

**PERBANDINGAN PENDUGA-*LEAST TRIMMED SQUARES*
DAN PENDUGA-*M* REGRESI *ROBUST* LINIER BERGANDA
PADA DATA SIMULASI YANG MENGANDUNG BERBAGAI
TINGKAT PENCILAN**

SKRIPSI

Oleh:
ABELA CHAIRUNISSA
165090501111040



**PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA
MALANG
2019**

**PERBANDINGAN PENDUGA *LEAST TRIMMED SQUARES*
DAN PENDUGA-*M* REGRESI *ROBUST* LINIER BERGANDA
PADA DATA SIMULASI YANG MENGANDUNG BERBAGAI
TINGKAT PENCILAN**

SKRIPSI

Sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika

Oleh:

ABELA CHAIRUNISSA

165090501111040



**PROGRAM STUDI SARJANA STATISTIKA
JURUSAN STATISTIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS BRAWIJAYA**

**MALANG
2019**

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

**PERBANDINGAN PENDUGA-*LEAST TRIMMED SQUARES* DAN
PENDUGA-*M* REGRESI *ROBUST* LINIER BERGANDA PADA
DATA SIMULASI YANG MENGANDUNG BERBAGAI
TINGKATAN PENCILAN**

Oleh:
ABELA CHAIRUNISSA
165090501111040

Setelah dipertahankan di depan Majelis Penguji
pada tanggal 23 Desember 2019
dan dinyatakan memenuhi syarat untuk memperoleh gelar
Sarjana Statistika

Pembimbing

Luthfatul Amaliana, S.Si., M.Si.
NIP. 199006272015042002

Mengetahui,
a.n. Ketua Jurusan Statistika
Fakultas MIPA Universitas Brawijaya,
Sekretaris,

Nurjannah, S.Si., M.Phil., Ph.D
NIP. 198009212005012001

LEMBAR PERNYATAAN

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Abela Chairunissa

NIM : 165090501111040

Jurusan : Statistika

Skripsi Berjudul :

PERBANDINGAN PENDUGA-*LEAST TRIMMED SQUARES* DAN PENDUGA-*M* REGRESI *ROBUST* LINIER BERGANDA PADA DATA SIMULASI YANG MENGANDUNG BERBAGAI TINGKATAN PENCILAN

Dengan ini menyatakan bahwa:

1. Isi dari skripsi yang saya buat adalah benar-benar karya sendiri dan tidak menjiplak karya orang lain, selain nama-nama yang termaktub di isi dan tertulis di daftar pustaka dalam skripsi ini.
2. Apabila di kemudian hari ternyata skripsi yang saya tulis terbukti hasil jiplakan, maka saya akan bersedia menanggung risiko.

Demikian pernyataan ini saya buat dengan segala kesadaran.

Malang, 23 Desember 2019

Yang menyatakan,

Abela Chairunissa
165090501111040

PERBANDINGAN PENDUGA-*LEAST TRIMMED SQUARES* DAN PENDUGA-*M* REGRESI *ROBUST* LINIER BERGANDA PADA DATA SIMULASI YANG MENGANDUNG BERBAGAI TINGKATAN PENCILAN

ABSTRAK

Regresi *robust* digunakan ketika asumsi normalitas sisaan tidak terpenuhi karena adanya pencilan. Penduga-*M* dan penduga-*LTS* adalah dua penduga dalam regresi *robust*. Penelitian ini menggunakan data simulasi pada regresi linier berganda yang dibangkitkan dengan enam tingkatan pencilan yang berbeda-beda, yaitu 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, dan 5%. Dari sejumlah pencilan yang telah ditetapkan akan dikalikan suatu pembobot. Nilai koefisien regresi konstan, namun terbagi menjadi tiga kondisi, yaitu rendah, sedang, serta tinggi. Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa penduga-*M* dan penduga-*LTS* menghasilkan penduga yang *robust*. Untuk kondisi pencilan pada variabel bebas, diperoleh bahwa penduga-*M* menghasilkan penduga yang lebih stabil, begitu pula untuk kondisi pencilan pada variabel terikat. Sedangkan untuk pencilan pada variabel bebas dan terikat, diperoleh bahwa penduga-*LTS* lebih stabil. Berdasarkan kriteria R^2 dan MSE diperoleh bahwa penduga-*LTS* menghasilkan model yang lebih baik dibandingkan penduga-*M*. Berdasarkan nilai efisiensi relatif, pendugaan parameter dengan regresi *robust* penduga-*M* lebih efisien dibanding regresi *robust* penduga-*LTS*.

Kata Kunci: Pencilan, Penduga-*LTS*, Penduga-*M*, Regresi *Robust*.

COMPARISON OF LEAST TRIMMED SQUARES ESTIMATOR AND M-ESTIMATOR MULTIPLE ROBUST LINIER REGRESSION ON DATA SIMULATION WITH VARIOUS LEVELS OF OUTLIER

ABSTRACT

Robust regression is used when the assumption of normality of residuals is not met due to outliers. M-estimator and LTS-estimator are two estimators in robust regression. This study uses simulation data on multiple linear regression generated with six different levels of outliers, namely 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, and 5%. From a fixed number of outliers, a weighting is multiplied. The value of the regression coefficient is constant, but it is divided into three conditions, namely low, medium and high. The results of this study indicate that the M-estimator and the LTS-estimator produce robust estimators. For outlier conditions on independent variables, it was found that the M-estimator produces more stable predictors, as well as for outlier conditions on the dependent variable. As for outliers on the independent and dependent variables, it was found that the LTS estimator was more stable. Based on the R² and MSE criteria it was found that the LTS-estimator produced a better model than the M-estimator. Based on the value of relative efficiency, parameter estimation with M-estimator robust regression is more efficient than LTS-estimator robust regression.

Keywords: Outlier, LTS-Estimator, M-Estimator, Robust Regression

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur penulis ucapkan kepada Allah SWT atas rahmat dan hidayah-Nya sehingga skripsi yang berjudul “Perbandingan Penduga-*Least Trimmed Squares* Dan Penduga-*M Regresi Robust* Linier Berganda Pada Data Simulasi Yang Mengandung Berbagai Tingkatan Pencilan” ini dapat terselesaikan.

Kelancaran dalam penyusunan skripsi ini tidak lepas dari berbagai bantuan, dukungan dan doa berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan rasa terima kasih kepada:

1. Bapak, Ibu dan seluruh keluarga yang selalu memberikan dukungan, semangat, kasih sayang dan doa demi kelancaran proses skripsi ini.
2. Luthfatul Amaliana, S.Si., M.Si. selaku dosen pembimbing skripsi yang telah memberikan bimbingan dan saran selama proses penyusunan skripsi ini.
3. Bapak Adji, Bapak Solimun, Ibu Nurjannah, Ibu Riyanti dan Ibu Indah selaku dosen Kelompok Kajian Unggulan Pemodelan Statistika di Bidang Manajemen yang telah memberikan dukungan dan wejangan selama proses penyusunan skripsi.
4. Ir. Mudjiono, MM. selaku dosen penguji I dan Dr. Eni Sumarminingsih, S.Si., MM. selaku dosen penguji II yang telah memberikan bimbingan dan saran selama proses penyusunan skripsi ini.
5. Rahma Fitriani, S.Si., M.Sc., Ph.D selaku Ketua Jurusan Statistika Universitas Brawijaya.
6. Seluruh staf dan karyawan Jurusan Statistika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Brawijaya.
7. Rayoga Rahmansyah yang sudah menemani, membantu, dan memberi semangat selama proses pengerjaan skripsi.
8. Monica, Karina dan Aini yang sudah membantu dan menemani penulis sejak semester 1 perkuliahan.
9. ACRABS Team (Kartika, Dini dan Addin) yang selalu memberikan semangat.
10. Seluruh Batch 5 dan Batch 6 KKU PSBM yang saling mendukung, mendoakan, mengingatkan dan bertukar informasi.
11. Penghuni kos 139 (Dinda, Nisa, Mila dan Gesang) yang sudah menemani selama proses skripsi dan memberikan semangat untuk saya.

12. Teman-teman seperjuangan Statistika 2016 yang senantiasa menemani mulai awal perkuliahan hingga semester akhir dan saling membantu bertukar informasi.

Malang, Desember 2019

Penulis

DAFTAR ISI

Hal

HALAMAN JUDUL..... i

LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI..... iii

LEMBAR PERNYATAAN..... v

ABSTRAK..... vii

ABSTRACT..... viii

KATA PENGANTAR..... xi

DAFTAR ISI..... xiii

DAFTAR TABEL..... xv

DAFTAR GAMBAR..... xvii

BAB I PENDAHULUAN..... 1

1.1 Latar Belakang..... 1

1.2 Rumusan Masalah..... 2

1.3 Tujuan Penelitian..... 3

1.4 Manfaat Penelitian..... 3

1.5 Batasan Masalah..... 3

BAB II TINJAUAN PUSTAKA..... 5

2.1 Analisis Regresi Linier Berganda..... 5

2.2 Asumsi pada Analisis Regresi Linier..... 6

2.2.1 Normalitas Sisaan..... 6

2.2.2 Non-Multikolinieritas Antar Variabel Bebas..... 7

2.2.3 Homoskedastisitas Ragam Sisaan..... 8

2.2.4 Kebebasan Antar Sisaan (Non-Autokorelasi)..... 9

2.3 Pencilan..... 9

2.4 Pendeteksian Pencilan..... 10

2.4.1 Nilai Pengaruh (*Leverage Value*)..... 10

2.4.2 *Studentized Deleted Residual (TRES)*..... 12

2.5 Pendeteksian Pengamatan Berpengaruh..... 13

2.6 Regresi *Robust*..... 14

2.6.1 Regresi *Robust* Penduga-*M*..... 14

2.6.2 Regresi *Robust* Penduga-*LTS*..... 17

2.7 Pemilihan Model Terbaik..... 18

2.8 Efisiensi Relatif..... 19

2.9 Studi Simulasi..... 19

2.10 Penelitian Terdahulu..... 20

BAB III METODE PENELITIAN..... 21



3.1 Data..... 21

3.2 Metode Penelitian..... 22

3.3 Diagram Alir..... 25

BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN..... 27

4.1 Pengujian Normalitas Sisaan..... 27

4.2 Pengujian Non-Multikolinearitas antar Variabel Bebas..... 27

4.3 Pendeteksian Pencilan..... 28

4.4 Pendugaan Parameter Regresi *Robust*..... 31

 4.4.1 Kondisi Koefisien Regresi Rendah..... 32

 4.4.2 Kondisi Koefisien Regresi Sedang..... 37

 4.4.3 Kondisi Koefisien Regresi Tinggi..... 42

4.5 Pemilihan Model Terbaik..... 47

4.6 Efisiensi Relatif..... 49

BAB V KESIMPULAN DAN SARAN..... 51

5.1 Kesimpulan..... 51

5.2 Saran..... 51

DAFTAR PUSTAKA..... 53

LAMPIRAN..... 55

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1.	Kriteria pengambilan keputusan uji <i>Durbin-Watson</i>	9
Tabel 2.2.	Penelitian terdahulu mengenai perbandingan penduga regresi <i>robust</i>	20
Tabel 4.1.	Hasil uji normalitas sisaan.....	27
Tabel 4.2.	Nilai <i>VIF</i> uji multikolinieritas.....	28
Tabel 4.3.	Pendugaan parameter regresi <i>robust</i> pada koefisien regresi rendah dan pencilan pada variabel bebas.....	32
Tabel 4.4.	Pendugaan parameter regresi <i>robust</i> pada koefisien regresi rendah dan pencilan pada variabel terikat.....	34
Tabel 4.5.	Pendugaan parameter regresi <i>robust</i> pada koefisien regresi rendah dan pencilan pada variabel bebas dan terikat.....	35
Tabel 4.6.	Pendugaan parameter regresi <i>robust</i> pada koefisien regresi sedang dan pencilan pada variabel bebas.....	37
Tabel 4.7.	Pendugaan parameter regresi <i>robust</i> pada koefisien regresi sedang dan pencilan pada variabel terikat.....	39
Tabel 4.8.	Pendugaan parameter regresi <i>robust</i> pada koefisien regresi sedang dan pencilan pada variabel bebas dan terikat.....	40
Tabel 4.9.	Pendugaan parameter regresi <i>robust</i> pada koefisien regresi tinggi dan pencilan pada variabel bebas.....	42
Tabel 4.10.	Pendugaan parameter regresi <i>robust</i> pada koefisien regresi tinggi dan pencilan pada variabel terikat.....	43
Tabel 4.11.	Pendugaan parameter regresi <i>robust</i> pada koefisien regresi tinggi dan pencilan pada variabel bebas dan terikat.....	45
Tabel 4.12.	R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel bebas.....	47
Tabel 4.13.	R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel terikat.....	48
Tabel 4.14.	R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel bebas dan terikat.....	49
Tabel 4.15.	Efisiensi Relatif Penduga- M terhadap Penduga- LTS	50

DAFTAR GAMBAR

Gambar 3.1. Desain Penelitian.....	21
Gambar 3.2. Diagram alir.....	25
Gambar 4.1. QQ-plot variabel bebas dengan tingkat pencilan 0%.....	29
Gambar 4.2. QQ-plot variabel bebas dengan tingkat pencilan 1%.....	29
Gambar 4.3. QQ-plot variabel bebas dengan tingkat pencilan 2%.....	30
Gambar 4.4. QQ-plot variabel bebas dengan tingkat pencilan 3%.....	30
Gambar 4.5. 4%, dan 5%.....	30
Gambar 4.5. Plöt penduga parameter pada kondisi koefisien rendah dan pencilan pada variabel bebas.....	33
Gambar 4.6. Plöt penduga parameter pada kondisi koefisien rendah dan pencilan pada variabel terikat.....	35
Gambar 4.7. Plöt penduga parameter pada kondisi koefisien rendah dan pencilan pada variabel bebas dan terikat.....	36
Gambar 4.8. Plöt penduga parameter pada kondisi koefisien sedang dan pencilan pada variabel bebas.....	38
Gambar 4.9. Plöt penduga parameter pada kondisi koefisien sedang dan pencilan pada variabel terikat.....	40
Gambar 4.10. Plöt penduga parameter pada kondisi koefisien sedang dan pencilan pada variabel bebas dan terikat.....	41
Gambar 4.11. Plöt penduga parameter pada kondisi koefisien tinggi dan pencilan pada variabel bebas.....	43
Gambar 4.12. Plöt penduga parameter pada kondisi koefisien tinggi dan pencilan pada variabel terikat.....	45
Gambar 4.13. Plöt penduga parameter pada kondisi koefisien tinggi dan pencilan pada variabel bebas dan terikat.....	46
Gambar 4.14. Plöt R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel bebas.....	47
Gambar 4.15. Plöt R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel terikat.....	48
Gambar 4.16. Plöt R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel bebas dan terikat.....	49

BAB I PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Analisis regresi adalah salah satu metode dalam statistika yang digunakan untuk mengetahui hubungan linier antara variabel terikat dengan variabel bebas. Jika variabel terikat hanya dipengaruhi oleh satu variabel bebas maka analisis regresi yang digunakan disebut dengan analisis regresi sederhana, sedangkan apabila dipengaruhi oleh lebih dari satu variabel bebas maka analisis yang digunakan disebut dengan analisis regresi linier berganda. Menurut Gujarati (2004), tujuan dari analisis regresi adalah untuk menduga atau memprediksi nilai dari variabel terikat berdasarkan nilai dari variabel bebas yang telah diketahui. Salah satu metode yang paling sering digunakan untuk menduga parameter dalam analisis regresi adalah *Ordinary Least Square (OLS)* atau Metode Kuadrat Terkecil (MKT) karena mampu menghasilkan penduga yang bersifat *Best Linear Unbiased Estimator (BLUE)* apabila model memenuhi asumsi normalitas, non-multikolinieritas, homoskedastisitas, dan non-autokorelasi.

MKT tidak dapat digunakan jika terdapat asumsi yang tidak terpenuhi misalnya normalitas. Salah satu faktor yang menyebabkan asumsi normalitas terlanggar adalah adanya pencilan, yakni data yang memiliki banyak perbedaan karakteristik dengan data yang lain (Drapper dan Smith, 1992). Keberadaan data pencilan dapat mempengaruhi proses analisis data dan menimbulkan kesalahan dalam mengambil kesimpulan. Oleh karena itu, dibutuhkan suatu metode penduga parameter yang dapat mengatasi adanya pencilan dalam data amatan yakni regresi *robust* (Kutner, dkk., 2004). Metode *robust* dapat menjadi alternatif pilihan untuk menghasilkan model yang lebih baik dari hasil MKT berdasarkan kriteria R^2 dan *Mean Square Error (MSE)*.

Menurut Chen (2002), regresi *robust* merupakan metode penting untuk menganalisis data yang terkontaminasi pencilan. Tujuan dari metode *robust* adalah untuk mendeteksi pencilan pada data serta memberikan pendugaan yang kuat dari pengaruh adanya pencilan (Rousseeuw dan Leroy, 2005). Banyak penduga *robust* yang telah ditemukan oleh peneliti, beberapa diantaranya adalah *Least Median of Squares (LMS)*, penduga *Least Trimmed Squares*

(LTS), penduga- S , penduga *Least Weighted Squares* (LWS), penduga- M , penduga-*Welsch*, penduga *Least Absolute Deviation* (LAD), penduga *Method of Moment* (MM), dan penduga *Robust and Efficient Weighted Least Squares Estimator* (REWLSE).

Hasil penelitian Iswarini (2011) menunjukkan bahwa penduga-MM regresi *robust* lebih baik dibandingkan penduga-LMS regresi *robust*. Sedangkan Candrawati (2013) menemukan bahwa penduga-LTS regresi *robust* lebih baik dibandingkan penduga-MM regresi *robust* serta mampu mengatasi pencilan yang ada pada variabel prediktor maupun variabel respon. Selanjutnya, Mentari (2019) menemukan bahwa penduga- M regresi *robust* lebih baik dibandingkan penduga- S regresi *robust* serta dianggap baik untuk menduga parameter untuk data yang mengandung pencilan.

Berbeda dengan penelitian sebelumnya, penelitian ini ingin mengetahui perbandingan antara penduga- M dan penduga-LTS yang belum pernah dibandingkan pada penelitian sebelumnya. Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data hasil simulasi yang dilakukan untuk mendapatkan kebutuhan data sesuai kriteria yang diinginkan dalam suatu penelitian. Data simulasi dalam penelitian ini dibangkitkan dengan enam tingkatan pencilan yang berbeda-beda, yaitu 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, dan 5% pada tiga kondisi yakni pada variabel terikat, variabel bebas, serta variabel bebas dan terikat. Sejumlah pencilan yang telah ditetapkan akan dikalikan suatu pembobot yang dilambangkan dengan c . Pembobot yang digunakan dalam penelitian ini adalah 2, 4, dan 8.

Pada penelitian ini ingin diketahui penduga *robust* yang lebih efisien. Efisiensi relatif digunakan untuk membandingkan ragam penduga- M dan penduga-LTS. Penduga dengan ragam minimum merupakan penduga parameter yang lebih baik atau efisien. Berbeda dengan penelitian sebelumnya, penelitian ini ingin mengetahui penduga *robust* yang lebih efisien antara penduga- M dan penduga-LTS pada data simulasi.

1.2 Rumusan Masalah

Rumusan masalah penelitian yang ingin dicapai berdasarkan latar belakang adalah sebagai berikut.

1. Penduga manakah diantara penduga- M dan penduga-LTS yang memberikan hasil yang *robust* terhadap seluruh tingkat pencilan?

2.

2. Penduga manakah diantara penduga- M dan penduga- LTS yang menghasilkan model terbaik berdasarkan kriteria R^2 dan MSE ?

3. Penduga manakah yang lebih efisien di antara penduga- M dan penduga- LTS dalam menduga parameter regresi pada data yang mengandung beberapa tingkat pencilan pada variabel bebas, variabel terikat serta variabel bebas dan terikat.

1.3 Tujuan Penelitian

Tujuan penelitian yang ingin dicapai berdasarkan rumusan masalah adalah sebagai berikut.

1. Untuk mendapatkan penduga yang memberikan hasil *robust* terhadap seluruh tingkat pencilan diantara penduga- M dan penduga- LTS .

2. Untuk memperoleh penduga yang menghasilkan model terbaik diantara penduga- M dan penduga- LTS .

3. Untuk memperoleh penduga *robust* yang lebih efisien di antara penduga- M dan penduga- LTS dengan beberapa tingkat pencilan data pada variabel bebas, variabel terikat serta variabel bebas dan terikat.

1.4 Manfaat Penelitian

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini adalah sebagai berikut.

1. Untuk mengetahui penduga mana diantara penduga- M dan penduga- LTS yang memberikan hasil yang *robust* terhadap seluruh tingkat pencilan.

2. Untuk mengetahui penduga mana diantara penduga- M dan penduga- LTS yang menghasilkan model terbaik.

3. Untuk mengetahui penduga *robust* yang lebih efisien di antara penduga- M dan penduga- LTS dengan beberapa tingkat pencilan data pada variabel bebas, variabel terikat serta variabel bebas dan terikat.

1.5 Batasan Masalah

Masalah yang dibahas dalam penelitian ini akan dibatasi sebagai berikut.

1. Penduga *robust* yang dibahas adalah penduga- M dan penduga- LTS .

2. Model regresi yang digunakan adalah model regresi linier berganda dengan banyak variabel bebas adalah dua.



3. Nilai koefisien regresi konstan, namun terbagi menjadi tiga kondisi, yaitu rendah $[0,05$ hingga $0,19]$, sedang $[0,20$ hingga $0,49]$, serta tinggi $[0,50$ hingga $1,00]$.

4. Hanya melakukan pengujian terhadap normalitas sisaan dan non-multikolinieritas antar variabel bebas.



BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Analisis Regresi Linier Berganda

Analisis regresi linier digunakan untuk mengetahui hubungan linier antara variabel terikat (Y) dengan satu atau lebih variabel bebas (X). Menurut Kurniawan (2016), model regresi linier untuk satu variabel bebas disebut model regresi linier sederhana, sedangkan model regresi untuk lebih dari satu variabel bebas disebut dengan analisis regresi linier berganda yang dinyatakan dalam persamaan (2.1).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_j X_{ij} + \varepsilon_i \quad (2.1)$$

dengan:

i = 1, 2, ..., n

j = 1, 2, ..., p

n : Banyak pengamatan

p : Banyak parameter

Y_i : Nilai variabel terikat ke- i

X_{ij} : Nilai variabel bebas pengamatan ke- i variabel bebas ke- j

β_0 : Intersep

β_j : Slope untuk variabel ke- j

ε_i : Sisaan untuk pengamatan ke- i .

Nilai β_0 , β_j tidak diketahui nilainya sehingga perlu diduga dengan menggunakan statistik.

Model penduga parameter regresi linier untuk persamaan (2.1) dapat dituliskan dalam persamaan (2.2).

$$\hat{Y}_i = \beta_0 + \beta_j X_{ij} \quad (2.2)$$

dengan:

\hat{Y}_i : Nilai Y_i yang diestimasi

β_0 : Intersep

β_j : Slope untuk variabel ke- j

Menurut Drapper dan Smith (1992), persamaan regresi dapat disusun dalam bentuk matriks yang dapat dilihat pada persamaan (2.3) dan

(2.4).

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \dots & X_{1p} \\ 1 & X_{21} & \dots & X_{2p} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & \dots & X_{np} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$n \times 1$ $n \times (p+1)$ $(p+1) \times 1$ $n \times 1$

Atau

$$Y = X\beta + \varepsilon \quad (2.4)$$

dengan:

Y : Vektor variabel terikat berukuran $n \times 1$

X : Matriks variabel bebas berukuran $n \times (p+1)$

β : Vektor koefisien regresi berukuran $(p+1) \times 1$

ε : Vektor peubah acak sisaan berukuran $n \times 1$.

Variabel bebas pada penelitian ini dilakukan standarisasi dengan tujuan untuk menyamakan rata-rata dan ragam sehingga koefisien regresi dapat dibandingkan dengan koefisien regresi lainnya. Standarisasi data dilakukan dengan membakukan rata-rata menjadi 0 dan ragam bernilai 1 dengan persamaan (2.5).

$$Z_x = \frac{X_i - \bar{X}}{s} \quad (2.5)$$

dengan:

$$s = \sqrt{\frac{(X_i - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Z_x : Nilai variabel X pada pengamatan ke- i yang distandarisasi

X : Nilai observasi pada pengamatan ke- i

\bar{X} : Nilai rata-rata

s : Simpangan rata-rata

n : Banyak pengamatan.

2.2 Asumsi pada Analisis Regresi Linier

2.2.1 Normalitas Sisaan

Pada analisis regresi linier, terdapat asumsi bahwa sisaan ε_i berdistribusi normal dengan rata-rata sama dengan nol dan varian sebesar σ^2 . Uji normalitas dapat dilakukan dengan beberapa cara

salah satunya adalah uji *Kolmogorov-Smirnov*. Menurut Siegel (1986), uji *Kolmogorov-Smirnov* didasarkan pada nilai deviasi maksimum (D) yang dapat dihitung dengan menggunakan rumus pada persamaan (2.6).

$$D = \max |F_0(x_i) - S_n(x_i)|, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.6)$$

dengan:

$F_0(x_i)$: Fungsi distribusi frekuensi kumulatif relatif dari distribusi teoritis di bawah H_0

$S_n(x_i)$: Distribusi frekuensi kumulatif pengamatan sebanyak sampel.

Hipotesis nol (H_0) pada uji *Kolmogorov Smirnov* adalah sisaan berdistribusi normal. Kemudian kriteria untuk pengambilan keputusan adalah jika nilai $D < D_{tabel}$ maka dapat diputuskan untuk terima H_0 serta dapat disimpulkan bahwa asumsi normalitas terpenuhi.

Asumsi normalitas bisa saja tidak terpenuhi karena beberapa hal misalnya jika ada nilai sisaan yang tidak berasal dari distribusi normal dan adanya pencilan pada data.

2.2.2 Non-Multikolinieritas Antar Variabel Bebas

Asumsi non-multikolinieritas adalah asumsi yang menyatakan bahwa tidak terjadi korelasi di antara dua atau lebih variabel bebas pada data. Menurut Djarwanto (2011), akibat dari terlanggarnya asumsi non-multikolinieritas adalah sulitnya memisahkan pengaruh masing-masing variabel bebas terhadap variabel terikat.

Salah satu cara yang dapat digunakan untuk mendeteksi ada atau tidaknya multikolinieritas adalah dengan melihat nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) dari masing-masing variabel bebas. VIF adalah besar ragam total suatu variabel bebas yang dapat dijelaskan oleh keragaman variabel bebas yang lain. Nilai VIF dapat diperoleh dengan rumus pada persamaan (2.7).

$$VIF = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (2.7)$$

dengan:

$j = 1, 2, \dots, p$

p : Banyak variabel bebas

R_j^2 : Koefisien determinasi antar variabel bebas X_j dengan variabel bebas lain.

Koefisien determinasi atau R_j^2 dapat ditentukan dengan cara memodelkan salah satu variabel bebas dengan variabel bebas lain. Nilai dari VIF yang semakin besar artinya semakin besar korelasi yang terdapat diantara peubah bebas. Jika terdapat $VIF \geq 10$ maka korelasi diantara variabel bebas sangat tinggi dan juga berlaku sebaliknya. (Bowerman dan O'connel, 1990).

2.2.3 Homoskedastisitas Ragam Sisaan

Asumsi homoskedastisitas menyatakan bahwa varian dari sisaan untuk semua pengamatan pada model regresi adalah sama atau dapat dinyatakan dengan persamaan (2.8).

$$\text{var}(e_i) = \sigma^2, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.8)$$

dengan n menunjukkan banyak pengamatan.

Menurut Gujarati (2004), salah satu cara untuk menguji homoskedastisitas adalah menggunakan uji *Breusch-Pagan LM* yang didefinisikan pada persamaan (2.9).

$$LM = nR^2 \sim \chi^2_{(p-1)} \quad (2.9)$$

dengan:

LM : Statistik uji *Breusch-Pagan*

R^2 : Koefisien determinasi dari model regresi Y dengan residual

n : Banyak pengamatan

p : Banyak variabel bebas.

Hipotesis nol pada uji *Breusch-Pagan LM* memiliki hipotesis sebagai berikut:

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2$ atau $\sigma_1^2 = \sigma^2$ (Tidak terdapat autokorelasi antar sisaan).

H_1 : Paling sedikit terdapat satu pasang $\sigma_i^2 \neq \sigma^2$ (Terdapat autokorelasi antar sisaan).

Kriteria pengambilan keputusan pada uji ini menggunakan distribusi *chi-square* dengan cara membandingkan nilai dari LM

dengan $\chi^2_{(p-1)}$. Jika hasil yang didapatkan adalah nilai $LM <$

$\chi^2_{(p-1), \alpha}$, maka dapat diputuskan untuk terima hipotesis nol (H_0) serta dapat disimpulkan bahwa tidak terdapat heteroskedastisitas pada model regresi.

2.2.4 Kebebasan Antar Sisaan (Non-Autokorelasi)

Asumsi non-autokorelasi merupakan asumsi yang menyatakan bahwa tidak ada korelasi antara serangkaian data yang telah diurutkan berdasarkan waktu pengamatan. Untuk menguji apakah pada data terdapat autokorelasi atau tidak, dapat digunakan uji *Durbin-Watson*.

Menurut Gujarati (2004), uji *Durbin-Watson* adalah uji autokorelasi secara empiris yang memiliki hipotesis sebagai berikut:

H_0 : Tidak terdapat autokorelasi antar sisaan.

H_1 : Terdapat autokorelasi antar sisaan.

Statistik pada *Durbin-Watson* dilambangkan dengan d dan dihitung dengan persamaan (2.10).

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2} \quad (2.10)$$

Statistik d tersebut kemudian dibandingkan dengan nilai batas atas (*upper bound* disimbolkan dengan du) dan nilai batas bawah (*lower bound* disimbolkan dengan dl) yang telah dibuat oleh Durbin dan Watson pada α sebesar 5% dan 1% untuk berbagai nilai n yang merupakan banyak sampel serta k yang merupakan banyak variabel bebas.

Jika nilai d lebih kecil dari nilai dl atau lebih besar dari nilai du maka keputusan yang didapat adalah menolak H_0 . Dapat disimpulkan bahwa terdapat autokorelasi. Namun jika hasil yang diperoleh $dl < d < du$ diperlukan observasi lebih lanjut supaya dapat menentukan apakah terdapat korelasi atau tidak. Berikut merupakan tabel yang berisi kriteria dalam pengambilan keputusan pada uji *Durbin-Watson*.

Tabel 2.1. Kriteria pengambilan keputusan uji *Durbin-Watson*

Auto-korelasi positif	Tidak dapat diputuskan	Tidak ada auto-korelasi	Tidak dapat diputuskan	Auto-korelasi negatif
-----------------------	------------------------	-------------------------	------------------------	-----------------------

0 dl du 2 $4-du$ $4-dl$ 4

2.3 Pencilan

Pencilan adalah sebuah pengamatan yang nilainya sangat berbeda dengan sebagian besar nilai pengamatan lain pada kelompoknya. Menurut Sembiring (2003), pencilan adalah sebuah

pengamatan yang letaknya tidak mengikuti pola secara umum serta memiliki pengaruh besar terhadap koefisien regresi.

Apabila terdapat masalah yang berkaitan dengan pencilan pada data, maka hal yang harus dilakukan adalah mengidentifikasi masalah pencilan yang terjadi. Selanjutnya, pencilan tersebut dapat dihilangkan atau disisihkan dari kelompok data, lalu dilakukan analisis kembali tanpa pencilan.

Adanya pencilan pada suatu data dapat terjadi karena berbagai sebab, misalnya terdapat kesalahan amatan atau terdapat pengamatan yang ekstrim dan tidak bisa dihindarkan keberadaannya. Apabila sebuah pencilan memiliki nilai sisaan yang besar, ragam sisaan dan *standard error* akan bernilai semakin tinggi. Pencilan juga dapat mempengaruhi selang kepercayaan sehingga bernilai lebih besar dan pendugaan menjadi tidak efisien serta tidak konsisten (Barnet dan Lewis, 1994).

2.4 Pendeteksian Pencilan

Dua metode yang dapat digunakan untuk mendeteksi keberadaan pencilan pada data menurut Bowman dan O'Connel (1990) adalah melalui nilai pengaruh (*leverage value*) dan nilai *studentized deleted residual (TRES)*.

2.4.1 Nilai Pengaruh (*Leverage Value*)

Menurut Kutner, dkk. (2004) data pencilan dapat dideteksi menggunakan nilai *leverage* dengan mengidentifikasi variabel bebas menggunakan persamaan (2.11),

$$H = X(X'X)^{-1}X'$$
$$H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & \dots & h_{nn} \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

dengan:

H : Matriks berukuran $n \times n$

n : Banyak data

X : Matriks berukuran $n \times (p+1)$

p : Banyak peubah bebas.

Diagonal dari matriks H berisi nilai-nilai *leverage*. Untuk pengaruh ke- $i=1,2,\dots,n$, dapat didefinisikan bahwa h_{ii} merupakan nilai

pengaruh dari kolom ke- i dari H dan X_i adalah matriks yang berisi nilai-nilai dari variabel bebas pengamatan ke- i .

Setiap kasus dapat menggambarkan suatu kasus yang terletak pada variabel bebas dalam suatu regresi (Cohen, dkk., 2003). Apabila hanya terdapat satu variabel bebas, maka nilai pengaruh dapat dihitung dengan persamaan (2.12).

$$h_{ii} = \frac{1}{n} + \frac{(X_i - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad (2.12)$$

dengan:

h_{ii} : Pengaruh (*leverage*) pengamatan ke- i

n : Banyak pengamatan

X_i : Nilai untuk kasus ke- i

\bar{X} : Rata-rata dari X

Jika kasus ke- i memiliki nilai sebesar \bar{X} , maka persamaan (2.12) akan bernilai 0 dan h_{ii} memiliki kemungkinan nilai minimum sebesar $1/n$. Kemudian nilai maksimum dari h_{ii} adalah 1 dan rata-rata dari *leverage* untuk n kasus dalam suatu sampel adalah

$\bar{X}_{h_{ii}} = \frac{(p+1)}{n}$, dengan p merupakan jumlah dari variabel bebas dan n adalah banyaknya data.

Untuk mengetahui apakah data tergolong pencilan atau tidak, dapat dibandingkan nilai pengaruh (h_{ii}) dengan nilai *cut-off*. Adapun hipotesis untuk menentukan hasil dari nilai *leverage* (Rousseeuw dan Leroy, 2005) adalah:

H_0 : $h_{ii} \leq \textit{cut-off}$, maka data bukan merupakan pencilan.

H_0 : $h_{ii} > \textit{cut-off}$, maka data merupakan pencilan.

Pada data dengan $n > 15$, nilai *cut-off* dapat dihitung dengan persamaan (2.13).

$$\textit{Cut-off} = \frac{2(p+1)}{n} \quad (2.13)$$

Pada data dengan $n \leq 15$, nilai *cut-off* dapat dihitung dengan persamaan (2.14).

$$\textit{Cut-off} = \frac{3(p+1)}{n} \quad (2.14)$$

2.4.2 Studentized Deleted Residual (TRES)

Untuk memeriksa keberadaan pencilan pada variabel terikat, dapat digunakan suatu statistik uji yang disebut *TRES*. Menurut Kutner dkk. (2004), *studentized deleted residual* adalah sisaan yang diperoleh dari penghapusan kasus ke-*i* atau merupakan selisih nilai Y_i hasil amatan dengan estimasi \hat{Y}_i yang diharapkan yang dilambangkan dengan \hat{d}_i . \hat{d}_i dapat dihitung melalui rumus pada persamaan (2.15).

$$\hat{d}_i = \frac{e_i}{1 - h_{ii}} \tag{2.15}$$

Statistik uji *TRES* dapat dihitung dengan menggunakan persamaan (2.16).

$$TRES_i = \frac{\hat{d}_i}{s\{\hat{d}_i\}}$$

$$TRES_i = \frac{e_i}{\sqrt{KTS_{(i)}(1 - h_{ii})}}$$

$$TRES_i = \frac{e_i}{\sqrt{\frac{n - p - 1}{JKS(1 - h_{ii})} - e_i^2}}$$

$$TRES_i = e_i \left[\frac{n - p - 1}{JKS(1 - h_{ii}) - e_i^2} \right]^{1/2} \tag{2.16}$$

$$JKS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

dengan:

- e_i : Sisaan pada pengamatan ke-*i*
- h_{ii} : Nilai pengaruh (*leverage*) untuk pengamatan ke-*i*
- JKS : Jumlah kuadrat sisaan
- p : Banyak variabel bebas
- n : Banyak pengamatan ($i = 1, 2, \dots, n$).

Adapun hipotesis yang melandasi pengujian dengan metode *TRES* adalah sebagai berikut:

- H_0 : Pengamatan ke-*i* bukan merupakan pencilan.
- H_1 : Pengamatan ke-*i* merupakan pencilan.

Semua nilai yang mungkin dari $|TRES_i|$ mengikuti sebaran *t* dengan derajat bebas $n - p - 2$. Serta kriteria pengujian yang melandasi keputusan adalah:

Jika $|TRES_i| \leq t_{\frac{\alpha}{2}, n-p-2}$, maka terima H_0 ,

Jika $|TRES_i| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-p-2}$, maka tolak H_0 .

2.5 Pendeteksian Pengamatan Berpengaruh

Pengamatan berpengaruh adalah pengamatan yang memiliki pengaruh besar terhadap perubahan dari persamaan regresi apabila kasus ke- i dihilangkan dari himpunan data. Hal tersebut terjadi karena pengamatan berpengaruh memberikan pengaruh yang besar terhadap pendugaan parameter model. Salah satu cara untuk mendeteksi pengamatan berpengaruh, yaitu dengan menggunakan *Cook's Distance*.

Untuk mendeteksi pengamatan yang berpengaruh terhadap seluruh koefisien regresi dan yang tergolong pencilan, dapat digunakan *cook's distance* (D_i) yang didefinisikan pada persamaan (2.17).

$$D_i = \frac{r_i^2}{p} \left[\frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \right] \quad (2.17)$$

nilai r_i^2 dapat dihitung dengan persamaan (2.18),

$$r_i^2 = \frac{e_i}{MS_{sisaan} \sqrt{1-h_{ii}}} \quad (2.18)$$

dengan mensubstitusikan persamaan (2.18) pada persamaan (2.17), diperoleh persamaan baru sebagai berikut:

$$D_i = \frac{(e_i)^2}{p(MS_{sisaan}) \left[\frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})^2} \right]} \quad (2.19)$$

$$MS_{sisaan} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - (p+1)}$$

dengan:

- e_i : Sisaan ke- i
- r_i : *Studentized residual*
- p : Banyak parameter termasuk β_0
- h_{ii} : Nilai *leverage*, untuk pengamatan ke- i .

Adapun hipotesis yang digunakan untuk menguji adanya pengamatan berpengaruh adalah :

H_0 : Pengamatan ke- i tidak berpengaruh.

H_1 : Pengamatan ke- i berpengaruh.

Kriteria yang digunakan untuk menguji hipotesis tersebut adalah sebagai berikut:

Jika $|D_i| \leq F_{\alpha, p, n-p}$, maka terima H_0 .

Jika $|D_i| > F_{\alpha, p, n-p}$, maka tolak H_0 .

2.6 Regresi *Robust*

MKT merupakan metode yang baik untuk menduga β pada model regresi linier. Namun, pendugaan parameter dengan MKT memiliki kelemahan salah satunya adalah tidak kekar terhadap pencilan berpengaruh yang dapat ditemui pada variabel terikat maupun variabel bebas. Adanya pencilan menyebabkan penyimpangan terhadap asumsi sehingga pendugaan yang dihasilkan menjadi tidak valid (Rousseeuw dan Leroy, 2005).

Drapper dan Smith (1992), menjelaskan salah satu penyimpangan yang terjadi jika terdapat pencilan adalah terlanggarnya asumsi normalitas. Membuang atau menghapus suatu pencilan bukanlah prosedur yang bijaksana, adakalanya pencilan dapat memberikan informasi yang tidak bisa diberikan oleh titik data lainnya.

Apabila dalam penelitian diketahui terdapat pengamatan yang merupakan pencilan, maka penggunaan MKT akan menghasilkan kesimpulan yang tidak sempurna. Sebagai alternatif digunakan regresi *robust*. Secara umum *robust* memiliki arti kekar. Kutner, dkk (2004) menjelaskan bahwa regresi *robust* mampu mengurangi pengaruh pencilan dibandingkan dengan menggunakan MKT sehingga dihasilkan penduga yang kuat dan tidak terpengaruh dengan adanya pencilan. Analisis *robust* dapat digunakan untuk menganalisis dan mencocokkan model regresi dan mengatasi titik-titik pencilan yang memiliki nilai sisaan besar tanpa menghilangkan data tetapi menemukan model yang cocok dengan sebagian besar data sebagai solusi *robust*.

2.6.1 Regresi *Robust* Penduga- M

Regresi *robust-M* pertama kali dikenalkan oleh Huber pada tahun 1973. *Robust-M* adalah salah satu metode yang paling sering dipakai dan dianggap baik untuk menduga parameter yang disebabkan oleh pencilan. Menurut Drapper dan Smith (1992),

Regresi *robust-M* adalah penduga jenis kemungkinan maksimum (*Maximum likelihood type*).

Persamaan MKT memiliki tujuan untuk meminimumkan jumlah kuadrat sisaan. Persamaan (2.20) adalah penduga MKT menurut Susanti, dkk. (2014).

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta})^2 = \sum_{i=1}^n e_i^2 \quad (2.20)$$

Penduga *robust-M*, mengganti e_i^2 pada persamaan (2.20) dengan $\rho(u_i)$ dimana nilai u_i dapat dilihat pada persamaan (2.21).

$$u_i = \frac{e_i}{s} \quad (2.21)$$

sehingga penduga *robust-M* meminimumkan fungsi obyektif yang tercantum pada persamaan (2.22)

$$\sum_{i=1}^n \rho(u_i) = \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{e_i}{\sigma}\right) = \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right) \quad (2.22)$$

Fungsi ρ memberikan kontribusi pada setiap sisaan dengan syarat harus memenuhi sifat sebagai berikut:

1. $\rho(u_i) \geq 0$
2. $\rho(0) = 0$
3. $\rho(u_i) = \rho(-u_i)$
4. $\rho(u_i) \geq \rho(u_j)$ untuk $|e_i| \geq |u_j|$

Persamaan untuk penduga *robust-M* dapat dilihat pada persamaan (2.23) (Montgomery dan Peck, 1992).

$$\min \sum_{i=1}^n \rho(u_i) = \min \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{e_i}{\sigma}\right) = \min \sum_{i=1}^n \rho\left(\frac{y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}}{\sigma}\right) \quad (2.23)$$

Penduga-*M* sebagai solusi pada persamaan (2.22), perlu menetapkan skala sehingga menghasilkan persamaan (2.23). Skala penduga *robust* adalah s , dengan rumus sebagai berikut:

$$s = \frac{\text{median}(e_i) - \text{median}(e_i)}{0,6745} = \frac{MAD}{0,6745} \quad (2.24)$$

Untuk fungsi ρ , dapat menggunakan fungsi pembobot *Tukey's Bisquare* yang dinyatakan pada persamaan (2.25).

$$\rho(u_i) = \begin{cases} \frac{u_i^2}{2} - \frac{u_i^4}{2c^2} + \frac{u_i^6}{6c^4} & |u_i| \leq c \\ \frac{c^2}{6} & |u_i| > c \end{cases} \quad (2.25)$$

Fungsi pembobot *Tukey's Bisquare* memberikan hasil yang lebih baik dalam mengatasi pencilan daripada fungsi pembobot lain (Harman, 2014).

Pada persamaan (2.24) median bersifat tahan terhadap pencilan, oleh karena itu median digunakan dalam perhitungan penduga *robust* bagi σ . Nilai konstanta 0,6745 membuat nilai s sebagai penduga yang mendekati tak bias dari σ , jika n berukuran besar.

Selanjutnya, dibutuhkan solusi untuk persamaan (2.23) dengan menggunakan turunan parsial pertama dari ρ terhadap β_j ($j = 0, 1, \dots, p$) dan disamadengankan nol yang dinyatakan pada persamaan (2.26). Dengan $\psi = \rho'$ dan X_{ij} adalah amatan ke- i pada titik ke- j .

$$\sum_{i=1}^n X_{ij} \psi \left(\frac{y_i - x_i' \beta}{s} \right) = 0 \quad (2.26)$$

Untuk memperoleh solusi, didefinisikan terlebih dahulu suatu fungsi pembobot yang dinyatakan pada persamaan (2.27).

$$w(e_i) = \frac{\psi \left(\frac{y_i - x_i' \beta}{s} \right)}{\left(\frac{y_i - x_i' \beta}{s} \right)} \quad (2.27)$$

Diketahui bahwa $u_i = \frac{e_i}{s}$ sehingga persamaan (2.27) dapat ditulis kembali menjadi persamaan (2.28).

$$w_i = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{c} \right)^2 \right]^2 & |u_i| \leq c \\ 0 & |u_i| > c \end{cases} \quad (2.28)$$

Fungsi pembobot *Tukey's Bisquare* menggunakan nilai c sebesar 4,685. Setelah pembobot *Tukey's Bisquare* disubstitusikan

pada persamaan (2.20), persamaan tersebut dapat ditulis kembali menjadi persamaan (2.29).

$$\sum_{i=1}^n x_j w_i (y_i - \mathbf{x}_i' \boldsymbol{\beta}) = 0 \quad (2.29)$$

Persamaan (2.29) dapat ditulis dalam bentuk matriks menjadi persamaan (2.30).

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{robust} = (\mathbf{X}' \mathbf{W}_0 \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}' \mathbf{W}_0 \mathbf{y} \quad (2.30)$$

dengan \mathbf{W}_0 adalah matriks diagonal utama dari pembobot *Tukey's Bisquare* dengan elemen diagonal ke- i adalah w_{i0} . Persamaan (2.30) dikenal sebagai persamaan Kuadrat Terkecil Terboboti (*WLS*) (Susanti, dkk. 2014).

2.6.2 Regresi *Robust* Penduga-*LTS*

Least Trimmed Squares (LTS) adalah penduga regresi *robust* yang diperkenalkan oleh Rousseeuw (2005). *LTS* merupakan alternatif *robust* untuk mengatasi kelemahan dari MKT yaitu dengan menggunakan sebanyak h ($h \leq n$) kuadrat residual yang diturunkan nilainya. Menurut Rousseeuw dan Leroy (2005), penduga-*LTS* ($\hat{\beta}$) dinyatakan dalam bentuk rumus pada persamaan (2.31).

$$\hat{\beta}_{LTS} = \min \sum_{i=1}^h (e_i^2)_{(n)} \quad (2.31)$$

dengan:

- $\sum_{i=1}^h (e_i^2)_{(n)}$: Jumlah sisaan kuadrat dari h pengamatan yang telah diurutkan dari terkecil ke terbesar
- n : Banyak pengamatan
- p : Banyak parameter
- $h = \frac{n}{2} = \frac{p+1}{2} = \frac{n+p+1}{2}$

h menunjukkan sejumlah subset data dengan kuadrat fungsi obyektif terkecil. Nilai h pada persamaan akan membangun *breakdown point* yang besar sebanding dengan 50%. Kuadrat sisa berasal dari persamaan penduga regresi linier menggunakan konsep MKT dengan banyaknya sisaan kuadrat $(e_i^2)_{(n)}$ yang akan diolah adalah sebanyak h sisaan.

Untuk mendapatkan nilai sisaan pada *LTS*, digunakan algoritma *LTS* menurut Rousseeuw dan Van Driessen (1999) adalah gabungan *FAST-LTS* dan *C-steps*, yaitu dengan mengestimasi parameter β_0 , β_1 , dan β_2 kemudian menentukan n sisaan dengan

menggunakan rumus $(y_i - \beta_0 - \beta_1 x_{1i} - \beta_2 x_{2i})^2$. Diteruskan dengan menghitung $\sum_{i=1}^h e_i^2$ dengan h pengamatan dengan e_i^2 terkecil.

Tahapan-tahapan tersebut dilakukan sampai diperoleh nilai sisaan terkecil dan konvergen.

2.7 Pemilihan Model Terbaik

Menurut Gujarati dan Porter (2009), diperlukan pemilihan model terbaik antara model regresi yang diperoleh dari pendugaan parameter menggunakan *robust* penduga- M dengan model regresi yang diperoleh dari *robust* penduga- LTS . Kriteria yang dapat digunakan dalam pemilihan model terbaik diantaranya adalah nilai R^2 dan nilai MSE .

Nilai R^2 pada regresi linier tidak dapat digunakan untuk membandingkan dua model dengan banyak variabel bebas (X) yang berbeda. Ketika banyak variabel bebas ditambah, maka proporsi keragaman peubah respon (Y) yang terjelaskan oleh variabel bebas (X) akan selalu meningkat. Pada kasus tersebut, R^2_{adj} lebih cocok untuk digunakan. R^2 dapat digunakan untuk memilih model mana yang terbaik berdasarkan banyak variabel bebas (X) yang dipakai. Nilai R^2 dapat dihitung menggunakan rumus pada persamaan (2.32)

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (2.32)$$

dengan:

y_i : Pengamatan ke- i pada variabel terikat

\hat{y}_i : Penduga pengamatan ke- i pada variabel terikat

\bar{y} : Rata-rata variabel terikat

p : Banyak variabel bebas

n : Banyak amatan.

Semakin tinggi nilai R^2 maka semakin baik model tersebut.

Selain menggunakan R^2 , menurut Sembiring (2003) terdapat satu metode yang dapat digunakan untuk menentukan kecocokan model yakni dengan rataan kuadrat sisaan atau *Mean Square Error* (MSE). Semakin kecil rataan kuadrat sisanya maka semakin baik modelnya. Ukuran ini diperoleh dari nilai jumlah kuadrat sisaan dibagi dengan derajat bebas jumlah kuadrat sisaan. Untuk menentukan rataan kuadrat sisa dinyatakan dalam persamaan (2.33).



$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - p} \quad (2.33)$$

dengan:

s^2 : Rataan kuadrat sisaan

y_i : Pengamatan ke- i pada variabel terikat

\hat{y}_i : Penduga pengamatan ke- i pada variabel terikat

\bar{y} : Rata-rata variabel terikat

p : Banyak variabel bebas

n : Banyak amatan.

2.8 Efisiensi Relatif

Dua buah penduga yang diperoleh dari metode penduga- M dan penduga- LTS perlu dibandingkan menggunakan suatu ukuran agar dapat diketahui penduga mana yang lebih efisien untuk digunakan yakni menggunakan efisiensi relatif.

Efisiensi dari dua buah penduga, $\hat{\beta}_M$ relatif terhadap $\hat{\beta}_{LTS}$ (Wackerly, dkk., 2008) dapat didefinisikan pada persamaan (2.36).

$$eff(\hat{\beta}_M, \hat{\beta}_{LTS}) = \frac{V(\hat{\beta}_{LTS})}{V(\hat{\beta}_M)} \quad (2.36)$$

Jika $eff > 1$ maka dapat dikatakan bahwa $\hat{\beta}_M$ adalah penduga yang tak bias yang lebih efisien karena memiliki ragam yang lebih kecil dari $\hat{\beta}_{LTS}$. Jika $eff < 1$ maka dapat dikatakan bahwa $\hat{\beta}_{LTS}$ adalah penduga yang tak bias yang lebih efisien karena memiliki ragam yang lebih kecil dari $\hat{\beta}_M$.

2.9 Studi Simulasi

Simulasi merupakan proses perancangan model matematis atau logis dari sistem nyata, melakukan eksperimen terhadap model menggunakan komputer untuk menggambarkan, menjelaskan dan memprediksi perilaku sistem (Hoover dan Perry, 1989). Simulasi dilakukan untuk memenuhi kebutuhan data yang sesuai dengan kriteria-kriteria tertentu pada penelitian ini. Pada penelitian ini, simulasi dibentuk dari beberapa jenis data bangkitan yang mengikuti distribusi normal.

2.10 Penelitian Terdahulu

Berikut merupakan tabel yang berisi judul penelitian yang telah dilakukan mengenai penduga *robust*.

Tabel 2.2. Penelitian terdahulu mengenai perbandingan penduga regresi *robust*

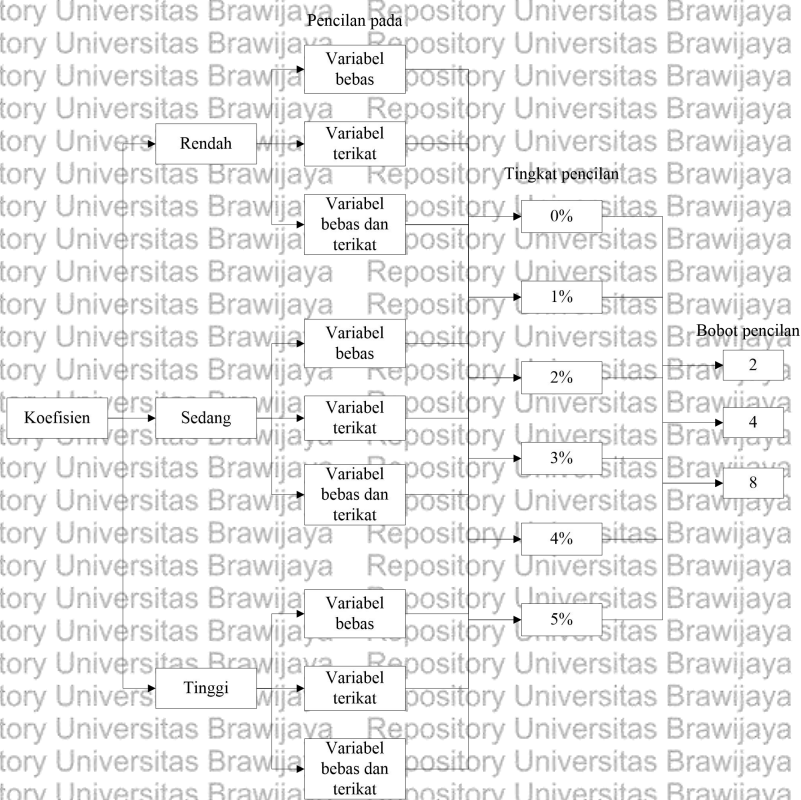
No	Penulis (Tahun)	Hasil Penelitian
1	Iswarini (2011)	Penduga- <i>MM</i> lebih baik dibandingkan penduga- <i>LMS</i> pada regresi <i>robust</i> linier berganda.
2	Candrawati (2013)	Penduga- <i>LTS</i> lebih baik dibanding penduga- <i>MM</i> pada <i>robust</i> linier berganda.
3	Mahendra (2015)	Penduga- <i>LTS</i> lebih baik dibanding penduga- <i>LMS robust</i> linier berganda.
4	Aditya (2018)	Penduga- <i>M</i> lebih baik dibanding penduga- <i>S</i> pada data longitudinal.
5	Mentari (2019)	Penduga- <i>M</i> lebih baik dibanding penduga- <i>S</i> pada data simulasi <i>cross section</i> dengan berbagai tingkat pencilan regresi <i>robust</i> linier sederhana.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Data

Penelitian ini menggunakan empat tipe data yakni data yang tidak mengandung pencilan, mengandung pencilan pada variabel terikat (Y), mengandung pencilan pada variabel bebas (X), dan mengandung pencilan pada variabel bebas dan terikat (X dan Y) dengan bantuan *software* R 3.5.3. Desain penelitian ini dapat dilihat pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1. Desain penelitian

Gambar 3.1 menggambarkan set data yang akan digunakan pada penelitian ini. Set data pertama adalah data dengan koefisien rendah yang mengandung pencilan pada variabel bebas sebanyak 0% dengan

bobot 2. Set data kedua adalah data dengan koefisien rendah yang mengandung pencilan pada variabel terikat sebanyak 0% dengan bobot 4. Set data ketiga adalah data dengan koefisien rendah yang mengandung pencilan pada variabel terikat sebanyak 0% dengan bobot 8. Set data selanjutnya mengikuti alur pada Gambar 3.1 sehingga banyak set data pada penelitian ini adalah 162 set data.

Prosedur pembangkitan data simulasi adalah sebagai berikut:

1. Menetapkan variabel bebas (X_1 dan X_2) lalu melakukan standarisasi yang dapat dilihat yang dapat dilihat pada Lampiran 3. Banyaknya pengamatan (n) adalah 100. Setelah itu, variabel bebas dikondisikan menjadi enam kondisi pencilan, yaitu 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, dan 5% pencilan. Pada variabel bebas dengan 0% pencilan, artinya tidak ada pencilan pada data. Sedangkan pada kondisi 1% pencilan dengan $n=100$, artinya salah satu data dikalikan dengan sebuah nilai pembobot, begitu pula untuk 2% hingga 5% pencilan. Nilai pembobot yang ditetapkan pada penelitian ini, yaitu 2, 4, dan 8.
2. Menetapkan koefisien regresi. Berdasarkan standarisasi pada variabel bebas, nilai koefisien regresi (β_1 dan β_2) berkisar antara -1 sampai 1. Nilai koefisien regresi terbagi menjadi tiga kondisi, yaitu rendah ($b_1 = -0,0995$; $b_2 = -0,108$), sedang ($b_1 = -0,3025$; $b_2 = -0,322$), serta tinggi ($b_1 = -0,6733$; $b_2 = -0,708$).
3. Membangkitkan galat (e_i) yang mengikuti distribusi normal dengan rata-rata 0 dan ragam sebesar $0,01^2$. Setelah itu, galat disimulasikan menjadi enam kondisi pencilan, yaitu 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, dan 5% pencilan. Pada sisaan dengan 0% pencilan, artinya tidak ada pencilan pada data. Sedangkan pada kondisi 1% pencilan dengan $n=100$, artinya satu data awal dikalikan dengan sebuah nilai pembobot, begitu pula untuk 2% hingga 5% pencilan. Nilai pembobot yang ditetapkan pada penelitian ini, yaitu 2, 4, dan 8. Pada data simulasi perlu dilakukan perulangan agar hasil yang diberikan lebih konstan sehingga pada penelitian ini dilakukan 30 perulangan.
4. Menghitung peubah respon (Y_r) berdasarkan variabel bebas, koefisien regresi, dan galat dengan persamaan (2.4).

3.2 Metode Penelitian

Langkah-langkah untuk melakukan analisis data dengan regresi *robust* penduga- M dan penduga- LTS untuk menangani adanya pencilan adalah sebagai berikut:

1. Mendeteksi pencilan berpengaruh pada data dengan prosedur sebagai berikut:

- a. Menghitung nilai h_{ii} (nilai *Leverage*) sesuai dengan persamaan (2.12). Kemudian hasil dari h_{ii} dibandingkan dengan kriteria pengujian sesuai dengan persamaan (2.13).
- b. Menghitung nilai *TRES* sesuai dengan persamaan (2.15) dan membandingkan dengan kriteria pengujian.

2. Menguji normalitas sisaan dan multikolinieritas antar variabel bebas.

3. Untuk menghitung penduga-*M* dilakukan menggunakan cara regresi *robust* pendugaan-*M* dengan pembobot *Tukey's Bisquare*:

- a. Menghitung penduga awal dari $\hat{\beta}_0$ dengan MKT.
- b. Menghitung nilai sisaan (e_i).
- c. Menghitung nilai s yang merupakan penduga ragam dengan menggunakan rumus (2.24).
- d. Menghitung nilai $u_i = \frac{e_i}{s}$.
- e. Menghitung nilai fungsi pembobot *Tukey's Bisquare* yang dinyatakan pada persamaan (2.25).
- f. Menghitung $\hat{\beta}_M$ menggunakan kuadrat terkecil terboboti (*WLS*) menggunakan pembobot w_i sehingga diperoleh penduga-*M* satu tahap. Pada setiap iterasi ke- t dihitung $e_i^{(t-1)}$ dan menggunakan pembobot $w_i^{(t-1)} = w(u_i^{(t-1)})$ dari iterasi sebelumnya hingga diperoleh penduga parameter $\hat{\beta}_M$ yang baru.
- g. Mengulangi langkah e dan f sampai mendapatkan nilai konvergen $\hat{\beta}_M$ yakni ketika $\left\| \hat{\beta}_M^{(k)} - \hat{\beta}_M^{(k-1)} \right\| < 1 \times 10^{-6}$ maka iterasi berhenti dengan k adalah indeks iterasi.

4. Menghitung penduga-*LTS* dilakukan menggunakan cara regresi *robust* pendugaan-*LTS* dengan cara sebagai berikut:

- a. Menghitung penduga awal dari $\hat{\beta}_0$ dengan MKT.

a. Menghitung nilai sisaan residual dengan rumus $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$,

kemudian menghitung besar h dengan rumus $h = \frac{n+p+1}{2}$ dengan nilai e_i^2 terkecil.

b. Menghitung $\sum_{i=1}^h e_i^2$ dan mencari nilai penduga $\hat{\beta}_{baru}$.

c. Menentukan n dari jumlah kuadrat sisaan yang bersesuaian dengan $\hat{\beta}_{baru}$ kemudian menghitung sejumlah $\hat{\beta}_{new}$ pangamatan dengan e_i^2 terkecil.

d. Menghitung $\sum_{i=1}^{h_{baru}} e_i^2$

e. Mengulangi langkah b hingga e sampai mendapatkan nilai

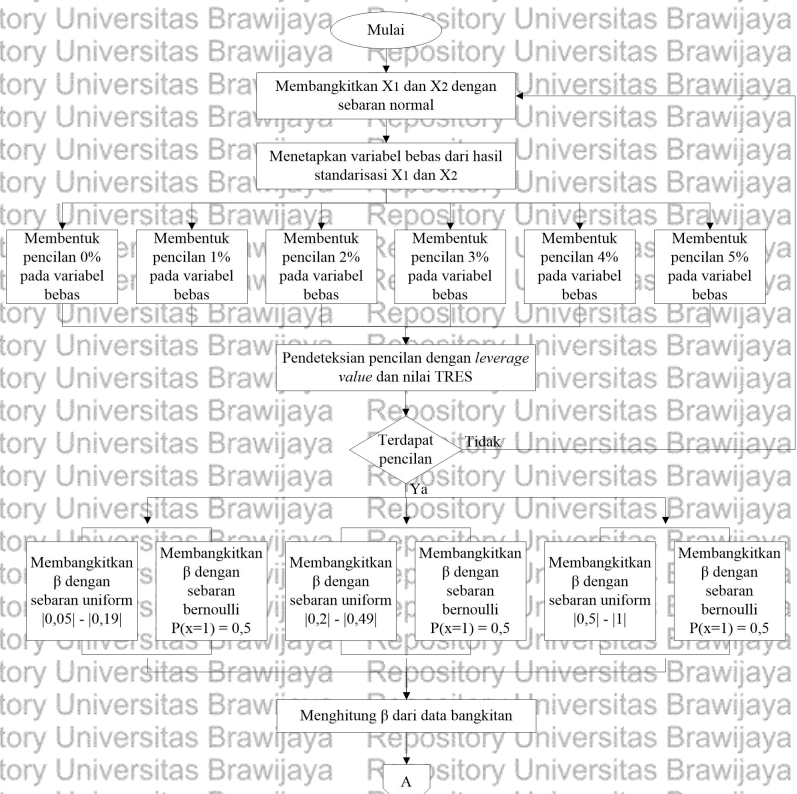
konvergen $\hat{\beta}_i$, yakni ketika $\left\| \hat{\beta}_{M(k)} - \hat{\beta}_{M(k+1)} \right\| < 1 \times 10^{-6}$.

5. Memilih model terbaik dengan menggunakan R^2 dan MSE .

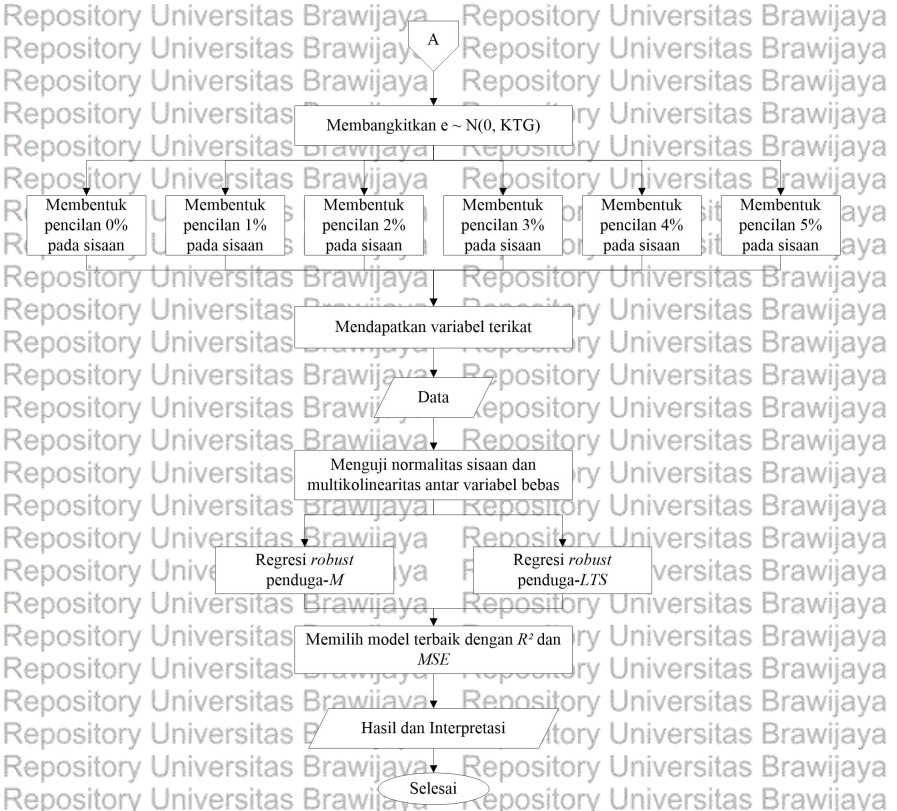
6. Hasil dan Interpretasi.

3.3 Diagram Alir

Tahapan yang dilakukan untuk membentuk data simulasi serta pendugaan parameter pada penelitian ini digambarkan melalui diagram alir pada Gambar 3.1.



Gambar 3.2. Diagram Alir



Gambar 3.2. Diagram Alir (Lanjutan)

BAB IV

HASIL DAN PEMBAHASAN

4.1 Pengujian Normalitas Sisaan

Untuk mengetahui apakah data harus diduga dengan menggunakan regresi *robust* karena mengandung pencilan maka perlu dilakukan pengujian normalitas terhadap sisaan yang telah dibangkitkan. Pada penelitian ini, digunakan uji Kolmogorov-Smirnov (KS) untuk menguji normalitas sisaan. Berikut merupakan hipotesis dalam uji KS.

H_0 : sisaan berdistribusi normal.

H_1 : sisaan tidak berdistribusi normal.

Berikut merupakan pengujian normalitas berbagai tingkat pencilan sisaan dengan menggunakan uji KS pada bobot sebesar 2 untuk ulangan pertama.

Tabel 4.1. Hasil uji normalitas sisaan

Sisaan	Nilai-p	α	Keputusan
0%	8,829e-06	0,05	Tolak H_0
1%	1,058e-05	0,05	Tolak H_0
2%	1,58e-05	0,05	Tolak H_0
3%	5,851e-06	0,05	Tolak H_0
4%	4,036e-06	0,05	Tolak H_0
5%	2,183e-06	0,05	Tolak H_0

Berdasarkan Tabel 4.1, dengan menggunakan $\alpha = 0,05$ diperoleh bahwa seluruh sisaan memiliki nilai-p kurang dari α sehingga dapat diputuskan untuk tolak H_0 . Dapat disimpulkan bahwa sisaan model regresi pada seluruh tingkat pencilan tidak berdistribusi normal. Oleh karena itu, dibutuhkan pendeteksian lebih lanjut tentang *outlier*.

4.2 Pengujian Non-Multikolinieritas Antar Variabel bebas

Uji multikolinieritas dalam penelitian ini bertujuan untuk mengetahui ada atau tidaknya korelasi di antara X_1 dan X_2 . Pengujian multikolinieritas dapat dilihat melalui nilai *VIF* yang digunakan untuk mendeteksi adanya multikolinieritas yang melibatkan dua atau lebih variabel bebas. Berdasarkan persamaan (2.7) didapatkan perhitungan *VIF* pada Tabel 4.2 menggunakan *software* R 3.5.3.

Tabel 4.2. Nilai *VIF* uji multikolinearitas

Variabel	X_1	X_2
<i>VIF</i>	1,022569	1,022569

Jika nilai $VIF \geq 10$ maka korelasi diantara variabel bebas sangat tinggi. Berdasarkan Tabel 4.2, didapatkan nilai $VIF < 10$ sehingga dapat dikatakan bahwa tidak terdapat masalah multikolinearitas dalam model.

4.3 Pendeteksian Pencilan

Data yang digunakan pada penelitian ini adalah data bangkitan dengan enam kondisi pencilan yaitu 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, dan 5% pada variabel bebas, variabel terikat, serta variabel bebas dan terikat. Untuk mewujudkan keenam kondisi pencilan tersebut, data akan dikalikan dengan pembobot yang dilambangkan dengan c . Pembobot dalam penelitian ini adalah 2, 4, dan 8.

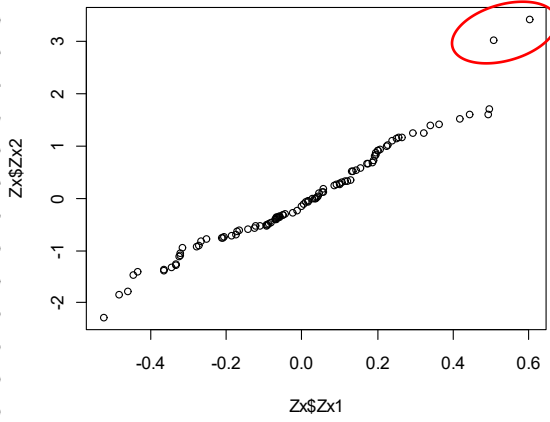
Berdasarkan data bangkitan sebanyak 100 sampel yang diulang 30 kali, dilakukan pendeteksian pencilan pada variabel bebas yang mengandung enam kondisi pencilan dengan membandingkan nilai *Leverage* dan nilai *cut-off* serta melihat *QQ-plot* dari data. Pendeteksian pencilan pada variabel bebas dilakukan melalui uji *Leverage* dengan hipotesis:

$H_0: h_{ii} \leq \text{Cut-off}$ (data bukan merupakan pencilan)

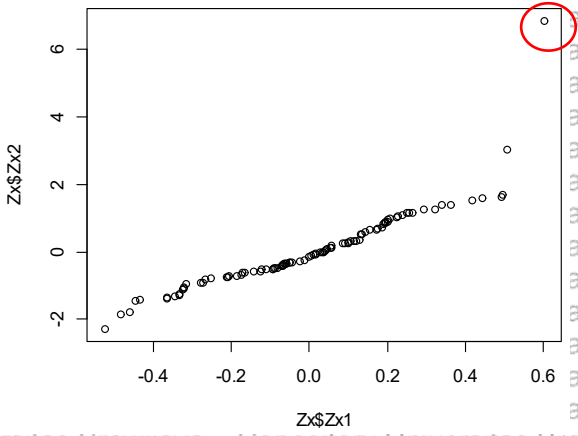
$H_0: h_{ii} > \text{Cut-off}$ (maka data merupakan pencilan).

Nilai *leverage* dan nilai *Cut-off* dapat dihitung dengan rumus yang ada pada persamaan (2.13) dan (2.14) sehingga diperoleh nilai *Cut-off* sebesar 0,06. Pada subbab ini akan ditunjukkan hasil deteksi pencilan pada variabel bebas dengan bobot pencilan sebesar 8. Bobot 8 dipilih karena merupakan bobot tertinggi, sehingga apabila pencilan tidak terdeteksi pada bobot 8, maka hal yang sama akan terjadi pada bobot lainnya.

Gambar 4.1. merupakan *QQ-plot* dari variabel bebas dengan tingkat pencilan 0%. Dari gambar tersebut dapat dilihat bahwa terdapat dua data yang jauh dari sebaran data namun masih berada pada suatu garis lurus. Berdasarkan nilai *leverage* yang terdapat pada Lampiran 4 dapat ditunjukkan bahwa kedua data yang jauh dari sebaran data bukan merupakan pencilan.

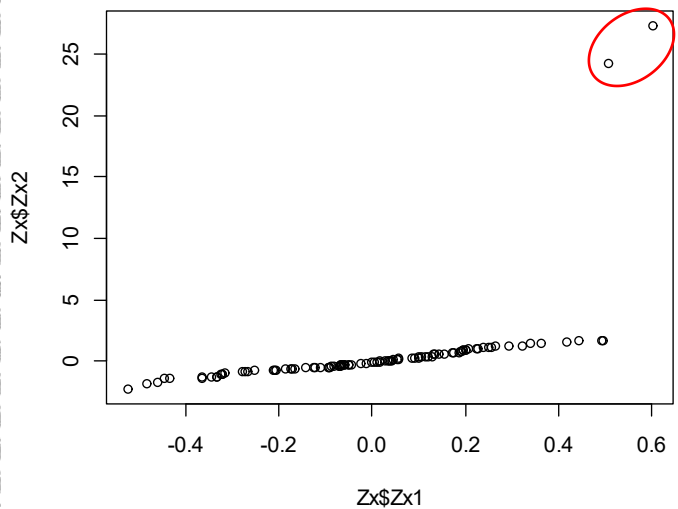


Gambar 4.1. *QQ-plot* variabel bebas dengan tingkat pencilan 0%
 QQ-plot dari variabel bebas dengan tingkat pencilan 1% pada Gambar 4.2 menunjukkan bahwa terdapat satu data yang tidak mengikuti sebaran data. Nilai *leverage* yang terdapat pada Lampiran 5 menunjukkan bahwa terdapat satu pencilan dari 100 data pengamatan.



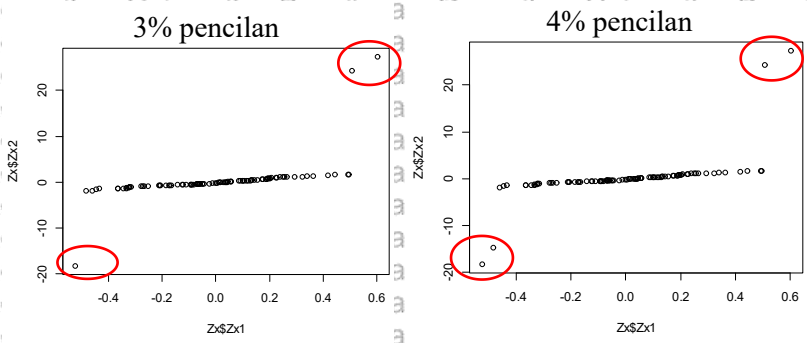
Gambar 4.2. *QQ-plot* variabel bebas dengan tingkat pencilan 1%

Gambar 4.3. merupakan *QQ-plot* dari data dengan pencilan 2% pada variabel bebas.

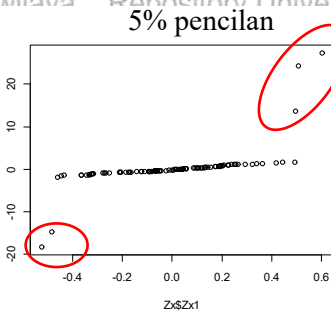


Gambar 4.3. *QQ-plot* variabel bebas dengan tingkat pencilan 2%

Berdasarkan Gambar 4.3., terdapat dua data yang terletak jauh dari sebaran data. Keberadaan dua pencilan tersebut dibuktikan dengan nilai *leverage* yang ada pada Lampiran 6. Selanjutnya, banyaknya pencilan semakin bertambah seiring dengan bertambahnya persentase pencilan yakni pada tingkat pencilan 3%, 4%, dan 5%. *QQ-plot* dari tiga kondisi tingkat pencilan ditunjukkan pada Gambar 4.4. dan dibuktikan dengan nilai *leverage* pada Lampiran 7, 8, dan 9.



Gambar 4.4. *QQ-plot* variabel bebas pada tingkat pencilan 3%, 4%, dan 5%



Gambar 4.4. QQ-plot variabel bebas pada tingkat pencilan 3%, 4%, dan 5% (lanjutan)

Pendeteksian pencilan pada variabel terikat dilakukan dengan menggunakan deteksi *TRES*. Adapun hipotesis yang melandasi pengujian dengan metode *TRES* adalah sebagai berikut:

- H_0 : Pengamatan ke- i bukan merupakan pencilan.
- H_1 : Pengamatan ke- i merupakan pencilan.

Semua nilai yang mungkin dari $|TRES_i|$ mengikuti sebaran t dengan derajat bebas $n-p-2$. Serta kriteria pengujian yang melandasi keputusan adalah:

- Jika $|TRES_i| \leq t_{\frac{\alpha}{2}, n-p-2}$, maka terima H_0 .
- Jika $|TRES_i| > t_{\frac{\alpha}{2}, n-p-2}$, maka tolak H_0 .

Berdasarkan hasil deteksi *TRES* yang dibandingkan dengan nilai $t_{(0,025;96)} = 1,98$ dideteksi adanya pencilan yang terletak pada variabel terikat dengan enam tingkat pencilan. Nilai *TRES* dan hasil deteksi *TRES* secara keseluruhan dapat dilihat pada Lampiran 10 sampai dengan Lampiran 21.

Oleh karena pada variabel bebas dan terikat terdeteksi adanya pencilan, maka diperlukan regresi *robust* untuk menangani masalah pencilan pada data. Pada penelitian ini, digunakan penduga-*M* dan penduga-*LTS* untuk mendapatkan penduga yang paling efisien. Hasil pendugaan regresi *robust* dengan penduga-*M* dan penduga-*LTS* akan dibahas pada subbab berikutnya.

4.4 Pendugaan Parameter Regresi *Robust*

Pendugaan parameter pada regresi *robust* penduga-*M* dilakukan dengan prosedur *Iteratively Reweighted Least Square (IRLS)* yang menggunakan metode kuadrat terkecil dan pembobot

Tukey's Bisquare. Iterasi pada seluruh *slope* regresi dilakukan hingga diperoleh penduga parameter yang *robust* yakni penduga parameter yang tidak terpengaruh adanya pencilan. Sedangkan metode penduga-*LTS* adalah metode pendugaan parameter regresi *robust* yang menggunakan konsep pengepasan kuadrat terkecil guna meminimumkan jumlah kuadrat sisaan yaitu $\sum_{i=1}^h e_i^2$. Pendugaan parameter regresi *robust* dilakukan pada tiga kondisi koefisien regresi yakni rendah, sedang, dan tinggi.

4.4.1 Kondisi Koefisien Regresi Rendah ($|0,05|$ hingga $|0,19|$)

Pada koefisien rendah, penduga β yang diperoleh dari hasil bangkitan adalah $b_1 = -0,0995$ dan $b_2 = -0,108$. Selanjutnya, dilakukan pendugaan parameter regresi *robust* dilakukan pada data bangkitan dengan pencilan yang terletak pada variabel bebas, variabel terikat, serta variabel bebas dan terikat untuk koefisien regresi yang berkisar antara $|0,05|$ hingga $|0,19|$.

a. Data dengan Pencilan pada Variabel Bebas

Hasil pendugaan parameter pada data bangkitan koefisien rendah dengan pencilan pada variabel bebas ditunjukkan pada Tabel 4.3.

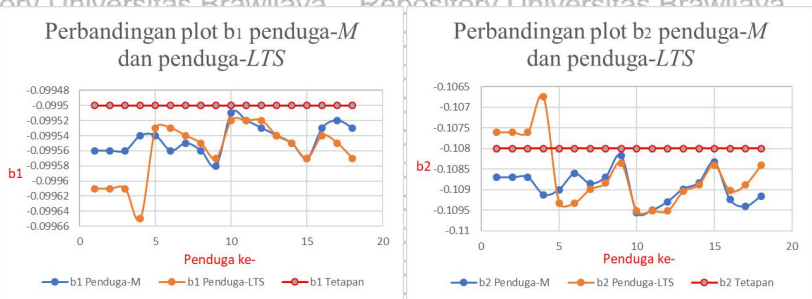
Tabel 4.3. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi rendah dan pencilan pada variabel bebas

Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- <i>M</i>	Penduga- <i>LTS</i>	Penduga- <i>M</i>	Penduga- <i>LTS</i>
0%	2	-0,09956	-0,09961	-0,10870	-0,10760
	4	-0,09956	-0,09961	-0,10870	-0,10760
	8	-0,09956	-0,09961	-0,10870	-0,10760
1%	2	-0,09954	-0,09965	-0,10912	-0,10674
	4	-0,09954	-0,09953	-0,10900	-0,10932
	8	-0,09956	-0,09953	-0,10861	-0,10932
2%	2	-0,09955	-0,09954	-0,10885	-0,10899
	4	-0,09956	-0,09955	-0,10869	-0,10884
	8	-0,09958	-0,09957	-0,10817	-0,10835
3%	2	-0,09951	-0,09952	-0,10956	-0,10951
	4	-0,09952	-0,09952	-0,10950	-0,10951
	8	-0,09953	-0,09952	-0,10929	-0,10951

Tabel 4.3. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi rendah dan pencilan pada variabel bebas (lanjutan)

Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
4%	2	-0,09954	-0,09954	-0,10898	-0,10904
	4	-0,09955	-0,09955	-0,10883	-0,10888
	8	-0,09957	-0,09957	-0,10833	-0,10840
5%	2	-0,09953	-0,09954	-0,10924	-0,10902
	4	-0,09952	-0,09955	-0,10941	-0,10888
	8	-0,09953	-0,09957	-0,10916	-0,10841

Berdasarkan Tabel 4.3., b_1 dan b_2 yang dihasilkan penduga- M dan penduga- LTS memiliki selisih antara 0,001 hingga 0,0001. Sehingga dapat dikatakan bahwa kedua penduga memberikan hasil yang kekar terhadap b_1 dan b_2 meskipun terdapat pencilan pada variabel bebas. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien rendah dan pencilan pada variabel bebas dapat dilihat pada Gambar 4.5.



Gambar 4.5. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien rendah dan pencilan pada variabel bebas

Berdasarkan Gambar 4.5., kedua metode menunjukkan pola yang sama seiring bertambahnya bobot dan pencilan. Namun, penduga- M menunjukkan hasil pendugaan yang lebih stabil karena penduga- LTS sempat mengalami penurunan pada b_1 dan kenaikan yang besar pada b_2 dari kondisi 0% pencilan ke 1% pencilan.

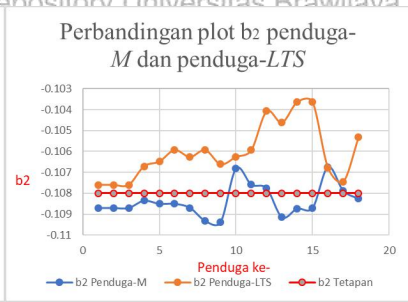
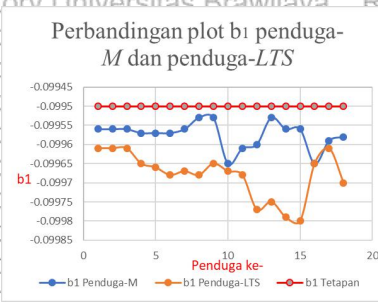
b. Data dengan Pencilan pada Variabel Terikat

Hasil pendugaan parameter pada data bangkitan koefisien rendah dengan pencilan pada variabel terikat ditunjukkan pada Tabel 4.4.

Tabel 4.4. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi rendah dan pencilan pada variabel terikat

Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
0%	2	-0,09956	-0,09961	-0,10870	-0,10760
	4	-0,09956	-0,09961	-0,10870	-0,10760
	8	-0,09956	-0,09961	-0,10870	-0,10760
1%	2	-0,09957	-0,09965	-0,10835	-0,10671
	4	-0,09957	-0,09966	-0,10850	-0,10648
	8	-0,09957	-0,09968	-0,10850	-0,10593
2%	2	-0,09956	-0,09967	-0,10869	-0,10626
	4	-0,09953	-0,09968	-0,10932	-0,10593
	8	-0,09953	-0,09965	-0,10938	-0,10661
3%	2	-0,09965	-0,09967	-0,10682	-0,10626
	4	-0,09961	-0,09968	-0,10758	-0,10593
	8	-0,09960	-0,09977	-0,10776	-0,10407
4%	2	-0,09953	-0,09975	-0,10914	-0,10461
	4	-0,09956	-0,09979	-0,10873	-0,10362
	8	-0,09956	-0,09980	-0,10870	-0,10363
5%	2	-0,09965	-0,09965	-0,10674	-0,10677
	4	-0,09959	-0,09961	-0,10787	-0,10745
	8	-0,09958	-0,09970	-0,10826	-0,10532

Berdasarkan Tabel 4.4., nilai b_1 dan b_2 yang dihasilkan penduga- M dan penduga- LTS memiliki selisih antara 0,001 hingga 0,0001. Sehingga dapat dikatakan bahwa kedua penduga memberikan hasil yang kekar terhadap b_1 dan b_2 . Selain itu, apabila dibandingkan dengan Tabel 4.3, maka nilai-nilai penduga parameter yang dihasilkan juga memiliki selisih kecil yakni antara 0,001 hingga 0,0001. Gambar 4.6. merupakan plot penduga parameter pada kondisi koefisien rendah dan pencilan pada variabel terikat.



Gambar 4.6. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien rendah dan pencilan pada variabel terikat

Gambar 4.6. menunjukkan bahwa penduga- M dan penduga- LTS memiliki pola yang hampir sama seiring bertambahnya bobot dan pencilan. Namun, berbeda dengan Gambar 4.4 pada Gambar 4.5 terlihat adanya perbedaan hasil pendugaan parameter regresi yang diperoleh dari penduga- M dan penduga- LTS sebesar 0,0001.

c. Data dengan Pencilan pada Variabel Bebas dan Terikat

Hasil pendugaan parameter pada data bangkitan koefisien rendah dengan pencilan pada variabel bebas dan terikat ditunjukkan pada Tabel 4.5.

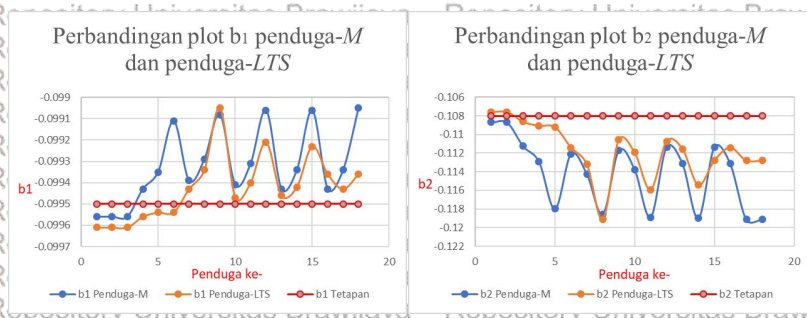
Tabel 4.5. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi rendah dan pencilan pada variabel bebas dan terikat

Pencilan	c	b ₁		b ₂	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
0%	2	-0,09956	-0,09961	-0,10870	-0,10760
	4	-0,09956	-0,09961	-0,10870	-0,10760
	8	-0,09956	-0,09961	-0,10870	-0,10760
1%	2	-0,09943	-0,09956	-0,11125	-0,10863
	4	-0,09935	-0,09954	-0,11291	-0,10907
	8	-0,09911	-0,09954	-0,11799	-0,10921
2%	2	-0,09939	-0,09943	-0,11208	-0,11140
	4	-0,09929	-0,09934	-0,11423	-0,11320
	8	-0,09908	-0,09905	-0,11853	-0,11909

Tabel 4.5. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi rendah dan pencilan pada variabel bebas dan terikat (lanjutan)

Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
3%	2	-0,09941	-0,09947	-0,11172	-0,11057
	4	-0,09931	-0,09940	-0,11376	-0,11192
	8	-0,09906	-0,09921	-0,11887	-0,11592
4%	2	-0,09943	-0,09946	-0,11133	-0,11073
	4	-0,09934	-0,09942	-0,11310	-0,11154
	8	-0,09906	-0,09923	-0,11899	-0,11542
5%	2	-0,09943	-0,09936	-0,11134	-0,11279
	4	-0,09934	-0,09943	-0,11313	-0,11140
	8	-0,09905	-0,09936	-0,11911	-0,11279

Berdasarkan Tabel 4.5., nilai b_1 dan b_2 yang dihasilkan penduga- M dan penduga- LTS memiliki selisih antara 0,001 hingga 0,0001. Sehingga dapat dikatakan bahwa kedua penduga memberikan hasil yang kekar meskipun terdapat pencilan pada variabel bebas dan terikat. Selain itu, apabila dibandingkan dengan Tabel 4.3 dan Tabel 4.4, nilai-nilai penduga parameter yang dihasilkan juga memiliki selisih antara 0,001 hingga 0,0001. Gambar 4.7 yang merupakan plot penduga parameter pada kondisi koefisien rendah dan pencilan pada variabel bebas dan terikat.



Gambar 4.7. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien rendah dan pencilan pada variabel bebas dan terikat

Gambar 4.7. menunjukkan bahwa penduga- M dan penduga- LTS menghasilkan pola yang hampir sama seiring bertambahnya bobot dan pencilan. Terlihat pula pada kondisi pencilan di variabel bebas dan terikat, penduga- LTS mampu menghasilkan b_1 dan b_2 yang lebih stabil.

4.4.2 Kondisi Koefisien Regresi Sedang ($[0,2|$ hingga $0,49]$)

Pada koefisien sedang, penduga β yang diperoleh dari hasil bangkitan adalah $b_1 = -0,3025$ dan $b_2 = -0,322$. Selanjutnya, dilakukan pendugaan parameter regresi *robust* dilakukan pada data bangkitan dengan pencilan yang terletak pada variabel bebas, variabel terikat, serta variabel bebas dan terikat untuk koefisien regresi yang berkisar antara $[0,2|$ hingga $0,49]$.

a. Data dengan Pencilan pada Variabel Bebas

Hasil pendugaan parameter pada data bangkitan koefisien sedang dengan pencilan pada variabel bebas ditunjukkan pada Tabel 4.6.

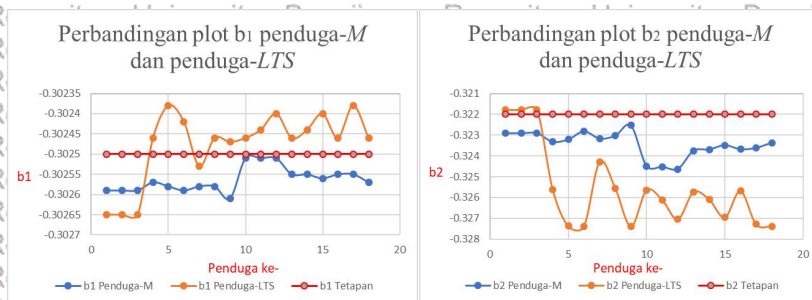
Tabel 4.6. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi sedang dan pencilan pada variabel bebas

Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
0%	2	-0,30259	-0,30265	-0,3229	-0,32179
	4	-0,30259	-0,30265	-0,3229	-0,32179
	8	-0,30259	-0,30265	-0,3229	-0,32179
1%	2	-0,30257	-0,30246	-0,32332	-0,32561
	4	-0,30258	-0,30238	-0,3232	-0,32737
	8	-0,30259	-0,30242	-0,32281	-0,32738
2%	2	-0,30258	-0,30253	-0,32316	-0,32428
	4	-0,30258	-0,30246	-0,32302	-0,32555
	8	-0,30261	-0,30247	-0,32253	-0,32738
3%	2	-0,30251	-0,30246	-0,32449	-0,32564
	4	-0,30251	-0,30244	-0,32453	-0,32611
	8	-0,30251	-0,3024	-0,32463	-0,32704
4%	2	-0,30255	-0,30246	-0,32375	-0,32573
	4	-0,30255	-0,30244	-0,32369	-0,32609
	8	-0,30256	-0,3024	-0,32348	-0,32695

Tabel 4.6. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi sedang dan pencilan pada variabel bebas (lanjutan)

Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
5%	2	-0,30255	-0,30246	-0,32368	-0,32568
	4	-0,30255	-0,30238	-0,32361	-0,32728
	8	-0,30257	-0,30246	-0,32336	-0,32738

Berdasarkan Tabel 4.6., nilai b_1 dan b_2 yang dihasilkan penduga- M dan penduga- LTS memiliki selisih antara 0,001 hingga 0,0001. Sehingga dapat dikatakan bahwa kedua penduga memberikan hasil yang kekar meskipun terdapat pencilan pada variabel bebas. Gambar 4.8. merupakan plot penduga parameter pada kondisi koefisien sedang dan pencilan pada variabel bebas.



Gambar 4.8. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien sedang dan pencilan pada variabel bebas

Berdasarkan Gambar 4.8., kedua penduga menunjukkan bahwa kedua metode menghasilkan pola yang hampir sama seiring bertambahnya bobot dan pencilan namun terdapat selisih sebesar 0,001 hingga 0,0001 dari hasil duga penduga- M dan penduga- LTS . Terlihat pula dengan adanya pencilan di variabel bebas, penduga- M memberikan hasil yang lebih stabil.

b. Data dengan Pencilkan pada Variabel Terikat

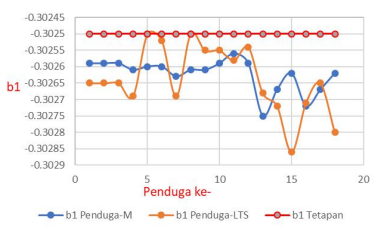
Hasil pendugaan parameter pada data bangkitan koefisien sedang dengan pencilkan pada variabel terikat ditunjukkan pada Tabel 4.7.

Tabel 4.7. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi sedang dan pencilkan pada variabel terikat

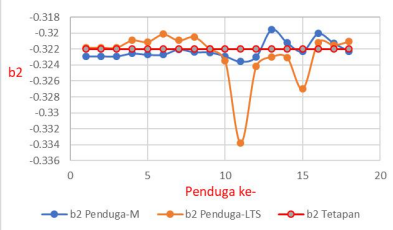
Pencilkan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
0%	2	-0,30259	-0,30265	-0,3229	-0,32179
	4	-0,30259	-0,30265	-0,3229	-0,32179
	8	-0,30259	-0,30265	-0,3229	-0,32179
1%	2	-0,30261	-0,30269	-0,32255	-0,3209
	4	-0,3026	-0,3025	-0,3227	-0,32108
	8	-0,3026	-0,30252	-0,3227	-0,32013
2%	2	-0,30263	-0,30269	-0,32204	-0,3209
	4	-0,30261	-0,3025	-0,32237	-0,32046
	8	-0,30261	-0,30255	-0,32241	-0,32195
3%	2	-0,30259	-0,30255	-0,32289	-0,32347
	4	-0,30256	-0,30258	-0,32357	-0,33381
	8	-0,30259	-0,30254	-0,32297	-0,32417
4%	2	-0,30275	-0,30268	-0,31953	-0,32296
	4	-0,30267	-0,30272	-0,32119	-0,32306
	8	-0,30262	-0,30286	-0,32228	-0,32699
5%	2	-0,30272	-0,30271	-0,32005	-0,32116
	4	-0,30267	-0,30265	-0,32123	-0,32148
	8	-0,30262	-0,3028	-0,32228	-0,32105

Berdasarkan Tabel 4.7., nilai b_1 dan b_2 yang dihasilkan penduga- M dan penduga- LTS memiliki selisih antara 0,001 hingga 0,0001. Sehingga dapat dikatakan bahwa kedua penduga memberikan hasil yang kekar terhadap b_1 dan b_2 meskipun terdapat pencilkan pada variabel terikat. Gambar 4.9. yang merupakan plot penduga parameter pada kondisi koefisien sedang dan pencilkan pada variabel bebas.

Perbandingan plot b_1 penduga- M dan penduga- LTS



Perbandingan plot b_2 penduga- M dan penduga- LTS



Gambar 4.9. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien sedang dan pencilan pada variabel terikat

Berdasarkan Gambar 4.9., kedua penduga menunjukkan pola yang hampir sama seiring bertambahnya bobot dan pencilan. Terlihat pula dengan adanya pencilan di variabel terikat, penduga- M memberikan hasil yang lebih stabil.

c. Data dengan Pencilan pada Variabel Bebas dan Terikat

Hasil pendugaan parameter pada data bangkitan koefisien sedang dengan pencilan pada variabel bebas dan terikat ditunjukkan pada Tabel 4.8.

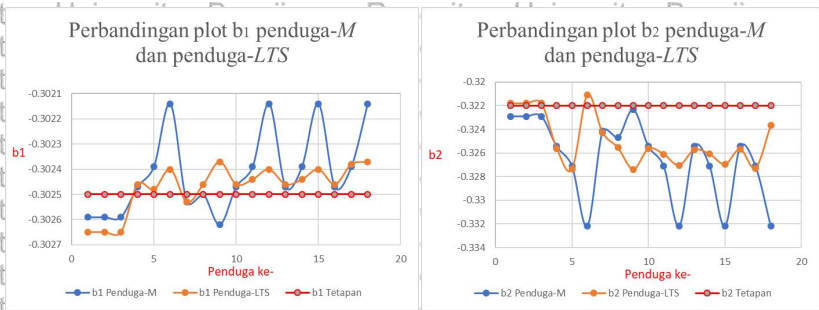
Tabel 4.8. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi sedang dan pencilan pada variabel bebas dan terikat

Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
0%	2	-0,30259	-0,30265	-0,3229	-0,32179
	4	-0,30259	-0,30265	-0,3229	-0,32179
	8	-0,30259	-0,30265	-0,3229	-0,32179
1%	2	-0,30247	-0,30246	-0,32545	-0,32561
	4	-0,30239	-0,30248	-0,32711	-0,32737
	8	-0,30214	-0,3024	-0,33218	-0,32108
2%	2	-0,30253	-0,30253	-0,32416	-0,32428
	4	-0,3025	-0,30246	-0,32471	-0,32555
	8	-0,30262	-0,30237	-0,32233	-0,32738

Tabel 4.8. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi sedang dan pencilan pada variabel bebas dan terikat (lanjutan)

Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
3%	2	-0,30247	-0,30246	-0,32545	-0,32564
	4	-0,30239	-0,30244	-0,32711	-0,32611
	8	-0,30214	-0,3024	-0,33218	-0,32704
4%	2	-0,30247	-0,30246	-0,32545	-0,32573
	4	-0,30239	-0,30244	-0,32711	-0,32609
	8	-0,30214	-0,3024	-0,33218	-0,32695
5%	2	-0,30247	-0,30246	-0,32545	-0,32568
	4	-0,30239	-0,30238	-0,32711	-0,32728
	8	-0,30214	-0,30237	-0,33218	-0,32368

Berdasarkan Tabel 4.8., nilai b_1 dan b_2 yang dihasilkan penduga- M dan penduga- LTS memiliki selisih antara 0,001 hingga 0,0001. Sehingga dapat dikatakan bahwa kedua penduga memberikan hasil yang kekar terhadap b_1 dan b_2 meskipun terdapat pencilan pada variabel terikat. Gambar 4.10 merupakan plot penduga parameter pada kondisi koefisien sedang dan pencilan pada variabel bebas dan terikat.



Gambar 4.10. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien sedang dan pencilan pada variabel bebas dan terikat.

Berdasarkan Gambar 4.9., kedua penduga menunjukkan pola yang hampir sama seiring bertambahnya bobot dan pencilan. Terlihat

pula dengan adanya pencilan di variabel bebas dan terikat, penduga-*LTS* memberikan hasil yang lebih stabil.

4.4.3 Kondisi Koefisien Regresi Tinggi (0,5 hingga 1)

Pada koefisien sedang, penduga β yang diperoleh dari hasil bangkitan adalah $b_1 = -0,6733$ dan $b_2 = -0,708$. Selanjutnya, dilakukan pendugaan parameter regresi *robust* dilakukan pada data bangkitan dengan pencilan yang terletak pada variabel bebas, variabel terikat, serta variabel bebas dan terikat untuk koefisien regresi yang berkisar antara $[0,05]$ hingga $[1]$.

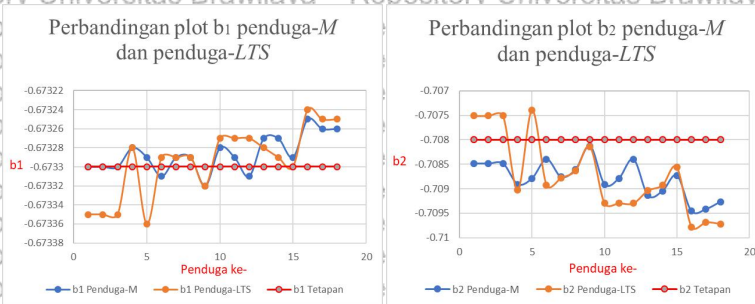
a. Data dengan Pencilan pada Variabel Bebas

Hasil pendugaan parameter pada data bangkitan koefisien tinggi dengan pencilan pada variabel bebas ditunjukkan pada Tabel 4.9.

Tabel 4.9. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi tinggi dan pencilan pada variabel bebas

Pencilan	c	b ₁		b ₂	
		Penduga- <i>M</i>	Penduga- <i>LTS</i>	Penduga- <i>M</i>	Penduga- <i>LTS</i>
0%	2	-0,67330	-0,67335	-0,70849	-0,70751
	4	-0,67330	-0,67335	-0,70849	-0,70751
	8	-0,67330	-0,67335	-0,70849	-0,70751
1%	2	-0,67328	-0,67328	-0,70891	-0,70903
	4	-0,67329	-0,67336	-0,70879	-0,70739
	8	-0,67331	-0,67329	-0,70840	-0,70893
2%	2	-0,67329	-0,67329	-0,70876	-0,70878
	4	-0,67329	-0,67329	-0,70861	-0,70863
	8	-0,67332	-0,67332	-0,70813	-0,70814
3%	2	-0,67328	-0,67327	-0,70891	-0,70930
	4	-0,67329	-0,67327	-0,70879	-0,70930
	8	-0,67331	-0,67327	-0,70840	-0,70930
4%	2	-0,67327	-0,67328	-0,70914	-0,70904
	4	-0,67327	-0,67329	-0,70905	-0,70893
	8	-0,67329	-0,67330	-0,70873	-0,70856
5%	2	-0,67325	-0,67324	-0,70946	-0,70978
	4	-0,67326	-0,67325	-0,70942	-0,70969
	8	-0,67326	-0,67325	-0,70927	-0,70972

Berdasarkan Tabel 4.9., nilai b_1 dan b_2 yang dihasilkan penduga- M dan penduga- LTS memiliki selisih antara 0,001 hingga 0,0001. Sehingga dapat dikatakan bahwa kedua penduga memberikan hasil yang kekar terhadap b_1 dan b_2 meskipun terdapat pencilan pada variabel bebas. Gambar 4.10 yang merupakan plot penduga parameter pada kondisi koefisien tinggi dan pencilan pada variabel bebas.



Gambar 4.11. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien tinggi dan pencilan pada variabel bebas

Berdasarkan Gambar 4.10, kedua penduga menunjukkan pola yang sama seiring bertambahnya bobot dan pencilan. Namun, penduga- M menunjukkan hasil pendugaan yang lebih stabil karena penduga- LTS sempat mengalami kenaikan pada b_1 dan penurunan yang besar pada b_2 dari kondisi 0% pencilan ke 1% pencilan.

b. Data dengan Pencilan pada Variabel Terikat

Hasil pendugaan parameter pada data bangkitan koefisien sedang dengan pencilan pada variabel terikat ditunjukkan pada Tabel 4.10.

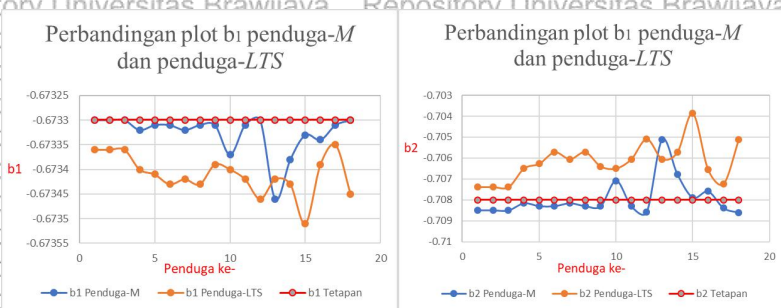
Tabel 4.10. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi tinggi dan pencilan pada variabel terikat

Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
0%	2	-0,67330	-0,67336	-0,70849	-0,70739
	4	-0,67330	-0,67336	-0,70849	-0,70739
	8	-0,67330	-0,67336	-0,70849	-0,70739

Tabel 4.10. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi tinggi dan pencilan pada variabel terikat (lanjutan)

Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
1%	2	-0,67332	-0,67340	-0,70815	-0,70650
	4	-0,67331	-0,67341	-0,70829	-0,70627
	8	-0,67331	-0,67343	-0,70829	-0,70572
2%	2	-0,67332	-0,67342	-0,70815	-0,70605
	4	-0,67331	-0,67343	-0,70829	-0,70572
	8	-0,67331	-0,67339	-0,70829	-0,70640
3%	2	-0,67337	-0,67340	-0,70708	-0,70650
	4	-0,67331	-0,67342	-0,70830	-0,70605
	8	-0,67330	-0,67346	-0,70857	-0,70509
4%	2	-0,67346	-0,67342	-0,70512	-0,70605
	4	-0,67338	-0,67343	-0,70678	-0,70572
	8	-0,67333	-0,67351	-0,70788	-0,70386
5%	2	-0,67334	-0,67339	-0,70759	-0,70656
	4	-0,67331	-0,67335	-0,70838	-0,70724
	8	-0,67330	-0,67345	-0,70860	-0,70511

Berdasarkan Tabel 4.10., nilai b_1 dan b_2 yang dihasilkan penduga- M dan penduga- LTS memiliki selisih antara 0,001 hingga 0,0001. Sehingga dapat dikatakan bahwa kedua penduga memberikan hasil yang kekar terhadap b_1 dan b_2 meskipun terdapat pencilan pada variabel terikat. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien tinggi dan pencilan pada variabel terikat dapat dilihat pada Gambar 4.12.



Gambar 4.12. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien tinggi dan pencilan pada variabel terikat

Berdasarkan Gambar 4.12, kedua penduga menunjukkan pola yang sama seiring bertambahnya bobot dan pencilan. Namun, terdapat selisih sebesar 0,001 dari hasil penduga- M dan penduga- LTS ketika terdapat pencilan pada variabel terikat.

c. Data dengan Pencilan pada Variabel Bebas dan Terikat

Hasil pendugaan parameter pada data bangkitan koefisien tinggi dengan pencilan pada variabel bebas dan terikat ditunjukkan pada Tabel 4.11.

Tabel 4.11. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi tinggi dan pencilan pada variabel bebas dan terikat

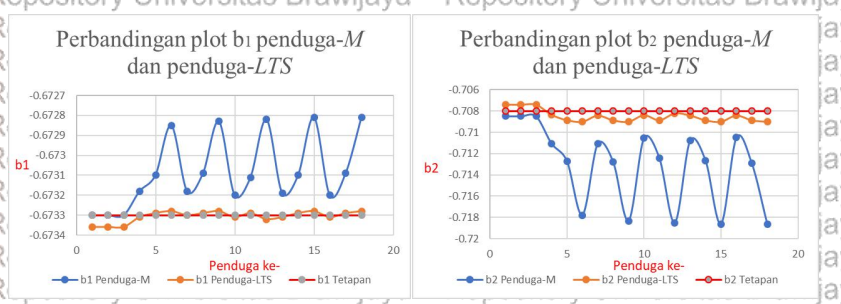
Pencilan	c	b_1		b_2	
		Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
0%	2	-0,67330	-0,67336	-0,70849	-0,70739
	4	-0,67330	-0,67336	-0,70849	-0,70739
	8	-0,67330	-0,67336	-0,70849	-0,70739
1%	2	-0,67318	-0,67331	-0,71105	-0,70835
	4	-0,67310	-0,67329	-0,71270	-0,70886
	8	-0,67285	-0,67328	-0,71778	-0,70901
2%	2	-0,67318	-0,67330	-0,71106	-0,70843
	4	-0,67309	-0,67329	-0,71278	-0,70888
	8	-0,67283	-0,67328	-0,71832	-0,70901
3%	2	-0,67320	-0,67331	-0,71053	-0,70839
	4	-0,67311	-0,67329	-0,71242	-0,70887
	8	-0,67282	-0,67332	-0,71850	-0,70821



Tabel 4.11. Pendugaan parameter regresi *robust* pada koefisien regresi tinggi dan pencilan pada variabel bebas dan terikat (lanjutan)

Pencilan	c	b_1	b_2		
		Penduga- <i>M</i>	Penduga- <i>LTS</i>	Penduga- <i>M</i>	Penduga- <i>LTS</i>
4%	2	-0,67319	-0,67331	-0,71076	-0,70842
	4	-0,67310	-0,67329	-0,71268	-0,70888
	8	-0,67281	-0,67328	-0,71862	-0,70901
5%	2	-0,67320	-0,67331	-0,71049	-0,70842
	4	-0,67309	-0,67329	-0,71292	-0,70888
	8	-0,67281	-0,67328	-0,71862	-0,70901

Berdasarkan Tabel 4.11, nilai b_1 dan b_2 yang dihasilkan penduga-*M* dan penduga-*LTS* memiliki selisih antara 0,001 hingga 0,0001. Sehingga dapat dikatakan bahwa kedua penduga memberikan hasil yang kekar terhadap b_1 dan b_2 meskipun terdapat pencilan pada variabel bebas dan terikat. Gambar 4.12 merupakan plot penduga parameter pada kondisi koefisien tinggi dan pencilan pada variabel bebas dan terikat.



Gambar 4.13. Plot penduga parameter pada kondisi koefisien tinggi dan pencilan pada variabel bebas dan terikat

Berdasarkan Gambar 4.12, kedua penduga menunjukkan pola yang sama seiring bertambahnya bobot dan pencilan. Namun, penduga-*LTS* memberikan hasil duga yang lebih stabil ketika terdapat pencilan pada variabel bebas dan terikat.

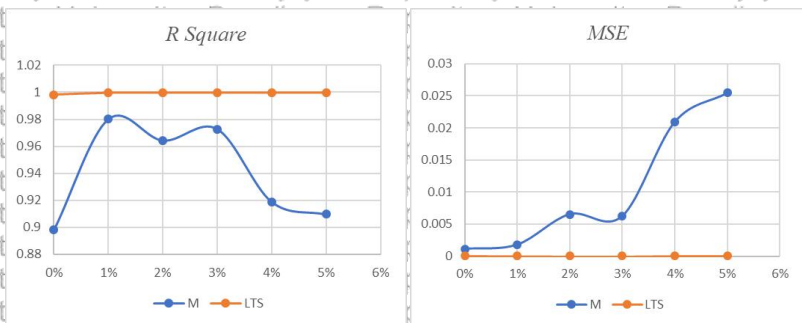
4.5 Pemilihan Model Terbaik

Pemilihan model terbaik perlu dilakukan guna mengetahui penduga mana, di antara penduga- M dan penduga- LTS , yang menghasilkan model regresi *robust* terbaik. Kriteria pemilihan model terbaik yang digunakan adalah nilai R^2 dan MSE . Berikut akan diuraikan lebih lanjut perbandingan nilai R^2 dan MSE model regresi *robust* penduga- M dan penduga- LTS dengan koefisien rendah dan bobot pencilan 8 pada berbagai tingkat pencilan di variabel bebas, variabel terikat serta variabel bebas dan terikat. Nilai R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel bebas akan ditunjukkan pada Tabel 4.12.

Tabel 4.12. R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel bebas

Pencilan	R^2		MSE	
	Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
0%	0,89806	0,99818	0,00110	1,4670e-05
1%	0,98005	0,99986	0,00177	1,4499e-05
2%	0,96425	0,99993	0,00652	1,4336e-05
3%	0,97277	0,99994	0,00622	1,4311e-05
4%	0,91890	0,99991	0,02093	1,4644e-05
5%	0,90955	0,99991	0,02546	1,4644e-05

Berdasarkan Tabel 4.12 dapat dibuat plot dari R^2 dan MSE yang ditunjukkan pada Gambar 4.14.



Gambar 4.14. Plot R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel bebas

Berdasarkan Tabel 4.12 dan Gambar 4.14, terlihat bahwa model yang dihasilkan penduga- LTS memiliki R^2 yang lebih tinggi dan MSE

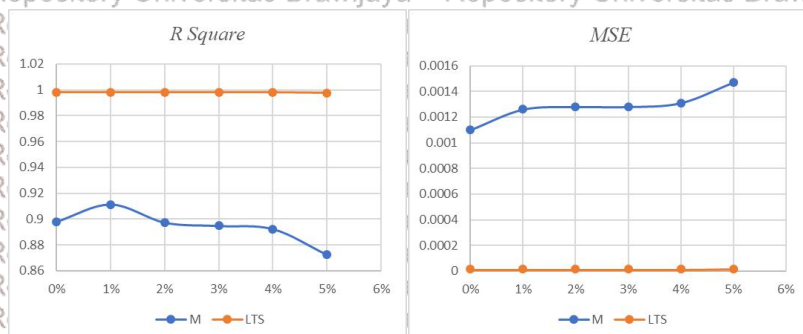
yang lebih rendah serta lebih stabil dibandingkan model dari penduga- M . Maka dengan kondisi mengandung berbagai tingkat pencilan pada variabel bebas, dapat dikatakan bahwa penduga- LTS menghasilkan model yang lebih baik.

Selanjutnya, nilai R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel terikat akan ditunjukkan pada Tabel 4.13.

Tabel 4.13. R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel terikat.

Pencilan	R^2		MSE	
	Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
0%	0,89806	0,99818	0,00110	1,4670e-05
1%	0,91135	0,99819	0,00126	1,4496e-05
2%	0,89733	0,99818	0,00128	1,4670e-05
3%	0,89477	0,99818	0,00128	1,4670e-05
4%	0,89234	0,99818	0,00131	1,4670e-05
5%	0,87254	0,99765	0,00147	1,6279e-05

Berdasarkan Tabel 4.13 dapat dibuat plot dari R^2 dan MSE yang ditunjukkan pada Gambar 4.15.



Gambar 4.15. Plot R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel terikat.

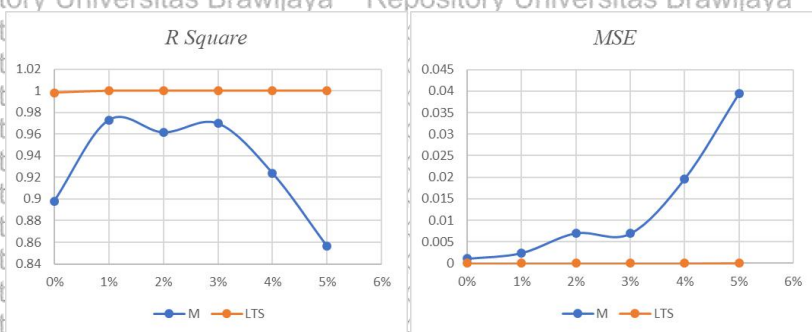
Berdasarkan Tabel 4.13 dan Gambar 4.15 terlihat bahwa model yang dihasilkan penduga- LTS memiliki R^2 yang lebih tinggi dan MSE yang lebih rendah serta lebih stabil dibandingkan model dari penduga- M . Maka dengan kondisi mengandung berbagai tingkat pencilan pada variabel terikat, dapat dikatakan bahwa penduga- LTS menghasilkan model yang lebih baik.

Selanjutnya, nilai R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel bebas dan terikat akan ditunjukkan pada Tabel 4.14.

Tabel 4.14. R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel bebas dan terikat.

Pencilan	R^2		MSE	
	Penduga- M	Penduga- LTS	Penduga- M	Penduga- LTS
0%	0,89806	0,99818	0,00110	1,4670e-05
1%	0,97291	0,99986	0,00240	1,4306e-05
2%	0,96151	0,99993	0,00702	1,4353e-05
3%	0,96977	0,99994	0,00691	1,4338e-05
4%	0,92395	0,99991	0,01961	1,4645e-05
5%	0,85645	0,99987	0,03943	1,5607e-05

Berdasarkan Tabel 4.14 dapat dibuat plot dari R^2 dan MSE yang ditunjukkan pada Gambar 4.16.



Gambar 4.16. Plot R^2 dan MSE dari model dengan pencilan pada variabel bebas dan terikat.

Berdasarkan Tabel 4.14 dan Gambar 4.16, terlihat bahwa model yang dihasilkan penduga- LTS memiliki R^2 yang lebih tinggi dan MSE yang lebih rendah serta lebih stabil dibandingkan model dari penduga- M . Maka dengan kondisi mengandung berbagai tingkat pencilan pada variabel bebas dan terikat, dapat dikatakan bahwa penduga- LTS menghasilkan model yang lebih baik.

4.6 Efisiensi Relatif

Penduga parameter yang diperoleh dari penduga- M dan penduga- LTS perlu dibandingkan menggunakan suatu ukuran untuk mengetahui penduga mana yang lebih efisien. Efisiensi relatif (eff)

diperoleh melalui perbandingan ragam penduga- M dan penduga- LTS regresi *robust* yang dapat dihitung melalui rumus pada persamaan (2.36).

Jika nilai $eff < 1$ maka dapat dikatakan bahwa $\hat{\beta}_{LTS}$ adalah penduga tak bias yang lebih efisien karena memiliki ragam yang lebih kecil dari $\hat{\beta}_M$. Tabel 4.15. menunjukkan efisiensi relatif penduga- M terhadap penduga- LTS pada koefisien rendah, sedang, dan tinggi.

Tabel 4.15. Efisiensi Relatif Penduga- M terhadap Penduga- LTS

Koefisien	Ragam		eff	Ragam		eff
	b_1 Penduga - M	b_1 Penduga - LTS		b_2 Penduga- M	b_2 Penduga - LTS	
Rendah	2,37E-08	2,01E-08	0,8	1,00E-05	8,91E-06	0,8
Sedang	1,79E-08	1,47E-08	0,8	7,77E-06	7,58E-06	0,9
Tinggi	2,25E-08	3,98E-09	0,1	9,96E-06	1,93E-06	0,1

Berdasarkan Tabel 4.15, didapatkan nilai efisiensi relatif untuk koefisien b_1 dan b_2 . Pada kategori seluruh kategori yakni rendah, sedang, dan tinggi diperoleh nilai efisiensi relatif yang bernilai kurang dari satu. Hal ini menunjukkan bahwa hasil pendugaan regresi *robust* penduga- LTS pada data bangkitan lebih efisien dibandingkan dengan penduga- M karena penduga parameter yang dihasilkan memiliki keragaman yang lebih kecil.

BAB V

KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan studi simulasi yang telah dilakukan, berikut beberapa kesimpulan yang dapat diperoleh.

1. Penduga- M dan penduga- LTS mampu menghasilkan penduga parameter regresi yang *robust* terhadap seluruh tingkat dan bobot pencilan. Pada data dengan pencilan pada variabel bebas, diperoleh bahwa penduga- M memberikan b_1 dan b_2 yang lebih stabil dibandingkan penduga- LTS . Hasil yang sama juga terlihat pada data yang mengandung pencilan pada variabel terikat. Sedangkan pada data yang mengandung pencilan pada variabel bebas dan terikat, penduga- LTS memberikan b_1 dan b_2 yang lebih stabil dibandingkan penduga- M .

2. Berdasarkan kriteria R^2 dan MSE , diperoleh bahwa penduga- LTS menghasilkan model yang lebih baik karena memiliki nilai R^2 yang lebih tinggi dan MSE yang lebih rendah serta stabil dibandingkan penduga- M .

3. Berdasarkan nilai efisiensi relatif, penduga- LTS lebih efisien untuk menduga parameter regresi *robust* linier berganda dibandingkan penduga- M . Hal tersebut karena ragam penduga- LTS pada seluruh kondisi koefisien lebih kecil dari ragam penduga- M .

5.2 Saran

Berdasarkan studi simulasi yang telah dilakukan, saran yang dapat diberikan adalah sebagai berikut.

1. Untuk menduga parameter pada regresi linier berganda dengan berbagai tingkat pencilan yakni 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, dan 5% pencilan, sebaiknya digunakan metode regresi *robust* penduga- LTS yang lebih efisien dan menghasilkan model dengan R^2 lebih tinggi dan MSE lebih rendah dibandingkan metode regresi *robust* penduga- M . Pada penelitian selanjutnya, dapat dilakukan pendugaan parameter regresi *robust* penduga- M dan penduga- LTS untuk data yang mengandung pencilan lebih dari 5% juga pada model lain misalnya model regresi linier berganda untuk data longitudinal.



2. Penelitian selanjutnya diharapkan dapat menguji konsistensi penduga-*M* dan penduga-*LTS* serta membandingkan penelitian ini dengan penduga *robust* yang lain, misalnya penduga-*RM*, penduga-*LAD* atau penduga lain yang belum pernah dibandingkan dengan penduga-*LTS* untuk mengatasi adanya pencilan.

DAFTAR PUSTAKA

- Barnett, V., dan Lewis, T. 1994. *Outliers in statistical data*. John Wiley: New York.
- Bowerman, B. L., dan O'connell, R. T. 1990. *Linear statistical models. An applied approach*. Brooks:Colé.
- Candrawati, E. D. 2013. Perbandingan penduga method of moment (MM) dan least trimmed square (LTS) dalam regresi robust linier berganda. *Skripsi*. Universitas Brawijaya: Indonesia
- Chen, C. 2002. *Robust regression and outlier detection with the ROBUSTREG procedure*. SUGI paper 265-267. SAS Institute Inc: Cary, NC.
- Cohen, J., Cohen, P., West, S. G., dan Aiken, L. S. 2003. *Applied multiple correlation/regression analysis for the social sciences*. Brawijaya
- Djarwanto. 2011. *Statistika nonparametrik edisi keempat*. BPFE: Yogyakarta.
- Draper, N., dan H. Smith. 1992. *Analisis regresi terapan edisi kedua*. Terjemahan oleh Bambang Sumantri. Gramedia Pustaka Utama: Jakarta.
- Gujarati, D. N., dan Porter, D. C. 2009. *Dasar-dasar ekonometrika*. (Eugenia Mardanugraha, Sita Wardhani, dan Carlos Mangungsong, penerjemah). Salemba Empat: Jakarta.
- Gujarati, D., dan Porter, D. C. 2004. *Basic econometrics*, Editura McGraw-Hill, 858.
- Harman, A. 2014. Perbandingan pembobot tukey bisquare dan pembobot fair dalam regresi robust-m. *Jurnal Mahasiswa Statistik*, 2(4), pp-253.
- Hoover, S. V., dan Perry, R. F. 1989. *Simulation: a problem-solving approach* (p. 300). Reading, MA: Addison-Wesley.
- Iswarini, T. H. 2011. Perbandingan robust-LMS dan robust-MM sebagai metode pendugaan parameter pada regresi robust linier berganda. *Skripsi*. Universitas Brawijaya: Malang.
- Kurniawan, R. 2016. *Analisis regresi*. Prenada Media.

Kutner, M. H., Nachtsheim, C. J., Neter, J. dan Li, W. 2004. *Applied linear statistical models fifth edition*. McGraw-Hill: New York.

Mentari, H. W. 2019. Pendugaan parameter analisis regresi robust penduga-M dan penduga-S pada data simulasi dengan berbagai tingkat pencilan. *Skripsi*. Universitas Brawijaya. Malang.

Montgomery D. C dan Peck E. A. 1992. *Introduction to statistical quality control*. John Wiley & Sons, Inc: USA.

Rousseeuw, P. J., dan Driessen, K. V. 1999. A fast algorithm for the minimum covariance determinant estimator. *Technometrics*, 41(3), 212-223.

Rousseeuw, P. J., dan Leroy, A. M. 2005. *Robust regression and outlier detection* (Vol. 589). John wiley & sons.

Sembiring, R. K. 2003. *Analisis regresi edisi kedua*. Bandung: Institut Teknologi Bandung.

Siegel, S. R. 1986. Preretirement programs in the'80s. *Personnel Administrator*, 31(2), 77-83.

Susanti, Y., dan Pratiwi, H. 2014. M-estimation, S-estimation, and MM-estimation in robust regression, *International Journal of Pure and Applied Mathematics*, Vol. 91 No. 3, Pp. 349-360.

Wackerly, D., Mendenhall, W., dan Shearffer, R. 2008. *Mathematical statistics with applications*, 7th issue. Thomson Brooks/Cole: Florida.

LAMPIRAN

Lampiran 1. *Source code* dalam pembangkitan data dan analisis.

```
X1_0 = rnorm(100,10,5)
X2_0 = rnorm(100,50,5)
X = cbind(X1_0,X2_0)
write.csv(X, "x.csv")
Zx = read.table("clipboard", header=TRUE)
##### ROLS#####
u = 5
p = 2
n = 10
ba = 0.05 #batas bawah
bb = 0.19 #batas atas
c = c(0,1, 2,3, 4, 5) #banyaknya outlier (%)
o = 2 #konstanta pengali
tz = matrix(t(Zx), p, n)
hm1 = matrix(Zx$Zx1, n, 1)
hm2 = matrix(Zx$Zx2, n, 1)
unif = matrix(0,1,2)
binom = matrix(0,1,2)
tanda = matrix(0,1,2)
beta = matrix(0,1,2)
for (bt in 1:2)
  unif[,bt] = runif(1, ba, bb)
  binom[,bt] = matrix(rbinom(1, 1, 0.5), 1, 1)
  tanda[,bt] = (binom[,bt] - 0.5) * 2
  beta[,bt] = unif[,bt] * tanda[,bt]
b1 = beta[,1]
b2 = beta[,2]
e_0 = matrix(0, n, u)
e_1 = matrix(0, n, u)
e_2 = matrix(0, n, u)
e_3 = matrix(0, n, u)
e_4 = matrix(0, n, u)
e_5 = matrix(0, n, u)
Y_0 = matrix(0, n, u)
Beta_top1 = matrix(0, 2, u)
Eols = matrix(0, n, u)
```

Lampiran 1. *Source code* dalam pembangkitan data dan analisis (lanjutan)

```
betatopi = matrix(0,2,1)
tols = matrix(0,u,1)
library(MASS)
yy = matrix(0,2,2)
xy = diag(ginv(tz%*%t(tz)))
set.seed(n*n*u)

for (ik, in 1:u)
{
  e_0[,ik] = rnorm(n,0,0.01)
  e_1[,ik] = replace(e_0[,ik],100,e_0[,1,ik]*c)
  e_2[,ik] = replace(e_1[,ik],99,e_0[,2,ik]*c)
  e_3[,ik] = replace(e_2[,ik],98,e_0[,3,ik]*c)
  e_4[,ik] = replace(e_3[,ik],97,e_0[,4,ik]*c)
  e_5[,ik] = replace(e_4[,ik],96,e_0[,5,ik]*c)
  Y_0[,ik] = (hm1%*%b1) + (hm2%*%b2) + e_5[,ik]

  #Pendugaan parameter OLS
  Beta_topi[,ik]=ginv(tz%*%t(tz))%*(tz%*%Y_0[,ik])
  Tols[,ik] = Y_0[,ik] - t(tz)%*%Beta_topi[,ik]
}

Bols = Beta_topi
JKTols = matrix(0,1,u)
JKRols = matrix(0,1,u)
JKGols = matrix(0,1,u)
R2ols = matrix(0,1,u)
KTGols = matrix(0,1,u)
SEols = matrix(0,2,u)
for (p in 1:u)
{
  JKTols[,p] = sum(Y_0[,p]^2) - n*mean(Y_0[,p])^2
  JKRols[,p] = t(Bols[,p])%*%tz%*%Y_0[,p] - n*mean(Y_0[,p])^2
  JKGols[,p] = JKTols[,p] - JKRols[,p]
  R2ols[,p] = abs(JKRols[,p]/JKTols[,p])
  KTGols[,p] = JKGols[,p]/(n-p-1)
  SEols[,p] = sqrt(diag(solve(tz%*%t(tz)))*KTGols[,p]/n)
}
tols=Bols/SEols
Tols
R2ols
pvalueols = pt(tols, n-1)
```


Lampiran 1. *Source code* dalam pembangkitan data dan analisis (lanjutan)

```
##### Leverage value #####
H = t(tz)%*%ginv(tz)%*%tz
Hii = matrix(diag(H),n,1)
Cutoff = matrix((2*(p+1)/n),n,1)
DeteksiPencilanLevValue = matrix(c(rep(0,n)),n,1)
for (i in 1:n)
{
  if (Hii[i]>Cutoff[i]) {DeteksiPencilanLevValue[i]=1}
  h1=Eols[,ik]
  h2=Hii[i]
}
colnames(Hii) = paste("Hii ", sep="")
colnames(Cutoff) = paste("Cut-off ", sep="")
colnames(DeteksiPencilanLevValue) = paste("Hasil Deteksi
", sep="")
cbind(Hii,Cutoff,DeteksiPencilanLevValue)
##### TRES #####
DeteksiPencilanTres = matrix(c(rep(0,n)),n,u)
thit = qt(0.975,98) #0.975 untuk alpha 5%
aa = matrix((1-Hii),n,1)
bb = matrix(t(JKGols),1,u)
cc = aa%*%bb
JKSR = cc - (Eols)^2
TRES = Eols*sqrt((n-p-2)/JKSR)
for (il in 1:n)
{
  for (kl in 1:u)
  {
    AbsTres = abs(TRES)
    if (AbsTres[il,kl]>thit)
    {DeteksiPencilanTres[il,kl]=1}
  }
}
detect = cbind(TRES, DeteksiPencilanTres)
write.csv(detect, file = "detect0.csv")
##### Jarak Cook #####
Satu = matrix(1,n,u)
MSE = matrix(KTGols,n,u)
atas = (satu/(p*MSE))
bawah = (Eols^2*(matrix(Hii,n,u))/matrix((1-Hii)^2,n,u))
Di = atas * bawah
Fhit = qt(0.975, df1=p, df2=n-p) #0.975 untuk alpha 5%
DeteksiCook = matrix(c(rep(0,n)),n,u)
for (il in 1:n)
```

Lampiran 1. *Source code* dalam pembangkitan data dan analisis (lanjutan)

```
{
  for (kl in 1:u)
  {
    if (D[il,kl]>Fhit) {DeteksiCook[il,kl]=1}
  }
}
DeteksiCook
##### M-Root #####
##### Iterasi 1 #####
Beta_topi_OLS = solve(tz%*t(tz))%*(tz%*Y_0)
Beta_topi_OLS
Eols = Y_0-t(tz)%*Beta_topi_OLS
s = matrix(0,1,u)
u = matrix(0,n,u)
for (p in 1:u)
{
  s[p] = median(abs(Eols[,p]-median(Eols[,p]))) / 0.6745
  u[,p] = Eols[,p]/s[p]
}
s
u
W1 = matrix(c(rep(0,n*n)),n,n)
for (i in 1:n)
{
  Absou = abs(U[i])
  if (Absou < 4.685) {W1[i,i] = (1-(U[i]/4.685)**2)**2}
}
BM1 = solve(tz%*W1%*t(tz))%*(tz%*W1%*Y_0)
BM1
JKTwls1 = matrix(0,1,u)
JKRwls1 = matrix(0,1,u)
JKGwls1 = matrix(0,1,u)
R2wls1 = matrix(0,1,u)
KTGwls1 = matrix(0,1,u)
SEm1 = matrix(0,2,u)
for (p in 1:u)
{
  JKTwls1[,p] = sum(Y_0[,p]^2) - n*mean(Y_0[,p])^2
  JKRwls1[,p] =
t(BM1[,p])%*tz%*W1%*Y_0[,p] - n*mean(Y_0[,p])^2
  JKGwls1[,p] = JKTwls1[,p] - JKRwls1[,p]
  R2wls1[,p] = abs(JKRwls1[,p]/JKTwls1[,p])
  KTGwls1[,p] = JKGwls1[,p]/(n-p-1)
  SEm1[,p] =
sqrt(diag(solve(tz%*W1%*t(tz)))*KTGwls1[,p]/n)
}
}
58
```


Lampiran 1. *Source code* dalam pembangkitan data dan analisis (lanjutan)

```
twls1=BM1/SEm1
twls1
R2wls1
KTCwls1
pvalueM1=pt(twls1,n-1)
##### Iterasi BERULANG #####
Ewls_old = EoIs
W_old = Wf
BM_dia = BofIs
Iter_max = 10
Matriks_Info = matrix(c(rep(0,Iter_max*6)),Iter_max,6)
for (j in 1:Iter_max)
{
s = median(abs(Ewls_old-median(Ewls_old)))/0.6745
u = Ewls_old/s
W_new = matrix(c(rep(0,n*n)),n,n)
for (i in 1:n)
{
Abso_u=abs(U[i])
if (Abso_u<4.685){W_new[i,i]=(1-(U[i]/4.685)**2)**2}
}
BM_new = solve(tz**W_new**t(tz))**%(tz**W_new**Y_0)
BM_new
JKTwlsnew = matrix(0,1,u)
JKRwlsnew = matrix(0,1,u)
JKGwlsnew = matrix(0,1,u)
R2wlsnew = matrix(0,1,u)
KTCwlsnew = matrix(0,1,u)
SEmnew = matrix(0,2,u)
for (p in 1:u)
{
JKTwlsnew[p] = sum(Y_0[p]**2)/n*mean(Y_0[p])**2
JKRwlsnew[p] = t(BM_new[p])**t(X)**W_new**Y_0[p]-n*mean(Y_0[p])**2
JKGwlsnew[p] = JKTwlsnew[p]-JKRwlsnew[p]
R2wlsnew[p] = abs(JKRwlsnew[p]/JKTwlsnew[p])
KTCwlsnew[p] = JKGwlsnew[p]/(n-p-1)
SEmnew[p] = sqrt(diag(solve(tz**W_new**t(tz))*KTCwlsnew[p])/n)
}
twlsnew=BM_new/SEmnew
twlsnew
```

Lampiran 1. *Source code* dalam pembangkitan data dan analisis (lanjutan)

```
R2wlsnew
pvalueMnew = pt(twls1,n-1)
Norm_Beta_ = sum{(BM_old-BM_new)**2}/4
Norm_Beta_
Ewls_old = Y_0-t(tz)*%*BM_new
BM_old = BM_new
BM_new = matrix(BM_new,2,u)
Matriks_Info[,1] = BM_new[1]
Matriks_Info[,2] = BM_new[2]
Matriks_Info[,3] = twlsnew[1]
Matriks_Info[,4] = twlsnew[2]
Matriks_Info[,5] = R2wlsnew[,i]
Matriks_Info[,6] = Norm_Beta_
}
Matriks_Info

##### LTS-Robust #####
##### Iterasi 1 #####
Bols
Eols = Y_0-t(tz)*%*Bols
Eols2 = (Eols)^2
DATAA = cbind(t(tz),Y_0,Eols,Eols2)
write.csv(DATAA, file = "fff.csv")
u11 = data=read.table("clipboard", sep="\t", header=TRUE)
X1ts1 = cbind(u11$X1,u11$X2)
Blts1 = solve(t(X1ts1)*%*X1ts1)*%*(t(X1ts1)*%*u11$Y_0)
u12 = data=read.table("clipboard", sep="\t", header=TRUE)
X1ts2 = cbind(u11$X1,u11$X2)
Blts2 = solve(t(X1ts1)*%*X1ts1)*%*(t(X1ts1)*%*u11$Y_0)
JKTlts1 = sum(u11$Y_0^2)-n*mean(u11$Y_0)^2
JKRlts1 = t(Blts1)*%*t(X1ts1)*%*u11$Y_0-n*mean(u11$Y_0)^2
JKGlts1 = JKTlts1-JKRlts1
R2lts1 = abs(JKRlts1/JKTlts1)
KTGlts1 = JKGlts1/(n-p-1)
```


Lampiran 2. *Output* pengujian normalitas sisaan model dengan pencilan dan multikolinieritas antar variabel

Uji normalitas pencilan 0%

```
> ks.test(t(tz), Y_0)
Two-sample Kolmogorov-Smirnov test
```

```
data: t(tz) and Y_0
D = 0.18133, p-value = 8.829e-06
alternative hypothesis: two-sided
```

Uji normalitas pencilan 1%

```
> ks.test(t(tz), Y_0)
Two-sample Kolmogorov-Smirnov test
```

```
data: t(tz) and Y_0
D = 0.18, p-value = 1.058e-05
alternative hypothesis: two-sided
```

Uji normalitas pencilan 2%

```
> ks.test(t(tz), Y_0)
Two-sample Kolmogorov-Smirnov test
```

```
data: t(tz) and Y_0
D = 0.177, p-value = 1.58e-05
alternative hypothesis: two-sided
```

Uji normalitas pencilan 3%

```
> ks.test(t(tz), Y_0)
Two-sample Kolmogorov-Smirnov test
```

```
data: t(tz) and Y_0
D = 0.18433, p-value = 5.851e-06
alternative hypothesis: two-sided
```

Uji normalitas pencilan 4%

```
> ks.test(t(tz), Y_0)
Two-sample Kolmogorov-Smirnov test
```

```
data: t(tz) and Y_0
D = 0.187, p-value = 4.036e-06
alternative hypothesis: two-sided
```

Uji normalitas pencilan 5%

```
> ks.test(t(tz), Y_0)
Two-sample Kolmogorov-Smirnov test
```

```
data: t(tz) and Y_0
```

Lampiran 2. *Output* pengujian normalitas sisaan model dengan pencilan dan multikolinearitas antar variabel (lanjutan)

D = 0.19133, p-value = 2.183e-06

alternative hypothesis: two-sided

Hasil uji multikolinearitas

```
> cor.test(Zx$Zx1, Zx$Zx2)
```

Pearson's product-moment correlation

data: Zx\$Zx1 and Zx\$Zx2

t = -1.4872, df = 98, p-value = 0.1402

alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0

95 percent confidence interval:

-0.33520044 0.04929284

sample estimates:

cor

-0.1485637

```
> VIF = 1/(1-(-0.1485637)^2)
```

```
> VIF
```

```
[1] 1.022569
```

```
R> library(car) > test = lm(Y_0[,2]~Zx$Zx1+Zx$Zx2) > vif(test)
```

```
Zx$Zx1 Zx$Zx2
```

```
1.022569 1.022569
```


Lampiran 3. Variabel X1 dan X2 sebelum dan sesudah standarisasi

No	Sebelum Standarisasi		Sesudah Standarisasi	
	X1 ₀	X2 ₀	Zx1	Zx2
1	8,1214	50,6808	-0,1254	0,6744
2	9,0924	50,3373	-0,0700	0,3495
3	13,9612	48,8170	0,2078	-1,0884
4	12,4342	49,6847	0,1207	-0,2678
5	18,9636	49,2214	0,4931	-0,7059
6	4,2702	49,9775	-0,3451	0,0092
7	10,9384	50,9230	0,0353	0,9034
8	8,7978	48,4860	-0,0868	-1,4014
9	13,7240	50,1537	0,1942	0,1758
10	9,4250	50,5196	-0,0510	0,5218
11	13,3707	49,0962	0,1741	-0,8243
12	8,1525	50,8225	-0,1236	0,8084
13	10,8853	48,5015	0,0323	-1,3867
14	5,8958	49,1769	-0,2523	-0,7480
15	7,2586	50,0141	-0,1746	0,0438
16	2,6981	48,4215	-0,4347	-1,4624
17	14,8277	49,4097	0,2572	-0,5278
18	13,7338	49,8418	0,1948	-0,1192
19	4,4813	48,8538	-0,3330	-1,0536
20	20,8618	49,8978	0,6014	-0,0662
21	19,2026	50,2524	0,5068	0,2692
22	9,1740	49,3077	-0,0653	-0,6243
23	3,9135	49,0158	-0,3654	-0,9004
24	12,0568	51,5705	0,0991	1,5157
25	14,9531	48,6054	0,2643	-1,2884
26	10,9908	49,6205	0,0383	-0,3285
27	9,1485	51,6681	-0,0668	1,6080
28	12,3274	49,5836	0,1146	-0,3633

Lampiran 3. Variabel X1 dan X2 sebelum dan sesudah standarisasi
(lanjutan)

No	Sebelum Standarisasi		Sesudah Standarisasi	
	X1 ₀	X2 ₀	Zx1	Zx2
29	13,3261	49,4744	0,1715	-0,4666
30	9,9185	49,1625	-0,0229	-0,7616
31	3,9363	48,7940	-0,3641	-1,1101
32	12,5823	50,9637	0,1291	0,9418
33	5,6615	51,1231	-0,2657	1,0926
34	1,8499	50,2523	-0,4831	0,2691
35	10,3770	49,2400	0,0033	-0,6883
36	2,4850	49,5380	-0,4469	-0,4065
37	7,2936	49,3644	-0,1726	-0,5707
38	16,2581	50,0641	0,3388	0,0911
39	10,4852	50,1007	0,0095	0,1257
40	4,6846	49,7167	-0,3214	-0,2374
41	11,3133	51,0372	0,0567	1,0114
42	11,1173	51,1811	0,0455	1,1475
43	10,6128	49,5895	0,0168	-0,3578
44	12,8225	48,9708	0,1428	-0,9429
45	11,2557	50,8874	0,0534	0,8697
46	9,2749	50,8545	-0,0596	0,8386
47	9,4178	49,1434	-0,0514	-0,7797
48	12,1698	49,9255	0,1056	-0,0400
49	8,9042	51,2917	-0,0807	1,2521
50	9,1405	50,3001	-0,0672	0,3143
51	18,9979	49,6254	0,4951	-0,3238
52	13,8213	49,3515	0,1998	-0,5828
53	13,6476	51,4536	0,1899	1,4052
54	10,6046	50,7420	0,0163	0,7322
55	4,4879	50,3159	-0,3326	0,3292

Lampiran 3. Variabel X1 dan X2 sebelum dan sesudah standarisasi (lanjutan)

No	Sebelum Standarisasi		Sesudah Standarisasi	
	X1 ₀	X2 ₀	Zx1	Zx2
56	4,6442	51,1880	-0,3237	1,1540
57	6,7194	49,6018	-0,2053	-0,3461
58	15,4754	48,6321	0,2941	-1,2633
59	11,9014	48,9962	0,0903	-0,9189
60	9,2555	50,2666	-0,0607	0,2826
61	4,6958	48,0782	-0,3208	-1,7870
62	11,2895	50,5236	0,0554	0,5256
63	12,6683	49,4195	0,1340	-0,5185
64	15,9514	49,5766	0,3213	-0,3700
65	11,0568	49,4081	0,0421	-0,5293
66	8,3564	49,1962	-0,1120	-0,7297
67	14,2780	49,9609	0,2258	-0,0065
68	9,1555	50,2286	-0,0664	0,2467
69	6,6450	51,7707	-0,2096	1,7051
70	14,6985	51,2934	0,2498	1,2537
71	13,7093	50,9243	0,1934	0,9046
72	14,4891	51,6623	0,2379	1,6026
73	18,0859	49,5859	0,4430	-0,3611
74	9,5623	49,5404	-0,0432	-0,4042
75	9,0737	49,5686	-0,0710	-0,3775
76	5,4159	50,6712	-0,2797	0,6652
77	8,6565	50,0997	-0,0948	0,1247
78	13,0396	49,8047	0,1552	-0,1542
79	14,2712	50,3129	0,2254	0,3263
80	13,6146	49,5315	0,1880	-0,4127
81	6,6003	51,4479	-0,2121	1,3998
82	2,2393	53,5811	-0,4609	3,4173

Lampiran 3. Variabel X1 dan X2 sebelum dan sesudah standarisasi (lanjutan)

No	Sebelum Standarisasi		Sesudah Standarisasi	
	X1 ₀	X2 ₀	Zx1	Zx2
83	10,8293	49,3153	0,0291	-0,6171
84	16,7041	48,5794	0,3642	-1,3130
85	1,1245	50,6678	-0,5245	0,6620
86	4,7783	49,9655	-0,3161	-0,0022
87	12,0927	49,6474	0,1012	-0,3030
88	8,7109	49,4413	-0,0917	-0,4979
89	10,0845	53,1740	-0,0134	3,0323
90	17,6590	49,4552	0,4187	-0,4848
91	7,8148	50,5729	-0,1429	0,5723
92	12,6278	49,8933	0,1317	-0,0705
93	11,7951	48,0210	0,0842	-1,8412
94	7,3889	51,0295	-0,1671	1,0041
95	9,2868	49,9704	-0,0589	0,0025
96	10,2856	47,5612	-0,0019	-2,2761
97	13,8240	49,4279	0,1999	-0,5106
98	8,6702	48,5266	-0,0941	-1,3630
99	5,5179	51,2026	-0,2739	1,1678
100	7,0566	50,5329	-0,1861	0,5345

Lampiran 4. Deteksi pencilinan 0% dengan nilai *leverage* pada variabel bebas

No	Hii	Cut-off	Hasil Deteksi
1	0,0049	0,06	0
2	0,0013	0,06	0
3	0,0127	0,06	0
4	0,0008	0,06	0
5	0,0053	0,06	0
6	0,0000	0,06	0
7	0,0087	0,06	0
8	0,0210	0,06	0
9	0,0003	0,06	0
10	0,0029	0,06	0
⋮	⋮	⋮	⋮
90	0,0025	0,06	0
91	0,0035	0,06	0
92	0,0001	0,06	0
93	0,0362	0,06	0
94	0,0108	0,06	0
95	0,0000	0,06	0
96	0,0553	0,06	0
97	0,0028	0,06	0
98	0,0198	0,06	0
99	0,0146	0,06	0
100	0,0031	0,06	0



Lampiran 5. Deteksi penciliran 1% dengan nilai *leverage* pada variabel bebas

No	Hii	Cut-off	Hasil Deteksi
1	0,0003	0,06	0
2	0,0000	0,06	0
3	0,0025	0,06	0
4	0,0003	0,06	0
5	0,0013	0,06	0
6	0,0001	0,06	0
82	0,0154	0,06	0
83	0,0010	0,06	0
84	0,0035	0,06	0
85	0,0003	0,06	0
86	0,0001	0,06	0
87	0,0004	0,06	0
88	0,0008	0,06	0
89	0,8651	0,06	1
90	0,0007	0,06	0
91	0,0002	0,06	0
92	0,0001	0,06	0
93	0,0063	0,06	0
94	0,0009	0,06	0
95	0,0001	0,06	0
96	0,0093	0,06	0
97	0,0008	0,06	0
98	0,0037	0,06	0
99	0,0014	0,06	0
100	0,0002	0,06	0

Lampiran 6. Deteksi pencilinan 2% dengan nilai *leverage* pada variabel bebas

No	Hii	Cut-off	Hasil Deteksi
1	0,0000	0,06	0
2	0,0000	0,06	0
3	0,0017	0,06	0
4	0,0004	0,06	0
⋮	⋮	⋮	⋮
82	0,5207	0,06	1
83	0,0008	0,06	0
84	0,0022	0,06	0
85	0,0000	0,06	0
86	0,0001	0,06	0
87	0,0004	0,06	0
88	0,0006	0,06	0
89	0,4083	0,06	1
90	0,0006	0,06	0
91	0,0000	0,06	0
92	0,0002	0,06	0
93	0,0038	0,06	0
94	0,0002	0,06	0
95	0,0001	0,06	0
96	0,0054	0,06	0
97	0,0007	0,06	0
98	0,0024	0,06	0
99	0,0004	0,06	0
100	0,0000	0,06	0



Lampiran 7. Deteksi pencilinan 3% dengan nilai *leverage* pada variabel bebas

No	Hii	Cut-off	Hasil Deteksi
1	0,0001	0,06	0
2	0,0000	0,06	0
3	0,0011	0,06	0
4	0,0002	0,06	0
...
82	0,4237	0,06	1
83	0,0005	0,06	0
84	0,0015	0,06	0
85	0,0001	0,06	0
86	0,0001	0,06	0
87	0,0002	0,06	0
88	0,0004	0,06	0
89	0,3327	0,06	1
90	0,0003	0,06	0
91	0,0000	0,06	0
92	0,0001	0,06	0
93	0,0026	0,06	0
94	0,0003	0,06	0
95	0,0000	0,06	0
96	0,1983	0,06	1
97	0,0004	0,06	0
98	0,0016	0,06	0
99	0,0004	0,06	0
100	0,0000	0,06	0

Lampiran 8. Deteksi pencilinan 4% dengan nilai *leverage* pada variabel bebas

No	Hii	Cut-off	Hasil Deteksi
1	0,0001	0,06	0
2	0,0000	0,06	0
3	0,0008	0,06	0
4	0,0001	0,06	0
⋮	⋮	⋮	⋮
82	0,3795	0,06	1
83	0,0003	0,06	0
84	0,0011	0,06	0
85	0,0001	0,06	0
86	0,0000	0,06	0
87	0,0001	0,06	0
88	0,0002	0,06	0
89	0,2984	0,06	1
90	0,0002	0,06	0
91	0,0001	0,06	0
92	0,0000	0,06	0
93	0,1140	0,06	1
94	0,0004	0,06	0
95	0,0000	0,06	0
96	0,1735	0,06	1
97	0,0002	0,06	0
98	0,0012	0,06	0
99	0,0005	0,06	0
100	0,0001	0,06	0

Lampiran 9. Deteksi pencilinan 5% dengan nilai *leverage* pada variabel bebas

No	Hii	Cut-off	Hasil Deteksi
1	0,0001	0,06	0
2	0,0000	0,06	0
3	0,0009	0,06	0
4	0,0001	0,06	0
⋮	⋮	⋮	⋮
69	0,0840	0,06	1
70	0,0004	0,06	0
⋮	⋮	⋮	⋮
82	0,3447	0,06	1
83	0,0004	0,06	0
84	0,0012	0,06	0
85	0,0001	0,06	0
86	0,0000	0,06	0
87	0,0002	0,06	0
88	0,0003	0,06	0
89	0,2707	0,06	1
90	0,0003	0,06	0
91	0,0000	0,06	0
92	0,0001	0,06	0
93	0,1061	0,06	1
94	0,0002	0,06	0
95	0,0000	0,06	0
96	0,1610	0,06	1
97	0,0003	0,06	0
98	0,0013	0,06	0
99	0,0004	0,06	0
100	0,0000	0,06	0

Lampiran 10. Nilai TRES data dengan penciliran 0% pada variabel terikat

No	Nilai TRES							
1	-1,10	-1,11	0,81	-2,38	0,35	-0,09	0,46	0,00
2	0,18	0,74	0,01	-1,58	0,07	0,86	0,81	-0,32
3	0,24	0,01	-2,76	-0,55	1,25	-0,19	1,50	-1,02
4	-0,50	-0,24	0,21	-0,41	0,73	-1,20	1,68	0,11
5	0,02	-1,06	-0,08	1,73	0,71	-0,79	1,53	-1,05
6	-0,51	0,64	-0,42	0,25	0,96	-0,61	0,43	-0,23
7	-0,88	1,61	0,65	-0,37	0,18	0,09	-0,16	0,58
8	-0,19	1,10	2,17	0,56	0,62	-1,00	-0,43	1,84
9	-0,82	-0,35	-0,09	0,59	0,68	0,23	-1,67	-0,02
10	0,85	-0,33	-1,36	0,79	-0,15	0,26	0,26	-0,74
11	3,11	1,59	-0,47	0,90	-0,21	-0,76	-0,08	-0,95
12	0,14	0,43	-0,04	0,03	0,51	-0,96	1,91	1,49
13	-0,96	0,35	-0,48	-2,08	1,02	-0,04	0,86	0,05
14	-1,36	0,53	-0,38	0,88	-1,03	-2,19	1,61	1,72
15	0,92	-0,42	-1,22	1,00	1,76	-1,59	1,44	-0,23
∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴	∴
91	-0,38	2,96	-0,27	0,34	0,74	1,29	0,09	-0,33
92	0,67	0,05	1,13	0,15	-0,47	-0,11	-1,42	-0,73
93	1,95	0,12	0,88	0,93	-1,85	0,22	2,18	0,71
94	0,96	0,45	0,01	-0,38	-0,60	-2,67	-1,27	-1,03
95	0,82	0,86	-0,31	-0,49	-0,79	0,28	0,83	-0,48
96	-0,41	0,92	-0,84	-0,16	-0,05	0,35	1,03	1,26
97	-1,38	-1,13	-1,55	-0,11	-0,79	0,40	-1,84	0,79
98	2,20	-0,21	-0,76	0,42	0,65	1,79	0,27	-0,60
99	-1,47	-0,06	-0,95	-0,90	0,36	-0,90	-0,29	0,21
100	-1,18	-0,15	0,00	-0,11	-0,26	-1,47	0,42	0,19

Lampiran 12. Nilai TRES data dengan pencilan 1% pada variabel terikat

No	Nilai TRES								
1	-0,75	-0,77	0,65	-1,07	0,32	-0,10	0,42	...	0,00
2	0,15	0,57	-0,01	-0,73	0,06	0,87	0,76	...	-0,32
3	0,10	-0,06	-2,26	-0,36	1,24	-0,18	1,45	...	-1,02
4	-0,39	-0,21	0,20	-0,24	0,73	-1,21	1,61	...	0,11
5	-0,10	-0,91	0,03	0,67	0,74	-0,78	1,51	...	-1,05
6	-0,30	0,54	-0,41	0,21	0,91	-0,62	0,38	...	-0,22
7	-0,61	1,21	0,54	-0,15	0,17	0,09	-0,16	...	0,58
8	-0,16	0,79	1,86	0,24	0,61	-1,01	-0,40	...	1,84
9	-0,62	-0,30	-0,05	0,24	0,67	0,24	-1,57	...	-0,02
10	0,63	-0,22	-1,18	0,42	-0,16	0,26	0,24	...	0,74
11	2,13	1,11	-0,35	0,35	-0,19	-0,76	-0,05	...	-0,95
12	0,15	0,37	-0,08	0,08	0,48	-0,98	1,79	...	1,49
13	-0,73	0,21	-0,37	-1,06	1,02	-0,03	0,84	...	0,05
14	-0,94	0,42	-0,34	0,46	-1,01	-2,21	1,52	...	1,72
15	0,69	-0,27	-1,07	0,53	1,70	-1,61	1,35	...	-0,23
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
91	-0,23	2,20	-0,27	0,22	0,71	1,29	0,07	...	-0,32
92	0,46	0,01	0,98	0,04	-0,45	-0,11	-1,33	...	-0,73
93	1,32	0,02	0,80	0,35	-1,77	0,23	2,10	...	0,71
94	0,75	0,40	-0,04	-0,10	-0,61	-2,70	-1,23	...	-1,02
95	0,60	0,65	-0,27	-0,22	-0,77	0,28	0,78	...	-0,48
96	-0,36	0,61	-0,66	-0,17	-0,02	0,36	1,01	...	1,26
97	-1,04	-0,89	-1,27	-0,12	-0,74	0,41	-1,72	...	0,79
98	1,54	-0,18	-0,63	0,18	0,65	1,81	0,27	...	-0,60
99	-0,96	0,05	-0,88	-0,32	0,32	-0,92	-0,31	...	0,21
100	-9,62	-8,86	6,06	-17,70	2,30	-0,65	3,25	...	0,04

Lampiran 14. Nilai TRES data dengan pencilan 2% pada variabel terikat

No	Nilai TRES								
1	-0,77	-0,76	0,64	-0,86	0,32	-0,16	0,29	...	0,03
2	0,14	0,49	-0,02	-0,59	0,06	0,67	0,61	...	-0,29
3	0,14	0,02	-2,25	-0,41	1,24	-0,01	-1,36	...	-1,04
4	-0,37	-0,16	0,21	-0,25	0,73	-0,94	1,42	...	0,09
5	-0,05	-0,71	0,05	0,44	0,74	-0,45	1,45	...	-1,10
6	-0,33	0,43	-0,43	0,25	0,91	-0,60	0,25	...	-0,18
7	-0,63	1,07	0,54	-0,09	0,17	0,02	-0,18	...	0,59
8	-0,14	0,77	1,87	0,15	0,61	-0,75	-0,28	...	1,75
9	-0,61	-0,25	-0,05	0,18	0,67	0,23	-1,31	...	-0,03
10	0,62	-0,23	-1,19	0,40	-0,16	0,16	0,16	...	0,74
11	2,16	1,08	-0,34	0,23	-0,18	-0,52	0,04	...	-0,97
12	0,12	0,28	-0,09	0,13	0,48	-0,89	1,45	...	1,49
13	-0,70	0,26	-0,35	-0,99	1,02	0,08	0,81	...	0,00
14	-0,95	0,37	-0,34	0,41	-1,01	-1,82	1,29	...	1,67
15	0,68	-0,28	-1,08	0,49	1,70	-1,37	1,12	...	-0,20
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
91	-0,26	1,95	-0,28	0,25	0,70	0,98	-0,01	...	-0,28
92	0,47	0,03	0,99	0,00	-0,45	-0,05	-1,11	...	-0,73
93	1,36	0,11	0,82	0,19	-1,77	0,35	1,93	...	0,62
94	0,71	0,29	-0,05	0,00	-0,61	-2,32	-1,15	...	-0,94
95	0,59	0,58	-0,27	-0,18	-0,77	0,21	0,66	...	-0,46
96	-0,31	0,66	-0,64	-0,27	-0,02	0,47	1,00	...	1,15
97	-1,01	-0,76	-1,26	-0,17	-0,74	0,43	-1,39	...	0,72
98	1,56	-0,12	-0,62	0,10	0,65	1,55	0,29	...	-0,61
99	0,88	4,36	-0,15	-5,75	0,36	6,88	-5,87	...	-2,49
100	-9,70	-7,70	6,07	-11,06	2,30	-0,62	2,67	...	0,08

Lampiran 15. Deteksi pencilaan 2% dengan TRES pada variabel terikat

No	Deteksi TRES																			
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
...
91	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
97	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
98	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
99	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1
100	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1

Lampiran 16. Nilai TRES data dengan pencilan 3% pada variabel terikat

No	Nilai TRES								
1	-0,75	-0,76	0,25	-0,85	0,27	-0,18	0,25	...	-0,01
2	0,14	0,49	-0,04	-0,59	0,06	0,67	0,45	...	-0,25
3	0,13	-0,02	-0,98	-0,37	0,78	0,01	-0,85	...	-0,76
4	-0,37	-0,16	0,11	-0,24	0,50	-0,94	0,97	...	0,07
5	-0,04	-0,71	0,01	0,42	0,53	-0,46	1,01	...	-0,87
6	-0,33	0,43	-0,13	0,27	0,57	-0,59	-0,11	...	-0,09
7	-0,61	1,07	0,13	-0,12	0,22	-0,02	-0,02	...	0,38
8	-0,16	0,76	1,10	0,20	0,26	-0,69	-0,36	...	1,52
9	-0,59	-0,24	-0,09	0,15	0,52	0,22	-0,85	...	-0,07
10	0,61	-0,23	-0,63	0,37	-0,07	0,15	-0,16	...	-0,55
11	2,11	1,08	-0,10	0,24	-0,18	-0,50	-0,03	...	-0,71
12	0,13	0,29	-0,12	0,11	0,40	-0,92	1,07	...	1,11
13	-0,71	0,25	0,00	-0,91	0,57	0,13	-0,41	...	0,12
14	-0,95	0,37	-0,01	0,44	-0,83	-1,79	0,76	...	1,42
15	0,66	-0,28	-0,49	0,49	1,15	-1,37	0,74	...	-0,14
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
91	-0,25	1,95	-0,18	0,23	0,52	0,97	0,03	...	-0,25
92	0,46	0,03	0,46	-0,01	-0,29	-0,06	-0,75	...	-0,59
93	1,31	0,10	0,63	0,25	-1,41	0,42	1,13	...	0,64
94	0,71	0,30	-0,12	-0,03	-0,35	-2,37	-0,72	...	-0,81
95	0,58	0,58	-0,12	-0,17	-0,55	0,22	0,44	...	-0,36
96	-0,34	0,65	-0,01	-0,17	-0,26	0,56	0,44	...	1,11
97	-1,00	-0,76	-0,59	-0,16	-0,54	0,44	-0,98	...	0,59
98	2,44	0,23	-17,64	-2,37	10,14	-0,98	10,19	...	-7,66
99	0,88	4,37	-0,16	-5,58	0,32	6,90	3,83	...	-2,01
100	-9,37	-7,70	2,57	-10,41	1,61	-0,63	1,84	...	0,04

Lampiran 18. Nilai *TRES* data dengan penciliran 4% pada variabel terikat

No	Nilai TRES								
1	-0,74	-0,75	0,26	-0,85	0,28	-0,19	0,25	...	-0,01
2	0,13	0,49	-0,04	-0,58	0,08	0,50	0,38	...	-0,25
3	0,14	-0,03	-0,99	-0,35	0,68	0,09	-0,59	...	-0,76
4	-0,35	-0,15	0,10	-0,23	0,44	-0,71	0,73	...	0,07
5	-0,01	-0,70	-0,02	0,44	0,40	-0,24	0,66	...	-0,88
6	-0,34	0,42	-0,12	0,25	-0,58	-0,54	-0,17	...	-0,09
7	-0,59	1,06	0,14	-0,13	0,22	-0,03	0,00	...	0,38
8	-0,15	0,76	1,10	0,21	0,23	-0,53	-0,31	...	1,51
9	-0,57	-0,24	-0,10	0,16	0,46	0,21	-0,71	...	-0,07
10	0,59	-0,23	-0,63	0,36	-0,04	0,09	-0,15	...	-0,55
11	2,07	1,08	-0,11	0,25	-0,21	-0,34	-0,09	...	-0,71
12	0,11	0,28	-0,11	0,09	0,40	-0,78	0,89	...	1,11
13	-0,68	0,25	-0,01	-0,89	0,49	0,15	0,28	...	0,12
14	-0,93	0,36	-0,01	0,43	-0,74	-1,44	0,63	...	1,42
15	0,64	-0,28	-0,48	0,47	1,09	-1,12	0,63	...	-0,13
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
91	-0,25	1,94	-0,17	0,22	0,52	0,72	0,07	...	-0,25
92	0,46	0,04	0,45	0,00	-0,29	-0,02	-0,62	...	-0,59
93	1,30	0,11	0,61	0,26	-1,35	0,40	0,82	...	0,64
94	0,68	0,29	-0,11	-0,04	-0,28	-1,92	-0,50	...	-0,81
95	0,56	0,58	-0,12	-0,17	-0,50	0,16	0,36	...	-0,35
96	-0,31	0,65	-0,02	-0,16	-0,28	0,51	0,28	...	1,11
97	-2,52	-1,23	0,66	-1,63	4,06	-7,61	7,72	...	0,77
98	2,38	0,23	-17,63	-2,33	8,70	-0,75	6,75	...	-7,64
99	0,83	4,33	-0,15	-5,51	0,36	4,88	3,05	...	-2,01
100	-8,94	-7,65	2,58	-10,16	1,52	-0,55	1,50	...	0,04



Lampiran 19. Deteksi pencilinan 4% dengan TRES pada variabel terikat

No	Deteksi TRES																			
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:
91	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
97	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0
98	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1
99	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1
100	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0

Lampiran 20. Nilai *TRES* data dengan pencilnan 5% pada variabel terikat

No	Hasil Deteksi								
1	-0,71	-0,75	0,25	-0,71	0,32	-0,23	0,29	...	-0,10
2	0,14	0,40	-0,04	-0,50	0,10	0,46	0,37	...	-0,26
3	0,10	0,15	-0,97	-0,42	-0,55	0,15	0,40	...	-0,53
4	-0,35	-0,11	0,11	-0,23	0,40	-0,68	0,61	...	0,09
5	-0,03	-0,56	-0,01	0,36	0,35	-0,20	0,52	...	-0,72
6	-0,34	0,40	-0,11	0,20	-0,53	-0,51	0,12	...	-0,05
7	-0,55	0,82	0,12	-0,02	-0,29	-0,10	0,11	...	0,21
8	-0,21	0,87	1,12	0,03	0,09	-0,41	-0,44	...	1,56
9	-0,55	-0,25	-0,10	0,18	-0,46	0,18	-0,58	...	-0,10
10	0,61	-0,27	-0,63	0,38	0,00	0,05	0,19	...	0,42
11	2,02	1,05	-0,10	0,15	-0,26	-0,27	-0,16	...	-0,53
12	0,14	0,15	-0,12	0,16	0,44	-0,81	0,86	...	0,88
13	-0,73	0,41	0,02	-0,96	-0,34	0,25	0,08	...	0,30
14	-0,96	0,44	0,01	0,30	-0,78	-1,33	0,44	...	1,39
15	0,63	-0,24	-0,48	0,43	1,02	-1,08	0,54	...	-0,11
...
91	-0,23	1,65	-0,18	0,25	0,53	0,67	0,12	...	-0,29
92	0,45	0,03	0,45	0,00	-0,27	-0,02	-0,54	...	-0,52
93	1,21	0,34	0,64	0,05	-1,44	0,52	0,49	...	0,83
94	0,71	0,14	-0,12	0,06	-0,18	-1,94	-0,32	...	-0,85
95	0,56	0,52	-0,12	-0,16	-0,47	0,16	0,31	...	-0,31
96	1,26	-5,13	-0,64	4,36	3,42	-2,42	5,67	...	-5,17
97	-2,51	-1,04	0,66	-1,53	3,75	-7,23	6,14	...	0,74
98	2,30	0,39	-17,29	-2,28	7,63	-0,63	5,27	...	-6,07
99	0,87	3,61	-0,16	-4,76	0,43	4,61	2,75	...	-1,93
100	-8,78	-6,49	2,56	-8,45	1,47	-0,57	1,35	...	-0,02



Lampiran 21. Deteksi pencilinan 5% dengan TRES pada variabel terikat

No	Hasil Deteksi TRES																												
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
9	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
11	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0									
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
15	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
16	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:	:									
91	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
94	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0									
96	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1							
97	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0			
98	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0	1			
99	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	
100	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0

Lampiran 22. Nilai Cook's Distance

No	Nilai Cook's Distance									
1	4E-03	5E-03	3E-03	2E-02	5E-04	3E-05	6E-04	5E-04	...	3E-09
2	3E-05	5E-04	3E-08	2E-03	4E-06	7E-04	4E-04	3E-04	...	1E-04
3	4E-04	2E-06	6E-02	2E-03	2E-02	3E-04	1E-02	4E-05	...	8E-03
4	4E-04	1E-04	1E-04	3E-04	1E-03	3E-03	4E-03	1E-04	...	3E-05
5	5E-06	3E-02	2E-04	6E-02	1E-02	2E-02	4E-02	1E-03	...	3E-02
6	3E-03	6E-03	2E-03	7E-04	1E-02	4E-03	2E-03	6E-04	...	6E-04
7	5E-03	2E-02	2E-03	8E-04	2E-04	4E-05	1E-04	9E-06	...	2E-03
8	5E-04	2E-02	5E-02	4E-03	5E-03	8E-03	2E-03	2E-02	...	3E-02
9	2E-03	6E-04	5E-05	1E-03	2E-03	2E-04	8E-03	3E-02	...	1E-06
10	1E-03	3E-04	3E-03	9E-04	7E-05	1E-04	8E-05	8E-04	...	9E-04
11	5E-02	2E-02	2E-03	4E-03	3E-04	3E-03	3E-05	3E-03	...	5E-03
12	6E-05	1E-03	9E-06	2E-06	1E-03	3E-03	1E-02	3E-03	...	8E-03
13	9E-03	1E-03	2E-03	4E-02	1E-02	1E-05	6E-03	3E-02	...	2E-05
14	2E-02	4E-03	2E-03	9E-03	2E-02	5E-02	3E-02	3E-02	...	3E-02
15	2E-03	6E-04	4E-03	3E-03	1E-02	6E-03	5E-03	7E-03	...	1E-04
16	5E-04	3E-02	3E-04	4E-04	2E-03	5E-03	2E-05	2E-04	...	3E-04
17	6E-04	4E-06	2E-03	3E-05	3E-04	2E-05	2E-03	5E-04	...	8E-04
18	6E-02	3E-04	1E-02	1E-02	7E-02	7E-04	6E-02	3E-03	...	8E-03
19	7E-03	2E-03	2E-06	1E-03	3E-03	6E-02	1E-02	7E-03	...	1E-02
20	2E-04	3E-04	4E-05	7E-05	2E-04	2E-05	2E-04	2E-03	...	8E-05
21	5E-03	3E-02	3E-02	8E-04	9E-05	4E-03	3E-02	3E-03	...	5E-02
22	1E-02	7E-03	1E-02	6E-05	3E-03	6E-04	1E-02	8E-06	...	3E-03
23	6E-02	7E-04	6E-03	2E-03	6E-03	2E-02	8E-04	4E-08	...	3E-03
24	2E-02	5E-05	2E-02	9E-03	2E-03	1E-02	7E-04	8E-03	...	7E-04
25	5E-03	2E-04	1E-08	5E-05	5E-04	8E-03	6E-04	4E-03	...	1E-04

Lampiran 23. Deteksi Cook's Distance

No	Deteksi Cook's Distance																			
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
91	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
92	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
93	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
94	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
95	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
96	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
97	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
98	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
99	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0