



TESIS - SM 142501

**DISTURBANCE COMPENSATING MODEL  
PREDICTIVE CONTROL UNTUK KENDALI  
GERAK KAPAL PERANG DENGAN MISI  
PENEMBAKAN MISIL**

HERI PURNAWAN  
NRP 0611 1650 010 016

DOSEN PEMBIMBING:  
Subchan, M.Sc., Ph.D.  
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si., M.Si.

PROGRAM MAGISTER  
DEPARTEMEN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2018





THESIS - SM 142501

**DISTURBANCE COMPENSATING MODEL  
PREDICTIVE CONTROL FOR WARSHIP  
MOTION CONTROL WITH MISSILE FIRING  
MISSION**

HERI PURNAWAN  
NRP 0611 1650 010 016

SUPERVISORS:  
Subchan, M.Sc., Ph.D.  
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si., M.Si.

MASTER PROGRAM  
DEPARTMENT OF MATHEMATICS  
FACULTY OF MATHEMATICS, COMPUTING, AND DATA SCIENCE  
SEPULUH NOPEMBER INSTITUTE OF TECHNOLOGY  
SURABAYA  
2018



Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Sains (M.Si.)  
di

Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:  
HERI PURNAWAN  
NRP. 0611 1650 010 016

Tanggal Ujian : 23 Juli 2018  
Periode Wisuda : September 2018

Disetujui oleh:

  
Subchan, M.Sc., Ph.D.  
NIP 19710513 199702 1 001

(Pembimbing I)

  
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si., M.Si.  
NIP 19830517 200812 1 003

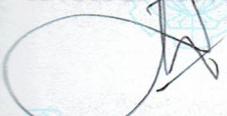
(Pembimbing II)

  
Dr. Dra. Mardlijah, M.T.  
NIP 19670114 199102 2 001

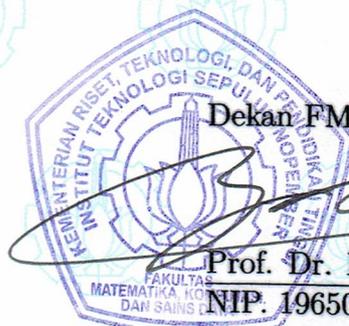
(Penguji)

  
Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si., M.Si.  
NIP 19730930 199702 1 001

(Penguji)

  
Dr. Hariyanto, M.Si.  
NIP 19530414 198203 1 002

(Penguji)



Dekan FMKSD,

  
Prof. Dr. Basuki Widodo, M.Sc.

NIP. 19650605 198903 1 002



# DISTURBANCE COMPENSATING MODEL PREDICTIVE CONTROL UNTUK KENDALI GERAK KAPAL PERANG DENGAN MISI PENEMBAKAN MISIL

Nama Mahasiswa : Heri Purnawan  
NRP : 0611 1650 010 016  
Pembimbing : 1. Subchan, M.Sc., Ph.D.  
2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si., M.Si.

## ABSTRAK

*Salah satu misi kapal perang adalah menembak dan menghindari serangan musuh, strategi tersebut dilakukan dengan menembakkan misil. Impact dari penembakan misil diusulkan sebagai gangguan pada sistem dinamik kapal. Besarnya gaya impact dari penembakan misil dapat ditentukan oleh massa dan percepatan misil, sedangkan momen gaya impactnya ditentukan oleh gaya dan jarak peluncur misil terhadap pusat gravitasi kapal. Karena gangguan impact dari penembakan misil dapat dihitung besaran nilainya, maka metode sistem kendali yang dipilih adalah metode DC-MPC. Metode kendali ini dipilih, karena DC-MPC merupakan metode yang robust terhadap gangguan yang terukur. Dari hasil simulasi menunjukkan bahwa gangguan impact dari penembakan misil sangat kecil pengaruhnya pada perubahan sudut hadap kapal, hal ini disebabkan oleh nilai gangguan impact dari penembakan misil dikalikan dengan matriks massa tambahan kapal menghasilkan nilai yang kecil dan gangguan hanya terjadi sesaat. Pada penelitian ini, skema DC-MPC juga diimplementasikan pada sistem nonlinier. Baik pada sistem linier maupun nonlinier, sudut hadap kapal tetap dapat mengikuti referensi sudut hadap yang diinginkan, meskipun skema DC-MPC yang diimplementasikan pada sistem nonlinier lebih lambat menuju referensi yang diberikan dari pada sistem linier. Terbukti bahwa skema DC-MPC yang diusulkan lebih robust dalam mengatasi gangguan impact dari penembakan misil dibandingkan dengan skema standar MPC baik untuk sistem linier maupun nonlinier.*

**Kata-kunci:** Kapal Perang, Impact Misil, DC-MPC, Sistem Nonlinier



# DISTURBANCE COMPENSATING MODEL PREDICTIVE CONTROL FOR WARSHIP MOTION CONTROL WITH MISSILE FIRING MISSION

Name : Heri Purnawan  
NRP : 0611 1650 010 016  
Supervisors : 1. Subchan, M.Sc., Ph.D.  
2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si., M.Si.

## ABSTRACT

*One of warship missions is shooting and avoiding enemy attacks, which can be done by missile firing strategy. Impact of missile firing is proposed as a disturbance on the ship's dynamic system. The magnitude of impact force of missile firing can be determined by mass and the acceleration of the missile, while the moment of impact force is determined by the force and distance of the missile launcher to the center of gravity of the ship. Due to the impact disturbance of the missile firing can be calculated its range of value, then we were chosen DC-MPC scheme. Because DC-MPC scheme is a robust method of measurable disturbance. The simulation results show that the impact of missile firing is very small effect on the ship's heading angle change, this is caused by the impact disturbance value of the missile firing multiplied by the additional mass matrix of the ship resulting a small value and the disturbance only occurs for a moment. In this research, DC-MPC scheme is also implemented on the nonlinear system. Both linear system and nonlinear system, the ship's actual heading angle can follow the desired heading angle, although the DC-MPC scheme implemented on nonlinear system slower toward the given reference than linear system. Proven that DC-MPC scheme is proposed more robust in overcoming the impact of missile firing than standard MPC scheme for both linear and nonlinear systems.*

**Key-words:** Warship, Missile Impact, DC-MPC, Nonlinear System



## KATA PENGANTAR

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat, taufik, dan hidayah-Nya, sehingga penulis diberikan suatu kesempatan untuk menyelesaikan tesis yang berjudul

### **DISTURBANCE COMPENSATING MODEL PREDICTIVE CONTROL UNTUK KENDALI GERAK KAPAL PERANG DENGAN MISI PENEMBAKAN MISIL**

tesis ini dibuat untuk memenuhi salah satu syarat dalam memperoleh gelar Magister Program Magister Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Penyusunan tesis ini tidak terlepas dari bantuan berbagai pihak. oleh karena itu, pada kesempatan ini, penulis menyampaikan terima kasih kepada pihak-pihak tersebut diantaranya:

1. Rektor Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
2. Dekan Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
3. Kepala Departemen Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
4. Kepala Program Studi Magister Matematika, Fakultas Matematika, Komputasi dan Sains Data, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
5. Subchan, M.Sc., Ph.D. dan Dr. Dieky Adzkiya, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing dalam penyelesaian tesis.
6. Dr. Dra. Mardlijah, M.T., Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si., dan Dr. Hariyanto, M.Si. selaku dosen penguji dalam penyelesaian tesis ini.
7. Dr. Chairul Imron, MI.Komp. selaku dosen wali selama menempuh program studi Magister Matematika.
8. Kedua orang tua tercinta yang selalu memberikan do'a serta dukungan selama menempuh program studi Magister Matematika. Semoga beliau diberikan kesehatan dan limpahan rahmat-Nya, aamiin ya robbal 'alamiin.
9. Teman-teman seperjuangan di Program Studi Magister Matematika. Terimakasih banyak atas segala sesuatunya yang telah diberikan selama menjalani perkuliahan Magister Matematika.

10. Staf Pasca Sarjana Matematika, Mbak Resty dan Mas Afif. Terimakasih banyak atas bantuan dalam menginformasikan keperluan administrasi dan bersedia menampung keluh kesah penulis selama proses penyelesaian tesis hingga kelulusan.
11. Kakak dan Adik angkatan di Program Studi Magister Matematika, serta semua pihak yang telah memberikan do'a dan dukungannya kepada penulis, yang tidak dapat penulis sebutkan satu-persatu.

Penulis menyadari bahwa dalam tesis ini masih terdapat kelemahan dan kekurangan, oleh karena itu penulis sangat terbuka menerima saran dan ide demi kesempurnaan penulisan selanjutnya. Penulis berharap semoga tesis ini dapat bermanfaat bagi pembaca, dan semua yang telah dikerjakan ini mendapat ridho dari Allah SWT.

Surabaya, Agustus 2018

Penulis

## DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
KATA PENGANTAR	xi
DAFTAR ISI	xiii
DAFTAR GAMBAR	xv
DAFTAR TABEL	xvii
BAB 1 PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	3
BAB 2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI	5
2.1 Penelitian-Penelitian Terkait	5
2.2 Model Dinamik dan Kinematik Kapal 4 DOF	6
2.3 Hukum Kendali APN	9
2.4 Linierisasi Sistem Persamaan Differensial	10
2.5 <i>Model Predictive Control</i>	12
2.5.1 Diagram Blok dan Skema MPC	12
2.5.2 Desain MPC	13
2.6 <i>Disturbance Compensating Model Predictive Control</i>	15
BAB 3 METODE PENELITIAN	17
3.1 Studi Literatur	17
3.2 Penurunan Persamaan Gaya dan Momen Gaya <i>Impact</i> Misil	17
3.2.1 Penurunan Persamaan Gaya <i>Impact</i>	17
3.2.2 Penurunan Persamaan Momen Gaya <i>Impact</i>	17
3.3 Pembentukan Model Sistem Linier Diskrit	18
3.4 Simulasi Desain Sistem Kendali DC-MPC	18
3.4.1 Optimasi Kompensasi Gangguan	18
3.4.2 Optimasi Fungsi Objektif MPC	18
3.5 Analisis Hasil Simulasi	18

BAB 4	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	21
4.1	Model Sistem Nonlinier Kapal	21
4.2	Linierisasi Model Matematika Kapal	22
4.3	Uji <i>Turning Cycle</i> Model Sistem Nonlinier dan Linier	24
4.4	Uji Keterkontrolan	28
4.5	Penurunan Gaya dan Momen Gaya <i>Impact</i>	28
	4.5.1 Penurunan Persamaan Gaya <i>Impact</i>	28
	4.5.2 Penurunan Persamaan Momen Gaya <i>Impact</i>	30
4.6	Model Sistem Nonlinier dan Linier Kapal dengan Gangguan	32
4.7	Desain Sistem Kendali MPC	34
	4.7.1 Prediksi Variabel Keadaan dan Keluaran	34
	4.7.2 Formulasi Fungsi Objektif	36
	4.7.3 Formulasi Kendala	37
4.8	Perhitungan Gangguan <i>Impact</i> dari Penembakan Misil	40
4.9	Desain Sistem Kendali DC-MPC	42
4.10	Hasil Simulasi dari Penerapan MPC untuk Model Sistem Linier	42
4.11	Simulasi Standar MPC pada Model Sistem Linier dengan Variasi Gangguan <i>Impact</i> Misil	44
	4.11.1 Simulasi Standar MPC dengan Variasi Gangguan <i>Impact</i> Misil (Skenario 1)	45
	4.11.2 Simulasi Standar MPC dengan Variasi Gangguan <i>Impact</i> Misil (Skenario 2)	47
4.12	Perbandingan Skema Standar MPC dan DC-MPC pada Model Sistem Linier dengan Gangguan	49
4.13	Penerapan Skema DC-MPC pada Model Sistem Nonlinier dengan Gangguan	51
4.14	Perbandingan Skema Standar MPC dan DC-MPC pada Model Sistem Nonlinier dengan Gangguan	53
BAB 5	KESIMPULAN DAN SARAN	55
5.1	Kesimpulan	55
5.2	Saran	56
	DAFTAR PUSTAKA	57
	LAMPIRAN	61
	BIODATA PENULIS	63

## DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Sistem koordinat kapal dan bumi . . . . .	7
Gambar 2.2	Geometri model 2D pada intersepsi misil-target . . . . .	9
Gambar 2.3	Diagram blok MPC . . . . .	12
Gambar 2.4	Skema MPC . . . . .	13
Gambar 3.1	Diagram alir penelitian . . . . .	19
Gambar 4.1	Simulasi <i>open loop</i> dari model nonlinier dengan variasi sudut <i>rudder</i> . . . . .	25
Gambar 4.2	Simulasi <i>open loop</i> dari model linier dengan variasi sudut <i>rudder</i> . . . . .	27
Gambar 4.3	Ilustrasi arah gaya <i>impact</i> dari penembakan misil . . . . .	29
Gambar 4.4	Ilustrasi proyeksi gaya tembak misil terhadap bidang $x_B$ dan $z_B$ . . . . .	30
Gambar 4.5	Simulasi standar MPC dengan variasi prediksi horizon tanpa gangguan . . . . .	44
Gambar 4.6	Simulasi MPC dengan variasi gangguan <i>impact</i> misil pada skenario 1 . . . . .	45
Gambar 4.7	Sudut <i>rudder</i> terhadap gangguan <i>impact</i> pada skenario 1 . . . . .	46
Gambar 4.8	Simulasi MPC dengan variasi gangguan <i>impact</i> misil pada skenario 2 . . . . .	47
Gambar 4.9	Sudut <i>rudder</i> terhadap gangguan <i>impact</i> pada skenario 2 . . . . .	48
Gambar 4.10	Simulasi standar MPC dan DC-MPC dengan <i>impact</i> penembakan misil C . . . . .	49
Gambar 4.11	Sudut <i>rudder</i> standar MPC dan DC-MPC dengan <i>impact</i> penembakan misil C . . . . .	50
Gambar 4.12	Simulasi DC-MPC pada model sistem linier dan nonlinier . . . . .	51
Gambar 4.13	Sudut <i>rudder</i> DC-MPC pada model sistem linier dan nonlinier . . . . .	52
Gambar 4.14	Simulasi standar MPC dan DC-MPC pada sistem nonlinier dengan gangguan . . . . .	53
Gambar 4.15	Sudut <i>rudder</i> standar MPC dan DC-MPC pada sistem nonlinier dengan gangguan . . . . .	54



## DAFTAR TABEL

Tabel 4.1	Nilai percepatan misil dengan perbedaan tipe misil . . . . .	40
Tabel 4.2	Nilai MAE dengan perbedaan prediksi horizon . . . . .	44
Tabel 4.3	Nilai MAE dari skema standar MPC pada skenario 1 . . . . .	47
Tabel 4.4	Nilai MAE skema standar MPC pada skenario 2 . . . . .	48
Tabel 4.5	Nilai MAE skema MPC dan DC-MPC tanpa dan dengan gangguan pada model sistem linier . . . . .	50
Tabel 4.6	Nilai MAE DC-MPC pada model sistem linier dan nonlinier	52
Tabel 4.7	Nilai MAE skema MPC dan DC-MPC pada model sistem nonlinier . . . . .	54



# BAB 1

## PENDAHULUAN

Dalam Bagian ini dijelaskan tentang latar belakang penelitian, sehingga menjadikan penelitian ini penting untuk dilakukan. Selain itu dijelaskan tentang rumusan masalah, batasan masalah, tujuan dan manfaat dari penelitian.

### 1.1 Latar Belakang

Salah satu instruksi yang dilakukan oleh pemerintah melalui kementerian pertahanan dan keamanan dalam konsorsium kapal perang yaitu melakukan pengembangan alutsista berupa kapal perang. Penelitian pengembangan kapal perang yang dilakukan adalah kapal perang yang berinduk yaitu kapal perang X. Untuk dapat melakukan penelitian dan pengembangan pada sebuah kapal, maka dibutuhkan berbagai disiplin ilmu dan instrumen-instrumen penunjangnya, salah satunya adalah model matematika.

Banyak penelitian yang telah dilakukan terkait model matematika gerak kapal, diantaranya adalah pemodelan kapal menggunakan 6 DOF diturunkan berdasarkan persamaan diferensial untuk kendaraan bawah air (Fossen, 1994). Pemodelan kapal menggunakan 4 DOF digunakan untuk *heading autopilots* dan kendali manuver pada kapal (Perez, 2005; Ge, Gao, Chen, Li & Huang, 2010; Herrero, Tomas-Rodriguez & Velasco, 2014; Revestido, Tomas-Rodriguez & Gonzalez, 2013; Yoon, Son & Lee, 2007; Cahyaningtias, 2014). Pemodelan 1 DOF digunakan dalam *ship heading control*, dengan hanya mempertimbangkan 1 DOF sistem dinamik kapal, yakni *yaw rate* (Li & Sun, 2012; Subchan, Syaifudin & Asfihani, 2014). Berdasarkan penelitian-penelitian sebelumnya, maka pada penelitian ini dilakukan pengembangan pengendalian gerak kapal dengan mempertimbangkan empat derajat kebebasan yaitu: *surge*, *sway*, *yaw*, dan *roll*. Diasumsikan bahwa *pitch* dan *heave* tidak mempengaruhi manuver kapal. Model tak linier empat derajat kebebasan adalah model paling komprehensif yang dipaparkan dalam literatur-literatur dan dapat mencakup karakteristik dari dinamika kapal (Li, Sun & Beck, 2010).

Salah satu misi kapal perang adalah menembak dan menghindari serangan musuh, strategi tersebut dilakukan dengan menembakkan misil. Berdasarkan misi tersebut, pemodelan gangguan *impact* juga diperlukan untuk mengetahui seberapa besar gaya yang diterima oleh sebuah kapal ketika menembakkan sebuah misil. Gangguan *impact* yang ditimbulkan oleh penembakan misil merupakan suatu gangguan eksternal yang akan mempengaruhi kestabilan pada sebuah kapal ketika bermanuver di lautan. Untuk mengatasi permasalahan tersebut, maka diperlukan suatu sistem kendali yang *robust* dalam mengatasi gangguan dari *impact* penembakan misil tersebut.

Metode pengendali yang banyak dikembangkan dibidang kendali sistem kapal adalah *Model Predictive Control* (MPC) (Ghaemi, Oh & Sun, 2010; Li & Sun, 2012; Subchan dkk., 2014; Cahyaningtias, 2014). Metode MPC memiliki beberapa kelebihan dibandingkan metode lain diantaranya dapat digunakan untuk mengendalikan berbagai macam proses mulai dari sistem dengan dinamika yang relatif sederhana hingga sistem yang memiliki kompleksitas lebih tinggi termasuk sistem dengan delay waktu yang lama dan sistem yang tidak stabil, kasus multivariabel dapat dengan mudah diselesaikan, dapat menangani berbagai macam *constraint* (kendala) yang terdapat pada sistem, sehingga dapat dimasukkan dalam proses desain, serta kemampuannya dalam proses optimasi (Camacho & Bordons, 2012; Wang, 2009; Putri, Asfihani & Subchan, 2018). Selain itu, MPC juga mempunyai tahapan prediksi output yang akan datang sehingga bisa digunakan untuk memperbaiki perhitungan input kendali.

*Disturbance compensating model predictive control* (DC-MPC) merupakan pengembangan dari metode MPC. Ide pengembangan metode DC-MPC diperkenalkan oleh Li dan Sun (2012) dalam penelitiannya mengenai *ship heading control*. Metode ini digunakan untuk mengatasi gangguan eksternal seperti gangguan angin, gelombang, dan gangguan lingkungan lainnya. Dalam penelitian ini, gangguan yang dimaksud adalah gangguan gaya *impact* saat penembakan misil. Tujuan dari DC-MPC adalah untuk mendapatkan kompensasi gangguan yang kemudian akan disubstitusikan ke dalam salah satu kendala pertidaksamaan untuk mengoptimasi fungsi tujuan pada algoritma MPC. Diharapkan dengan menggunakan metode DC-MPC, kapal bisa bergerak stabil kembali dan mengikuti referensi *ship heading* yang telah ditentukan, walaupun terdapat gangguan dari *impact* penembakan misil tersebut.

## 1.2 Rumusan Masalah

Adapun permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana mendapatkan persamaan gaya dan momen gaya *impact* dari penembakan misil pada sebuah kapal?
2. Bagaimana analisis hasil simulasi dari penerapan DC-MPC pada kapal perang X dengan gangguan *impact* akibat penembakan misil?

## 1.3 Batasan Masalah

Dalam rencana penelitian tesis ini diberikan beberapa batasan masalah dengan rincian sebagai berikut.

1. Model manuver kapal yang digunakan adalah 4 DOF yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, dan *roll* dengan *rudder* sebagai variabel kendalinya.
2. Data parameter hidrodinamika kapal berdasarkan pada penelitian dosen atau penelitian sebelumnya.
3. Misil yang digunakan untuk simulasi gangguan gaya *impact* adalah misil A, B dan C.
4. Gangguan yang dipertimbangkan adalah gangguan *impact* akibat penembakan misil.
5. Sudut tembak misil adalah  $45^\circ$ .
6. Sudut hadap *launcher* misil relatif terhadap *surge* kapal adalah  $30^\circ$ .

## 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan yang ingin dicapai dalam perencanaan penelitian tesis ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan persamaan gaya dan momen gaya *impact* dari penembakan misil pada sebuah kapal.
2. Mendapatkan analisis hasil simulasi dari penerapan DC-MPC pada kapal perang X dengan gangguan *impact* akibat penembakan misil.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Manfaat dari perencanaan penelitian tesis ini adalah sebagai kontribusi dalam pengembangan sistem kendali kapal perang dalam misi menembak dan menghindari serangan musuh demi menjaga pertahanan dan keamanan negara.



## BAB 2

### KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

Dalam bab ini dibahas mengenai kajian pustaka dan dasar teori yang berkaitan dengan topik penelitian tesis, diantaranya adalah model dinamik kapal 4 DOF, metode kendali MPC dan metode kendali DC-MPC.

#### 2.1 Penelitian-Penelitian Terkait

Penelitian mengenai metode DC-MPC untuk kendali sudut *heading* kapal pertama kali dilakukan oleh Li dan Sun (2012). Salah satu kontribusi dari metode ini adalah untuk memenuhi kendala variabel keadaan dan penyelesaian *feasible* untuk sistem linier dengan gangguan lingkungan. Pembuktian secara teori juga dipaparkan dalam penelitian ini. Perbandingan dengan metode MPC dan modifikasi MPC juga disajikan. Tujuan desain kendali adalah mengatur sudut *heading* kapal agar bisa mengikuti referensi sudut *heading* yang diinginkan. Gangguan lingkungan yang dipertimbangkan adalah gangguan gelombang air laut, dengan bentuk gelombang adalah konstan dan sinusoidal. Untuk Model kapal yang digunakan adalah model 1 DOF yaitu kecepatan *yaw* dan satu kendali input, yaitu sudut *rudder*. Kapal yang digunakan untuk simulasi adalah kapal kontainer S175. Dari simulasi yang dilakukan diperoleh hasil bahwa performansi terbaik didapat dengan menggunakan DC-MPC, yaitu terjadi penurunan osilasi pada sudut *rudder* dan variabel keadaan, sehingga sudut *heading* lebih mendekati referensinya jika dibandingkan dengan metode MPC dan modifikasi MPC.

Pada tahun 2014, penelitian tentang kendali sudut *heading* pada kapal *Corvette* SIGMA, yaitu kapal perang milik TNI AL Indonesia dengan metode MPC dilakukan oleh Subchan dkk. Model matematika kapal yang digunakan adalah model linier 2 DOF yang diusulkan oleh Davidson dan Schiff, dengan mempertimbangkan kecepatan *sway* dan *yaw* dengan kendali input yang sama, yaitu sudut *rudder*. Hasil dari penelitian ini adalah kecepatan *yaw* dan sudut *rudder* kapal mengalami osilasi mengikuti bentuk dari persamaan gangguan yang diberikan. Penelitian selanjutnya tentang DC-MPC pada kapal dilakukan oleh Sari (2014) melalui judul tesisnya yaitu "Penerapan Disturbance Compensating Model Predictive Control (DC-MPC) pada Sistem

Kendali Kapal”. Model matematika kapal yang dipertimbangkan adalah model nonlinier 4 DOF. Hasil simulasi menunjukkan bahwa penerapan DC-MPC lebih baik dari pada MPC dalam menjaga kestabilan gerak kapal. Pada tahun 2016, penelitian tentang pengaruh gaya *impact* meriam pada kapal perang KRI Hasanuddin dilakukan oleh Munadhif dkk. Gangguan yang dipertimbangkan dalam penelitian ini adalah gangguan gaya *impact* meriam dan gelombang laut dengan kendali Fuzzy Gain Scheduling-PID. Gaya *impact* meriam pada penelitian ini diasumsikan sebagai gangguan internal kapal.

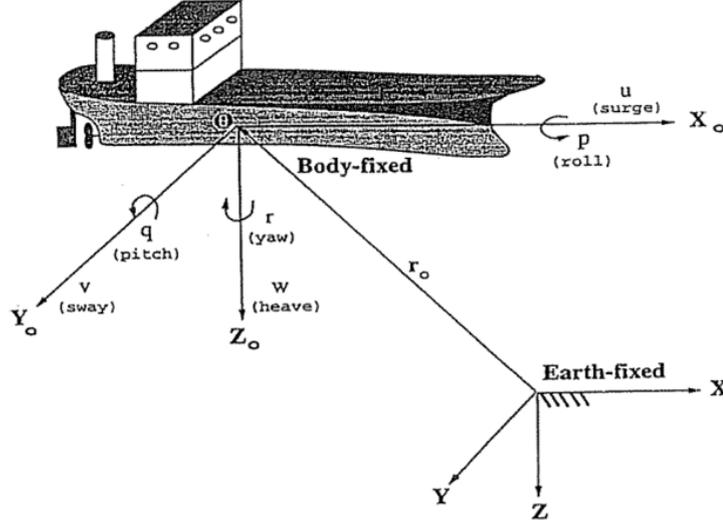
Berdasarkan uraian penelitian di atas, maka penulis mengusulkan penelitian tentang penerapan DC-MPC untuk kendali sudut *heading* kapal perang dengan gangguan berupa *impact* dari penembakan misil. Gangguan *impact* penembakan misil dipertimbangkan, karena menurut penulis efek dari penembakan misil lebih besar dibandingkan dengan efek dari penembakan peluru meriam. Sementara itu, misil lebih sering digunakan ketika menembak dan menghindari serangan musuh. Perbedaan yang diberikan pada penelitian sebelumnya adalah gangguan *impact* dari penembakan misil diasumsikan sebagai gangguan eksternal kapal. Besarnya nilai percepatan misil ditentukan dengan menggunakan hukum kendali APN (Pan, Su, Chu & Wang, 2010). Tujuan desain kendali DC-MPC adalah mengatur sudut *heading* kapal agar bisa mengikuti referensi sudut *heading* yang diinginkan.

## 2.2 Model Dinamik dan Kinematik Kapal 4 DOF

Secara umum gerak sebuah kapal ketika berada di lautan dibagi menjadi dua macam, yaitu gerak translasi dan gerak rotasi. Gerak translasi meliputi *surge*, *sway* dan *heave*, sedangkan gerak rotasi meliputi *pitch*, *roll* dan *yaw*. Gerakan inilah yang kemudian dikenal dengan *six degree of freedom* (6 derajat kebebasan).

Berdasarkan Gambar 2.1 (Fossen, 1994), maka diperoleh definisi gerakan sebuah kapal adalah sebagai berikut: *surge* merupakan gerakan kapal sepanjang sumbu- $X_o$ , *sway* merupakan gerakan kapal sepanjang sumbu- $Y_o$ , *heave* merupakan gerakan kapal sepanjang sumbu- $Z_o$ , *pitch* merupakan rotasi kapal terhadap sumbu- $Y_o$ , *roll* merupakan rotasi kapal terhadap sumbu- $X_o$  dan *yaw* merupakan rotasi kapal terhadap sumbu- $Z_o$ .

Pada penelitian ini, model matematika untuk sistem persamaan gerak kapal, dibentuk dengan mempertimbangkan empat derajat kebebasan. Model matematika dalam penelitian ini didefinisikan sebagai berikut (Yoon



Gambar 2.1: Sistem koordinat kapal dan bumi

dkk., 2007):

$$\begin{aligned}
(m - X_{\dot{u}}) \dot{u} &= m (vr + x_G r^2 - z_G p r) + X_{\text{hyd}} + X_{\text{eks}} \\
(m - Y_{\dot{v}}) \dot{v} - (m z_G + Y_{\dot{p}}) \dot{p} + (m x_G - Y_{\dot{r}}) \dot{r} &= -m u r + Y_{\text{hyd}} + Y_{\text{eks}} \\
- (m z_G + K_{\dot{v}}) \dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}}) \dot{p} &= m z_G u r + K_{\text{hyd}} + K_{\text{eks}} \\
(m x_G - N_{\dot{v}}) \dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}}) \dot{r} &= -m x_G u r + N_{\text{hyd}} + N_{\text{eks}}
\end{aligned} \tag{2.1}$$

dengan komponen gaya dan momen hidrodinamika diberikan sebagai berikut (Perez, 2005):

$$\begin{aligned}
X_{\text{hyd}} &= X_{vr} vr + X_{u|u}|u| \\
Y_{\text{hyd}} &= Y_{|u|v}|u|v + Y_{ur} ur + Y_{v|v}|v|v + Y_{v|r}|v|r + Y_{r|v}|r|v + Y_{\phi|uv}|\phi|uv| + \\
&\quad Y_{\phi|ur}|\phi|ur| + Y_{\phi uu} \phi u^2 \\
K_{\text{hyd}} &= K_{|u|v}|u|v + K_{ur} ur + K_{v|v}|v|v + K_{v|r}|v|r + K_{r|v}|r|v + K_{\phi|uv}|\phi|uv| + \\
&\quad K_{\phi|ur}|\phi|ur| + K_{\phi uu} \phi u^2 + K_{|u|p}|u|p + K_{p|p}|p|p + K_{pp} p + K_{\phi\phi\phi} \phi^3 - \\
&\quad \rho g \nabla G Z(\phi) \\
N_{\text{hyd}} &= N_{|u|v}|u|v + N_{|u|r}|u|r + N_{r|r}|r|r + N_{r|v}|r|v + N_{\phi|uv}|\phi|uv| + N_{\phi|ur}|\phi|ur| \\
&\quad + N_{pp} p + N_{p|p}|p|p + N_{|u|p}|u|p + N_{\phi|u}|\phi|u|
\end{aligned}$$

sedangkan untuk  $X_{\text{eks}}, Y_{\text{eks}}, K_{\text{eks}}$  dan  $N_{\text{eks}}$  adalah gaya dan momen eksternal berupa gaya *rudder*, *propeller*, dan *bow thrusters*. Pada penelitian ini hanya

gaya *rudder* yang diperhitungkan. Untuk keperluan analisis manuver kapal, maka didefinisikan persamaan kinematika berikut (Fossen, 1994):

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= p \\ \dot{\psi} &= r \cos \phi\end{aligned}$$

dimana pada Persamaan (2.1),  $m$  menotasikan massa kapal;  $I_x, I_z$  dan  $(x_G, z_G)$  berturut-turut menotasikan momen inersia  $x, z$  dan koordinat dari *center of gravity* (CG) dari sebuah kapal;  $X_{\text{hyd}}, Y_{\text{hyd}}, K_{\text{hyd}}$  dan  $N_{\text{hyd}}$  adalah gaya dan momen *surge, sway, roll* dan *yaw* dari komponen-komponen hidrodinamika, *propeller* dan *rudder*;  $X_{\dot{u}}, Y_{\dot{v}}, Y_{\dot{p}}$  dan  $X_{\dot{r}}$  adalah koefisien massa tambahan pada gaya;  $K_{\dot{v}}, K_{\dot{p}}, N_{\dot{v}}$  dan  $N_{\dot{r}}$  adalah koefisien massa tambahan pada momen, *subscript* menotasikan variabel gerak; dan  $u, v, p$  dan  $r$  adalah variabel-variabel gerak yang mana arahnya didefinisikan dalam Gambar 2.1. Simbol *dot* diatas variabel gerak menotasikan turunan terhadap waktu.  $\phi$  dan  $\psi$  masing-masing menotasikan sudut *roll* dan sudut *yaw*.

Dinamika yang terkait dengan komponen kecepatan *surge* dapat dipisahkan (*decoupled*) dari model maneuvering *sway, roll, yaw* subsistem dan diasumsikan bernilai konstan, yaitu  $u \approx U$  (Fossen, 1994; Perez, 2005). Sehingga persamaan (2.1) dapat dituliskan menjadi:

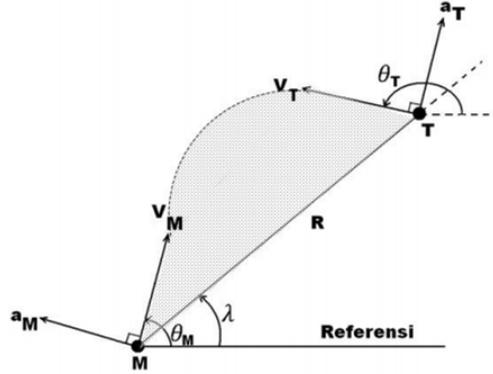
$$\begin{aligned}(m - Y_{\dot{v}}) \dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}}) \dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}}) \dot{r} &= -mUr + Y_{\text{hyd}} + Y_{\text{eks}} \\ - (mz_G + K_{\dot{v}}) \dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}}) \dot{p} &= mz_GUr + K_{\text{hyd}} + K_{\text{eks}} \\ (mx_G - N_{\dot{v}}) \dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}}) \dot{r} &= -mx_GUr + N_{\text{hyd}} + N_{\text{eks}}\end{aligned}\quad (2.2)$$

dengan komponen gaya dan momen hidrodinamika diberikan sebagai berikut (Perez, 2005):

$$\begin{aligned}Y_{\text{hyd}} &= Y_{|u|v}|U|v + Y_{ur}Ur + Y_{v|v}|v|v + Y_{v|r}|v|r + Y_{r|v}|r|v + Y_{\phi|uv}|\phi|Uv| + \\ &Y_{\phi|ur}|\phi|Ur| + Y_{\phi uu}\phi U^2 \\ K_{\text{hyd}} &= K_{|u|v}|U|v + K_{ur}Ur + K_{v|v}|v|v + K_{v|r}|v|r + K_{r|v}|r|v + K_{\phi|uv}|\phi|Uv| + \\ &K_{\phi|ur}|\phi|Ur| + K_{\phi uu}\phi U^2 + K_{|u|p}|U|p + K_{p|p}|p|p + K_p p + K_{\phi\phi\phi}\phi^3 - \\ &\rho g \nabla GZ(\phi) \\ N_{\text{hyd}} &= N_{|u|v}|U|v + N_{|u|r}|U|r + N_{r|r}|r|r + N_{r|v}|r|v + N_{\phi|uv}|\phi|Uv| + N_{\phi|ur}|\phi|Ur| \\ &+ N_p p + N_{|p|p}|p|p + N_{|u|p}|U|p + N_{\phi u|\phi}|\phi|U|U|\end{aligned}\quad (2.3)$$

### 2.3 Hukum Kendali APN

Hukum kendali *augmented proportional navigation* atau yang lebih dikenal dengan APN digunakan untuk mendapatkan nilai optimal percepatan misil pada penembakan target yang bergerak. Ilustrasi intersepsi model 2D misil-target dapat dilihat pada Gambar 2.2.



Gambar 2.2: Geometri model 2D pada intersepsi misil-target

Berdasarkan Gambar 2.2 diperoleh model gerak misil pada penembakan target bergerak (Pan dkk., 2010), yaitu

$$\dot{\lambda} = \frac{V_T \sin(\theta_T - \lambda) - V_M \sin(\theta_M - \lambda)}{R} \quad (2.4)$$

$$\dot{R} = V_T \cos(\theta_T - \lambda) - V_M \cos(\theta_M - \lambda) \quad (2.5)$$

$$\dot{\theta}_T = \frac{a_T}{V_T} \quad (2.6)$$

$$\dot{\theta}_M = \frac{a_M}{V_M} \quad (2.7)$$

Variabel-variabel dari sistem dinamik pada Persamaan (2.4)-(2.7) yaitu

$\lambda(t)$  : sudut LOS pada saat  $t$

$R(t)$  : jarak LOS pada saat  $t$

$\theta_T$  : sudut terbang target pada saat  $t$

$\theta_M$  : sudut terbang misil pada saat  $t$

Istilah *Line of Sight* sering kali disingkat sebagai LOS. Jika kita dapat melihat titik B dari titik A tidak ada penghalang antara A dan B, maka kita mempunyai LOS. Untuk variabel pengendali pada sistem yaitu

$a_M(t)$  : percepatan normal misil pada saat  $t$

Beberapa parameter untuk model gerak peluru kendali pada Persamaan (2.4)-

(2.7) yaitu

$V_T(t)$  : kecepatan tangensial target pada saat  $t$

$V_M(t)$  : kecepatan tangensial misil pada saat  $t$

variasi dari  $V_M$  dan  $V_T$  dihitung dengan menggunakan  $\dot{V}_M = \tilde{a}_M$  dan  $\dot{V}_T = \tilde{a}_T$ , dimana  $\tilde{a}_M$  dan  $\tilde{a}_T$  masing-masing adalah percepatan tangensial misil dan target.

Pada penelitian yang dilakukan oleh (Subchan & Asfihani, 2013; Pan dkk., 2010),  $a_T$  merupakan variabel *unknown input*, sehingga untuk mengestimasi besarnya nilai dari  $a_T$  digunakan metode *Extended Kalman Filter-Unknown Input-Without Direct Feedthrough* (EKF-UI-WDF). Fokus penelitian ini tidak pada misil-target *interception*, maka  $a_T$  diasumsikan nol.

Tujuan dari permasalahan intersepsi misil-target adalah untuk meminimumkan jarak  $R$  dengan waktu optimal berdasarkan informasi intersepsi misil-target yang diberikan oleh Persamaan (2.4)-(2.7). Untuk memenuhi tujuan tersebut, maka diusulkan hukum kendali APN yang diberikan oleh persamaan berikut (Zarchan, 2012):

$$a_M = N' V_c \dot{\lambda} + N' \frac{a_T}{2}$$

dengan  $N'$  adalah konstanta (3-5),  $N'$  yang digunakan dalam penelitian Madyastha (2005) adalah 3 dan  $V_c = -\dot{R}$ .

## 2.4 Linierisasi Sistem Persamaan Differensial

Diberikan sistem persamaan differensial nonlinier sebagai berikut (Zak, 2003):

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= f(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m), \\ \frac{dx_2}{dt} &= f(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m), \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= f(x_1, x_2, \dots, x_n, u_1, u_2, \dots, u_m), \end{aligned} \tag{2.8}$$

dengan asumsi bahwa fungsi-fungsi  $f_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$  dapat diturunkan secara kontinu. Sistem persamaan differensial (2.8) dapat direpresentasikan dalam bentuk vektor sebagai berikut:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \tag{2.9}$$

diberikan  $\mathbf{u}_e = [u_{1_e}, u_{2_e}, \dots, u_{m_e}]^T$  merupakan input konstan yang menjadikan sistem (2.9) mempunyai keadaan setimbang  $\mathbf{x}_e = [x_{1_e}, x_{2_e}, \dots, x_{n_e}]^T$ , sehingga  $\mathbf{u}_e$  dan  $\mathbf{x}_e$  memenuhi

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e) = \mathbf{0}$$

didefinisikan perturbasi keadaan setimbang yaitu

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_e + \delta\mathbf{x}$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_e + \delta\mathbf{u}$$

dengan menggunakan ekspansi Taylor

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathbf{x} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_e + \delta\mathbf{x}, \mathbf{u}_e + \delta\mathbf{u}) \\ &= \mathbf{f}(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e)\delta\mathbf{x} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e)\delta\mathbf{u} + H.O.T. \end{aligned}$$

dimana

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e) &= \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{array} \right] \Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e, \mathbf{u}=\mathbf{u}_e} \\ \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e) &= \left[ \begin{array}{ccc} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m} \end{array} \right] \Bigg|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e, \mathbf{u}=\mathbf{u}_e} \end{aligned}$$

merupakan matriks Jacobian dari  $\mathbf{f}$  terhadap  $\mathbf{x}$  dan  $\mathbf{u}$ , dihitung pada titik setimbang,  $[\mathbf{x}_e^T \ \mathbf{u}_e^T]^T$ . Karena  $\mathbf{x}_e$  konstan, maka

$$\frac{d}{dt}\mathbf{x} = \frac{d}{dt}\mathbf{x}_e + \frac{d}{dt}\delta\mathbf{x} = \frac{d}{dt}\delta\mathbf{x}$$

Dengan menghilangkan bentuk turunan tertinggi (H.O.T.) yang dianggap sangat kecil nilainya, maka diperoleh pendekatan linier sebagai berikut:

$$\delta\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\delta\mathbf{x} + \mathbf{B}\delta\mathbf{u}$$

dengan

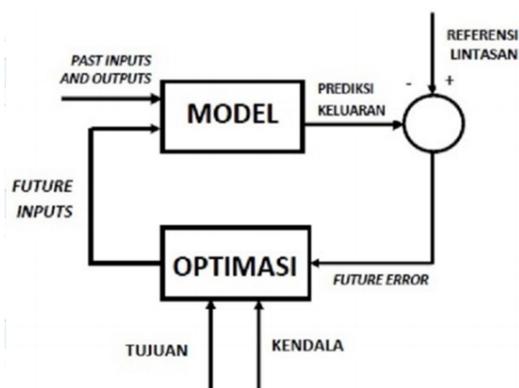
$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e) \quad \text{dan} \quad \mathbf{B} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{u}}(\mathbf{x}_e, \mathbf{u}_e)$$

## 2.5 Model Predictive Control

Konsep *Model Predictive Control* (MPC) telah dikenalkan pada tahun 80-an (Clarke, Mohtadi & Tuffs, 1987) dan sampai sekarang menjadi sebuah strategi kendali yang banyak diterapkan pada proses industri. MPC merupakan strategi mendesain suatu metode pengendalian untuk mendapatkan sinyal kendali yang optimal dengan cara meminimumkan suatu fungsi objektif (Camacho & Bordons, 2012).

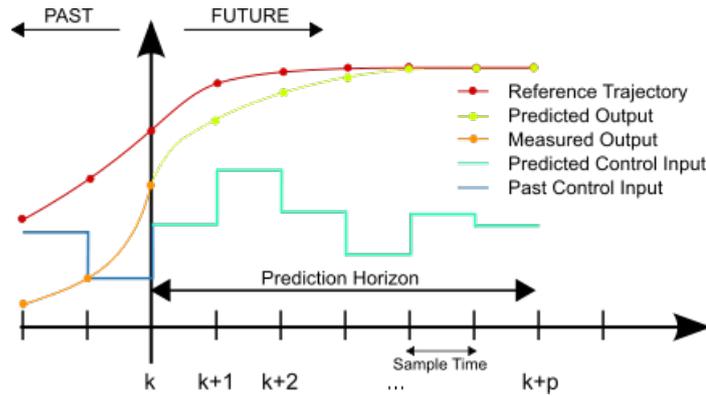
### 2.5.1 Diagram Blok dan Skema MPC

Diagram blok dari MPC dapat diilustrasikan dalam Gambar 2.3.



Gambar 2.3: Diagram blok MPC

Berdasarkan Gambar 2.3 data input dan output pada saat  $k$  masuk ke dalam model, sehingga menghasilkan prediksi keluaran pada saat  $k$ . Selisih antara prediksi keluaran dengan referensi akan menghasilkan kesalahan yang disebut *future error*. *Future error* masuk ke dalam proses optimasi. *Optimizer* bekerja di dalam rentang kendala yang telah diberikan dengan meminimumkan fungsi objektif. Fungsi objektif dibentuk dari kuadrat kesalahan antara sinyal prediksi keluaran dengan referensi. Dari proses optimasi tersebut akan menghasilkan input yang baru (*future input*), kemudian hasil yang didapat disubstitusikan kembali ke model untuk menghasilkan prediksi keluaran yang baru. Perhitungan ini berlangsung terus menerus dan berulang sampai waktu yang telah ditentukan. Skema metode MPC dapat dijelaskan oleh Gambar 2.4 (Abbas, 2011).



Gambar 2.4: Skema MPC

Berdasarkan Gambar 2.4, MPC didasarkan pada iterasi, optimasi prediksi yang berhingga (*finite-horizon optimization*) dari model sistem. Pada waktu  $k$  nilai *state* dan input dijadikan sebagai sampel dan *optimizer* menghitung nilai  $u^*(t)$  berdasarkan jumlah prediksi horizon  $p$ , kemudian hanya input pertama yang akan disubstitusikan ke dalam model sistem, untuk dilakukan proses optimasi berikutnya. Proses ini akan berlangsung sampai total waktu yang ditentukan.

### 2.5.2 Desain MPC

Secara umum, persamaan MPC untuk sistem linier diskrit mempunyai bentuk sebagai berikut (Wang, 2009):

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \quad (2.10)$$

dengan

- $\mathbf{x}(k)$  : Variabel keadaan berdimensi- $n \times 1$  pada saat ke  $k$
- $\mathbf{u}(k)$  : Variabel input berdimensi- $r_1 \times 1$  pada saat ke  $k$
- $\mathbf{A}$  : Matriks keadaan berdimensi- $n \times n$
- $\mathbf{B}$  : Matriks input berdimensi- $n \times r_1$

Persamaan keadaan (2.10) merupakan kondisi yang ideal, karena sistem tersebut tidak terdapat gangguan, sedangkan untuk kondisi dengan gangguan didefinisikan sebagai berikut (Li & Sun, 2012):

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (2.11)$$

dengan  $\mathbf{w}(k)$  adalah gangguan pada sistem saat waktu ke  $k$ .

Tujuan MPC adalah mengoptimasi  $\mathcal{P}'(\mathbf{x}(k))$  berikut:

$$\min_{\mathbf{u}(\cdot|k)} \sum_{j=1}^{N_p} \left[ \|\mathbf{y}_d(k+j|k) - \mathbf{y}(k+j|k)\|_{\mathbf{Q}}^2 + \|\mathbf{u}(k+j-1|k)\|_{\mathbf{R}}^2 \right] \quad (2.12)$$

dengan kendala

$$\mathbf{x}(k+j+1|k) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k+j|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+j|k) \quad (2.13)$$

$$\mathbf{x}(k|k) = \mathbf{x}(k) \quad (2.14)$$

$$\mathbf{C}_1\mathbf{x}(k+j+1|k) \leq \mathbf{D}_1 \quad (2.15)$$

$$\mathbf{S}\mathbf{u}(k+j|k) \leq \mathbf{T} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{S}\Delta\mathbf{u}(k+j|k) \leq \mathbf{V} \quad (2.17)$$

dimana

$$\begin{aligned} \|\mathbf{y}_d(k+j|k) - \mathbf{y}(k+j|k)\|_{\mathbf{Q}}^2 &= [\mathbf{y}_d(k+j|k) - \mathbf{y}(k+j|k)]^T \\ &\quad \mathbf{Q} [\mathbf{y}_d(k+j|k) - \mathbf{y}(k+j|k)] \\ \|\mathbf{u}(k+j-1|k)\|_{\mathbf{R}}^2 &= \mathbf{u}(k+j-1|k)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(k+j-1|k) \end{aligned}$$

(2.13) adalah persamaan dinamik sistem yang digunakan untuk memprediksi keadaan yang akan datang, (2.15) dan (2.16) adalah kendala input dan *state*, matriks  $\mathbf{C}_1$ ,  $\mathbf{D}_1$ ,  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{V}$ , dan  $\mathbf{T}$  adalah matriks-matriks pada pertidaksamaan kendala *state*, *increment* input dan input.  $\mathbf{Q}$  dan  $\mathbf{R}$  adalah matriks definit positif yang mempengaruhi respon pada sistem kendali.  $N_p$  adalah prediksi horizon,  $\mathbf{x}(k+j|k)$ ,  $\Delta\mathbf{u}(k+j|k)$  dan  $\mathbf{u}(k+j|k)$  berturut-turut menyatakan *state*, *increment* input dan input, langkah ke  $j$  pada waktu ke  $k$ , dan  $\mathbf{x}(k)$  adalah *state* pengukuran atau estimasi pada waktu ke  $k$ . Permasalahan (2.12) kemudian diformulasikan kedalam bentuk kuadratik *programming*.

Jika masalah optimasi Persamaan (2.12) *feasible*, maka solusi optimal dinotasikan oleh

$$\{\mathbf{u}''^*(k|k), \mathbf{u}''^*(k+1|k), \dots, \mathbf{u}''^*(k+N_p-1|k)\}$$

Dengan demikian prediksi *state* optimal adalah

$$\{\mathbf{x}''^*(k+1|k), \mathbf{x}''^*(k+2|k), \dots, \mathbf{x}''^*(k+N_p|k)\}$$

Untuk pendekatan MPC, kendali untuk sistem (2.10) dipilih vektor pertama pada barisan solusi optimal (Li & Sun, 2012), yaitu

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}^{**}(k|k)$$

## 2.6 *Disturbance Compensating Model Predictive Control*

Pendekatan *disturbance compensating model predictive control* (DC-MPC) pertama kali diusulkan oleh Li (2012), tujuan ini diusulkan untuk menyelesaikan permasalahan *infeasible* pada skema MPC ketika sistem mendapat gangguan. Oleh karena itu, diusulkan skema DC-MPC untuk menanggulangi permasalahan tersebut dan memperbaiki respon sistem ketika sistem mendapat gangguan. Skema DC-MPC diusulkan tidak hanya untuk memenuhi kendala *state* saat terjadi gangguan, tapi juga untuk mempertahankan performansi sistem ketika tanpa gangguan. Langkah-langkah dalam desain DC-MPC adalah sebagai berikut (Li & Sun, 2012):

**Step 1:** Pada waktu ke  $k$ , hitung estimasi gangguan  $\hat{\mathbf{w}}(k-1)$  pada waktu  $k-1$  menggunakan persamaan

$$\hat{\mathbf{w}}(k-1) = \mathbf{x}(k) - \mathbf{A}\mathbf{x}(k-1) - \mathbf{B}\mathbf{u}(k-1) \quad (2.18)$$

**Step 2:** Hitung kendali kompensasi gangguan ( $\mathbf{u}_d$ ) dengan menyelesaikan masalah optimasi  $\mathcal{P}_\Delta(\hat{\mathbf{w}}(k-1))$  berikut:

$$\min_{\mathbf{u}_d \in \mathbb{R}^{n_i}} \|\mathbf{C}_1\mathbf{B}\mathbf{u}_d + \mathbf{C}_1\hat{\mathbf{w}}(k-1)\| \quad (2.19)$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1\mathbf{B}\mathbf{u}_d &\leq -\mathbf{C}_1\hat{\mathbf{w}}(k-1) - \mathbf{E} \\ \mathbf{S}\mathbf{u}_d &\leq \mathbf{T} \end{aligned}$$

dimana  $\mathbf{E} = \max(\mathbf{C}_1\boldsymbol{\epsilon})$ ,  $\boldsymbol{\epsilon} = \mathbf{w}(k) - \hat{\mathbf{w}}(k-1)$ , dengan  $\hat{\mathbf{w}}(k-1)$  adalah estimasi gangguan untuk waktu ke  $k-1$ , didapatkan untuk nilai pada saat  $\mathbf{x}(k)$ ,  $\mathbf{x}(k-1)$ ,  $\mathbf{u}(k-1)$ . dengan  $\boldsymbol{\epsilon}$  adalah *error* antara estimasi gangguan ke  $(k-1)$  dan gangguan *real* ke  $k$ . Keluaran dari optimasi ini adalah kompensasi gangguan optimal ( $\mathbf{u}_d^*$ ). Ketika  $\hat{\mathbf{w}}(k-1) = \mathbf{0}$ , sehingga  $\mathbf{u}_d^* = \mathbf{0}$ , maka menjadi bentuk MPC.

Catatan: Permasalahan optimasi (2.19) dihitung dengan menggunakan definisi

norm *standard*.

**Step 3:** Selesaikan optimasi  $\mathcal{P}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}_d^*)$  berikut:

$$\min_{\mathbf{u}(\cdot|k)} \sum_{j=1}^{N_p} \left[ \|\mathbf{y}_d(k+j|k) - \mathbf{y}(k+j|k)\|_{\mathbf{Q}}^2 + \|\mathbf{u}(k+j-1|k)\|_{\mathbf{R}}^2 \right]$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+j+1|k) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k+j|k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+j|k) \\ \mathbf{x}(k|k) &= \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{C}_1\mathbf{x}(k+j+1|k) &\leq \mathbf{D}_1, \quad j = 0, 2, \dots, N_p - 1 \\ \mathbf{S}\mathbf{u}(k|k) &\leq \mathbf{T} - \mathbf{S}\mathbf{u}_d^* \\ \mathbf{S}\mathbf{u}(k+j|k) &\leq \mathbf{T}, \quad j = 1, 2, \dots, N_p - 1 \end{aligned}$$

Notasi dari solusi  $\mathcal{P}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}_d^*)$  adalah

$$\{\mathbf{u}^*(k|k), \mathbf{u}^*(k+1|k), \dots, \mathbf{u}^*(k+N_p-1|k)\}$$

Dengan demikian prediksi *state* optimal adalah

$$\{\mathbf{x}^*(k+1|k), \mathbf{x}^*(k+2|k), \dots, \mathbf{x}^*(k+N_p|k)\}$$

**Step 4:** Implementasi kendali pada Persamaan (2.20) ke sistem (2.11):

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}^*(k|k) + \mathbf{u}_d^* \quad (2.20)$$

## BAB 3

### METODE PENELITIAN

Penyusunan penelitian tesis ini dilakukan dengan menggunakan beberapa metode yang dapat mendukung penulis dari awal hingga akhir. Adapun metode penelitian yang digunakan dalam tesis ini adalah sebagai berikut:

#### **3.1 Studi Literatur**

Pada tahap ini akan dipelajari literatur-literatur ilmiah yang memiliki hubungan dengan topik penelitian yang sedang penulis lakukan, diantaranya adalah model matematika kapal 4 DOF, gangguan gaya *impact* misil yang mempengaruhi sistem gerak kapal dan metode MPC maupun DC-MPC.

#### **3.2 Penurunan Persamaan Gaya dan Momen Gaya *Impact* Misil**

Gaya dan momen gaya *impact* misil ini diakibatkan oleh penembakan misil dari kapal. Pada penelitian ini, *impact* dari penembakan misil dianggap sebagai gangguan eksternal yang mempengaruhi sistem gerak kapal. Arah gaya *impact* yang ditimbulkan oleh penembakan misil berlawanan dengan arah gaya tembak.

##### **3.2.1 Penurunan Persamaan Gaya *Impact***

Persamaan gaya *impact* dari penembakan misil diperoleh dari hukum III Newton. Besarnya gaya *impact* dari penembakan misil adalah sama dengan besarnya gaya tembak misil, tetapi dengan arah yang berbeda (berlawanan arah) (Munadhif, Aisjah & Masroeri, 2016).

##### **3.2.2 Penurunan Persamaan Momen Gaya *Impact***

Persamaan momen gaya *impact* dari penembakan misil diperoleh dari hukum II Newton pada gerak rotasi, yaitu semakin besar momen inersia suatu benda, maka diperlukan momen gaya yang semakin besar untuk menggerakkannya. Besarnya momen gaya ditentukan oleh momen inersia dikalikan dengan percepatan sudut. Percepatan sudut dapat dihitung dengan percepatan tangensial dikalikan dengan jarak benda ke pusat rotasi, sehingga besarnya momen gaya ditentukan oleh gaya dikalikan dengan panjang lengan gaya ke pusat rotasi.

### 3.3 Pembentukan Model Sistem Linier Diskrit

Pada tahap ini, dilakukan pendefinisian model matematika untuk sistem gerak kapal tak linier dengan 4 DOF dengan asumsi kecepatan *surge* kapal konstan, sehingga model kapal dapat disederhanakan dengan 3 DOF. Kemudian dilakukan pelinieran terhadap sistem dinamik dengan metode Jacobian di sekitar titik setimbang. Setelah diperoleh sistem yang linier, maka dilakukan uji keterkontrolan dari sistem hasil linierisasi karena desain kendali melalui sistem liniernya. Kemudian dilanjutkan dengan pendiskritan dengan menggunakan metode beda hingga maju untuk mendapatkan model sistem linier diskrit untuk sistem nonlinier, sedangkan untuk sistem linier pendiskritan dilakukan dengan *toolbox* pada *software* MATLAB.

### 3.4 Simulasi Desain Sistem Kendali DC-MPC

Sebelum melakukan simulasi desain kendali maka dilakukan perhitungan percepatan dari berbagai jenis misil. Hal ini bertujuan untuk mengetahui besarnya gangguan yang akan ditambahkan pada sistem. Setelah dilakukan perhitungan gangguan berupa *impact* dari penembakan misil, maka dilakukan simulasi sistem kendali yang telah dirancang berdasarkan teori-teori optimasi pada skema MPC maupun DC-MPC. Tahapan optimasi yang dilakukan dalam desain DC-MPC ini adalah sebagai berikut

#### 3.4.1 Optimasi Kompensasi Gangguan

Optimasi ini dilakukan dengan tahapan perhitungan estimasi gangguan pada waktu  $k - 1$ , kemudian dilanjutkan dengan penyelesaian fungsi objektif dari kompensasi gangguan. Penyelesaian dari tahap optimasi ini akan menghasilkan nilai optimal kompensasi gangguan.

#### 3.4.2 Optimasi Fungsi Objektif MPC

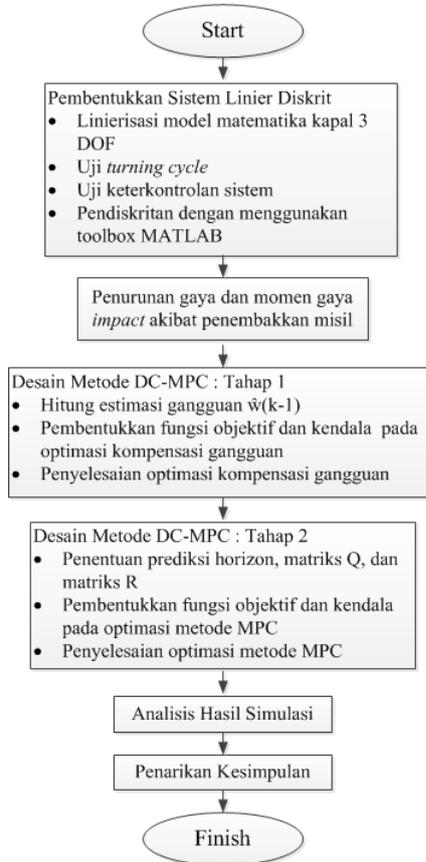
Tahapan ini dilakukan dengan melakukan pembentukan fungsi objektif MPC, pembentukan kendala persamaan dan kendala pertidaksamaan. Penyelesaian dari tahap optimasi ini akan menghasilkan nilai optimal input kendali. Jumlahan dari nilai optimal input kendali dan nilai optimal kompensasi gangguan inilah yang akan disubstitusikan ke model sistem. Simulasi kendali DC-MPC dari hasil sistem linier juga akan diimplementasikan ke sistem nonlinier.

### 3.5 Analisis Hasil Simulasi

Analisis hasil simulasi dilakukan berdasarkan hasil simulasi yang telah dilakukan pada proses sebelumnya. Kemudian berdasarkan analisis hasil

simulasi tersebut, maka dilakukan penarikan kesimpulan terhadap metode kendali yang digunakan dalam penelitian ini.

Berikut adalah diagram alir yang digunakan dalam penelitian ini.



Gambar 3.1: Diagram alir penelitian



## BAB 4

### ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini berisi tentang model matematika kapal dengan gaya eksternal berupa *rudder*. Berdasarkan model matematika dan parameter yang diberikan, maka dilakukan uji *turning cycle* baik untuk model matematika kapal nonlinier maupun model matematika kapal linier. Model matematika kapal linier diperoleh dari linierisasi model matematika kapal nonlinier disekitar titik setimbangnya. Selanjutnya dilakukan penurunan persamaan gaya dan momen dari penembakan misil pada sebuah kapal yang kemudian diformulasikan menjadi bentuk gangguan pada sistem kapal, sehingga diperoleh model matematika kapal ketika menembakan sebuah misil. Kemudian dilakukan uji keterkontrolan dari sistem linier untuk mengetahui bahwa sistem dapat dikontrol oleh *rudder* sebagai inputnya. Tahap terakhir dari bab ini yaitu dilakukan perancangan sistem kendali DC-MPC untuk selanjutnya dilakukan simulasi dan analisis dari respon sistem untuk kedua model linier dan nonlinier setelah diberikan sistem kendali.

#### 4.1 Model Sistem Nonlinier Kapal

Model matematika yang digunakan dalam penelitian ini adalah model matematika yang diusulkan oleh Yoon dkk (2008) seperti pada Persamaan (2.2) dengan koefisien hidrodinamika pada Persamaan (2.3). Pada Persamaan (2.2) dipertimbangkan bahwa gaya eksternal dipengaruhi oleh *rudder* dan *impact* dari penembakan misil. Untuk model kapal dengan gangguan *impact* penembakan misil akan dibahas pada subbab selanjutnya. Ketika sistem tanpa gangguan, gaya eksternal hanya dipengaruhi oleh *rudder*, sehingga Persamaan (2.2) dapat dituliskan menjadi persamaan berikut:

$$\begin{aligned}
 (m - Y_{\dot{v}}) \dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}}) \dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}}) \dot{r} &= -mUr + Y_{\text{hyd}} + Y_{\delta_r} \delta_r \\
 -(mz_G + K_{\dot{v}}) \dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}}) \dot{p} &= mz_G Ur + K_{\text{hyd}} + K_{\delta_r} \delta_r \\
 (mx_G - N_{\dot{v}}) \dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}}) \dot{r} &= -mx_G Ur + N_{\text{hyd}} + N_{\delta_r} \delta_r \\
 \dot{\phi} &= p \\
 \dot{\psi} &= r \cos \phi
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Nilai  $K_{\delta_r} = -l_{\delta_z}Y_{\delta_r}$  dan  $N_{\delta_r} = -l_{\delta_x}Y_{\delta_r}$  (Blanke & Christensen, 1993). Untuk nilai gaya *rudder*  $Y_{\delta_r}$  dihitung dengan persamaan berikut (Blanke & Christensen, 1993):

$$Y_{\delta_r} = \frac{1}{4\delta_{stall}}\pi C_L A_R U^2$$

Model (4.1) digunakan untuk memvalidasi nilai keofisien hidrodinamika kapal dari hasil uji lapangan dan estimasi berdasarkan standar operasional prosedur (SOP) pengujian dari *international maritime organization* (IMO). Validasi tersebut dilakukan dengan uji *turning cycle*. Selanjutnya, untuk mempermudah dalam melakukan uji keterkontrolan dan desain sistem kendali, maka model (4.1) dilinierkan disekitar titik setimbang, sebagaimana dibahas pada Subbab 4.2.

## 4.2 Linierisasi Model Matematika Kapal

Model persamaan gerak kapal dengan tiga derajat kebebasan, pada Persamaan (2.2) merupakan sistem persamaan tak linier. Sistem persamaan tak linier tersebut kemudian dilinierisasi untuk mendapatkan sistem baru yang lebih sederhana sehingga memudahkan dalam proses analisis sifat-sifat sistem dan desain sistem kendali. Proses linierisasi umumnya menghasilkan matriks keadaan dan matriks input yang bergantung waktu (*time varying*).

Berdasarkan Persamaan (2.2) didefinisikan vektor variabel keadaan sebagai berikut:

$$\mathbf{x} \triangleq \begin{bmatrix} v & p & r & \phi & \psi \end{bmatrix}^T$$

maka Persamaan (2.2) dapat dituliskan sebagai

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}^{-1} \boldsymbol{\tau}_c \delta_r \quad (4.2)$$

dengan

$$\boldsymbol{\tau}_c = \begin{bmatrix} Y_{\delta_r} & K_{\delta_r} & N_{\delta_r} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (4.3)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} (m - Y_{\dot{v}}) & -(mz_G + Y_{\dot{p}}) & (mx_G - Y_{\dot{r}}) \\ -(mz_G + K_{\dot{v}}) & (I_x - K_{\dot{p}}) & 0 \\ (mx_G - N_{\dot{v}}) & 0 & (I_z - N_{\dot{r}}) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

dan

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{f}_{\text{hyd}}(\mathbf{x}) + \mathbf{f}_c(\mathbf{x})$$

dengan definisi untuk fungsi  $\mathbf{f}_{\text{hyd}}(\mathbf{x})$  dan  $\mathbf{f}_c(\mathbf{x})$ :

$$\mathbf{f}_{\text{hyd}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} Y_{\text{hyd}} \\ K_{\text{hyd}} \\ N_{\text{hyd}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{f}_c(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -mUr \\ mz_GUr \\ -mx_GUr \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Untuk merancang sistem kendali dan menganalisis tentang sifat-sifat sistem, akan lebih mudah jika bekerja dengan model linier. Sehingga sistem pada Persamaan (4.2) diubah menjadi bentuk

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{B}_c \delta_r \quad (4.5)$$

Dengan mengambil bentuk turunan pertama dari ekspansi Taylor disekitar titik setimbang  $\mathbf{x} = \mathbf{x}_e$ , matriks hasil linierisasi didefinisikan sebagai:

$$\mathbf{A}_c \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}^{-1} \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e} \quad (4.6)$$

$$\mathbf{B}_c \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}^{-1} \boldsymbol{\tau}_c \quad (4.7)$$

Pada keadaan setimbang, kapal berjalan konstan sesuai dengan kecepatan referensi yang diberikan (Fossen, 1994; Perez, 2005). Pada kondisi ini, tidak terjadi perubahan kecepatan baik untuk *surging* ataupun *swaying*. Sehingga titik setimbang untuk kecepatan *surging*  $u_e = U$  dan untuk kecepatan *swaying*  $v_e = 0$ , sedangkan untuk gerakan rotasi juga tidak mengalami perubahan (diabaikan) dengan mempertimbangkan kondisi tersebut, maka titik setimbang untuk variabel yang lain berturut-turut adalah  $p_e = r_e = \phi_e = \psi_e = 0$ . Titik-titik setimbang tersebut tidak bisa diaplikasikan dalam kasus ini, karena pada koefisien hidrodinamika terdapat bentuk modulus dari beberapa variabel keadaan, yaitu  $v$  dan  $r$ . Untuk variabel-variabel tersebut didefinisikan titik setimbang dengan nilai yang sangat kecil yaitu mendekati

nol ( $v_e = r_e = 10^{-6}$ ). Sehingga diperoleh:

$$\frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_e} = \begin{bmatrix} Y_{|u|v}|U| & 0 & (Y_{ur} - m)|U| & Y_{\psi uu}U^2 & 0 \\ K_{|u|v}|U| & K_p + K_{|u|p}|U| & (K_{ur} + mz_G)|U| & K_{\psi uu}U^2 - \rho g \nabla GZ & 0 \\ N_{|u|v}|U| & N_p + N_{|u|p}|U| & N_{|u|r}|U| - mx_GU & N_{\psi u|u}|U| & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Berdasarkan nilai parameter dan nilai koefisien hidrodinamika pada Lampiran A (Blanke & Christensen, 1993), maka diperoleh matriks keadaan dan matriks input *time invariant* sebagai berikut:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} -0.1528 & -0.0223 & -2.4971 & 0.0978 & 0 \\ 0.0042 & -0.0192 & -0.1878 & -0.0837 & 0 \\ -0.0370 & 0.0013 & -1.2255 & -0.0196 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

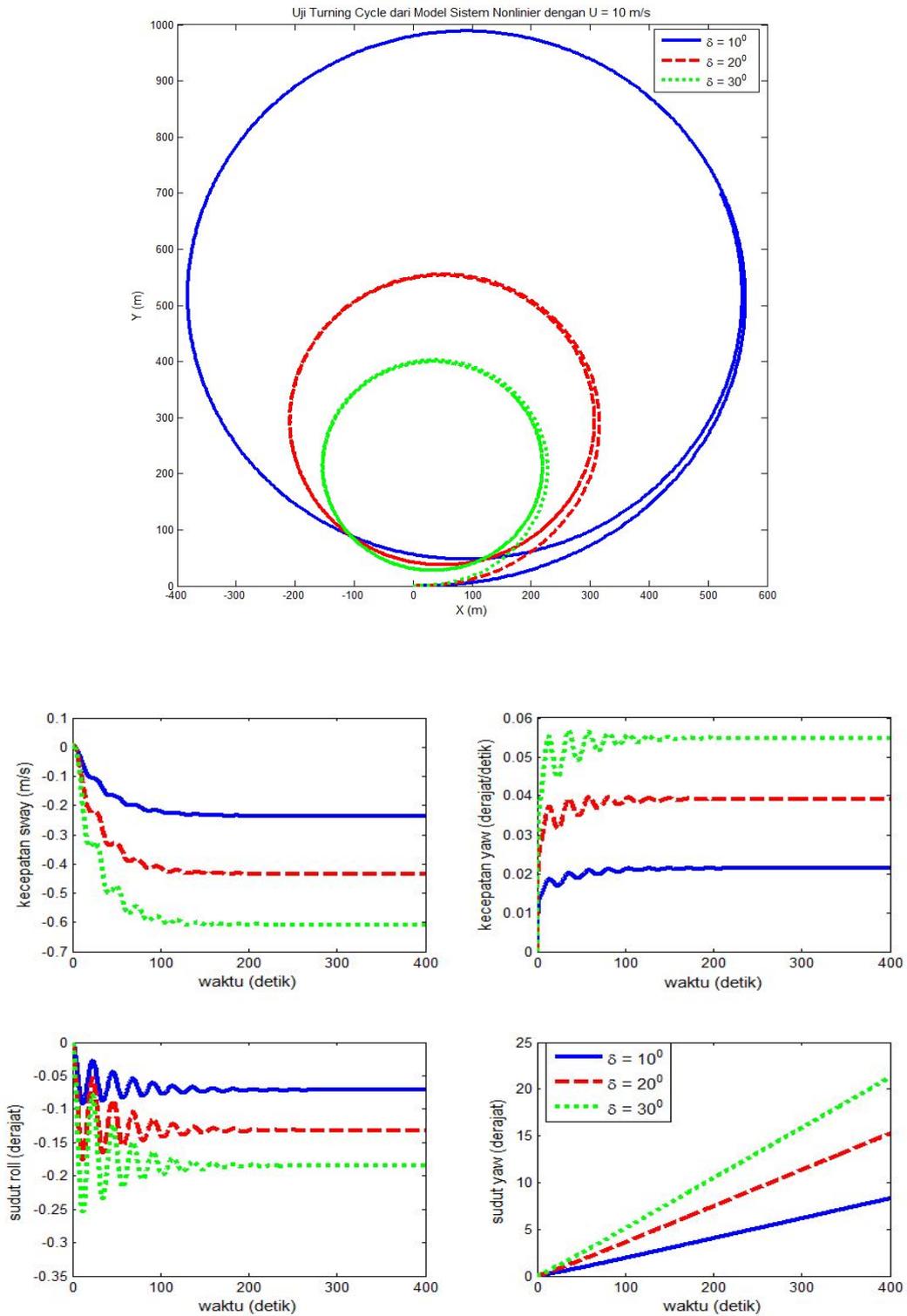
$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0.0027 \\ -0.0001 \\ 0.0018 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

### 4.3 Uji *Turning Cycle* Model Sistem Nonlinier dan Linier

Salah satu standar pengujian yang diperlukan dalam manuver kapal diisyaratkan dalam IMO adalah uji *turning cycle*. Pada pengujian ini, model yang digunakan adalah model nonlinier dan linier dengan kecepatan *surge* konstan tertentu dan masukkan sudut *rudder* sebesar  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  dan  $30^\circ$ . Pengujian *turning cycle* dilakukan dengan mengabaikan gangguan lingkungan seperti gangguan angin, gangguan gelombang laut dan gangguan-gangguan lingkungan lainnya. Untuk dapat melakukan pengujian ini, maka ditambahkan persamaan *waypoint tracking* (Fossen, 1994) yaitu

$$\begin{aligned} \dot{x} &= U \cos \psi - v \sin \psi \cos \phi \\ \dot{y} &= U \sin \psi + v \cos \psi \cos \phi \end{aligned} \quad (4.9)$$

Nilai awal variabel  $x$  dan  $y$  pada pengujian ini adalah  $x(0) = y(0) = 0$ . Hasil simulasi dari pengujian ini dapat dilihat pada Gambar 4.1.

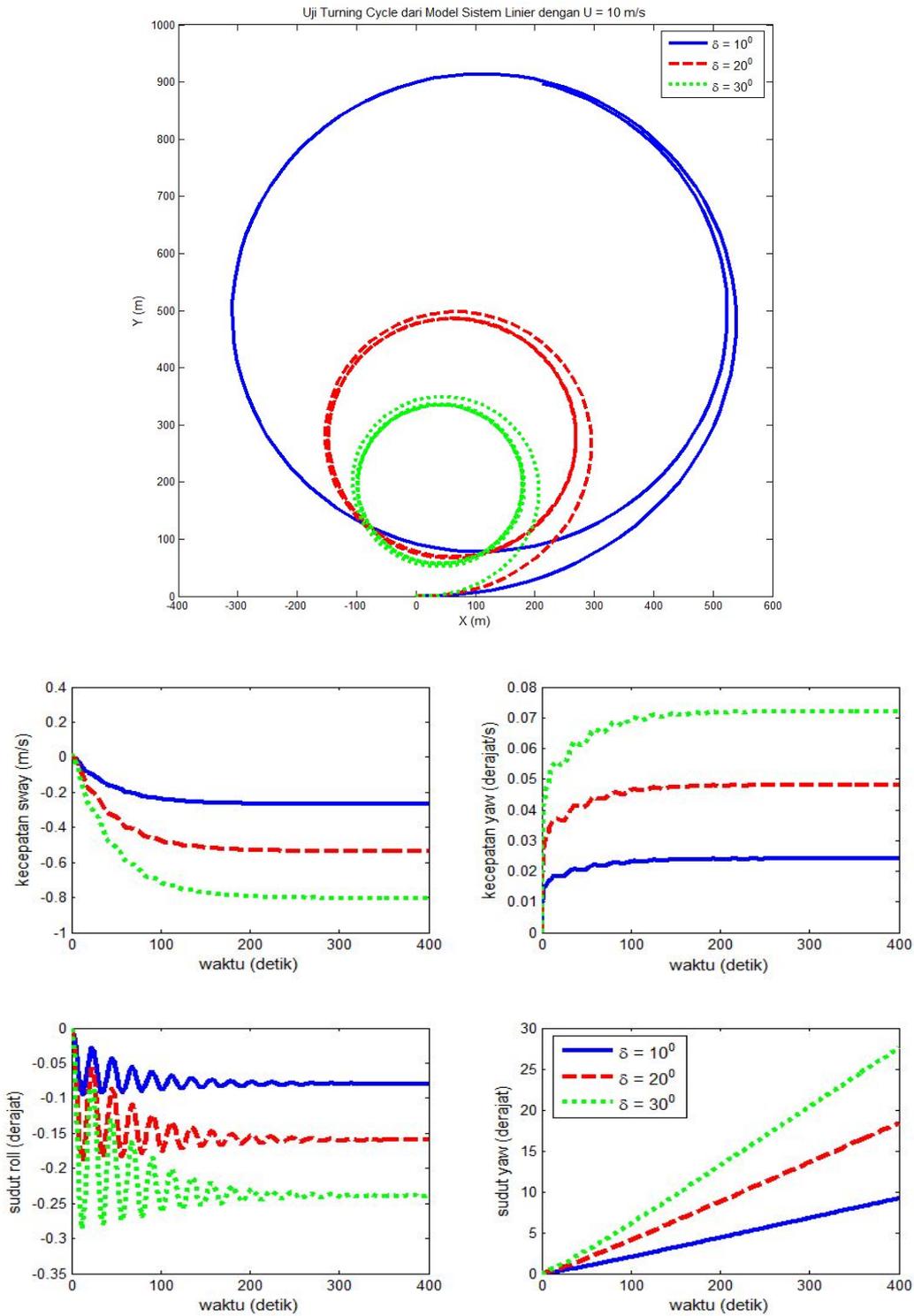


Gambar 4.1: Simulasi *open loop* dari model nonlinier dengan variasi sudut *rudder*

Gambar 4.1 disimulasikan dengan variasi sudut *rudder* dan syarat awal, yaitu  $v_0 = p_0 = r_0 = \phi_0 = \psi_0 = 0$ . Dari Gambar 4.1, model nonlinier kapal yang digunakan dengan parameter (Perez, 2005) memenuhi standar pengujian manuver kapal. Masukkan sudut *rudder* yang kecil akan membentuk lingkaran yang lebih besar dibandingkan dengan memasukkan sudut *rudder* yang lebih besar, hal ini disebabkan oleh keluaran sudut *yaw* yang berbanding lurus dengan sudut *rudder*, yaitu jika masukkan sudut *rudder* besar maka keluaran sudut *yaw* juga besar, sebaliknya jika masukkan sudut *rudder* besar maka keluaran sudut *yaw* juga kecil. Dari hasil simulasi pada Gambar 4.1 semakin besar sudut *rudder* yang diinputkan, maka semakin besar pula keluaran yang dihasilkan dari masing-masing variabel keadaan, yaitu kecepatan *sway*, kecepatan *yaw* dan sudut *yaw*, sedangkan untuk respon keluaran sudut *roll* dan kecepatan *roll* nilai osilasi akan semakin besar. Dari simulasi juga dapat dilihat bahwa respon keluaran dari masing-masing variabel akan konvergen menuju nilai tertentu (*steady state*), kecuali respon sudut *yaw* yang mengalami kenaikan seiring berjalannya waktu. Kenaikan nilai respon sudut *yaw* dikarenakan kapal terus bergerak memutar.

Simulasi uji *turning cycle* pada model linier dilakukan dengan syarat awal dan input variasi sudut *rudder* yang sama seperti pada model linier. Simulasi ini bertujuan untuk mengetahui perbandingan uji *turning cycle* dari model nonlinier dan model linier. Hasil simulasi uji *turning* dan keluaran masing-masing variabel keadaan dari model linier dapat dilihat pada Gambar 4.2.

Gambar 4.2 menunjukkan bahwa kapal juga dapat melakukan *turning* dengan masukan sudut *rudder* yang berbeda. Jika *turning* kapal dari model linier dibandingkan dengan *turning* kapal dari model nonlinier, maka *turning* kapal dari model linier memiliki radius *turning* yang lebih kecil dari model nonlinier. Gambar 4.2 menunjukkan bahwa *turning cycle* pada model linier memiliki analisis hasil yang sama dengan model nonlinier, yaitu masukkan sudut *rudder* yang besar akan menghasilkan *turning* yang kecil, begitu juga sebaliknya masukkan sudut *rudder* yang kecil akan menghasilkan *turning* yang besar. Gambar 4.2 menunjukkan bahwa keluaran masing-masing variabel keadaan dari model linier juga memiliki analisis hasil yang sama dengan keluaran masing-masing variabel keadaan dari model nonlinier yaitu masukkan sudut *rudder* yang besar juga menghasilkan keluaran variabel keadaan yang besar juga, sedangkan masukkan sudut *rudder* yang kecil menghasilkan keluaran variabel keadaan yang kecil juga. Dari Gambar 4.1 dan Gambar



Gambar 4.2: Simulasi *open loop* dari model linier dengan variasi sudut *rudder*

4.2 untuk keluaran sudut *yaw* dengan waktu akhir simulasi yang sama, yaitu 400 detik, model linier menghasilkan sudut *yaw* yang lebih besar dari model nonlinier baik untuk masukkan sudut *rudder* sebesar  $10^\circ$ ,  $20^\circ$  dan  $30^\circ$ .

Hal ini mengakibatkan *turning* dari model linier memiliki radius yang kecil dibandingkan dengan model nonlinier. Pada waktu *steady state*, keluaran sudut *roll* pada model sistem nonlinier dan linier menunjukkan bahwa sudut *roll* tidak pada sudut  $0^\circ$ , artinya posisi kapal lebih miring ke kiri.

#### 4.4 Uji Keterkontrolan

Uji keterkontrolan dilakukan dengan cara menghitung jumlah *rank* dari pasangan matriks  $A_c$  dan  $B_c$  pada sistem. Suatu sistem dikatakan terkontrol ketika *rank* dari matriks keterkontrolannya sama dengan jumlah variabel keadaan sistem tersebut (Subiono, 2013).

$$\begin{aligned}
 M_c &= \begin{bmatrix} B_c & A_c B_c & A_c^2 B_c & A_c^3 B_c & A_c^4 B_c \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0.0027 & -0.0049 & 0.0065 & -0.0085 & 0.0111 \\ -0.0001 & -0.0003 & 0.0004 & -0.0005 & 0.0007 \\ 0.0018 & -0.0023 & 0.0030 & -0.0039 & 0.0051 \\ 0 & -0.0001 & -0.0003 & 0.0004 & -0.0005 \\ 0 & 0.0018 & -0.0023 & 0.0030 & -0.0039 \end{bmatrix} \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

Matriks pada Persamaan (4.10) merupakan matriks keterkontrolan dari sistem dinamik linier manuver kapal. Dapat diketahui bahwa  $rank(M_c) = 5$ , maka sistem dalam keadaan terkontrol oleh *rudder*.

#### 4.5 Penurunan Gaya dan Momen Gaya *Impact*

Penurunan persamaan gaya dan momen gaya pada gangguan *impact* saat penembakan misil didasarkan pada hukum-hukum fisika, yaitu hukum III Newton serta hukum II Newton pada gerak translasi dan rotasi.

##### 4.5.1 Penurunan Persamaan Gaya *Impact*

Gaya, di dalam ilmu fisika, adalah interaksi apapun yang dapat menyebabkan sebuah benda bermassa mengalami perubahan gerak, baik dalam bentuk arah, maupun konstruksi geometris. Gaya yang diakibatkan oleh penembakan misil pada sebuah kapal, akan menyebabkan kapal mengalami perubahan gerak. Besarnya gaya *impact* misil adalah sama dengan besarnya gaya tembak misil, tetapi dengan arah yang berbeda (berlawanan arah). Hal ini sesuai dengan hukum III Newton yaitu:

$$F_{Aksi} = -F_{Reaksi} \quad (4.11)$$

Pada penelitian ini,  $F_{\text{Aksi}}$  dan  $F_{\text{Reaksi}}$  berturut-turut didefinisikan sebagai  $F_t$  dan  $F_i$  yaitu gaya tembak misil dan gaya *impact* misil. Berdasarkan hukum II Newton, maka besarnya  $F_t$  bergantung pada massa dan percepatan misil. Secara matematis dapat dirumuskan sebagai:

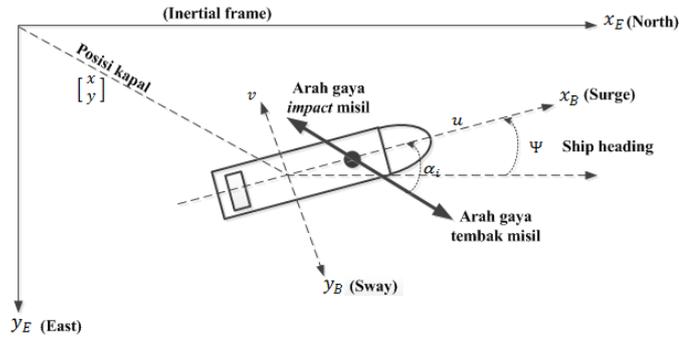
$$F_t = m_M \cdot a_M$$

dengan:

$m_M$  : massa sebuah misil

$a_M$  : percepatan sebuah misil

Ilustrasi arah gaya *impact* dari penembakan misil pada sebuah kapal ditunjukkan pada Gambar 4.3.



Gambar 4.3: Ilustrasi arah gaya *impact* dari penembakan misil

Gambar 4.3 menunjukkan bahwa ketika kapal melakukan *heading* ( $\psi$ ), misil ditembakkan dengan variasi sudut hadap *launcher* misil relatif terhadap *surge* kapal adalah  $\alpha_i$ . Berikut adalah penurunan persamaan gaya *impact* dari penembakan misil pada sebuah kapal. Untuk menentukan gaya arah horizontal dan gaya arah vertikal dari gaya tembak, maka digunakan ilustrasi pada Gambar 4.4.

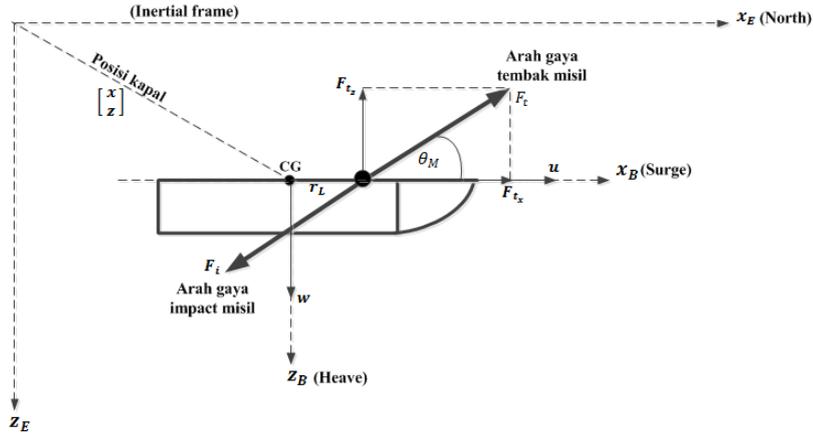
1. Menentukan gaya arah horizontal ( $F_{t_x}$ ) dari  $F_t$

$$F_{t_x} = F_t \cos \theta_M$$

2. Menentukan gaya arah vertikal ( $F_{t_z}$ ) dari  $F_t$

$$F_{t_z} = F_t \sin \theta_M$$

$F_{t_z} = 0$ , karena asumsi gerak *heave* kapal diabaikan



Gambar 4.4: Ilustrasi proyeksi gaya tembak misil terhadap bidang  $x_B$  dan  $z_B$

3. Menentukan gaya *sway* ( $F_{t_{sway}}$ )

$$F_{t_{sway}} = F_{t_x} \sin \alpha_i$$

4. Menentukan gaya *surge* ( $F_{t_{surge}}$ )

$$F_{t_{surge}} = F_{t_x} \cos \alpha_i$$

Berdasarkan hukum III Newton pada Persamaan (4.11), maka persamaan gaya *impact* dari penembakan misil dapat dituliskan sebagai berikut:

$$F_{i_{surge}} = -F_{t_{surge}} \quad (4.12)$$

$$F_{i_{sway}} = -F_{t_{sway}} \quad (4.13)$$

Karena  $X_{imp} = F_{i_{surge}}$  dan  $Y_{imp} = F_{i_{sway}}$  yaitu gaya eksternal dari *impact* penembakan misil, maka Persamaan (4.12)-(4.13) dapat dituliskan menjadi:

$$X_{imp} = -F_{t_{surge}} = -m_M a_M \cos \theta_M \cos \alpha_i \quad (4.14)$$

$$Y_{imp} = -F_{t_{sway}} = -m_M a_M \cos \theta_M \sin \alpha_i \quad (4.15)$$

#### 4.5.2 Penurunan Persamaan Momen Gaya *Impact*

Penembakan misil dari sebuah *launcher* pada sebuah kapal akan mengakibatkan adanya gerak rotasi yang dialami oleh kapal. Besar dan kecilnya pengaruh *impact* misil terhadap gerak kapal dapat ditentukan oleh

spesifikasi dari misil dan kapal. Untuk menentukan persamaan momen gaya ( $K_{imp}$ ,  $M_{imp}$ ,  $N_{imp}$ ), maka digunakan formula:

$$\tau = F \cdot d \cdot \sin \theta$$

dimana :

- $\tau$  : momen gaya suatu benda (Nm)
- $F$  : besarnya gaya suatu benda (N)
- $d$  : jarak gaya suatu benda ke pusat rotasi (m)
- $\theta$  : sudut antara  $d$  dan arah gaya  $F$  (derajat)

Berikut adalah analisis-analisis yang digunakan untuk menentukan nilai momen gaya *impact* misil berdasarkan arah gaya dan aturan kaidah tangan kanan.

1. Jika arah gaya *impact* misil ke depan dan ke belakang dan searah (satu garis lurus) dengan jarak *launcher* ke pusat gravitasi kapal, maka tidak ada gerak rotasi yang terjadi dan momen gayanya yaitu momen gaya *roll* ( $K_{imp}$ ) sama dengan nol.
2. Jika arah gaya *impact* misil ke samping yaitu ke kiri maupun ke kanan dan tegak lurus dengan jarak *launcher* ke pusat gravitasi kapal, maka gerak rotasi yang terjadi adalah gerak *yawing* dan momen gayanya adalah momen gaya *yaw* ( $N_{imp}$ ). Jika arah gaya ke kiri, maka nilai momen gaya yang dihasilkan bernilai negatif. Hal itu dikarenakan rotasinya berlawanan arah jarum jam. Sedangkan jika arah gaya ke kanan, maka nilai momen gaya yang dihasilkan bernilai positif. Hal itu dikarenakan rotasinya searah arah jarum jam.
3. Jika arah gaya *impact* misil ke atas dan ke bawah dan tegak lurus dengan jarak *launcher* ke pusat gravitasi kapal, maka gerak rotasi yang terjadi adalah gerak *pitching* dan momen gayanya adalah momen gaya *pitch* ( $M_{imp}$ ). Jika arah gaya ke atas, maka nilai momen gaya yang dihasilkan bernilai negatif. Hal itu dikarenakan rotasinya berlawanan arah jarum jam. Sedangkan jika arah gaya ke bawah, maka nilai momen gaya yang dihasilkan bernilai positif. Hal itu dikarenakan rotasinya searah arah jarum jam.

Berdasarkan analisis-analisis tersebut, maka diperoleh persamaan

momen gaya *impact* misil sebagai berikut :

$$K_{imp} = 0 \quad (4.16)$$

$$M_{imp} = Z_{imp} \cdot d_L \quad (4.17)$$

$$N_{imp} = -Y_{imp} \cdot d_L \quad (4.18)$$

dengan :

- $K_{imp}$  : momen *roll* dari *impact* misil
- $M_{imp}$  : momen *pitch* dari *impact* misil
- $N_{imp}$  : momen *yaw* dari *impact* misil
- $d_L$  : jarak *launcher* misil terhadap pusat gravitasi kapal

Dengan memperhatikan dua gerak rotasi kapal yaitu *roll* dan *yaw*, maka hanya Persamaan (4.16) dan (4.18) yang digunakan sebagai persamaan momen gaya *impact* misil pada kapal. Jika dituliskan secara lengkap, maka Persamaan (4.16) dan (4.18) adalah sebagai berikut :

$$K_{imp} = 0 \quad (4.19)$$

$$N_{imp} = m_M a_M d_L \cos \theta_M \sin \alpha_i \quad (4.20)$$

#### 4.6 Model Sistem Nonlinier dan Linier Kapal dengan Gangguan

Model matematika kapal dengan gangguan diperoleh dengan mempertimbangkan gaya dan momen *impact* dari penembakan misil pada sebuah kapal perang. Gangguan *impact* dari penembakan misil hanya ditambahkan pada model dinamik yaitu gaya *impact* searah *sway* dan momen gaya *impact* searah *roll* dan *yaw*. Analisis ini didasarkan pada definisi perubahan gerak suatu benda untuk gerak translasi dan rotasi. Merujuk pada Persamaan (2.2), maka gaya dan momen gaya eksternal tambahan pada kapal ketika sistem mendapat gangguan berupa *impact* dari penembakan misil dapat dituliskan menjadi persamaan berikut.

$$\begin{aligned} (m - Y_{\dot{v}}) \dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}}) \dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}}) \dot{r} &= -mUr + Y_{\text{hyd}} + Y_{\delta_r} \delta_r + Y_{imp} \\ - (mz_G + K_{\dot{v}}) \dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}}) \dot{p} &= mz_G Ur + K_{\text{hyd}} + K_{\delta_r} \delta_r + K_{imp} \\ (mx_G - N_{\dot{v}}) \dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}}) \dot{r} &= -mx_G Ur + N_{\text{hyd}} + N_{\delta_r} \delta_r + N_{imp} \\ \dot{\phi} &= p \\ \dot{\psi} &= r \cos \phi \end{aligned} \quad (4.21)$$

model (4.21) dapat juga dituliskan dalam bentuk persamaan ruang keadaan, sebagaimana ditunjukkan pada Persamaan (4.22).

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (m - Y_{\dot{v}}) & -(mz_G + Y_{\dot{p}}) & (mx_G - Y_{\dot{r}}) & 0 & 0 \\ -(mz_G + K_{\dot{v}}) & (I_x - K_{\dot{p}}) & 0 & 0 & 0 \\ (mx_G - N_{\dot{v}}) & 0 & (I_z - N_{\dot{r}}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \left\{ \begin{bmatrix} -mUr + Y_{\text{hyd}} \\ mz_GUr + K_{\text{hyd}} \\ -mx_GUr + N_{\text{hyd}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_r} \\ K_{\delta_r} \\ N_{\delta_r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \delta_r + \begin{bmatrix} Y_{\text{imp}} \\ K_{\text{imp}} \\ N_{\text{imp}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\} \quad (4.22)$$

Dengan merujuk Persamaan (4.3) dan (4.4) pada subbab 4.2, maka Persamaan (4.22) dapat dituliskan menjadi

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}_{\text{non}}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}_c \delta_r + \mathbf{w} \quad (4.23)$$

dengan

$$\mathbf{f}_{\text{non}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad \text{dan} \quad \mathbf{g}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}^{-1} \boldsymbol{\tau}_c$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{2 \times 2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Y_{\text{imp}} \\ K_{\text{imp}} \\ N_{\text{imp}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Persamaan (4.23) merupakan model nonlinier kapal dengan gangguan *impact* dari penembakan misil. Untuk melakukan desain kendali MPC dan DC-MPC, maka  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  juga dilinierkan disekitar titik setimbang kapal, seperti yang telah dibahas pada subbab 4.2. Dengan merujuk Persamaan (4.5), maka model linier kapal dengan gangguan *impact* dari penembakan misil dapat dituliskan menjadi Persamaan (4.25).

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_c \mathbf{x} + \mathbf{B}_c \delta_r + \mathbf{w} \quad (4.25)$$

dengan  $\mathbf{A}_c$ ,  $\mathbf{B}_c$  dan  $\mathbf{w}$  berturut-turut diberikan oleh Persamaan (4.6), (4.7) dan (4.24).

## 4.7 Desain Sistem Kendali MPC

Pada sub bab ini akan dijelaskan tentang formulasi fungsi objektif dan kendala batas dalam bentuk kuadratik *programming*. Setelah diperoleh bentuk kuadratik *programming*, akan dicari penyelesaian fungsi objektif beserta kendala menggunakan *software* MATLAB. *Toolbox* MATLAB yang digunakan untuk menyelesaikan bentuk kuadratik *programming* adalah *quadprog*.

### 4.7.1 Prediksi Variabel Keadaan dan Keluaran

Asumsi bahwa pada waktu  $k$ , vektor variabel keadaan  $\mathbf{x}(k)$  didapat melalui pengukuran, variabel keadaan  $\mathbf{x}(k)$  memberikan informasi *plant* saat ini. Trayektori prediksi input dinotasikan oleh

$$\mathbf{u}(k), \mathbf{u}(k+1), \dots, \mathbf{u}(k+N_c-1)$$

dimana  $N_c$  adalah kontrol horizon. Dengan diberikan informasi  $\mathbf{x}(k)$ , prediksi variabel keadaan dapat diprediksi sebanyak prediksi horizon  $N_p$ . Dinotasikan prediksi variabel keadaan sebagai

$$\mathbf{x}(k+1|k), \mathbf{x}(k+2|k), \dots, \mathbf{x}(k+m|k), \dots, \mathbf{x}(k+N_p|k)$$

dimana  $\mathbf{x}(k+m|k)$  adalah prediksi variabel keadaan pada  $k+m$  dengan diberikan informasi *plant* saat ini  $\mathbf{x}(k)$ . Berdasarkan model *state space* pada Persamaan (2.10) dengan matriks keadaan  $\mathbf{A}$ , matriks input  $\mathbf{B}$  dan matriks output  $\mathbf{C}$  dan dipilih  $N_c = N_p$ , maka prediksi variabel keadaan dihitung menggunakan himpunan prediksi input sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\ \mathbf{x}(k+2) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(k+1) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1) \\ &= \mathbf{A}(\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k)) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1) \\ &= \mathbf{A}^2\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1) \\ &\vdots \\ \mathbf{x}(k+N_p) &= \mathbf{A}^{N_p}\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+1) + \dots + \\ &\quad \mathbf{B}\mathbf{u}(k+N_p-1) \end{aligned} \tag{4.26}$$

Selanjutnya, prediksi keluaran dapat dituliskan menjadi:

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}(k+1) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+1) \\
&= \mathbf{C}(\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k)) \\
&= \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) \\
\mathbf{y}(k+2) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+2) \\
&= \mathbf{C}(\mathbf{A}^2\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{B}\mathbf{u}(k+1)) \\
&= \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+1) \\
&\vdots \\
\mathbf{y}(k+N_p) &= \mathbf{C}\mathbf{x}(k+N_p) \\
&= \mathbf{C}(\mathbf{A}^{N_p}\mathbf{x}(k) + \mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+1) + \cdots + \\
&\quad \mathbf{B}\mathbf{u}(k+N_p-1)) \\
&= \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p}\mathbf{x}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B}\mathbf{u}(k) + \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+1) + \cdots + \\
&\quad \mathbf{C}\mathbf{B}\mathbf{u}(k+N_p-1) \tag{4.27}
\end{aligned}$$

Untuk dapat membentuk formula kuadratik *programming*, maka didefinisikan vektor keluaran dan input sistem sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Y} &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}(k+1) & \mathbf{y}(k+2) & \cdots & \mathbf{y}(k+N_p) \end{bmatrix}^T \\
\mathbf{U} &= \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) & \mathbf{u}(k+1) & \cdots & \mathbf{u}(k+N_p-1) \end{bmatrix}^T
\end{aligned}$$

Ukuran dari  $\mathbf{Y}$  dan  $\mathbf{U}$  berturut-turut adalah  $m_1 \cdot N_p \times 1$  dan  $n_1 \cdot N_p \times 1$ , dimana  $m_1$  adalah jumlah variabel keluaran dan  $n_1$  adalah jumlah variabel input atau kontrol. Berdasarkan Persamaan (4.26) dan (4.27), maka  $\mathbf{Y}$  dapat dituliskan ke dalam bentuk matriks berikut:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{\Phi}\mathbf{U} \tag{4.28}$$

dengan

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p} \end{bmatrix}; \mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & & & & \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-1}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-2}\mathbf{B} & \mathbf{C}\mathbf{A}^{N_p-3}\mathbf{B} & \cdots & \mathbf{C}\mathbf{B} \end{bmatrix}$$

#### 4.7.2 Formulasi Fungsi Objektif

Sebagaimana yang telah dijelaskan sebelumnya pada subbab 4.7, maka formulasi fungsi objektif digunakan untuk mencari nilai optimum (minimum) dari fungsi tujuan MPC pada Persamaan (2.12) menggunakan MATLAB. Berdasarkan bentuk umum fungsi objektif pada Persamaan (2.12), maka dapat dituliskan kembali menjadi persamaan berikut:

$$J = (\mathbf{R}_s - \mathbf{Y})^T \mathbf{Q}_c (\mathbf{R}_s - \mathbf{Y}) + \mathbf{U}^T \mathbf{R}_c \mathbf{U} \quad (4.29)$$

dimana

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_d(k+1) \\ \mathbf{y}_d(k+2) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_d(k+N_p) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Q}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Q}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{Q}_{N_p} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{R}_{N_p} \end{bmatrix}$$

dengan mensubstitusikan Persamaan (4.28) ke dalam Persamaan (4.29), maka diperoleh

$$\begin{aligned} J &= (\mathbf{R}_s - [\mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \Phi\mathbf{U}])^T \mathbf{Q}_c (\mathbf{R}_s - [\mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \Phi\mathbf{U}]) + \mathbf{U}^T \mathbf{R}_c \mathbf{U} \\ &= (\mathbf{R}_s - \mathbf{F}\mathbf{x}(k) - \Phi\mathbf{U})^T \mathbf{Q}_c (\mathbf{R}_s - \mathbf{F}\mathbf{x}(k) - \Phi\mathbf{U}) + \mathbf{U}^T \mathbf{R}_c \mathbf{U} \\ &= \mathbf{R}_s^T \mathbf{Q}_c \mathbf{R}_s - \mathbf{R}_s^T \mathbf{Q}_c \mathbf{F}\mathbf{x}(k) - \mathbf{R}_s^T \mathbf{Q}_c \Phi\mathbf{U} - \mathbf{x}^T(k) \mathbf{F}^T \mathbf{Q}_c \mathbf{R}_s + \\ &\quad \mathbf{x}^T(k) \mathbf{F}^T \mathbf{Q}_c \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{x}^T(k) \mathbf{F}^T \mathbf{Q}_c \Phi\mathbf{U} - \mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q}_c \mathbf{R}_s + \mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q}_c \mathbf{F}\mathbf{x}(k) \\ &\quad + \mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q}_c \Phi\mathbf{U} + \mathbf{U}^T \mathbf{R}_c \mathbf{U} \\ &= \mathbf{R}_s^T \mathbf{Q}_c \mathbf{R}_s - 2\mathbf{x}^T(k) \mathbf{F}^T \mathbf{Q}_c \mathbf{R}_s - 2\mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q}_c \mathbf{R}_s + \mathbf{x}^T(k) \mathbf{F}^T \mathbf{Q}_c \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \\ &\quad 2\mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q}_c \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{U}^T (\Phi^T \mathbf{Q}_c \Phi + \mathbf{R}_c) \mathbf{U} \end{aligned}$$

Suku-suku yang tidak mengandung variabel  $\mathbf{U}$  dapat dihilangkan dari proses optimasi, sehingga diperoleh nilai  $J$  yang baru sebagai berikut:

$$\begin{aligned} J &= -2\mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q}_c \mathbf{R}_s + 2\mathbf{U}^T \Phi^T \mathbf{Q}_c \mathbf{F}\mathbf{x}(k) + \mathbf{U}^T (\Phi^T \mathbf{Q}_c \Phi + \mathbf{R}_c) \mathbf{U} \\ &= \mathbf{U}^T (2\Phi^T \mathbf{Q}_c [\mathbf{F}\mathbf{x}(k) - \mathbf{R}_s]) + \frac{1}{2} \mathbf{U}^T (2[\Phi^T \mathbf{Q}_c \Phi + \mathbf{R}_c]) \mathbf{U} \end{aligned}$$

dengan memisalkan  $\mathbf{g} = 2\Phi^T \mathbf{Q}_c [\mathbf{F}\mathbf{x}(k) - \mathbf{R}_s]$  dan  $\mathbf{H} = 2[\Phi^T \mathbf{Q}_c \Phi + \mathbf{R}_c]$ , maka diperoleh:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{H} \mathbf{U} + \mathbf{U}^T \mathbf{g} \quad (4.30)$$

### 4.7.3 Formulasi Kendala

Secara umum, kendala dapat dibedakan menjadi dua macam yakni kendala pada input dan kendala pada variabel keadaan. Kendala-kendala tersebut mempunyai batas minimum dan maksimum sebagai berikut:

$$\mathbf{u}^{min} \leq \mathbf{u}(k+j) \leq \mathbf{u}^{max} \quad (4.31)$$

$$\Delta \mathbf{u}^{min} \leq \Delta \mathbf{u}(k+j) \leq \Delta \mathbf{u}^{max} \quad (4.32)$$

$$\mathbf{x}^{min} \leq \mathbf{x}(k+j+1) \leq \mathbf{x}^{max}, \quad j = 0, 1, 2, \dots, N_p - 1 \quad (4.33)$$

kendala-kendala (4.31), (4.32), dan (4.33) akan diformulasikan menjadi bentuk seperti pada Persamaan (2.15) dan (2.16).

#### 4.7.3.1 Formulasi Kendala Input

Kendala input pada Persamaan (4.31) dapat diekspresikan dalam dua pertidaksamaan berikut:

$$-\mathbf{u}(k+j) \leq -\mathbf{u}^{min} \quad (4.34)$$

$$\mathbf{u}(k+j) \leq \mathbf{u}^{max} \quad (4.35)$$

Persamaan (4.34) dan (4.35) dibentuk menjadi bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{u}(k+j) \leq \begin{bmatrix} -\mathbf{u}^{min} \\ \mathbf{u}^{max} \end{bmatrix}; \quad j = 0, 1, 2, \dots, N_p - 1 \quad (4.36)$$

Dibentuk menjadi seperti Persamaan (2.16), maka diperoleh nilai

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\mathbf{I} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} -\mathbf{u}^{min} \\ \mathbf{u}^{max} \end{bmatrix}$$

untuk  $j = 0, 1, 2, \dots, N_p - 1$ , maka diperoleh bentuk kendala kuadratik *programming* dari (4.30).

$$\mathbf{S}_1 \mathbf{U} \leq \mathbf{T}_1 \quad (4.37)$$

dimana

$$S_1 = \begin{bmatrix} S & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & S & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & S & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & S \end{bmatrix}; \quad T_1 = \begin{bmatrix} T \\ T \\ T \\ \vdots \\ T \end{bmatrix}$$

#### 4.7.3.2 Formulasi Kendala *Increment* Input

Pada beberapa penelitian tentang MPC, formulasi kendala *increment* input digunakan untuk mengetahui perubahan nilai input dari waktu ke waktu. Kendala pada Persamaan (4.31) dapat diekspresikan dalam dua pertidaksamaan berikut:

$$-\Delta \mathbf{u}(k+j) \leq -\Delta \mathbf{u}^{min} \quad (4.38)$$

$$\Delta \mathbf{u}(k+j) \leq \Delta \mathbf{u}^{max} \quad (4.39)$$

Kemudian kendala pada Persamaan (4.38) dan (4.39) diiterasi untuk  $j = 0, 1, 2, \dots, N_p - 1$ , sehingga diperoleh bentuk berikut:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k) &\leq \Delta \mathbf{u}_{max} + \mathbf{u}(k-1) \\ -\mathbf{u}(k) &\leq -\Delta \mathbf{u}_{min} - \mathbf{u}(k-1) \\ \mathbf{u}(k+1) - \mathbf{u}(k) &\leq \Delta \mathbf{u}_{max} \\ -\mathbf{u}(k+1) + \mathbf{u}(k) &\leq -\Delta \mathbf{u}_{min} \\ &\vdots \\ \mathbf{u}(k+N_p-1) - \mathbf{u}(k+N_p-2) &\leq \Delta \mathbf{u}_{max} \\ -\mathbf{u}(k+N_p-1) + \mathbf{u}(k+N_p-2) &\leq -\Delta \mathbf{u}_{min} \end{aligned}$$

atau dituliskan dalam bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & -\mathbf{I} & \cdots & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \vdots & & & \vdots & \\ \mathbf{0} & -\mathbf{0} & \cdots & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}(k) \\ \mathbf{u}(k+1) \\ \mathbf{u}(k+2) \\ \mathbf{u}(k+4) \\ \vdots \\ \mathbf{u}(k+N_p-1) \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_{max} + \mathbf{u}(k-1) \\ -\Delta \mathbf{u}_{min} - \mathbf{u}(k-1) \\ \Delta \mathbf{u}_{max} \\ -\Delta \mathbf{u}_{min} \\ \vdots \\ -\Delta \mathbf{u}_{min} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

$$E_1 \mathbf{U} \leq \mathbf{F}_1$$

### 4.7.3.3 Formulasi Kendala Variabel Keadaan

Kendala pada Persamaan (4.33) dapat diekspresikan dalam dua pertidaksamaan berikut:

$$-\mathbf{x}(k+j+1) \leq -\mathbf{x}^{min} \quad (4.41)$$

$$\mathbf{x}(k+j+1) \leq \mathbf{x}^{max} \quad (4.42)$$

Persamaan (4.41) dan (4.42) dibentuk menjadi bentuk matriks berikut:

$$\begin{bmatrix} -I \\ I \end{bmatrix} \mathbf{x}(k+j+1) \leq \begin{bmatrix} -\mathbf{x}^{min} \\ \mathbf{x}^{max} \end{bmatrix}; \quad j = 0, 1, 2, \dots, N_p - 1 \quad (4.43)$$

Dibentuk menjadi seperti Persamaan (2.15), maka diperoleh nilai

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} -I \\ I \end{bmatrix} \quad \text{dan} \quad \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{x}^{min} \\ \mathbf{x}^{max} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Persamaan (2.15) dengan  $\mathbf{C}_1$  dan  $\mathbf{D}_1$  seperti pada Persamaan (4.44), selanjutnya akan diubah menjadi bentuk kendala input sesuai dengan optimasi fungsi tujuan (4.30). Untuk  $j = 0, 1, 2, \dots, N_p - 1$  dan merujuk pada prediksi variabel keadaan (4.26) dan (4.27), maka kendala dari optimasi kuadratik *programming* pada Persamaan (4.30) adalah

$$\Phi_1 \mathbf{U} \leq \mathbf{D} - \mathbf{K} \mathbf{x}(k) \quad (4.45)$$

dimana

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{D}_1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \mathbf{A} \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^2 \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^3 \\ \vdots \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^{N_p} \end{bmatrix}$$

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 \mathbf{B} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A} \mathbf{B} & \mathbf{C}_1 \mathbf{B} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^2 \mathbf{B} & \mathbf{C}_1 \mathbf{A} \mathbf{B} & \mathbf{C}_1 \mathbf{B} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & & & & \\ \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^{N_p-1} \mathbf{B} & \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^{N_p-2} \mathbf{B} & \mathbf{C}_1 \mathbf{A}^{N_p-3} \mathbf{B} & \dots & \mathbf{C}_1 \mathbf{B} \end{bmatrix}$$

Tujuan desain kendali MPC adalah optimasi fungsi objektif (4.30) dengan kendala-kendala (4.37), (4.40) dan (4.45).

#### 4.8 Perhitungan Gangguan *Impact* dari Penembakan Misil

Hukum kendali APN dilakukan untuk mendapatkan nilai optimal percepatan normal misil  $a_M$ , khususnya nilai awal kendali  $a_M$  yang digunakan dalam mendapatkan besarnya gaya dan momen gaya dari penembakan misil. Spesifikasi misil target adalah Misil D dengan massa 700 kg dan kecepatannya adalah 1100 km/jam  $\approx 305$  m/s. Besarnya percepatan misil dihitung menggunakan Persamaan (2.8). Parameter lain yang digunakan untuk menghitung besarnya percepatan misil awal adalah  $\theta_M = 45^\circ$ ,  $\theta_T = 180^\circ$ ,  $\lambda = 15^\circ$  dan  $R = 10$  km (asumsi jarak misil dengan target). Hasil perhitungan percepatan misil dari berbagai tipe misil dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel 4.1: Nilai percepatan misil dengan perbedaan tipe misil

Jenis Misil	Massa	Kecepatan	Percepatan ( $a_M$ )
Misil A	600 kg	1150 km/jam $\approx 309$ m/s	$-12.74$ m/s <sup>2</sup>
Misil B	1400 kg	3300 km/jam $\approx 916$ m/s	$-123.71$ m/s <sup>2</sup>
Misil C	3000 kg	3700 km/jam $\approx 1027$ m/s	$-154.36$ m/s <sup>2</sup>

Berdasarkan Tabel 4.1 besarnya percepatan misil ditentukan oleh besarnya kecepatan dari masing-masing misil. Percepatan misil pada Tabel 4.1 digunakan untuk menghitung besarnya gaya dan momen gaya *impact* dari penembakan misil. Berdasarkan besarnya percepatan, massa misil dan diasumsikan jarak peluncur misil terhadap pusat gravitasi (CG) kapal adalah  $d_L = 20$  m (letak peluncur misil berada di depan CG kapal). Berdasarkan Persamaan (4.15), (4.19), (4.20) dan data-data pada Tabel 4.1, maka diperoleh nilai  $Y_{\text{imp}}$ ,  $K_{\text{imp}}$  dan  $N_{\text{imp}}$  sebagai berikut:

##### 1. Misil tipe A

$$Y_{\text{imp}} = 2.703 \times 10^3 \text{ N}$$

$$K_{\text{imp}} = 0 \text{ Nm}$$

$$N_{\text{imp}} = -5.4051 \times 10^4 \text{ Nm}$$

sehingga matriks gangguan  $\mathbf{w}$  adalah

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} v_{imp} \\ p_{imp} \\ r_{imp} \\ \phi_{imp} \\ \psi_{imp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{-1} \\ \mathbf{0}_{2 \times 3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2.703 \times 10^3 \\ 0 \\ -5.4051 \times 10^4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0040 \\ -3.8597 \times 10^{-5} \\ -0.0015 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

2. Misil tipe B

$$\begin{aligned} Y_{imp} &= 6.1233 \times 10^4 \text{ N} \\ K_{imp} &= 0 \text{ Nm} \\ N_{imp} &= -1.2247 \times 10^6 \text{ Nm} \end{aligned}$$

sehingga matriks gangguan  $\mathbf{w}$  adalah

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} v_{imp} \\ p_{imp} \\ r_{imp} \\ \phi_{imp} \\ \psi_{imp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.0907 \\ -8.7452 \times 10^{-4} \\ -0.0332 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3. Misil Tipe C

$$\begin{aligned} Y_{imp} &= 1.6372 \times 10^5 \text{ N} \\ K_{imp} &= 0 \text{ Nm} \\ N_{imp} &= -3.2745 \times 10^6 \text{ Nm} \end{aligned}$$

sehingga matriks gangguan  $\mathbf{w}$  adalah

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} v_{imp} \\ p_{imp} \\ r_{imp} \\ \phi_{imp} \\ \psi_{imp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2426 \\ -0.0023 \\ -0.0888 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Catatan: Nilai  $\mathbf{w}$  ditambahkan sebagai gangguan pada sistem ketika kapal melakukan penembakan misil.

#### 4.9 Desain Sistem Kendali DC-MPC

Untuk dapat melakukan penerapan skema DC-MPC, maka gangguan pada sistem diasumsikan dapat diukur nilainya. Pada subbab sebelumnya (subbab 4.8) besarnya gangguan *impact* dari penembakan misil dapat diketahui nilainya, maka penerapan skema DC-MPC dapat dilakukan. Langkah-langkah dalam desain DC-MPC adalah sebagai berikut:

1. Estimasi gangguan menggunakan Persamaan (2.18).
2. Optimasi nilai kompensasi gangguan menggunakan Persamaan (2.19). Keluaran pada optimasi ini adalah nilai optimal kompensasi gangguan ( $u_d^*$ ). Perhitungan optimasi pada tahap ini menggunakan definisi norm *standard*.
3. Optimasi MPC dengan cara meminimumkan fungsi tujuan berikut:

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{U}^T \mathbf{H} \mathbf{U} + \mathbf{U}^T \mathbf{g}$$

dengan kendala

$$\begin{aligned} \mathbf{S}_1 \mathbf{U} &\leq \mathbf{T}_1 \\ \mathbf{E}_1 \mathbf{U} &\leq \mathbf{F}_1 \\ \Phi_1 \mathbf{U} &\leq \mathbf{D} - \mathbf{K} \mathbf{x}(k) \end{aligned}$$

dengan  $\mathbf{T}_1$  adalah modifikasi dari skema MPC yaitu

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{T} - \mathbf{S} \mathbf{u}_d^* \\ \mathbf{T} \\ \mathbf{T} \\ \vdots \\ \mathbf{T} \end{bmatrix}$$

4. Kendali optimal untuk sistem adalah  $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}^*(k|k) + \mathbf{u}_d^*$

#### 4.10 Hasil Simulasi dari Penerapan MPC untuk Model Sistem Linier

Simulasi kendali MPC dilakukan melalui model sistem linier yang telah didapatkan pada subbab sebelumnya. Matriks  $A$  dan  $B$  dari sistem linier kontinu diberikan pada Persamaan (4.8). Desain kendali MPC dilakukan

melalui sistem linier diskrit, sehingga Persamaan (4.5) dimana matriks  $A_c$  dan  $B_c$  diberikan pada Persamaan (4.8), harus diubah kedalam bentuk sistem waktu diskrit. Dengan mengambil *sampling time*  $T_s = 1$  s, maka matriks sistem waktu diskrit diberikan oleh

$$\mathbf{A}_d = \begin{bmatrix} 0.8872 & 0.0724 & -1.3383 & 0.1056 & 0 \\ 0.0061 & 0.9405 & -0.1100 & -0.0802 & 0 \\ -0.0198 & -0.0067 & 0.3141 & -0.0125 & 0 \\ 0.0028 & 0.9768 & -0.0656 & 0.9593 & 0 \\ -0.0122 & -0.0022 & 0.5848 & -0.0072 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}_d = \begin{bmatrix} 0.0010 \\ -2.1213 \times 10^{-4} \\ 0.0010 \\ -9.1870 \times 10^{-5} \\ 6.1283 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$$

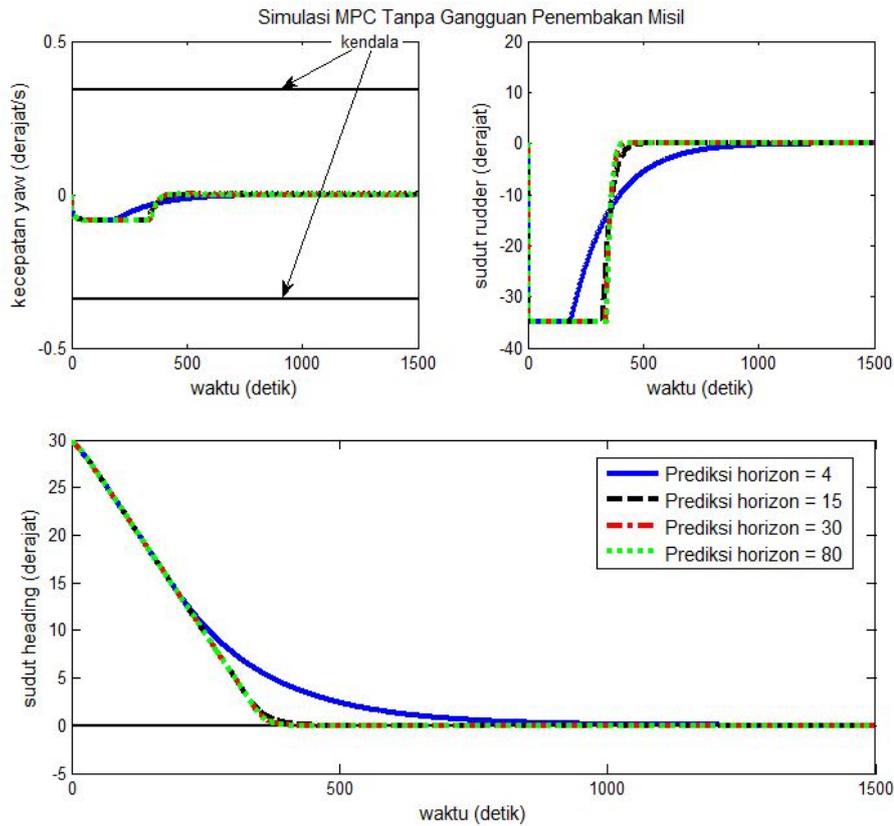
Dalam simulasi ini, diberikan kendala sudut *rudder*  $|\delta| \leq 35$  derajat, kendala perubahan sudut *rudder*  $|\Delta\delta| \leq 5$  derajat dan *yaw rate*  $|r| \leq 0.006$  rad/s (0.34 derajat/s), sehingga matriks yang bersesuaian dengan  $\mathbf{C}_1$ ,  $\mathbf{D}_1$ ,  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{V}$  dan  $\mathbf{T}$  (2.15 - 2.17) diberikan oleh

$$\mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 0.006 \\ 0.006 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 35\pi/180 \\ 35\pi/180 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{V} = \begin{bmatrix} 5\pi/180 \\ 5\pi/180 \end{bmatrix}$$

Simulasi skema MPC dilakukan dengan variasi nilai prediksi horizon ketika sistem tanpa gangguan yaitu kapal tidak melakukan penembakan misil. Hasil simulasi ini, dapat dilihat pada Gambar 4.5.

Dari Gambar 4.5 dapat dilihat bahwa perbedaan nilai prediksi horizon akan mempengaruhi respon sistem menuju referensi yang diberikan. Nilai prediksi horizon yang relatif kecil semakin lama menuju setpoint dibandingkan dengan prediksi horizon yang besar. Nilai *mean absolute error* (MAE) diusulkan untuk mengetahui kuantitas dari respon sistem dari perbedaan prediksi horizon. Semakin kecil nilai MAEnya maka semakin baik respon sistem tersebut. Dari Tabel 4.2 nilai MAE terkecil diberikan oleh prediksi horizon  $N_p = 80$ . Untuk selanjutnya, nilai prediksi horizon tersebut



Gambar 4.5: Simulasi standar MPC dengan variasi prediksi horizon tanpa gangguan

yang digunakan dalam simulasi baik untuk metode MPC dengan dan tanpa gangguan *impact* dari penembakan misil dan DC-MPC dengan gangguan *impact* dari penembakan misil.

Tabel 4.2: Nilai MAE dengan perbedaan prediksi horizon

Prediksi step	Nilai MAE (derajat)
4	4.5714
15	3.7638
30	3.7447
80	3.7429

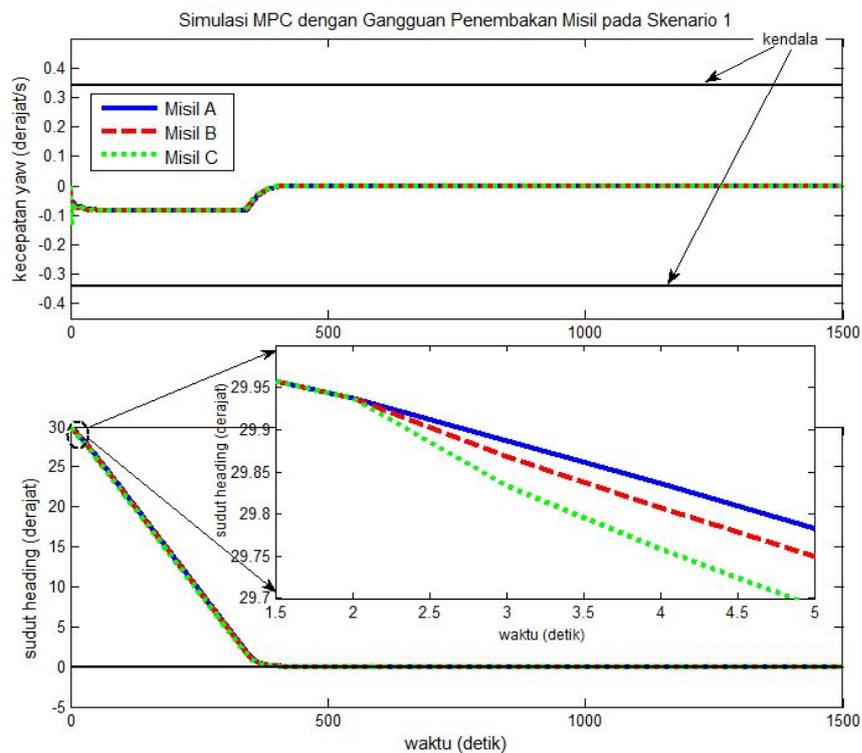
#### 4.11 Simulasi Standar MPC pada Model Sistem Linier dengan Variasi Gangguan *Impact* Misil

Skema MPC yang diusulkan diimplementasikan pada sistem linier dengan gangguan berupa *impact* dari penembakan misil. Simulasi ini, dilakukan dengan nilai gangguan *impact* yang bervariasi sesuai dengan tipe misil yang telah dihitung pada subbab sebelumnya. Dua skenario dari

simulasi sistem dengan gangguan dipertimbangkan dalam kasus ini. Skenario 1 adalah penembakan misil dilakukan ketika kapal sedang melakukan *heading*, sedangkan skenario 2 adalah penembakan misil dilakukan ketika kapal telah berada pada sudut hadap yang diinginkan.

#### 4.11.1 Simulasi Standar MPC dengan Variasi Gangguan *Impact* Misil (Skenario 1)

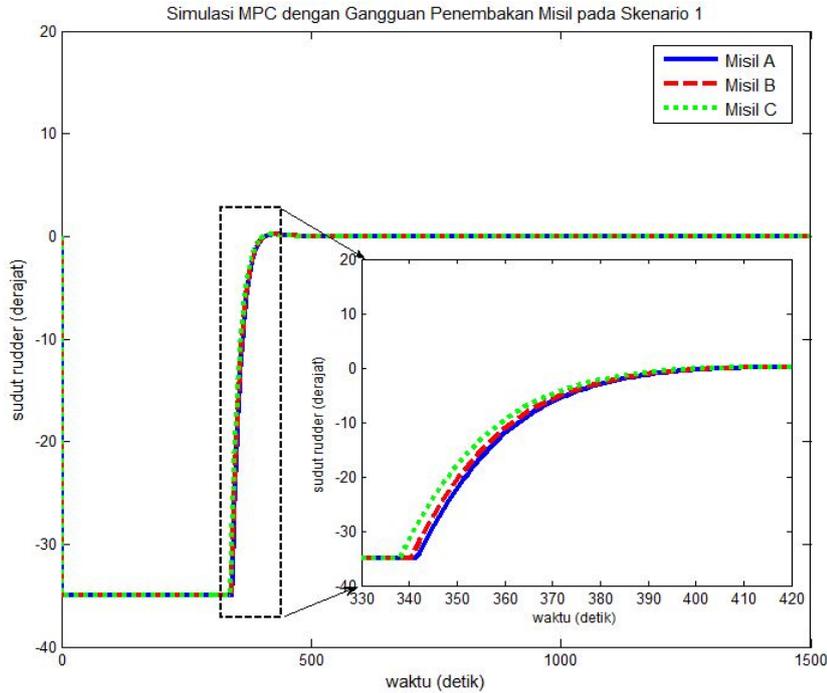
Pada simulasi ini, misil ditembakkan ketika kapal mengubah sudut hadap (*heading*) dari  $\psi(0) = 30^\circ$  menuju referensi yang diinginkan yaitu  $0^\circ$ . Syarat awal yang digunakan dalam simulasi ini adalah  $v(0) = 0$ ,  $p(0) = 0$ ,  $r(0) = 0$  dan  $\phi(0) = 0$ . Parameter kendali yang digunakan untuk simulasi ini adalah  $N_p = 80$ ,  $Q = \text{diag}\{500, 500\}$  dan  $R = 1$ . parameter ini dipilih karena menghasilkan performansi yang baik ketika sistem tanpa gangguan (tanpa penembakan misil). Penembakan misil dilakukan pada detik ke-2. Hasil simulasi dengan skenario ini dapat dilihat pada Gambar 4.6, sedangkan nilai MAE dapat dilihat pada Tabel 4.3.



Gambar 4.6: Simulasi MPC dengan variasi gangguan *impact* misil pada skenario 1

Pengaruh perubahan dari sudut hadap kapal ketika terjadi gangguan juga dipengaruhi oleh sudut *rudder*. Respon sudut *rudder* ketika terjadi

gangguan dapat dilihat pada Gambar 4.7.



Gambar 4.7: Sudut *rudder* terhadap gangguan *impact* pada skenario 1

Gambar 4.6 menunjukkan bahwa pengaruh gangguan *impact* dari misil C lebih besar terhadap perubahan sudut hadap kapal ketika kapal sedang melakukan *heading* menuju referensi yang diinginkan, yaitu  $0^\circ$ . Hal tersebut dikarenakan besarnya massa dan percepatan dari misil C. Pada simulasi ini, penembakan misil dilakukan ke arah kanan sesuai dengan nilai  $\alpha_i$  yang bernilai positif, sehingga arah *impact*nya akan mengarah ke sisi kiri. Karena proses *heading* kapal dari sudut 30 derajat menuju 0 derajat yang berarti bahwa arahnya sama dengan *impact* misil, maka gangguan *impact* dengan nilai terbesar menjadikan sistem lebih cepat menuju referensi yang diinginkan (Gambar 4.6 dan Tabel 4.3). Dari Tabel 4.3 juga diketahui bahwa nilai MAE dari misil C lebih kecil dibandingkan dengan 2 tipe misil yang lain, yaitu misil A dan misil B. Setelah sudut hadap kapal telah menuju referensi, maka respon sistem dengan ke tiga tipe misil menghasilkan performansi yang sama.

Gambar 4.7 menunjukkan bahwa respon sudut *rudder* ketika sistem mendapatkan adalah sama. Ketika sistem mendapatkan gangguan, sudut *rudder* tetap menuju nilai minimumnya yaitu  $-35$  derajat. Setelah sudut hadap kapal telah mengikuti referensinya, maka sudut *rudder* akan bernilai konstan, yaitu nol. Hal demikian bertujuan untuk menjaga sudut hadap tetap

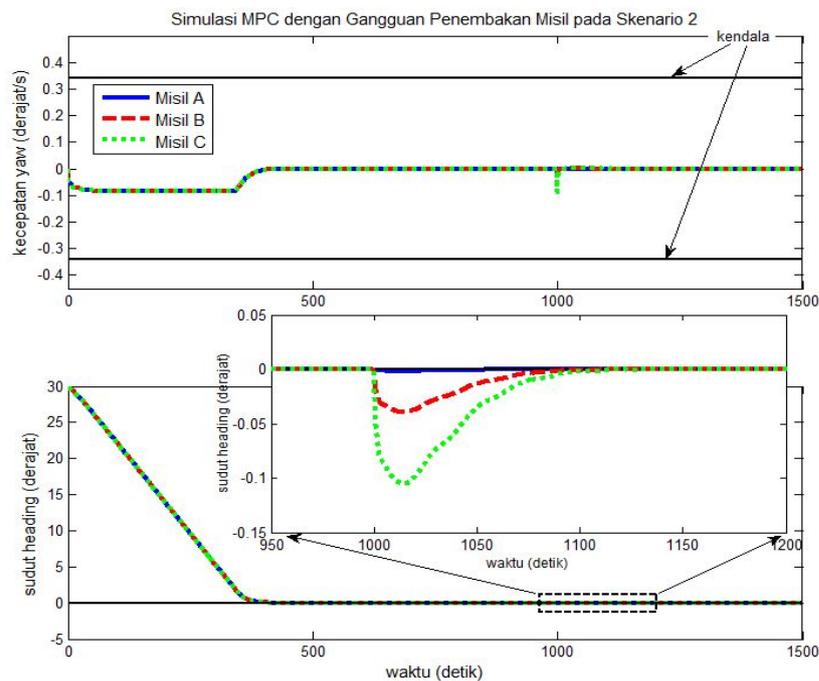
Tabel 4.3: Nilai MAE dari skema standar MPC pada skenario 1

Jenis simulasi	Nilai MAE (derajat)
Tanpa gangguan	3.7429
Gangguan misil A	3.7418
Gangguan misil B	3.7162
Gangguan misil C	3.6716

pada nilai referensi yang diinginkan.

#### 4.11.2 Simulasi Standar MPC dengan Variasi Gangguan *Impact* Misil (Skenario 2)

Pada simulasi ini, misil ditembakkan ketika kapal telah berada sudut hadap (*heading*) yang diinginkan yaitu  $0^\circ$ . Syarat awal dari sistem dan parameter kendali yang digunakan dalam simulasi ini adalah sama seperti pada skenario 1. Penembakkan misil dilakukan pada detik ke-1000. Hasil simulasi dengan skenario ini dapat dilihat pada Gambar 4.8.



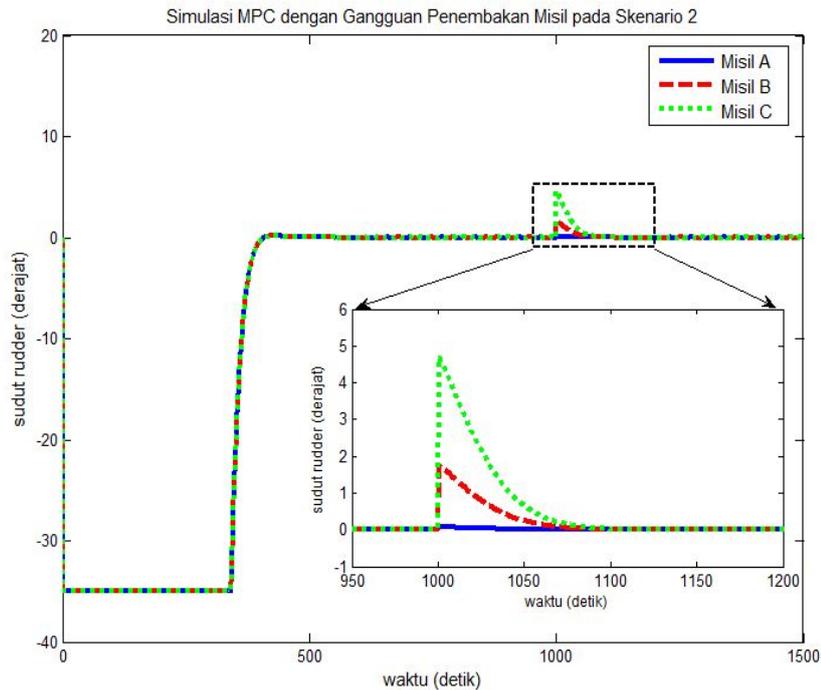
Gambar 4.8: Simulasi MPC dengan variasi gangguan *impact* misil pada skenario 2

Sama halnya dengan hasil simulasi dari skenario 1, Gambar 4.8 menunjukkan bahwa pengaruh gangguan *impact* dari misil C lebih besar terhadap perubahan sudut hadap kapal ketika kapal telah berada pada referensi yang diinginkan, yaitu  $0^\circ$ . Dari Gambar 4.8 dapat dilihat bahwa

Tabel 4.4: Nilai MAE skema standar MPC pada skenario 2

Jenis simulasi	Nilai MAE (derajat)
Tanpa gangguan	<b>3.7429</b>
Gangguan misil A	<b>3.7430</b>
Gangguan misil B	<b>3.7441</b>
Gangguan misil C	<b>3.7460</b>

saat terjadi gangguan, nilai sudut hadap kapal mengalami lonjakan sekitar  $-0.12$  derajat, sedangkan untuk tipe misil yang lainnya yaitu misil A dan misil B berturut-turut sebesar  $-0.01$  dan  $-0.05$  derajat. Tabel 4.4 menunjukkan bahwa nilai MAE terbesar terjadi pada misil C yaitu sekitar 3.7460. Perubahan nilai sudut hadap kapal juga dipengaruhi oleh sudut *rudder* karena saat sudut *rudder* berubah nilainya maka juga akan terjadi perubahan pada sudut hadap kapal. Respon sudut *rudder* ketika terjadi gangguan pada skenario ini dapat dilihat pada Gambar 4.9.



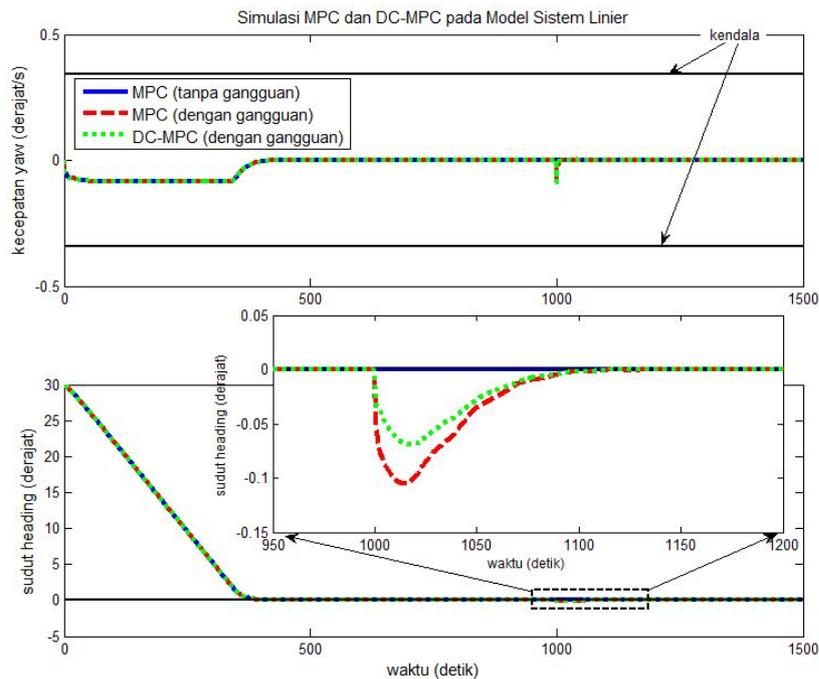
Gambar 4.9: Sudut *rudder* terhadap gangguan *impact* pada skenario 2

Gambar 4.9 menunjukkan bahwa ketika sistem terjadi gangguan, sudut *rudder* langsung merespon dengan melakukan defleksi dengan besar sudut untuk misil A, B, dan C berturut-turut sekitar 0.2, 2 dan 5 derajat dan kemudian kembali pada nilai 0 derajat. Tujuan dari defleksi *rudder* adalah membuat sudut hadap kapal kembali menuju nilai referensi yang diinginkan.

Perubahan sudut *rudder* dilakukan baik untuk gangguan tipe misil A, B dan C, namun defleksi sudut *rudder* dengan nilai terbesar terjadi ketika misil C ditembakkan. Setelah sudut hadap kapal telah mengikuti referensinya (Gambar 4.8), maka sudut *rudder* akan bernilai konstan, yaitu nol (Gambar 4.9).

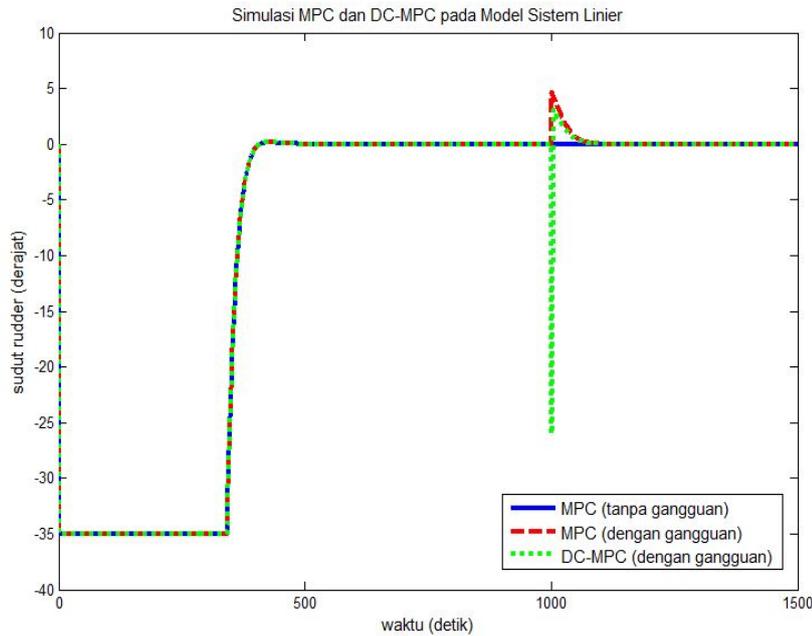
#### 4.12 Perbandingan Skema Standar MPC dan DC-MPC pada Model Sistem Linier dengan Gangguan

Perbandingan MPC dan DC-MPC akan dilihat pada pengujian penembakan misil pada skenario 2, karena lonjakan dari perubahan nilai sudut hadap kapal lebih terlihat perbedaannya dengan sistem tanpa gangguan. Simulasi pada pengujian ini dilakukan dengan syarat awal dan parameter kendali yang sama. Tipe misil yang digunakan dalam pengujian ini adalah misil C, karena tipe misil ini lebih besar pengaruhnya terhadap perubahan sudut hadap kapal dibandingkan dengan tipe misil yang lain.



Gambar 4.10: Simulasi standar MPC dan DC-MPC dengan *impact* penembakan misil C

Gambar 4.10 menunjukkan bahwa skema DC-MPC menghasilkan lonjakan sudut hadap yang lebih kecil dari skema standar MPC. Hal ini menunjukkan bahwa skema DC-MPC lebih *robust* dalam mengatasi gangguan (*impact* penembakan misil), meskipun selisih *error* dari sudut hadap kapal



Gambar 4.11: Sudut *rudder* standar MPC dan DC-MPC dengan *impact* penembakan misil C

dengan sudut hadap referensi antara skema DC-MPC dan standar MPC cukup kecil yaitu sekitar 0.05 derajat. Rata-rata nilai *error* dari skema MPC dengan dan tanpa gangguan dan skema DC-MPC dengan gangguan dapat dilihat pada Tabel 4.5.

Tabel 4.5: Nilai MAE skema MPC dan DC-MPC tanpa dan dengan gangguan pada model sistem linier

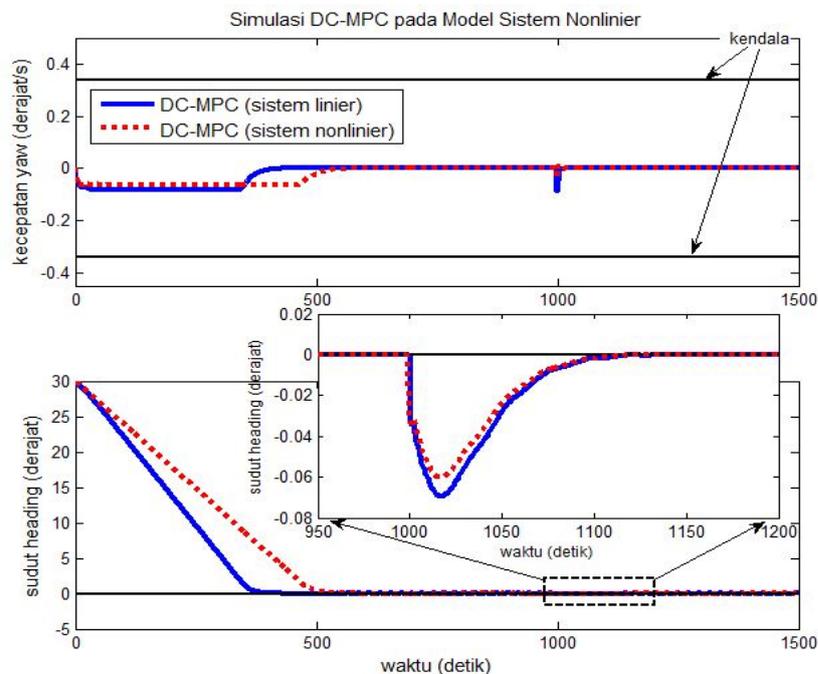
Jenis simulasi	Nilai MAE (derajat)
MPC tanpa gangguan	3.7429
MPC dengan gangguan	3.7460
DC-MPC dengan gangguan	3.7451

Dari Tabel 4.5 juga dapat diketahui bahwa nilai MAE dari skema DC-MPC lebih kecil dari skema MPC. Gambar 4.11 menunjukkan bahwa defleksi sudut *rudder* dari DC-MPC lebih besar dari pada defleksi sudut *rudder* pada skema standar MPC. Hal demikian terjadi karena sudut *rudder* DC-MPC mendapatkan kompensasi gangguan berupa nilai  $u_d^*$  sebagaimana pada proses optimasi kompensasi gangguan Persamaan (2.19) (Bab 2). Nilai optimal kendali dari standar MPC kemudian dijumlahkan dengan dengan nilai optimal kompensasi gangguan, untuk menghasilkan nilai optimal kendali yang dapat meminimumkan *error* antara sudut hadap kapal dengan sudut hadap yang

diinginkan.

#### 4.13 Penerapan Skema DC-MPC pada Model Sistem Nonlinier dengan Gangguan

Pada simulasi ini, nilai kendali pada DC-MPC dicoba untuk diimplementasikan pada sistem nonlinier yang telah dijelaskan pada Bab 2. Diskritisasi model sistem nonlinier dilakukan dengan metode runge kutta orde 4. Nilai parameter kendali yang digunakan adalah sama seperti pada simulasi sistem linier. Pengujian performansi DC-MPC pada sistem nonlinier dilakukan dengan gangguan untuk skenario 2. Hasil implementasi DC-MPC pada sistem nonlinier dapat dilihat pada Gambar 4.12.



Gambar 4.12: Simulasi DC-MPC pada model sistem linier dan nonlinier

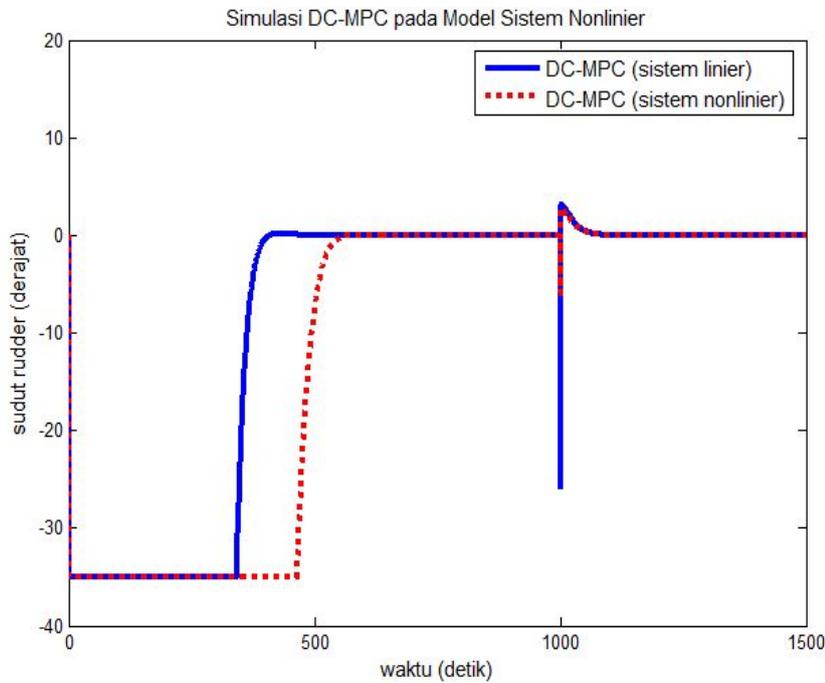
Dalam simulasi, Gambar 4.12 menunjukkan bahwa proses kendali DC-MPC yang diperoleh dengan prediksi model sistem linier dapat juga diimplementasikan pada model sistem nonlinier, hal ini dapat ditunjukkan dengan respon sudut hadap kapal dari model sistem nonlinier yang dapat mengikuti referensi yang diinginkan, walaupun responnya lebih lambat dari pada model sistem linier. Lonjakan yang terjadi ketika sistem mendapat gangguan dari model sistem nonlinier lebih kecil dibandingkan model sistem linier. Disamping itu, DC-MPC pada model sistem nonlinier menghasilkan respon yang lambat, maka DC-MPC pada model sistem nonlinier memiliki nilai

MAE yang lebih besar dibandingkan dengan DC-MPC pada model sistem linier (Tabel 4.6). Hal ini disebabkan prediksi kendali yang digunakan didasarkan pada model sistem linier.

Tabel 4.6: Nilai MAE DC-MPC pada model sistem linier dan nonlinier

Jenis Simulasi	Nilai MAE (derajat)
DC-MPC untuk sistem linier	3.7451
DC-MPC untuk sistem nonlinier	5.0060

Respon sudut *rudder* untuk penerapan DC-MPC pada model sistem nonlinier dapat dilihat pada Gambar 4.13.

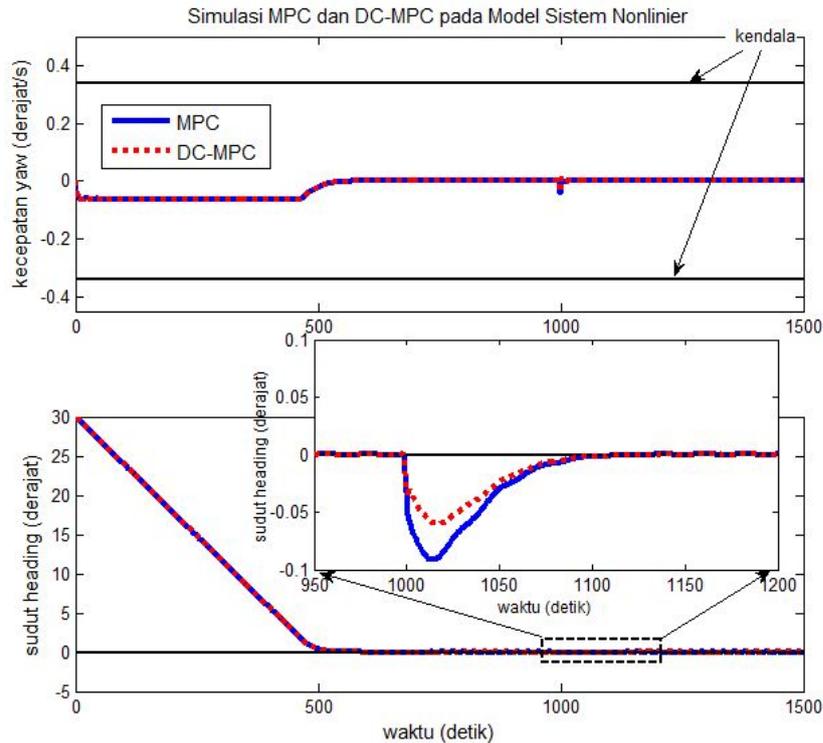


Gambar 4.13: Sudut *rudder* DC-MPC pada model sistem linier dan nonlinier

Dari Gambar 4.13 menunjukkan bahwa di awal waktu simulasi, sudut *rudder* DC-MPC pada model sistem nonlinier mengalami defleksi yang sama dengan DC-MPC pada model sistem linier dengan nilai sudut sebesar  $-35^\circ$ , tetapi waktu defleksinya lebih lama dibandingkan DC-MPC pada model sistem linier. Sama dengan sudut *rudder* DC-MPC pada model sistem linier, ketika sistem mendapat gangguan sudut *rudder* DC-MPC pada model sistem nonlinier juga mengalami lonjakan (*overshoot*), tetapi dengan nilai *overshoot* yang lebih kecil yaitu sekitar  $-7$  derajat.

#### 4.14 Perbandingan Skema Standar MPC dan DC-MPC pada Model Sistem Nonlinier dengan Gangguan

Seperti pada sistem linier, perbandingan skema standar MPC dan DC-MPC juga dilakukan pada sistem nonlinier. Simulasi ini dilakukan dengan mensubstitusikan nilai input kendali dari skema standar MPC dan DC-MPC dengan proses optimasi dari sistem linier ke sistem nonlinier.



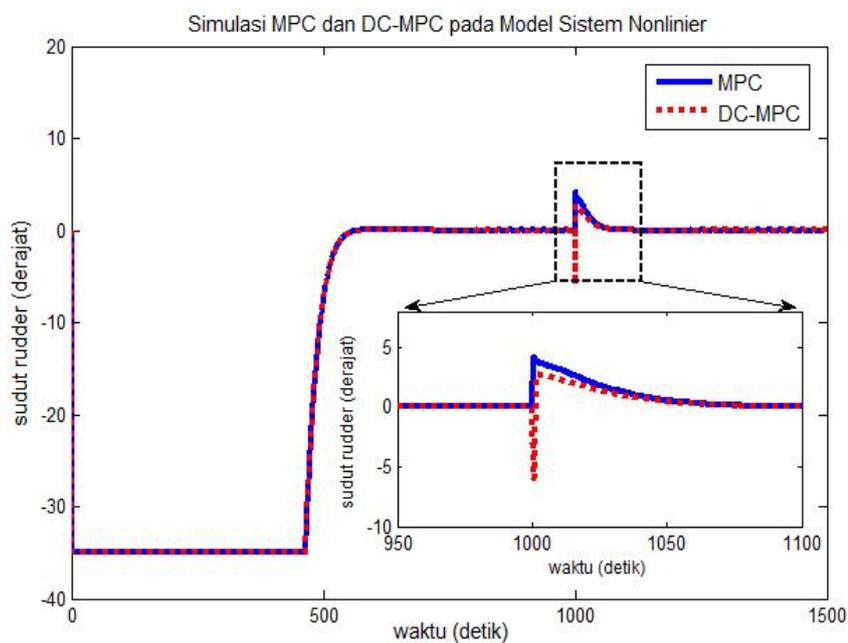
Gambar 4.14: Simulasi standar MPC dan DC-MPC pada sistem nonlinier dengan gangguan

Gambar 4.14 menunjukkan bahwa untuk kedua skema standar MPC dan DC-MPC pada saat proses *heading* awal dari sudut 30 derajat menuju ke sudut hadap referensi yaitu 0 derajat keduanya masih memenuhi kendala *yaw rate* yang diberikan. Tujuan pemberian kendala pada *yaw rate* adalah untuk meredam kecepatan *yawing* kapal ketika kapal mengubah sudut hadapnya ke sudut hadap yang diinginkan. Penerapan skema standar MPC dan DC-MPC pada sistem nonlinier juga mampu membuat sudut hadap kapal menuju nilai referensi yang diinginkan. Ketika terjadi gangguan berupa *impact* penembakan misil pada detik ke-1000, skema DC-MPC menghasilkan lonjakan sudut *heading* yang lebih kecil dari skema standar MPC. Rata-rata error dari skema MPC dan DC-MPC ditunjukkan pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7: Nilai MAE skema MPC dan DC-MPC pada model sistem nonlinier

Jenis Simulasi	Nilai MAE (derajat)
Standar MPC	5.0068
DC-MPC	5.0060

Dari Tabel 4.7 dapat dilihat bahwa nilai MAE dari skema DC-MPC lebih kecil dari skema MPC, hal ini menunjukkan bahwa skema DC-MPC juga lebih *robust* dalam mengatasi gangguan (*impact* dari penembakan misil) pada model sistem nonlinier.



Gambar 4.15: Sudut *rudder* standar MPC dan DC-MPC pada sistem nonlinier dengan gangguan

Gambar 4.15 menunjukkan bahwa baik skema standar MPC dan DC-MPC keduanya memenuhi kendala sudut *rudder* yang diberikan yaitu  $-35$  derajat sampai  $35$  derajat. Ketika terjadi gangguan sudut *rudder* dari metode DC-MPC menghasilkan lonjakan yang lebih besar dari skema standar MPC. Sebagaimana telah dipaparkan dalam teori DC-MPC pada Bab 2 dan pada analisa simulasi Gambar 4.11, yaitu nilai kendali *rudder* standar MPC dijumlahkan nilai optimal dari optimasi kompensasi gangguan. Tujuan ini untuk mendapatkan nilai *error* yang lebih kecil dari skema DC-MPC ketika sistem mendapatkan gangguan.

## BAB 5

### KESIMPULAN DAN SARAN

Penarikan kesimpulan didasarkan pada analisis hasil simulasi, sedangkan saran ditujukan untuk perbaikan penelitian dan pengerjaan penelitian selanjutnya berupa pengembangan ide atau pengembangan metode.

#### 5.1 Kesimpulan

Berdasarkan analisis hasil simulasi yang telah disajikan pada bab sebelumnya, dapat disimpulkan beberapa hal sebagai berikut :

1. Persamaan gaya dan momen gaya *impact* dari penembakan misil didapat dari penurunan hukum III Newton dan hukum II Newton. Berikut adalah persamaan gaya dan momen gaya *impact* dari penembakan misil untuk model kapal 3 DOF.

$$Y_{imp} = -m_M a_M \cos \theta_M \sin \alpha_i$$

$$K_{imp} = 0$$

$$N_{imp} = m_M a_M d_L \cos \theta_M \sin \alpha_i$$

2. Gangguan *impact* dari penembakan misil C mempunyai pengaruh yang lebih besar terhadap sudut hadap kapal baik ketika kapal sedang melakukan heading maupun kapal telah berada pada referensi yang diinginkan dibandingkan dengan 2 tipe misil lain yang lebih kecil yaitu misil A dan misil B.
3. Secara simulasi kendali DC-MPC dengan pendekatan model sistem linier dapat juga diimplementasikan pada sistem nonlinier, karena sudut hadap kapal tetap dapat menuju referensi yang diinginkan. Penerapan DC-MPC pada sistem nonlinier menghasilkan respon yang lebih lambat dibandingkan dengan respon sudut hadap dari sistem linier. Nilai *overshoot* dari sudut hadap kapal ketika sistem mendapat gangguan dari penembakan misil pada model sistem nonlinier lebih kecil dibandingkan dengan model sistem linier.

4. Skema DC-MPC yang diusulkan lebih *robust* dalam mengatasi gangguan *impact* dari penembakan misil dibandingkan dengan skema standar MPC baik untuk sistem linier maupun nonlinier. *Error* antara sudut hadap kapal dan sudut hadap yang diinginkan dari kedua skema sangat kecil ketika mengalami *overshoot*, yaitu sekitar 0.12 derajat untuk standar MPC dan 0.07 derajat untuk DC-MPC, sedangkan untuk sistem nonlinier, *error*nya sekitar 0.1 derajat untuk standar MPC dan 0.06 derajat untuk DC-MPC.

## 5.2 Saran

Melalui penelitian yang telah dilakukan, dapat dikemukakan saran untuk pengembangan penelitian lebih lanjut sebagai berikut:

1. Simulasi dengan pengaruh gangguan *impact* dari penembakan misil dapat diaplikasikan pada ukuran kapal yang lebih kecil seperti *autonomous underwater vehicle* (AUV) dengan tujuan untuk mengetahui kemampuan skema DC-MPC dalam mengatasi gangguan tersebut dibandingkan dengan skema standar MPC.
2. Dapat diusulkan simulasi *path following* (*tracking* lintasan) ketika sistem dengan dan tanpa gangguan *impact* dari penembakan misil.
3. Jika menginginkan respon yang lebih baik, dapat dicoba metode kontrol yang lain seperti kendali *adaptive* atau nonlinier *model predictive control* (NMPC), karena sistem dinamik kapal berbentuk sistem nonlinier.

## DAFTAR PUSTAKA

- Abbas, M. A. (2011), Non-linear model predictive control for autonomous vehicles, PhD thesis, UOIT.
- Blanke, M. & Christensen, A. C. (1993), *Rudder-roll damping autopilot robustness to sway-yaw-roll couplings*, Aalborg Universitetscenter.
- Cahyaningtias, S. (2014), Penerapan Disturbance Compensating Model Predictive Control (DC-MPC) pada Kendali Gerak Kapal, Master's thesis, Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
- Camacho, E. F. & Bordons, C. A. (2012), *Model predictive control in the process industry*, Springer Science & Business Media.
- Clarke, D. W., Mohtadi, C. & Tuffs, P. (1987), 'Generalized predictive control Part I. The basic algorithm', *Automatica* **23**(2), 137–148.
- Fossen, T. I. (1994), *Guidance and control of ocean vehicles*, Wiley New York.
- Ge, D., Gao, Q., Chen, Y., Li, A. & Huang, X. (2010), Rudder roll stabilization using generalized predictive control for ships based on genetic linear model, *dalam Computer Engineering and Technology (ICCET), 2010 2nd International Conference on*, Vol. 4, IEEE, V4–446.
- Ghaemi, R., Oh, S. & Sun, J. (2010), Path following of a model ship using model predictive control with experimental verification, *dalam American Control Conference (ACC), 2010*, IEEE, 5236–5241.
- Herrero, E. R., Tomas-Rodriguez, M. & Velasco, F. J. (2014), 'Iterative lead compensation control of nonlinear marine vessels manoeuvring models', *Applied Ocean Research* **48**, 266–276.
- Li, Z. (2009), Path Following with Roll Constraints for Marine Surface Vessels in Wave Fields, PhD thesis, University of Michigan.
- Li, Z. & Sun, J. (2012), 'Disturbance compensating model predictive control with application to ship heading control', *IEEE transactions on control systems technology* **20**(1), 257–265.

- Li, Z., Sun, J. & Beck, R. F. (2010), ‘Evaluation and modification of a robust path following controller for marine surface vessels in wave fields’, *Journal of Ship Research* **54**(2), 141–147.
- Munadhif, I., Aisjah, A. S. & Masroeri, A. (2016), ‘Stability Control Design of Sigma Class Ship Firing Mode using Fuzzy Gain Scheduling-PID’, *IPTEK Journal of Proceedings Series* **2**(1).
- Pan, S., Su, H., Chu, J. & Wang, H. (2010), ‘Applying a novel extended Kalman filter to missile–target interception with APN guidance law: A benchmark case study’, *Control Engineering Practice* **18**(2), 159–167.
- Perez, T. (2005), ‘Ship Motion Control: Course Keeping and Roll Stabilisation Using Rudder and Fins (Advances in Industrial Control)’.
- Putri, D. K. R., Asfihani, T. & Subchan, S. (2018), Steering Angle Control of Car for Dubins Path-tracking Using Model Predictive Control, *dalam Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 974, IOP Publishing, 012066.
- Revestido, E., Tomas-Rodriguez, M. & Gonzalez, F. J. V. (2013), Iterated nonlinear control of ship’s manoeuvring models, *dalam Decision and Control (CDC), 2013 IEEE 52nd Annual Conference on*, IEEE, 6168–6175.
- Subchan, S. & Asfihani, T. (2013), ‘The Missile Guidance Estimation Using Extended Kalman Filter-unknown Input-without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF) Method’, *Journal of the Indonesian Mathematical Society* **19**(1), 1–14.
- Subchan, S., Syaifudin, W. & Asfihani, T. (2014), ‘Ship heading control of corvette-sigma with disturbances using model predictive control’, *Far East Journal of Applied Mathematics* **87**(3), 245.
- Subiono (2013), *Sistem Linier dan Kontrol Optimal*, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.
- Wang, L. (2009), *Model predictive control system design and implementation using MATLAB®*, Springer Science & Business Media.
- Yoon, H. K., Son, N. S. & Lee, G. J. (2007), ‘Estimation of the roll hydrodynamic moment model of a ship by using the system identification

method and the free running model test', *IEEE Journal of Oceanic Engineering* **32**(4), 798–806.

Zak, S. H. (2003), *Systems and control*, Vol. 198, Oxford University Press New York.

Zarchan, P. (2012), *Tactical and strategic missile guidance*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc.



## LAMPIRAN A

### Data Parameter Utama dan Hidrodinamika Kapal X

Kuantitas (simbol)	Nilai (satuan)
Panjang ( $L_{pp}$ )	48 (meter)
Lebar ( $B$ )	8.6 (meter)
<i>Draft</i> ( $D$ )	2.2 (meter)
Massa (m)	$359 \times 10^3$ (kg)
Volume <i>displacement</i> ( $\nabla$ )	350 (meter <sup>3</sup> )
Inersia pada <i>yaw</i> ( $I_z$ )	$33.7 \times 10^6$ (kgmeter <sup>2</sup> )
Inersia pada <i>roll</i> ( $I_x$ )	$3.4 \times 10^6$ (kgmeter <sup>2</sup> )
Koordinat pusat gravitasi ( $x_G$ )	-3.38 (meter)
Koordinat pusat gravitasi ( $z_G$ )	-1.75 (meter)
Luas <i>rudder</i> ( $A_R$ )	0.73 (meter)
Koefisien gaya angkat ( $C_L$ )	1.15
Jarak CG-CP ( $l_{\delta z}$ )	1.2 (meter)
LCG ( $l_{\delta x}$ )	-23.5 (meter)
Metacenter ( $GZ$ )	0.776 (meter)
Konstanta gravitasi ( $g$ )	9.82 (meter/s <sup>2</sup> )
Massa jenis air laut ( $\rho$ )	1025 (kg/meter <sup>3</sup> )

Koefisien untuk $N$	Koefisien untuk $K$	Koefisien untuk $Y$
$N_{\dot{v}} = 538000$	$K_{\dot{v}} = 296000$	$Y_{\dot{v}} = -0.393 \times 10^6$
$N_{\dot{r}} = -28.7 \times 10^6$	$K_{\dot{r}} = 0.0$	$Y_{\dot{r}} = -1.4 \times 10^6$
$N_{\dot{p}} = 0.0$	$K_{\dot{p}} = -0.674 \times 10^6$	$Y_{\dot{p}} = -0.296 \times 10^6$
$N_{ u v} = -92000$	$K_{ u v} = 9260$	$Y_{ u v} = -11800$
$N_{ u r} = -4.71 \times 10^6$	$K_{ur} = -102000$	$Y_{ur} = 131000$
$N_{v v } = 0.0$	$K_{v v } = 29300$	$Y_{v v } = -3700$
$N_{r r } = -202 \times 10^6$	$K_{r r } = 0.0$	$Y_{r r } = 0.0$
$N_{v r } = 0.0$	$K_{v r } = 0.621 \times 10^6$	$Y_{v r } = -0.794 \times 10^6$
$N_{r v } = -15.6 \times 10^6$	$K_{r v } = 0.142 \times 10^6$	$Y_{r v } = -0.182 \times 10^6$
$N_{\phi uv } = -0.214 \times 10^6$	$K_{\phi uv } = -8400$	$Y_{\phi uv } = 10800$
$N_{\phi u r } = -4.98 \times 10^6$	$K_{\phi ur } = -0.196 \times 10^6$	$Y_{\phi ur } = 0.251 \times 10^6$
$N_{\phi u u } = -8000$	$K_{\phi uu} = -1180$	$Y_{\phi uu} = -74$
$N_{ u p} = 0.0$	$K_{ u p} = -15500$	$Y_{ u p} = 0.0$
$N_{p p } = 0.0$	$K_{p p } = -0.416 \times 10^6$	$Y_{p p } = 0.0$
$N_p = 0.0$	$K_p = -0.5 \times 10^6$	$Y_p = 0.0$
$N_\phi = 0.0$	$K_\phi = 0.776\rho g\nabla$	$Y_\phi = 0.0$
$N_{\phi\phi\phi} = 0.0$	$K_{\phi\phi\phi} = -0.325\rho g\nabla$	$Y_{\phi\phi\phi} = 0.0$



## BIODATA PENULIS



Penulis bernama Heri Purnawan, lahir di Lamongan, 06 Juni 1993. Penulis merupakan anak tunggal dari pasangan Suminto dan Martiah. Penulis menempuh pendidikan formal dimulai dari TK Swandayani Jubel Kidul (1998-1999), SDN Jubel Kidul 1 (1999-2005), SMP Negeri 1 Sugio (2005-2008), dan MA Negeri Lamongan (2008-2011). Setelah lulus dari MA, pada tahun 2011 penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di jurusan Matematika ITS Surabaya melalui jalur SNMPTN Undangan dengan NRP 1211 100 024.

Pada waktu menempuh jenjang S1, penulis melaksanakan Kerja Praktek dan Tugas Akhir di Bidang Teknologi Avionik, Pusat Teknologi Penerbangan, Lembaga Penerbangan dan Antariksa Nasional (LAPAN) pada tahun 2014-2015. Pada tahun 2016, penulis melanjutkan studi ke jenjang S2 di jurusan yang sama melalui beasiswa Fresh Graduate dengan NRP 0611 1650 010 016. Di jurusan Matematika, penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan.

Informasi lebih lanjut mengenai Tesis ini dapat ditunjukkan ke penulis melalui email: [heripurnawan93@gmail.com](mailto:heripurnawan93@gmail.com).