya hidrodinamik.

$$S_{n1} = \int_0^{x_n} R'_n(x) dx \quad (2.96)$$

$$R'_n(x) = \frac{1}{2} d \left[ 1 - \left( \frac{x-a}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{n}} \quad (2.97)$$

Substitusi Persamaan 2.97 ke dalam Persamaan 2.96, diperoleh Persamaan 2.98.

$$S_{n1} = \int_0^{x_n} \left( \frac{1}{2} d \left[ 1 - \left( \frac{x-a}{a} \right)^2 \right]^{\frac{1}{n}} \right) dx \quad (2.98)$$

Perhitungan *drag* ditunjukkan pada persamaan 2.99 sampai 2.101:

$$\begin{aligned} M_{w|w|} &= -N_{v|v|} & (2.99) \\ &= -\rho C_{dc} (S_{n2} + S_{m2} + S_{t2}) \\ &\quad - \rho C_{dc} (x_{n0} S_{n1} + x_{m0} S_{m1} + x_{t0} S_{t1}) - \rho S_{fin} C_{df} x_{fin} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{r|r|} = -Z_{q|q|} &= -\rho C_{dc} (S_{n3} + S_{m3} + S_{t3}) & (2.100) \\ &\quad - 2\rho C_{dc} (x_{n0} S_{n2} + x_{m0} S_{m2} + x_{t0} S_{t2}) \\ &\quad - \rho C_{dc} (x_{n0}^2 S_{n1} + x_{m0}^2 S_{m1} + x_{t0}^2 S_{t1}) \\ &\quad - \rho S_{fin} C_{df} x_{fin} |x_{fin}| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{q|q|} = N_{r|r|} &= -\rho C_{dc} (S_{n4} + S_{m4} + S_{t4}) & (2.101) \\ &\quad - 3\rho C_{dc} (x_{n0} S_{n3} + x_{m0} S_{m3} + x_{t0} S_{t3}) \\ &\quad - 3\rho C_{dc} (x_{n0} S_{n2} + x_{m0} S_{m2} + x_{t0} S_{t2}) \\ &\quad - \rho C_{dc} (x_{n0}^3 S_{n1} + x_{m0}^3 S_{m1} + x_{t0}^3 S_{t1}) - \rho S_{fin} C_{df} x^3 \end{aligned}$$

dengan:

$\rho$  = massa jenis air,

$C_{dc}$  = koefisien *drag* pada silinder, yang dapat diperoleh pada estimasi *fluid dynamics* oleh [18],

$C_{df}$  = koefisien *drag crossflow fin*,

$C_{df} = 0,1 + 0,7t$  dengan  $t$  = rasio *fin*.

## b.2. Gaya Angkat (*Lift Force*)

Ketika AUV berpindah melalui cairan dan membentuk sudut terhadap cairan tersebut, maka cairan akan terpisah. Tekanan di atas permukaan AUV menurun dan tekanan di bawah permukaan AUV meningkat. Daya angkat yang dibangkitkan tegak lurus terhadap aliran air yang mengenai bagian luar AUV. Jika titik angkat efektif yang digunakan tidak tepat pada koordinat *body-fixed*, maka akan terjadi momen.

### **b.2.1. Gaya Angkat Lambung (*Body Lift Force*)**

Dalam buku *Fluid Dynamics Lift* yang ditulis oleh [26], menjelaskan hubungan untuk mencari pendekatan empiris untuk menghitung gaya *lift*, maka

$$L_{body} = -\frac{1}{2}\rho d^2 C_{yd} u^2 \quad (2.102)$$

dengan:

$u$  = kecepatan *surge*,

$C_{yd}$  = koefisien daya angkat benda,

$$C_{yd} = \frac{dC_{yd}}{d\beta} \beta \quad (2.103)$$

dengan:

$l$  = panjang total AUV,

$d$  = maksimal diameter AUV,

untuk  $6,7 \leq \frac{l}{d} \leq 10$ ,  $C_{y\beta} = 0,003$ , dengan melakukan substitusi,

$$L_{body} = -\frac{1}{2}\rho d^2 C_{yd\beta} u w \quad (2.104)$$

sehingga koefisien *body lift* ditunjukkan pada Persamaan (2.105).

$$Y_{uwl} = Z_{uwl} = -\frac{1}{2}\rho d^2 C_{yd\beta} \quad (2.105)$$

Menurut pendekatan [26], gaya angkat biasanya terpusat pada titik yang berjarak 0,65 kali panjang total AUV dari depan, jika tersebut berbentuk ellipsoid. Untuk mencari momen lengan  $x_{cp}$  tersebut dapat dicari melalui Persamaan (2.106).

$$M_{uwl} = N_{uwl} = -\frac{1}{2}\rho d^2 C_{yd\beta} x_{cp} \quad (2.106)$$

### b.2.2. Gaya Angkat Sayap (*Fin Lift Force*)

Secara khusus, arah dan orientasi AUV dikendalikan dengan mengubah sudut defleksi *fin*, sehingga gaya dan momen pada AUV akan berubah. Pada pengaturan sudut *fin*, dapat dihitung gaya yang dihasilkan menggunakan persamaan (2.107) berikut ini:

$$L_{fin} = \frac{1}{2}\rho C_L S_{fin} \delta_e v_e^2 \quad (2.107)$$

$$M_{fin} = x_{fin} L_{fin} \quad (2.108)$$

dengan,

$C_L$  = koefisien angkat *fin*,

$\delta_e$  = adalah sudut efektif *fin* dalam radian,

$v_e$  = kecepatan *fin* efektif,

$x_{fin}$  = posisi aksial sirip dalam koordinat *body-fixed*.

*Lift coefisien* dapat dihitung dengan rumus  $C_L = \alpha C_{L\alpha}$ ,  $\alpha$  adalah sudut *fin* efektif, sedangkan  $C_{L\alpha}$  adalah *lift shop* dapat dihitung dengan rumus:

$$C_{L\alpha} = \left[ \frac{1}{2\bar{\alpha}\pi} + \frac{1}{\pi AR_c} \right]^{-1}$$

dengan,

$\bar{\alpha}$  adalah faktor yang diperkirakan oleh [26],

$AR_c$  adalah rasio *fin* efektif.

Jika *fin* terletak jauh dari titik pusat koordinat *body-fixed*, maka kecepatan *fin* efektif adalah

$$u_{fin} = u + z_{fin}r - y_{fin}r$$

$$\begin{aligned}
 v_{fin} &= v + x_{fin}r - z_{fin}r \\
 w_{fin} &= w + y_{fin}r - x_{fin}r
 \end{aligned}
 \tag{2.109}$$

Dimana  $u_{fin} = v_{fin} = w_{fin}$  mewakili  $fin$  pada koordinat *body-fixed*. Profil lambung AUV  $y_{fin}$  dan  $z_{fin}$  relatif lebih kecil daripada  $x_{fin}$ . Kecepatan yaitu  $v, r, p$  dan  $q$  jauh lebih kecil dari kecepatan *surge*  $u$  kemudian yang mengandung  $y_{fin}, z_{fin}$ . Sudut  $fin$  efektif dapat dinyatakan dalam persamaan (2.110), yaitu

$$\begin{aligned}
 \delta_{re} &= \delta_r - \beta_{re} \\
 \delta_{se} &= \delta_s - \beta_{se}
 \end{aligned}
 \tag{2.110}$$

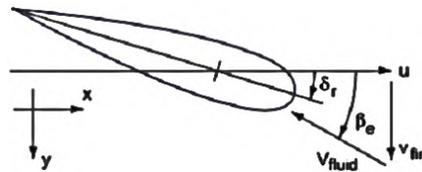
dengan,

$r$  menyatakan  $fin$  vertikal atau *rudder* kemudi AUV,

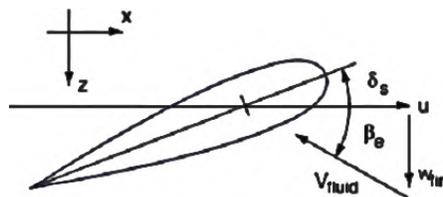
$s$  menyatakan  $fin$  horizontal sirip AUV,

$\delta_r$  dan  $\delta_s$  adalah sudut  $fin$  yang dijadikan referensi pada lambung AUV,

$\beta_{re}$  dan  $\beta_{se}$  sudut efektif dari *angle of attack* yang relatif terhadap nol bidang AUV (lihat gambar 2.6 dan 2.7).



**Gambar 2.6** Sudut Efektif Kemudi (*Rudder*) [18].



**Gambar 2.7** SudutEfektif Sayap (*Fin*) [18].

$$\beta_{re} = \frac{v_{fin}}{u_{fin}} \approx \frac{1}{u}(v + x_{fin}r)$$

$$\beta_{re} = \frac{w_{fin}}{u_{fin}} \approx \frac{1}{u}(w + x_{fin}q)$$
(2.111)

Substitusi persamaan (2.107), (2.108) dan (2.109) kedalam persamaan (2.105) dan (2.106), sehingga diperoleh persamaan *fin lift* dan momen,

$$Y_r = \frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{fin} [u^2 \delta_r - uv - x_{fin}(ur)]$$

$$Z_s = \frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{fin} [u^2 \delta_s - uw - x_{fin}(uq)]$$

$$M_s = \frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{fin} x_{fin} [u^2 \delta_s - uw - x_{fin}(uq)]$$

$$N_r = \frac{1}{2} \rho C_{L\alpha} S_{fin} x_{fin} [u^2 \delta_r - uv - x_{fin}(ur)]$$
(2.112)

sehingga koefisien gaya *lift* dinyatakan dalam Persamaan (2.113).

$$Y_{uu\delta_r} = -Y_{uvf} = \rho C_{L\alpha} S_{fin}$$

$$Z_{uu\delta_r} = -Z_{uwf} = -\rho C_{L\alpha} S_{fin}$$

$$Y_{urf} = -Z_{uqf} = -\rho C_{L\alpha} S_{fin} x_{fin}$$
(2.113)

dan koefisien momen adalah

$$M_{uu\delta_s} = M_{uwf} = \rho C_{L\alpha} S_{fin} x_{fin}$$

$$M_{uu\delta_r} = -N_{uvf} = \rho C_{L\alpha} S_{fin} x_{fin}$$

$$M_{uqf} = N_{urf} = -\rho C_{L\alpha} S_{fin} x_{fin}^2$$
(2.114)

### **b.3. Gaya Dorong(*Thrust Forces*)**

Ketika menggunakan *fin* untuk mengatur gerak AUV, kendaraan harus menjaga kecepatan *surge*. *Propeller* yang digunakan untuk menghasilkan energi yang memberikan gaya *surge* dan menjaga kendaraan bergerak ke depan.

Gaya dorong yang dihasilkan oleh *propeller* dapat dihitung dengan persamaan (2.115) [34].

$$T = \frac{1}{2} \rho D^4 K_T(J) |w_p| w_p \quad (2.115)$$

Ketika *propeller* membangkitkan daya dorong, gaya tersebut akan membangkitkan momen tambahan pada saat yang sama, yaitu

$$\tau_p = \frac{1}{2} \rho D^5 K_T(J) |w_p| w_p \quad (2.116)$$

dengan,

$\rho$  = kerapatan cairan,

$w_p$  = tingkat putar *propeller*,

$K_T$  = koefisien *thrust*,

$J = \frac{v_a}{w_p D}$  adalah *advance number*,

$v_a$  = kecepatan *propeller* yang memiliki hubungan dengan kecepatan  $u$ .

$$v_a = (1 - \alpha)u \quad (2.117)$$

Dengan,

$\alpha$  = jumlah fraksi bangun, biasanya 0,1~0,4.

Dengan mengasumsikan bahwa ada  $n$  *propeller* yang dipasangkan pada AUV dan lokasi masing-masing *propeller* adalah  $\mathbf{r}_{ti}$ , maka berdasarkan persamaan (2.115) dan (2.116) kita dapat menghitung seluruh gaya dan momen yang dibangkitkan oleh *propeller* pada gerak 6 DOF.

$$\tau_{3 \times 1} = \sum_{i=1}^n T_i$$

$$M_{3 \times 1} = \sum_{i=1}^n \tau_{pi} + r_{ti} + T_i \quad (2.118)$$

Dimana  $F_{3 \times 1}$  menyatakan gaya pada arah  $x, y, z$  dan  $M_{3 \times 1}$  menyatakan momen pada arah  $x, y, z$ .

#### b.4. *Added Mass*

Dalam mekanika fluida, percepatan dan perlambatan *body* harus memindahkan beberapa cairan disekitarnya ketika bergerak melaluinya, karena objek dan cairan tidak dapat menempati ruang fisik yang sama secara bersamaan. Pada kenyataannya, kendaraan yang bergerak melalui cairan akan memaksa seluruh cairan untuk bergerak bersama-sama. Tetapi, amplitudo akan meluruh jauh dari *body* dan dapat diabaikan. Fenomena ini seperti menambahkan inersia kedalam sistem *vehicle* dan penambahan inersia tersebut akan menambahkan *massa*. Untuk sederhananya, dapat dimodelkan sebagai beberapa volume cairan yang bergerak dengan kendaraan, meskipun dalam kenyataannya semua cairan dipercepat.

Disisi lain, ada distribusi tekanan pada permukaan luar AUV ketika bergerak melalui cairan. Menurut persamaan *Bernoulli*, tekan  $\Delta P$  pada bagian luar permukaan  $\Delta S$  ditentukan oleh kecepatan partikel cairan disekitar bidang ini dan kedalam fluida. Gaya dan momen eksternal yang disebabkan oleh tekanan dianggap sebagai gaya dan momen yang dihasilkan oleh bertambahnya massa (*added mass*). Keenam komponen vektor gaya dan momen dimana ditunjukkan merupakan proses integral dari tekanan diatas permukaan *body*:

$$\mathbf{F}_a = \iint_{S_B} P \mathbf{n} dS \quad (2.119)$$

$$\mathbf{M}_a = \iint_{S_B} P (\mathbf{r} \times \mathbf{n}) dS \quad (2.120)$$

dimana  $P$  adalah tekanan pada permukaan  $dS$ , vektor normal  $\mathbf{n}$  adalah menjadi positif ketika yang ditunjukkan adalah volume fluida.  $\mathbf{r}$  adalah vektor posisi  $dS$  didalam sistem koordinat tetap *body*.  $S_B$  menggambarkan seluruh area permukaan luar dari AUV.

Pada persamaan (2.73), maka pada sisi kiri persamaan tersebut menggambarkan karakteristik dari AUV dengan massa  $m$ . Maka, dengan cara yang sama efek *added mass* dapat juga ditulis:

$$\boldsymbol{\tau}_{addedmass} = \mathbf{M}_A \dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}_A(\mathbf{v})\mathbf{v} \quad (2.121)$$

dimana,

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.122)$$

$$\mathbf{C}_A(\mathbf{v}) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & -S(A_{11}v_1 + A_{12}v_2) \\ -S(A_{11}v_1 + A_{12}v_2) & -S(A_{21}v_1 + A_{22}v_2) \end{bmatrix} \quad (2.123)$$

dan

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_A^T, \quad \mathbf{C}_A(\mathbf{v}) = -\mathbf{C}_A^T(\mathbf{v})$$

istilah dalam matrik inersia  $\mathbf{M}_A$  adalah koefisien *added mass*. Pada AUV, koefisien *added mass* adalah konstan. pada tesis ini notasi diadopsi dari SNAME [25].

Hidrodinamik yaitu berupa gaya *added mass*  $Y_a$  sepanjang sumbu  $y$  yang disebabkan percepatan  $\dot{u}$  pada arah  $x$  dapat ditulis dengan :

$$Y_a = Y_{\dot{u}}\dot{u} \quad (2.124)$$

Dengan,

$Y_{\dot{u}}$  adalah berkaitan dengan koefisien *added mass*.

Berdasarkan referensi diatas yaitu melalui sumbu simetris dari AUV, maka matrik inersia  $\mathbf{M}_a$  dapat disederhanakan menjadi [27]:

$$\mathbf{M}_A = \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & Z_{\dot{w}} & 0 & Z_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{\dot{w}} & 0 & M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & N_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.125)$$

#### b.4.1. Koefesien *Addedmass* pada Arah Axial

Dalam menentukan kefesien *addedmass* axial  $X_{\dot{u}}$ , maka dapat mengadopsi rumus empiris yang diberikan oleh [27] dimana, koefesien *addedmass* dari sebuah ellipsoid:

$$X_{\dot{u}} = -m_{11} = -\frac{4\alpha\rho\pi}{3} \left(\frac{l}{2}\right) \left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad (2.126)$$

Dimana  $l$  adalah total panjang dari AUV,  $d$  adalah diameter maksimum dari *hull*.

#### b.4.2. Koefesien *Added Mass Crossflow*

*Addedmass vehicle* dapat dihitung menggunakan teori *strip* pada kedua silinder dan penampang lambung yang berbentuk 4 *flaps*.

Pada umumnya, teori *strip* artinya bahwa *addedmass* dari silinder adalah sama dengan jumlah *addedmass* dari satuan panjang irisan silinder. Dengan menggunakan rumus empiris yang diberikan [28], panjang *addedmass* per-unit dari irisan silinder adalah

$$m_a(x) = \pi\rho R(x)^2 \quad (2.127)$$

dengan,

$\rho$  adalah massa jenis,  $R(x)$  adalah radius dari irisan silinder.

Dengan mempertimbangkan bentuk ekor dari AUV, yaitu *fin* yang berbentuk 4 *flaps*. *Addedmass* berupa lingkaran dengan *fin* yang diberikan [27] ketika:

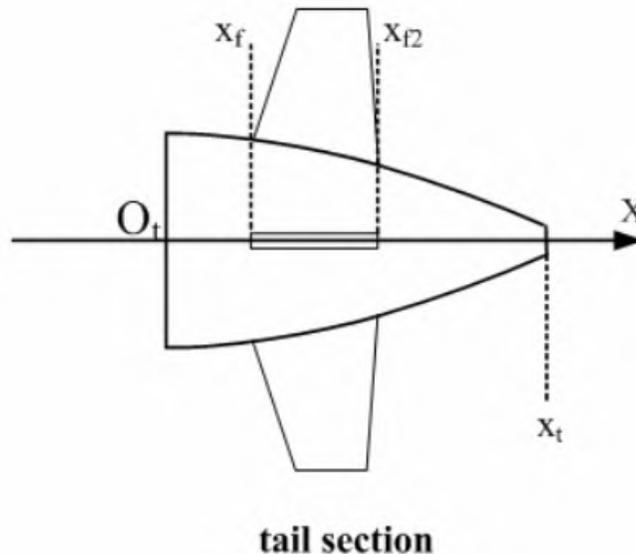
$$m_{af}(x) = \pi\rho \left( a_{fin}^2 - R(x)^2 + \frac{R(x)^4}{a_{fin}^2} \right) \quad (2.128)$$

dengan,

$a_{fin}$  adalah ketinggian maksimum diatas garis pusat dari *fin vehicle*.

Perhitungan parameter karakteristik dari ekor AUV dalam bentuk silinder dan salib membutuhkan terminologi  $m_a(x)$  dan  $m_{af}(x)$ , dalam arti bahwa perhitungannya akan menjadi lebih kompleks. Karena bentuk dari ekor AUV berbentuk silinder dan salib, perhitungan parameter karakteristik dari ekor membutuhkan terminologi  $m_a(x)$  dan  $m_{af}(x)$  yang artinya bahwa perhitungannya lebih kompleks. Pada gambar 2.13, titik asal pada bagian ekor adalah  $O_t$ .  $x_f$  dan  $x_{f2}$  adalah jarak dari titik depan ujung sirip dan titik akhir ujung sirip ke titik asal.

$$\begin{aligned}
 S_{t5} &= \int_0^{x_f} m_a(x) dx + \int_{x_f}^{x_{f2}} m_{af}(x) dx + \int_{x_{f2}}^{x_t} m_a(x) dx \\
 S_{t6} &= \int_0^{x_f} x m_a(x) dx + \int_{x_f}^{x_{f2}} x m_{af}(x) dx + \int_{x_{f2}}^{x_t} x m_a(x) dx \\
 S_{t7} &= \int_0^{x_f} x^2 m_a(x) dx + \int_{x_f}^{x_{f2}} x^2 m_{af}(x) dx + \int_{x_{f2}}^{x_t} x^2 m_a(x) dx
 \end{aligned} \tag{2.129}$$



**Gambar 2.8** Profile bagian ekor [18].

#### **b.4.3. Rolling Addedmass**

Sumbu simetris dari AUV dapat diasumsikan bahwa bagian dari permukaan yang licin tidak menghasilkan *addedmass* pada gerakan *roll*. Dengan asumsi ini, maka hanya perlu mempertimbangkan bagian lambung yang mengandung *fin* untuk mengontrol *vehicle*. Dari sini, dapat diadopsi rumus secara empiris yang diberikan [29] untuk menghitung koefisien *addedmass* berupa lingkaran dengan struktur *fin* berbentuk 4 *flaps*.

$$K_{\dot{p}} = - \int_{x_f}^{x_{f2}} \frac{2}{\pi} \rho a_f^4 dx \quad (2.130)$$

Dimana  $a_f$  tinggi *fin* diatas garis pusat *vehicle*. Berdasarkan persamaan (2.121) jika dikembangkan, maka:

$$\begin{aligned} X_A &= X_{\dot{u}}\dot{u} + Z_{\dot{w}}w\dot{q} + Z_{\dot{q}}q^2 - Y_{\dot{v}}vr - Y_{\dot{r}}r^2 \\ Y_A &= Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} + X_{\dot{u}}ur - Z_{\dot{w}}wp - Z_{\dot{q}}pq \\ Z_A &= Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{\dot{q}}\dot{q} - X_{\dot{u}}uq + Y_{\dot{v}}vp + Y_{\dot{r}}rp \\ K_A &= K_{\dot{p}}\dot{p} \end{aligned} \quad (2.131)$$

$$\begin{aligned} M_A &= M_{\dot{w}}\dot{w} + M_{\dot{q}}\dot{q} - (Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}})uw - Y_{\dot{r}}vp + (K_{\dot{p}} - N_{\dot{r}})rp - Z_{\dot{q}}uq \\ N_A &= N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{\dot{r}}\dot{r} - (X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})uv + Z_{\dot{q}}wp - (K_{\dot{p}} - M_{\dot{q}})pq + Y_{\dot{r}}ur \end{aligned}$$

dengan mensubstitusikan koefisien *addedmass* kedalam persamaan (2.177), maka akan didapatkan gaya dan momen yang dihasilkan oleh *addedmass* dalam 6 DOF.

Komponen pada persamaan (2.131) seperti  $(X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}})uv$  agar lebih sederhana menurut [18] bisa menjadi:

$$\begin{aligned} X_{wq} &= Z_{\dot{w}} & X_{qq} &= Z_{\dot{q}} & X_{vr} &= -Y_{\dot{v}} & X_{rr} &= -Y_{\dot{r}} \\ Y_{ur} &= X_{\dot{u}} & Y_{wp} &= -Z_{\dot{w}} & Y_{pq} &= -Z_{\dot{q}} \\ Z_{uq} &= -X_{\dot{u}} & Z_{vp} &= Y_{\dot{v}} & Z_{rp} &= Y_{\dot{r}} \\ M_{uwa} &= -(Z_{\dot{w}} - X_{\dot{u}}) & M_{vp} &= -Y_{\dot{r}} & M_{rp} &= (K_{\dot{p}} - N_{\dot{r}}) & M_{uq} &= \\ & & & & & & & -Z_{\dot{q}} \end{aligned} \quad (2.132)$$

$$N_{uva} = -(X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}}) \quad N_{wv} = Z_{\dot{q}} \quad N_{pq} = -(K_{\dot{p}} - M_{\dot{q}}) \quad N_{ur} = Y_{\dot{r}}$$

Kombinasi gaya dan momen eksternal yang terdiri dari gaya hidrostatis, gaya *addedmass*, gaya *drag*, gaya *lift* pada lambung dan *fin* menurut [30] dapat dilihat pada persamaan (2.133).

$$\begin{aligned} X &= X_{HS} + X_{u|u}|u|u| + X_{\dot{u}}\dot{u} + X_{uv}uv + X_{uw}uw + X_{q|q}|q|q| \\ &\quad + X_{vr}vr + X_{w|w}|w|w| + X_{wq}wq + X_{qq}qq + X_{rr}rr \\ &\quad + X_{prop} \\ Y &= Y_{HS} + Y_{v|v}|v|v| + Y_{\dot{v}}\dot{v} + Y_{\dot{r}}\dot{r} + Y_{ur}ur + Y_{wp}wp + Y_{pq}pq \\ &\quad + Y_{uv}uv + Y_{uu\delta_r}u^2(\delta_{r_{top}} + \delta_{r_{bottom}}) \\ Z &= Z_{HS} + Z_{w|w}|w|w| + Z_{\dot{w}}\dot{w} + Z_{\dot{q}}\dot{q} + Z_{uq}uq + Z_{vp}vp + Z_{rp}rp \\ &\quad + Z_{uw}uw + Z_{uu\delta_s}u^2(\delta_{s_{right}} + \delta_{s_{left}}) \\ K &= K_{HS} + K_{\dot{p}}\dot{p} + K_{uu\delta_r}(\delta_{r_{top}} + \delta_{r_{bottom}}) + K_{uu\delta_s}(\delta_{s_{right}} + \delta_{s_{left}}) \quad (2.133) \\ &\quad + K_{prop} \\ M &= M_{HS} + M_{\dot{w}}\dot{w} + M_{\dot{q}}\dot{q} + M_{uq}uq + M_{vp}vp + M_{uw}uw + M_{rp}rp \\ &\quad + M_{uu\delta_s}u^2\delta_s \\ N &= N_{HS} + N_{uu\delta_r}u^2\delta_r + N_{ur}ur + N_{uv}uv + N_{\dot{v}}\dot{v} + N_{wp}wp + N_{pq}pq \\ &\quad + N_{\dot{r}}\dot{r} \end{aligned}$$

### 2.3 Environmental Disturbance

Berdasarkan [9] ada beberapa *environmental disturbance*, yaitu:

1. *Wave (wind generated)*,
2. *Wind*,
3. *Ocean Currents*

Pada umumnya gangguan ini akan ditambahkan dan dikalikan dengan persamaan dinamika AUV. Namun, bisa menggunakan prinsip superposisi [9].

Pada tesis ini *environmental disturbances* yang digunakan hanya *ocean currents*.

#### 2.3.1 Arus Laut (*Ocean Currents*)

Menurut [9], [11], arus laut merupakan sistem dengan sirkulasi/peredaran yang dihasilkan oleh gravitasi, gesekan angin dan variasi densitas air pada berbagai bagaian laut baik secara horizontal maupun vertikal. Disamping fenomena gelombang laut membangkitkan arus, perubahan panas pada permukaan bersama dengan perubahan kadar garam membentuk sebuah komponen arus laut tambahan, biasanya disebut sebagai *thermohaline currents*.

### 2.3.1.1 Kecepatan Arus Laut

Berdasarkan [9], kecepatan arus permukaan  $V_c$  didefinisikan sebagai penjumlahan dari berbagai komponen:

$$V_c = V_t + V_{lw} + V_s + V_m + V_{set-up} + V_d \quad (2.134)$$

dengan :

$V_t$  = *tidal component*,

$V_{lw}$  = komponen yang dibangkitkan dengan *local wind*,

$V_s$  = komponen yang dibangkitkan dengan *nonlinear waves (Stokes drift)*,

$V_m$  = komponen dari sirkulasi arus besar (*e.g. Gulf Stream*),

$V_{set-up}$  = komponen dengan fenomena yang telah di atur dan badai,

$V_d$  = densitas lokal yang digerakkan oleh komponen arus akibat lompatan densitas yang lebih kuat pada laut bagian atas.

### 2.3.1.2 Arus yang Menginduksi Gaya dan Momen

Pada [9] dan [11], arus dapat mempengaruhi gaya dan momen yang bekerja pada AUV. Pengaruh tersebut dapat ditransformasikan kedalam persamaan dinamika gerak AUV melalui dua metode. Kedua metode ini menggunakan asumsi bahwa persamaan gerak tersebut dapat dinyatakan dalam kecepatan relatif:

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_c \quad (2.135)$$

dimana  $\mathbf{v}_c = [u_c, v_c, w_c, 0, 0, 0]^T$  adalah vektor kecepatan arus laut pada kerangka *body* arus yang tidak melakukan rotasi [9].

Metode 1 [9]:

Pada pembahasan sebelumnya mengenai transformasi kecepatan translasi kerangka  $\{e\}$  atau  $\{n\}$  menjadi kecepatan translasi pada kerangka  $\{b\}$  dengan mengalikan matrik rotasi melalui bentuk transposnya. Pada arus laut yang memiliki kerangka *body* sendiri, maka vektor kecepatan arus pada kerangka  $\{e\}$  atau  $\{n\}$  dinotasikan dengan  $[u_c^E, v_c^E, w_c^E]$ . Notasi vektor kecepatan arus tersebut dapat digunakan untuk menghitung vektor komponen kecepatan pada kerangka  $\{b\}$  arus dengan:

$$\begin{bmatrix} u_c \\ v_c \\ w_c \end{bmatrix} = J_1^T(\phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} u_c^E \\ v_c^E \\ w_c^E \end{bmatrix} \quad (2.136)$$

dimana:

$$J_1^T(\phi, \theta, \psi) = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi & s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta \\ s\psi c\theta & c\psi c\phi + s\phi s\theta s\psi & -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \quad (2.137)$$

dengan mengasumsikan kecepatan pada kerangka  $\{b\}$  arus adalah konstan atau perubahannya kecil sekali, maka:

$$\dot{\mathbf{v}}_c = 0 \quad \dot{\mathbf{v}}_r = \dot{\mathbf{v}} \quad (2.138)$$

Sehingga persamaan (2.1) adalah sama dan (2.2) menjadi bentuk :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v} \quad (2.139)$$

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{C}(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r + \mathbf{D}(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{g}_0 = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{wind} + \boldsymbol{\tau}_{wave} \quad (2.140)$$

model pada persamaan (2.140) variabel state yang digunakan adalah  $(\mathbf{v}, \mathbf{v}_c, \boldsymbol{\eta})$  dengan  $\mathbf{v}_r = \mathbf{v} - \mathbf{v}_c$ .

Metode 2 [7]:

Persamaan gerak nonlinear AUV dapat dinyatakan dengan alternative lain, yaitu dengan mendefinisikan variabel *state*  $(\mathbf{v}_r, \mathbf{v}_c^E, \boldsymbol{\eta})$ , sehingga persamaan (2.1) dan (2.2) menjadi :

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})(\mathbf{v}_r + \mathbf{v}_c) \quad (2.141)$$

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{v}}_r + \mathbf{C}(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r + \mathbf{D}(\mathbf{v}_r)\mathbf{v}_r + \mathbf{g}(\boldsymbol{\eta}) + \mathbf{g}_0 = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_{wind} + \boldsymbol{\tau}_{wave} \quad (2.142)$$

mengingat bahwa:

$$\mathbf{v}_c^E = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v}_c \quad (2.143)$$

dimana  $\mathbf{v}_c^E = [u_c^E, v_c^E, w_c^E, 0, 0, 0]$ , oleh karena itu:

$$\begin{bmatrix} u_c^E \\ v_c^E \\ w_c^E \end{bmatrix} = \mathbf{J}_1(\boldsymbol{\eta}) \begin{bmatrix} u_c \\ v_c \\ w_c \end{bmatrix} \quad (2.144)$$

maka persamaan kinematik dapat dimodifikasi dengan memasukkan variabel *state* yang baru  $\mathbf{v}_r$  dan menambahkan kecepatan arus pada kerangka  $\{e\}$ , yaitu:

$$\dot{\boldsymbol{\eta}} = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})\mathbf{v}_r + \mathbf{v}_c^E \quad (2.145)$$

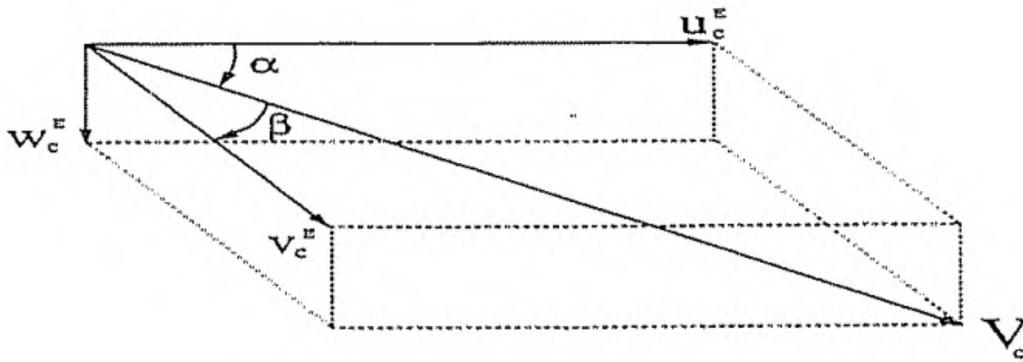
Model Arus Laut Tiga Dimensi (*Sumerged Body*)

Kecepatan rata-rata suatu arus  $\mathbf{V}_c$  yang melalui *draft* dari suatu *profile* berupa kendaraan dapat dihitung berdasarkan [9]:

$$\mathbf{V}_c = \frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{V}_z(z) dz \quad (2.146)$$

dimana  $\mathbf{V}_z(z)$  merupakan kecepatan vertikal suatu *profile* yang diketahui,  $T$  adalah *hull draft* (rancangan dari *body* dasar kendaraan).

Vektor kecepatan aliran yang mengalir berdasarkan kerangka bumi pada saat mengalir dapat berhubungan dengan vektor kecepatan aliran rata-rata  $V_c$  yaitu dengan mendefinisikan dua sudut  $\alpha$  (*angle of attack*) dan  $\beta$  (*sideslip angle*). Dua sudut tersebut mendeskripsikan orientasi dari vektor kecepatan rata-rata aliran  $V_c$  berkenaan dengan perubahan sumbu y dan z dilihat dari bumi. Vektor kecepatan rata-rata  $V_c$  pada gambar 2.9 adalah merupakan deskripsi gerak aliran yang mengalir pada kerangka bumi dengan nilai rata-rata, dimana nilai tersebut digunakan sebagai acuan bahwa dalam bergerak vektor kecepatan dari sumbu *flow* (alir) yang relatif terhadap sistem sumbu alir bumi berada disekitar vektor kecepatan rata-rata aliran total kerangka bumi.



**Gambar 2.9** Orientasi vektor kecepatan rata-rata dari *flow* (aliran) berdasarkan sumbu bumi yang tetap  $X, Y, Z$  [9].

Nilai komponen vektor kecepatan *flow* yang relatif terhadap kerangka bumi yang tetap didapat melalui perkalian antara matrik rotasi  $C_{i,j}$  pada persamaan (2.18) dengan vektor kecepatan aliran rata-rata  $V_c$  pada kerangka bumi yang tetap.

$$\begin{bmatrix} u_c^E \\ v_c^E \\ w_c^E \end{bmatrix} = C_{y,\alpha}^T C_{z,-\beta}^T \begin{bmatrix} V_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.147)$$

Sehingga persamaan (2.147) diatas menjadi:

$$u_c^E = V_c \cos \alpha \cos \beta \quad (2.148)$$

$$v_c^E = V_c \sin\beta \quad (2.149)$$

$$w_c^E = V_c \sin\alpha \cos\beta \quad (2.150)$$

#### Model Aliran Dua Dimensi (Bidang Horizontal)

Dalam kasus dua dimensi, komponen aliran pada kerangka bumi yang tetap dapat dideskripsikan dengan dua parameter [9], yaitu vektor kecepatan rata-rata  $V_c$  dan arah dari aliran  $\beta$ .

$$u_c^E = V_c \cos\beta \quad (2.151)$$

$$v_c^E = V_c \sin\beta \quad (2.152)$$

Melihat bahwa gerak *vehicle* hanya pada bidang horizontal, maka dapat diasumsikan sudut  $\phi$  dan  $\theta$  adalah nol. Berdasarkan pertimbangan tersebut maka  $(u_c, v_c)$  dapat dihitung dari persamaan (2.136) dengan:

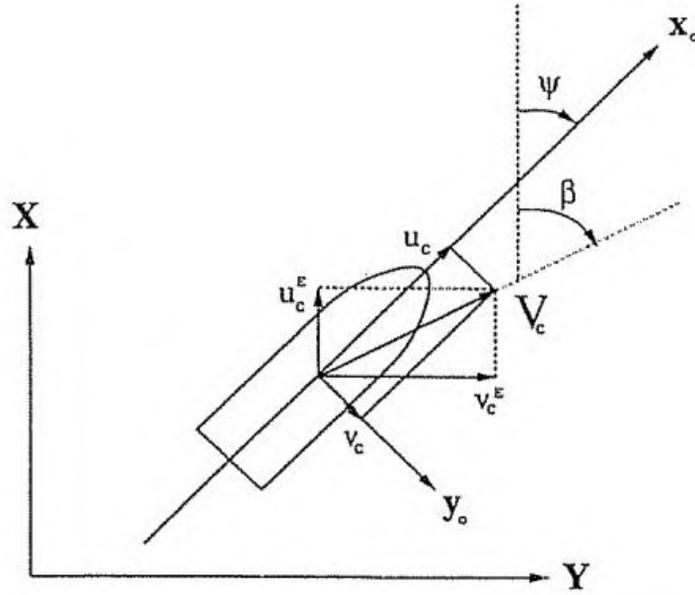
$$\begin{bmatrix} u_c \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi & s\psi \\ -s\psi & c\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c^E \\ v_c^E \end{bmatrix} \quad (2.153)$$

Dengan mensubstitusikan persamaan variabel  $u_c^E$  dan  $v_c^E$  kedalam persamaan (2.153), maka nilai  $u_c$  dan  $v_c$  dapat dihitung menjadi:

$$u_c = V_c \cos(\beta - \psi) \quad (2.154)$$

$$v_c = V_c \sin(\beta - \psi) \quad (2.155)$$

persamaan (2.154) dan (2.155) mendeksripsikan komponen vektor kecepatan arus laut pada sistem koordinat *body* arus laut pada sumbu  $x$  dan  $y$  yaitu  $u_c, v_c$ . Arah dari komponen vektor kecepatan sistem koordinat *body* arus laut yang bergerak relatif terhadap sistem koordinat acuan dari arus laut  $u_c^E, v_c^E$ , dimana sistem koordinat acuan tersebut merupakan komponen kecepatan arus laut relatif terhadap kerangka bumi tetap  $\{e\}$  yaitu  $X, Y, Z$ , deskripsi tersebut dapat dilihat pada gambar 2.12 [7].



**Gambar 2.10** Definisi dari vektor kecepatan rata-rata dari arus laut dan arahnya ( $\beta$ ) yang mengenai suatu kendaraan (*marine craft*) [9].

#### 2.4 Hukum LOS (*Line of Sight*) pada Persamaan *Steering*

Menurut [11], gerak AUV pada bidang horizontal 2D memiliki kelajuan yang dapat didefinisikan dengan:

$$U(t) := \|v(t)\| = \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2} \geq 0 \quad (2.156)$$

dan sudut yang berhubungan dengan persamaan *steering* dapat dihitung dengan:

$$\chi(t) := \text{atan2}(\dot{y}(t), \dot{x}(t)) \in \mathbb{S} := [-\pi, \pi] \quad (2.157)$$

Persamaan (2.157) diatas merupakan sudut *course*, sudut ini yang digunakan dalam melakukan proses kontrol dari kasus *steering* yaitu dengan memberikan suatu referensi sudut *course* dari suatu kendaraan agar bergerak mendekati *path* yang sudah didefinisikan sebelumnya, dengan syarat  $U(t) > 0$  (kelajuannya positif).

Suatu garis lurus dapat didefinisikan dengan 2 *waypoint*  $\mathbf{P}_k^n = [x_k, y_k]^T \in \mathbb{R}^2$  dan  $\mathbf{P}_{k+1}^n = [x_{k+1}, y_{k+1}]^T \in \mathbb{R}^2$ . Garis lurus yang terbentuk dari 2 *waypoint* tersebut sebenarnya adalah suatu

kerangka referensi dari suatu *path* yang tetap, dimana jika sumbu  $x$  dari kerangka tersebut diputar dengan sudut yang bernilai positif, maka sudut tersebut adalah

$$\alpha_k := \text{atan2}(y_{k+1} - y_k, x_{k+1} - x_k) \in \mathbb{S} \quad (2.158)$$

yang relatif terhadap sumbu  $x$  bumi. Sehingga koordinat dari suatu kendaraan yang bergerak dalam kerangka referensi *path* yang tetap tersebut dapat dihitung dengan

$$\varepsilon(t) = \mathbf{R}_p(\alpha_k)^T (\mathbf{P}^n(t) - \mathbf{P}_k^n) \quad (2.159)$$

dimana:

$$\mathbf{R}_p(\alpha_k) := \begin{bmatrix} c(\alpha_k) & -s(\alpha_k) \\ s(\alpha_k) & c(\alpha_k) \end{bmatrix} \in SO(2) \quad (2.160)$$

Dan  $\varepsilon(t) = [s(t), e(t)]^T \in \mathbb{R}^2$  dengan:

$s(t) = \text{along-track distance}$  (bersinggungan dengan *path*),

$e(t) = \text{cross-track error}$  (normal to *path*).

Tujuan dari *path following* adalah membuat suatu kendaraan agar konvergen menuju *path* yang sudah didefinisikan, yaitu dengan membuat *cross-track error*  $e(t) = 0$ . Perhitungan persamaan (2.159) merupakan *along-track distance* dan *cross-track error*, persamaan tersebut dapat dijabarkan secara eksplisit dalam bentuk *state*, yaitu

$$s(t) = [x(t) - x_k] \cos(\alpha_k) + [y(t) - y_k] \sin(\alpha_k) \quad (2.161)$$

$$e(t) = -[x(t) - x_k] \sin(\alpha_k) + [y(t) - y_k] \cos(\alpha_k) \quad (2.162)$$

Dalam melakukan proses *guidance*, suatu kendaraan mendapatkan referensi sudut *course* ( $\chi(t)$ ) dan *heading* ( $\psi(t)$ ). Sudut tersebut digunakan untuk mengarahkan kendaraan mendekati *path* yang diinginkan. Proses perhitungan referensi sudut tersebut dihitung pada sistem *guidance*, dimana metode perhitungannya menggunakan dua prinsip *guidance* menurut [11]:

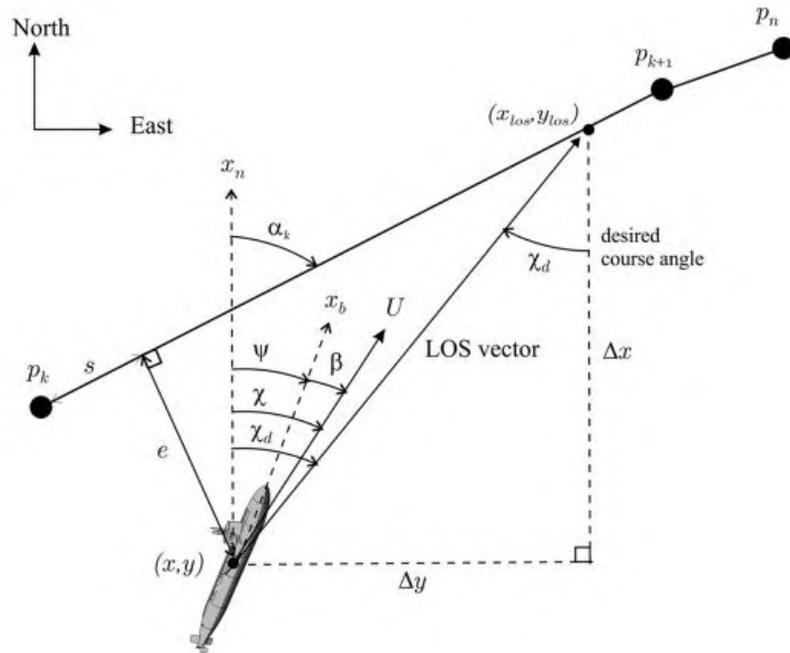
- *Enclosure-based steering*
- *Lookahead-based steering*

dan pada tesis ini prinsip yang digunakan adalah *Enclosure-based steering*, sehingga tidak dibahas prinsip *lookahead-based steering*.

### 2.4.1 Enclosure-Based Steering

Strategi berdasarkan *enclosure* digunakan untuk mengarahkan  $e(t)$  menuju nol, kemudian mengarahkan vektor kecepatan menuju titik perpotongan  $\mathbf{P}_{los}^n = [x_{los}, y_{los}]^T$  agar sesuai dengan arah dari *path*, dimana *path* tersebut secara implisit didefinisikan oleh urutan di mana *waypoints* yang sudah didefinisikan. *Path* tersebut melibatkan secara langsung penetapan  $\chi_d(t)$  seperti pada gambar 2.11.

$$\tan(\chi_d(t)) = \frac{\Delta y(t)}{\Delta x(t)} = \frac{y_{los} - y(t)}{x_{los} - x(t)} \quad (2.163)$$



**Gambar 2.11** Referensi sudut *course*  $\chi_d$  pada LOS *guidance* (sudut diantara  $x_n$  dan vektor kecepatan) yang dipilih untuk mengarah ke titik persimpangan  $(x_{los}, y_{los})$  [11].

Koordinat pusat suatu kendaraan  $\{b\}$  pada gambar 2.11 didefinisikan dengan  $\mathbf{P}^n = [x, y]^T$  dan digunakan sebuah lingkaran dengan radius  $R > 0$  yang ditarik dari titik pusat kendaraan  $\{b\}$ . Lingkaran tersebut akan memotong suatu *path* pada dua titik, dimana salah satu titiknya adalah  $(x_{los}, y_{los})$ . Perhitungan dua titik LOS  $\mathbf{P}_{los}^n = [x_{los}, y_{los}]^T$  yang tidak diketahui, dapat dicari dengan menyelesaikan dua persamaan dibawah ini:

$$[x_{los} - x(t)]^2 + [y_{los} - y(t)]^2 = R^2 \quad (2.164)$$

$$\begin{aligned} \tan(\alpha_k) &= \frac{y_{k+1} - y_k}{x_{k+1} - x_k} \\ &= \frac{y_{los} - y_k}{x_{los} - x_k} = \text{konstan} \end{aligned} \quad (2.165)$$

dimana persamaan (2.164) merupakan persamaan *pythagoras*, sedangkan persamaan (2.165) menunjukkan sudut kemiringan dari *path* terhadap sumbu  $x$  bumi sebesar  $\alpha_k$ . Kemiringan diantara dua *waypoints* tersebut adalah konstan dan berlaku juga besar kemiringannya untuk titik-titik diantaranya. Proses perhitungan *enclosure* secara analitik berdasarkan [11] dapat dijabarkan dengan:

Argumen 1: untuk  $|\Delta x| > 0$ , maka persamaan (2.165),

$$y_{los} = \frac{\Delta y}{\Delta x}(x_{los} - x_k) + y_k \quad (2.166)$$

dengan  $\Delta x := x_{k+1} - x_k$  dan  $\Delta y := y_{k+1} - y_k$  merupakan perbedaan posisi  $x$  dan  $y$  diantara dua *waypoints*. Agar lebih mudah dalam melakukan proses perhitungan maka perlu dilakukan proses notasi baru sebagai permisalan:

$$d := \frac{\Delta y}{\Delta x}, \quad e := x_k, \quad f := y_k$$

dengan menjabarkan persamaan (2.164), maka :

$$x_{los}^2 - 2xx_{los} + x^2 + y_{los}^2 - 2yy_{los} + y^2 = R^2 \quad (2.167)$$

dimana:

$$\begin{aligned}
y_{los}^2 &= \left[ \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) (x_{los} - x_k) + y_k \right]^2 \\
&= [dx_{los} + (f - de)]^2 \\
&= (dx_{los} + g)^2 \\
&= d^2 x_{los}^2 + 2dgx_{los} + g^2
\end{aligned} \tag{2.168}$$

dimana:

$$g := f - de = y_k - \left( \frac{\Delta y}{\Delta x} \right) x_k$$

kemudian pertimbangkan:

$$2yy_{los} = 2y(dx_{los} + g) = 2dyx_{los} + 2gy \tag{2.169}$$

Lalu, dengan memasukkan persamaan (2.168) dan (2.169) kedalam persamaan (2.167) maka:

$$\begin{aligned}
(1 + d^2)x_{los}^2 + 2(dg - dy - x)x_{los} + (x^2 + y^2 + g^2 - 2gy - R^2) \\
= 0
\end{aligned} \tag{2.170}$$

merupakan standar penyelesaian secara analitik persamaan orde dua. Kemudian, dinotasikan lagi dengan:

$$a := 1 + d^2$$

$$b := 2(dg - dy - x)$$

$$c := x^2 + y^2 + g^2 - 2gy - R^2$$

maka solusi dari persamaan (2.170) menjadi:

$$x_{los} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \tag{2.171}$$

dimana:

Jika  $\Delta x > 0$ , maka :

$$x_{los} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Dan jika  $\Delta x < 0$ , maka:

$$x_{los} = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Setelah  $x_{los}$  dihitung, maka  $y_{los}$  pada persamaan (2.166) dapat dengan mudah dihitung. Akan tetapi jika  $\Delta y = 0$ , maka  $y_{los} = y_k (= y_{k+1})$ .

Argumen 2: jika  $\Delta x = 0$ , maka hanya persamaan (2.164) yang berlaku, dalam arti bahwa:

$$y_{los} = y \pm \sqrt{r^2 - (x_{los} - x)^2} \quad (2.172)$$

dimana  $x_{los} = x_k (= x_{k+1})$ . Perhitungan persamaan (2.172) melalui syarat :

Jika  $\Delta y > 0$ , maka:

$$y_{los} = y + \sqrt{R^2 - (x_{los} - x)^2}$$

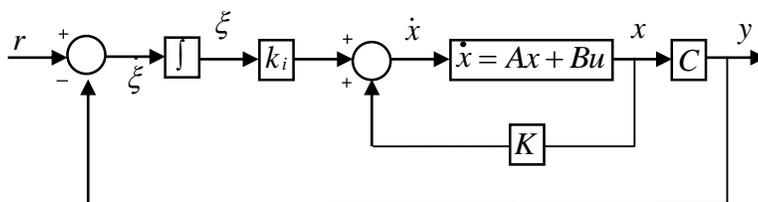
Dan jika  $\Delta y < 0$ , maka:

$$y_{los} = y - \sqrt{R^2 - (x_{los} - x)^2}$$

ketika  $\Delta x = 0$ ,  $\Delta y = 0$ , maka tidak ada pilihan berdasarkan [11], namun saran penulis bisa dimodifikasi dengan program.

## 2.5 Kontroler Sistem Servo Tipe 1 (Ketika *Plant* tidak mempunyai *integrator*)

Deskripsi *plant* ketika tidak memiliki *integrator* berdasarkan [31] merupakan *plant* tipe 0. Prinsip dasar dalam mendesain sistem servo tipe 1 adalah dengan menambahkan *integrator* pada umpan balik antara *error comparator* dan *plant* dan dapat dilihat pada gambar 2.12.



**Gambar 2.12** Diagram blok kontroler sistem servo tipe 1 ketika *plant* tidak memiliki *integrator*.

Pada gambar 2.12 diatas, terdapat dua *gain* kontroler yaitu  $K$  dan  $k_i$ . Nilai *gain* tersebut dapat ditentukan dengan beberapa metode, salah satunya adalah dengan optimisasi *Linear Quadratic* (LQ) yang merupakan metode kontrol optimal.

Tinjau *plant* melalui persamaan *state space* (2.173) dan persamaan *output* (2.174). Berdasarkan gambar 2.14, maka dapat diperoleh persamaan (2.175) dan (2.176):

$$\dot{x}_{st} = \mathbf{A}x_{st} + \mathbf{B}u_{cc} \quad (2.173)$$

$$y_o = \mathbf{C}x_{st} \quad (2.174)$$

$$u_{cc} = -\mathbf{K}x_{st} + k_i\xi \quad (2.175)$$

$$\dot{\xi} = r - y_o = r - \mathbf{C}x_{st} \quad (2.176)$$

agar tidak terdapat simbol yang sama dengan pemodelan dinamika dari AUV, maka pada persamaan (2.173) – (2.176) menggunakan konvensi simbol yang berbeda pada tesis ini dengan:

$x_{st}$  = *state* dari *plant*,

$\dot{x}_{st}$  = turunan pertama dari *state plant*,

$u_{cc}$  = sinyal kontrol,

$y_o$  = *output* dari *plant*,

$\xi$  = *output* dari *integrator* (variable *state* dari sistem),

$r$  = referensi sinyal *input*,

$\mathbf{A}$  =  $n \times n$  matriks tetap,

$\mathbf{B}$  =  $n \times 1$  matriks tetap,

$\mathbf{C}$  =  $1 \times n$  matriks tetap.

Diasumsikan sinyal referensi adalah *unit step* dengan *step time* = 0. Maka, untuk  $t > 0$  dinamika sistem dapat ditulis sebagai persamaan (2.177). persamaan tersebut merupakan persamaan gabungan dari (2.173) – (2.176).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{st}(t) \\ \dot{\xi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{st}(t) \\ \xi(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u_{cc}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(t) \quad (2.177)$$

Diinginkan sistem pada persamaan (2.177) stabil asimtotik sehingga  $x_{st}(\infty), \xi(\infty)$  dan  $u_{cc}(\infty)$  mendekati nilai konstan. Pada kondisi *steady state*  $\dot{\xi}(t) = 0$ . Sehingga diperoleh  $y_o(\infty) = r$ . Persamaan (2.178) merupakan dinamika sistem pada kondisi *steady state*.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{st}(\infty) \\ \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{st}(\infty) \\ \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u_{cc}(\infty) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty) \quad (2.178)$$

Nilai  $r(t)$  adalah konstan untuk  $t > 0$ , sehingga  $r(t) = r(\infty)$ , dengan mengurangi persamaan (2.178) terhadap persamaan (2.177), maka diperoleh persamaan (2.179):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{st_e}(t) \\ \dot{\xi}_e(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_{st_e}(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u_{cc_e}(t) \quad (2.179)$$

dengan :

$$x_{st_e}(t) = x_{st}(t) - x_{st}(\infty),$$

$$\xi_e(t) = \xi(t) - \xi(\infty),$$

$$u_{cc_e}(t) = u_{cc}(t) - u_{cc}(\infty) = -\mathbf{K}x_{st_e}(t) + k_i \xi_e(t) \quad (2.180)$$

Diasumsikan sebuah vektor *error* pada persamaan (2.181), maka dengan mensubstitusikan persamaan tersebut kedalam persamaan (2.179) akan diperoleh persamaan (2.182):

$$\tilde{e}_{cs}(t) = \begin{bmatrix} x_{st_e}(t) \\ \xi_e(t) \end{bmatrix} \quad (2.181)$$

$$\dot{\tilde{e}}_{cs} = \tilde{\mathbf{A}}_{cs} \tilde{e}_{cs} + \tilde{\mathbf{B}}_{cs} u_{cc_e} \quad (2.182)$$

dengan:

$$\tilde{\mathbf{A}}_{cs} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{B}}_{cs} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$u_{cc_e} = -\tilde{\mathbf{K}} \tilde{e}_{cs}, \quad \tilde{\mathbf{K}} = [\mathbf{K} \quad \vdots \quad -k_i] \quad (2.183)$$

Gain kontroler  $\tilde{\mathbf{K}}$  dapat ditentukan dengan metode kontrol optimal, yaitu dengan metode optimisasi *Linear Quadratic* (LQ). Metode ini digunakan untuk mencari nilai *gain*  $\tilde{\mathbf{K}}$ , sehingga dapat meminimumkan indeks performa pada persamaan (2.184):

$$J = \int_0^{\infty} (\tilde{\mathbf{e}}_{cs}^T \mathbf{Q} \tilde{\mathbf{e}}_{cs} + \mathbf{u}_{cc_e}^T \mathbf{R} \mathbf{u}_{cc_e}) \quad (2.184)$$

dengan  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  adalah matriks simetris definit positif yang ditentukan. Matriks ini merupakan matriks pembobot dari indeks performa pada persamaan (2.184). penentuan matriks  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  dapat ditentukan dengan cara *trial and error*.

## 2.6 Metode *State Dependent-Linear Quadratic Tracking*

Seluruh metode kontrol nonlinier dengan penerapan rentang rendah menggunakan teknik linierisasi lokal untuk memodelkan sebuah *plant*. Meskipun teknik ini menghasilkan permodelan yang sederhana, tetapi proses linierisasi yang terjadi harus sangat sering dilakukan agar sistem tidak meninggalkan wilayah linierisasi yang sangat kecil selama operasi berlangsung. Metode kontrol yang lebih maju seperti kontrol adaptif dan *Gain Scheduling* menggunakan linierisasi global yang lebih kompleks.

Pendekatan *State Dependent - Linear Quadratic Tracking* (SD-LQT) atau yang lebih dikenal *State Dependent Riccati Equation* (SDRE) menggunakan linierisasi semi - global untuk mengkompromi permasalahan aplikasi dan kompleksitas yang terjadi. Kedua permasalahan tersebut ditangani oleh pendekatan dari metode SD-LQT karena metode ini berhubungan dengan metode *Linear Quadratic Tracking* (LQT).

### 2.6.1 *Linear Quadratic Tracking* (LQT)

Konsep optimasi sistem kontrol mengkompromikan pemilihan indeks peformansi dan hasil desai dalam batas- batas kendala fisik. Perumusan indeks performansi berdasarkan persyaratan permasalahan, dan umumnya tidak hanya mencakup persyaratan performansi, tetapi juga batasan-batasan bentuk pengaturan yang menjamin keandalan fisik. Persyaratan yang harus dipenuhi biasanya disebut sebagai spesifikasi performansi. Hal ini berkaitan dengan kestabilan mutlak, ketelitian, kestabilan relatif, dan kecepatan respon.

Di samping kestabilan mutlak, sistem kontrol harus memiliki kestabilan relatif yang layak. Jadi kecepatan respon harus cukup cepat dan menunjukkan peredaman yang layak. Suatu sistem kontrol harus dapat memperkecil kesalahan sampai nol atau batas yang dapat ditoleransi. Persyaratan kestabilan relatif yang layak dan ketelitian keadaan *steady state*, cenderung tidak dapat dipenuhi secara bersama-sama. Oleh karena itu, dalam mendesain sistem kontrol, dilakukan kompromi yang paling efektif diantara kedua persyaratan tersebut.

Indeks performansi adalah ukuran kuantitatif performansi dari sistem dan dipilih sehingga penekanan diberikan pada spesifikasi sistem yang dipentingkan, misalnya kesalahan dan sinyal aksi. Indeks performansi pasti berupa angka yang bernilai positif atau nol. Sistem kontrol terbaik didefinisikan sebagai sistem yang memiliki indeks performansi yang minimal. Desain kontrol optimal akan dilakukan melalui formulasi *variable state*. Pada dasarnya, solusi kontrol optimal dititikberatkan pada pencarian nilai sinyal kontrol yang optimal  $u_{cc}(t)$  sehingga indeks performansi dioptimasi. *Linear Quadratic Tracking* merupakan salah satu metode kontrol optimal yang dikembangkan pada *plant* linier untuk mengatasi permasalahan *tracking*. Diketahui suatu *plant* dengan persamaan berikut :

$$\dot{x}_{st}(t) = \mathbf{A}(t)x_{st}(t) + \mathbf{B}u_{cc}(t) \quad (2.185)$$

$$y_o(t) = \mathbf{C}(t)x_{st}(t) \quad (2.186)$$

Sinyal referensi dimodelkan dalam bentuk *state space*, yaitu:

$$\dot{z}_{st}(t) = \mathbf{F}z_{st}(t) \quad (2.187)$$

$$\tilde{y}_o(t) = \mathbf{H}z_{st}(t) \quad (2.188)$$

permasalahan dalam desain sistem kontrol dengan umpan balik *state* adalah menjaga *state* sistem pada nilai yang diinginkan. Apabila harga keluaran awal tidak nol, maka masukannya harus ditentukan agar keluarannya menjadi nol. Permasalahannya adalah menentukan hukum kontrol sehingga vektor kontrol memiliki kemampuan mengurangi kondisi awal sistem menuju nol secara cepat. Agar dapat membuat sistem pada persamaan (2.185) dalam keadaan optimal, maka dipilih vektor  $u_{cc}(t)$  sedemikian rupa sehingga indeks performansi yang diberikan adalah minimum. Adapun indeks performansi kuadratik secara matematis dinyatakan sebagai berikut:

$$J = \int_0^{\infty} (e^T(t) \mathbf{Q} e(t) + u_{cc}^T(t) \mathbf{R} u_{cc}(t)) dt \quad (2.189)$$

dimana,  $e(t) = \tilde{y}_o(t) - y_o(t)$ , maka penjabaran indeks performansi sistem pada persamaan di atas adalah

$$\begin{aligned} J &= \int_0^{\infty} ((\tilde{y}_o(t) - y_o(t))^T \mathbf{Q} (\tilde{y}_o(t) - y_o(t)) + u_{cc}^T(t) \mathbf{R} u_{cc}(t)) dt \\ &= \int_0^{\infty} ((\tilde{y}_o(t)^T - y_o(t)^T) \mathbf{Q} (\tilde{y}_o(t) - y_o(t)) + u_{cc}^T(t) \mathbf{R} u_{cc}(t)) dt \\ &= (y_o(t)^T \mathbf{Q} y_o(t) - y_o(t)^T \mathbf{Q} \tilde{y}_o(t) - \tilde{y}_o(t)^T \mathbf{Q} y_o(t) + \tilde{y}_o(t)^T \mathbf{Q} \tilde{y}_o(t) \\ &\quad + u_{cc}^T(t) \mathbf{R} u_{cc}(t)) dt \\ &= (x_{st}(t)^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} x_{st}(t) - x_{st}(t)^T \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} z_{st}(t) \\ &\quad - z_{st}^T(t) \mathbf{H}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} x_{st}(t) + z_{st}^T(t) \mathbf{H}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} z_{st}(t)) \\ &\quad + u_{cc}^T(t) \mathbf{R} u_{cc}(t)) dt \\ J &= \int_0^{\infty} ([x_{st}(t) \quad z_{st}(t)] \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} & -\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} \\ -\mathbf{H}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} & \mathbf{H}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{st}(t) \\ z_{st}(t) \end{bmatrix} \\ &\quad + u_{cc}^T(t) \mathbf{R} u_{cc}(t)) dt \end{aligned} \quad (2.190)$$

Sehingga didapatkan matriks  $\mathbf{Q}$  dan

$$\tilde{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} & -\mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} \\ -\mathbf{H}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} & \mathbf{H}^T \mathbf{Q} \mathbf{H} \end{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}} = \mathbf{R} \quad (2.191)$$

Penentuan hukum kontrol optimal untuk sistem dengan indeks performansi tersebut memiliki arti praktis bahwa sistem menghitung *error* dan energi kontrol yang diminimumkan. Di samping meninjau *error* sebagai ukuran performansi sistem, juga memperhatikan energi yang diperlukan dalam aksi pengontrolan. Jika kesalahan diminimalkan tanpa memperhatikan energi yang diperlukan, maka suatu sistem kontrol akan memerlukan harga sinyal kontrol yang terlalu besar. Hal ini tidak diinginkan karena setiap sistem fisik akan mengalami saturasi. Saturasi pada

aktuator dapat mengakibatkan kerusakan. Dengan demikian, kondisi optimal sistem, meminimumkan energi yang dinyatakan dengan bentuk kuadrat linier dari sinyal kontrol.

Kondisi optimal selanjutnya, meminimumkan *error* yang dinyatakan dengan bentuk kuadrat linier dari variabel *state*. Pendekatan SDRE dapat dikatakan sebagai pengembangan dari LQR. Metode ini menghasilkan kontroler nonlinier suboptimal, seperti saat menggunakan persamaan Riccati untuk memperkirakan solusi dari permasalahan kontrol optimal daripada menyelesaikan persamaan Hamilton-Jacobi (*Hamilton-Jacobi Equation/ HJE*).

### 2.6.2 Kontroler SDRE-LQT

Salah satu keuntungan dari metode SDRE adalah adanya proses kontroler yang berkelanjutan secara sistematis. Hal ini yang harus diperhatikan sebagai kemiripan antara pendekatan SDRE dan LQT. SDRE memulai dengan model persamaan *input* nonlinier sesuai dengan persamaan:

$$\dot{x}_{st} = f(x_{st}) + g(x_{st}) \quad (2.192)$$

dengan persamaan indeks performa:

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x_{st}^T \mathbf{Q}(x_{st}) x_{st} + u_{cc}^T \mathbf{R}(x_{st}) u_{cc}) dt \quad (2.193)$$

dengan :

$$x \in \mathbf{R}^n, u_c \in \mathbf{R}^m,$$

$$f(x) \in \mathbf{C}^k, g(x) \in \mathbf{C}^k, \mathbf{Q}(x) \in \mathbf{C}^k, \mathbf{R}(x) \in \mathbf{C}^k, k \geq 1,$$

$$\mathbf{Q}(x) = \mathbf{C}^T(x) \mathbf{C}(x) \geq 0, \text{ dan } \mathbf{R}(x) > 0 \text{ untuk semua } x,$$

dan diasumsikan bahwa  $f(0) = 0$  dan  $g(x) \neq 0$  untuk semua  $x$ .

Solusi dari masalah ini setara dengan penyelesaian dengan menggunakan HJE. Namun, karena menyelesaikan permasalahan non-linier menggunakan HJE sangat sulit dilakukan, oleh karena itu digunakanlah pendekatan SDRE-LQT. Langkah-langkah perancangan sistem kontrol SDRE dapat dijelaskan sebagai berikut:

- a. Mengubah persamaan nonlinier pada Persamaan (2.192) menjadi bentuk *State Dependent Coefficient* (SDC). Bentuk SDC ini akan menghasilkan persamaan *state space* dengan matriks *state*  $\mathbf{A}(x_{st})$  dan  $\mathbf{B}(x_{st})$  yang *dependent* (masih mengandung *variable state*) sehingga nilai matriks akan terus berubah-ubah sesuai perubahan *state*. Selama simulasi berlangsung nilai matriks  $\mathbf{A}(x_{st})$  dan  $\mathbf{B}(x_{st})$  akan terus berubah hingga menghasilkan matriks yang konstan pada periode waktu tertentu.
- b. Menentukan matriks pembobot  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$ . Pemilihan nilai pembobot  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  digunakan untuk menentukan performansi dari keseluruhan sistem yang diharapkan dapat menghasilkan sinyal kontrol  $u_{cc}$  yang optimal. Nilai pembobot  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  dapat merupakan nilai yang tetap atau berubah ubah menggunakan metode *trial and error* atau berdasar perubahan *state*.
- c. Menyelesaikan persamaan SDRE berikut :

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T(x_{st}) \mathbf{P}(x_{st}) + \mathbf{P}(x_{st}) \mathbf{A}(x_{st}) & \quad (2.194) \\ - \mathbf{P}(x_{st}) \mathbf{B}(x_{st}) \mathbf{R}^{-1}(x_{st}) \mathbf{B}^T(x_{st}) \mathbf{P}(x_{st}) & \\ + \mathbf{C}^T(x_{st}) \mathbf{Q}(x_{st}) \mathbf{C}(x_{st}) = 0 & \end{aligned}$$

Penyelesaian ini digunakan untuk memperoleh matriks *Riccati*  $\mathbf{P}(x_{st})$  dengan bantuan matriks  $\mathbf{A}(x_{st})$ ,  $\mathbf{B}(x_{st})$  dan matriks pembobot  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$ , karena nilai matriks  $\mathbf{A}(x_{st})$  dan  $\mathbf{B}(x_{st})$  berubah-ubah, maka nilai  $\mathbf{P}(x_{st})$  juga mengikuti perubahan tersebut. Oleh karena itu matriks  $\mathbf{P}(x_{st})$  bukan merupakan konstanta melainkan berupa variabel yang berubah tergantung pada *state* yang kemudian disebut bersifat *dependent* terhadap *state*. Persamaan inilah yang kemudian disebut persamaan Riccati yang *state dependent* ,langkah selanjutnya menghitung nilai sinyal kontrol  $u_{cc}$ :

$$u_{cc} = -\mathbf{K}x_{st} \quad (2.195)$$

dengan,

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}(x_{st})\mathbf{B}^T(x_{st})\mathbf{P}(x_{st}) \quad (2.196)$$

### 2.6.3 Parameterisasi State Dependent Coefficient (SDC)

Pada pendekatan SDRE, sinyal kontrol  $u_{cc}$  juga merupakan sinyal umpan balik seperti pada LQR, tetapi umpan balik pada SDRE bergantung pada solusi dari SDRE itu sendiri. Metode ini disebut parameterisasi SDC, yaitu proses memfaktorkan sistem nonlinier menjadi semi linier dengan matriks *state* yang *dependent* seperti pada persamaan:

$$\dot{x}_{st} = \mathbf{A}(x_{st})x_{st} + \mathbf{B}(x_{st})u_{cc} \quad (2.197)$$

dimana,  $f(x) = \mathbf{A}(x_{st})x_{st}$  dan  $\mathbf{B}(x_{st}) = g(x)$ . Persamaan ini dikenal sebagai persamaan *State Dependent Coefficient* (SDC). Perhatikan bahwa matriks  $\mathbf{A}(x_{st})$  dan  $\mathbf{B}(x_{st})$  merupakan fungsi *state* dari *plant*, dan kemudian menjadi koefisien dalam persamaan *Riccati*.

Perlu diingat bahwa parameter SDC tidaklah unik, tetapi memiliki kemungkinan mempunyai banyak matriks. Selain itu, penggunaan suatu parameter tertentu tidak menjamin suatu sistem dapat diselesaikan dengan menggunakan pendekatan SDRE dengan asumsi bahwa *stable* dan *detectable* mungkin dilanggar, Meskipun teori dalam menentukan parameter telah ada, tetapi tidak menutup kemungkinan terjadi kesalahan dalam penentuan parameter.

#### 2.6.4 Algebraic Riccati Equation (ARE)

*Algebraic Riccati Equation* (ARE) merupakan hal utama dalam metode LQR. Terdapat juga *Continuous-time Algebraic Riccati Equation* (CARE) yang dapat dituliskan pada Persamaan (2.198).

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{P} \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P} + \mathbf{C}^T \mathbf{Q} \mathbf{C} = 0 \quad (2.198)$$

dimana  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{n \times m}$ ,  $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ , dan  $\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{m \times m}$  konstan.

Jika Persamaan (2.198) dibentuk menjadi matriks *Hamiltonian*, maka akan seperti Persamaan (2.199).

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \\ -\mathbf{Q} & -\mathbf{A}^T \end{pmatrix} \quad (2.199)$$

Matriks *Hamiltonian* memiliki *eigen value* yang simetris terhadap sumbu imajiner, jadi untuk melihatnya, perlu diketahui bahwa  $\mathbf{J}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{J} = -\mathbf{J} \mathbf{M} \mathbf{J} = -\mathbf{M}^T$ , dimana:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{I} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.200)$$

dengan demikian, jika  $\lambda$  merupakan *eigen value* dari  $\mathbf{M}$ , begitu juga dengan  $-\lambda$ . Matriks *Hamiltonian* dapat digunakan untuk perhitungan numerik dari penyelesaian CARE. CARE memiliki beberapa solusi karena merupakan sebuah matriks persamaan kuadrat yang simetris terhadap matriks  $\mathbf{P}$ .

### 2.6.5 Pemilihan Matriks $\mathbf{Q}$ dan $\mathbf{R}$

Matriks pembobot  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  menentukan hasil dari persamaan Riccati (Persamaan (2.198)). Desain parameter untuk matriks pembobot dapat berpengaruh pada keseluruhan performansi sistem. Pemilihan harga matriks  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  berfungsi untuk meminimumkan IP. Meskipun tidak ada metode khusus untuk menentukan kedua matriks pembobot ini, terdapat beberapa prosedur untuk memilih nilai matriks pembobot  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  yang tepat.

Matriks  $\mathbf{Q}$  merupakan koefisien pembobot yang digunakan untuk menentukan lebar area *state*, sedangkan matriks  $\mathbf{R}$  digunakan untuk menentukan lebar area sinyal kontrol  $u_{cc}$ . Secara umum penentuan matriks pembobot  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  berpedoman pada:

- a. Semakin besar harga matriks  $\mathbf{Q}$ , maka akan memperbesar harga elemen matriks sinyal kontrol dan mempercepat sistem mencapai *steady state*.
- b. Semakin besar harga matriks  $\mathbf{R}$ , maka akan memperkecil harga elemen matriks sinyal kontrol dan memperlambat sistem mencapai *steady state*.

Tetapi perlu diperhatikan bahwa apabila sinyal kontrol terlalu besar dapat menyebabkan saturasi pada peralatan aktuator. Oleh karena itu, kedua matriks ini harus ditentukan agar *state* dan *input* dibatasi sehingga tidak terlalu besar (berdasar *physical constraints*, dll). Beberapa prosedur yang dapat digunakan dalam pemilihan matriks  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  adalah:

- a. Pilih matriks  $\mathbf{R}$  berupa matriks diagonal untuk mempermudah perhitungan. Pemberian matriks pembobot  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  dalam bentuk diagonal akan mempermudah perhitungan karena dengan demikian akan didapatkan batas tiap variabe yang independen terhadap satu sama lain.
- b. Jika tidak ingin memeberikan nilai yang terlalu tinggi pada variable *state* atau kontrol *input*, maka matriks pembobot harus memiliki nilai yang tinggi.

- c. Pilih matrik  $Q$  dan  $R$  diagonal. Untuk mempercepat respon, pilih seluruh faktor konstan, tetapi akan membutuhkan kontrol yang lebih tinggi.
- d. Matriks  $Q$  semi definit positif dan  $R$  harus matriks definit positif.

## BAB 3

### PERANCANGAN SISTEM

Pada bab ini akan dibahas bagaimana cara perancangan dinamika AUV dalam bentuk matrik agar dapat disimulasikan menggunakan *software* matlab, perancangan dinamika AUV dengan memasukkan *ocean current* dan perancangan keseluruhan sistem kontrol dari model nonlinear dalam bentuk matrik tersebut dan penambahan *ocean current*.

#### 3.1 Perancangan Dinamika AUV

Pada tahap perancangan dinamika AUV dilakukan dengan cara memodelkan persamaan (2.1) dan (2.2) dalam bentuk matrik. Pemodelan ini bertujuan untuk mengetahui dinamika AUV, sehingga dapat mempermudah dalam perancangan kontroler. Langkah pertama adalah dengan mensubstitusikan persamaan gerak pada Persamaan (2.67) sampai (2.72) dengan persamaan gaya dan momen eksternal pada Persamaan (2.133). selanjutnya, komponen percepatan linear dan angular serta kecepatan linear dan angular pada kerangka sumbu bumi yang dinotasikan dengan  $(\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, p, \dot{q}, \dot{r}, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi})$  pada persamaan (2.67) sampai (2.72) dan (2.133) dibawa ke ruas kiri dan sisanya dikumpulkan ke ruas kanan, maka persamaan tersebut menjadi persamaan (3.1) sampai dengan (3.12).

$$(m - X_{\dot{u}})\dot{u} - my_G\dot{r} + mz_G\dot{q} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} &= -m[-vr + wq - x_G(q^2 + r^2) + y_Gpq + z_Gpr] \\ &+ X_{HS} + X_{u|u}|u| + X_{uv}uv + X_{uw}uw \\ &+ X_{v|v}|v| + X_{vr}vr \\ &+ X_{w|w}|w| + X_{wq}wq + X_{qq}qq + X_{rr}rr + X_{prop} \end{aligned}$$

$$(m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - mz_G\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} \quad (1.2)$$

$$\begin{aligned} &= -m[-wp + ur - y_G(r^2 + p^2) + z_Gqr + x_Gqp] \\ &+ Y_{HS} + Y_{uu}\delta_r u^2(\delta_{r_{top}} + \delta_{r_{bottom}}) + Y_{ur}ur + Y_{uv}uv \\ &+ Y_{v|v}|v| + Y_{wp}wp + Y_{pq}pq \end{aligned}$$

$$(m - Z_{\dot{w}})\dot{w} + my_G\dot{p} - (Z_{\dot{q}} + mx_G)\dot{q} \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} &= -m[uq + vp - z_G(p^2 + q^2) + x_Grp + y_Grq] \\ &+ Z_{HS} + Z_{uu}\delta_s u^2(\delta_{sright} + \delta_{sleft}) + Z_{uw}uw \\ &+ Z_{w|w}|w|w| + Z_{uq}uq + Z_{vp}vp + Z_{rp}rp \end{aligned}$$

$$(I_{xx} - K_{\dot{p}})\dot{p} - mz_G\dot{u} - my_G\dot{w} \quad (1.4)$$

$$\begin{aligned} &= -(I_{zz} - I_{yy})qr \\ &- m[y_G(-uq + vp) - z_G(-wp + ur)] + K_{HS} \\ &+ K_{uu}\delta_r(-\delta_{rtop} + \delta_{rbottom}) \\ &+ K_{uu}\delta_s(-\delta_{sright} + \delta_{sleft}) + K_{prop} \end{aligned}$$

$$I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp + m[z_G(\dot{u} - vr + wq) - x_G(\dot{w} - uq + vp)] \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned} &= M_{HS} + M_{uu}\delta_s u^2 \delta_s + M_{uw}uw + M_{uq}uq + M_{vp}vp \\ &+ M_{\dot{w}}\dot{w} + M_{\dot{q}}\dot{q} + M_{rp}rp \end{aligned}$$

$$(I_{zz} - N_{\dot{r}}\dot{r}) - my_G\dot{u} + (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} \quad (1.6)$$

$$\begin{aligned} &= -(I_{yy} - I_{xx})pq \\ &+ m[x_G(-wp + ur) - y_G(-vr + wq)] + N_{HS} \\ &+ N_{uu}\delta_r u^2 \delta_r + N_{ur}ur + N_{uv}uv + N_{wp}wp + N_{pq}pq \end{aligned}$$

$$\dot{x} = c\psi c\theta u - s\psi c\phi v + c\psi s\theta s\phi v + s\psi s\phi w + c\psi c\phi s\theta w \quad (1.7)$$

$$\dot{y} = s\psi c\theta u + c\psi c\theta v + s\phi s\theta s\psi v - c\psi s\phi w + s\theta s\psi c\phi w \quad (1.8)$$

$$\dot{z} = -s\theta u + c\theta s\phi v + c\theta c\phi w \quad (1.9)$$

$$\dot{\phi} = p + s\phi t\theta q + c\psi s\theta s\phi q + c\phi t\theta r \quad (1.10)$$

$$\dot{\theta} = c\phi q - s\phi r \quad (1.11)$$

$$\dot{\theta} = c\phi q - s\phi r \quad (1.12)$$

Ruas kiri pada persamaan (3.1) sampai (3.12) jika dituliskan dalam bentuk matriks  $Q_Q \in R^{12 \times 12}$ , maka dapat dilihat pada persamaan (3.13).

$$Q_Q = \begin{bmatrix} a_{ud} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_{qd} & 0 & a_{rd} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{vd} & 0 & 0 & 0 & c_{pd} & 0 & 0 & 0 & c_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{wd} & 0 & d_{pd} & 0 & d_{qd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{vd} & 0 & f_{wd} & 0 & f_{pd} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ h_{ud} & 0 & 0 & 0 & h_{wd} & 0 & 0 & 0 & h_{qd} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ j_{ud} & 0 & j_{vd} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j_{rd} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Maka persamaan matriks  $Q_Q$  diatas dapat ditulis juga:

$$Q_Q = \begin{bmatrix} a_{ud} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

dengan,

$$a_{ud} = m - X_{\dot{u}},$$

$$a_{qd} = mz_G,$$

$$a_{rd} = -my_G,$$

$$c_{vd} = m - Y_{\dot{v}},$$

$$c_{pd} = -mz_G,$$

$$c_{rd} = mx_G - Y_{\dot{r}},$$

$$e_{wd} = m - Z_{\dot{w}},$$

$$e_{pd} = my_G,$$

$$e_{qd} = -mx_G - Z_{\dot{q}},$$

$$g_{vd} = -mz_G,$$

$$g_{wd} = my_G,$$

$$g_{pd} = I_{xx} - K_{\dot{p}},$$

$$i_{ud} = mz_G,$$

$$i_{wd} = -mx_G - M_{\dot{w}},$$

$$i_{qd} = I_{yy} - M_{\dot{q}},$$

$$k_{ud} = -my_G,$$

$$k_{vd} = mx_G - N_{\dot{v}},$$

$$k_{rd} = I_{zz} - N_{\dot{r}}.$$

Sedangkan ruas kanan persamaan (3.1) sampai (3.12) dapat dinyatakan dalam bentuk matriks  $P \in R^{12 \times 12}$  dan  $R_b \in R^{12 \times 12}$  yang dapat dilihat pada persamaan (3.15) dan (3.16).

$$P = \begin{bmatrix} a_u & 0 & a_v & 0 & a_w & 0 & 0 & 0 & a_q & 0 & a_r & 0 \\ b_u & 0 & b_v & 0 & b_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_v & 0 & 0 & 0 & c_p & 0 & c_q & 0 & c_r & 0 \\ d_u & 0 & d_v & 0 & d_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e_w & 0 & e_p & 0 & e_q & 0 & 0 & 0 \\ f_u & 0 & f_v & 0 & f_w & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & g_p & 0 & g_q & 0 & g_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_p & 0 & h_q & 0 & h_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i_w & 0 & i_p & 0 & i_q & 0 & i_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & j_q & 0 & j_r & 0 \\ 0 & 0 & k_v & 0 & 0 & 0 & k_p & 0 & k_q & 0 & k_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & l_q & 0 & l_r & 0 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

$$R_b = \begin{bmatrix} X_{prop} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2Y_{uu\delta_r}u^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2Z_{uu\delta_s}u^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -(K_{uu\delta_r} + K_{uu\delta_s}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{uu\delta_s}u^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{uu\delta_r}u^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} u_c \quad (1.16)$$

Dengan,

$$\begin{aligned}
a_u &= X_{u|u}u|u| + \frac{X_{HS}}{u}, \\
a_v &= X_{uv}u + X_{v|v}|v|, \\
a_w &= X_{uw}u + X_{w|w}|w|, \\
a_q &= -mw + mx_Gr - my_Gp + X_{wq}w + X_{qq}q, \\
a_r &= mv + mx_Gr - z_Gp + X_{vr}v + X_{rr}r, \\
b_u &= c\psi c\theta, \\
b_v &= -s\psi c\phi + c\psi s\theta s\phi, \\
b_w &= s\psi s\phi + c\psi c\phi s\theta, \\
c_v &= \frac{Y_{HS}}{v} + Y_{uv}u + Y_{v|v}|v|, \\
c_p &= mw + my_Gp + mx_Gq + y_{wp}w, \\
c_q &= y_{pq}p, \\
c_r &= -mu + my_Gr - mz_Gq + y_{ur}u, \\
d_u &= s\psi c\theta, \\
d_v &= c\psi c\theta + s\phi s\theta s\psi, \\
d_w &= -c\psi s\phi + s\theta s\psi c\phi, \\
e_w &= \frac{Z_{HS}}{w} + Z_{uw}u + Z_{w|w}|w|, \\
e_p &= -mv + mz_Gp - mx_Gr + Z_{vp}v + Z_{rp}r, \\
e_q &= mu - mz_Gq - my_Gr + Z_{uq}u, \\
f_u &= -s\theta, \\
f_v &= c\theta s\phi, \\
f_w &= c\theta c\phi, \\
g_p &= -my_Gv - mz_Gw + \frac{K_{HS}}{p} + \frac{K_{prop}}{p},
\end{aligned}$$

$$g_q = my_G u,$$

$$g_r = -(I_{zz} - I_{yy})q + mz_G u,$$

$$h_p = 1,$$

$$h_q = s\phi t\theta,$$

$$h_r = c\phi t\theta,$$

$$i_w = M_{uw}uw,$$

$$i_p = -(I_{xx} - I_{zz})r + mx_G v + \frac{M_{HS}}{p}M_{vp}v + M_{rp}r,$$

$$i_q = -mz_G w - mx_G u + M_{uq}u,$$

$$i_r = mz_G v,$$

$$j_q = c\phi,$$

$$j_r = -s\phi,$$

$$k_v = N_{uv}u,$$

$$k_p = mx_G w + \frac{N_{HS}}{p}N_{wp}w,$$

$$k_q = -(I_{yy} - I_{xx})p + my_G w + M_{pq}p,$$

$$k_r = mx_G u - my_G v + N_{ur}u,$$

$$l_q = \frac{s\phi}{c\theta},$$

$$l_r = \frac{c\phi}{c\theta},$$

$$Q_{st} = \begin{bmatrix} u \\ x \\ v \\ y \\ w \\ z \\ p \\ \phi \\ q \\ \theta \\ r \\ \psi \end{bmatrix}$$

$$u_c = \begin{bmatrix} Thrust \\ \delta_r \\ \delta_s \\ D\delta_s \end{bmatrix}.$$

Sehingga *surge, sway, heave, roll, pitch* dan *yaw* dapat dinyatakan dalam Persamaan (3.17).

$$\begin{bmatrix} \dot{u} & \dot{x} & \dot{v} & \dot{y} & \dot{w} & \dot{z} & \dot{p} & \dot{\phi} & \dot{q} & \dot{\theta} & \dot{r} & \dot{\psi} \end{bmatrix}^T = Q_Q^{-1} P Q_{st} + Q_Q^{-1} R_b u_c \quad (1.17)$$

Selanjutnya pada Persamaan (3.17) dimasukan nilai parameter dari *plant* yang di tunjukkan dalam Tabel 3.1. Sedangkan, koefisien *Hydrodynamic* kapal lebih lengkap dapat dilihat pada Lampiran A.

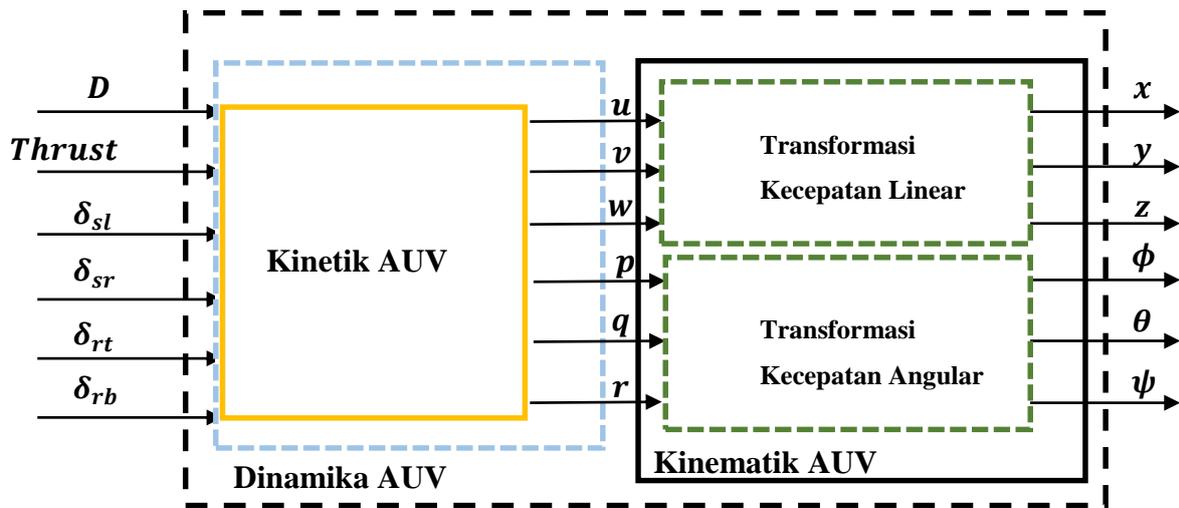
**Tabel 1.1** Parameter *Plant* AUV [23].

Parameter	Simbol	Nilai	Unit
<i>Massa</i>	$m$	18.826	$k_g$
<i>Momen Massa</i>	$I_{xx}$	0.0727	$k_g m^2$
	$I_{yy} = I_{zz}$	1.77	$k_g m^2$
<i>Panjang</i>	$L$	1.391	$m$
<i>Radius Lambung</i>	$R$	0.076	$m$
<i>Jarak fin dari <math>C_b</math></i>	$x_{fin}$	0.537	$m$
<i>Lokasi Pusat Massa</i>	$[x_G, y_G, z_G]$	[-0.012, 0, 0.0048]	$m$

Persamaan (3.17) menghasilkan percepatan *linier* dan *anguler* dari AUV ( $\dot{u}$ ,  $\dot{v}$ ,  $\dot{w}$ ,  $\dot{p}$ ,  $\dot{q}$ ,  $\dot{r}$ ), oleh karena itu, data percepatan tersebut Selanjutnya dapat digunakan untuk mendapatkan kecepatan dari AUV ( $u, v, w, p, q, r$ ). Data

kecepatan AUV dapat diperoleh dengan cara mengintegrasikan Persamaan (3.17) tersebut (jika pada *real plant* data tersebut diambil dari proses estimasi nilai sensor IMU) dan data Posisi dari AUV relatif terhadap sumbu bumi ( $x, y, z, \phi, \theta, \psi$ ) dapat diperoleh dengan cara mengintegrasikan matrik transformasi yang telah dijelaskan pada bab sebelumnya, yaitu pada Persamaan (2.18) dan (2.24).

AUV yang digunakan dalam penelitian ini memiliki aktuator yang terdiri dari *propeller*, *rudder* (*top* dan *bottom*) dan *stern* (*right* dan *left*). AUV memiliki kecepatan yang tetap, sehingga nilai dari parameter *propeller thrust* ( $X_{prop}$ ) dan *torque* ( $K_{prop}$ ) juga bernilai tetap. Setiap pergerakan dari AUV akan menghasilkan perubahan posisi sudut *roll*, *pitch* dan *yaw*. Perubahan sudut tersebut bergantung terhadap perubahan defleksi *rudder top* ( $\delta_{rt}$ ), *rudder bottom* ( $\delta_{rb}$ ), *stern right* ( $\delta_{sr}$ ) dan *stern left* ( $\delta_{sl}$ ). Deskripsi model dinamika AUV dapat ditunjukkan pada Gambar 3.1.

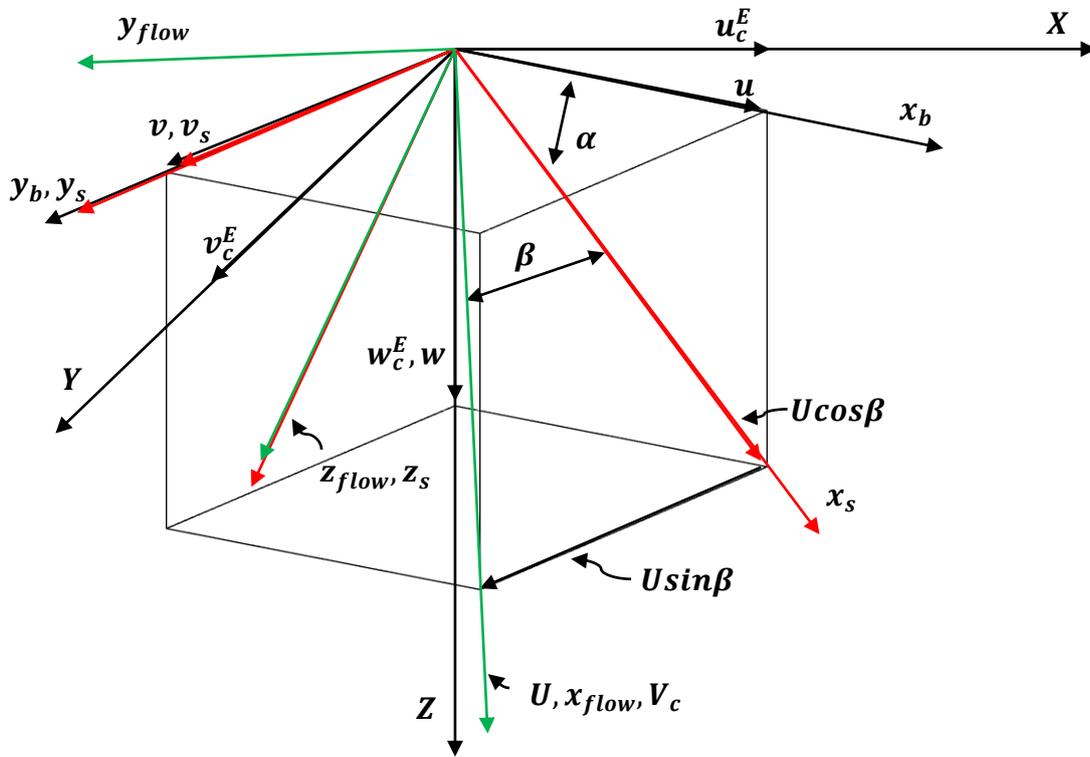


Gambar 1.1 Model AUV.

### 3.2 Perancangan Dinamika AUV dengan *Ocean Current*

Perancangan dinamika AUV dengan memasukkan *ocean current* dibutuhkan dalam merancang sistem kontrol karena mempengaruhi *state* kecepatan dari AUV. *Ocean current* sendiri merupakan gaya eksternal yang mempengaruhi AUV. Deskripsi *ocean current* pada penelitian ini digambarkan dengan pendekatan

sistem koordinat *body* dari *ocean current* yang bergerak relatif terhadap sumbu bumi seperti pada gambar 3.2.



**Gambar 1.2** Deskripsi hubungan antara sumbu *body* AUV, sumbu *stability*, sumbu *flow* air dan sumbu *ocean current*.

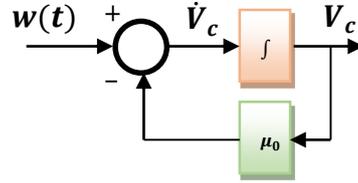
Dalam mendeskripsikan orientasi gerak sumbu *ocean current* pada gambar 3.2 dapat dihitung dengan menggunakan perhitungan transformasi sumbu *flow* air pada persamaan (2.34) dan (2.35). Vektor kecepatan  $V_c$  merupakan vektor resultan *ocean current* yang terjadi di bumi akibat dari lingkungan. Pada penelitian ini, gerak vektor  $V_c$  didekati dengan persamaan differensial:

$$\dot{V}_c(t) + \mu_0 V_c(t) = w(t) \quad (1.18)$$

Sehingga persamaan (3.18) diatas menjadi :

$$\dot{V}_c(t) = -\mu_0 V_c(t) + w(t) \quad (1.19)$$

persamaan differential (3.19) jika digambarkan dalam bentuk diagram blok maka seperti pada gambar (3.3):



**Gambar 1.3** Diagram blok deskripsi *ocean current* melalui persamaan differential.

Gaya  $w(t)$  yang menggerakkan vektor  $V_c$  didekati melalui *generate zero mean Gaussian white noise* dengan varian 0.5 dan konstanta  $\mu_0$  diberi nilai 0.1, serta melalui matrik transformasi *flow*, maka vektor komponen kecepatan *ocean current*  $u_c^E$ ,  $v_c^E$  dan  $w_c^E$  pada gambar 3.2 dapat dihitung.

$$\begin{bmatrix} u_c^E \\ v_c^E \\ w_c^E \end{bmatrix} = \mathbf{R}_{y,\alpha}^T \mathbf{R}_{z,-\beta}^T \begin{bmatrix} V_c \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

dimana:

$$\mathbf{R}_{y,\alpha}^T \mathbf{R}_{z,-\beta}^T = \begin{bmatrix} c(\beta)c(\alpha) & s(\beta) & c(\beta)s(\alpha) \\ -s(\beta)c(\alpha) & c(\beta) & -s(\beta)s(\alpha) \\ -s(\alpha) & 0 & c(\alpha) \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Karena pada penelitian ini *ocean current* yang dimodelkan hanya 2 dimensi, maka *angle of attack* ( $\alpha$ ) dan vektor kompone  $w_c^E$  diabaikan, sehingga persamaan(3.20) menjadi:

$$u_c^E = V_c \cos(\beta_c) \quad (1.22)$$

$$v_c^E = V_c \sin(\beta_c) \quad (1.23)$$

Vektor komponen kecepatan *ocean current*  $u_c^E$  dan  $v_c^E$  pada persamaan (3.22) dan (3.23) merupakan vektor komponen kecepatan *ocean current* jika dipandang dalam sumbu bumi. Sudut beta *ocean current* ( $\beta_c$ ) harus dinisialisasi dalam perancangan *ocean current disturbance*. Beberapa initial pemeberian sudut ( $\beta_c$ ) yang diberikan pada penelitian ini yaitu  $\beta_c = 0.78$  rad,  $\beta_c = 0.26$  rad,  $\beta_c = -0.78$  rad dan  $\beta_c = -0.26$  rad.

Agar vektor komponen *body* dari *ocean current* dapat dihitung, maka persamaan (3.22) dan (3.23) harus ditransformasi menjadi :

$$\begin{bmatrix} u_c \\ v_c \\ w_c \end{bmatrix} = J_1^T(\phi, \theta, \psi) \begin{bmatrix} u_c^E \\ v_c^E \\ w_c^E \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Sehingga didapatkan vektor komponen kecepatan *body* dari *ocean current*  $u_c$ ,  $v_c$  dan  $w_c$ . Pada penelitian ini vektor komponen  $w_c$  diabaikan karena model *ocean current* yang digunakan hanya 2 dimensi sehingga persamaan (3.24) dapat disederhanakan menjadi:

$$\begin{bmatrix} u_c \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\psi & s\psi \\ -s\psi & c\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_c^E \\ v_c^E \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

Sehingga persamaan (3.25) jika diuraikan menjadi :

$$u_c = V_c \cos(\beta_c - \psi) \quad (1.26)$$

$$v_c = V_c \sin(\beta_c - \psi) \quad (1.27)$$

Komponen vektor kecepatan *ocean current* pada persamaan (3.26) dan (3.27) ini mempengaruhi *state* kecepatan dari AUV, sehingga vektor kecepatan  $[u \ v]^T$  sesungguhnya adalah

$$u = u_c + u_r ; v = v_c + v_r \quad (1.28)$$

Sehingga sudut beta ( $\beta$ ) yang terbentuk pada gambar 3.2 juga dapat dituliskan menjadi:

$$\beta = \beta_c + \beta_r \quad (1.29)$$

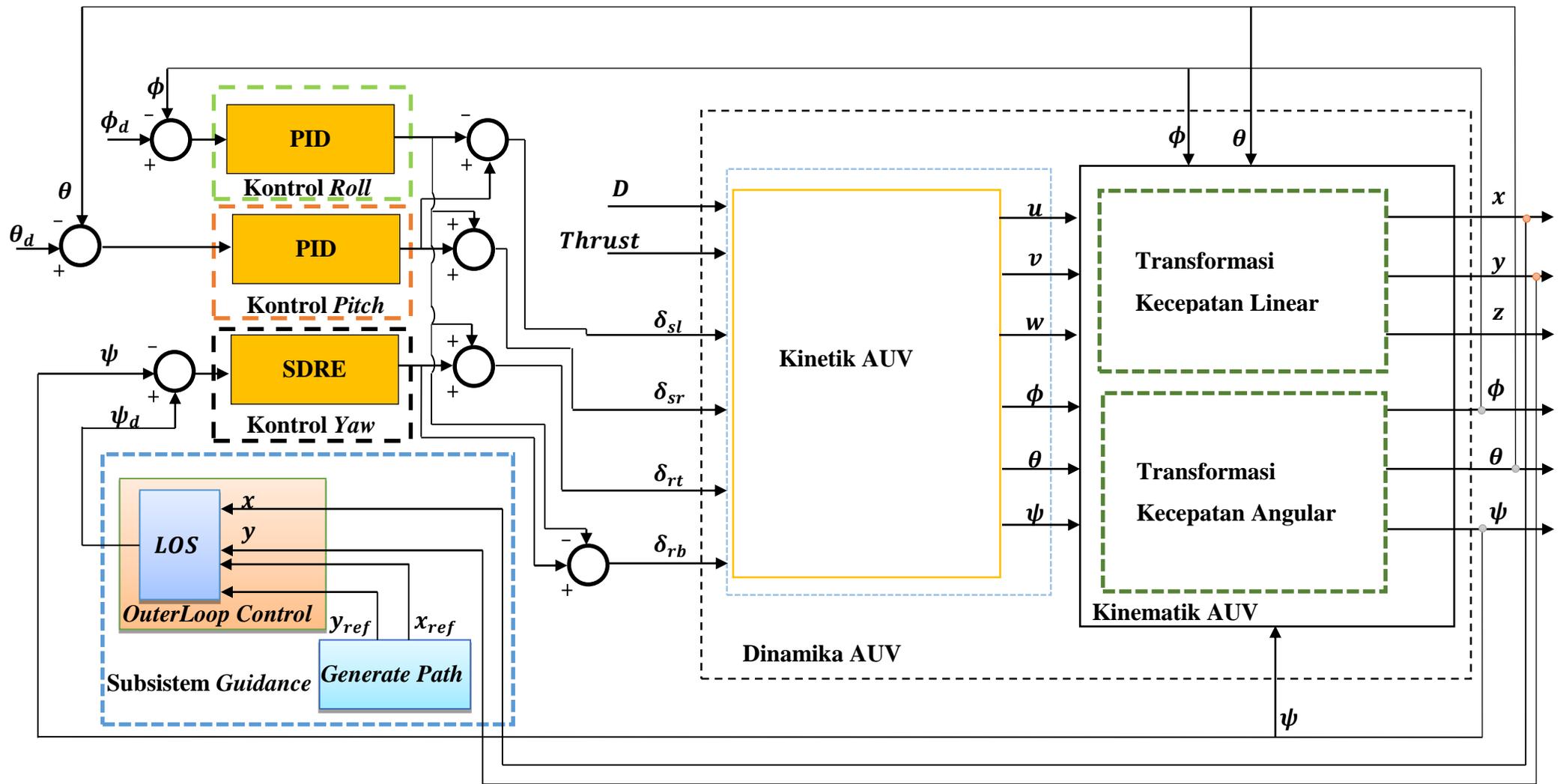
Sudut beta yang dideskripsikan pada gambar 3.2 adalah merupakan sudut beta yang sudah terpengaruh oleh *ocean current*. Oleh karena itu, vektor komponen kecepatan relatif dapat dihitung melalui persamaan (3.30).

$$u_r = u - u_c ; v_r = v - v_c \quad (1.30)$$

Vektor kecepatan relatif ini, merupakan ukuran kecepatan *body* sesungguhnya yang tidak terpengaruh oleh gaya dari *ocean current*. Komponen vektor relatif ini yang digunakan dalam memodelkan dinamika AUV, sehingga model dinamika AUV yang dijelaskan pada persamaan (3.13) sampai (3.17) komponen vektor kecepatan yang mengandung  $u$  dan  $v$  diganti dengan vektor komponen kecepatan relatif  $u_r$  dan  $v_r$ .

### 3.3 Perancangan Sistem Kontrol

Secara keseluruhan sistem kontrol AUV terdiri dari 4 sistem kontrol, yaitu sistem kontrol untuk *roll*, *pitch*, *yaw* dan *surge* akan tetapi pada penelitian ini *surge* bernilai tetap, seperti yang ditunjukkan oleh diagram blok struktur kontrol gerak AUV pada gambar 3.2. hal ini didasarkan pada model dinamika yang diperoleh yaitu dengan memperhatikan kajian pustaka agar mendukung hipotesis sistem kontrol, maka pada penelitian ini digunakan 2 *loop* kontrol, yaitu subsistem *control* (*inner loop control*) yang berfungsi sebagai kontrol *tracking* dan subsistem *guidance* berfungsi untuk menghitung nilai referensi posisi, kecepatan, dan percepatan yang diinginkan, namun pada penelitian ini referensi yang digunakan hanya berupa posisi. Perhitungan tersebut berdasarkan data yang diberikan oleh operator dan subsistem navigasi. *Outer loop control* yang terdapat pada subsistem *guidance* menggunakan algoritma geometri *line of sight* (LOS). Algoritma ini digunakan untuk menghitung nilai referensi yang telah diberikan oleh *generate function block* pada subsistem *guidance* dan data dari subsistem navigasi. Hasil perhitungan tersebut digunakan sebagai sinyal referensi *roll*, *pitch*, dan *yaw* yang diinginkan. Namun pada penelitian ini, *outer loop control* yang digunakan hanya pada orientasi *yaw*, sedangkan untuk orientasi *roll* dan *pitch* diberikan nilai referensi yang konstan yaitu 0 rad.



Gambar 1.4 Struktur Kontrol Gerak AUV.

### 3.3.1 Subsystem Guidance

Subsistem *guidance* pada penelitian ini seperti pada gambar 3.5 terdiri dari dua fungsi blok, yaitu *blok generate path* dan *outer loop control*.

Blok *generate path* pada penelitian ini digunakan untuk memberikan referensi *path*. Referensi tersebut di *generate* menggunakan *waypoint*  $\mathbf{p}_k^n = [x_k, y_k]^T$  dan  $\mathbf{p}_{k+1}^n = [x_k, y_k]^T$  yang relatif terhadap bumi  $\{n\}$ .

Blok *outer loop control* pada AUV digunakan sebagai pengaturan arah hadap. Pengaturan tersebut didasarkan pada besarnya nilai *error* antara arah hadap yang diinginkan dengan respon aktualnya ( $e = \psi_d - \psi$ ).  $\psi_d$  merupakan arah yang diinginkan berdasarkan titik tujuan  $(x_{los}, y_{los})$ .

$$\tan^{-1}\psi_d = \frac{y_{los} - y_k}{x_{los} - x_k} \quad (1.31)$$

$\mathbf{p}_{los}^n = [x_{los}, y_{los}]^T$  merupakan titik koordinat yang digunakan sebagai referensi arah hadap AUV. Ada banyak cara dalam mencari titik koordinat tersebut, namun pada penelitian ini pencarian arah hadap tersebut dicari dengan algoritma program untuk menghitung rumus *pythagoras* seperti pada persamaan (3.32).

$$[x_{los} - x(t)]^2 + [y_{los} - y(t)]^2 = R^2 \quad (1.32)$$

$R$  pada persamaan (3.32) merupakan jarak antara  $\mathbf{p}_k^n = [x_k, y_k]^T$  dengan  $\mathbf{p}^n(t) = [x(t), y(t)]^T$ . Jarak tersebut digunakan untuk menghitung titik belok kapal dan setelah melewati titik belok arah hadap baru ditentukan lagi berdasarkan  $\mathbf{p}_{k+1}^n = [x_k, y_k]^T$  dan begitu seterusnya. Namun pada penelitian ini, titik belok kapal harus ditentukan berapa meter sebelum  $\mathbf{p}_k^n = [x_k, y_k]^T$  dan  $\mathbf{p}_{k+1}^n = [x_k, y_k]^T$  karena struktur desain AUV yang digunakan pada penelitian ini *nonholonomic*. Penentuan berapa meter ini yang disebut dengan  $\mathbf{p}_{los}^n = [x_{los}, y_{los}]^T$  dan pada penelitian ini diberi jarak 6 meter sebelum  $\mathbf{p}_k^n = [x_k, y_k]^T$  dan  $\mathbf{p}_{k+1}^n = [x_k, y_k]^T$ .

Berikut adalah algoritma *generate path* dan *outer loop control* LOS:

1. Inisialisasi *waypoint*  $\mathbf{p}_k^n = [x_k, y_k]^T$  sampai  $\mathbf{p}_{k+1}^n = [x_k, y_k]^T$  yang digunakan *generate path*.

2. Untuk setiap iterasi hitung nilai *error* antara posisi  $\mathbf{p}_k^n = [x_k, y_k]^T$  dengan posisi aktual AUV  $\mathbf{p}^n = [x(t), y(t)]^T$ .
3. Tentukan titik *los*  $\mathbf{p}_{los}^n = [x_{los}, y_{los}]^T$  melalui berapa meter yang diinginkan dari *waypoint*  $\mathbf{p}_k^n = [x_k, y_k]^T$  dan  $\mathbf{p}_{k+1}^n = [x_{k+1}, y_{k+1}]^T$ .
4. Hitung nilai absolut *error* antara posisi *waypoint* dengan aktual AUV  $|e_p| = \sqrt{(x_{los} - x(t))^2 + (y_{los} - y(t))^2}$ .
5. Hitung nilai sudut *psi* ( $\psi$ ) dengan  $\psi_d = \text{atan2}(x_{los} - x(t), y_{los} - y(t))$ .

### 3.3.2 Perancangan Kontrol Roll

Kontroler yang digunakan untuk mengendalikan sudut *roll* pada penelitian ini adalah PID. Kontrol sudut ini sangat diperlukan dalam menjaga sudut *roll* tetap 0 rad, karena perubahan sedikit saja sudut *roll* mempengaruhi seluruh gerak dari AUV. Parameter kontrol PID yang diberikan adalah  $K_p = 5$ ,  $K_i = 2.5$  dan  $K_d = 5$ .

### 3.3.3 Perancangan Kontrol Pitch

Kontroler yang digunakan untuk mengendalikan sudut *pitch* pada penelitian ini adalah PID. Kontrol sudut ini sangat diperlukan dalam menjaga sudut *pitch* tetap 0 rad, karena perubahan sudut *pitch* mempengaruhi seluruh gerak dari AUV. Perancangan kontrol PID ini diturunkan dari model nonlinear AUV terhadap persamaan yang mempengaruhi sudut *pitch*. Parameter kontrol PID yang diberikan adalah  $K_p = 6000$ ,  $K_i = 10$  dan  $K_d = 2000$ .

### 3.3.4 Perancangan Kontrol SDRE

Kontroler yang digunakan dalam penelitian ini adalah *State Dependent-Linear Quadratic Tracking (SD-LQT)* yang diterapkan untuk mengendalikan sudut *yaw* dalam melaksanakan gerak *steering*. Ketika AUV melakukan gerakan *steering*, maka tidak hanya sumbu tersebut yang mengalami perubahan, namun juga menyebabkan perubahan pada sudut lainnya (*pitch* dan *roll*), dikarenakan pada *plant* ini digunakan model dengan *full state*, yaitu 12 *state* .

Kontrol yang digunakan untuk pengendalian gerak *steering* dalam penelitian ini adalah *State Dependent-Linear Quadratic Tracking (SD-LQT)*. Perancangan kontroler SDRE dapat dilihat pada Gambar (3.6). Pada perhitungan model matematis, didapatkan persamaan *state space*

seperti pada Persamaan (3.17), kemudian untuk mendapatkan persamaan( $\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$ ), didapatkan dengan cara membagi persamaan *state* dengan koefisien dari percepatan tersebut yang mengacu pada Tabel (3.1), maka didapatkan Persamaan (3.33) sampai dengan Persamaan(3.38) berikut:

$$\dot{u} = \frac{b_{11} \cdot u + b_{12} \cdot v + b_{13} \cdot w + b_{14} \cdot p + b_{15} \cdot q + b_{16} \cdot r + c_1}{a_{11} + a_{15} + a_{16}} \quad (1.33)$$

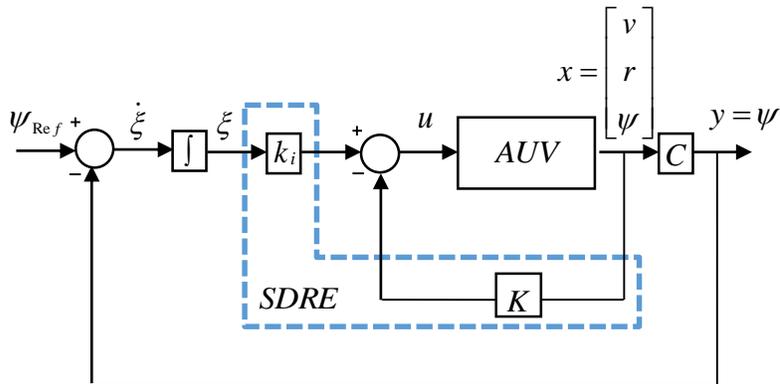
$$\dot{v} = \frac{b_{21} \cdot u + b_{22} \cdot v + b_{23} \cdot w + b_{24} \cdot p + b_{25} \cdot q + b_{26} \cdot r + c_2}{a_{22} + a_{24} + a_{26}} \quad (1.34)$$

$$\dot{w} = \frac{b_{31} \cdot u + b_{32} \cdot v + b_{33} \cdot w + b_{34} \cdot p + b_{35} \cdot q + c_3}{a_{33} + a_{34} + a_{35}} \quad (1.35)$$

$$\dot{p} = \frac{b_{41} \cdot u + b_{42} \cdot v + b_{43} \cdot w + b_{45} \cdot q + c_4}{a_{42} + a_{43} + a_{44}} \quad (1.36)$$

$$\dot{q} = \frac{b_{51} \cdot u + b_{52} \cdot v + b_{53} \cdot w + b_{54} \cdot p + c_5}{a_{51} + a_{53} + a_{55}} \quad (1.37)$$

$$\dot{r} = \frac{b_{61} \cdot u + b_{62} \cdot v + b_{63} \cdot w + b_{64} \cdot p + c_6}{a_{61} + a_{62} + a_{66}} \quad (1.38)$$



**Gambar 1.5** Perancangan *steering* AUV menggunakan metode SDRE.

Ketika AUV bergerak di bidang horizontal, perubahan sudut *rudder* akan menghasilkan *moment yaw* dan menghasilkan perubahan arah hadap untuk AUV. Pada kontrol *steering* dalam aplikasinya dibutuhkan tiga *state* yaitu *sway velocity* ( $v(t)$ ), *yaw angle rate* ( $r(t)$ ), dan *yaw angle* ( $\psi(t)$ ). Persamaan gerak *steering* secara matematis adalah:

$$\dot{\psi} = \frac{\sin\phi}{\cos\theta} q + \frac{\cos\phi}{\cos\theta} r \quad (1.39)$$

$$\begin{aligned} m\dot{v} - mz_G\dot{p} + mx_G\dot{r} - Y_v\dot{v} - Y_r\dot{r} \\ = mwp - mur + my_Gr^2 + my_Gp^2 - mz_Gqr \\ - mx_Gqp + Y_{HS} + Y_{v|v}|v|v| + Y_{ur}ur + Y_{wp}wp \\ + Y_{pq}pq + Y_{uv}uv + Y_{uu\delta_r}u^2\delta_r \end{aligned} \quad (1.40)$$

$$\begin{aligned} I_{zz}\dot{r} - mx_G\dot{v} + my_G\dot{u} - N_v\dot{v} - N_r\dot{r} \\ = -I_{yy}pq + I_{xx}pq - mx_Gwp + mx_Gur + my_Gvr \\ - my_Gwq + N_{HS} + N_{ur}ur + N_{wp}wp + N_{pq}pq \\ + N_{uv}uv + N_{uu\delta_r}u^2\delta_r \end{aligned} \quad (1.41)$$

Jika dituliskan dalam bentuk matrik, maka Persamaan (3.39), (3.40) dan (3.41) adalah:

$$\begin{bmatrix} m - Y_v & mx_G - Y_r & 0 \\ -mx_G - N_v & I_{zz} - N_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = [A] \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + [B][\delta_r] \quad (1.42)$$

$$A = \begin{bmatrix} Y_{uv}u + Y_{v|v}|v| & -mu + my_Gr - mz_Gq + Y_{ur}u & 0 \\ my_Gr + N_{uv}u & mx_Gu + N_{ur}u & 0 \\ 0 & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} Y_{uu\delta_r}u^2 \\ N_{uu\delta_r}u^2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

dari Persamaan (3.39), (3.40) dan (3.41) dapat dicari parameterisasi *state dependent coefficient* dengan cara menurunkan semua persamaan terhadap masing-masing argumen, sehingga didapatkan parameterisasi seperti pada Persamaan (3.43).

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 \\ -mx_G - N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{v}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{v}}{\partial \psi} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{r}}{\partial \psi} \\ \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial v} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial r} & \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \psi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{v}}{\partial \delta_r} \\ \frac{\partial \dot{r}}{\partial \delta_r} \\ \frac{\partial \dot{\psi}}{\partial \delta_r} \end{bmatrix} \delta_r \\
\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 \\ -mx_G - N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} & \tag{1.43} \\
= \begin{bmatrix} Y_{uv}u + 2Y_{v|v|}v & -mu + 2my_Gr - mz_Gq + Y_{ur}u & 0 \\ my_Gr + N_{uv}u & mx_Gu + my_Gv + N_{ur} & 0 \\ 0 & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix} Y_{uu\delta_r}u^2 \\ N_{uu\delta_r}u^2 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r
\end{aligned}$$

Desain kontrol SDRE-LQT berdasarkan struktur sistem servo 1, dari persamaan dinamika AUV (3.75) diatas, maka harus dilakukan proses linearisasi menggunakan matriks Jacobi pada persamaan (3.43). dalam desain kontrol SDRE-LQT menggunakan sistem servo 1, maka harus dibuat *state augmented*, sehingga gambar 3.6 dalam bentuk *closed loop* dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan *state augmented* adalah

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{st}(\infty) \\ \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{st}(\infty) \\ \xi(\infty) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u_{cc}(\infty) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r(\infty) \tag{1.44}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{st}(\infty) \\ \dot{\xi}(\infty) \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{x}}_{st}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{B}} \tag{1.45}$$

Sehingga persamaan (3.42) dapat dituliskan dalam persamaan parameterisasi *state dependent coefficient*(SDC) seperti pada Persamaan (3.46).

$$\tilde{\mathbf{x}}_{st} = \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{\mathbf{x}}_{st})\tilde{\mathbf{x}}_{st} + \tilde{\mathbf{B}}(\tilde{\mathbf{x}}_{st})u_{cc} \tag{1.46}$$

dimana:

$$\mathbf{A}(x_{st}) \tag{1.47}$$

$$= \begin{bmatrix} Y_{uv}u + 2Y_{v|v|}v & -mu + 2my_Gr - mz_Gq + Y_{ur}u & 0 \\ my_Gr + N_{uv}u & mx_Gu + my_Gv + N_{ur} & 0 \\ 0 & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} & 0 \end{bmatrix} invr^{-1}$$

$$invr = \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 \\ -mx_G - N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}(x_{st}) = \begin{bmatrix} Y_{uu\delta_r}u^2 \\ N_{uu\delta_r}u^2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} & 0 \\ -mx_G - N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ -\mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{x}_{st})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} = \tilde{\mathbf{B}}(\tilde{x}_{st})$$

Setelah kita mendapatkan nilai matrik  $\tilde{\mathbf{A}}(\tilde{x}_{st})$  dan  $\tilde{\mathbf{B}}(\tilde{x}_{st})$ , maka langkah selanjutnya yaitu menentukan matrik pembobot  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  yang tepat guna mendapatkan *gain feedback* dan sinyal kontrol yang tepat. Pemilihan Matrik  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  berfungsi untuk meminimumkan Indeks Performansi, seperti pada Persamaan (3.48).

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\tilde{x}_{st}^T \mathbf{Q}(\tilde{x}_{st}) \tilde{x}_{st} + u_{cc}^T \mathbf{R}(\tilde{x}_{st}) u_{cc}) dt \tag{1.48}$$

Kemudian dengan matrik  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$ , langkah berikutnya yaitu menyelesaikan persamaan SDRE yang ditunjukkan pada Persamaan(3.49).

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{A}}^T(\tilde{x}_{st}) \mathbf{P}(\tilde{x}_{st}) + \mathbf{P}(\tilde{x}_{st}) \tilde{\mathbf{A}}(\tilde{x}_{st}) \\ - \mathbf{P}(\tilde{x}_{st}) \tilde{\mathbf{B}}(\tilde{x}_{st}) \mathbf{R}^{-1}(\tilde{x}_{st}) \tilde{\mathbf{B}}^T(\tilde{x}_{st}) \mathbf{P}(\tilde{x}_{st}) \\ + \mathbf{Q}_{(x_{st})}^T \mathbf{Q}(\tilde{x}_{st}) = 0 \end{aligned} \tag{1.49}$$

Penyelesaian ini digunakan untuk memperoleh matriks *Riccati*  $P(x_{st})$  dengan bantuan matriks  $\tilde{\mathbf{A}}(\tilde{x}_{st})$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}(\tilde{x}_{st})$ , dan matriks pembobot  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$ , sehingga penghitungan *gain feedback* dan sinyal kontrol pada Persamaan(3.50) dan (3.51) dapat dilakukan.

$$\mathbf{K} = \mathbf{R}^{-1}(\tilde{x}_{st})\mathbf{B}^T(x)\mathbf{P}(\tilde{x}_{st}) \quad (1.50)$$

$$u_{cc} = -k_s x_{st} + k_i \xi \quad (1.51)$$

Dalam penelitian ini, untuk pemilihan matriks pembobot, dilakukan melalui proses *trial and error* dengan mempertimbangkan pedoman yang ada dan dipilih nilai matriks  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  sebesar:

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 27 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 27 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 29.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 28 \end{bmatrix} \quad (1.52)$$

$$\mathbf{R} = 29.5 \quad (1.53)$$

## BAB 4

### HASIL DAN PEMBAHASAN

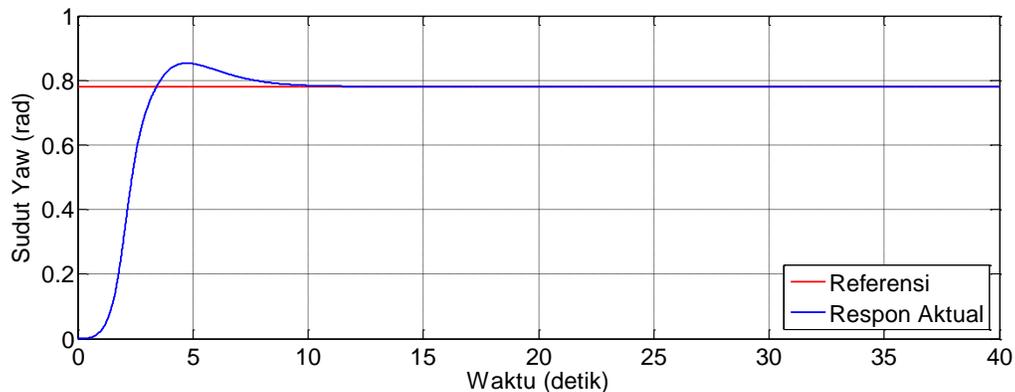
Dalam bab ini akan dibahas tentang hasil yang didapatkan dari beberapa pengujian yang berbeda, diantaranya respon *step* sistem dan respon pengujian *path following*.

#### 4.1 Respon Step Sistem

Tujuan pengujian respon *step* adalah untuk mengetahui ukuran kualitas sistem. Pengujian dilakukan dengan memberikan sinyal referensi berupa sinyal *step*. Pemberian sinyal referensi *step* pada penelitian ini menggunakan nilai dari defleksi rudder maksimal yaitu 0.78 rad. Dilakukan tiga pengujian respon *step* sistem, yang pertama respon *step* sistem dengan SDRE-LQT tanpa gangguan eksternal, yang kedua respon *step* sistem dengan SDRE-LQT saat terdapat gangguan eksternal dengan nilai  $\beta_c = 0.78$  dan ketiga pengujian dengan respon *step* saat terdapat gangguan eksternal dengan nilai  $\beta_c = 0.26$ .

##### 4.1.1 Respon Step Sistem dengan Kontrol SDRE-LQ Tanpa Gangguan Eksternal

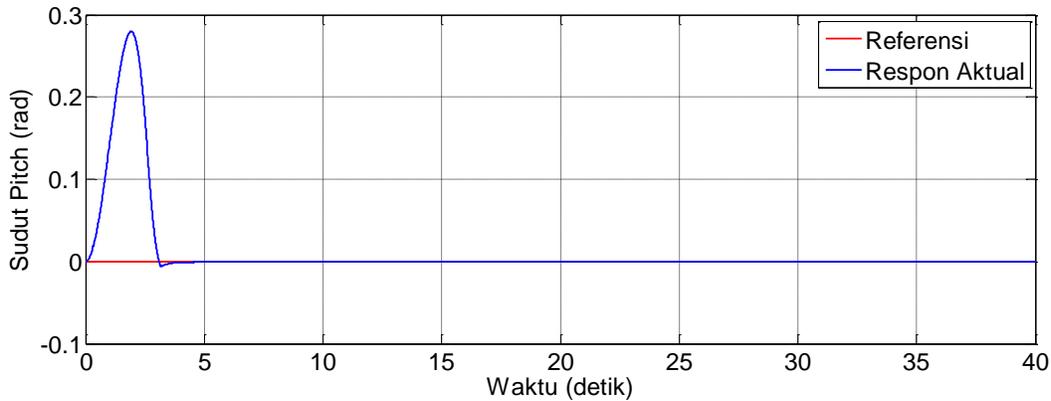
Perilaku sudut *yaw* dengan referensi 0.78 rad, *pitch* dan *roll* untuk respon *step* tanpa gangguan eksternal secara berurutan ditunjukkan pada Gambar 4.1 sampai Gambar 4.3.



**Gambar 4.1** Respon *step* sudut *yaw* tanpa gangguan eksternal.

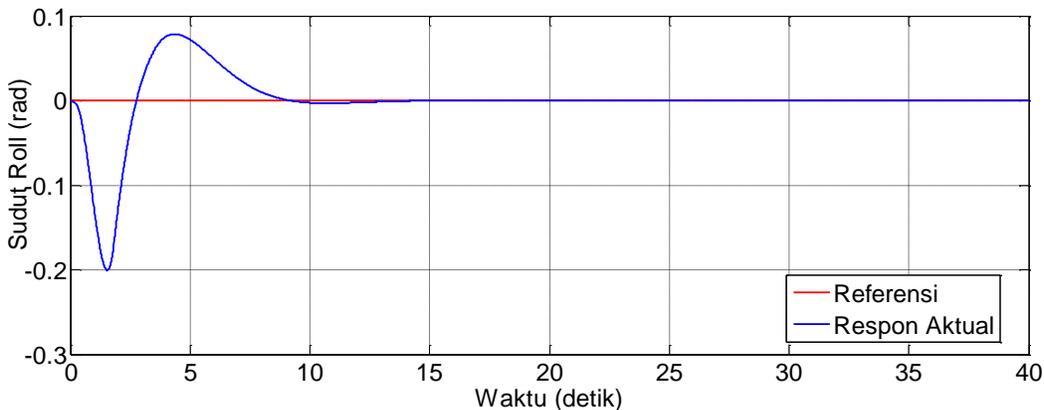
Respon *step* sudut *yaw* tanpa gangguan eksternal ditunjukkan pada Gambar 4.1. Hal ini ditunjukkan dengan nilai *time constant* sebesar  $\tau = 1.9904$  detik. Respon sistem juga tidak terlalu terlambat terhadap masukannya, hanya ada *delay* sekitar  $t_d = 1.3793$  detik. Respon sistem telah

muncul secara utuh dalam selang waktu sekitar  $t_r = 5.860$  detik. Cukup butuh waktu yang tidak terlalu lama agar respon berada di sekitar nilai *steady state*, yaitu  $t_s = 5.9703$  detik. Akan tetapi terdapat *overshoot* pada kondisi transien, dengan nilai maksimum *overshoot* sebesar  $M_p = 9.35\%$ . Selain itu, sistem kontrol yang didesain juga mampu membawa keluaran sistem sesuai dengan referensinya, yaitu  $0.78$  rad dengan nilai *error steady state*  $e = -0.01282\%$ .



**Gambar 4.2** Respon *step* sudut *pitch* tanpa gangguan eksternal.

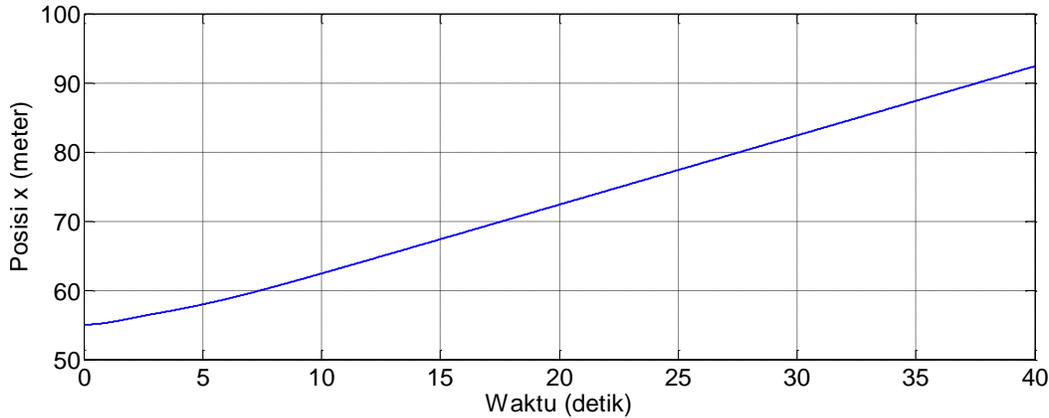
Gambar 4.2 menunjukkan respon *step* sudut *pitch* tanpa gangguan eksternal, respon ini muncul dengan melakukan pengujian gerakan maju dari AUV dan sudut *yaw* diarahkan  $0.78$  rad. Dapat dilihat bahwa  $t_p = 1.914$  detik dan  $M_p = 27.97\%$ . Selain itu, sistem kontrol yang didesain juga mampu membawa sudut *pitch* sesuai dengan referensinya, yaitu  $0$  radian.



**Gambar 4.3** Respon *step* sudut *Roll* tanpa gangguan eksternal.

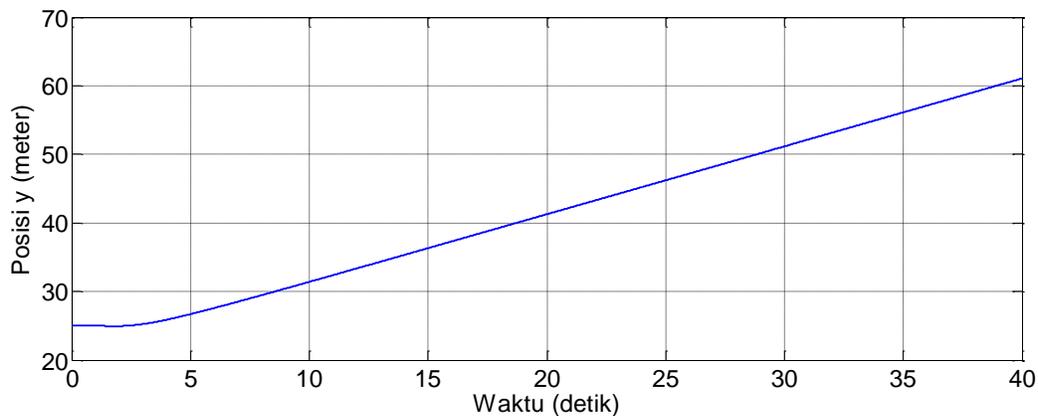
Sedangkan respon *step* untuk sudut *roll* tanpa gangguan eksternal ditunjukkan pada Gambar 4.3. Terlihat dengan jelas bahwa sistem kontrol yang didesain mampu menstabilkan sudut

*roll*, yaitu dengan ditunjukkannya respon sudut *roll* berada disekitar nilai 0 radian. Deviasi sudut *roll* yang terjadi diawal, dikarenakan efek perubahan sudut *yaw* dan *pitch* pada saat AUV mulai bergerak maju.



**Gambar 4.4** Respon *step* posisi sumbu *x* tanpa gangguan eksternal.

Respon *step* sudut *yaw* sebesar 0.78 rad menyebabkan posisi pada *x* AUV berubah. Perubahan posisi *x* AUV pada waktu tertentu sebesar 92.37 meter dan tanpa gangguan eksternal. Perubahan tersebut dapat ditunjukkan pada Gambar 4.4. Berdasarkan respon tersebut terlihat posisi berbanding lurus terhadap waktu tempuh, sehingga kecepatan rata-rata AUV dapat dihitung, yaitu 1.298 meter/detik.



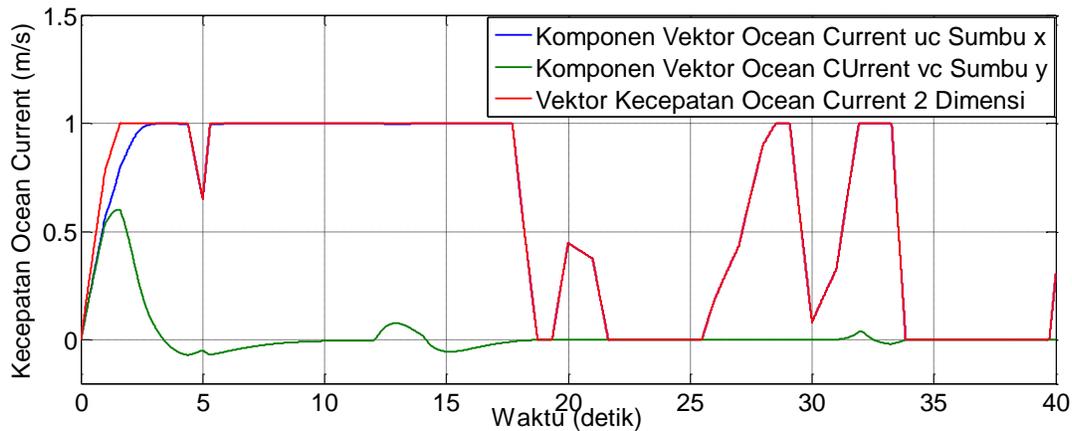
**Gambar 4.5** Respon *step* posisi sumbu *y* tanpa gangguan eksternal.

Respon sudut *yaw* sebesar 0.78 rad menyebabkan posisi pada *y* AUV juga mengalami perubahan. Perubahan posisi *y* yang terjadi dan tanpa gangguan eksternal ditunjukkan ditunjukkan

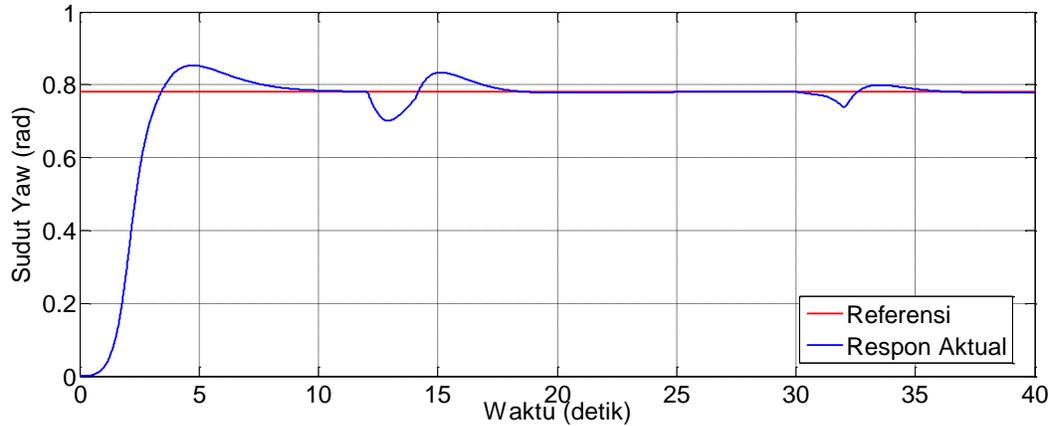
pada Gambar 4.5. Perubahan posisi sumbu y akibat dari gerakan maju AUV (*Thrust*) dan *steering* (perubahan sudut *yaw*) yang mengakibatkan AUV berada pada posisi y sebesar 61.05 meter dalam waktu tertentu.

#### 4.1.2 Respon Step Sistem dengan Kontrol SDRE-LQ dengan Gangguan Eksternal $\beta_c = 0.78$

Pengujian Respon *step* terhadap sudut *yaw* saat terdapat gangguan eksternal *ocean current*  $\beta_c = 0.78$ . *Ocean current* yang diberikan pada gambar 4.6 merupakan komponen vektor kecepatan arus laut sumbu x dan y yaitu  $u_c, v_c$  masing-masing dan vektor kecepataannya  $-1 < V_c < 1 \text{ m/s}$ . Pada pengujian ini diberikan gangguan *ocean current* pada  $12 < t < 14$  dan  $30 < t < 32$ .

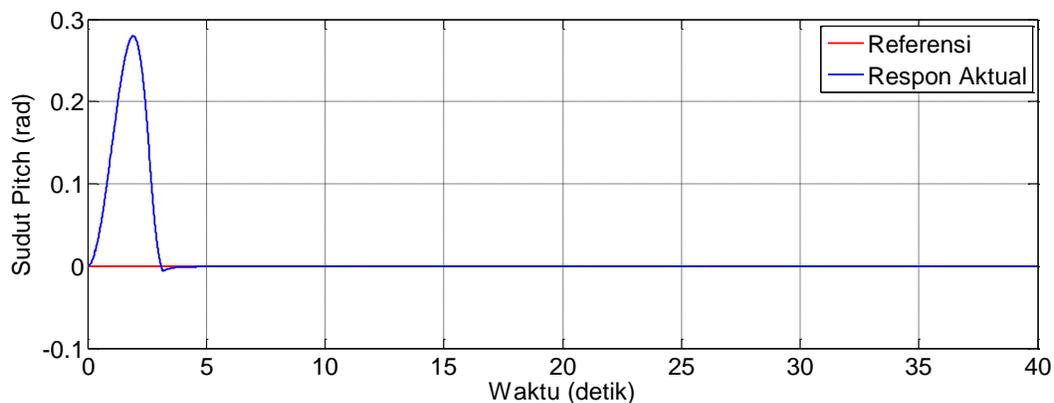


**Gambar 4.6** *Ocean Current* 2 Dimensi dengan  $\beta_c = 0.78$ .



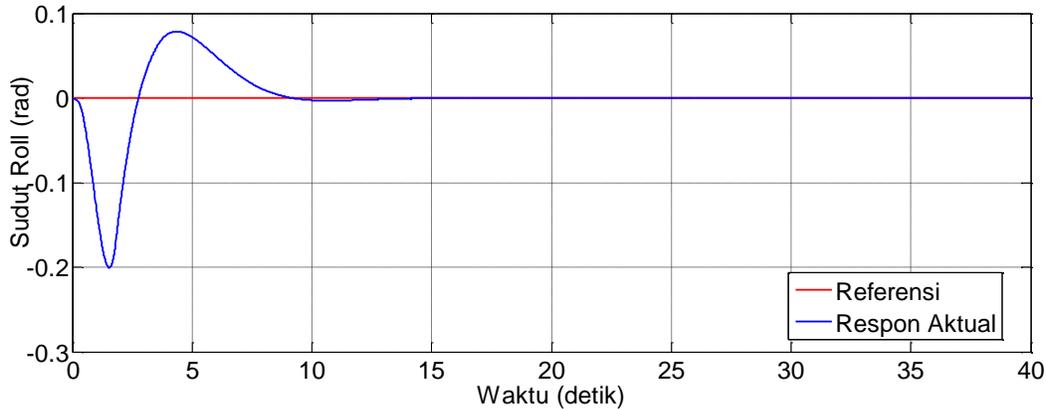
**Gambar 4.7** Respon *step* sudut *yaw* dengan gangguan eksternal.

Respon *step* sudut *yaw* dengan gangguan eksternal ditunjukkan pada Gambar 4.7. Hal ini ditunjukkan dengan nilai *time constant* sebesar  $\tau = 1.9904$  detik. Respon sistem juga tidak terlalu terlambat terhadap masukannya, hanya ada *delay* sekitar  $t_d = 1.3793$  detik. Respon sistem telah muncul secara utuh dalam selang waktu sekitar  $t_r = 5.860$  detik. Cukup butuh waktu yang tidak terlalu lama agar respon berada di sekitar nilai *steady state*, yaitu  $t_s = 5.9703$  detik. Akan tetapi terdapat *overshoot* pada kondisi transien, dengan nilai maksimum *overshoot* sebesar  $M_p = 9.35\%$ . Selain itu, sistem kontrol yang didesain juga mampu membawa keluaran sistem sesuai dengan referensinya walaupun terkena gangguan pada interval waktu  $12 < t < 14$  dan  $30 < t < 32$ , yaitu 0.78 rad dengan nilai *error steady state*  $e = -0.01282\%$ .



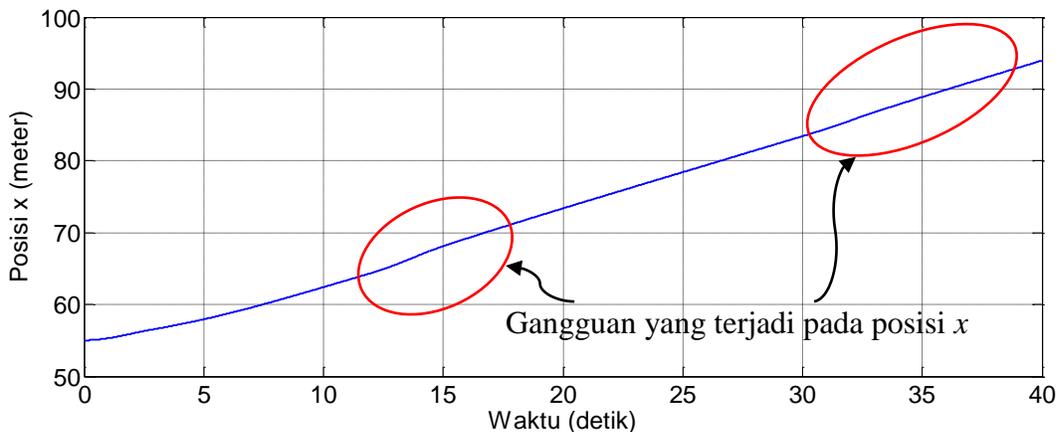
**Gambar 4.8** Respon *step* sudut *pitch* dengan gangguan eksternal.

Gambar 4.8 menunjukkan respon *step* sudut *pitch* tanpa gangguan eksternal. Dapat dilihat bahwa  $t_p = 1.914$  detik dan  $M_p = 27.97\%$ . Selain itu, sistem kontrol yang didesain juga mampu membawa sudut *pitch* sesuai dengan referensinya, yaitu 0 radian.



**Gambar 4.9** Respon *step* sudut *Roll* dengan gangguan eksternal.

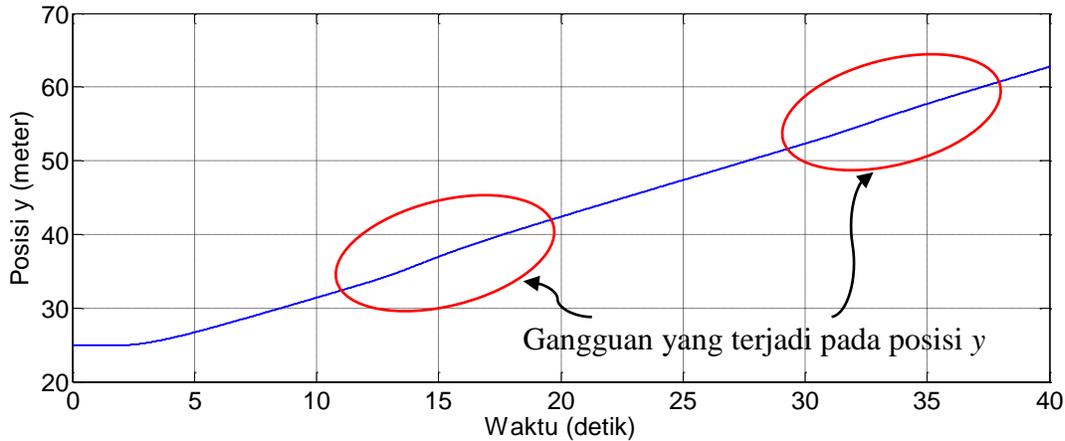
Sedangkan respon *step* untuk sudut *roll* dengan gangguan eksternal ditunjukkan pada Gambar 4.9. Terlihat dengan jelas bahwa sistem kontrol yang didesain mampu menstabilkan sudut *roll*, yaitu dengan ditunjukkannya respon sudut *roll* berada disekitar nilai 0 radian. Deviasi sudut *roll* yang terjadi diawal, dikarenakan efek perubahan sudut *yaw* dan *pitch* pada saat AUV mulai bergerak maju.



**Gambar 4.10** Respon *step* posisi sumbu *x* dengan gangguan eksternal.

Respon *step* posisi sumbu *x* dengan gangguan eksternal ditunjukkan pada Gambar 4.10. Perubahan posisi *x* AUV pada waktu tertentu sebesar 92.37 meter. Berdasarkan respon tersebut terlihat terdapat gangguan *ocean current* pada interval waktu  $12 < t < 14$  dengan posisi *x*

gangguan pertama terjadi disekitar 69.121 m dan pada interval waktu  $30 < t < 32$  gangguan kedua pada posisi  $x$  terjadi disekitar 89.669 m. Posisi berbanding lurus terhadap waktu tempuh, sehingga kecepatan rata-rata AUV saat terdapat gangguan dengan  $\beta_c = 0.78$  dapat dihitung, yaitu sekitar 1,355 meter/detik.

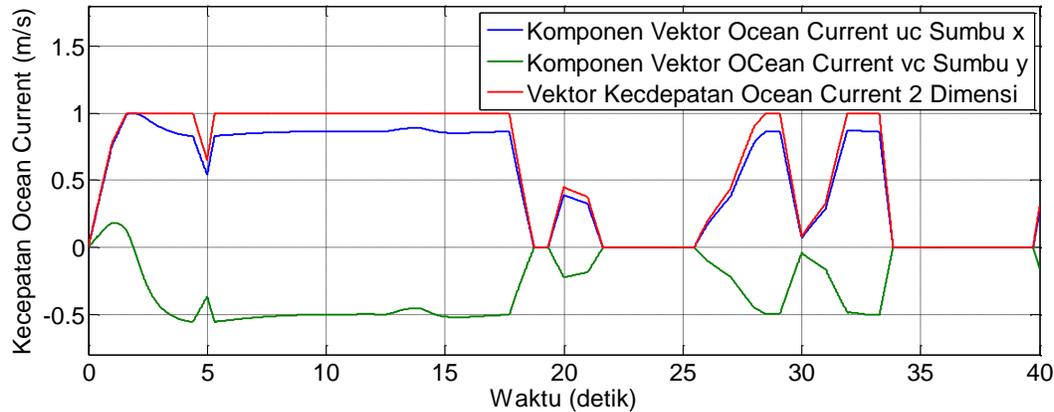


**Gambar 4.11** Respon *step* posisi sumbu  $y$  dengan gangguan eksternal.

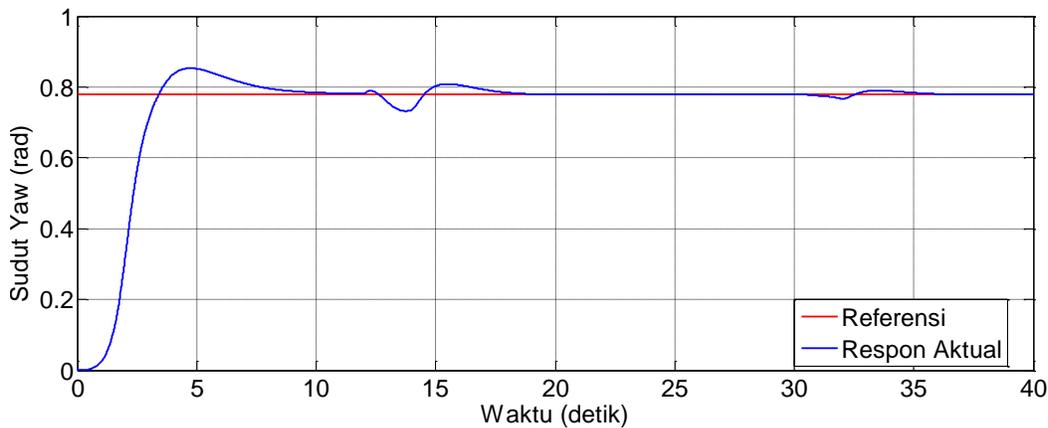
Respon *step* posisi AUV pada sumbu  $y$  dengan gangguan *ocean current* pada interval waktu  $12 < t < 14$  dengan posisi  $y$  gangguan pertama terjadi disekitar 37.168 m dan pada interval waktu  $30 < t < 32$  gangguan kedua pada posisi  $x$  terjadi disekitar 52.94 m. yang ditunjukkan pada Gambar 4.11. Perubahan posisi sumbu  $y$  akibat dari gerakan maju AUV (*Thrust*) dan *steering* (perubahan sudut *yaw*) yang mengakibatkan AUV berada pada posisi  $y$  sebesar 62.74 meter dalam waktu tertentu.

#### 4.1.3 Respon Step Sistem dengan Kontrol SDRE-LQ dengan Gangguan Eksternal $\beta_c = 0.26$

Pengujian Respon *step* terhadap sudut *yaw* saat terdapat gangguan eksternal *ocean current*  $\beta_c = 0.26$ . *Ocean current* yang diberikan pada gambar 4.12 merupakan komponen vektor kecepatan arus laut sumbu  $x$  dan  $y$  yaitu  $u_c, v_c$  masing-masing dan vektor kecepataannya  $-1 < V_c < 1$  m/s. Pada pengujian ini diberikan gangguan *ocean current* pada  $12 < t < 14$  dan  $30 < t < 32$ .

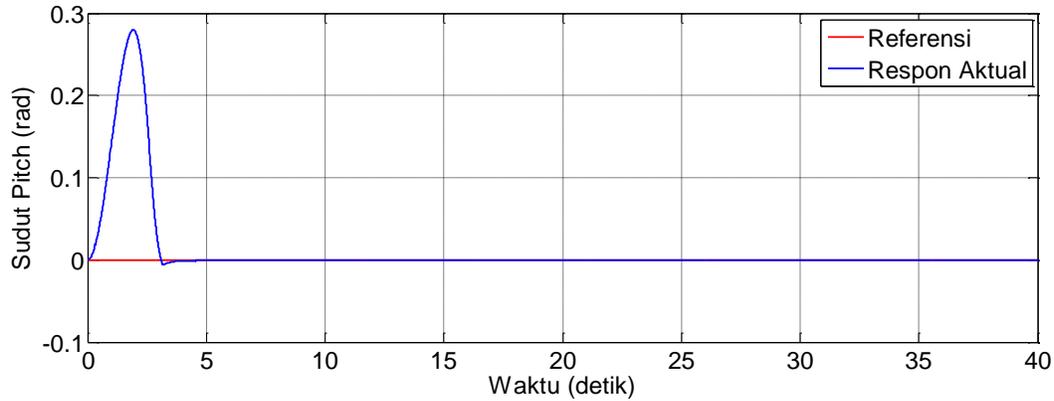


**Gambar 4.12** Ocean Current 2 Dimensi dengan  $\beta_c = 0.26$ .



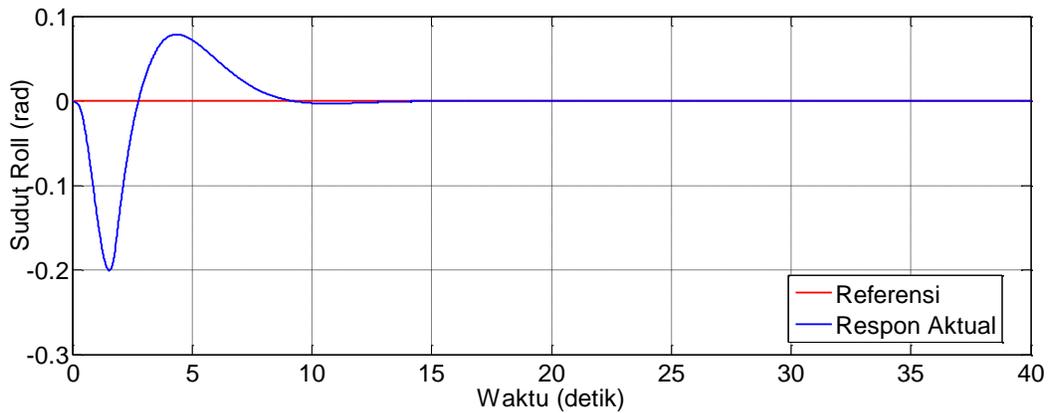
**Gambar 4.13** Respon *step* sudut *yaw* dengan gangguan eksternal.

Respon *step* sudut *yaw* dengan gangguan eksternal ditunjukkan pada Gambar 4.13. Hal ini ditunjukkan dengan nilai *time constant* sebesar  $\tau = 1.9904$  detik. Respon sistem juga tidak terlalu terlambat terhadap masukannya, hanya ada *delay* sekitar  $t_d = 1.3793$  detik. Respon sistem telah muncul secara utuh dalam selang waktu sekitar  $t_r = 5.860$  detik. Cukup butuh waktu yang tidak terlalu lama agar respon berada di sekitar nilai *steady state*, yaitu  $t_s = 5.9703$  detik. Akan tetapi terdapat *overshoot* pada kondisi transien, dengan nilai maksimum *overshoot* sebesar  $M_p = 9.35\%$ . Selain itu, sistem kontrol yang didesain juga mampu membawa keluaran sistem sesuai dengan referensinya walaupun terkena gangguan pada interval waktu  $12 < t < 14$  dan  $30 < t < 32$ , yaitu  $0.78$  rad dengan nilai *error steady state*  $e = -0.012\%$ .



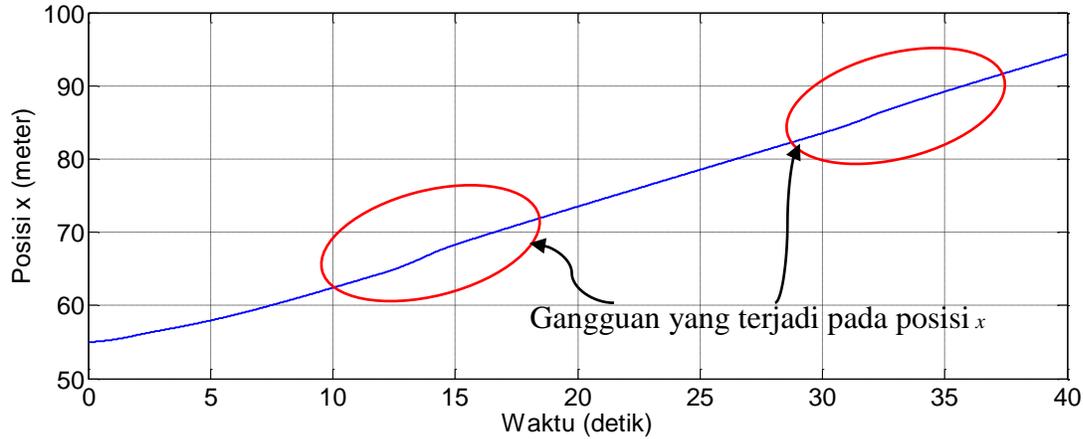
**Gambar 4.14** Respon *step* sudut *pitch* dengan gangguan eksternal.

Gambar 4.14 menunjukkan respon *step* sudut *pitch* tanpa gangguan eksternal. Dapat dilihat bahwa  $t_p = 1.914$  detik dan  $M_p = 27.97\%$ . Selain itu, sistem kontrol yang didesain juga mampu membawa sudut *pitch* sesuai dengan referensinya, yaitu 0 radian.



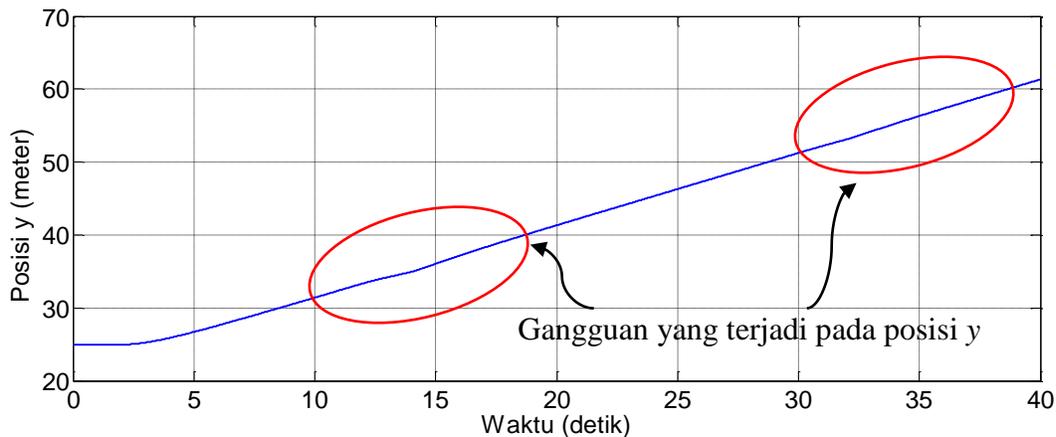
**Gambar 4.15** Respon *step* sudut *Roll* dengan gangguan eksternal.

Sedangkan respon *step* untuk sudut *roll* dengan gangguan eksternal ditunjukkan pada Gambar 4.15. Terlihat dengan jelas bahwa sistem kontrol yang didesain mampu menstabilkan sudut *roll*, yaitu dengan ditunjukkannya respon sudut *roll* berada disekitar nilai 0 radian. Deviasi sudut *roll* yang terjadi diawal, dikarenakan efek perubahan sudut *yaw* dan *pitch* pada saat AUV mulai bergerak maju.



**Gambar 4.16** Respon *step* posisi sumbu  $x$  dengan gangguan eksternal.

Respon *step* posisi sumbu  $x$  dengan gangguan eksternal ditunjukkan pada Gambar 4.16. Perubahan posisi  $x$  AUV pada waktu tertentu sebesar 94.27 meter. Berdasarkan respon tersebut terlihat terdapat gangguan *ocean current* pada interval waktu  $12 < t < 14$  dengan posisi  $x$  gangguan pertama terjadi disekitar 68.639 m dan pada interval waktu  $30 < t < 32$  gangguan kedua pada posisi  $x$  terjadi disekitar 89.605 m. Posisi berbanding lurus terhadap waktu tempuh, sehingga kecepatan rata-rata AUV saat terdapat gangguan dengan  $\beta_c = 0.26$  dapat dihitung, yaitu sekitar 1,335 meter/detik.



**Gambar 4.17** Respon *step* posisi sumbu  $y$  dengan gangguan eksternal.

Respon *step* posisi AUV pada sumbu  $y$  dengan gangguan *ocean current* pada interval waktu  $12 < t < 14$  dengan posisi  $y$  gangguan pertama terjadi disekitar 36.896 m dan pada interval waktu  $30 < t < 32$  gangguan kedua pada posisi  $x$  terjadi disekitar 52.84 m. yang ditunjukkan pada Gambar 4.17. Perubahan posisi sumbu  $y$  akibat dari gerakan maju AUV (*Thrust*) dan *steering*

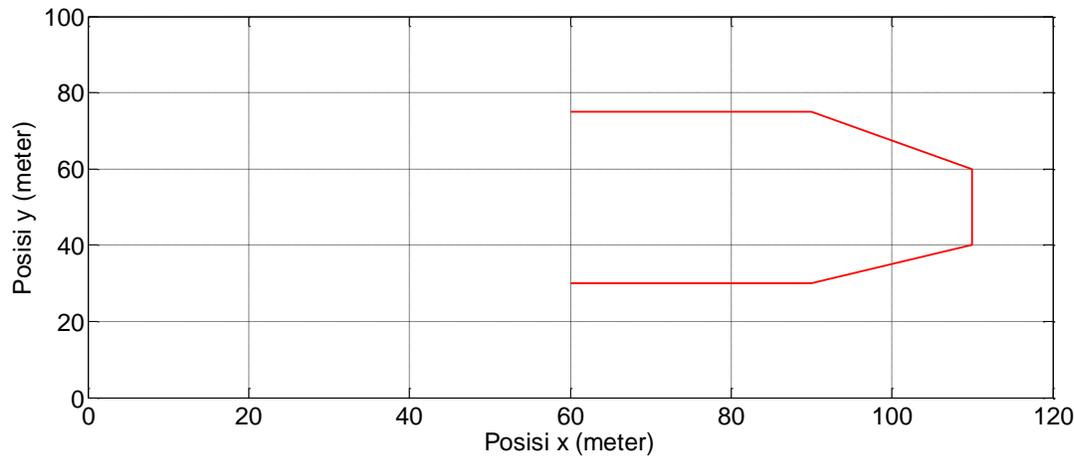
(perubahan sudut *yaw*) yang mengakibatkan AUV berada pada posisi *y* sebesar 61.31 meter dalam waktu tertentu.

## 4.2 Pengujian *Path Following*

Pengujian *path following* pada AUV secara otomatis dilakukan melalui simulasi, baik tanpa gangguan dan dengan gangguan. Gangguan yang diberikan pada pengujian simulasi ini dilakukan dengan memberikan empat variasi nilai  $\beta_c$ , yaitu  $\beta_c = 0.78$ ,  $\beta_c = 0.26$ ,  $\beta_c = -0.78$  dan  $\beta_c = -0.26$ , serta mempertahankan posisi sudut *roll* dan *pitch* sebesar  $\phi = 0$  rad,  $\theta = 0$  rad. Titik yang akan dilalui untuk melakukan *path following* adalah sebagai berikut:

titik 1 = (60, 30)	titik 2 = (90, 30)
titik 3 = (110, 40)	titik 4 = (110, 60)
titik 5 = (90, 75)	titik 6 = (60, 75)

titik tersebut akan membentuk sebuah *path* (meter), adapun ilustrasi *path* yang akan dilalui oleh AUV ditunjukkan pada gambar (4.18)

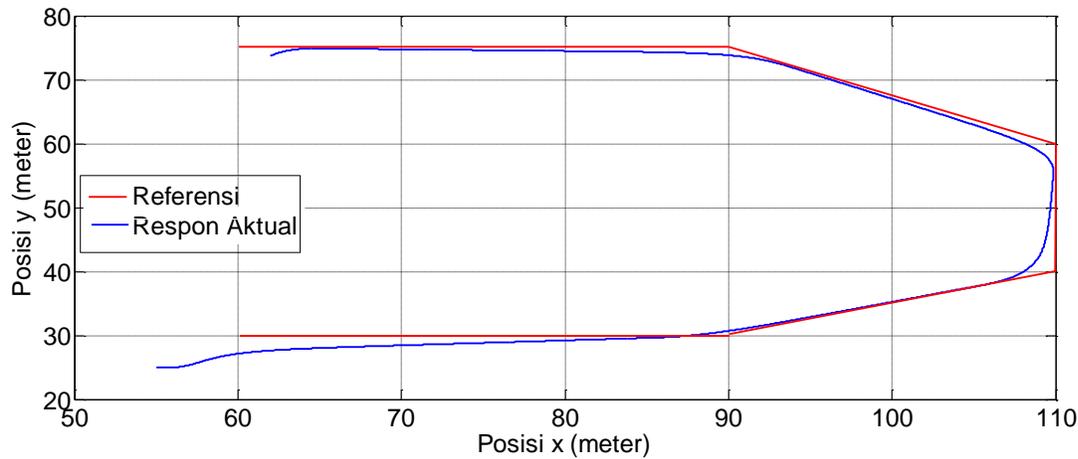


**Gambar 4.18** *Path* yang dilalui AUV.

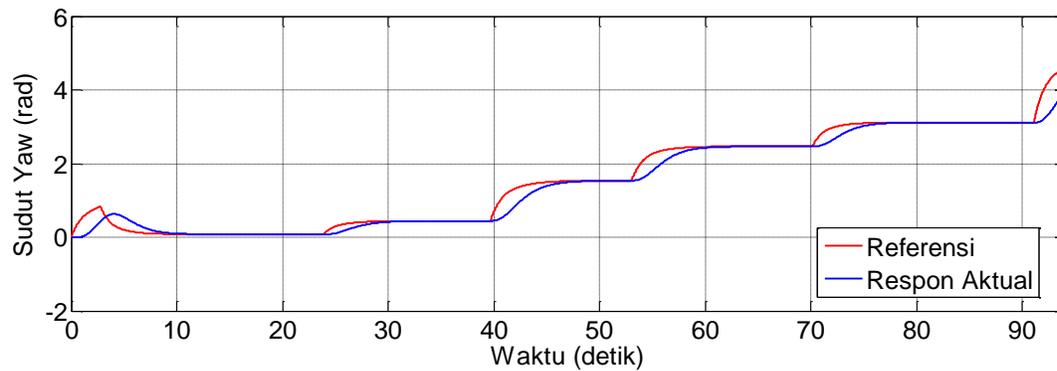
Dilakukan 5 pengujian *path following* menggunakan kontrol SDRE-LQT, yaitu pertama pengujian *path following* tanpa gangguan *ocean current* ( nilai  $\beta_c = 0$ ), kedua pengujian *path following* dengan gangguan *ocean current*. Pengujian *path following* dengan gangguan diuji dengan beberapa nilai gangguan *ocean current*, yaitu pengujian dengan  $\beta_c = 0.78$ ,  $\beta_c = 0.26$ ,  $\beta_c = -0.78$  dan  $\beta_c = -0.26$ .

#### 4.2.1 Pengujian Path Following Tanpa Gangguan Ocean Current ( $\beta_c = 0$ )

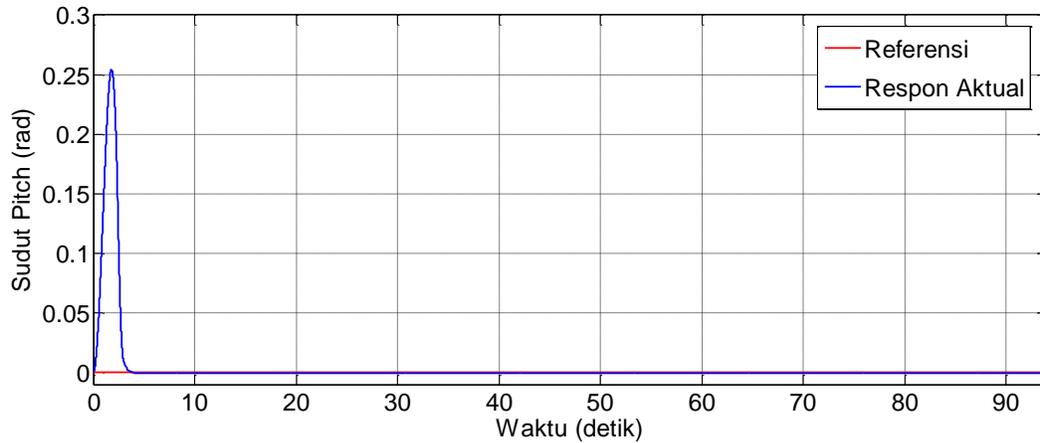
Pengujian gerak AUV dalam mengikuti suatu *path* (*path following*) tanpa adanya gangguan eksternal berupa *ocean current* diilustrasikan pada gambar 4.19 dengan nilai *error* rata-rata posisi AUV terhadap *path* sebesar 32.8 %. Respon pengujian *path following* tanpa gangguan eksternal untuk sudut *yaw*, *roll* dan *pitch* ditunjukkan secara berurutan pada gambar 4.19 sampai gambar 4.22



**Gambar 4.19** Pergerakan AUV pada Bidang  $xy$  Tanpa Gangguan Eksternal.

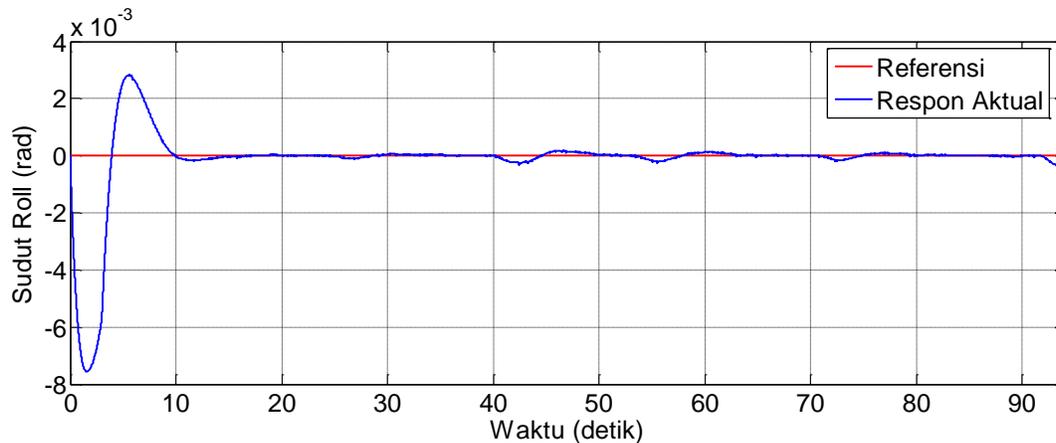


**Gambar 4.20** Perilaku Sudut *Yaw* Tanpa Gangguan Eksternal.



**Gambar 4.21** Perilaku Sudut Pitch Tanpa Gangguan Eksternal.

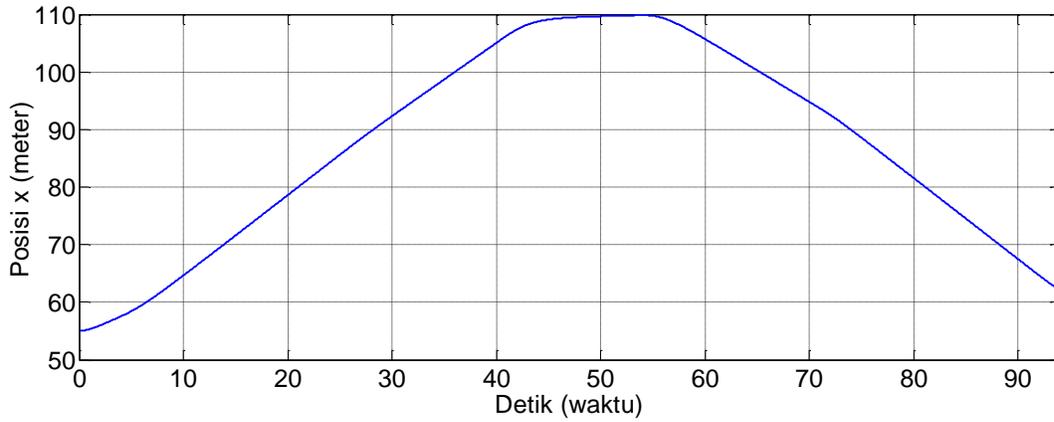
Perilaku sudut *yaw* dan *pitch* tanpa gangguan eksternal ditunjukkan pada gambar 4.20 dan 4.21. berdasarkan perilaku sudut *yaw* dan *pitch* tersebut dapat disimpulkan bahwa kontroler yang didesain mampu membawa sudut *yaw* dan *pitch* mencapai referensi, dan adanya perubahan referensi pada sudut *yaw* juga dapat ditangani oleh kontroler dengan *error* rata-rata sudut *yaw* 0.0201 rad.



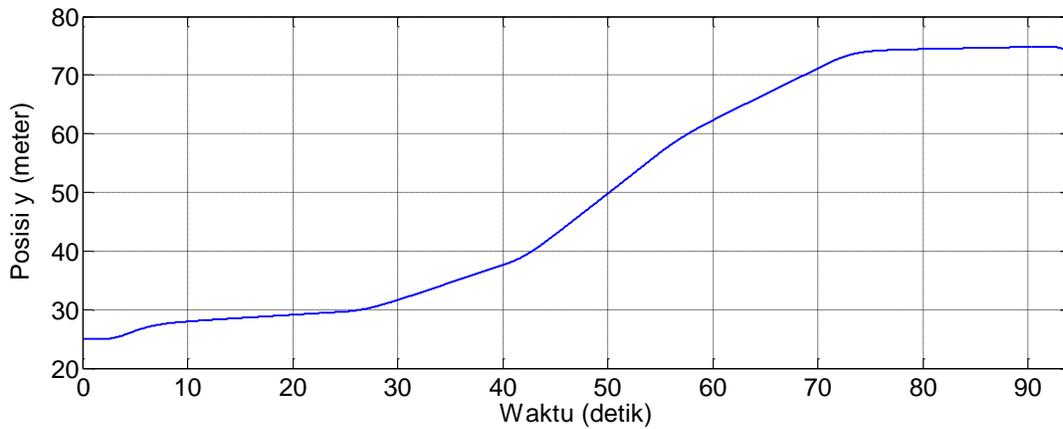
**Gambar 4.22** Perilaku Sudut Roll Tanpa Gangguan Eksternal.

Perilaku sudut *roll* tanpa gangguan eksternal ditunjukkan gambar 4.22, berdasarkan perilaku sudut *roll* tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa kontroler yang didesain mampu membawa sudut *roll* mencapai referensi, yang ditunjukkan dengan respon aktual sudut *roll* berada disekitar 0 rad untuk berbagai perubahan maneuver pada AUV. Memperhatikan perilaku sudut

*yaw* dan *pitch* tanpa gangguan eksternal pada gambar 4.20 dan gambar 4.21 terhadap perilaku sudut *roll* terlihat bahwa *error steady state* sudut *roll* terjadi akibat ada perubahan sudut *yaw*.



**Gambar 4.23** Posisi AUV pada Sumbu  $x$  Tanpa Gangguan Eksternal.

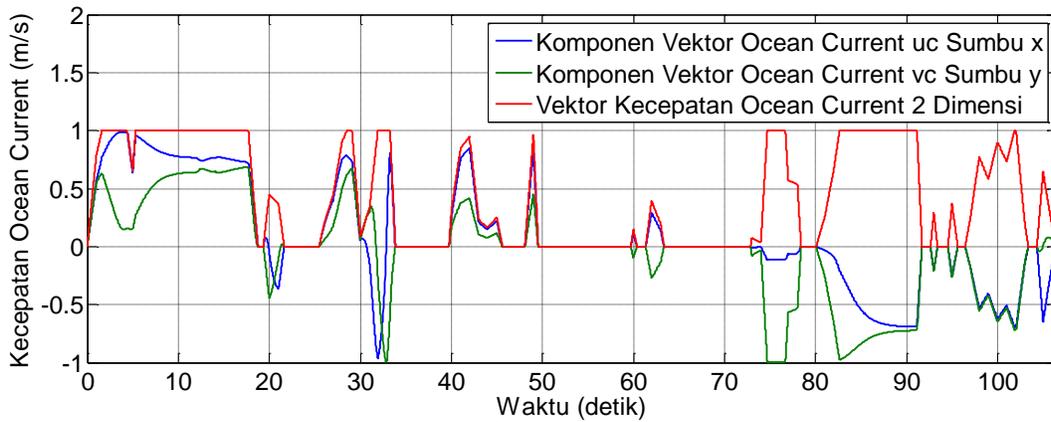


**Gambar 4.24** Posisi AUV pada Sumbu  $y$  Tanpa Gangguan Eksternal.

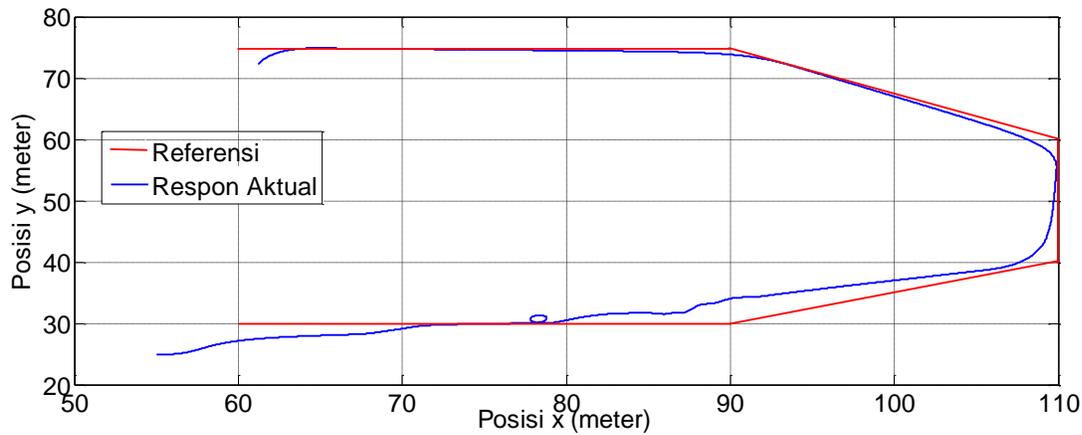
Gambar 4.23 dan 4.24 menunjukkan posisi  $x$  dan  $y$  aktual dari AUV dengan initial posisi start (55, 25). Pada dua gambar tersebut terlihat jelas bahwa AUV mampu mencapai posisi  $x$  dan  $y$  yang telah ditentukan. Secara keseluruhan dapat dikatakan bahwa sistem kontrol yang didesain bekerja dengan baik, sebagaimana ditunjukkan pergerakan AUV pada bidang  $xy$  tanpa gangguan eksternal pada gambar 4.19 dengan rata-rata *error tracking* 0.328 meter.

#### 4.2.2 Pengujian Path Following dengan Gangguan Ocean Current ( $\beta_c = 0.78$ )

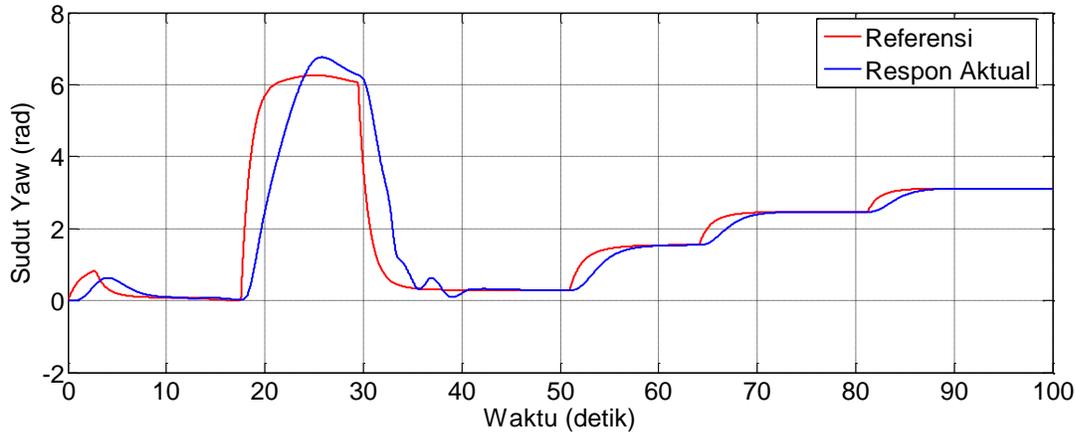
Pengujian gerak AUV menuju *path* menggunakan kontrol SDRE-LQT saat terdapat gangguan eksternal *ocean current*. *Ocean current* yang diberikan pada gambar 4.25 merupakan komponen vektor kecepatan arus laut sumbu  $x$  dan  $y$  yaitu  $u_c$ ,  $v_c$  masing-masing dan vektor kecepataannya  $-1 < V_c < 1 \text{ m/s}$ . Pada pengujian ini diberikan gangguan *ocean current* pada  $12 < t < 14$  dan  $56 < t < 57$ .



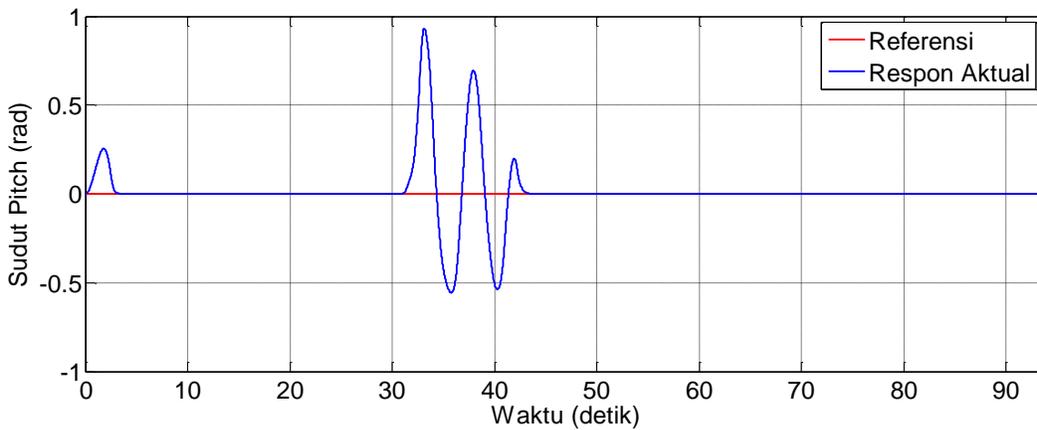
**Gambar 4.25** *Ocean Current* 2 Dimensi dengan  $\beta_c = 0.78$ .



**Gambar 4.26** Pergerakan AUV pada Bidang  $xy$  dengan Gangguan Eksternal  $\beta_c = 0.78$ .



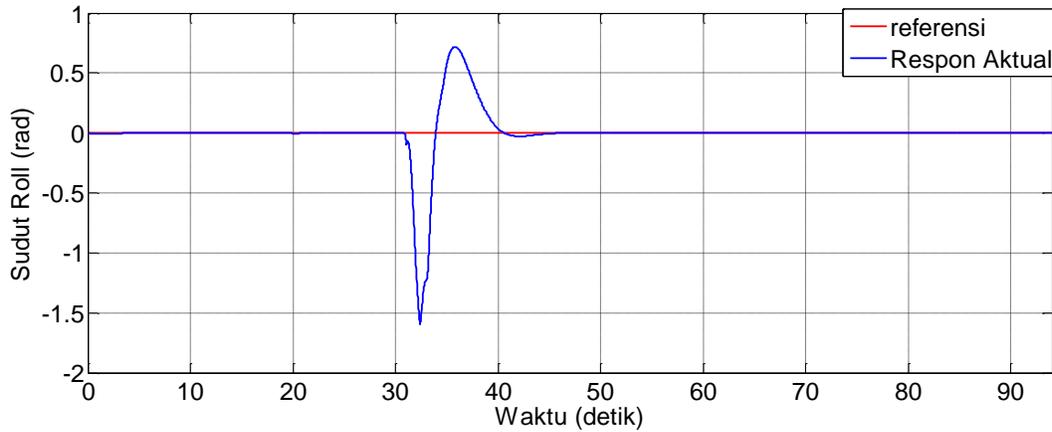
**Gambar 4.27** Perilaku Sudut *Yaw* dengan gangguan Ekternal.



**Gambar 4.28** Perilaku Sudut *Pitch* dengan Gangguan Ekternal.

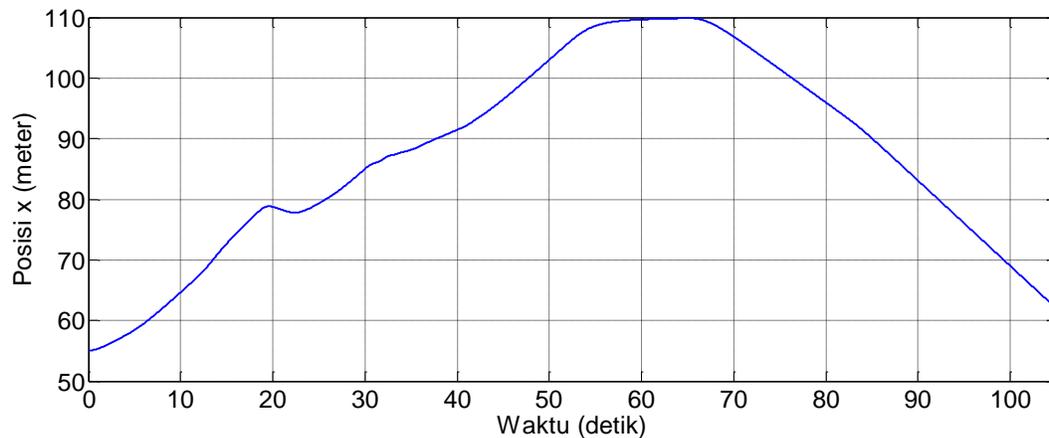
Pergerakan AUV dalam melakukan *path following* dapat dilihat pada gambar 4.26. Gangguan *ocean current* diberikan pada selang waktu  $12 < t < 14$ , yaitu disekitar (77.852, 30.895) meter dan  $56 < t < 57$  yaitu disekitar (88.865,39.55) meter dan nilai *error* rata-rata posisi AUV terhadap *path* sebesar 77.78 %. Pada interval waktu  $20 < t < 40$  pada Gambar 4.27 dan 4.28 terlihat gangguan sangat mempengaruhi perilaku sudut *yaw* dan *pitch*. Perilaku sudut *yaw* yang terkena gangguan pada gambar 4.27 menunjukkan sinyal referensi yang diberikan harus disesuaikan dengan kondisi sudut aktual *yaw* yang terjadi pada saat terjadi gangguan. Osilasi yang terjadi disekitar interval waktu tersebut juga mempengaruhi perilaku sudut *pitch* seperti yang terlihat pada gambar 4.28. Osilasi tersebut karena kontrol sudut *pitch* berusaha mempertahankan

referensi yang diberikan yaitu 0 rad akibat pengaruh gangguan yang mempengaruhi perilaku sudut *pitch*.

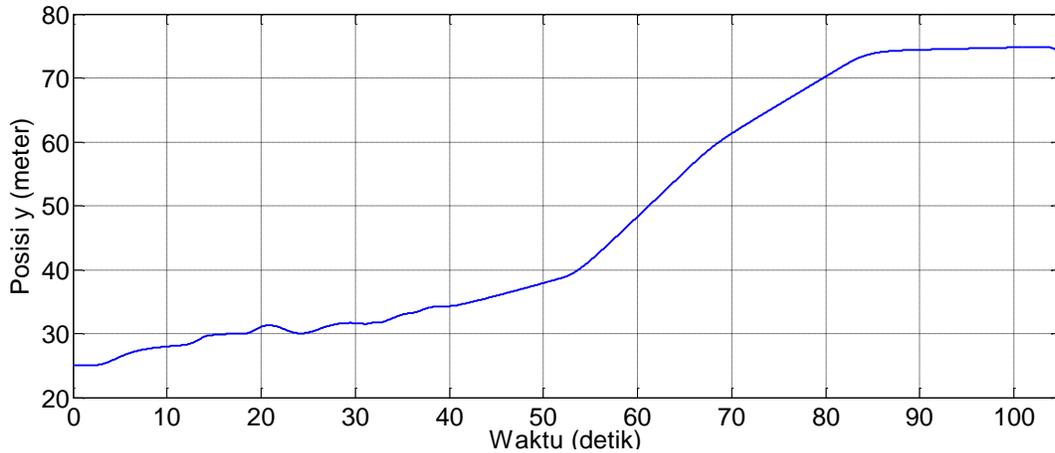


**Gambar 4.29** Perilaku Sudut *Roll* dengan Gangguan Eksternal.

Respon sudut *roll* saat terdapat gangguan eksternal tanpa seperti yang ditunjukkan gambar 4.29, berdasarkan respon tersebut dapat dilihat bahwa kontroler mampu membawa sudut *roll* pada referensi, yaitu selalu berusaha membawa pada nilai 0 radian untuk berbagai manuver.



**Gambar 4.30** Posisi AUV pada Sumbu *x* dengan Gangguan Eksternal.

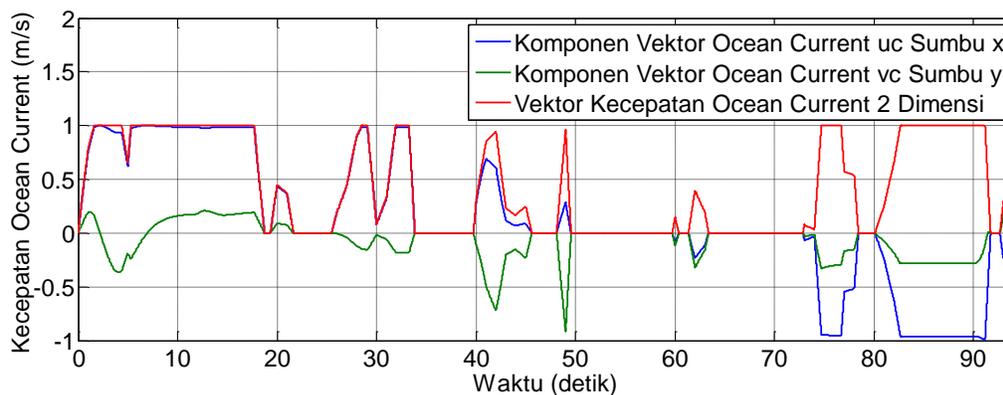


**Gambar 4.31** Posisi AUV pada Sumbu y dengan Gangguan Eksternal.

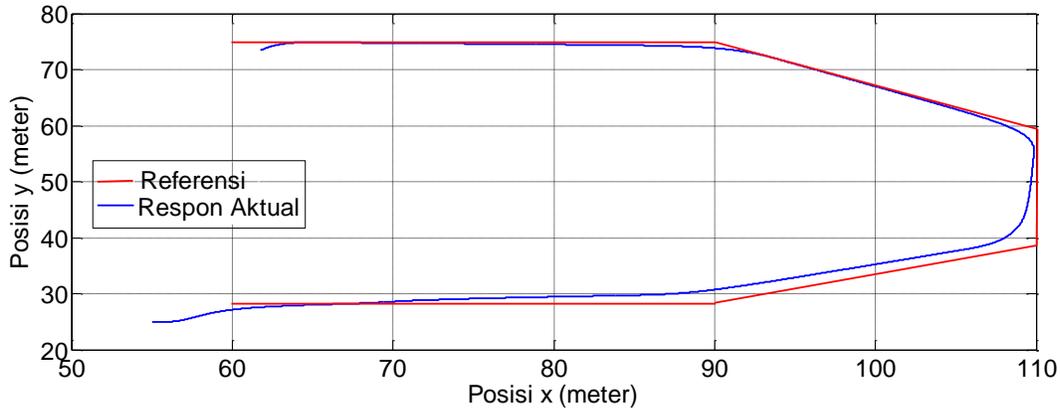
Perilaku posisi sumbu  $x$  dan  $y$  pada *path following* dengan gangguan eksternal ditunjukkan secara berurutan pada gambar 4.30 sampai gambar 4.31. secara keseluruhan terlihat *error* rata-rata posisi  $x$  sebesar 0.582 meter dan posisi  $y$  *error* rata-rata 0.516 meter.

#### 4.2.3 Pengujian Path Following dengan Gangguan Ocean Current $\beta_c = 0.26$ )

Pengujian gerak AUV menuju *path* menggunakan kontrol SDRE-LQT saat terdapat gangguan eksternal *ocean current* dengan  $\beta_c = 0.26$ ). *Ocean current* yang diberikan pada gambar 4.32 merupakan komponen vektor kecepatan *ocean current* sumbu  $x$  dan  $y$  yaitu  $u_c$ ,  $v_c$  masing-masing dan vektor kecepataannya  $-1 < V_c < 1$  m/s. Pada pengujian ini diberikan gangguan *ocean current* pada  $12 < t < 14$  dan  $56 < t < 57$ .

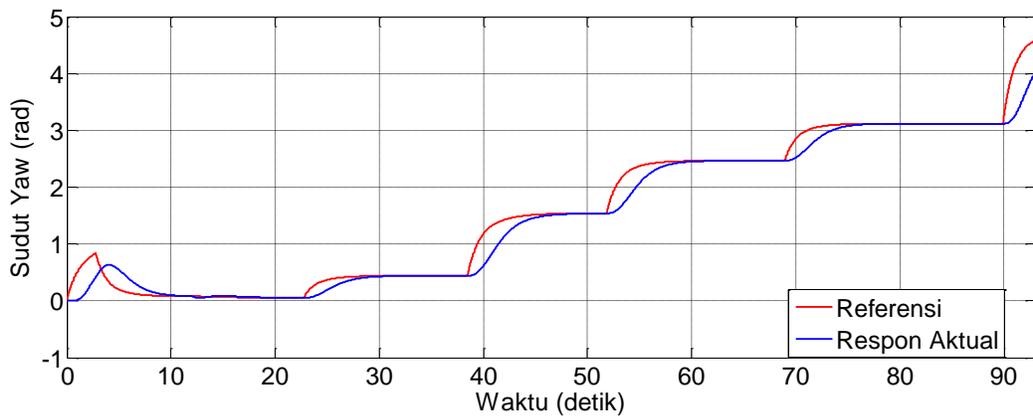


**Gambar 4.32** Ocean Current 2 Dimensi dengan  $\beta_c = 0.26$ .

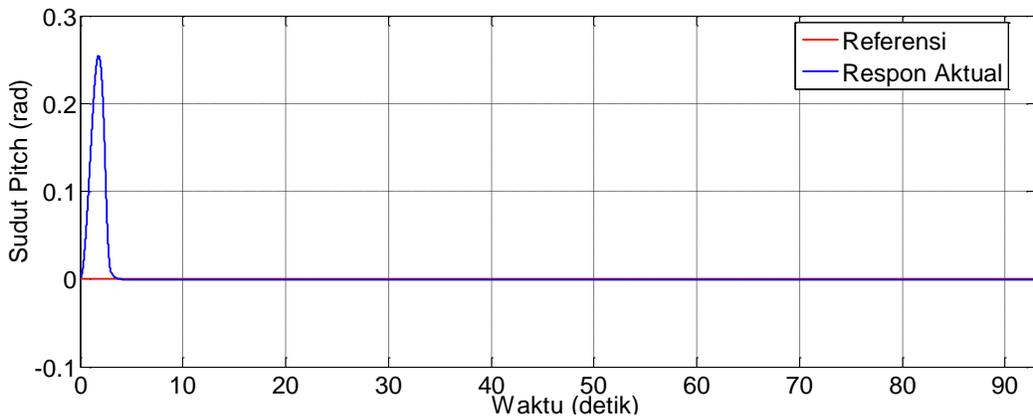


**Gambar 4.33** Pergerakan AUV pada Bidang  $xy$  dengan Gangguan Eksternal

$$\beta_c = 0.26 .$$



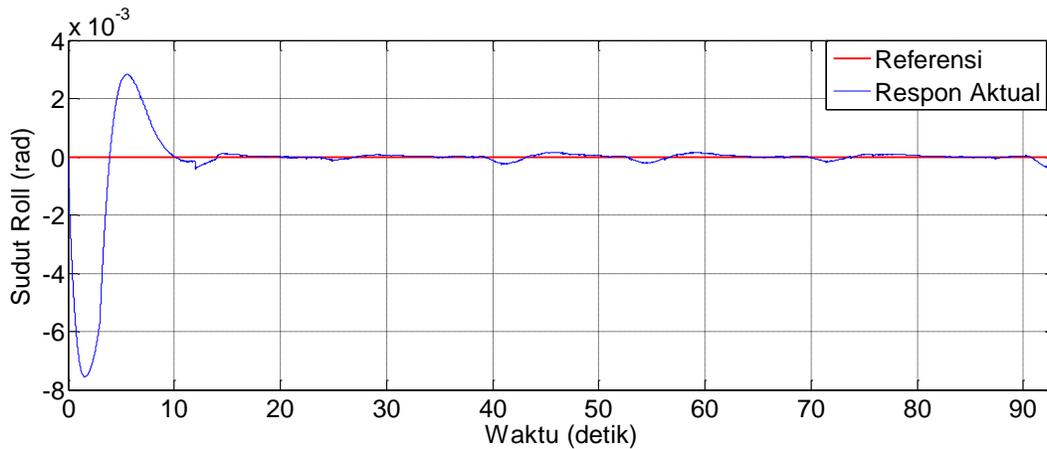
**Gambar 4.34** Perilaku Sudut  $Yaw$  dengan gangguan Eksternal.



**Gambar 4.35** Perilaku Sudut  $Pitch$  dengan Gangguan Eksternal.

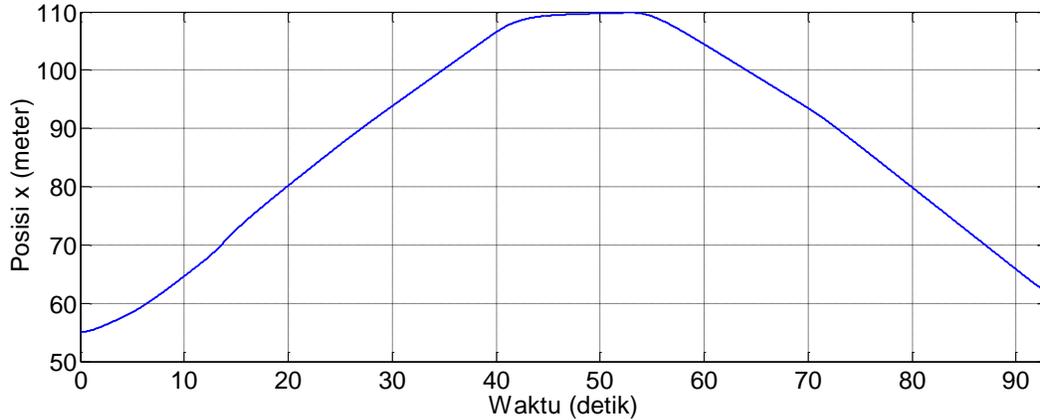
Pergerakan AUV dalam melakukan *path following* pada gambar 4.33 mengalami gangguan *ocean current* pada  $12 < t < 14$  dan  $56 < t < 57$  dengan nilai *error* rata-rata posisi AUV

terhadap *path* sebesar 32.89 %. Pada selang waktu  $12 < t < 14$  terlihat gangguan sedikit sekali mempengaruhi perilaku sudut *yaw* dan *pitch*. Tidak terjadi osilasi disekitar interval waktu tersebut, sehingga perilaku sudut *pitch* seperti yang terlihat pada gambar 4.35. Berdasarkan perilaku sudut *yaw* dan *pitch* tersebut dapat disimpulkan bahwa kontroler yang didesain mampu membawa sudut *yaw* dan *pitch* mencapai referensi dengan adanya gangguan *ocean current* dengan  $\beta_c = 0.26$ , dan adanya perubahan referensi pada sudut *yaw* juga dapat ditangani oleh kontroler dengan *error* rata-rata sudut *yaw* 0.0203 rad.

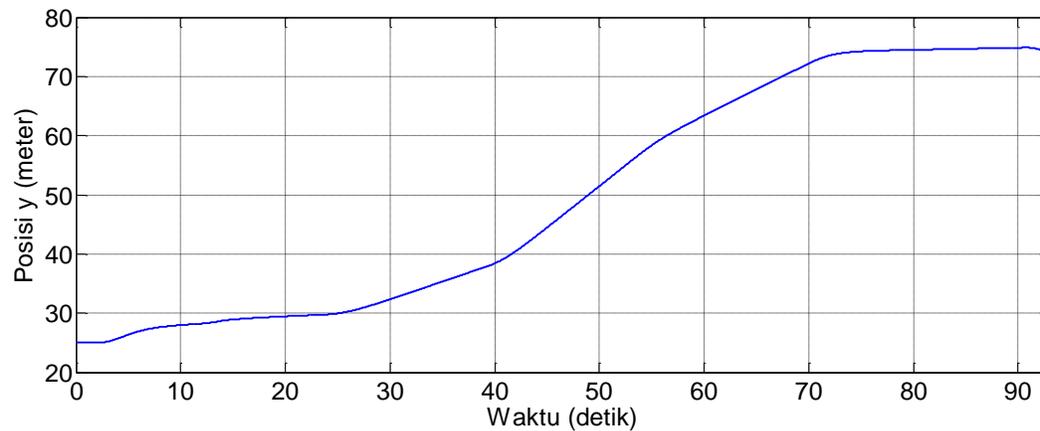


**Gambar 4.36** Perilaku Sudut *Roll* dengan Gangguan Eksternal.

Perilaku sudut *roll* dengan gangguan eksternal ditunjukkan gambar 4.36, berdasarkan perilaku sudut *roll* tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa kontroler yang didesain mampu membawa sudut *roll* mencapai referensi, yang ditunjukkan dengan respon aktual sudut *roll* berada disekitar 0 rad untuk berbagai perubahan maneuver pada AUV. Osilasi yang terjadi disekitar 0 radian terjadi karena kontrol *roll* berusaha mempertahankan nilai referensi yang diinginkan akibat adanya perubahan sudut *yaw*.



**Gambar 4.37** Posisi AUV pada Sumbu  $x$  dengan Gangguan Eksternal.

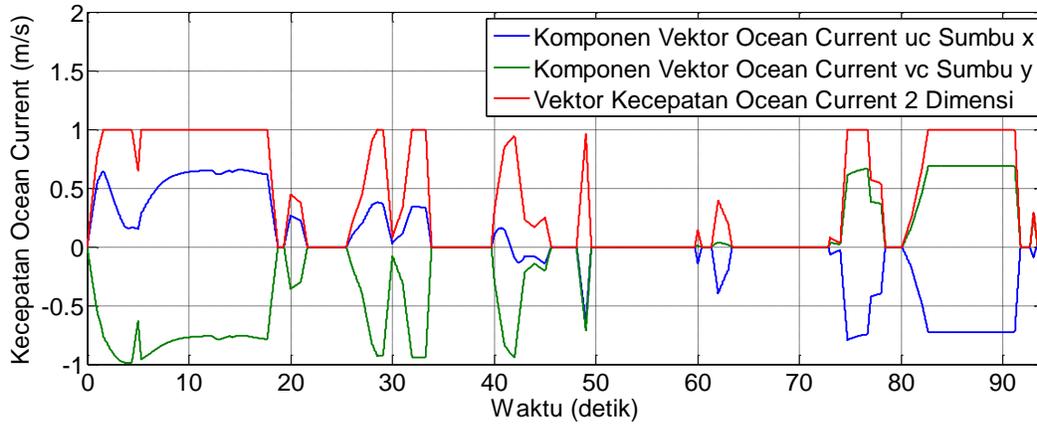


**Gambar 4.38** Posisi AUV pada Sumbu  $y$  dengan Gangguan Eksternal.

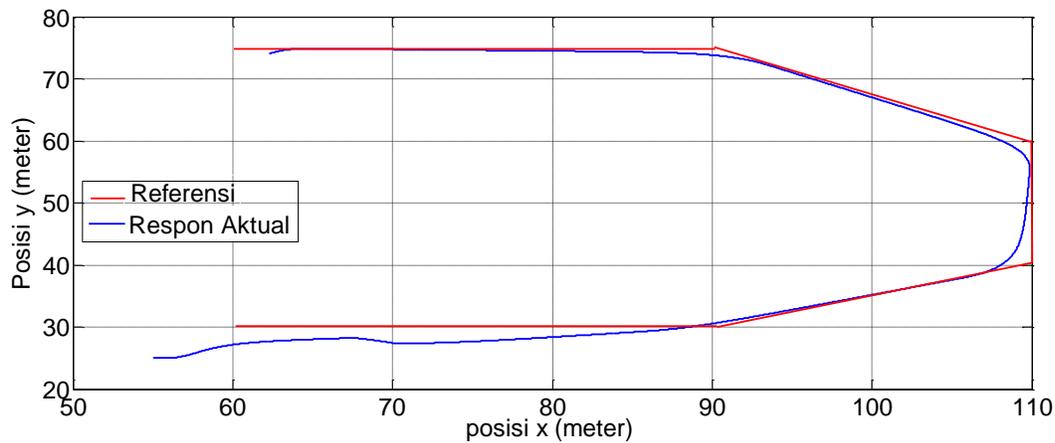
Perilaku posisi sumbu  $x$  dan  $y$  pada *path following* dengan gangguan eksternal ditunjukkan secara berurutan pada gambar 4.37 sampai gambar 4.38. secara keseluruhan terlihat *error* rata-rata posisi  $x$  sebesar 0.314 meter dan posisi  $y$  mengalami deviasi sebesar 0.0980 meter.

#### 4.2.4 Pengujian *Path Following* dengan Gangguan *Ocean Current* ( $\beta_c = -0.78$ )

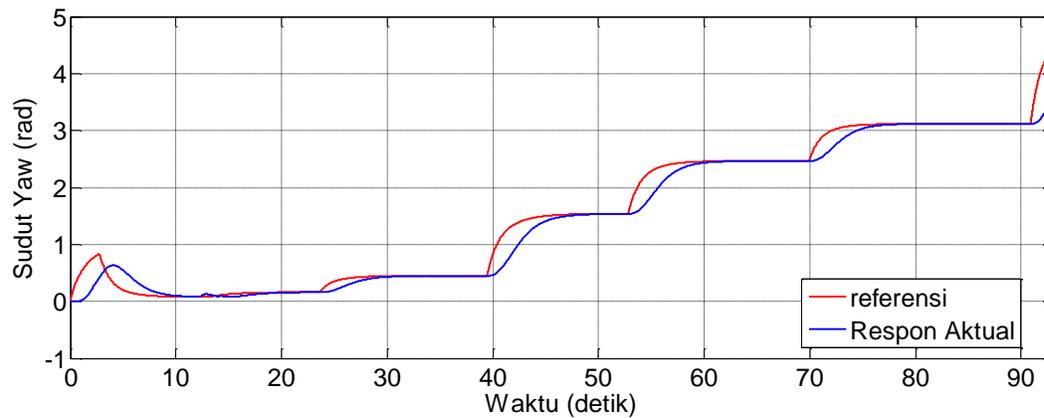
Pengujian gerak AUV menuju *path* menggunakan kontrol SDRE-LQT saat terdapat gangguan eksternal *ocean current* dengan  $\beta_c = -0.78$ ). *Ocean current* yang diberikan pada gambar 4.39 merupakan komponen vektor kecepatan *ocean current* sumbu  $x$  dan  $y$  yaitu  $u_c, v_c$  masing-masing dan vektor kecepataannya  $-1 < V_c < 1 \text{ m/s}$ . Pada pengujian ini diberikan gangguan *ocean current* pada  $12 < t < 14$  dan  $56 < t < 57$ .



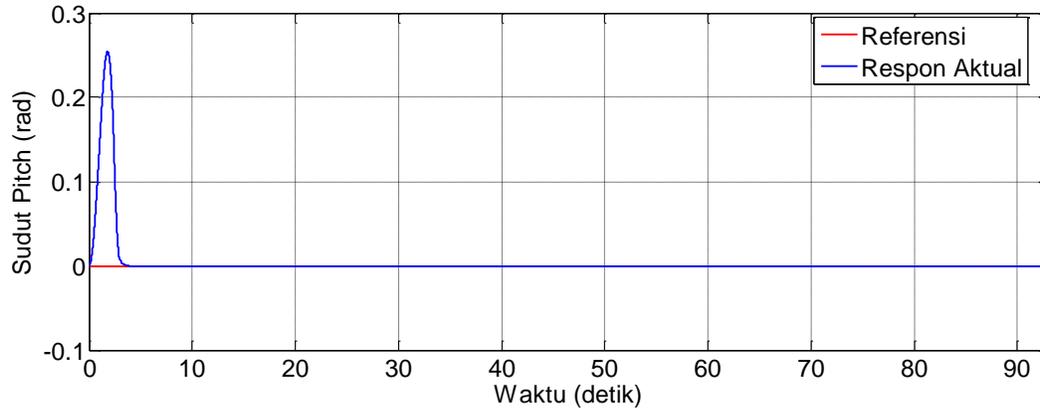
**Gambar 4.39** Ocean Current 2 Dimensi dengan  $\beta_c = -0.78$ .



**Gambar 4.40** Pergerakan AUV pada Bidang  $xy$  dengan Gangguan Eksternal  
 $\beta_c = -0.78$ .

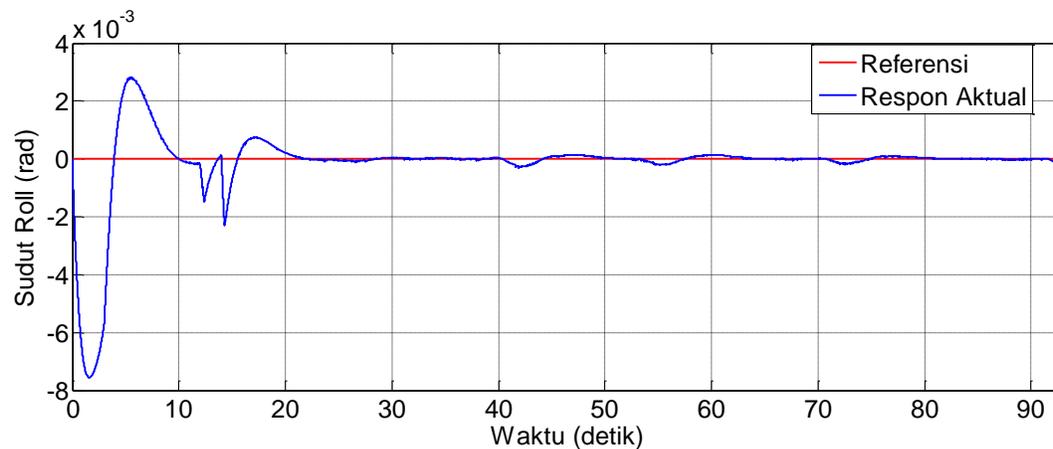


**Gambar 4.41** Perilaku Sudut Yaw dengan Gangguan Eksternal.



**Gambar 4.42** Perilaku Sudut *Pitch* dengan Gangguan Eksternal.

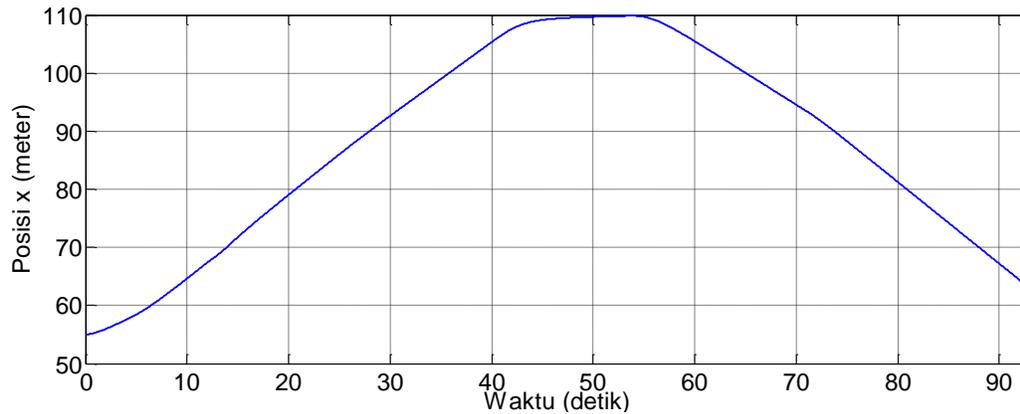
Pergerakan AUV dalam melakukan *path following* pada gambar 4.40 mengalami gangguan *ocean current* pada  $12 < t < 14$  dan  $56 < t < 57$  dengan nilai *error* rata-rata posisi AUV terhadap *path* sebesar 32.87%. Pada interval waktu  $12 < t < 14$  terlihat gangguan sedikit sekali mempengaruhi perilaku sudut *yaw* dan *pitch*. Tidak terjadi osilasi disekitar interval waktu tersebut, sehingga perilaku sudut *pitch* seperti yang terlihat pada gambar 4.42. Berdasarkan perilaku sudut *yaw* dan *pitch* tersebut dapat disimpulkan bahwa kontroler yang didesain mampu membawa sudut *yaw* dan *pitch* mencapai referensi dengan adanya gangguan *ocean current* dengan  $\beta_c = -0.78$ , dan adanya perubahan referensi pada sudut *yaw* juga dapat ditangani oleh kontroler dengan *error* rata-rata sudut *yaw* 0.0197 rad.



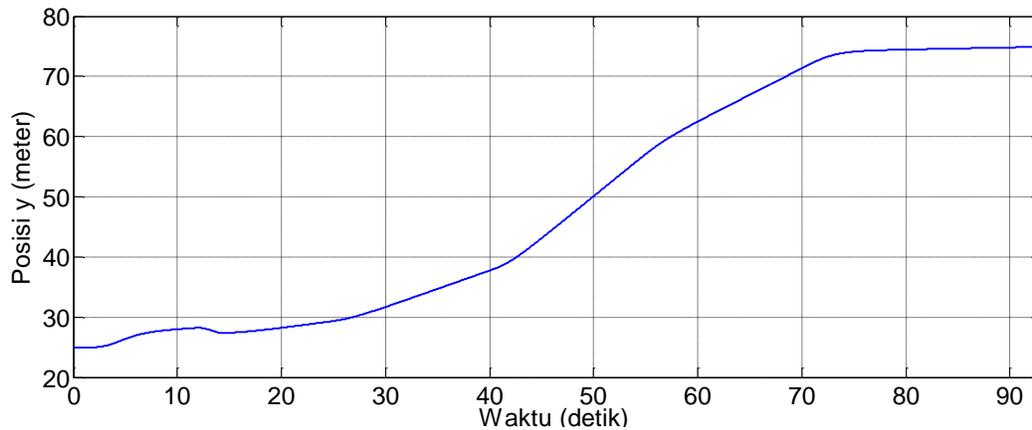
**Gambar 4.43** Perilaku Sudut *Roll* dengan Gangguan Eksternal.

Perilaku sudut *roll* dengan gangguan eksternal ditunjukkan gambar 4.43, berdasarkan perilaku sudut *roll* tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa kontroler yang didesain mampu

membawa sudut *roll* mencapai referensi, yang ditunjukkan dengan respon aktual sudut *roll* berada disekitar 0 rad untuk berbagai perubahan maneuver pada AUV. Osilasi yang terjadi disekitar 0 radian terjadi karena kontrol *roll* berusaha mempertahankan nilai referensi yang diinginkan akibat adanya perubahan sudut *yaw*.



**Gambar 4.44** Posisi AUV pada Sumbu *x* dengan Gangguan Eksternal.



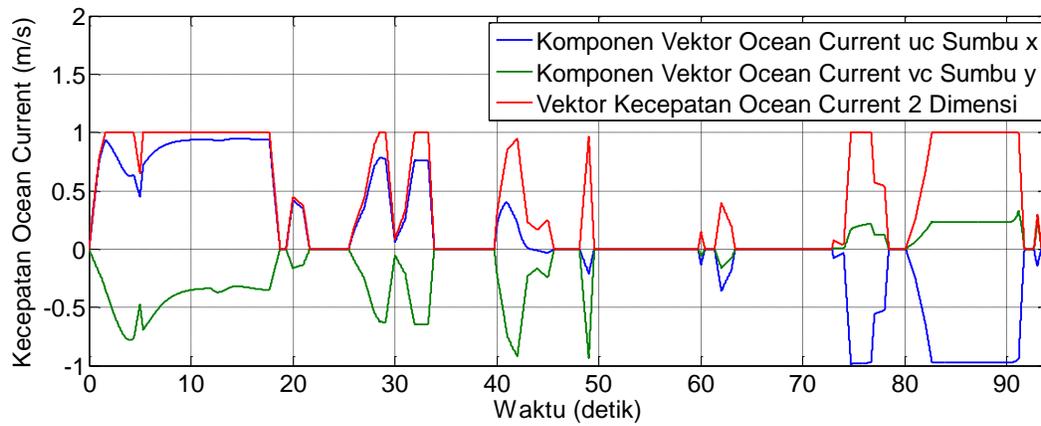
**Gambar 4.45** Posisi AUV pada Sumbu *y* dengan Gangguan Eksternal.

Perilaku posisi sumbu *x* dan *y* pada *path following* dengan gangguan eksternal ditunjukkan secara berurutan pada gambar 4.44 sampai gambar 4.45. secara keseluruhan terlihat *error* rata-rata posisi *x* sebesar 0.3146 meter dan posisi *y* mengalami deviasi sebesar 0.0955 meter.

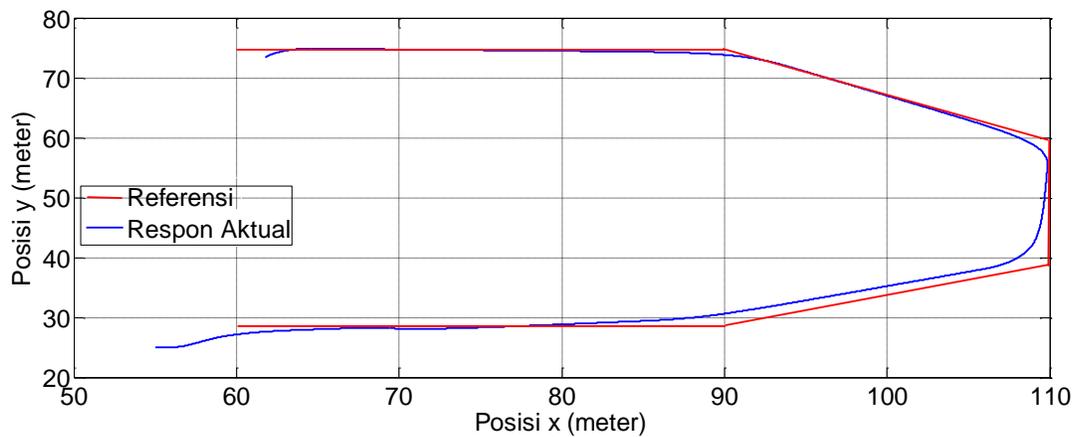
#### 4.2.5 Pengujian *Path Following* dengan Gangguan Ocean Current $\beta_c = -0.26$ )

Pengujian gerak AUV menuju *path* menggunakan kontrol SDRE-LQT saat terdapat gangguan eksternal *ocean current* dengan  $\beta_c = -0.26$ ). *Ocean current* yang diberikan pada gambar 4.46 merupakan komponen vektor kecepatan *ocean current* sumbu *x* dan *y* yaitu  $u_c, v_c$

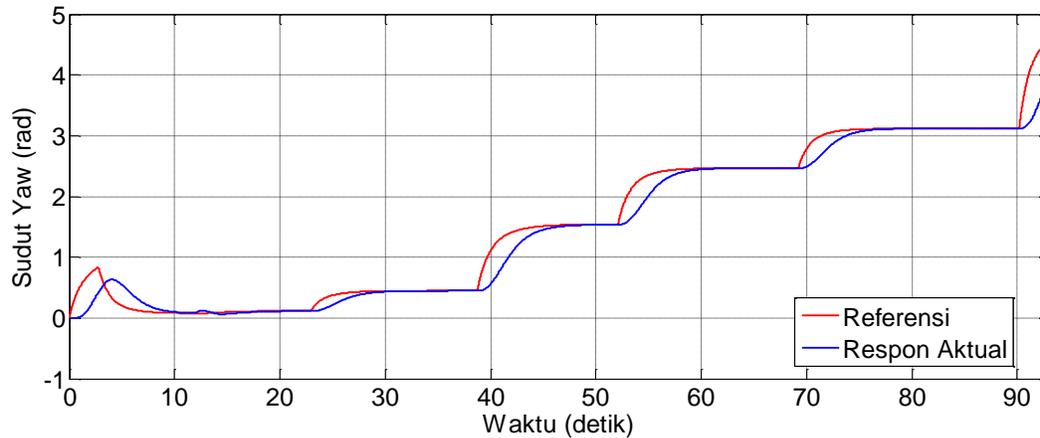
masing-masing dan vektor kecepataannya  $-1 < V_c < 1 \text{ m/s}$ . Pada pengujian ini diberikan gangguan *ocean current* pada  $12 < t < 14$  dan  $56 < t < 57$ .



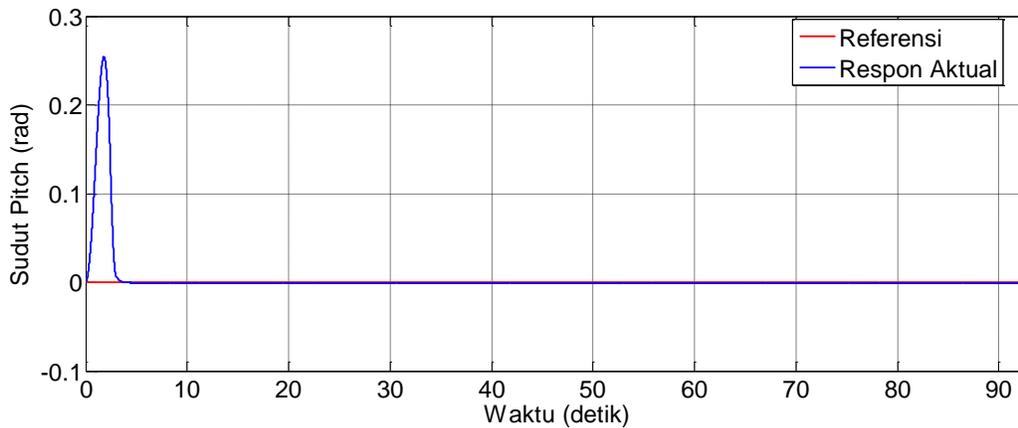
**Gambar 4.46** *Ocean Current* 2 Dimensi dengan  $\beta_c = -0.26$ .



**Gambar 4.47** Pergerakan AUV pada Bidang *xy* dengan Gangguan Eksternal  $\beta_c = -0.26$ .

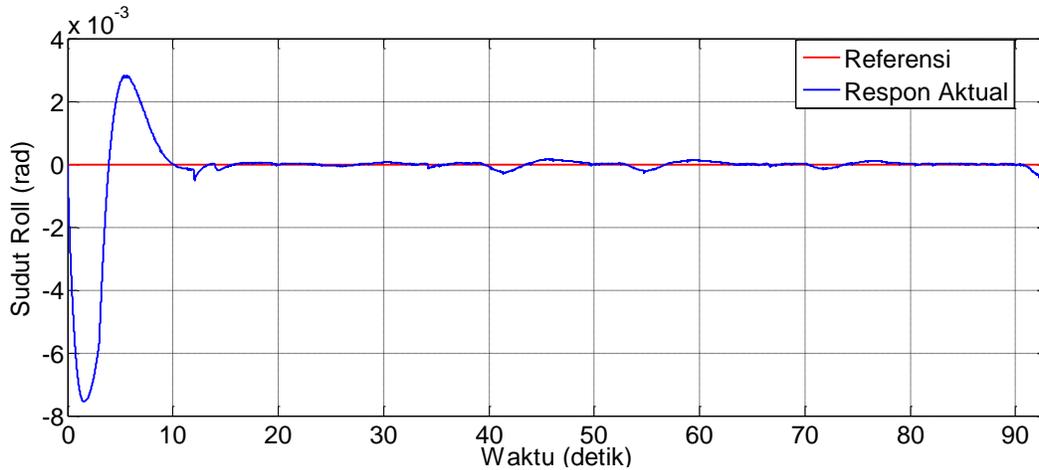


**Gambar 4.48** Perilaku Sudut *Yaw* dengan Gangguan Eksternal.



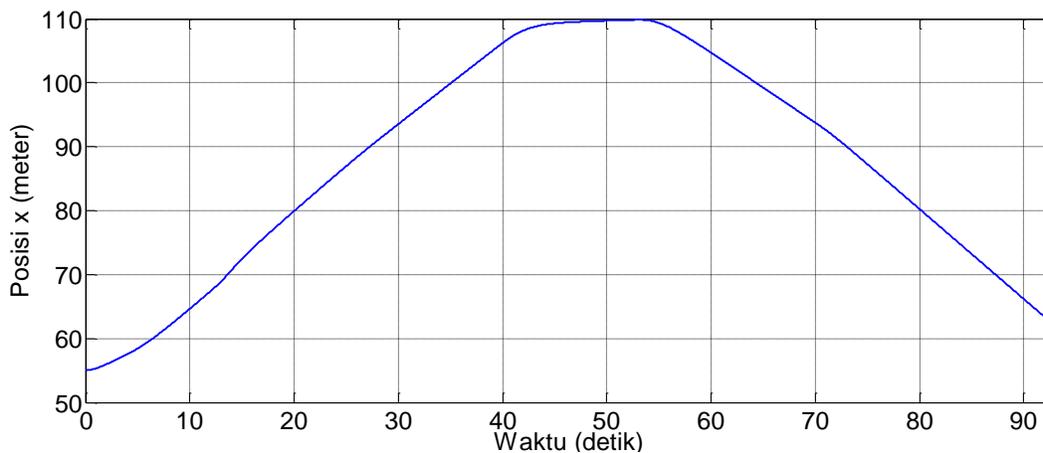
**Gambar 4.49** Perilaku Sudut *Pitch* dengan Gangguan Eksternal.

Pergerakan AUV dalam melakukan *path following* pada gambar 4.47 mengalami gangguan *ocean current* pada  $12 < t < 14$  dan  $56 < t < 57$  dengan nilai *error* rata-rata posisi AUV terhadap *path* sebesar 32.94%. Pada interval waktu  $12 < t < 14$  terlihat gangguan sedikit sekali mempengaruhi perilaku sudut *yaw* dan *pitch*. Tidak terjadi osilasi disekitar interval waktu tersebut, sehingga perilaku sudut *pitch* seperti yang terlihat pada gambar 4.49. Berdasarkan perilaku sudut *yaw* dan *pitch* tersebut dapat disimpulkan bahwa kontroler yang didesain mampu membawa sudut *yaw* dan *pitch* mencapai referensi dengan adanya gangguan *ocean current* dengan  $\beta_c = -0.26$ , dan adanya perubahan referensi pada sudut *yaw* juga dapat ditangani oleh kontroler dengan *error* rata-rata sudut *yaw* 0.0204 rad.

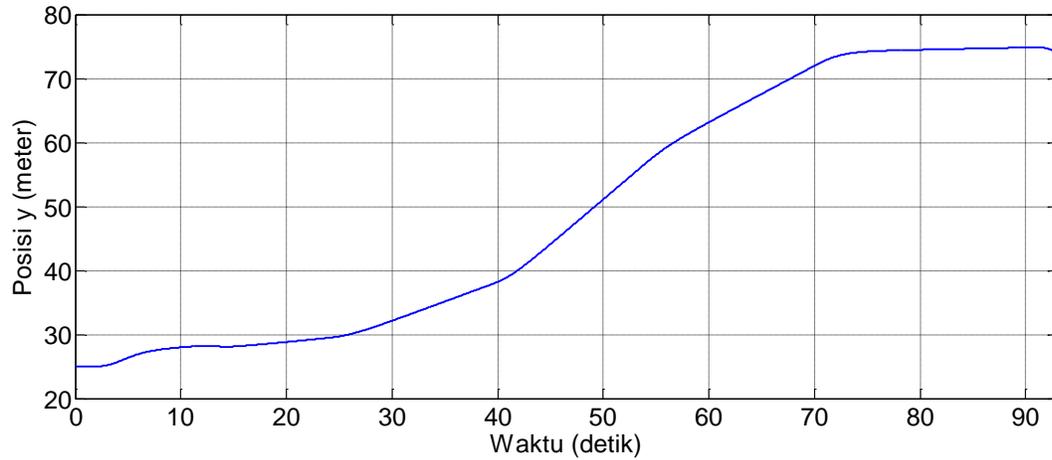


**Gambar 4.50** Perilaku Sudut *Roll* dengan Gangguan Eksternal.

Perilaku sudut *roll* dengan gangguan eksternal ditunjukkan gambar 4.50, berdasarkan perilaku sudut *roll* tersebut dapat diambil kesimpulan bahwa kontroler yang didesain mampu membawa sudut *roll* mencapai referensi, yang ditunjukkan dengan respon aktual sudut *roll* berada disekitar 0 rad untuk berbagai perubahan maneuver pada AUV. Osilasi yang terjadi disekitar 0 radian terjadi karena kontrol *roll* berusaha mempertahankan nilai referensi yang diinginkan akibat adanya perubahan sudut *yaw*.



**Gambar 4.51** Posisi AUV pada Sumbu *x* dengan Gangguan Eksternal.



**Gambar 4.52** Posisi AUV pada Sumbu y dengan Gangguan Eksternal.

Perilaku posisi sumbu  $x$  dan  $y$  pada *path following* dengan gangguan eksternal ditunjukkan secara berurutan pada gambar 4.51 sampai gambar 4.52. secara keseluruhan terlihat *error* rata-rata posisi  $x$  sebesar 0.3144 meter dan posisi  $y$  mengalami deviasi sebesar 0.0984 meter.

## **BAB 5**

### **PENUTUP**

#### **5.1 Kesimpulan**

Metode kontrol SDRE-LQT bekerja dengan cukup baik ketika tidak ada gangguan eksternal, dimana kontroler mampu mengendalikan pergerakan AUV untuk melalui suatu *path* yang telah ditentukan dengan rata-rata *cross track error* kecil yaitu 0.39 meter.

Penggunaan metode kontrol SDRE-LQT ketika ada gangguan eksternal *ocean current* menyebabkan timbulnya deviasi posisi AUV dalam melakukan gerak horizontal yang disebabkan karena pengaruh sudut beta *ocean current* ( $\beta_c$ ) mampu mengatasinya, sehingga mencegah deviasi posisi AUV terhadap posisi yang diharapkan dengan rata-rata *cross track error* 0.59 meter.

#### **5.2 Saran**

Saran untuk penelitian selanjutnya dapat membahas kontrol orientasi sudut *yaw* dengan mempertimbangkan orientasi sudut *roll* dalam membantu gerak AUV dalam melakukan *steering*, kontrol kecepatan dalam melakukan *maneuver*, dan penambahan desain *observer* untuk mengestimasi seluruh *state* agar mendekati dengan kondisi *real* serta desain *observer* untuk mengatasi *ocean current* 3 dimensi.

-----Halaman ini sengaja dikosongkan-----

## DAFTAR PUSTAKA

- [1] O. YILDIZ, Gokalp, dan A. E., Yilmaz dkk. (2009), " State of the Art System Solutions for Unmanned Underwater Vehicles ", *Radio Engineering*, Vol. 18, No. 4.
- [2] Jianguo, W., Minge, Z., Xiujun, S. (2011), " Hydrodynamic Characteristics of the Main parts of a Hybrid-Driven Underwater Glider PETREL ", dalam *Autonomous Underwater Vehicles*, Cruz, N.A., Rijeka, hal. 39-63.
- [3] Raja Rout. (2013), *Control of Autonomous Underwater Vehicles*, Thesis, National Institute of Technology Rourkela, Odisha, India.
- [4] Bjarni Helgason. (2012), *Low Speed Modeling and Simulation of Gavia AUV*, Research thesis, University of Reykjavik, Iceland.
- [5] Ridley, P., Fontan, J., Corke, P. (2002), *Submarine Dynamic Modeling*, Mechanical and Civil Engineering Project, School of Engineering, The University of Queensland, Brisbane, Australia.
- [6] J, Yuh. (2000), " Design and Control of Autonomous Underwater Robots : A Survey ", *Autonomous Robots*, Vol.8, hsl. 7-24 .
- [7] Jon Erling G. R. (2007), *Nonlinear Model-Based Control of Slender Body AUVs*, Thesis for the degree of philosophiae doctor, Norwegian University of Science and Technology Faculty of Engineering Science and Technology, Department of Marine Technology, Norway.
- [8] Louis Andrew G. (2004), *Design, Modelling, and Control of An Autonomous Underwater Vehicle*, Bachelor of Engineering Honours Thesis, University of Western, Australia,
- [9] Fossen, T. I. (1994), *Guidance and Control of Ocean Vehicles* , John Wiley and Sons Ltd., Chichester.
- [10] Fossen, T. I. (2002), *Marine Control Systems: Guidance, Navigation and Control of Ships, Rigs and Underwater Vehicles*. Trondheim, Norway.

- [11] Fossen, T. I. (2011), *Handbook of Marine Craft Hydrodynamic and Motion Control*, 1<sup>st</sup>, John Wiley and Sons Ltd., Trondheim, Norway.
- [12] Breivik, Foosen, T. I. (2004), *Path Following of Straight Lines and Circles for Marine Surface Vessels*, Centre for Ships and Ocean Structures, Norwegian University of Science and Technology, Norway.
- [13] Filoktimon R., Evangelos P. (2007), " Planar Trajectory Planning and Tracking Control Design for Underactuated AUVs ", *Ocean Engineering*, Vol.34, hal. 1650-1667.
- [14] Cheng, J., Yi, J. (2006), " A New Fuzzy Autopilot for Waypoint Tracking Control of Ships ", *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vancouver.
- [15] J. Yuh (1994), " Learning Control for Underwater Robotic Vehicles ", *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, University of Hawaii, Honolulu.
- [16] Xinqian B, Ying Qu, Zheping Yan, Wei Zhang. (2010), " Nonlinear Feedback Control for Trajectory Tracking of an Unmanned Underwater Vehicle ", *Proceedings of 2010 IEEE International Conference on Information and Automation*, University of Harbin, Harbin.
- [17] Sutarto, H., Y., Budiyo, A. (2011), " Development of Linear Parameter Varying Control System for Autonomous Underwater Vehicle ", *Geo Marine Sciences*, Vol. 40, No. 2, hal. 275-286.
- [18] Yang Chen. (2007), *Modular Modeling and Control for Autonomous Underwater Vehicle (AUV)*, A Thesis Submitted for The Degree of Master of Engineering, National University of Singapore.
- [19] Shantakumar, M., Asokan, T. (2011), " Planar Tracking Control of an Underactuated Autonomous Underwater Vehicle ", *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, Vol.5, No. 2.

- [20] Subudhi, B., Atta, D. (2009), " Design of Path Following Controller for an Underactuated AUV ", dalam *Archives of Control Sciences*, Vol. 19, No. 3, hal. 245-259.
- [22] Kim, J., Kim, K. (2001), " Model Free Linear Quadratic Tracking Control for Unmanned Helicopter using Reinforcement learning ", dalam *IEEE Conference and Exhibition*, hal. 429-435.
- [23] Cloutier, J., R., (1997), " State Dependent Riccati Equation Techniques ", *Proceedings of the American Control Conference*, New Mexico.
- [24] Geranmehr, B., Nekko, S., R. (2014), " State Dependent Set Point Regulation and Tracking Control of Horizontal Motion of AUV ", dalam *International Conference on Robotics and Mechatronics*, Tehran, Iran.
- [25] SNAME (1950), " Nomenclature for Treating the Motion of a Submerged Body Through a Fluid ", *The Society of Naval Architects and Marine Engineers, Technical and Research Bulletin No. 1-5*, April 1950, pp. 1-15.
- [26] Hoerner, S. F., Borst H.V. (1985), *Fluid Dynamic Lift*, 2<sup>nd</sup> edition, Mrs. Hoerner L.A., New York.
- [27] Blevins, R. D. (1979), *Formulas for Natural Frequency and Mode Shape*, Van Nostrand Reinhold Ltd., Canada, America.
- [28] Newman, J. N. (1977), *Marine Hydrodynamics*, MIT Press, Massachusetts.
- [29] Hoerner, S. F. (1965), *Fluid Dynamic Drag*, 2<sup>nd</sup> edition, Published by Author, New York.
- [30] Ridley, P., Fontan, J., Corke, P. (2002), *Submarine Dynamic Modeling*, Mechanical and Civil Engineering Project, School of Engineering, The University of Queensland, Brisbane, Australia.
- [31] Ogata, K. (), *Modern Control Engineering*, 3<sup>rd</sup>, Prentice-Hall International, Inc., United States of America.

- [32] Lewis, F. L., Syrmos, V. L. (1995), *Optimal Control*, 3<sup>rd</sup>, John Wiley and Sons, Inc., New York, United States of America.
- [33] Lewis, F. L. (1992), *Applied Optimal Control & Estimation*, Prentice-Hall International, Inc., United States of America.
- [34] Kim, J., Chung, W. K. (2005), " Accurate and Practical Thruster Modeling for Underwater Vehicles ", *Robotic and Automation*, Korea.

## RIWAYAT PENULIS



**Ilmi Rizki Imaduddin** dilahirkan 9 Desember 1986 di Surabaya Jawa Timur. Merupakan Putra ketiga dari Pasangan Achmad Slamet dan Herdini Widayanti. Penulis menamatkan pendidikan dasar di SDN Kutisari IV, kemudian melanjutkan ke SMP Muhhamadiyah 5 Pucang Surabaya. Untuk jenjang SMA penulis melanjutkan sekolahnya di SMA AL-FALAH Surabaya. Setelah menamatkan SMA, penulis melanjutkan studinya di Pendidikan Diploma satu AHLI TEKNIK MESIN ITS pada tahun 2005-2006, lalu penulis melanjutkan studi Diploma 4 di PENS Surabaya Jurusan Teknik MEKATRONIKA, lalu tahun 2010 penulis melanjutkan berwirausaha dibidang *Electrical Installation* dan *Marine Mechatronics System* sampai sekarang sambil melanjutkan studi S2 dibidang Teknik Sistem Pengaturan di Jurusan Teknik Elektro ITS Surabaya pada tahun 2012-2016. Program dan diskusi berkenaan dengan AUV bisa di tanyakan melalui email [ilmirizkiimaduddin@gmail.com](mailto:ilmirizkiimaduddin@gmail.com).