

**“APLICACIÓN DE LAS CADENAS DE MARKOV EN LA TOMA DE  
DECISIONES DE LOS USUARIOS DE LAS ENTIDADES FINANCIERAS  
DE PEREIRA”**

**Presentado por:**

**CAROLINA CORREA GIRALDO**

**JUAN FELIPE HOLGUIN ANAYA**

**LEONARDO SALAS AGUIRRE**

**UNIVERSIDAD LIBRE SECCIONAL PEREIRA**

**FACULTAD DE INGENIERÍAS**

**INGENIERÍA FINANCIERA**

**PEREIRA, 26 de Mayo de 2009**

**“APLICACIÓN DE LAS CADENAS DE MARKOV EN LA TOMA DE  
DECISIONES DE LOS USUARIOS DE LAS ENTIDADES FINANCIERAS  
DE PEREIRA”**

**Presentado por:**

**CAROLINA CORREA GIRALDO  
JUAN FELIPE HOLGUIN ANAYA  
LEONARDO SALAS AGUIRRE**

**Investigador Principal:**

**JHONIER CARDONA**

**Presentado a:**

**Centro de investigación universidad libre**

**UNIVERSIDAD LIBRE SECCIONAL PEREIRA**

**FACULTAD DE INGENIERÍAS**

**INGENIERÍA FINANCIERA**

**PEREIRA, 26 Mayo de 2009**

## TABLA DE CONTENIDO

CONTENIDO	Pág.
INTRODUCCIÓN	15
<b>1. OBJETIVOS</b>	15
1.1 OBJETIVO GENERAL	15
1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	
<b>2. DISEÑO METODOLÓGICO</b>	15
2.1 EL DISEÑO METODOLÓGICO UTILIZADO	15
2.2 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN	16
2.3 LAS LIMITANTES	16
<b>3. EXPLORACIÓN TEÓRICA DE LAS CADENAS DE MARCOV</b>	17
3.1 CLASIFICACIÓN DE LOS ESTADOS EN UNA CADENA DE MARKOV	18
3.2 CADENAS DE MARKOV EN TIEMPO CONTINUO	19
3.3 CLASIFICACIÓN DE PROCESOS MARKOVIANOS	19
3.4 CADENAS DE MARKOV DISCRETAS	20
3.4.1 <i>Representación Gráfica</i>	21
3.5 MATRIZ DE PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN	22
3.5.1 <i>¿Como se representa una Cadena de Markov?</i>	23
3.5.2 <i>Representación Gráfica</i>	25
3.6 APLICACIONES DE LAS CADENAS DE MARCOV	26
3.6.1 <i>Uso De Cadenas De Markov Para La Predicción De La Dinámica Del Comportamiento De Pacientes En Una Unidad De Cuidado Intensivo Cardiológica</i>	26
3.6.2 <i>Resultados</i>	21
3.7 APLICACIÓN DE CADENAS DE MARKOV PARA	35

	PRONÓSTICO DE VOTACIÓN	
	3.7.1 <i>Cadenas de Markov de Primer Orden</i>	36
	3.7.2 <i>Formulación del Modelo</i>	36
	3.7.3 <i>Formulación del Proceso de Votación Como Una Cadena de Markov</i>	37
	3.7.4 <i>Matriz de Transición</i>	38
	3.7.5 <i>Análisis de Probabilidad Usando Cadena de Markov</i>	40
<b>4.</b>	<b>DISEÑO DE UNA CADENA DE MARCOV PARA COLMENA</b>	<b>44</b>
<b>4.1</b>	<b>CARACTERIZACIÓN DE COLMENA BCSC</b>	<b>44</b>
	4.1.1 <i>Colmena BCSC</i>	44
	4.1.2 <i>Su principal objetivo</i>	45
	4.1.3 <i>Sus oficinas</i>	45
	4.1.4 <i>Productos Colmena BCSC</i>	46
	4.1.4.1 <i>Banca personal</i>	46
<b>4.2</b>	<b>DEFINICIÓN DE LA MUESTRA PARA LOS USUARIOS DE LOS SERVICIOS ENTORNO A LAS CUENTAS CORRIENTES, DE AHORROS, Y CDT'S (CUENTA DE DEPOSITO A TERMINO FIJO)</b>	<b>51</b>
	4.2.1 <i>Cuadro de datos colmena BCSC</i>	51
	4.2.2 <i>Fórmula para determinar la muestra</i>	52
<b>4.3</b>	<b>DISEÑO MATRIZ DE TRANSICIÓN</b>	<b>53</b>
	4.3.1 <i>Cuadro numero de encuestas por cada cuenta</i>	53
	4.3.2 <i>Cuadro Matriz de transición</i>	54
<b>4.4</b>	<b>PLANTEAMIENTO DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES</b>	<b>54</b>
	4.4.1 <i>Cuadro Matriz de Transición Teórica</i>	55
	4.4.2 <i>Cuadro Matriz de Transición Numérica</i>	55
<b>4.5</b>	<b>OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES</b>	<b>55</b>
<b>4.6</b>	<b>DISEÑO DIAGRAMA DE ESTADO</b>	<b>56</b>
	4.6.1 <i>Grafico diagrama de Estado teórico</i>	56

<b>4.6.2</b>	<i>Grafico diagrama de estados numérico</i>	57
<b>4.6.3</b>	<i>Explicación diagrama de Estados</i>	58
<b>4.7</b>	<b>CADENA DE MARKOV PARA COLMENA SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)</b>	58
<b>4.7.1</b>	<i>Cuadro Matriz de transición Teórica</i>	59
<b>4.7.2</b>	<i>Cuadro Matriz de transición numérica</i>	59
<b>4.8</b>	<b>OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)</b>	60
<b>4.9</b>	<b>CUADRO Y GRAFICO COMPARATIV ENTRE LAS CADENAS DE MARKOV CON SUCESOS Y SIN SUCESOS INICIALES COLMENA BCSC</b>	61
<b>5.</b>	<b>DISEÑO DE UNA CADENA DE MARKOV PARA DAVIVIENDA</b>	63
5.1	<b>CARACTERIZACIÓN DE DAVIVIENDA S.A.</b>	63
<b>5.1.1</b>	<i>El Banco Davivienda S.A.</i>	63
<b>5.1.2</b>	<i>Su Principal Objetivo</i>	63
<b>5.1.3</b>	<i>Sus oficinas</i>	64
<b>5.1.4</b>	<i>Productos y servicios</i>	65
<b>5.1.5</b>	<i>Ahorro e Inversión</i>	66
5.2	<b>DEFINICIÓN DE LA MUESTRA PARA LOS USUARIOS DE LOS SERVICIOS ENTORNO A LAS CUENTAS CORRIENTES, DE AHORROS, Y CDT'S (CUENTA DE DEPÓSITO A TERMINO FIJO)</b>	68
<b>5.2.1</b>	<i>Cuadro de datos Davivienda</i>	69
<b>5.2.2</b>	<i>Fórmula para determinar la muestra</i>	69
5.3	<b>DISEÑO MATRIZ DE TRANSICIÓN</b>	71
<b>5.3.1</b>	<i>Cuadro Numero de Encuestas Por Cada Cuenta</i>	71
<b>5.3.2</b>	<i>Cuadro Matriz de Transición</i>	71
5.4	<b>PLANTEAMIENTO DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES</b>	71
<b>5.4.1</b>	<i>Cuadro Matriz de transición teórica</i>	72

<b>5.4.2</b>	<i>Cuadro Matriz de transición numérica</i>	72
5.5	OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES	72
5.6	DISEÑO DIAGRAMA DE ESTADO	73
<b>5.6.1</b>	<i>Grafico diagrama de estado teórico</i>	73
<b>5.6.2</b>	<i>Grafico Diagrama de estados numérico</i>	74
<b>5.6.3</b>	<i>Explicación Diagrama de Estados</i>	75
5.7	CADENA DE MARKOV PARA DAVIVIENDA SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)	75
<b>5.7.1</b>	<i>Cuadro Matriz de Transición Teórica</i>	75
<b>5.7.2</b>	<i>Cuadro Matriz de transición Numérica</i>	76
5.8	OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)	77
5.9	CUADRO Y GRAFICO COMPARATIVO ENTRE LAS CADENAS DE MARKOV CON SUCESOS Y SIN SUCESOS INICIALES (DAVIVIENDA S.A.)	78
<b>6.</b>	<b>DISEÑO DE UNA CADENA DE MARCOV PARA BANCO DE OCCIDENTE</b>	80
6.1	CARACTERIZACIÓN DEL BANCO DE OCCIDENTE	80
6.1.1	<i>Banco de Occidente</i>	80
6.1.2	<i>Su principal objetivo</i>	81
6.1.3	<i>Sus oficinas</i>	81
6.1.4	<i>Productos Banco de Occidente</i>	82
6.1.4.1	Banca personal	82
6.1.5	<i>Productos de inversión (CDT)</i>	83
6.1.4.2	Banca Empresarial	85
6.2	DEFINICIÓN DE LA MUESTRA PARA LOS USUARIOS DE LOS SERVICIOS ENTORNO A LAS CUENTAS CORRIENTES, DE AHORROS, Y CDT'S (CUENTA DE DEPÓSITO A TERMINO FIJO).	86
6.2.1	<i>Cuadro de datos Banco de Occidente</i>	86

6.2.2	<i>Fórmula para determinar la muestra</i>	87
6.3	DISEÑO MATRIZ DE TRANSICIÓN	88
6.3.1	<i>Cuadro Numero de Encuestas Por Cada Cuenta</i>	88
6.3.2	<i>Cuadro Matriz de Transición</i>	88
6.4	PLANTEAMIENTO DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES	89
6.4.1	<i>Cuadro Matriz de Transición Teórica</i>	89
6.4.2	<i>Cuadro Matriz de Transición Numérica</i>	89
6.5	OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES	90
6.6	DISEÑO DIAGRAMA DE ESTADO	91
6.6.1	<i>Grafico Diagrama de Estado Teórico</i>	91
6.6.2	<i>Grafico Diagrama de Estados Numérico</i>	92
6.6.3	<i>Explicación diagrama de Estados</i>	93
6.7	CADENA DE MARKOV PARA BANCO DE OCCIDENTE SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)	93
6.7.1	<i>Cuadro Matriz de Transición Teórica</i>	93
6.7.2	<i>Cuadro Matriz de Transición Numérica</i>	94
6.8	OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)	95
6.9	CUADRO Y GRAFICO COMPARATIVO ENTRE LAS CADENAS DE MARKOV CON SUCESOS Y SIN SUCESOS INICIALES (OCCIDENTE)	96
7.	<b>GRÁFICOS COMPARATIVOS</b>	98
7.1	GRÁFICO COMPARATIVO A CORTO PLAZO DE COLMENA, DAVIVIENDA Y BANCO DE OCCIDENTE	98
7.2	GRÁFICO COMPARATIVO A LARGO PLAZO DE COLMENA, DAVIVIENDA Y BANCO DE OCCIDENTE	99
8.	<b>CONCLUSIONES</b>	101
9.	<b>RECOMENDACIONES</b>	104
10.	<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	106

## TABLA DE CUADROS

CONTENIDO	Pág.
<b>EXPLORACIÓN TEÓRICA DE LAS CADENAS DE MARCOV</b>	17
<b>Cuadro 1.</b> Cadenas de tiempo continuo y discreto	20
<b>Cuadro 2.</b> Matriz de transición	22
<b>Cuadro 3.</b> Ejemplo matricial	24
<b>Cuadro 4.</b> Explicación matriz de transición	25
<b>Cuadro 5.</b> Matriz de Probabilidad de transición entre estados	26
<b>APLICACIONES DE LAS CADENAS DE MARCOV.</b>	26
<b>Cuadro 6.</b> Matriz de transición del comportamiento de pacientes en una unidad de cuidados intensivo cardiológica	31
<b>Cuadro 7.</b> Formulación teórica del modelo para pronóstico de votación	37
<b>Cuadro 8.</b> Formulación numérica del modelo para pronóstico de votación	37
<b>Cuadro 9.</b> Matriz de transición del modelo para pronóstico de votación	38
<b>Cuadro 10.</b> Formulación teórica de la matriz de transición de estado, del pronóstico de votación	39
<b>Cuadro 11.</b> Formulación numérica de la matriz de transición de estado, del pronóstico de votación	40
<b>Cuadro 12.</b> Vector por una matriz (pronostico de votación)	42
<b>Cuadro 13.</b> Solución del vector por una matriz (pronostico de votación)	43

<b>DISEÑO DE UNA CADENA DE MARCOV PARA COLMENA</b>	44
Cuadro de datos colmena BCSC	51
Cuadro numero de encuestas por cada cuenta	53
Cuadro Matriz de transición	54
<b>Planteamiento De La Cadena De Markov Con Sucesos Iniciales</b>	54
Cuadro Matriz de transición teórica	55
Cuadro Matriz de transición numérica	55
<b>Cadena De Markov Para Colmena Sin Sucesos Iniciales (A La Larga)</b>	58
Cuadro Matriz de transición teórica	59
Cuadro Matriz de transición numérica	59
<b>Cuadro y grafico comparativo entre las cadenas de Markov con sucesos y sin sucesos iniciales colmena BCSC.</b>	61
<b>Cuadro. 14</b>	62
<b>DISEÑO DE UNA CADENA DE MARKOV PARA DAVIVIENDA</b>	63
Cuadro de datos Davivienda	69
Cuadro numero de encuestas por cada cuenta	71
Cuadro Matriz de transición	71

<b>Planteamiento De La Cadena De Markov Con Sucesos Iniciales</b>	71
Cuadro Matriz de transición teórica	72
Cuadro Matriz de transición numérica	72
<b>Cadena De Markov Para Davivienda Sin Sucesos Iniciales (A La Larga)</b>	75
Cuadro Matriz de transición teórica	75
Cuadro Matriz de transición numérica	76
<b>Cuadro y grafico comparativo entre las cadenas de Markov con sucesos y sin sucesos iniciales (Davivienda S.A.)</b>	78
<b>Cuadro. 15</b>	78
<b>DISEÑO DE UNA CADENA DE MARCOV PARA BANCO DE OCCIDENTE</b>	80
<b>Cuadro. 16. Tasas Cdt's a 90 Días de Banco de Occidente</b>	84
Cuadro de datos Banco de Occidente	86
Cuadro numero de encuestas por cada cuenta	88
Cuadro Matriz de transición	88
<b>Planteamiento De La Cadena De Markov Con Sucesos Iniciales</b>	89
Cuadro Matriz de transición teórica	89
Cuadro Matriz de transición numérica	89

<b>Cadena De Markov Para Banco De Occidente Sin Sucesos Iniciales (A La Larga)</b>	93
Cuadro Matriz de transición teórica	93
Cuadro Matriz de transición numérica	94
<b>CUADRO Y GRAFICO COMPARATIVO ENTRE LAS CADENAS DE MARKOV CON SUCEOS Y SIN SUCEOS INICIALES (OCCIDENTE)</b>	96
<b>Cuadro. 17</b>	96

## TABLA DE GRÁFICOS

<b>CONTENIDO</b>	<b>Pág.</b>
<b>EXPLORACIÓN TEÓRICA DE LAS CADENAS DE MARCOV</b>	17
<b>Grafico 1.</b> Diagrama de estados	22
<b>Grafico 2.</b> Ejemplo de diagrama de estado	24
<b>Grafico 3.</b> Diagrama transición de estados	25
<b>APLICACIONES DE LAS CADENAS DE MARCOV.</b>	
<b>Grafico 4.</b> Rango de variación de los estados de un paciente	29
<b>Grafico 5.</b> Diferencia entre lo observado y pronosticado por el modelo	35
<b>Grafico 6.</b> Probabilidad de votación	41
<b>DISEÑO DE UNA CADENA DE MARCOV PARA COLMENA</b>	44
<b>Diseño diagrama de estado</b>	56
Grafico diagrama de Estado teórico	57
Grafico diagrama de estados numérico	57
<b>Cuadro y Grafico comparativo entre las cadenas de Markov con sucesos y sin sucesos iniciales Colmena BCSC.</b>	61
<b>Grafico.7</b>	62

<b>DISEÑO DE UNA CADENA DE MARKOV PARA DAVIVIENDA</b>	63
<b>Diseño diagrama de estado</b>	73
Grafico diagrama de Estado teórico	73
Grafico diagrama de estados numérico	74
<b>Cuadro Y Grafico Comparativo Entre Las Cadenas De Markov Con Sucesos Y Sin Sucesos Iniciales (Davivienda S.A.)</b>	78
<b>Grafico.8</b>	78
<b>DISEÑO DE UNA CADENA DE MARCOV PARA BANCO DE OCCIDENTE.</b>	80
<b>Diseño diagrama de estado</b>	91
Grafico diagrama de Estado teórico	91
Grafico diagrama de estados numérico	91
<b>CUADRO Y GRAFICO COMPARATIVO ENTRE LAS CADENAS DE MARKOV CON SUCESOS Y SIN SUCESOS INICIALES (OCCIDENTE)</b>	96
<b>Grafico.9</b>	96
<b>GRÁFICOS COMPARATIVOS</b>	98
Gráfico comparativo a corto plazo de Colmena, Davivienda y Banco de Occidente	98
Gráfico comparativo a largo plazo de Colmena, Davivienda y Banco de Occidente.	99

## INTRODUCCIÓN

Una cadena de Markov es una serie de eventos, en la cual la probabilidad de que ocurra un evento depende del evento inmediato anterior. En efecto, las cadenas "Recuerdan" el último evento y esto condiciona las posibilidades de los eventos futuros.

Una cadena de Markov, por tanto, representa un sistema que varía su estado a lo largo del tiempo, siendo cada cambio una transición del sistema. No se conocerá con certeza el estado del sistema a futuro, sino tan solo la probabilidad asociada a cada uno de los estados.

Con las Cadenas de Markov se pueden hacer predicciones de comportamientos futuros. Así, se llama estados a cada una de estas posibilidades que se pueden presentar en un experimento o situación específica, entonces se puede visualizar en las Cadenas de Markov una herramienta que permitiría conocer a corto y largo plazo los estados en que se encontrarían en periodos o tiempos futuros y tomar decisiones que afectaran o favorecerán nuestros intereses.

## **1. OBJETIVOS**

### **1.1 OBJETIVO GENERAL**

Diseñar una cadena de Markov con y sin sucesos iniciales aplicada al comportamiento de los tipos de cuenta en los bancos Colmena BCSC, banco Davivienda y Banco de Occidente.

### **1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Realizar una exploración teórica de las cadenas de Markov.
- Diseñar una cadena de Markov para el Banco Colmena BCSC
- Diseñar una cadena de Markov para el Banco Davivienda
- Diseñar una cadena de Markov para el Banco de Occidente.

## **2. DISEÑO METODOLÓGICO**

### **2.1 EL DISEÑO METODOLÓGICO UTILIZADO**

- Información secundaria (toda la información de segunda mano suministrada por las instituciones para realizar el trabajo).
- Información primaria (mediante un formulario encuesta a los usuarios de las entidades financieras seleccionadas mediante la muestra).

Los tipos de estudios para este proyecto son: Explorativo, Descriptivo y Explicativo.

## **2.2 MÉTODO DE INVESTIGACIÓN**

- Método de Observación Localización de las entidades financieras del estudio, usuarios que se benefician con las diferentes sucursales bancarias, (Banco Colmena BCSC, Davivienda y Banco de Occidente.
- Método de Análisis y síntesis: El análisis consiste en descomponer el todo en sus componentes a efectos de tratar de conocer mas profundamente el fenómeno estudiado, sus causas sus efectos. La síntesis implica una comprensión integral del fenómeno a partir de su reconstrucción, pero esta operación hubiese resultado imposible sin el análisis previo.

## **2.3 LAS LIMITANTES**

Inicialmente se tenía previsto estudiar Bancolombia y Banco de Bogotá, pero se presentaron inconvenientes debido a la negación de la información necesaria para realizar el estudio. Por esto en su reemplazo se accedió a estudiar Colmena BCSC y Banco de Occidente en los que después de solicitar información finalmente fue aprobada.

Otras de las limitantes para realizar el proyecto, fué en la elaboración de la cadena de Markov sin sucesos iniciales del banco Colmena BCSC, lo que obligó a aumentar el número de encuestas para los CDT'S, para poder obtener mejores resultados, ya que si no se hubiese hecho el aumento, la cadena de Markov no habría tenido ninguna proporción.

### 3. EXPLORACIÓN TEÓRICA DE LAS CADENAS DE MARCOV<sup>1</sup>

Las cadenas de Markov se incluyen dentro de los denominados procesos estocásticos. Dichos estudian el comportamiento de variables aleatorias a lo largo del tiempo  $X(t,w)$ . Se definen como una colección de variables aleatorias  $\{X(t,w), t \in I\}$ , donde  $X(t,w)$  puede representar por ejemplo los niveles de inventario al final de la semana  $t$ . El interés de los procesos estocásticos es describir el comportamiento de un sistema de operación durante algunos periodos.

Los procesos estocásticos se pueden clasificar en dos aspectos: si el espacio de estados posibles de la variable aleatoria contiene valores discretos o continuos y de si los valores del tiempo son discretos o continuos.

Las cadenas de Markov, se clasifican, además, dentro de los procesos estocásticos de Markov, que son aquellos en el que el estado futuro de un proceso es independiente de los estados pasados y solamente depende del estado presente.

Las cadenas de Markov están constituidas por un conjunto de valores  $\{X_n, n: 0, 1, 2, \dots\}$  que cumplen la probabilidad de alcanzar cualquier estado  $j$  de la variable depende exclusivamente del estado  $i$  alcanzado en el instante de tiempo anterior.

$$P[X_{n+1} = j / X_n = i, X_{n-1} = i_1, \dots, X_0 = i_0] = P[X_{n+1} = j / X_n = i] \quad \forall i, j$$

---

<sup>1</sup> Información obtenida de la pág. web,  
[http://usuarios.lycos.es/paradojaparrondo/cadenas\\_markov.htm#introduccion](http://usuarios.lycos.es/paradojaparrondo/cadenas_markov.htm#introduccion)

Se define para cada par de estados  $(i, j)$  que se alcanzan en dos pasos consecutivos de  $n$  y  $n+1$  una probabilidad condicional denominada probabilidad de transición  $p_{ij}$ .

$$P[X_{n+1}=j / X_n=i] = p_{ij}$$

Si  $p_{ij}$  no depende del instante  $n$  se dice que la cadena de Markov es homogénea. Las probabilidades de transición estructuradas en forma matricial dan lugar a lo que se denomina matriz de transición. Dicha matriz relaciona los estados de la variable en dos pasos consecutivos y  $n+1$  a través de sus probabilidades de transición.

### 3.1 CLASIFICACIÓN DE LOS ESTADOS EN UNA CADENA DE MARKOV<sup>2</sup>

Las probabilidades de transición asociadas a los estados juegan un papel importante en el estudio de las cadenas de Markov. Para describir con más detalles las propiedades de una cadena de Markov es necesario presentar algunos conceptos y definiciones que se refieren a estos estados.

Un estado  $j$  es accesible desde el estado  $i$  si para algún  $n$  se tiene que  $p_{ij}^{(n)} > 0$ .

Una cadena de Markov se puede dividir en clases. Una clase está formada por todos los estados que son accesibles entre sí.

Un estado es aperiódico si la variable aleatoria puede encontrarse en el mismo estado en dos períodos consecutivos.

---

<sup>2</sup> Información obtenida de la pág. web,  
[http://usuarios.lycos.es/paradojaparrondo/cadenas\\_markov.htm#clasificaciondestados](http://usuarios.lycos.es/paradojaparrondo/cadenas_markov.htm#clasificaciondestados)

Un estado  $i$  es recurrente positivo si comenzando en el estado  $i$  el tiempo esperado para que el proceso regrese al estado  $i$  es finito.

Un estado se denomina ergódico si es recurrente positivo y además aperiódico. Una cadena es ergódica si todos sus estados son ergódicos.

### 3.2 CADENAS DE MARKOV EN TIEMPO CONTINUO<sup>3</sup>

Se etiquetan los estados posibles del sistema  $0, 1, \dots, M$ . Se comienza en  $0$ , y  $t \geq 0$ . Sea la v.a.  $X(t')$  el estado del sistema en  $t'$ . Tomará un valor en  $0 \leq t' < t_1$ , después tomará otro valor en  $t_1 \leq t' < t_2, \dots$

Es interesante conocer el estado del proceso en  $t' = s + t$  ( $t$  unidades en el futuro). Será sencillo conocerlo si el proceso tiene la propiedad markoviana:

$$P\{X(s+t)=j/X(s)=i \text{ y } X(r)=x(r)\} = P\{X(s+t)=j/X(s)=i\} \quad "i, j \text{ y } "r \geq 0, s > r \text{ y } t > 0.$$

$P\{X(s+t)=j/X(s)=i\}$  es una probabilidad de transición. Si es independiente de  $s$ , se llamará probabilidad de transición estacionaria.

Un proceso estocástico de tiempo continuo  $\{X(t); t \geq 0\}$  es una cadena de Markov de tiempo continuo si tiene la propiedad markoviana.

### 3.3 CLASIFICACIÓN DE PROCESOS MARKOVIANOS

- Los procesos Markovianos se clasifican de acuerdo al tipo de espacio y tipo de parámetro.

---

<sup>3</sup> Información obtenida de la pág. web,

[http://usuarios.lycos.es/paradojaparrondo/cadenas\\_markov.htm#cadenasmkovcontinuo](http://usuarios.lycos.es/paradojaparrondo/cadenas_markov.htm#cadenasmkovcontinuo)

- Si el espacio de estados es discreto el proceso recibe el nombre de Cadena de Markov, en el otro caso, de espacio continuo, se conoce como Proceso de Markov.
- Según el parámetro temporal, en ambos casos se dividen en procesos o cadenas de Tiempo Continuo o Tiempo Discreto.

	<b>Espacio Continuo</b>	<b>Espacio Discreto</b>
<b>Tiempo Continuo</b>	<b>Proceso de Markov de tiempo continuo</b>	<b>Cadena de Markov de tiempo continuo</b>
<b>Tiempo Discreto</b>	<b>Proceso de Markov de tiempo discreto</b>	<b>Cadena de Markov de tiempo discreto</b>

**Cuadro 1. Cadenas de tiempo continuo y discreto<sup>4</sup>**

### **3.4 CADENAS DE MARKOV DISCRETAS**

Como las cadenas de Markov poseen espacio de estados discreto, estos se pueden nombrar:

---

<sup>4</sup> cuadro 1. Cadenas de tiempo continuo y discreto, obtenido de la pág. Web, [www.elo.utfsm.cl/~ipd436/CMPD.ppt](http://www.elo.utfsm.cl/~ipd436/CMPD.ppt)

- $\{E_0, E_1, E_2, \dots\}$
- Sin embargo, para simplificar la notación, se asocian a los números naturales:

Para el caso general el entero  $i$  representa al estado  $E_i$ .

Para denotar el estado en que se encuentra la cadena en un tiempo  $n$  se utilizará la siguiente notación:

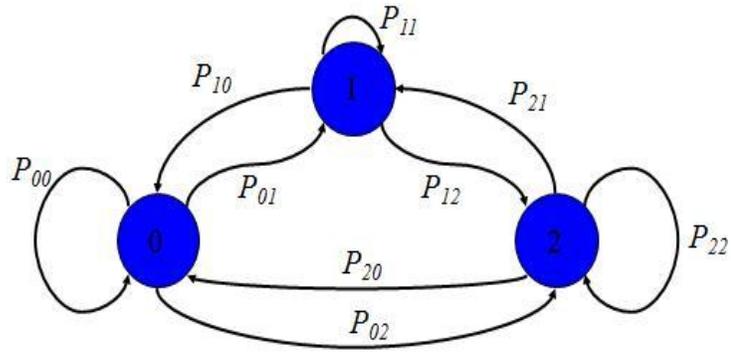
- $X_n=i$  , estar en el estado  $i$  en el tiempo  $n$ .
- La probabilidad de transición para ir desde el estado  $i$  al estado  $j$  en un paso es:
- $P_{ij} = P[X_{n+1}=j \mid X_n=i]$

En general  $P_{ij}(n)$  depende de  $n$ .

Cuando  $P_{ij}(n)$  no depende de  $n$ , la probabilidad de transición desde el estado  $i$  al  $j$  no varia en el tiempo.

### **3.4.1 Representación Gráfica**

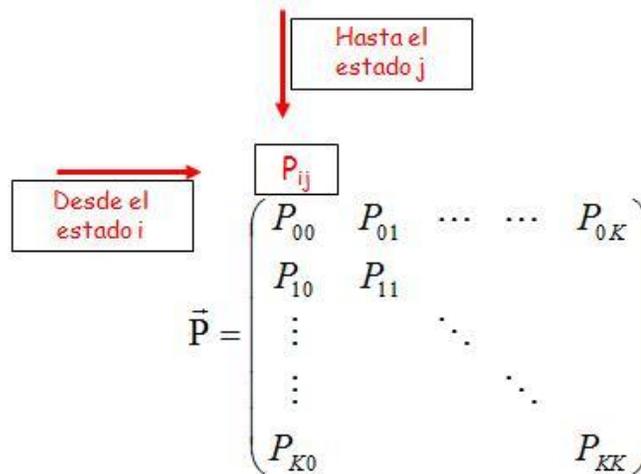
- Es posible representar una cadena de Markov por un grafo.
- Cada nodo representa a un elemento del espacio muestral.
- Cada arco dirigido representa a la probabilidad de transición  $P_{ij}$  ( desde  $i$  a  $j$  ) asociada al par de estados que conecta  $(i, j)$



**Grafico 1. Diagrama de estados<sup>5</sup>**

### 3.5 MATRIZ DE PROBABILIDAD DE TRANSICIÓN

Las probabilidades de transición  $P_{ij}$  se pueden representar en una matriz cuadrada llamada Matriz de Probabilidad de Transición de la cadena.



**Cuadro 2. Matriz de transición<sup>6</sup>**

<sup>5</sup> Grafico 1. Diagrama de estados, obtenido de la pág. Web, [www.elo.utfsm.cl/~ipd436/CMPD.ppt](http://www.elo.utfsm.cl/~ipd436/CMPD.ppt)

<sup>6</sup> Cuadro 2. Matriz de transición, obtenido de la pág. Web, [www.elo.utfsm.cl/~ipd436/CMPD.ppt](http://www.elo.utfsm.cl/~ipd436/CMPD.ppt)

Las propiedades de la matriz de transición de probabilidad son:

$$1. \quad 1 \geq P_{ij} \geq 0 \quad ; \quad i, j = 0, 1, 2, \dots$$

Como cada elemento de la matriz representa una probabilidad, ésta debe tener un valor entre **0** y **1**.

Las propiedades de la matriz de transición de probabilidad son:

$$2. \quad \sum_{j=0}^{\infty} P_{ij} = 1 \quad ; \quad \text{para } i = 0, 1, 2, \dots$$

Esto significa que para cada estado la suma de todas las probabilidades de transición sean 1.

Además, dentro de cada fila los valores son no negativos, estos valores están entre **0** y **1**. La suma de los valores de la fila es 1, luego, se dice que la **matriz es de tipo estocástica**.

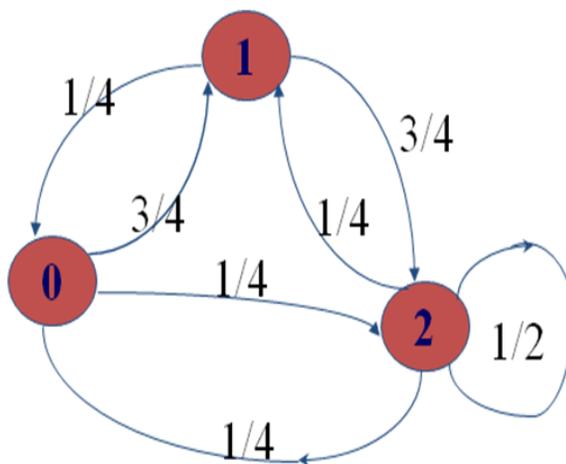
**Ejemplo:**

### ***3.5.1 ¿Como se representa una Cadena de Markov?***

Existen dos formas de representar una cadena de Markov; en forma GRÁFICA y en forma MATRICIAL

$$P = \begin{bmatrix} 0 & 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 0 & 3/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1/2 \end{bmatrix}$$

**Cuadro 3. Ejemplo matricial<sup>7</sup>**



**Grafico 2. Ejemplo de diagrama de estado<sup>8</sup>**

<sup>7</sup> Cuadro 3. Ejemplo matricial, obtenido de la pág. Web,

[www.elo.utfsm.cl/~jpd436/CMPD.ppt](http://www.elo.utfsm.cl/~jpd436/CMPD.ppt)

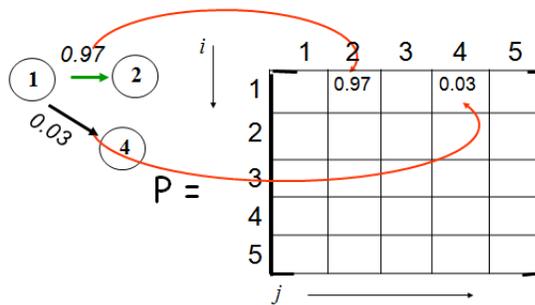
<sup>8</sup> Grafico 2. Ejemplo de diagrama de estado, obtenido de la pág. Web,

[www.elo.utfsm.cl/~jpd436/CMPD.ppt](http://www.elo.utfsm.cl/~jpd436/CMPD.ppt)

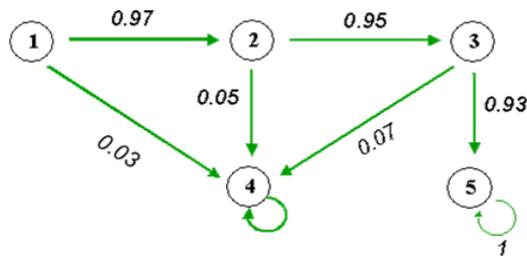
### 3.5.2 Representación Gráfica

El diagrama de estados puede representarse en forma de tabla de la siguiente manera:

- En la posición  $(i,j)$  de la matriz se coloca la probabilidad de transitar desde el estado  $i$  al estado  $j$



**Cuadro 4. Explicación matriz de transición<sup>9</sup>**



**Grafico 3. Diagrama transición de estados<sup>10</sup>**

<sup>9</sup> Cuadro 4. Explicación matriz de transición, obtenido de la pág. Web, [www.elo.utfsm.cl/~ipd436/CMPD.ppt](http://www.elo.utfsm.cl/~ipd436/CMPD.ppt)

<sup>10</sup> Grafico 3. Diagrama transición de estados, obtenido de la pág. Web, [www.elo.utfsm.cl/~ipd436/CMPD.ppt](http://www.elo.utfsm.cl/~ipd436/CMPD.ppt)

$$P = \begin{array}{c|ccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline 1 & 0 & 0.97 & 0 & 0.03 & 0 \\ \hline 2 & 0 & 0 & 0.95 & 0.05 & 0 \\ \hline 3 & 0 & 0 & 0 & 0.07 & 0.93 \\ \hline 4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \hline 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline \end{array}$$

**Cuadro 5. Matriz de Probabilidad de transición entre estados<sup>11</sup>**

### 3.6 APLICACIONES DE LAS CADENAS DE MARCOV

#### 3.6.1 *Uso De Cadenas De Markov Para La Predicción De La Dinámica Del Comportamiento De Pacientes En Una Unidad De Cuidado Intensivo Cardiológica<sup>12</sup>*

Una Cadena de Markov corresponde a una clase específica de proceso estocástico en el ámbito de modelos probabilísticos [25, 26]. En este trabajo  $x_t$  denotará el *estado* de un paciente en el instante de tiempo futuro  $t$ . Esto define un proceso estocástico que corresponde a la secuencia  $x_0, x_1, x_2, x_3, \dots$ , que representa su nivel de gravedad a través del tiempo, en la cual usualmente el valor de un  $x_t$  depende de los valores previos en la secuencia. A medida que transcurre el tiempo, los cambios de *estado* tienen lugar en términos probabilísticos y son representados a través de las denominadas probabilidades de transición entre *estados*, que en el caso de las transiciones

<sup>11</sup> cuadro 5. Matriz de probabilidad de transición entre estados, obtenido de la pág. Web,

[www.elo.utfsm.cl/~jpd436/CMPD.ppt](http://www.elo.utfsm.cl/~jpd436/CMPD.ppt)

<sup>12</sup> Información de uso de cadenas de Markov para la predicción de la dinámica del comportamiento de pacientes en una unidad de cuidado intensivo cardiológica, obtenida de la Pág. Web.

<http://www.scielo.cl/pdf/ingeniare/v14n2/art09.pdf>

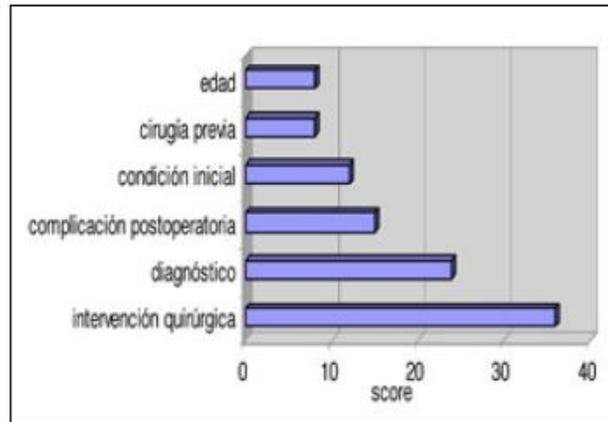
en una etapa corresponde a la probabilidad de pasar de un estado a otro desde una etapa de tiempo  $t$  a la siguiente  $t+1$ .

Las hipótesis que contempla este modelo markoviano en discusión son las siguientes:

- a.** Supone un número finito de estados para describir el comportamiento dinámico de los pacientes.
- b.** Supone conocida una distribución de probabilidades al inicio del horizonte de estudio ( $t=0$ ), que refleje ya sea a qué estado de los previamente definidos pertenece un paciente de la UCIC, o bien, los porcentajes de pacientes en cada estado en la UCIC.
- c.** Supone que la transición de un estado actual a otro en el futuro depende solamente del estado actual (propiedad markoviana).
- d.** Que la probabilidad de esta transición sea independiente de la etapa de tiempo considerada (propiedad estacionaria), esto es, que no cambie en el tiempo de estudio del sistema. Naturalmente, la validez del modelo y las respuestas entregadas dependen esencialmente del cumplimiento de las propiedades markoviana y estacionaria, por ende, resulta necesario un análisis para establecer cuán adecuadas son en cada caso particular.

Para definir los estados de la cadena se empleará un determinado índice o score, asociado a un nivel de riesgo y gravedad de un paciente en la UCIC. Para determinar este score se toman en cuenta seis factores: edad,

condición inicial, diagnóstico de gravedad, cirugía previa, intervención quirúrgica y complicaciones postoperatorias. Los cuatro primeros tienen relación con el estado del paciente al ingreso, en tanto los dos últimos dan cuenta de la evolución del paciente en su permanencia en la UCIC. A cada uno de estos factores se asigna un score dentro de un cierto rango. El rango no es el mismo para cada factor, pues permite establecer diferencias relativas entre los distintos aspectos considerados. Naturalmente, el score asignado en cada caso queda determinado, a su vez, por diferentes niveles de riesgo o gravedad dentro de cada factor. Así, por ejemplo, para un factor como la intervención quirúrgica, un cierre de ductus o una reparación de coartación tienen un score 4; en tanto una operación Norwood, una reparación de tronco arterioso 1 ó 2; un doble switch o un Jatene con reparación de interrupción de cayado aórtico tienen un score 36. A su vez, en un factor epidemiológico como la edad el rango va desde un score 2 para mayores de dos años a un score 8 para niños menores de un mes. La importancia relativa entre los distintos factores se consigue definiendo un score máximo que cambia con la importancia del factor considerado, el score máximo para la edad es 8, para una cirugía previa 8, para la condición inicial es 12, para las complicaciones postoperatorias 16, para el diagnóstico 24 y para el tipo de intervención quirúrgica 36. El gráfico 4 muestra los rangos de variación del score para los distintos aspectos que determinan el estado de una paciente, gráfica que permite apreciar tanto la importancia relativa entre ellos así como el hecho de que los factores iniciales y aquellos que determinan su evolución tienen, a su vez, la misma importancia relativa.



**Grafico 4. Rango de variación de los estados de un paciente<sup>13</sup>**

Rangos de variación del score para cada factor.

A partir de la suma de los scores para cada aspecto particular, se obtiene el score de un paciente para cada etapa de tiempo  $t$  en que permanece en la UCIC.

Este score determina finalmente la clasificación de la gravedad de un paciente, etapa por etapa, en cualquiera de los siguientes estados: Estado **A** (riesgo bajo, score menor o igual 25), Estado **B** (riesgo medio, 26 menor o igual score menor o igual 41), Estado **C** (riesgo alto, 42 menor o igual score menor o igual 57) y Estado **D** (riesgo grave, score mayor o igual 58). Adicionalmente, a los estados anteriores se agrega un Estado **E**, para indicar que un paciente ya abandonó la UCIC en alguna etapa de tiempo. De esta manera, a partir de datos históricos con toda la evolución de un paciente

<sup>13</sup> Grafico 4. Rango de variación de los estados de un paciente, obtenido de la pág. Web,

<http://www.scielo.cl/pdf/ingeniare/v14n2/art09.pdf>

particular, desde el momento en que ingresa a la UCIC hasta que la abandona, digamos al cabo de T etapas de tiempo (para cada ingreso a la UCIC por separado), podemos resumir la dinámica de su comportamiento a través de una secuencia conocida (trayectoria) como ser:

$$x_0=\mathbf{C}, x_1=\mathbf{C}, x_2=\mathbf{D}, x_3=\mathbf{B}, \\ x_4=\mathbf{B}, \dots, x_{T-1}=\mathbf{A}, x_T=\mathbf{E}.$$

Una vez construido el conjunto de secuencias para todos los ingresos a la UCIC registrados en una base de datos histórica de cierto periodo, se procede al cálculo de las probabilidades de transición entre estados. En lo que sigue, denotamos por  $p_{ij}$  la probabilidad de transición (en una etapa) desde el estado  $i$  al estado  $j$ , con  $i=\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  y  $j=\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}$ . La probabilidad  $p_{ij}$  resulta de calcular el cociente entre la cantidad total de transiciones desde el estado  $i$  al estado  $j$  y el total de dichas transiciones que simplemente se inician en el estado  $i$ , considerando todas aquellas transiciones (en una etapa) que tengan lugar en cualquier etapa del conjunto de secuencias. Adicionalmente, definimos las siguientes probabilidades de transición para el estado

$$\mathbf{E}: p_{EA}=0, p_{EB}=0, p_{EC}=0, p_{ED}=0 \text{ y } p_{EE}=1.$$

Como es usual, las respectivas probabilidades se resumen en la matriz de probabilidades de transición (en una etapa)

$$P = (p_{ij})_{i,j=\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}, \mathbf{E}}.$$

Por último, cabe destacar de la teoría de Cadenas de Markov que la matriz  $P^n$  ( $P$  elevada a la  $n$ ésima potencia) provee, a su vez, las probabilidades de transición al cabo de  $n$ -etapas, probabilidades que denotamos por  $p_{ij}(n)$ , necesarias para conocer en términos probabilísticos la dinámica de la

permanencia de un paciente que ingresa a la UCIC en uno cualquiera de los estados considerados, como se verá en la siguiente sección.

### 3.6.2 Resultados

En este artículo se considera una muestra de 64 ingresos diferentes, cuyos datos fueron registrados en la UCIC durante un periodo de aproximadamente 14 meses y 156 con pacientes cuyas estadías variaron entre 1 y 32 días y que sirvió como base para el trabajo de Peña [27] en el estudio y aplicación de estas metodologías. Para simplificar los cálculos realizados, cada etapa de la Cadena de Markov corresponde a un periodo de dos días y los datos considerados abarcan pacientes que estuvieron entre una y 16 etapas. Así entonces, para cada uno de los 64 ingresos se calculó el score de cada paciente en cada etapa de su permanencia, lo que determinó, a su vez, la secuencia de estados en el sistema. De las 64 secuencias se obtuvo la siguiente matriz de probabilidades de transición (en una etapa), cuyos elementos  $p_{ij}$  corresponden a la probabilidad de pasar de un estado  $i$  a un estado  $j$  al cabo de dos días:

$$P = \begin{bmatrix} 103/169 & 8/169 & 1/169 & 0 & 57/169 \\ 46/194 & 114/194 & 22/194 & 10/194 & 2/194 \\ 11/50 & 18/50 & 18/50 & 2/50 & 1/50 \\ 0 & 6/14 & 2/14 & 2/14 & 4/14 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Cuadro 6. Matriz de transición del comportamiento de pacientes en una unidad de cuidados intensivo cardiológica<sup>14</sup>**

<sup>14</sup>Cuadro 6. Matriz de transición del comportamiento de pacientes en una unidad de cuidados intensivo cardiológica, obtenido de la pág. Web, <http://www.scielo.cl/pdf/ingeniare/v14n2/art09.pdf>

Notar que la cadena resultante tiene dos clases de estados: una clase de estados transientes, formada por los estados **A**, **B**, **C** y **D**, y una clase de estados recurrentes, formada por el estado absorbente **E**. Además, la cadena posee una distribución estacionaria que indica que con probabilidad 1 el paciente hará abandono de la UCIC en el largo plazo. En lo que sigue, hacemos la predicción de la permanencia en la UCIC de un paciente que ingresa en un estado cualquiera. Para ello, definimos primeramente la variable aleatoria (v.a.) discreta  $X_{ij}(n)$ , que toma el valor 1, si un paciente que ingresa en el estado  $i$  está en el estado  $j$  al cabo de  $n$  etapas y el valor 0, en caso contrario. Claramente, se verifica que  $E(X_{ij}(n))=p_{ij}(n)$ , esto es, el valor esperado de dicha v.a. es simplemente la probabilidad de transición del estado  $i$  al estado  $j$  al cabo de  $n$  etapas, probabilidad que puede ser obtenida a partir de la componente  $(i,j)$  de la matriz  $P_n$ . Enseguida, definimos:

$$\text{la v.a. } V_{ij}(n) = \sum_{m=1, n} X_{ij}(m)$$

Como el número de veces que el paciente, que ingresó en el estado  $i$ , estuvo en el estado  $j$  durante  $n$  etapas. Dado lo anterior,

$$E(V_{ij}(n)) = E\left(\sum_{m=1, n} X_{ij}(m)\right) = \sum_{m=1, n} P_{ij}^{(m)}$$

Representa el número esperado de etapas que un paciente, que ingresó en el estado  $i$ , estuvo en el estado  $j$ , considerando un total de  $n$  etapas de transición.

Luego, para cada estado inicial  $i$ , definimos:

$$V_i(n) = \sum_{j=A,B,C,D} E(V_{ij}(n))$$

Que representa la cantidad de etapas que un paciente estuvo en el sistema, dado que ingresó en el estado  $i$ . Para un valor suficientemente grande de  $n$ , que denotamos por  $n = \infty$ ,  $V_i(\infty)$  indica cuántas etapas (en promedio) estuvo un paciente cualquiera que ingresó en un estado inicial dado  $i$ . Para  $n=16$  en el problema en estudio, los valores de  $V_i(16)$  corresponden más precisamente a:

$$V_A(16) = 3.002 \text{ etapas} = 6.0 \text{ días},$$

$$V_B(16) = 6.328 \text{ etapas} = 12.7 \text{ días},$$

$$V_C(16) = 5.996 \text{ etapas} = 12.0 \text{ días},$$

$$V_D(16) = 4.402 \text{ etapas} = 9.0 \text{ días}.$$

Los valores de  $V_i(\infty)$  permiten calcular la estadía promedio estimada de un paciente cualquiera ( $ep$ ). En efecto, suponiendo conocida una distribución inicial  $f_0$ , donde  $f_{i0}$  representa la probabilidad de que un paciente ingrese en el estado  $i$ , resulta entonces

$$ep = \sum_{j=A,B,C,D} f_{i0} V_j(\infty).$$

Usando los valores de  $V_i(16)$ , para aproximar los de  $V_i(\infty)$ , y la distribución inicial a la que da origen los datos de la muestra de 64 pacientes, se tiene un valor estimado de etapas en la estadía de 5.824 etapas (correspondiente a 11.6 días). Notar que, al definir:

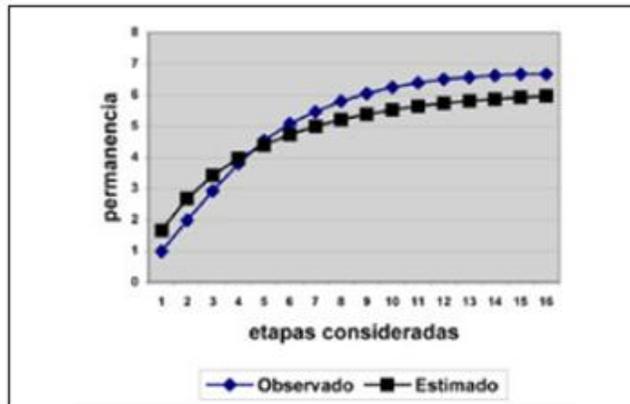
$$v_j(n) = \sum_{i=A,B,C,D} f_{i0} \left( \sum_{m=1,n} P_{ij}^{(m)} \right),$$

Que representa el total (esperado) de etapas que un paciente estuvo en el estado  $j$ , independientemente de su estado inicial, considerando un total de  $n$

etapas de transición, con un valor de  $n$  suficientemente grande, digamos  $n = \infty$ , la estadía promedio equivale igualmente a:

$$ep = \sum_{j=A,B,C,D} v_j(\infty).$$

Con el propósito de validar la metodología adoptada se dividió la muestra inicial en dos grupos de 32 pacientes cada uno, elegidos al azar. A partir de los datos de uno de los grupos se hicieron los cálculos anteriores para obtener la estadía promedio estimada usando valores de  $n=1,2,\dots,16$  etapas. Con los datos del otro grupo se construyeron los valores de la llamada estadía promedio observada para cada valor de  $n$ . Estos últimos resultan de calcular primeramente el número de veces que se visitó un determinado estado  $j$  en las  $n$  etapas de toda la muestra de este grupo (considerando las secuencias truncadas de hasta  $n$  etapas) dividido por el tamaño de la muestra, cuya posterior suma tomando todos los valores posibles de  $j=A, B, C$  y  $D$  arroja la estadía observada. La figura. 2 permite apreciar las diferencias entre la permanencia promedio observada y la estimada por el modelo, con los respectivos grupos de 32 pacientes. La diferencia arrojada para ambos valores no es estadísticamente significativa con  $p=0.05$ .



**Grafico 5. Diferencia entre lo observado y pronosticado por el modelo<sup>15</sup>**

### **3.7 APLICACIÓN DE CADENAS DE MARKOV PARA PRONÓSTICO DE VOTACIÓN<sup>16</sup>**

La técnica de los procesos de Markov constituye una herramienta interesante para aplicar a los procesos de votación. El objetivo es usar esta técnica para mejorar los pronósticos electorales, sobre todo cuando es elevado el número de indecisos. La mecánica se basa en realizar el pronóstico teniendo en cuenta los resultados obtenidos en las últimas elecciones y la intensidad actual del voto.

<sup>15</sup> Grafico 4. Diferencia entre lo observado y pronosticado por el modelo, obtenido de la página Web, <http://www.scielo.cl/pdf/ingeniare/v14n2/art09.pdf>

<sup>16</sup> Información de aplicación de cadenas de Markov para pronóstico de votación, obtenida de la Página Web. <http://www.waporcolonia.com/papers/rodriguez.pdf>

### **3.7.1 Cadenas de Markov de Primer Orden**

Pueden usarse como un modelo ideal del proceso en la intensión del voto. Las cadenas de Markov de primer orden se basan en las siguientes propiedades:

- El conjunto de sucesos posibles es finito.
- La probabilidad del siguiente suceso depende del suceso inmediato anterior.
- Las probabilidades permanecen constantes.

Cada suceso individual se denomina estado, que será, de acuerdo a los tiempos que se estén analizando, la intensión del voto, o bien el voto elegido por cada elector en un tiempo determinado. Por lo tanto habrá tantos estados como sucesos posibles de votación.

La notación que se usara es la siguiente:

$V_i$  significa el estado de voto  $i$ -ésimo

La letra  $n$  el numero de pasos o incrementos en los estados del proceso, por lo tanto  $n=0$ , puede representar el pasado inmediato;  $n=1$  el presente y  $n=2$  representa el suceso posible en la siguiente ocasión.

### **3.7.2 Formulación del Modelo**

La forma en que se debe formular los estados del problema es presentado en el siguiente cuadro:

<b>ESTADO</b>	<b>DESCRIPCIÓN</b>
$V_1$	Vota por el candidato 1
$V_2$	Vota por el candidato 2
$V_3$	Vota por el candidato 3
*	*
*	*
*	*
$V_m$	Vota por el candidato m

**Cuadro 7. Formulación teórica del modelo para pronóstico de votación<sup>17</sup>**

### ***3.7.3 Formulación del Proceso de Votación Como Una Cadena de Markov***

Ejemplo: supongamos que son tres los candidatos en una elección, si no se tienen en cuenta los votos nulos y en blanco, entonces son tres los estados posibles.

Si se tiene el estado del voto en las elecciones anteriores y se mide la intensidad del voto actual, entonces se puede construir la siguiente tabla:

<b>Voto pasado (n=0)</b>	<b>Intención del voto actual (n=1)</b>		
	<b>%vota por candidato 1</b>	<b>%vota por candidato 2</b>	<b>%vota por candidato 3</b>
<b>Votó por candidato 1</b>	60	15	25
<b>Votó por candidato 2</b>	20	50	30
<b>Votó por candidato 3</b>	10	10	80

**Cuadro 8. Formulación numérica del modelo para pronóstico de votación<sup>18</sup>**

<sup>17</sup> cuadro 7. Formulación teórica del modelo para pronóstico de votación, información obtenida de la pág. Web, <http://www.waporcolonia.com/papers/rodriguez.pdf>

Esta tabla muestra la probabilidad de que un votante que votó por el candidato 1 ( $V_1$ ) en las elecciones anteriores ( $n=0$ ), pueda votar ahora ( $n=1$ ), al candidato 1 (60%), al candidato 2 (15%), o al candidato 3 (25%), de igual manera se puede leer la información para los otros estados.

### 3.7.4 Matriz de Transición

Consiste en escribir la tabla anterior en forma de un cuadro de probabilidades y se le designa con la letra **P**.

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} V_1 & V_2 & V_3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0.60 & 0.15 & 0.25 \\ 0.20 & 0.50 & 0.30 \\ 0.10 & 0.10 & 0.80 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

**Cuadro 9. Matriz de transición del modelo para pronóstico de votación<sup>19</sup>**

Ahora puede considerarse como una matriz *desde – Hasta*. Cada elemento representa la probabilidad de desplazarse desde un estado hasta otro, por ejemplo, la probabilidad de pasar de un estado 2 a un estado 1 es 0.2, dicho de otro modo, la probabilidad que se haya votado al candidato 2 y se vote ahora por el candidato 1 es de 0.2-

Se designa a cada elemento con la notación  $P_{ij}$ .

---

<sup>18</sup> cuadro 8. Formulación numérica del modelo para pronóstico de votación, información obtenida de la pág. Web, <http://www.waporcolonia.com/papers/rodriguez.pdf>

<sup>19</sup> cuadro 9. Matriz de transición del modelo para pronóstico de votación, información obtenida de la pág. Web, <http://www.waporcolonia.com/papers/rodriguez.pdf>

Ejemplo:  $p_{12} = 0.15$  significa probabilidad según fila 1 y columna 2, que el que votó por el candidato 1 vote ahora por el candidato 2.

Desde	Hasta		
	V <sub>1</sub>	V <sub>2</sub>	V <sub>3</sub>
V <sub>1</sub>			
V <sub>2</sub>			
V <sub>3</sub>			

**Cuadro 10. Formulación teórica de la matriz de transición de estado, del pronóstico de votación<sup>20</sup>**

Ejemplo: ¿Cuál es la probabilidad que una persona que anteriormente votó por el candidato 3, lo vuelva a votar en estas elecciones?

Respuesta: La probabilidad es 0.8.

Una matriz de transición debe tener las siguientes condiciones:

- Cada elemento debe ser una probabilidad
- Cada fila debe sumar exactamente 1

<sup>20</sup> cuadro 10. Formulación teórica de la matriz de transición de estado, del pronóstico de votación, información obtenida de la pág. Web,

<http://www.waporcolonia.com/papers/rodriguez.pdf>

### 3.7.5 Análisis de Probabilidad Usando Cadena de Markov

Supongamos que en el estado  $n=0$ , o en las últimas elecciones la votación fue la siguiente:

Candidato 1 = 45%

Candidato 2 = 22%

Candidato 3 = 33%

Y que es el estudio de opinión nos permite obtener la tabla siguiente:

Voto pasado ( $n=0$ )	Intención del voto actual ( $n=1$ )		
	%vota por candidato 1	%vota por candidato 2	%vota por candidato 3
<b>Votó por candidato 1</b>	60	15	25
<b>Votó por candidato 2</b>	20	50	30
<b>Votó por candidato 3</b>	10	10	80

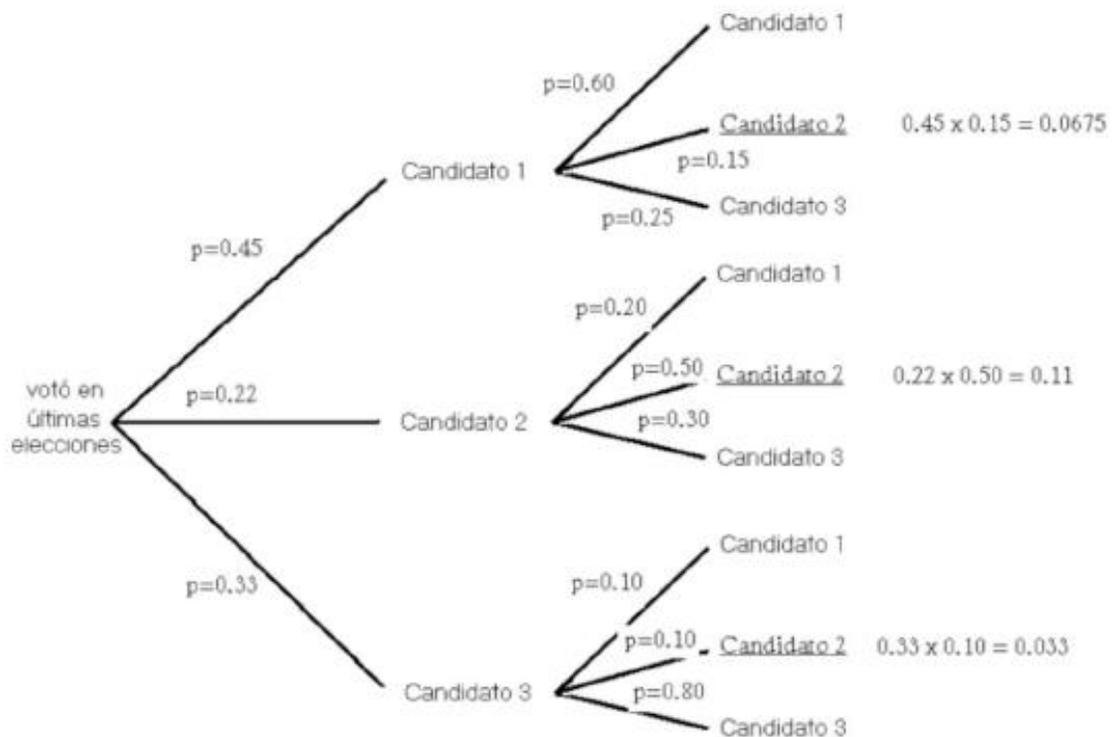
**Cuadro 11. Formulación numérica de la matriz de transición de estado, del pronóstico de votación<sup>21</sup>**

La matriz de transición puede utilizarse para determinar la probabilidad de voto en el siguiente paso, es decir en las siguientes elecciones.

Para ver este efecto se analiza el problema planteando la probabilidad que en las elecciones siguientes gane el candidato 2.

---

<sup>21</sup> cuadro 11. Formulación numérica de la matriz de transición de estado, del pronóstico de votación, del pronóstico de votación, información obtenida de la pág. Web, <http://www.waporcolonia.com/papers/rodriguez.pdf>



**Gráfico 6. Probabilidad de votación<sup>22</sup>**

La probabilidad que se vote al candidato 2 teniendo en cuenta los resultados electorales pasados se formula de la siguiente manera:

Que haya votado por el candidato 1 y ahora tenga la intención de votar por el candidato 2, ó que haya votado por el candidato 2 y ahora tenga la intención de votarlo de nuevo, ó que haya votado por el candidato 3 y ahora tenga la intención de votar por el candidato 2.

<sup>22</sup> Grafico 6. Probabilidad de votación, información obtenida de la pág. Web, <http://www.waporcolonia.com/papers/rodriguez.pdf>

$$\text{Intensi3n de voto por candidato 2} = 0.0675 + 0.11 + 0.033 = 0.2105$$

De la misma manera se puede calcular la intenci3n de voto para los otros dos candidatos. Pero se va a formular este problema como una cadena de Markov.

$$V^1 = V^0 P$$

$V^1$  = Vector Intenci3n del voto actual

$V^0$  = Vector Intenci3n del voto en elecciones pasadas

P = Matriz de transici3n

La formula anterior es el producto de un vector por una matriz

$$\begin{bmatrix} 0,45 & 0,22 & 0,33 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0,60 & 0,15 & 0,25 \\ 0,20 & 0,50 & 0,30 \\ 0,10 & 0,10 & 0,80 \end{pmatrix}$$

**Cuadro 12. Vector por una matriz (pronostico de votaci3n)<sup>23</sup>**

Obs3rvese que el resultado obtenido en la intenci3n de voto por el candidato 2 de 0.2105 resulta de multiplicar el vector [0.45 0.22 0.33] por la segunda columna de la matriz.

---

<sup>23</sup> cuadro 12. Vector por una matriz (pronostico de votaci3n), informaci3n obtenida de la p3g. Web,

<http://www.waporcolonia.com/papers/rodriguez.pdf>

Se puede utilizar Excel para realizar los cálculos, el vector por la matriz de transición genera el vector resultado como puede verse en la siguiente aplicación con Excel.

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>
1	Multiplicación de vector por matriz			
2				
3	Vector	0,45	0,22	0,33
4				
5		0,60	0,15	0,25
6	Matriz	0,20	0,50	0,30
7		0,10	0,10	0,80
8				
9				
10		V1	V2	V3
11	Resultado	0,347	0,2105	0,4425

**Cuadro 13. Solución del vector por una matriz (pronostico de votación)<sup>24</sup>**

<sup>24</sup> cuadro 13. Solución del vector por una matriz (pronostico de votación), información obtenida de la pág. Web,

<http://www.waporcolonia.com/papers/rodriguez.pdf>

Se ve que la intención de voto es:

Candidato 1 = 34.7%

Candidato 2 = 21.05%

Candidato 3 = 44.25%

#### **4. DISEÑO DE UNA CADENA DE MARCOV PARA COLMENA**

##### **4.1 CARACTERIZACIÓN DE COLMENA BCSC**

###### **4.1.1 Colmena BCSC<sup>25</sup>**

El pasado 27 de junio de 2005 culminó el proceso de integración entre los Bancos Colmena y Caja Social, dando como resultado una sola persona jurídica, cuyo nombre es BCSC. De esta manera, se dio un importante paso en la consolidación de un Banco más sólido y competitivo, con mayores fortalezas para potencializar su desarrollo y crecimiento en el mercado financiero colombiano.

El BCSC es una entidad con activos por 4.4 billones de pesos y 2'700.000 clientes, una red de 278 oficinas, 464 cajeros automáticos y presencia en 53 ciudades del país.

---

<sup>25</sup> Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA,

[www.colmena.com.co](http://www.colmena.com.co)

Un Banco que se presenta a sus clientes a través de dos redes: Colmena BCSC y Banco Caja Social BCSC, con el firme propósito de mantener el modelo de servicio, la atención, la cercanía y los interlocutores con que tradicionalmente se han relacionado.

De esta forma, los 1'500.000 clientes de Colmena BCSC cuentan con el servicio de siempre a través de los diversos canales como, Oficinas Colmena BCSC, AudioColmena, Cajeros automáticos e Internet.

#### **4.1.2 Su principal objetivo<sup>26</sup>**

Es el de trabajar para generar más y mejores oportunidades que promuevan el crecimiento de los colombianos y el desarrollo económico del país. Colmena BCSC seguirá siendo el apoyo financiero para el progreso de las familias colombianas.

#### **4.1.3 Sus oficinas<sup>27</sup>**

Colmena cuenta con 3 oficinas en la ciudad de Pereira, ubicadas en la Av. Circunvalar No. 10-75, Cuba Cra. 25 No. 70-02, Centro Cra. 7 No. 19-32, con un amplio horario de atención de lunes a viernes de 8.00 am a 8.00 pm y los sábados de 9.00 am a 3.00 pm dentro de la oficina principal en el centro de Pereira, las otras oficinas manejan horarios de 8.00 am a 11.30 am, y de

---

<sup>26</sup> Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA, [www.colmena.com.co/quienes\\_somos.html](http://www.colmena.com.co/quienes_somos.html)

<sup>27</sup> Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA, [www.colmena.com.co/oficinas](http://www.colmena.com.co/oficinas)

2.00 pm a 6.00 pm, la ciudad cuenta con 4 cajeros en total distribuidos dos en la oficina principal y uno en cada oficina restante.

#### **4.1.4 Productos Colmena BCSC**

##### **4.1.4.1 Banca personal<sup>28</sup>**

Productos de Ahorro, Productos de Inversión, Productos de Crédito, Productos de Crédito Hipotecario, Cuenta Corriente, Portafolio Complementario, Tarjeta de Crédito, Tarjeta Débito , Medios Electrónicos, Giros Internacionales, Pago de Impuestos Corresponsales no Bancarios, Pago Electrónico de Impuestos.

Se realizara explicación detallada de los servicios a utilizar (cuentas corrientes, cuentas de ahorro, y productos de inversión CDT.

##### **A. Productos de ahorro<sup>29</sup>**

- Todo cuenta.
- Pagadiario
- Techo colmena Bcsc.
- Cuenta AFC, Colmena BCSC.
- Cuenta para pensionados.
- Rentafacil.

---

<sup>28</sup> Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA,  
[http://www.colmena.com.co/banca\\_personal.html](http://www.colmena.com.co/banca_personal.html)

<sup>29</sup> Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA,  
[http://www.colmena.com.co/personal/ahorro\\_personal.html](http://www.colmena.com.co/personal/ahorro_personal.html)

## B. Cuenta Corriente<sup>30</sup>

- El monto de apertura es de \$500.000.
- No tiene cuota de manejo.
- Primera chequera gratis.
- Consignación en cualquier oficina a nivel nacional **sin costo**.
- Pago nacional de cheques por ventanilla **sin costo**.
- Pago de servicios públicos, pago de tarjeta crédito, crédito de consumo y crédito hipotecario a través de Internet sin ningún costo.
- Cupo de sobregiro, canje y remesa de acuerdo con sus necesidades.
- Plazo de sobregiro de 15 días.
- Chequeras de 25, 50 y 100 cheques.
- Tarjeta Débito Colmena BCSC Maestro la cual le permite tener acceso a todos los medios electrónicos que tiene la entidad: Cajeros Automáticos, Audiocolmena, Internet y pago en establecimientos comerciales.
- Envío mensual del extracto a domicilio.
- Consulta de saldo 24 horas a través de Internet, Audiocolmena y Cajeros Electrónicos.
- Traslados automáticos de recursos entre Cuentas Corrientes y de Ahorros por medio de Internet y Audiocolmena previa matricula de cuentas o a través de Cajeros Automáticos Colmena BCSC a nivel nacional.
- Reconocimiento de intereses sobre saldo diario disponible, de acuerdo a las tasas vigentes para Colmena BCSC.

---

<sup>30</sup> Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA,  
[http://www.colmena.com.co/personal/corriente\\_personal.html](http://www.colmena.com.co/personal/corriente_personal.html)

- Disponibilidad inmediata de su dinero.
- Posibilidad de realizar sus pagos sin necesidad de dinero en efectivo.
- Variedad en canales transaccionales y medios de manejo.
- Diferentes alternativas de cupo según su necesidad.

### **C. Productos de inversión (CDT )<sup>31</sup>**

- Tasas de interés de acuerdo con los plazos y montos de apertura.
- Monto mínimo de apertura \$500.000.
- Es un depósito a término fijo con plazo mínimo de 30 días.
- Entrega de intereses al vencimiento.
- Son transferibles mediante endoso y pueden ser negociados en las Bolsas de Valores.
- Tiene renovación automática.
- Es irredimible (no se puede liquidar antes del periodo pactado).
- Puede tener más de un titular con posibilidad de seleccionar el tipo de manejo, bien sea individual, conjunto o alternativo.

### **D. Banca Empresarial<sup>32</sup>**

Productos de Ahorro, Productos de Inversión, Productos de Crédito, Cuenta Corriente, Giros Internacionales, Tarjeta de Crédito, Portafolio

---

<sup>31</sup> Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA,

[http://www.colmena.com.co/personal/inversion\\_personal\\_cdt.html](http://www.colmena.com.co/personal/inversion_personal_cdt.html)

<sup>32</sup> Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA,

[http://www.colmena.com.co/banca\\_empresarial.html](http://www.colmena.com.co/banca_empresarial.html)

Complementario, Medios Electrónicos Empresariales, Convenios Empresariales, Operaciones Internacionales, Transacciones Empresariales, NUEVO! Transacciones Banca Empresarial, Manual usuario Internet Banca Empresarial, Pago Electrónico de Impuestos.

### **E. Productos de ahorro<sup>33</sup>**

- Todo cuenta.
- Paga diario.

### **F. Cuenta corriente<sup>34</sup>**

- Monto de apertura es de \$1.000.000.
- Consignación en cualquier oficina a nivel nacional **sin costo**.
- Pago nacional de cheques por ventanilla **sin costo**.
- Cupo de sobregiro, canje y remesa\*.
- Plazo de sobregiro de 30 días.
- Chequeras de 25, 50, 100 cheques y cheques especiales.
- Envío mensual del extracto a domicilio.
- Consulta de saldo por Internet o Audiocolmena.

---

<sup>33</sup> Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA,

[http://www.colmena.com.co/empresarial/ahorro\\_empresarial.html](http://www.colmena.com.co/empresarial/ahorro_empresarial.html)

<sup>34</sup> Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA,

[http://www.colmena.com.co/empresarial/corriente\\_empresarial.html](http://www.colmena.com.co/empresarial/corriente_empresarial.html)

- Traslados automáticos de recursos entre Cuentas Corrientes y de Ahorros por medio de Internet y Audiocolmena, previa matricula de cuentas que puede realizar en cualquier oficina.

### **G. Productos de inversión (CDT )<sup>35</sup>**

- Tasas de interés de acuerdo con los plazos y montos de apertura.
- Monto mínimo de apertura \$500.000.
- Es un depósito a término fijo con plazo mínimo de 30 días.
- Entrega de intereses al vencimiento.
- Son transferibles mediante endoso y pueden ser negociados en las Bolsas de Valores.
- Tiene renovación automática.
- Es irredimible (no se puede liquidar antes del periodo pactado).
- Puede tener más de un titular con posibilidad de seleccionar el tipo de manejo, bien sea individual, conjunto o alternativo.

---

<sup>35</sup>Información obtenida de la pág. web del banco COLMENA,

[http://www.colmena.com.co/empresarial/ahorro\\_empresarial\\_cdt.html](http://www.colmena.com.co/empresarial/ahorro_empresarial_cdt.html)

#### 4.2 DEFINICIÓN DE LA MUESTRA PARA LOS USUARIOS DE LOS SERVICIOS ENTORNO A LAS CUENTAS CORRIENTES, DE AHORROS, Y CDT'S (CUENTA DE DEPOSITO A TERMINO FIJO)

Se realizó visita a la entidad financiera COLMENA BCSC, solicitando información correspondiente a la cantidad de usuarios que poseen cuenta en alguno de los tres instrumentos financieros más representativos dentro del sector (cuentas de ahorros, cuentas corrientes, y CDT'S). Donde se logro obtener los siguientes datos para dicha elaboración de la muestra:

##### 4.2.1 Cuadro de datos colmena BCSC<sup>36</sup>

<b>INSTRUMENTO</b>	<b>N° CLIENTES</b>	<b>PORCENTAJE</b>
CUENTA CORRIENTE	6.716	11,27%
CUENTA AHORRO	52.668	88,36%
CDT	221	0,37%
<b>TOTAL</b>	<b>59.605</b>	<b>100%</b>

El cuadro anterior nos muestra la cantidad de clientes que poseen cuentas corrientes, ahorros o CDT, en la principal de COLMENA BCSC, con esta información se realizo la siguiente formula con el fin de hallar la muestra (numero de encuestas a realizar).

---

<sup>36</sup> Información obtenida directamente del banco colmena BCSC

#### 4.2.2 Fórmula para determinar la muestra

Formula Teórica:

$$n = \frac{N \times (Z)^2 \times (P) (Q)}{(N-1) (e)^2 + (Z)^2 * (P) (Q)}$$

Donde:

n = Muestra.

N = Numero de clientes.

Z = Nivel de confianza.

P = Probabilidad de éxito.

Q = Probabilidad de Fracaso.

Se utilizo dentro de la formula las constantes P = 0.5 y Q = 0.5, ya que con dichas proporciones se alcanza el máximo tamaño muestral.

$$N = \frac{\text{Total nº clientes} \times (1.96)^2 \times (0.5) (0.5)}{(\text{Total nº clientes}-1) (0.10)^2 + (1.96)^2 * (0.5) (0.5)}$$

$$N = \frac{59.605 \times (1,96)^2 \times (0,5) (0,5)}{(59.605 -1) (0,10)^2 + (1,96)^2 (0,5) (0,5)}$$

$$N = \frac{59.605 \times (3,8416) \times (0,25)}{(59.604) (0,01) + (3,8416) (0,25)}$$

$$N = \frac{57.244}{597} \longrightarrow \boxed{N = 95} \text{ Total numero de encuestas a realizar.}$$

$$\text{Cta. Corriente} = 95 \times 11,26\% = 10$$

$$\text{Cta. Ahorros} = 95 \times 88,36\% = 84$$

$$\text{CDT`S} = 95 \times 0,37\% = 1$$

95 Total.

### 4.3 DISEÑO MATRIZ DE TRANSICIÓN

#### 4.3.1 Cuadro numero de encuestas por cada cuenta

CTA AHORROS		CDT`S		CTA CORRIENTE	
Corriente	11	Corriente	0	Corriente	6
Ahorros	51	Ahorros	0	Ahorros	2
Cdt	22	Cdt	1	Cdt	2
<b>Total</b>	<b>84</b>	<b>Total</b>	<b>1</b>	<b>Total</b>	<b>10</b>

Se hizo un aumento de 7 encuestas para CDT debido a que con una no se obtenía como resultado una proporción lógica de la cadena de Markov a largo plazo, y se hizo el siguiente cambio en las encuestas de CDT:

CDT`S	
Corriente	1
Ahorros	2
Cdt	5
<b>Total</b>	<b>8</b>

#### 4.3.2 Cuadro Matriz de transición

COLMENA BSCS	CORRIENTE	AHORROS	CDT
CORRIENTE	0,60	0,20	0,20
AHORROS	0,13	0,61	0,26
CDT	0,13	0,25	0,63

#### 4.4 PLANTEAMIENTO DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES

Para la realización de dicha cadena se tomara como suceso inicial los porcentajes de clientes hallados en el total del número de usuarios sobre cada cuenta que son 11% cuentas corrientes, 88% cuenta de ahorro, 1% CDT (certificado de depósito a término):

$$P1 = 11\%$$

$$P2 = 88\%$$

$$P3 = 1\%$$

##### 4.4.1 Cuadro Matriz de Transición Teórica

$$\begin{array}{l} P1, P2, P3 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline d & e & f \\ \hline g & h & i \\ \hline \end{array}
 = \begin{array}{l} P1 = (P1a + P2d + P3g) \\ P2 = (P1b + P2e + P3h) \\ P3 = (P1c + P2f + P3i) \end{array}$$

#### 4.4.2 Cuadro Matriz de Transición Numérica

0.11 , 0.88 , 0.01	<b>CTE</b>	0,6	0,2	0,2	= P1, P2, P3
	<b>AHORRO</b>	0,13	0,61	0,26	
	<b>CDT</b>	0,13	0,25	0,63	

$$P1 = (0,066 + 0,1144 + 0,0013)$$

$$P1 = 0,1817 \text{ (18,17\%)}$$

$$P2 = (0,022 + 0,5368 + 0,0025)$$

$$P2 = 0,5613 \text{ (56,13\%)}$$

$$P3 = (0,022 + 0,2288 + 0,0063)$$

$$P3 = 0,2571 \text{ (25,71\%)}$$

#### 4.5 OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES

En el corto plazo se espera que los usuarios de cuenta corriente pasen de un 11% a un 18%, obteniéndose un incremento de 7 puntos porcentuales, los usuarios de cuenta de ahorro pasaran de un 88% a un 56% presentándose un descenso en esta cuenta de 32 puntos porcentuales, y los CDT'S pasaran de un 1% a un 26% obteniéndose un aumento en 25 puntos porcentuales.

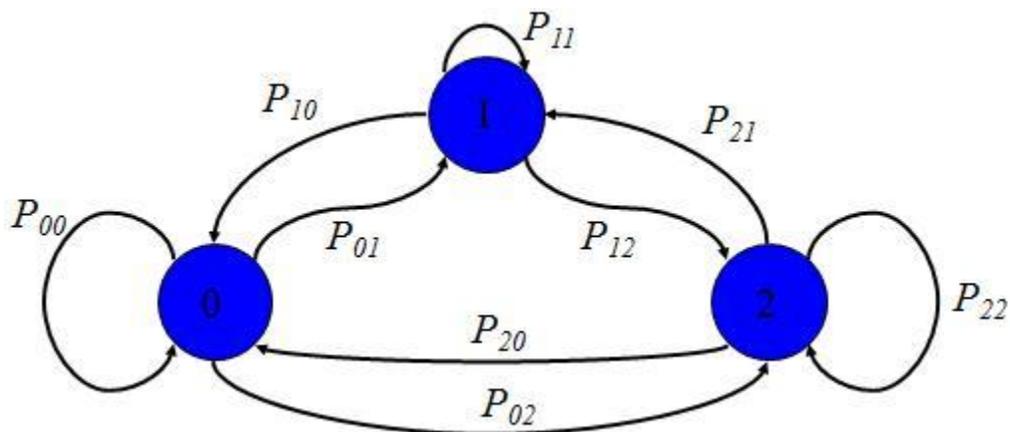
Lo anterior muestra como los usuarios de estos servicios en dicha institución financiera tienden a utilizar más cuentas corrientes y CDT'S reduciendo por

efecto las correspondientes cuentas de ahorro, sin que por ello estas se encuentren por encima de la anterior, ya que las personas siempre buscan tener una mayor rentabilidad con un menor riesgo y los CDT'S así lo ofrecen con sus beneficiosos incluyendo la tasa fija, es decir, que si un CDT se pacta a un 10%, así las tasas de interés en el mercado financiero disminuyan, el banco debe pagar la tarifa inicialmente pactada con esto doblando la rentabilidad que ofrece la cuenta de ahorro ya que esta solo reconoce intereses diarios sobre rangos de saldos pero muy bajos , y por su parte las cuentas corrientes, otra opcionada para el cambio de los clientes en sus cuentas muestran una rentabilidad hasta del 4% de interés fijo.

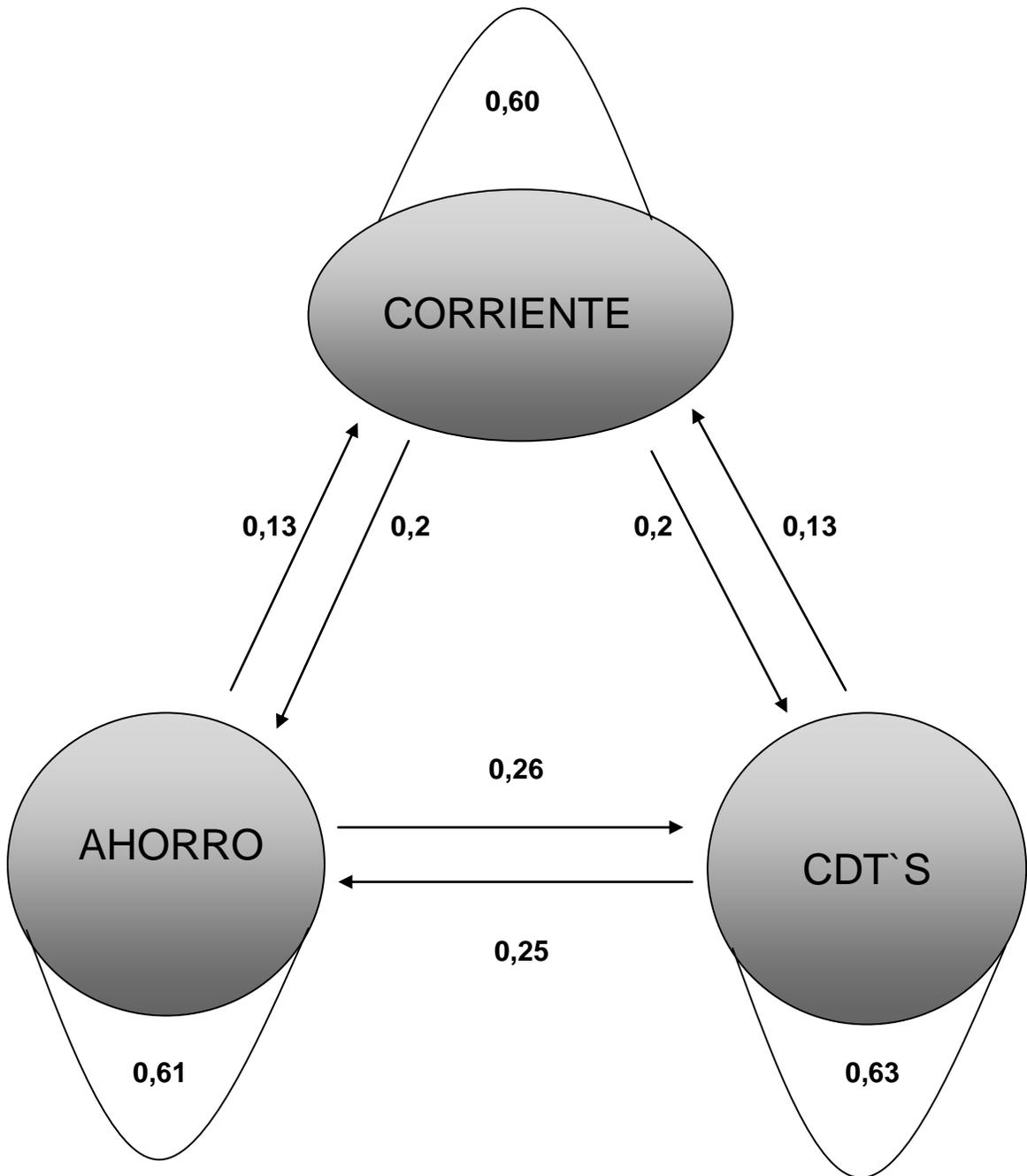
#### 4.6 DISEÑO DIAGRAMA DE ESTADO

##### 4.6.1 Grafico diagrama de Estado teórico

Una forma de describir una cadena de Markov es con un diagrama de estados, como el que se muestra en la figura En ésta se ilustra un sistema de Markov con tres estados posibles: 0, 1, 2. La probabilidad condicional o de transición de moverse de un estado a otro se indica en el diagrama.



4.6.2 Grafico diagrama de estados numérico



### 4.6.3 Explicación diagrama de Estados

El diagrama de Estado muestra que dentro de la cuenta corriente seguirán con cuenta corriente el 60%; se pasará u obtendrá un CDT el 20%; y se pasará u obtendrá una cuenta de ahorros el 20%.

Dentro de cuenta de ahorros, seguirán con cuenta de ahorros el 61%; se pasará u obtendrá un CDT el 26%; y se pasará u obtendrá una cuenta corriente el 13%.

Dentro de CDT, seguirán con CDT el 63%; se pasará u obtendrá una cuenta de ahorros el 25%; y se pasará u obtendrá una cuenta corriente el 13%.

## 4.7 CADENA DE MARKOV PARA COLMENA SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)

### 4.7.1 Cuadro Matriz de transición Teórica

P1, P2, P3	a	b	c
	d	e	f
	g	h	i

 =

$$(P1a + P2d + P3g) = P1$$

$$(P1b + P2e + P3h) = P2$$

$$(P1c + P2f + P3i) = P3$$

#### 4.7.2 Cuadro Matriz de transición numérica

	<b>CTE</b>	<b>AHORRO</b>	<b>CDT</b>	
<b>P1, P2, P3</b>	<b>CTE</b>	0,60	0,20	0,20
	<b>AHORRO</b>	0,13	0,61	0,26
	<b>CDT</b>	0,13	0,25	0,63

$$0,6P1+0,13P2+0,13P3 = P1$$

$$0,2P1+0,61P2+0,25P3 = P2$$

$$0,2P1+0,26P2+0,63P3 = P3$$

Igualando a cero

$$-0,4P1+0,13P2+0,13P3 = 0$$

$$0,2P1-0,39P2+0,25P3 = 0$$

$$0,2P1+0,26P2-0,37P3 = 0$$

	<b>CTE</b>	<b>AHORRO</b>	<b>CDT</b>	
<b>CTE</b>	1	1	1	1
<b>AHORRO</b>	0,2	0,26	-0,37	0
<b>CDT</b>	0,2	-0,39	0,25	0

F1\*(-0,2)+F2  
F1\*(-0,2)+F3

	<b>CTE</b>	<b>AHORRO</b>	<b>CDT</b>	
<b>CTE</b>	1	1	1	1
<b>AHORRO</b>	0	0,06	-0,57	-0,2
<b>CDT</b>	0	-0,59	0,05	-0,2

F2\*(1/0,06)

	<b>CTE</b>	<b>AHORRO</b>	<b>CDT</b>	
<b>CTE</b>	1	1	1	1
<b>AHORRO</b>	0	1	-9,5	-3,33
<b>CDT</b>	0	-0,59	0,05	-0,2

F2\*(-1)+F1  
F2\*(0,59)+F3

	CTE	AHORRO	CDT	
CTE	1	0	10,5	4,33
AHORRO	0	1	-9,5	-3,33
CDT	0	0	-5,56	-2,17

F3\*(1/5,56)

	CTE	AHORRO	CDT	
CTE	1	0	10,5	4,33
AHORRO	0	1	-9,5	-3,33
CDT	0	0	1	0,39

F3\*(-10,5)+F1

F3\*(9,5)+F2

	CTE	AHORRO	CDT	Proporción
CTE	1	0	0	0,24
AHORRO	0	1	0	0,37
CDT	0	0	1	0,39

#### 4.8 OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)

En el largo plazo se espera que los usuarios de cuenta corriente pasen de un 11% a un 24%, obteniéndose un incremento de 13 puntos porcentuales, los usuarios de cuenta de ahorro pasaran de un 88% a un 37% presentándose un descenso en esta cuenta de 51 puntos porcentuales, y los CDT'S pasaran de un 1% a un 39% obteniéndose un aumento en 38 puntos porcentuales.

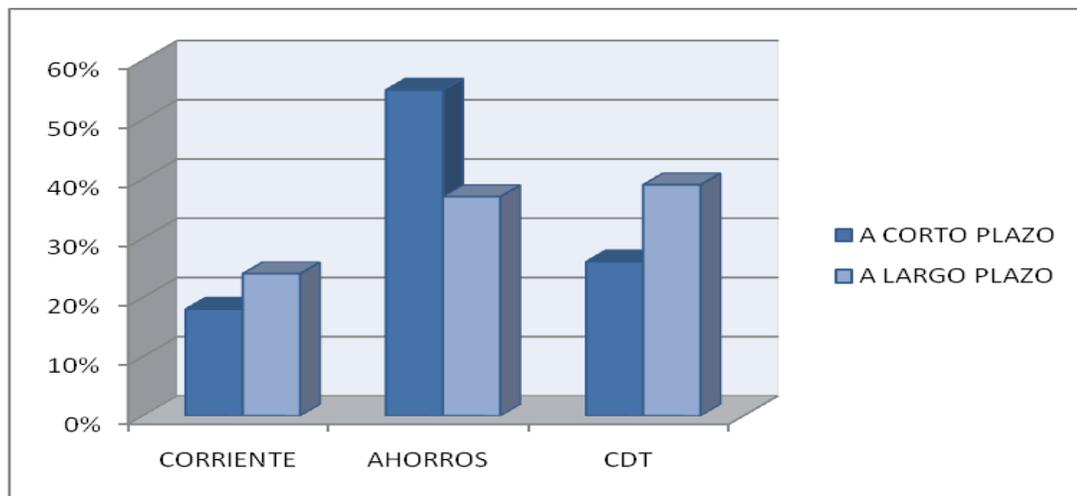
Lo anterior muestra como los usuarios de estos servicios en dicha institución financiera tienden a utilizar más CDT'S y cuentas de ahorros reduciendo por efecto las correspondientes cuentas corrientes, lo que indica que a la larga lo que más demanda tendrá serán los CDT'S, ya que las personas siempre

buscan tener una mayor rentabilidad con un menor riesgo y los CDT`s así lo ofrecen con sus beneficiosos incluyendo la tasa fija, es decir, que si un CDT se pacta a un 10%, así las tasas de interés en el mercado financiero disminuyan, el banco debe pagar la tarifa inicialmente pactada con esto doblando la rentabilidad que ofrece la cuenta de ahorro ya que esta solo reconoce intereses diarios sobre rangos de saldos pero muy bajos , y por su parte las cuentas corrientes, otra opcionada para el cambio de los clientes en sus cuentas muestran una rentabilidad hasta del 4% de interés fijo.

#### 4.9 CUADRO Y GRAFICO COMPARATIV ENTRE LAS CADENAS DE MARKOV CON SUCESOS Y SIN SUCESOS INICIALES COLMENA BCSC

	A CORTO PLAZO	A LARGO PLAZO
<b>CORRIENTE</b>	18%	24%
<b>AHORROS</b>	55%	37%
<b>CDT</b>	26%	39%

**Cuadro 14**



**Grafico. 7**

En el cuadro y grafico anterior se muestra la comparación de Los servicios financieros del banco Colmena a largo plazo y a corto plazo, se muestra un mejor crecimiento a la larga en cuentas corrientes y CDT'S, mientras que en ahorro se muestra una reducción en la inversión por parte del usuario en este tipo de servicio.

## **5. DISEÑO DE UNA CADENA DE MARKOV PARA DAVIVIENDA**

### **5.1 CARACTERIZACIÓN DE DAVIVIENDA S.A.**

#### ***5.1.1 El Banco Davivienda S.A.<sup>37</sup>***

Es una entidad de intermediación y servicios financieros, orientada a los individuos y familias, especializada en la promoción del ahorro y la financiación de vivienda.

Cuenta con un equipo de funcionarios motivados y capacitados, que disfrutan de un agradable ambiente de trabajo y que están apoyados por modernos y eficientes recursos físicos y tecnológicos.

El Banco Davivienda S.A. como parte del Grupo Bolívar, cooperará y compartirá habilidades y negocios con las demás empresas que lo conforman, para lograr sinergia en los resultados del conjunto.

#### ***5.1.2 Su Principal Objetivo***

Procura el liderazgo dentro del sector financiero con imagen, rentabilidad y participación en el mercado, con base en innovación, mayor eficiencia en sus operaciones y mejor calidad de los productos ofrecidos a sus clientes.

---

<sup>37</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco Davivienda,

<https://linea.davivienda.com/opencms/export/sites/default/davivienda/infoGeneral/GobiernoCorporativo/GobiernoCorporativo/MISION - FINAL.pdf>

### **5.1.3 Sus oficinas<sup>38</sup>**

AV. 30 DE AGOSTO # 36-60 Horario de atención: 08:00 - 11:30 / 02.00 - 04:00 Lunes a Viernes y sábados de 09:00 - 02:00

AV. CIRCUNVALAR # 11-89 Horario de atención: 08:00 - 11:30 / 02.00 - 04:00 Lunes a Viernes

CENTRO CIAL. ALCIDES AREVALO Calle 19 No. 6 - 16 Horario de atención: 09:00 - 04:00 lunes a viernes

CIUDAD VICTORIA Calle 18 No. 8-47 Horario de atención: 08:00 - 11:30 / 02.00 - 04:00 Lunes a Viernes

CUBA Cra 25 No.69-20 Horario de atención: 08:00 - 11:30 / 02.00 - 04:00 Lunes a Viernes

LAGO URIBE URIBE Cra 7 No. 26-56 Horario de atención: 08:00 - 11:30 / 02.00 - 04:00 Lunes a Viernes

LAS GARZAS Avda. 30 de Agosto 32-80 Horario de atención: 08:00 - 11:30 / 02.00 - 04:00, adicional: 05:00 - 07:00, sábados: 09:00 - 02:00 0 Lunes a Viernes

LOS ALPES Avda. Circunvalar No 8 B 43 Horario de atención: 09:00 - 04:00 lunes a viernes, sábados 09:00 - 02:00

---

<sup>38</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco Davivienda,

<https://linea.davivienda.com/opencms/export/sites/default/davivienda/puntosAtencion/Oficinas/oficinas/Eje-Cafetero.pdf>

PARQUE EL LAGO CARRERA 7 # 23-04 Horario de atención: 08:00 - 11:30 /  
02.00 - 04:00 Lunes a Viernes

PRINCIPAL PEREIRA CR 8 # 20-41 Horario de atención: 08:00 - 11:30 /  
02.00 - 04:00 Lunes a Viernes, adicional: 05:00 - 07:00, sábados: 09:00 -  
02:00.

#### **5.1.4 Productos y servicios<sup>39</sup>**

- A) Ahorro e Inversión:** Cuentas de ahorro, cuentas corrientes, portafolios a corto plazo (cartera colectiva abierta superior), portafolios a mediano plazo (cartera colectiva abierta con pacto de permanencia daviplus), CDT, Portafolios a largo plazo.
- B) Crédito para Adquirir Vivienda:** únicos con leasing de vivienda, alternativas con crédito hipotecario, financiación diferente de vivienda, también financiamos la compra de vivienda sobre planos, realizamos y financiamos sus gastos de escrituración.
- C) Créditos de consumo:** Crédito de vehículo, Crédito universitario, Crédito para Adquirir Acción de Tiempo Compartido (Crediexpress rotativo, Crediexpress nomina, Crediexpress fijo)
- D) Tarjetas de Crédito:** Las Tarjetas de Crédito Davivienda Diners Club, Visa y MasterCard
- E) Tarjetas Débito:** Para los clientes del Banco que tienen Portafolio Cuenta Corriente y de ahorro.

---

<sup>39</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco Davivienda,

<https://linea.davivienda.com/opencms/opencms/davivienda/productos/>

**F) Giros Internacionales:** puede recibir y enviar dinero desde y hacia cualquier parte del mundo a través de nuestro banco.

**G) Servicios:** Servicios de información (Extractos por internet)

### **5.1.5 Ahorro e Inversión**

- **Cuentas de Ahorro<sup>40</sup>**

Cuentas de Ahorros en pesos, con tasas de interés fijas mensuales, liquidadas y abonadas mensualmente de acuerdo con su saldo, con toda la funcionalidad transaccional que usted necesita.

**En el Banco Davivienda usted obtiene todas las facilidades para el manejo de su portafolio financiero:**

- Tarjeta Débito, para manejar su dinero con mayor seguridad en todo momento.
- Facilidad, rapidez y seguridad en la información y en sus transacciones, a través de nuestros canales virtuales.
- Si lo desea, su cuenta puede quedar marcada para que los retiros queden exentos del impuesto del 4x1.000, de acuerdo con las disposiciones de ley.
- Atención preferencial y asesoría inmediata a través de nuestro Call Center

---

<sup>40</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco Davivienda,

<https://linea.davivienda.com/opencms/opencms/davivienda/productos/ahorroInversion/cuentasahorro/CuentasdeAhorro.html>

- Reciba y envíe todos sus giros del exterior sin complicaciones.
- Recargue su celular desde el Teléfono Rojo.
- Pague los servicios públicos y privados con sólo una llamada o por la página.
- Cancele sus impuestos distritales predial y de vehículo\* por el Teléfono Rojo y por internet.
- Consulte los extractos de su cuenta de los seis últimos meses a través de la página de internet de Davivienda.

- **Cuentas Corrientes<sup>41</sup>**

Disponga de su dinero por medio del giro de efectivo o la utilización de cheques, cada vez que lo requiera.

- Consignaciones en efectivo o en cheque en cualquiera de nuestras oficinas.
- Sus cheques son pagados de manera inmediata en cualquier ciudad del país.
- No siempre necesita cheques para pagar o retirar dinero de su cuenta; también puede hacerlo todos los días y a cualquier hora con su Tarjeta.
- Con su Tarjeta Portafolio, cuente con nuestros canales virtuales para consultas, pagos y transferencias: Cajeros Automáticos, Teléfono Rojo y la página de internet.
- No necesita codeudor y es una excelente referencia bancaria.

---

<sup>41</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco Davivienda,

<https://linea.davivienda.com/opencms/opencms/davivienda/productos/ahorroInversion/cuentascorrientes/inicioCuentaCorriente.html>

- Extractos mensuales consolidados con el movimiento de todos sus productos.
- **CDT**<sup>42</sup>

#### *CDT TASA FIJA*

Excelente opción de inversión que DAVIVIENDA le brinda, en donde usted obtiene un Título Valor a Término en pesos, que le reconoce rendimientos a una tasa de interés fija según el plazo pactado.

#### *CDT TASA VARIABLE IPC*

Novedosa opción de inversión que DAVIVIENDA le brinda, en donde usted obtiene un Título Valor a Término en Pesos, que le reconoce rendimientos a una tasa de interés variable según el plazo pactado.

## **5.2 DEFINICIÓN DE LA MUESTRA PARA LOS USUARIOS DE LOS SERVICIOS ENTORNO A LAS CUENTAS CORRIENTES, DE AHORROS, Y CDT'S (CUENTA DE DEPÓSITO A TERMINO FIJO)**

Se realizó visita a la entidad financiera DAVIVIENDA, solicitando información correspondiente a la cantidad de usuarios que poseen cuenta en alguno de los tres instrumentos financieros más representativos dentro del sector (cuentas de ahorros, cuentas corrientes, y CDT'S). Donde se logro obtener los siguientes datos para dicha elaboración de la muestra:

---

<sup>42</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco Davivienda,

<https://linea.davivienda.com/opencms/opencms/davivienda/productos/ahorroInversion/cdts/inicioCDT.html>

### 5.2.1 Cuadro de datos Davivienda<sup>43</sup>

INSTRUMENTO	N° CLIENTES	PORCENTAJE
CUENTA CORRIENTE	14.500	23,77%
CUENTA AHORRO	39.000	64%
CDT	7.500	12,30%
<b>TOTAL</b>	<b>61.000</b>	<b>100%</b>

El cuadro anterior nos muestra la cantidad de clientes que poseen cuentas corrientes, ahorros o CDT, en la principal de DAVIVIENDA, con esta información se realizó la siguiente fórmula con el fin de hallar la muestra (numero de encuestas a realizar).

### 5.2.2 Fórmula para determinar la muestra:

Formula Teórica:

$$n = \frac{N \times (Z)^2 \times (P) (Q)}{(N-1) (e)^2 + (Z)^2 * (P) (Q)}$$

Donde:

n = Muestra.

N = Numero de clientes.

Z = Nivel de confianza.

P = Probabilidad de éxito.

Q = Probabilidad de Fracaso.

---

<sup>43</sup> Información obtenida directamente del banco Davivienda.

Se utilizo dentro de la formula las constantes P = 0.5 y Q = 0.5, ya que con dichas proporciones se alcanza el máximo tamaño muestral.

$$N = \frac{\text{Total nº clientes} \times (1.96)^2 \times (0.5)(0.5)}{(\text{Total nº clientes}-1)(0.10)^2 + (1.96)^2 \times (0.5)(0.5)}$$

$$N = \frac{61.000 \times (1,96)^2 \times (0,5)(0,5)}{(61.000 - 1)(0,10)^2 + (1,96)^2 \times (0,5)(0,5)}$$

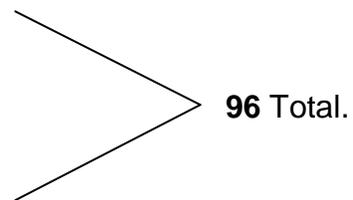
$$N = \frac{61.000 \times (3,8416) \times (0,25)}{(60.999)(0,01) + (3,8416)(0,25)}$$

$$N = \frac{58.584}{610,95} \longrightarrow \boxed{96} \text{ Total numero de encuestas a realizar.}$$

$$\text{Cta. Corriente} = 96 \times 23,77\% = 23$$

$$\text{Cta. Ahorros} = 96 \times 64\% = 61$$

$$\text{CDT`S} = 96 \times 12,3\% = 12$$



### 5.3 DISEÑO MATRIZ DE TRANSICIÓN

#### 5.3.1 Cuadro Numero de Encuestas Por Cada Cuenta

CTA AHORROS		CDT`S		CTA CORRIENTE	
Corriente	9	Corriente	1	Corriente	19
Ahorros	42	Ahorros	1	Ahorros	2
Cdt	10	Cdt	10	Cdt	2
Total	61	Total	12	Total	23

#### 5.3.2 Cuadro Matriz de Transición

DAVIVIENDA	CORRIENTE	AHORROS	CDT
CORRIENTE	0,83	0,09	0,09
AHORROS	0,15	0,69	0,16
CDT	0,08	0,08	0,83

### 5.4 PLANTEAMIENTO DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES

Para la realización de dicha cadena se tomara como suceso inicial los porcentajes de clientes hallados en el total del número de usuarios sobre cada cuenta que son 23,77% cuentas corrientes, 64% cuenta de ahorro, 12,3% CDT (certificado de depósito a término):

$$P1 = 23,77\%$$

$$P2 = 64\%$$

$$P3 = 12,3\%$$

#### 5.4.1 Cuadro Matriz de transición teórica

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{P1, P2, P3} \\
 \mathbf{P1, P2, P3}
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 a & b & c \\
 \hline
 d & e & f \\
 \hline
 g & h & i \\
 \hline
 \end{array}
 =
 \begin{array}{l}
 P1 = (P1a + P2d + P3g) \\
 P2 = (P1b + P2e + P3h) \\
 P3 = (P1c + P2f + P3i)
 \end{array}$$

#### 5.4.2 Cuadro Matriz de transición numérica

$$\begin{array}{l}
 \mathbf{0,2377; 0,6393; 0,123} \\
 \mathbf{CTE} \\
 \mathbf{AHORRO} \\
 \mathbf{CDT}
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|c|}
 \hline
 \mathbf{CTE} & \mathbf{AHORRO} & \mathbf{CDT} \\
 \hline
 0,83 & 0,09 & 0,09 \\
 \hline
 0,15 & 0,69 & 0,16 \\
 \hline
 0,08 & 0,08 & 0,83 \\
 \hline
 \end{array}
 = \mathbf{P1, P2, P3}$$

$$P1 = (0,1972 + 0,0958 + 0,0098)$$

$$P1 = 0,3088 \quad \mathbf{(30,88\%)}$$

$$P2 = (0,0213 + 0,4411 + 0,0098)$$

$$P2 = 0,4722 \quad \mathbf{(47,22\%)}$$

$$P3 = (0,0213 + 0,1022 + 0,1020)$$

$$P3 = 0,2255 \quad \mathbf{(22,55\%)}$$

### 5.5 OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES

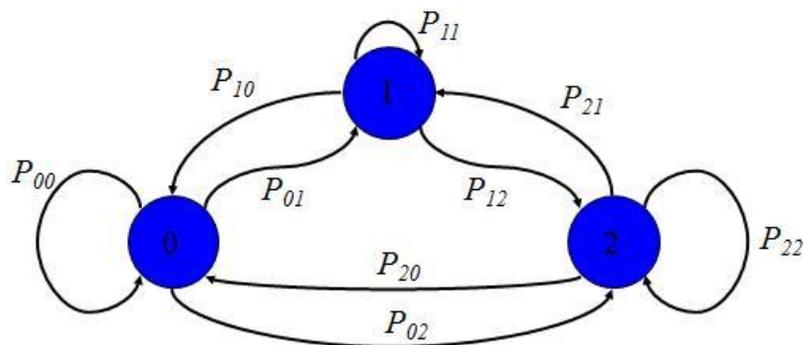
En el corto plazo se espera que los usuarios de cuenta corriente pasen de un 23,77% a un 30,88%, obteniéndose un incremento de 7 puntos porcentuales, los usuarios de cuenta de ahorro pasaran de un 63,93% a un 47,22% presentándose un descenso en esta cuenta de 17 puntos porcentuales, y los CDT'S pasaran de un 12% a un 22,55% obteniéndose un aumento en 10 puntos porcentuales.

Lo anterior muestra como los usuarios de estos servicios en dicha institución financiera tienden a utilizar más cuentas corrientes y CDT'S reduciendo por efecto las correspondientes cuentas de ahorro, sin que por ello estas se encuentren por encima de la anterior, ya que las personas siempre buscan tener una mayor rentabilidad con un menor riesgo y los CDT`s así lo ofrecen con sus beneficiosos incluyendo la tasa fija, es decir, que si un CDT se pacta a un 10%, así las tasas de interés en el mercado financiero disminuyan, el banco debe pagar la tarifa inicialmente pactada con esto doblando la rentabilidad que ofrece la cuenta de ahorro ya que esta solo reconoce intereses diarios sobre rangos de saldos pero muy bajos, y por su parte las cuentas corrientes, otra opción para el cambio de los clientes en sus cuentas muestran una rentabilidad hasta del 4% de interés fijo.

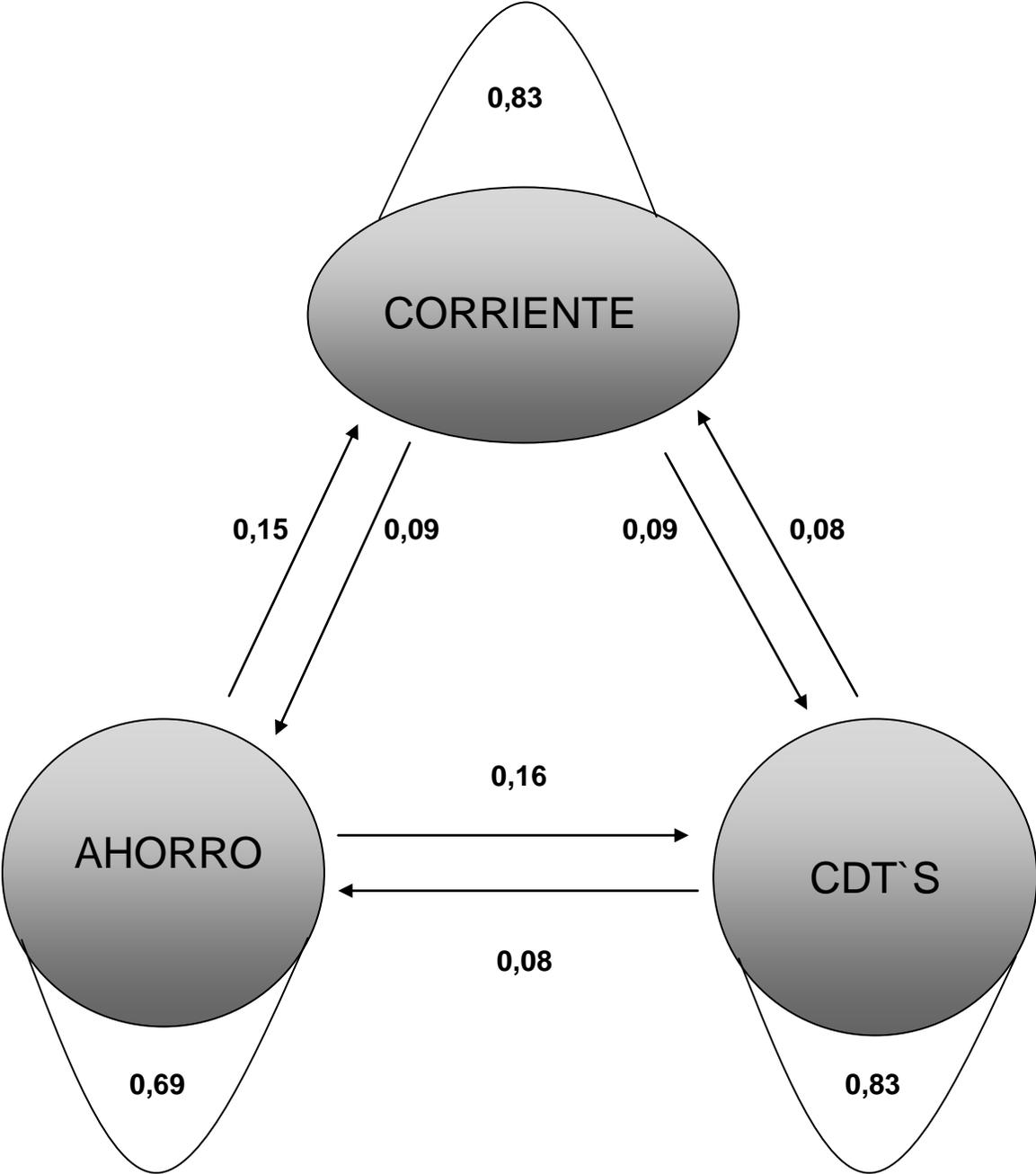
## 5.6 DISEÑO DIAGRAMA DE ESTADO

### 5.6.1 Grafico diagrama de estado teórico

Una forma de describir una cadena de Markov es con un diagrama de estados, como el que se muestra en la figura En ésta se ilustra un sistema de Markov con tres estados posibles: 0, 1, 2. La probabilidad condicional o de transición de moverse de un estado a otro se indica en el diagrama



5.6.2 Grafico Diagrama de estados numérico



### 5.6.3 Explicación Diagrama de Estados

El diagrama de Estado muestra que dentro de la cuenta corriente seguirán con cuenta corriente el 83%; se pasará u obtendrá un CDT el 9%; y se pasará u obtendrá una cuenta de ahorros el 9%.

Dentro de cuenta de ahorros, seguirán con cuenta de ahorros el 69%; se pasará u obtendrá un CDT el 16%; y se pasará u obtendrá una cuenta corriente el 15%.

Dentro de CDT, seguirán con CDT el 83%; se pasará u obtendrá una cuenta corriente el 8%; y se pasará u obtendrá una cuenta de ahorros el 8%.

## 5.7 CADENA DE MARKOV PARA DAVIVIENDA SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)

### 5.7.1 Cuadro Matriz de Transición Teórica

P1, P2, P3	a	b	c
	d	e	f
	g	h	i

 =

$$(P1a + P2d + P3g) = P1$$

$$(P1b + P2e + P3h) = P2$$

$$(P1c + P2f + P3i) = P3$$

### 5.7.2 Cuadro Matriz de transición Numérica

<b>P1, P2, P3</b>		<b>CTE</b>	<b>AHORRO</b>	<b>CDT</b>
	<b>CTE</b>	0,83	0,09	0,09
	<b>AHORRO</b>	0,15	0,69	0,16
	<b>CDT</b>	0,08	0,08	0,83

$$0,83P1+0,15P2+0,08P3 = P1$$

$$0,09P1+0,69P2+0,08P3 = P2$$

$$0,09P1+0,16P2+0,83P3 = P3$$

Igualando a cero

$$-0,17P1+0,15P2+0,08P3 = 0$$

$$0,09P1-0,31P2+0,08P3 = 0$$

$$0,09P1+0,16P2-0,17P3 = 0$$

	<b>CTE</b>	<b>AHORRO</b>	<b>CDT</b>		
<b>CTE</b>	1	1	1	1	F1*(-0,09)+F2
<b>AHORRO</b>	0,09	0,16	-0,17	0	F1*(-0,09)+F3
<b>CDT</b>	0,09	-0,31	0,08	0	

	<b>CTE</b>	<b>AHORRO</b>	<b>CDT</b>		
<b>CTE</b>	1	1	1	1	F2*(1/0,07)
<b>AHORRO</b>	0	0,07	-0,26	-0,09	
<b>CDT</b>	0	-0,4	-0,01	-0,09	

	<b>CTE</b>	<b>AHORRO</b>	<b>CDT</b>		
<b>CTE</b>	1	1	1	1	F2*(-1)+F1
<b>AHORRO</b>	0	1	-3,71	-1,29	F2*(0,4)+F3
<b>CDT</b>	0	-0,4	-0,01	-0,09	

	<b>CTE</b>	<b>AHORRO</b>	<b>CDT</b>		
<b>CTE</b>	1	0	4,71	2,29	F3*(1/-1,50)
<b>AHORRO</b>	0	1	-3,71	-1,29	
<b>CDT</b>	0	0	-1,50	-0,60	

	CTE	AHORRO	CDT		
CTE	1	0	4,71	2,29	$F3^*(-4,71)+F1$
AHORRO	0	1	-3,71	-1,29	$F3*(3,71)+F2$
CDT	0	0	1	0,40	

	CTE	AHORRO	CDT	<b>Proporción</b>
CTE	1	0	0	0,39
AHORRO	0	1	0	0,21
CDT	0	0	1	0,40

## 5.8 OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)

En el largo plazo se espera que los usuarios de cuenta corriente pasen de un 23,77% a un 39%, obteniéndose un incremento de 15 puntos porcentuales, los usuarios de cuenta de ahorro pasaran de un 63,93% a un 21% presentándose un descenso en esta cuenta de 42 puntos porcentuales, y los CDT`S pasaran de un 12% a un 40% obteniéndose un aumento en 28 puntos porcentuales.

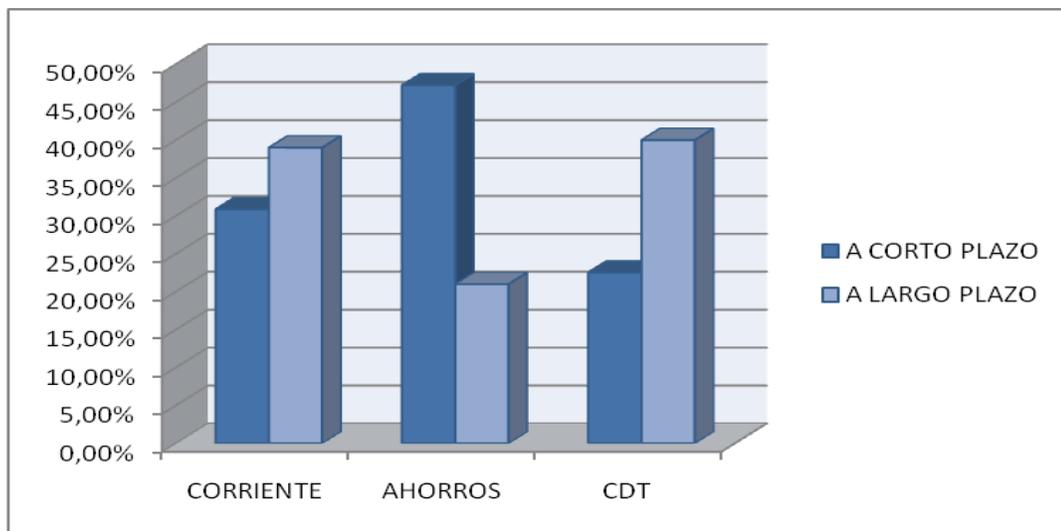
Lo anterior muestra como los usuarios de estos servicios en dicha institución financiera tienden a utilizar más cuentas corrientes y CDT`S reduciendo por efecto las correspondientes cuentas de ahorro, estando muy encima de la anterior, ya que las personas siempre buscan tener una mayor rentabilidad con un menor riesgo y los CDT`s así lo ofrecen con sus beneficiosos incluyendo la tasa fija, es decir, que si un CDT se pacta a un 10%, así las tasas de interés en el mercado financiero disminuyan, el banco debe pagar la tarifa inicialmente pactada con esto doblando la rentabilidad que ofrece la

cuenta de ahorro ya que esta solo reconoce intereses diarios sobre rangos de saldos pero muy bajos , y por su parte las cuentas corrientes, otra opcionada para el cambio de los clientes en sus cuentas muestran una rentabilidad hasta del 4% de interés fijo.

**5.9 CUADRO Y GRAFICO COMPARATIVO ENTRE LAS CADENAS DE MARKOV CON SUCESOS Y SIN SUCESOS INICIALES (DAVIVIENDA S.A.)**

	<b>A CORTO PLAZO</b>	<b>A LARGO PLAZO</b>
<b>CORRIENTE</b>	30,88%	39%
<b>AHORROS</b>	47,22%	21%
<b>CDT</b>	22,55%	40%

**Cuadro. 15**



**Grafico. 8**

En el cuadro y grafica anterior se muestra la comparación de Los servicios financieros del banco Davivienda a largo plazo y a corto plazo, se muestra un mejor crecimiento a la larga en cuentas corrientes y CDT'S, mientras que en ahorro se muestra una reducción en la inversión por parte del usuario en este tipo de servicio.

## **6. DISEÑO DE UNA CADENA DE MARCOV PARA BANCO DE OCCIDENTE**

### **6.1 CARACTERIZACIÓN DEL BANCO DE OCCIDENTE**

#### **6.1.1 Banco de Occidente<sup>44</sup>**

El Banco de Occidente inició operaciones como sociedad anónima comercial de naturaleza bancaria, debidamente constituida, el 3 de mayo de 1965, bajo la administración del Doctor Alfonso Díaz.

Su orientación y su rango conservaron inicialmente el matiz regional durante los primeros años, período durante el cual el desarrollo del sector bancario fue realmente lento.

Las primeras oficinas fuera de Cali se abrieron en Palmira, Pereira y Armenia. En 1970, el Banco contaba con una red de 15 oficinas, un patrimonio aproximadamente \$ 74 millones de pesos y activos totales del orden de \$ 685 millones.

En 1973 El Banco de Occidente inició una nueva etapa bajo la orientación del grupo económico Sarmiento Angulo, el cual lo fortaleció con recursos de capital y su reconocida experiencia, transformando profundamente la

---

<sup>44</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco de Occidente,

[https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?\\_pageid=1489&\\_dad=portal30&\\_schema=POR\\_TAL30](https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?_pageid=1489&_dad=portal30&_schema=POR_TAL30)

institución y ampliando sus horizontes, hasta convertirla en una entidad de proyección nacional e internacional.

Durante la segunda mitad de los años 70, el sector bancario en Colombia enfrentaba ya de manera incipiente algunos de los retos que hoy son grandes y desafiantes realidades. La modernización tecnológica como fuente de productividad y de capacidad para la prestación de servicios cada vez mayores y más exigentes y la creciente competencia sobre los recursos del público, con un grave impacto sobre los costos financieros y el margen de intermediación del sector.

### **6.1.2 Su principal objetivo<sup>45</sup>**

- Ser el banco más rentable del sistema financiero
- Propender por la calidad y crecimiento de la cartera
- Crecer en penetración en el mercado de depósitos
- Mantener una estructura de costos eficiente y competitiva
- Asegurar la Calidad Total en el Servicio

### **6.1.3 Sus oficinas<sup>46</sup>**

El banco de Occidente cuenta con 3 oficinas en la ciudad de Pereira, ubicadas Centro Pereira Cra. 8 No. 20 – 55, Credicentro de Vehículos Pereira

---

<sup>45</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco de Occidente,

[https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?\\_pageid=1491&\\_dad=portal30&\\_schema=POR TAL30](https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?_pageid=1491&_dad=portal30&_schema=POR TAL30)

<sup>46</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco de Occidente,

[http://www.grupoaval.com.co/portales/oficinas/resultado\\_oficinas.jsp](http://www.grupoaval.com.co/portales/oficinas/resultado_oficinas.jsp)

Av. Circunvalar # 11-53, , Centro Cll. 19 No. 9 – 36, con un amplio horario de atención de lunes a jueves de 8.00 am a 11.30 am y de 2.00 pm a 4.30 pm los viernes de 8.00 am a 12.00 pm y de 2.00 pm a 4.30 pm todas las oficinas manejan este horario de atención con excepción de las oficinas de la Circunvalar que tiene un horarios extendido de lunes a jueves de 4.30 pm a 7.00 pm , y los viernes de 5.00 pm a 7.00 pm la ciudad cuenta con 1 cajeros electrónico en la oficina principal.

#### **6.1.4 Productos Banco de Occidente**

##### **6.1.4.1 Banca personal<sup>47</sup>**

Cuenta Corriente, Cuenta de Ahorros Occidía, Tarjeta Débito Activa Tarjeta de Crédito Credencial Cupo de Préstamo Personal o Cupo de Crédito Rotativo.

##### **A. Cuenta de Ahorros Occidía<sup>48</sup>**

- Consignaciones y retiros a nivel nacional.
- Consignaciones en cualquier entidad de la Red de Servicios Aval.
- Traslado de fondos entre cuentas propias dentro del Banco (exentas del Impuesto del 4 X 1.000) o traslados hacia cuentas de terceros.

---

<sup>47</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco de Occidente,

[https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?\\_pageid=44747&\\_dad=portal30&\\_schema=PO RTAL30](https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?_pageid=44747&_dad=portal30&_schema=PO RTAL30)

<sup>48</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco de Occidente,

[https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?\\_pageid=48581&\\_dad=portal30&\\_schema=PO RTAL30](https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?_pageid=48581&_dad=portal30&_schema=PO RTAL30)

- Consultas, transferencias y pagos a través de la Audio Línea de Occidente A.L.O., Cajeros Automáticos ATH,
- Agilizadores Electrónicos e Internet.
- Amplia red de oficinas propias en todo el país y de las entidades del Grupo Aval, para realizar recaudos.

### **B. Cuenta Corriente<sup>49</sup>**

- Consignaciones y retiros a nivel nacional.
- Consignaciones en cualquier entidad del Grupo Aval.
- Traslados de fondos entre cuentas propias del Banco (exentas del Impuesto del 4 x 1.000) o traslados a cuentas de terceros.
- Manejo de su dinero las 24 horas, a través de su Tarjeta Débito Activa.
- Consultas, transferencias y pagos a través de la Audio Línea de Occidente A.L.O., Cajeros Automáticos ATH,
- Amplia red de oficinas propias y de las entidades del Grupo Aval en todo el país.

#### **4.1.5 Productos de inversión (CDT)<sup>50</sup>**

Por ser título valor puede ser endosado, negociado o vendido, total o parcialmente en la Bolsa de Valores.

---

<sup>49</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco de Occidente,

[https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?\\_pageid=48580&\\_dad=portal30&\\_schema=PO\\_RTAL30](https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?_pageid=48580&_dad=portal30&_schema=PO_RTAL30)

<sup>50</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco de Occidente,

[https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?\\_pageid=48582&\\_dad=portal30&\\_schema=PO\\_RTAL30](https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?_pageid=48582&_dad=portal30&_schema=PO_RTAL30)

Obtener atractiva rentabilidad sobre el dinero invertido.

El monto mínimo para constituir un CDT es de \$1.000.000, con plazo mínimo de 30 días.

Los intereses se pactan en términos de tasa de interés anual, modalidad vencida con una periodicidad de pago mensual, bimestral, trimestral, semestral o anual.

Al vencimiento del título el CDT puede ser: Cancelado o prorrogado por voluntad del cliente o automáticamente por parte del Banco.

El título puede ser cancelado en cualquiera de las oficinas del Banco.

Los intereses pueden ser reclamados en cualquiera de las oficinas del Banco.

TIPO TASA	90 DIAS (81 HASTA 150 DIAS)	
	MONTO	
	\$1 - 40 MM	\$40-100MM
	%	%
Mes Vencido	8.88	9.11
<b>Trimestre Vencido</b>	8.95	9.18
Efectiva	9.25	9.50

**Cuadro. 16 Tasas Cdt'S a 90 Días de Banco de Occidente**

## **6.1.4.2 Banca Empresarial**

### **A. Cuenta Corriente Mic<sup>51</sup>**

- Acceso al amplio portafolio de Soluciones Financieras del Banco de Occidente, Filiales y Vinculadas.
- Ofrece a su empresa servicios especializados para el recaudo de cartera.
- Permite utilizar diferentes medios sistematizados para efectuar el pago de nómina, proveedores, dividendos, etc.
- Los promedios en Cuenta Corriente, sirven como reciprocidad para otorgar cupos de crédito.
- Seguridad en el manejo de sus recursos al contar con toda la solidez y respaldo del Banco de Occidente.
- A través de los diferentes medios de Banca Electrónica, su empresa obtiene información permanente y detallada sobre su cuenta.
- El Banco de Occidente le brinda apoyo en sus operaciones con terceros, mediante la expedición de Referencias Comerciales.
- Amplia red de oficinas del Banco a nivel nacional.
- Permite realizar traslados entre cuentas corrientes propias o hacia cuentas de terceros, o para cuentas de ahorro y viceversa.

---

<sup>51</sup> Información obtenida del pág. Web, del banco de Occidente,

[https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?\\_pageid=1531&\\_dad=portal30&\\_schema=POR\\_TAL30](https://www.bancodeoccidente.com.co/servlet/page?_pageid=1531&_dad=portal30&_schema=POR_TAL30)

## 6.2 DEFINICIÓN DE LA MUESTRA PARA LOS USUARIOS DE LOS SERVICIOS ENTORNO A LAS CUENTAS CORRIENTES, DE AHORROS, Y CDT'S (CUENTA DE DEPÓSITO A TERMINO FIJO).

Se realizó visita al BANCO DE OCCIDENTE, solicitando información correspondiente a la cantidad de usuarios que poseen cuenta en alguno de los tres instrumentos financieros más representativos dentro del sector (cuentas de ahorros, cuentas corrientes, y CDT'S). Donde se logro obtener los siguientes datos para dicha elaboración de la muestra:

### 6.2.1 Cuadro de datos Banco de Occidente<sup>52</sup>

<b>INSTRUMENTO</b>	<b>N° CLIENTES</b>	<b>PORCENTAJE</b>
CUENTA CORRIENTE	1.710	56,5%
CUENTA AHORRO	1.145	37,8%
CDT	173	5,7%
<b>TOTAL</b>	<b>3.028</b>	<b>100%</b>

El cuadro anterior nos muestra la cantidad de clientes que poseen cuentas corrientes, ahorros o CDT, en la principal del BANCO DE OCCIDENTE, con esta información se realizo la siguiente formula con el fin de hallar la muestra (numero de encuestas a realizar).

---

<sup>52</sup> Información obtenida directamente del banco de Occidente

## 6.2.2 Fórmula para determinar la muestra

Formula Teórica

$$n = \frac{N \times (Z)^2 \times (P)(Q)}{(N-1)(e)^2 + (Z)^2 \times (P)(Q)}$$

Donde:

n = Muestra.

N = Numero de clientes.

Z = Nivel de confianza.

P = Probabilidad de éxito.

Q = Probabilidad de Fracaso.

Se utilizo dentro de la formula las constantes P = 0.5 y Q = 0.5, ya que con dichas proporciones se alcanza el máximo tamaño muestral.

$$N = \frac{\text{Total nº clientes} \times (1,96)^2 \times (0,5)(0,5)}{(\text{Total nº clientes}-1)(0,10)^2 + (1,96)^2 \times (0,5)(0,5)}$$

$$N = \frac{3.028 \times (1,969)^2 \times (0,5)(0,5)}{(3.028 - 1)(0,10)^2 + (1,96)^2 \times (0,5)(0,5)}$$

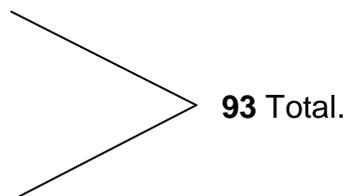
$$N = \frac{3.028 \times (3,8416) \times (0,25)}{(3.027)(0,01) + (3,8416)(0,25)}$$

$$N = \frac{2.908}{31,23} \longrightarrow \boxed{N = 93} \text{ Total numero de encuestas a realizar.}$$

$$\text{Cta. Corriente} = 93 \times 56,5\% = 54$$

$$\text{Cta. Ahorros} = 93 \times 37,8\% = 34$$

$$\text{CDT'S} = 93 \times 5,7\% = 5$$



**93 Total.**

### 6.3 DISEÑO MATRIZ DE TRANSICIÓN

#### 6.3.1 Cuadro Numero de Encuestas Por Cada Cuenta

CTA AHORROS		CDT'S		CTA CORRIENTE	
Corriente	1	Corriente	1	Corriente	43
Ahorros	30	Ahorros	1	Ahorros	5
Cdt	3	Cdt	3	Cdt	6
<b>Total</b>	<b>34</b>	<b>Total</b>	<b>5</b>	<b>Total</b>	<b>54</b>

#### 6.3.2 Cuadro Matriz de Transición

OCCIDENTE	CORRIENTE	AHORROS	CDT
CORRIENTE	0,80	0,09	0,11
AHORROS	0,03	0,88	0,09
CDT	0,20	0,20	0,60

## 6.4 PLANTEAMIENTO DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES

Para la realización de dicha cadena se tomara como suceso inicial los porcentajes de clientes hallados en el total del número de usuarios sobre cada cuenta que son 56,5% cuentas corrientes, 37,8% cuenta de ahorro, 5,7% CDT (certificado de depósito a término):

$$P1 = 56,5\%$$

$$P2 = 37,8\%$$

$$P3 = 5,7\%$$

### 6.4.1 Cuadro Matriz de Transición Teórica

$$P1, P2, P3 \begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline d & e & f \\ \hline g & h & i \\ \hline \end{array} = \begin{array}{l} P1 = (P1a + P2d + P3g) \\ P2 = (P1b + P2e + P3h) \\ P3 = (P1c + P2f + P3i) \end{array}$$

### 6.4.2 Cuadro Matriz de Transición Numérica

$$0.565; 0.378; 0.06 \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline & \text{CTE} & \text{AHORRO} & \text{CDT} \\ \hline \text{CTE} & 0,80 & 0,09 & 0,11 \\ \hline \text{AHORRO} & 0,03 & 0,88 & 0,09 \\ \hline \text{CDT} & 0,20 & 0,20 & 0,60 \\ \hline \end{array} = P1, P2, P3$$

$$P1 = (0,45 + 0,011 + 0,012)$$

$$P1 = 0,473 \text{ (47,3\%)}$$

$$P2 = (0,052 + 0,334 + 0,012)$$

$$P2 = 0,398 \text{ (39,8\%)}$$

$$P3 = (0,063 + 0,033 + 0,036)$$

$$P3 = 0,132 \text{ (13,2\%)}$$

## 6.5 OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV CON SUCESOS INICIALES

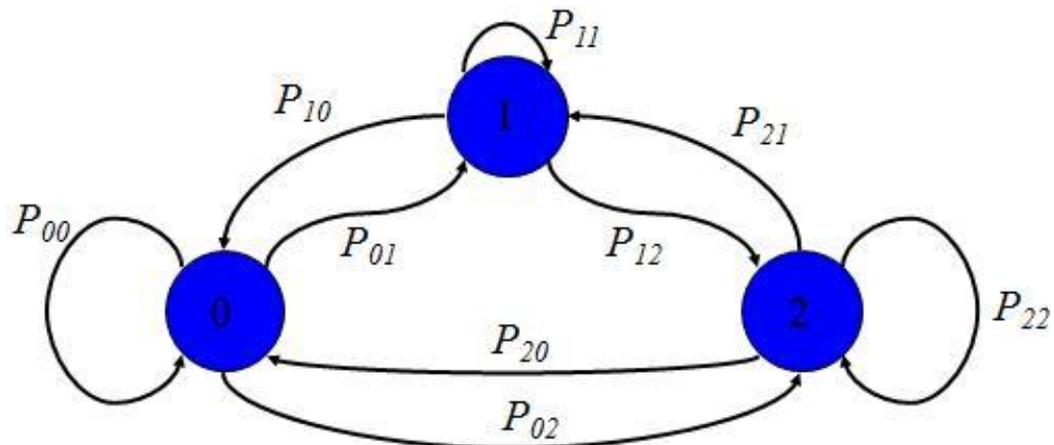
En el corto plazo se espera que los usuarios de cuenta corriente pasen de un 56,5% a un 47,3%, obteniéndose un descenso de 9 puntos porcentuales, los usuarios de cuenta de ahorro pasaran de un 37,8% a un 39,8% presentándose un aumento en esta cuenta de 2 puntos porcentuales, y los CDT`S pasaran de un 6% a un 13,2% obteniéndose un aumento en 7 puntos porcentuales.

Lo anterior muestra como los usuarios de estos servicios en dicha institución financiera tienden a utilizar más cuentas de ahorros y CDT`S reduciendo por efecto las correspondientes cuentas corrientes, sin que estas estén por encima de la anterior, ya que las personas siempre buscan tener una mayor rentabilidad con un menor riesgo, como los CDT`s que ofrecen beneficiosos incluyendo la tasa fija, es decir, que si un CDT se pacta a un 10%, así las tasas de interés en el mercado financiero disminuyan, el banco debe pagar la tarifa inicialmente pactada con esto doblando la rentabilidad que ofrece la cuenta de ahorro ya que esta solo reconoce intereses diarios sobre rangos de saldos pero muy bajos , y por su parte las cuentas corrientes, otra opción para el cambio de los clientes en sus cuentas muestran una rentabilidad hasta del 4% de interés fijo.

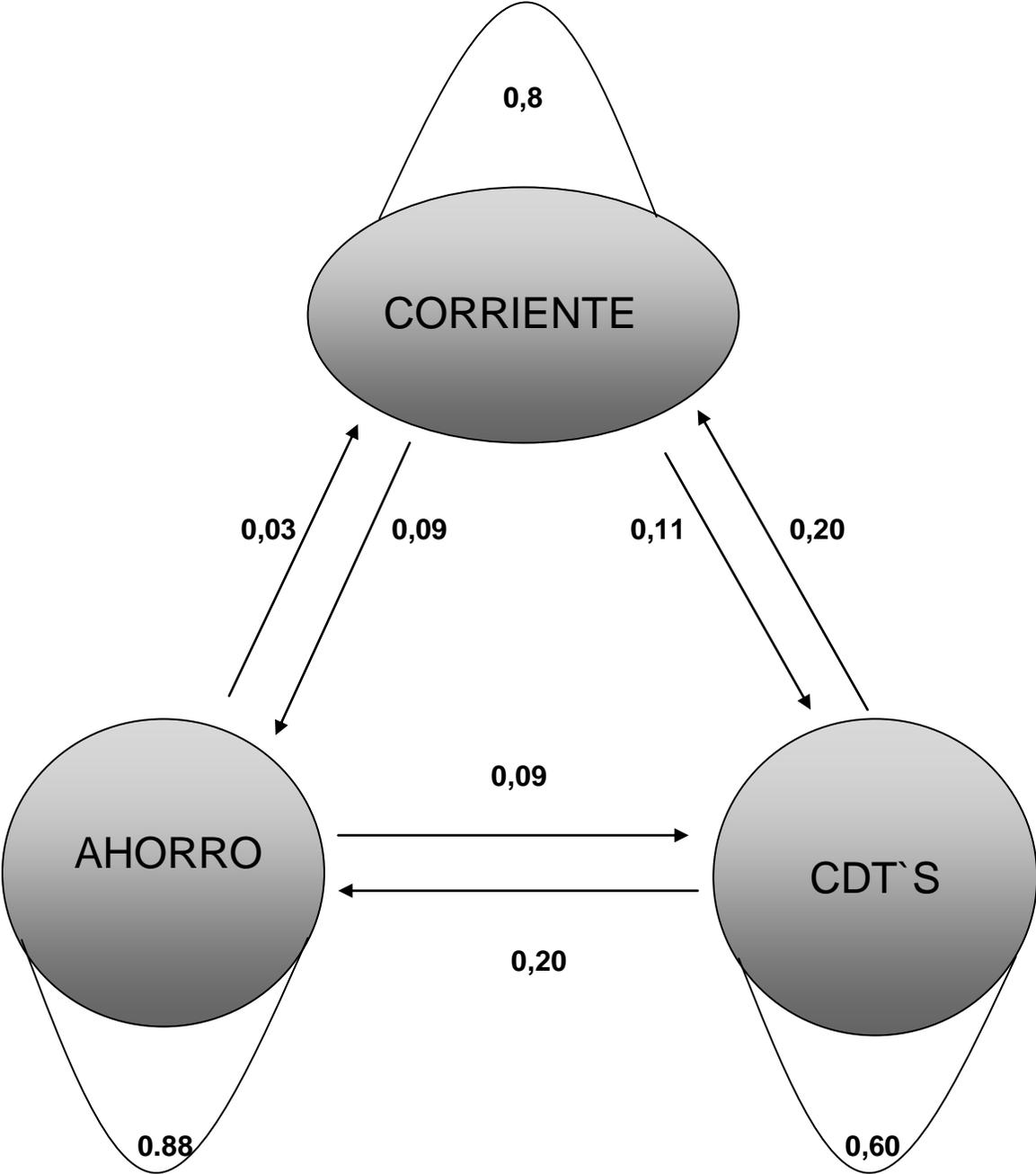
## 6.6 DISEÑO DIAGRAMA DE ESTADO

### 6.6.1 Grafico Diagrama de Estado Teórico

Una forma de describir una cadena de Markov es con un diagrama de estados, como el que se muestra en la figura. En ésta se ilustra un sistema de Markov con tres estados posibles: 0, 1, 2. La probabilidad condicional o de transición de moverse de un estado a otro se indica en el diagrama.



6.6.2 Grafico Diagrama de Estados Numérico



### 6.6.3 Explicación diagrama de Estados

El diagrama de Estado muestra que dentro de la cuenta corriente seguirán con cuenta corriente el 80%; se pasará u obtendrá un CDT el 11%; y se pasará u obtendrá una cuenta de ahorros el 9%.

Dentro de cuenta de ahorros, seguirán con cuenta de ahorros el 88%; se pasará u obtendrá un CDT el 9%; y se pasará u obtendrá una cuenta corriente el 3%.

Dentro de CDT, seguirán con CDT el 60%; se pasará u obtendrá una cuenta corriente el 20%; y se pasará u obtendrá una cuenta de ahorros el 20%.

## 6.7 CADENA DE MARKOV PARA BANCO DE OCCIDENTE SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)

### 6.7.1 Cuadro Matriz de Transición Teórica

P1, P2, P3	a	b	c
	d	e	f
	g	h	i

 =

$$(P1a + P2d + P3g) = P1$$

$$(P1b + P2e + P3h) = P2$$

$$(P1c + P2f + P3i) = P3$$

### 6.7.2 Cuadro Matriz de Transición Numérica

		CTE	AHORROS	CDT
P1, P2, P3	CTE	0,80	0,09	0,11
	AHORROS	0,03	0,88	0,09
	CDT	0,20	0,20	0,60

$$0,8P1+0,03P2+0,2P3 = P1$$

$$0,09P1+0,88P2+0,2P3 = P2$$

$$0,11P1+0,09P2+0,6P3 = P3$$

Igualando a cero

$$-0,2P1+0,03P2+0,2P3 = 0$$

$$0,09P1-0,12P2+0,2P3 = 0$$

$$0,11P1+0,09P2-0,4P3 = 0$$

	CTE	AHORRO	CDT	
CTE	1	1	1	1
AHORRO	0,11	0,09	-0,4	0
CDT	0,09	-0,12	0,2	0

F1\*(-0,11)+F2  
F1\*(-0,09)+F3

	CTE	AHORRO	CDT	
CTE	1	1	1	1
AHORRO	0	-0,02	-0,51	-0,11
CDT	0	-0,21	0,11	-0,09

F2\*(1/0,02)

	CTE	AHORRO	CDT	
CTE	1	1	1	1
AHORRO	0	1	25,5	5,5
CDT	0	-0,21	0,11	-0,09

F2\*(-1)+F1  
F2\*(0,21)+F3

	CTE	AHORRO	CDT	
CTE	1	0	-24,5	-4,5
AHORRO	0	1	25,5	5,5
CDT	0	0	5,47	1,065

F3\*(1/5,47)

	CTE	AHORRO	CDT		
CTE	1	0	-24,5	-4,5	$F3*(24,5)+F1$
AHORRO	0	1	25,5	5,5	$F3*(-25,5)+F2$
CDT	0	0	1	0,19	

	CTE	AHORRO	CDT	<b>Proporción</b>
CTE	1	0	0	0,27
AHORRO	0	1	0	0,54
CDT	0	0	1	0,19

### 6.8 OBTENCIÓN DE RESULTADOS FUTUROS DE LA CADENA DE MARKOV SIN SUCESOS INICIALES (A LA LARGA)

En el largo plazo se espera que los usuarios de cuenta corriente pasen de un 56,5% a un 27%, obteniéndose un descenso de 29 puntos porcentuales, los usuarios de cuenta de ahorro pasaran de un 37,8% a un 54% presentándose un aumento en esta cuenta de 16 puntos porcentuales, y los CDT`S pasaran de un 6% a un 19% obteniéndose un aumento en 13 puntos porcentuales.

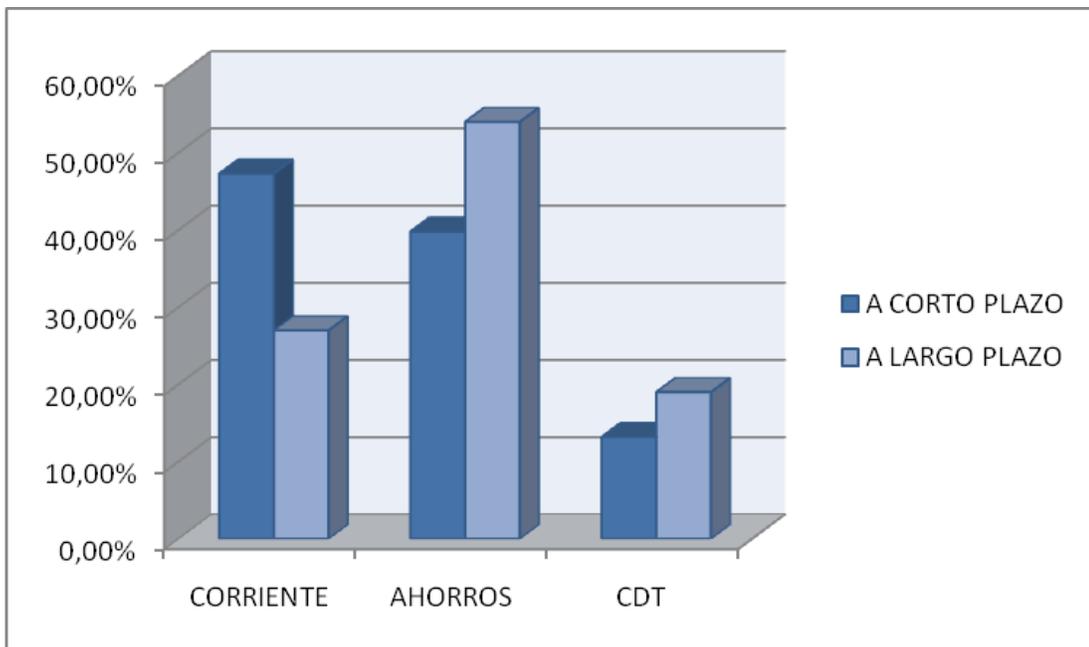
Lo anterior muestra como los usuarios de estos servicios en dicha institución financiera tienden a utilizar más cuentas de ahorros y CDT`S reduciendo por efecto las correspondientes cuentas corrientes, sin que estas estén por encima de la anterior, ya que las personas siempre buscan tener una mayor rentabilidad con un menor riesgo, como los CDT's que ofrecen beneficiosos incluyendo la tasa fija, es decir, que si un CDT se pacta a un 10%, así las tasas de interés en el mercado financiero disminuyan, el banco debe pagar la tarifa inicialmente pactada con esto doblando la rentabilidad que ofrece la cuenta de ahorro ya que esta solo reconoce intereses diarios sobre rangos de saldos pero muy bajos , y por su parte las cuentas corrientes, otra

opcionada para el cambio de los clientes en sus cuentas muestran una rentabilidad hasta del 4% de interés fijo.

**6.9 CUADRO Y GRAFICO COMPARATIVO ENTRE LAS CADENAS DE MARKOV CON SUCESOS Y SIN SUCESOS INICIALES (OCCIDENTE)**

	<b>A CORTO PLAZO</b>	<b>A LARGO PLAZO</b>
<b>CORRIENTE</b>	47,3%	27%
<b>AHORROS</b>	39,8%	54%
<b>CDT</b>	13,2%	19%

**Cuadro. 17**



**Grafico. 9**

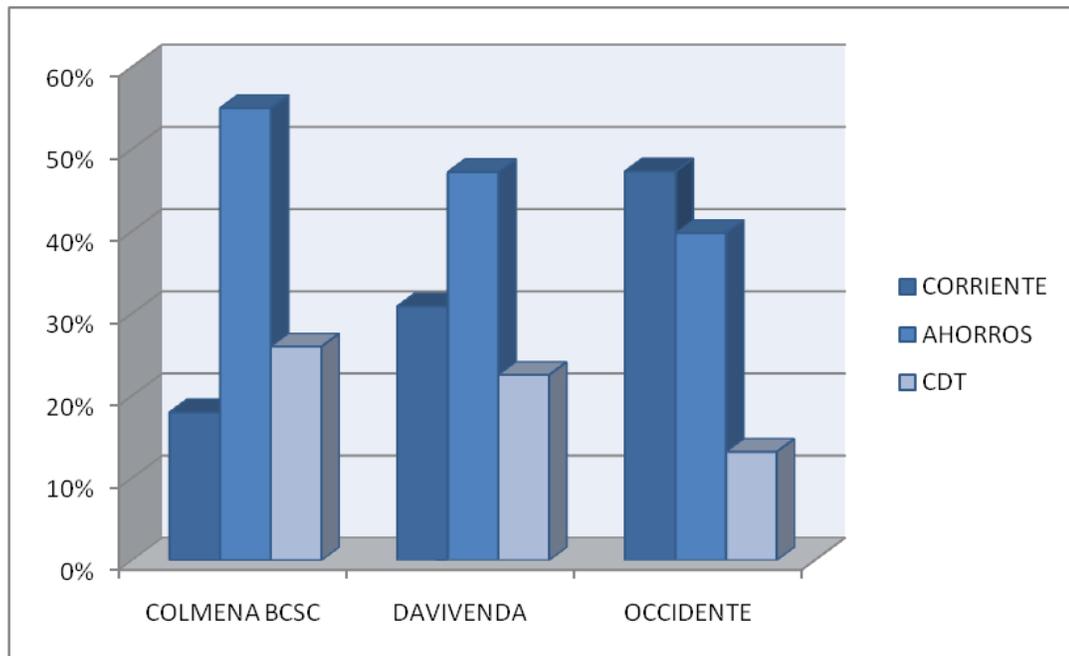
En el cuadro y grafico anterior se muestra la comparación de Los servicios financieros del banco de Occidente a largo plazo y a corto plazo.

Para el instrumento financiero de cuentas corriente, se ve mejor inversión a corto plazo por parte del usuario, si comparamos las inversiones a largo plazo, es decir que a corto plazo en las cuentas corrientes se verán mucho mas altas que a la larga.

Teniendo en cuenta los datos de corto y largo plazo a comparar, se puede notar que existen dos instrumentos financieros que tendrán un aumento a largo plazo, estos son las cuentas de ahorro y CDT'S. queriendo decir esto que el banco tendrá mejores inversiones a la larga.

## 7. GRÁFICOS COMPARATIVOS

### 7.1 GRÁFICO COMPARATIVO A CORTO PLAZO DE COLMENA, DAVIVIENDA Y BANCO DE OCCIDENTE

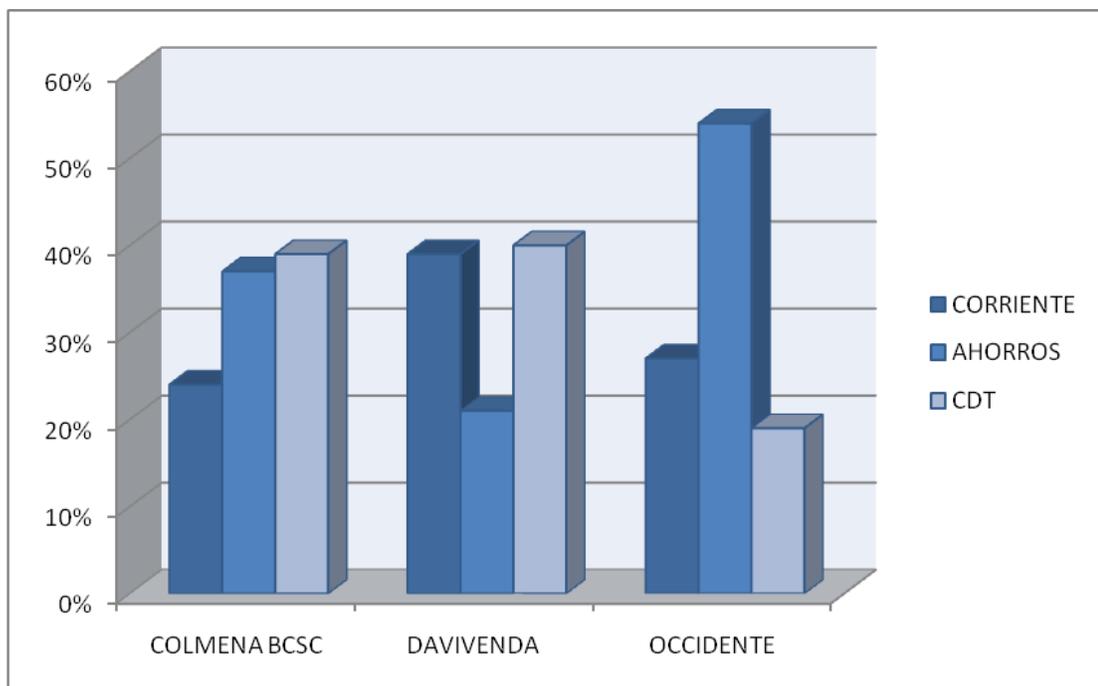


El gráfico anterior muestra que en el corto plazo la entidad financiera con mejor inversión por parte del usuario en cuenta de ahorro y cdt's será COLMENA, seguido por DAVIVIENDA y finalmente OCCIDENTE, éste por su parte tendrá una mayor inversión en cuentas corrientes y muy poca en cdt's.

La entidad financiera que muestra un mayor equilibrio en sus servicios en el corto plazo es el banco DAVIVIENDA, puesto que las inversiones por parte

del usuario presentan mejores proporciones en los tres instrumentos estudiados.

## 7.2 GRÁFICO COMPARATIVO A LARGO PLAZO DE COLMENA, DAVIVIENDA Y BANCO DE OCCIDENTE



El gráfico anterior muestra que en el largo plazo la entidad financiera con mejor inversión por parte del usuario en cuenta de ahorro será OCCIDENTE, seguido por COLMENA y finalmente DAVIVIENDA, éste por su parte tendrá un notorio crecimiento en cuentas corrientes y cdt's.

La entidad financiera que muestra un mayor equilibrio en sus servicios en el largo plazo es el banco COLMENA, puesto que las inversiones por parte del usuario presentan mejores proporciones en los tres instrumentos estudiados.

## 8. CONCLUSIONES

El estudio preliminar de la presente tesis fue una base de información presentada a lo largo de una carrera profesional por lo cual estamos convencidos de lo que estamos realizando de acuerdo a las expectativas y herramientas que nos brindo la UNIVERSIDAD LIBRE EN LA FACULTAD DE INGENIERIA FINANCIERA.

Este tema fue una idea de acuerdo a las necesidades de conocer un poco más de la gran diversidad del tema de las cadenas de Markov y sus aplicaciones. Por lo que esta síntesis de " Modelo de las cadenas de Markov " fue una propuesta de investigación para profundizar un poco más sobre este tema visto en el aula.

### **COLMENA BCSC**

- Se logro concluir en la realización de la matriz de transición, que la mayor parte de los usuarios en la actualidad se inclina a obtener cuentas de ahorros, seguido de las cuentas corrientes, finalizando con un bajo porcentaje en los CDT'S.
- Se demostró que a corto plazo los servicios financieros que tuvieron crecimiento fueron las cuentas corrientes y cdt's, sin embargo ninguna de estas supero las cuentas de ahorro.
- Se observo que a largo plazo los servicios financieros que crecieron fueron los mismos que en el corto plazo sin embargo en este caso los cdt's serán mas representativos que los otros servicios.

- Se comprobó que mientras hoy los usuarios tienen mayor inclinación en las cuentas de ahorro y menor en los cdt's, en el largo plazo se inclinarán más por los cdt's y menos por las cuentas de ahorro.
- Se comprobó en la realización de las encuestas que hay un gran número de clientes inclinados a la inversión en CDT'S (cuentas de depósito a término). Pero mucho de estos usuarios no poseen capital para dicha inversión.

## **DAVIVIENDA**

- Se logró concluir en la realización de la matriz de transición, que la mayor parte de los usuarios en la actualidad se inclina a obtener cuentas de ahorros, seguido de las cuentas corrientes, finalizando con un bajo porcentaje en los CDT'S.
- Se demostró que a corto plazo los servicios financieros que tuvieron crecimiento fueron las cuentas corrientes y cdt's, sin embargo ninguna de estas superó las cuentas de ahorro.
- Se observó que a largo plazo los servicios financieros que crecieron fueron los mismos que en el corto plazo sin embargo en este caso los cdt's serán más representativos que los otros servicios.
- Se comprobó que mientras hoy los usuarios tienen mayor inclinación en las cuentas de ahorro y menor en los cdt's, en el largo plazo se inclinarán más por los cdt's y menos por las cuentas de ahorro.
- Se comprobó en la realización de las encuestas que hay un gran número de clientes inclinados a la inversión en CDT'S (cuentas de depósito a

termino). Pero mucho de estos usuarios no poseen capital para dicha inversión.

## **BANCO DE OCCIDENTE**

- Se logro concluir en la realización de la matriz de transición, que la mayor parte de los usuarios en la actualidad se inclina a obtener cuentas corriente, seguido de las cuentas de ahorro, finalizando con un bajo porcentaje en los CDT'S.
- Se demostró que a corto plazo los servicios financieros que tuvieron crecimiento fueron las cuentas de ahorro y cdt's, sin embargo ninguna supero las cuentas corriente.
- Se observo que a largo plazo los servicios financieros que crecieron fueron los mismos que en el corto plazo sin embargo en este caso las cuentas de ahorro serán mas representativos que los otros dos servicios.
- Se comprobó que mientras hoy los usuarios tienen mayor inclinación en las cuentas corrientes, en el largo plazo se inclinaran más por la cuenta de ahorro y menos por los cdt's.
- se comprobó en la realización de las encuestas que hay un gran numero de clientes inclinados a la inversión en CDT'S (cuentas de deposito a termino). Pero mucho de estos usuarios no poseen capital para dicha inversión.

## 9. RECOMENDACIONES

### **BANCO COLMENA BCSC**

- Se recomienda hacer una mejora en la promoción en cuentas de ahorro para hacerla mas atractiva al cliente, puesto que a largo plazo la inversión proveniente de los usuarios disminuyo notablemente comparado con el corto plazo.
- Se recomienda para el corto plazo mejorar las facilidades de inversión y ofrecer promociones en cuentas corrientes para hacerla mas atractiva al usuario puesto que tendrá un movimiento muy inferior a los demás servicios.
- En el corto plazo se recomienda facilitar la inversión para los usuarios en CDT'S ya que muchos tienen deseos, pero no cuentan con el capital requerido para obtenerlo.

### **BANCO DAVIVIENDA**

- Se recomienda hacer una mejora en la promoción de cuentas de ahorro para hacerla mas atractiva al cliente, puesto que a largo plazo la inversión proveniente de los usuarios disminuyo notablemente, estando muy por debajo de los demás servicios ofrecidos por la entidad.
- En el corto plazo se recomienda facilitar la inversión para los usuarios en CDT'S ya que muchos tienen deseos, pero no cuentan con el capital requerido para obtenerlo.

- Incentivar al cliente para poseer más de una cuenta en el banco, ofreciendo mejores avances, servicios y tasas de interés más atractivas.

## **BANCO DE OCCIDENTE**

- Se recomienda hacer una mejora en la promoción de cuentas corrientes para hacerla mas atractiva al cliente, puesto que a largo plazo la inversión proveniente de los usuarios disminuyo notablemente comparado con el corto plazo.
- Se recomienda facilitar la inversión para los usuarios en CDT'S ya que muchos tienen deseos, pero no cuentan con el capital requerido para obtenerlo.
- Incentivar al cliente para poseer más de una cuenta en el banco, ofreciendo mejores avances, servicios y tasas de interés más atractivas.

## 10. BIBLIOGRAFIA

- La dinámica del comportamiento de pacientes en una unidad de cuidados intensivos. *Ingeniare Revista de Ingeniería*, vol. 14 N° 2, 2006 153 *Ingeniare - Revista Chilena de Ingeniería*, vol. 14 N° 2, 2006, pp. 153-158.
- M.W. Carter. C.C. Price. "Investigación de Operaciones: Una introducción práctica". CRC Press. USA. 2001.
- D.J. White. "Más aplicaciones reales de los procesos de decisión de cadenas de Markov". *Interfaces*, Vol. 18. N° 5, pp. 55-61. 1988.
- F.A. Sonnenberg, J.R. Beck. "Modelos de Markov en la toma de decisiones médicas". *La toma de decisiones médicas*, Vol. 13, pp. 322-338. 1993.
- R. Bauerle, A. Rucker, T.C. Schmandra, K. Holzer, A. Encke, E. Hanisch. "Markov cohorte revela estudio de simulación de pruebas basada en el sexo, la diferencia de riesgo en la unidad de cuidados intensivos de los pacientes". *American Journal of Surgery*. Vol. 179, N° 3, pp. 207-211. 2000.
- A.S. Kapadia, S.E. Vineberg, C.D. Rossi. "Predicción de curso de tratamiento en un hospital de rehabilitación: un modelo Markoviano". *Computers & Operations Research*, Vol. 12, N° 5, pp. 459-469. 1985.
- A.S. Kapadia, W. Chan, R. Sachdeva. "Predicción de la duración de la estancia en una unidad de cuidados intensivos pediátricos: un enfoque

Markoviano”. European Journal of Operational Research. Vol. 124, pp. 353-359. 2000.

- D.P. Bertsekas, J.N. Tsitsiklis. “Introducción a la Probabilidad”. Athena Scientific. USA. 2002. S. Ross. “Introducción a los modelos de probabilidad”. Academic Press. USA. 2000.
- P. Peña. “Cadena de Markov para modelar la permanencia de pacientes en una unidad de cuidados intensivos cardiológicos”. Memoria para optar al título de Ingeniero Comercial. Universidad Técnica Federico Santa María. 2002.
- Hillier, Fredericks y Gerard J. Lieberman: “introducción a la investigación de operaciones”. Paginas 402 – 438, Holden – Day, Inc., Publisher, San Francisco, 1967.
- Clark A. Bruce y Ralph L. Disney: “Probabilidad y Procesos aleatorios Para Ingenieros y Científicos”, Ed. John Wiley & Sons, Inc., Nueva York, 1970.
- Kemeny, John G. y Laurie Snell: “Cadenas de Markov finita”. Prentice – Hall, Inc., Englewood Cliffs, Nueva York 1960.
- Anderson Sweeney Williams: “Métodos Cuantitativos para los Negocios” 7ª. Edición, Agosto de 2003. Internacional Thomson Editores – México.
- Escrutinios definitivos, elecciones a convencionales constituyentes de 16 de Noviembre de 2003. Documentación del tribunal electoral de la provincia de Salta, Argentina.