

HENRY

Hydraulic Engineering Repository

Ein Service der Bundesanstalt für Wasserbau

Report, Published Version

Bödefeld, Jörg

Rissbreitenbegrenzende Bewehrung für massige Betonbauteile. FuE-Abschlussbericht A39510110124

Verfügbar unter/Available at: <https://hdl.handle.net/20.500.11970/106992>

Vorgeschlagene Zitierweise/Suggested citation:

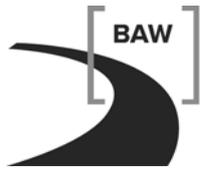
Bundesanstalt für Wasserbau (Hg.) (2011): Rissbreitenbegrenzende Bewehrung für massige Betonbauteile. FuE-Abschlussbericht A39510110124. Karlsruhe: Bundesanstalt für Wasserbau.

Standardnutzungsbedingungen/Terms of Use:

Die Dokumente in HENRY stehen unter der Creative Commons Lizenz CC BY 4.0, sofern keine abweichenden Nutzungsbedingungen getroffen wurden. Damit ist sowohl die kommerzielle Nutzung als auch das Teilen, die Weiterbearbeitung und Speicherung erlaubt. Das Verwenden und das Bearbeiten stehen unter der Bedingung der Namensnennung. Im Einzelfall kann eine restriktivere Lizenz gelten; dann gelten abweichend von den obigen Nutzungsbedingungen die in der dort genannten Lizenz gewährten Nutzungsrechte.

Documents in HENRY are made available under the Creative Commons License CC BY 4.0, if no other license is applicable. Under CC BY 4.0 commercial use and sharing, remixing, transforming, and building upon the material of the work is permitted. In some cases a different, more restrictive license may apply; if applicable the terms of the restrictive license will be binding.

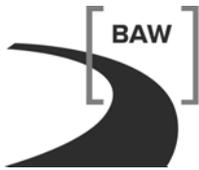
Verwertungsrechte: Alle Rechte vorbehalten



Bundesanstalt für Wasserbau
Kompetenz für die Wasserstraßen

FuE
Rissbreitenbegrenzende Bewehrung für
massige Betonbauteile
Abschlussbericht

A39510110124



Inhaltsverzeichnis

Seite

1.1	Ingenieurwissenschaftliche Fragestellung und Stand des Wissens	2
1.2	Bedeutung für die WSV	2
2	Ergebnis	2
3	Literatur	3

Anlage
Auszug aus BAW Mitteilungsblatt Nr. 92 (2010)

1 Problemstellung und Ziel

Maßgebend für die Bewehrungswahl von massigen Betonbauteilen ist im Allgemeinen die Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten infolge des Abfließens der Hydratationswärme. Mit dem alten Merkblatt Früher Zwang der BAW (2004) wurde der damalige Kenntnisstand auf diesem Gebiet für massige Bauteile zusammengefasst. Dabei wurde Wert auf Pragmatismus und Kalibrierung an Erfahrungen gelegt, so dass die vorgeschlagenen Methoden nicht konsistent sind und besonders für die Problematik Wand auf Sohle weiterer Forschungsbedarf gegeben ist. Ziel des Forschungsvorhabens war es, die Haupteinflussfaktoren des Rissbildungsprozesses bei sehr dicken Bauteilen durch Modellrechnungen und Messungen an realistischen Bauteilen quantitativ zu erfassen. Letztendlich sollte ein experimentell abgesichertes Ingenieurmodell zur Bemessung der Mindestbewehrung bei sehr dicken Bauteilen erarbeitet werden.

1.1 Ingenieurwissenschaftliche Fragestellung und Stand des Wissens

Das Problem teilte sich in zwei Fragestellungen. Zum Einen war die Beanspruchung des Stahlbetonquerschnitts bei frühem Zwang realistisch zu beschreiben. Ist die Ermittlung des sich in der Hydratationsphase ergebenden Temperaturfeldes relativ problemlos, so zeigten sich bei der Berechnung der daraus resultierenden Spannungen Probleme auf Grund der räumlich und zeitlich veränderlichen Festigkeitsentwicklung. Zum Anderen war die Rissmechanik in dicken Bauteilen von Interesse, da sie sich von dünnen Bauteilen unterscheidet. Der Erfahrung nach ist es nicht erforderlich, die gesamte Zwangskraft mit Bewehrung abzudecken, was bei dünnen Querschnitten zwingend ist. Einen wissenschaftlichen Beleg bzw. eine Quantifizierung für den mit Bewehrung abzudeckenden Anteil gab es aber nicht.

1.2 Bedeutung für die WSV

Stahlbetonbauteile mit Abmessungen von einigen Metern sind bei Verkehrswasserbauwerken die Regel. Ein abgesichertes Ingenieurmodell zur Ermittlung der erforderlichen Bewehrung für frühen Zwang ermöglicht eine wirtschaftliche und sichere Dimensionierung der Bewehrung und führt wahrscheinlich zu einer Vereinfachung der Vorgehensweise im Rahmen der Aufstellung der Entwurfs- und Ausführungsstatik.

2 Ergebnis

Die Ergebnisse des Forschungsvorhabens sind ausführlich im BAW Mitteilungsblatt 92 (2010) dargestellt. Es konnte gezeigt werden, dass Zwang als Verformungsproblem zu betrachten ist und sich damit ein mechanisch konsistentes Ingenieurmodell für die Beanspruchung und die Bemessung formulieren lässt. Aufbauend auf die Ergebnisse wurde ein BAW Merkblatt Früher Zwang (2011) aufgestellt und durch das BMVBS eingeführt. Angepasst an die für die WSV geltenden Regelwerke lässt sich die Bemessung für frühen Zwang sehr

kompakt und übersichtlich darstellen. Die Ergebnisse entsprechen den Ergebnissen, die mit der Vorgängerversion des Merkblatts ermittelt wurden und sind praxiserprobt.

3 Literatur

Bödefeld, J., Ehmann, R., Schlicke, D., Tue, N.V. (2012): Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten in Stahlbetonbauteilen infolge des Hydratationsprozesses. Beton und Stahlbetonbau 107, Heft 1 und Heft 2.

BAW (2011): Rissbreitenbegrenzung für frühen Zwang in massiven Wasserbauwerken, November 2011, Merkblatt der Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe.

Bödefeld, J. (2010): Rissmechanik in dicken Stahlbetonbauteilen bei abfließender Hydratationswärme. Doktorandensymposium des DAfStb, Kaiserslautern.

Bödefeld, J. (2010): Crack mechanism in thick concrete structures during hydration, 34. IABSE Symposium, Venedig, Italien.

BAW (2010): Rissmechanik in dicken Stahlbetonbauteilen bei abfließender Hydratationswärme. Mitteilungsblatt Nr. 92 der Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe.

Tue, N.V., Schlicke, D. (2009): Untersuchungen zum Rissabstand bei massiven Wand-Fundament-Systemen infolge der Beanspruchung aus der Hydratationswärme. Bericht der König und Heunisch Planungsgesellschaft mbH im Auftrag der Bundesanstalt für Wasserbau Karlsruhe, Leipzig, unveröffentlicht.

Tue, N.V.; Bödefeld, J.; Dietz, J. (2007): Einfluss der Eigenspannung auf die Rissbildung bei dicken Bauteilen im jungen Betonalter. Beton und Stahlbetonbau 102, Heft 4, S.215 – 222.

Tue, N.V.; Schlicke, D.; Bödefeld, J. (2007): Beanspruchungen in dicken Bodenplatten durch Abfließen der Hydratationswärme. Bautechnik 84, Heft 10, S.702 – 710.

BAW (2004): Rissbreitenbegrenzung für frühen Zwang in massiven Wasserbauwerken, September 2004, Merkblatt der Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe.

Anlage

Auszug aus BAW Mitteilungsblatt Nr. 92 (2010)

Rissmechanik in dicken Stahlbetonbauteilen bei abfließender Hydratationswärme

Dipl.-Ing. Jörg Bödefeld, Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe

1 Einleitung

1.1 Motivation

Um die Tragwirkung der Bewehrung im Verbundwerkstoff Stahlbeton vollends zu aktivieren, ist eine mit Rissbildung verbundene Überschreitung der Zugfestigkeit des Betons erforderlich. Vor der Rissbildung bewirkt die eingelegte Bewehrung lediglich eine Versteifung des Querschnitts durch den höheren Elastizitätsmodul der Stahleinlagen.

Von Beginn der Stahlbetonbauweise an ist es die Aufgabe des Konstrukteurs, die Bewehrung so zu dimensionieren, dass die Tragfähigkeit des Bauteils gegeben ist und breite Risse unter planmäßiger Beanspruchung vermieden werden. In der jüngeren Vergangenheit hat die Begrenzung der Rissbreite durch die höhere Gewichtung von Gebrauchstauglichkeit und Dauerhaftigkeit zunehmend an Bedeutung gewonnen. In der aktuellen, deutschen Stahlbetonnorm DIN 1045-1, 2008, ist der Nachweis zur Begrenzung der Rissbreite der meist maßgebende Nachweis zur Sicherung der Gebrauchstauglichkeit.

Neben der im späteren Gebrauchszustand wirkenden Beanspruchung aus ständigen und veränderlichen Einwirkungen wie z. B. Eigengewicht, Verkehrslasten und Temperatur, verursacht bei Stahlbetonquerschnitten auch die als Hydratation bezeichnete Abbindephase des Betons im Allgemeinen eine Beanspruchung, die zu Rissbildung führen kann. Das Abbinden setzt im Beton Wärme frei, die in einem Abkühlvorgang wieder an die Umgebung abgegeben wird. Durch die Überlagerung mit der einsetzenden Steifigkeitsentwicklung kann dies in Abhängigkeit von der Betonrezeptur, der Lagerung und anderen Randbedingungen wie Nachbehandlung und Lufttemperatur zu einer Überschreitung der ebenfalls sich erst entwickelnden Zugfestigkeit führen. Ist die eingelegte Bewehrung passend dimensioniert, führt dies zu vielen, gleichmäßig verteilten Rissen mit kleiner Rissbreite, die weder die Gebrauchstauglichkeit noch die Ästhetik des Bauwerks beeinträchtigen.

Die passende Dimensionierung der Bewehrung zur Aufnahme der Beanspruchungen im jungen Betonalter beschäftigt die Wissenschaft und die Baupraxis seit langer Zeit und das Problem ist bis heute nicht umfassend und abschließend gelöst, ROSTÁSY, 1990; SCHIKORA, 2000; ROSTÁSY, 2001, SCHIESSL, 2003; RÖHLING, 2005, HEGGER, 2009. Für die im Hochbau und Brückenbau üblichen Querschnittsdicken ist in den aktuellen Massivbau-Normen DIN 1045-1, 2008, DIN FB 102,

2009, eine Vorgehensweise gewählt, die nach bisherigen Erfahrungen das Ziel der Rissbreitenbegrenzung erreicht und zu wirtschaftlich vertretbaren Bewehrungsgehalten führt.

Bei dünnen Querschnitten werden dabei im Wesentlichen die Zugspannungen zum Risszeitpunkt über die Querschnittsdicke integriert. Zur Vereinfachung wird dazu die Zugfestigkeit als Zugspannung über den gesamten Querschnitt angesetzt und mit zwei Faktoren reduziert. Die Faktoren berücksichtigen die Spannungsverteilung im Querschnitt und die günstige Wirkung der nichtlinear verteilten Eigenspannungen.

Wird diese Vorgehensweise auf dicke Stahlbetonbauteile mit Querschnittsdicken $h > 0,8$ m, wie sie z. B. im Verkehrswasserbau, im Talsperrenbau und bei Gründungsplatten für Hochhäuser oder Kraftwerke vorkommen, übertragen, ergeben sich extrem hohe Bewehrungsgehalte. Hohe Bewehrungsgehalte sind schwierig einzubauen, führen zu Problemen beim Betoniervorgang und sind aus der Erfahrung heraus nicht erforderlich, s. a. STRAUSS, 2005. Die Übertragung der Bemessungsregeln dünner Querschnitte auf dicke Querschnitte ist damit unwirtschaftlich und im Hinblick auf die Qualität unter Umständen kontraproduktiv.

Das Problem ist seit längerem erkannt und hat zu zahlreichen Untersuchungen geführt, HELMUS, 1990; ROSTÁSY, 2001; WIESNER, 2002; RUCKER, 2003; KOSMAHL, 2006. Es existieren Bemessungsvorschläge, die nicht immer zum gewünschten Ziel führen, nur für bestimmte Randbedingungen gelten und teilweise auf pragmatischen, an der Praxis und der Erfahrung orientierten Ansätzen beruhen, MFZ-BAW, 2004; MAURER, 2005; STRAUSS, 2005, MORGEN, 2009. Auch in der aktuellen Fassung der DIN 1045-1, 2008, wurde ergänzend ein Verfahren zur Ermittlung der Mindestbewehrung für dicke Bauteile aufgenommen, das jedoch nur für mittlere Querschnittsdicken von 2-3 m im Sinne einer wirtschaftlichen Dimensionierung der Bewehrung zielführend ist.

1.2 Ziel und Vorgehensweise

Nach bisherigem Kenntnisstand spielt der Einfluss der Eigenspannungen eine dominante Rolle bei der Rissbildung während der Hydratation in dicken Querschnitten. Die Größe der Eigenspannungen steigt mit der Querschnittsdicke an. Die bisherige, von dünnen Querschnitten übertragene Reduzierung mit einem Faktor $k < 1,0$ wird u. a. auf Arbeiten von Puche, 1988, zurückgeführt. Die dort angesetzten, stationären Eigen-

spannungsverläufe beschreiben aber die Prozesse bei der Hydratation nur annähernd. Speziell die Entwicklung der Eigenspannungszustände sowie ihre Überlagerung mit einer auftretenden Zwangsbeanspruchung bedürfen einer genaueren Betrachtung.

Die Rissbildung reduziert die Zwangskraft signifikant. Darüber hinaus wird die Rissbildung bei Zwangsbeanspruchung in den meisten Fällen durch die Geometrie und die äußeren Randbedingungen gesteuert. Dadurch muss nicht zwingend die volle Risskraft von der Bewehrung aufgenommen werden. Es kommt wesentlich auf die Kompatibilität der Verformung an. Der Beitrag der Rissbildung selbst zur Verformungskompatibilität hat im Zusammenhang mit der Dimensionierung der erforderlichen Bewehrung eine große Bedeutung.

Dadurch, dass die Bewehrung bei dicken Bauteilen konzentriert am Rand angeordnet ist, verringert sich die von der Bewehrung aufzunehmende Zwangskraft weiterhin, da die Mitte des Querschnitts eine Verformung erfahren kann und wird, die deutlich über der am Rand einzuhaltenden Rissbreite liegt.

In der vorliegenden Arbeit soll der Einfluss der benannten Effekte auf die Rissmechanik und damit direkt auf die Spannung in der Bewehrung bzw. auf die Größe der erforderlichen Bewehrung analysiert werden. Ziel ist es, auf diese Art und Weise einen Beitrag zur Dimensionierung der Bewehrung für dicke Stahlbetonbauteile bei abfließender Hydratationswärme zu leisten.

In Abschnitt 2 erfolgt dazu eine generelle Einführung in die Problematik. Dabei werden sowohl die während der Hydratationsphase auftretenden Phänomene, als auch die Abläufe bei der Rissbildung im Beton beschrieben. Materialgesetze zur Erläuterung der Phänomene werden vorgestellt und alternative Vorgehensweisen präsentiert. Besonderes Augenmerk wird auf die Ansätze für nichtlineare Berechnungen gerichtet, da diese in den bisher veröffentlichten Forschungsarbeiten nur in geringem Umfang zur Untersuchung der Problematik eingesetzt wurden.

In Abschnitt 3 beenden die bisher zur Verfügung stehenden Ansätze zur Ermittlung der Mindestbewehrung die Beschreibung des aktuellen Standes der Erkenntnis.

Die Abschnitte 4, 5 und 6 stellen den eigentlichen Kern der Arbeit dar.

In den Abschnitten 4 und 5 werden Ergebnisse von eigenen rechnerischen Untersuchungen vorgestellt. Einige Materialgesetze zur Beschreibung des nichtlinearen Verhaltens wurden dazu modifiziert, um die Veränderlichkeit während der Hydratationsphase realitätsnah erfassen zu können.

Die Zwangsbeanspruchung wird dabei maßgeblich von der Behinderung des Betonquerschnitts beeinflusst, die auch den Unterschied zwischen Abschnitt 4 und Abschnitt 5 ausmacht. Durch eine freie Lagerung entstehen reine Eigenspannungszustände mit entsprechender Rissbildung. Die Vorgänge werden in Abschnitt 4 analysiert.

Bei vollem Zwang überlagert eine zentrische Beanspruchung die Eigenspannungszustände und es entsteht eine entsprechend veränderte Beanspruchung mit verändertem Rissbild. Abschnitt 5 behandelt diese Thematik.

Beide Abschnitte sind die Basis für das in Abschnitt 6 beschriebene, neue Modell zur analytischen Beschreibung des Rissbildungsprozesses bei Zwangsbeanspruchung.

Der Forschungsbedarf zur Beantwortung der Vielzahl noch offener Fragen sowie eine Zusammenfassung runden die Arbeit im letzten Abschnitt ab.

2 Grundlagen

2.1 Hydratationsphase des Betons

Die im erhärtenden Beton ablaufenden Prozesse sind Gegenstand zahlreicher Veröffentlichungen. Im Folgenden werden - ohne Anspruch auf Vollständigkeit - die wichtigsten Elemente des Prozesses skizziert. Zur Erläuterung der nicht vertieft behandelten Punkte sei auf die einschlägige Literatur verwiesen, z. B. GUTSCH, 1998; ROSTÁSY, 2001, RÖHLING, 2005.

Während des Abbindevorgangs werden zwischen den Molekülen der Ausgangsstoffe neue chemische Bindungen gebildet. Dadurch, dass die Ausgangsstoffe des Betons in ein niedrigeres Energieniveau übergehen, entsteht ein Energieüberschuss (Reaktionsenthalpie), der als Wärme im Beton freigesetzt wird. Der Vorgang ist damit ein exothermer Prozess. Die frei werdende Wärme wird an die Umgebung abgegeben und führt letztendlich zu einem Temperatursausgleich auf dem Niveau der Umgebungstemperatur. Im Betonkörper entsteht eine dreidimensionale, zeitlich veränderliche Temperaturverteilung. In Abschnitt 2.2.1 werden die das Temperaturfeld beeinflussenden Größen beschrieben.

Mit der Erwärmung des Betons ist eine Volumenausdehnung verbunden, die sich in der Abkühlphase in eine Volumenverringerng umkehrt. Kann dieser Prozess ohne inneren und äußeren Zwang stattfinden, entstehen im Betonquerschnitt keine Spannungen. In der Realität ist der Betonkörper aber unterschiedlichen Behinderungen unterworfen, die in inneren und äußeren Zwang unterschieden werden.

Der innere Zwang wird durch den nichtlinearen Temperaturgradienten mobilisiert, der sich über den Querschnitt ausbildet, da die Wärme zum kälteren Rand hin abfließt. Entsprechend des Temperaturgradienten müsste sich jede Faser des Querschnitts unterschiedlich verformen, was im monolithischen Querschnitt nicht möglich ist. Durch das erzwungene Ebenbleiben des Querschnitts entstehen nichtlinear über den Querschnitt verteilte Eigenspannungen. Die Eigenspannungen heben sich über den Querschnitt auf. Ihr Integral ergibt keine Schnittgröße.

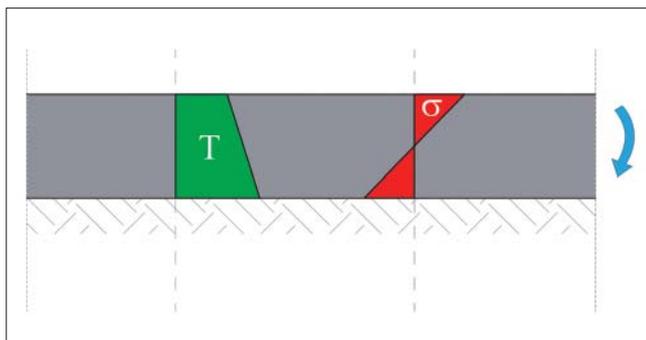


Bild 2-1: Temperaturgradient und Spannungsverteilung, MFZ-BAW, 2004

Durch die in der Regel statisch unbestimmte Lagerung des Betonkörpers entsteht äußerer Zwang. Dies kann für eine Bodenplatte der stützende Boden, für einen Wandabschnitt das unterhalb angeordnete Fundament oder der vorangegangene Betonierabschnitt sein. Der äußere Zwang wird in zentrischen Zwang und Biegezwang unterschieden.

Biegezwang entsteht beispielsweise in einer Bodenplatte durch den nahezu einseitigen Temperaturabfluss nach oben, der eine Verkrümmung der Platte induziert, die durch das Eigengewicht verhindert wird (Bild 2-1).

Zentrischer Zwang entsteht, wenn im Pilgerschrittverfahren ein Wandabschnitt zwischen zwei bereits fertig gestellte Wandabschnitte betoniert wird.

In der Realität entsteht in den Querschnitten meist eine Überlagerung aller drei Zwangsspannungsformen, siehe Bild 2-2.

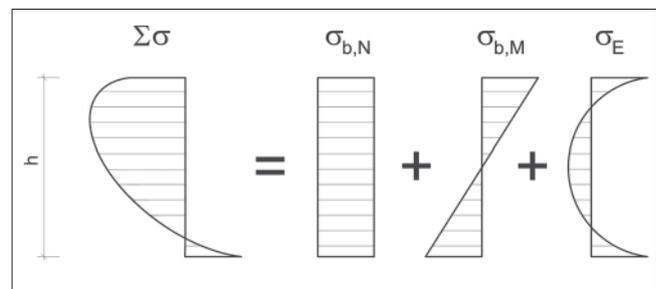


Bild 2-2: Anteile der Zwangsbeanspruchung, MFZ-BAW, 2004

Findet dieser behinderte Abbindeprozess mit instationären Temperaturfeldern bei konstanten Materialeigenschaften statt, entstehen in der Erwärmungsphase Druckspannungen, die sich in der Abkühlphase wiederum abbauen. Der Querschnitt würde nach dem Temperatursausgleich bei Vernachlässigung der Rissbildung wieder die anfänglichen Spannungen aufweisen.

In der Erhärtungsphase des Betons verändern sich die Betoneigenschaften aber stetig, da der Beton erst mit zunehmender Zeit seine Steifigkeit (Elastizitätsmodul) sowie seine Druck- und Zugfestigkeit erreicht. In Abschnitt 2.2.2 wird auf die Entwicklung der Betoneigenschaften detailliert eingegangen. Zu beachten ist dabei, dass die Entwicklung maßgeblich von der Temperaturgeschichte beeinflusst wird. Hohe Temperaturen beschleunigen die Entwicklung der Betoneigenschaften, niedrige Temperaturen verlangsamen sie. Mit dem dreidimensionalen, instationären Temperaturfeld im Querschnitt ergibt sich damit auch eine dreidimensionale, instationäre Verteilung der Materialeigenschaften.

In der Erwärmungsphase, wenn die für den Beton unkritischen Druckspannungen entstehen, ist die Steifig-

keit des jungen Betons sehr gering. Darüber hinaus ist das viskoelastische Verhalten in dieser Phase sehr ausgeprägt. Die auftretenden Temperaturdifferenzen erzeugen damit nur relativ geringe Druckspannungen. In der anschließenden Abkühlphase werden die Druckspannungen durch die gestiegene Steifigkeit mit einem geringeren Temperaturunterschied zügig wieder abgebaut, bis schließlich Zugspannungen entstehen, die bei Überschreitung der Zugfestigkeit zu Rissbildung führen.

In der Theorie wird dieser Ablauf mit zwei Nullspannungstemperaturen beschrieben, die in Bild 2-3 veranschaulicht sind. Bei der ersten Nullspannungstemperatur T_1 beginnt die Steifigkeitsentwicklung des Betons und damit einhergehend der Spannungsaufbau. Nachdem die maximale Temperatur T_{max} erreicht wurde, werden im anschließenden Abkühlprozess die Druckspannungen abgebaut. Die Temperatur, bei der die Druckspannungen komplett abgebaut sind, wird als zweite Nullspannungstemperatur T_2 bezeichnet. Danach beginnt der Aufbau von Zugspannungen. Relevant für die Zugspannungen ist die Temperaturdifferenz zwischen der zweiten Nullspannungstemperatur und dem Temperaturengleich auf dem Niveau der Umgebungstemperatur.

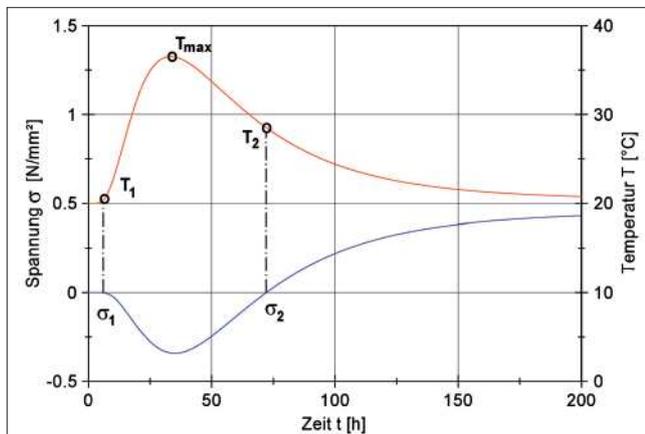


Bild 2-3: Temperatur- und Spannungsverlauf während der Hydratation

Auf Grund des dreidimensionalen Temperaturfeldes und des dreidimensionalen Feldes der mechanischen Betoneigenschaften, die sich im Bauteil einstellen, sind diese beiden Nullspannungstemperaturen an jedem Ort im Bauteil unterschiedlich.

Die entstehende Spannung wird vom viskoelastischen Verhalten des Betons beeinflusst. Wird einem Betonkörper eine Verformung aufgezwungen und konstant gehalten, so verringert sich die auftretende Spannung mit der Zeit (Relaxation). Das Relaxationsverhalten ist bei jungem Beton besonders ausgeprägt und nimmt mit der Zeit ab.

Dadurch werden die zu Beginn entstehenden Druckspannungen sehr stark reduziert, aber auch die entstehenden Zugspannungen relaxieren.

Ist der zwängende Körper ebenfalls aus Beton (z. B. vorheriger Betonierabschnitt), so nimmt dessen Verformung bei konstanter Spannung mit der Zeit zu (Kriechen). Die Zwängung des frisch betonierten Abschnitts wird dadurch abgebaut.

Bei den im Rahmen dieser Arbeit betrachteten dicken Querschnitten, deren kleinste Bauteilabmessung mindestens $d \geq 0,8$ m beträgt, ergeben sich weitere Aspekte.

Zum einen werden im Kern des Querschnitts höhere Temperaturen erreicht als bei dünnen Querschnitten. Je nach Randbedingungen können bereits bei einem 2 m dicken Querschnitt adiabatische Temperaturen im Kern erreicht werden. Die Festigkeitsentwicklung wird damit im Kern beschleunigt und die zweite Nullspannungstemperatur T_2 ist höher, womit die Zugspannung erzeugende Temperaturdifferenz ΔT anwächst. Der gesamte Abkühlvorgang dauert wesentlich länger.

Zum anderen treten durch die große Temperaturdifferenz zwischen Kern und Rand des Querschnitts signifikante Eigenspannungen auf. Bei dünnen Bauteilen mit Dicken bis ca. $h = 0,3$ m ist der Einfluss der Eigenspannungen vernachlässigbar klein. Mit zunehmender Bauteildicke h wird der Einfluss der Eigenspannungen größer.

2.2 Materialeigenschaften des erhärtenden Betons

2.2.1 Thermische Materialparameter

Bevor die infolge des Hydratationsprozesses auftretenden Spannungen im jungen Beton ermittelt werden können, ist das instationäre Temperaturfeld zu berechnen. Dazu müssen neben den thermischen Randbedingungen – wie Übergangskoeffizienten und Umgebungstemperaturen – die thermischen Materialeigenschaften und deren Abhängigkeit vom Hydratationsprozess bekannt sein. Im Folgenden werden die relevanten Parameter beschrieben.

2.2.1.1 Hydratationswärme

Maßgeblich für die bei der Hydratation entstehende Beanspruchung ist die während des exothermen Vorgangs freigesetzte Wärmemenge. Zur Reduzierung der daraus resultierenden Beanspruchung ist eine möglichst geringe Wärmeentwicklung anzustreben, was in den entsprechenden Richtlinien für massive Betonbauteile empfohlen wird, DAfStb, 2005, ZTV-W 215, 2004.

Beton mit Expositionsklassen	Beispiel (informativ)	$\Delta T_{ad,7d}$	$\Delta T_{ad,7d} + T_{FB}$	$f_{cm,28d}$
		[K]	[°C]	[N/mm ²]
XC1 / XC2	Schleusensole	≤ 31	≤ 53	≤ 41
XC1 / XC2 + XA1	Schleusensole in chemisch schwach angreifender Umgebung	≤ 36	≤ 56	≤ 46
XC 1...4 + XF3 (+ XM1)	Schleusenkammerwand zwischen UW und OW	≤ 41	≤ 61	≤ 46
XC 1...4 + XF4 + XS3 + XA2 (+ XM1)	Vertikale Flächen im Wasserwechselbereich von Meerwasser	≤ 43	≤ 63	≤ 46
XC 1...4 + XF4 + XD3 (+ XM1)	Horizontale Flächen mit Tausalzbeanspruchung	≤ 43	≤ 63	≤ 46

Tabelle 2-1: Anforderungen an Beton für massive Bauteile, ZTV-W 215, 2004

Für massive Bauteile an Verkehrswasserbauwerken werden in ZTV-W 215, 2004, in Abhängigkeit der Expositionsklassen Grenzwerte

- für die adiabatische Temperaturerhöhung nach sieben Tagen $\Delta T_{ad,7d}$ sowie
- für die Summe aus Frischbetontemperatur und adiabatischer Temperaturerhöhung nach sieben Tagen $T_{FB} + \Delta T_{ad,7d}$

angegeben. Die entsprechenden Werte sind in Tabelle 2-1 angegeben.

Zur Überprüfung der vorgesehenen Betonrezepturen sind Eignungsprüfungen an einem großformatigen Betonblock mit Kantenlängen von 2 m auszuführen. Der Block ist an allen Seiten mindestens mit einer 36 cm dicken Wärmedämmung der Wärmeleitgruppe 040 (oder geringer) zu isolieren. Die Temperatur ist über sieben Tage kontinuierlich aufzuzeichnen.

Alternativ kann vertraglich auch eine Untersuchung mit dem adiabatischen Betonkalorimeter vereinbart werden. SCHIKORA, 2000, berichtet allerdings von einem Rilem Round Robin Test, bei dem acht Labore unter gleichen Randbedingungen (gleiche Ausgangsstoffe, vorgegebenes Mischungsverhältnis, gleiche Ausgangstemperatur) den adiabatischen Temperaturverlauf bestimmt haben. Der Endwert der Temperaturerhöhung wies dabei eine Differenz von 8,8 K zwischen dem größten und dem kleinsten Endwert auf. Die statistische Auswertung ergab eine Standardabweichung von 3,8 K.

Für Bauwerke mit entsprechenden Betonkubaturen (z. B. Schleusenanlagen, Wehranlagen, Staumauern) stellt dieser Untersuchungsumfang sicher eine gerechtfertigte Forderung dar. Die adiabatische Tempe-

raturentwicklung liegt dann als Eingangsgröße für Berechnungen zur Ermittlung der Beanspruchung vor.

Bei Bauwerken mit einer geringeren Betonkubatur ist dieser Aufwand nicht gerechtfertigt, auch wenn einzelne Bauteile mit einer kleinsten Abmessung $d \geq 0,8$ m als massive Bauteile einzuordnen sind. In diesen Fällen kann die Temperaturentwicklung mit bekannten Formeln abgeschätzt werden, z. B. CZERNIN, 1977; GUTSCH, 1998.

Die Wärmefreisetzungsrates bei der Erhärtung hängt von der Temperaturgeschichte ab, d. h. bei höheren Temperaturen beschleunigt sich die Wärmeentwicklung. Als Basis gilt die Temperaturentwicklung bei einer isothermen Lagerung von $T = 20$ °C, die auch bei der Bestimmung von Festigkeitseigenschaften gefordert ist. Zur Berücksichtigung des Einflusses der Temperatur auf den Erhärtungsprozess wird ein effektives Betonalter t_{eff} eingeführt.

In den letzten Jahren hat sich dabei der Ansatz nach Freiesleben durchgesetzt, der auf der Arrhenius-Funktion basiert, GUTSCH, 1998; SCHIKORA, 2000; DIETZ, 2006; KOSMAHL, 2006.

Die effektive Zeit t_{eff} wird dabei in Abhängigkeit der Zeit t folgendermaßen beschrieben:

$$t_{eff}(t) = \int_{t_0}^t e^{\left(\frac{EA}{R} \cdot \left(\frac{1}{293} - \frac{1}{273+T(t)}\right)\right)} dt \quad (2-1)$$

mit t_0 Zeitpunkt zum Beginn der Betonage, R Gaskonstante, $R = 8,315$ J/(mol K),

EA	Aktivierungsenergie $T > 20^\circ\text{C}$: EA = 33,5 KJ/mol, $T \leq 20^\circ\text{C}$: EA(T) = 33,5 + 1,47 (20°C - T(t)) KJ/mol,
T(t)	Betontemperatur in °C.

Ein inkrementeller Ansatz für die effektive Zeit befindet sich in CEB/FIP MC90, 1993.

Zur Beschreibung des Hydratationsfortschritts hat sich die Formulierung des Hydratationsgrades $\alpha(t)$ durchgesetzt. Der Hydratationsgrad α ist dabei das Verhältnis zwischen der bis zum aktuellen Zeitpunkt freigesetzten Wärme und dem Wärmepotenzial:

$$\alpha(t) = \frac{Q(t)}{Q_{\max}} \quad (2-2)$$

mit	
Q(t)	freigesetzte Wärmeenergie zum Zeitpunkt t,
Q _{max}	Wärmepotenzial.

Wird die spezifische Wärmekapazität und die Rohdichte des Betons als konstant während der Hydratation angenommen, kann der Hydratationsgrad α auch über das Verhältnis der Temperaturen im adiabatischen Versuch ausgedrückt werden:

$$\alpha(t) = \frac{\Delta T_{ad}(t)}{\Delta T_{ad,max}} \quad (2-3)$$

mit	
$\Delta T_{ad}(t)$	Temperaturdifferenz zur Frischbetontemperatur zum Zeitpunkt t,
$\Delta T_{ad,max}$	maximale Temperaturdifferenz zur Frischbetontemperatur.

Die maximale Temperaturerhöhung $\Delta T_{ad,max}$ kann rechnerisch ermittelt werden, GUTSCH, 1998, oder aus dem adiabatischen Versuch abgeschätzt werden.

In JONASSON, 1984, wird eine dreiparametrische Formel für den Verlauf des Hydratationsgrades α in Abhängigkeit der effektiven Zeit t_{eff} angegeben:

$$\alpha(t_{eff}) = e^{-b \cdot \left(\ln\left(1 + \frac{t_{eff}}{t_k}\right)\right)^{c_1}} \quad (2-4)$$

mit	
b, t _k , c ₁	freie Parameter.

Die Bestimmung der freien Parameter kann über eine Regression an Versuchsergebnissen erfolgen.

2.2.1.2 Wärmeleitfähigkeit λ

Nach LOMEYER, 1991, kann die Wärmeleitfähigkeit des Betons λ_c aus dessen Zusammensetzung nach folgender Formel über die einzelnen Volumenanteile berechnet werden:

$$\lambda_c = \frac{\lambda_z \cdot V_z + \lambda_g \cdot V_g + \lambda_w \cdot V_w}{V_c} \quad (2-5)$$

mit	
λ_z	Wärmeleitfähigkeit des Zements, $\lambda_z = 2,0 \text{ W/(mK)}$,
λ_g	Wärmeleitfähigkeit der Gesteinskörnungen, für kristalline Gesteine (z. B. Granit, Basalt), $\lambda_g = 3,5 \text{ W/(mK)}$, für Sedimentgesteine (z. B. Sandstein, Muschelkalk), $\lambda_g = 2,3 \text{ W/(mK)}$,
λ_w	Wärmeleitfähigkeit des Wassers, $\lambda_w = 0,6 \text{ W/(mK)}$,
V_z	Volumenanteile des Zements,
V_g	Volumenanteile der Gesteinskörnungen,
V_w	Volumenanteile des Wassers,
V_c	Volumen des Betons.

Für Standardbetone kann diese Formel vereinfacht werden zu $\lambda_c \approx 0,7 \cdot \lambda_g + 0,4$. Damit ergibt sich für kristalline Gesteine $\lambda_c = 2,85 \text{ W/(mK)}$ und für Sedimentgesteine $\lambda_c = 2,0 \text{ W/(mK)}$.

SCHIKORA, 2000, leitet folgende, lineare Verknüpfung mit dem Hydratationsgrad zur Berücksichtigung der Hydratationsgradabhängigkeit her:

$$\lambda_c(\alpha) = \lambda_0 - (\lambda_0 - \lambda_c) \cdot \alpha \quad (2-6)$$

mit	
α	Hydratationsgrad,
λ_0	Ausgangswert λ_0 zu Beginn der Hydratation,
λ_c	Wärmeleitfähigkeit des Festbetons.

Für Standardrezepturen lässt sich Gleichung 2-6 auf $\lambda_{c0} = 1,5 \cdot \lambda_c$ vereinfachen. Die Wärmeleitfähigkeit während der Hydratation liegt damit 50 % über der Wärmeleitfähigkeit des erhärteten Betons. Analog empfiehlt ROSTÁSY, 2001, den rechnerisch ermittelten Wert mit dem Faktor 1,2 zu erhöhen, da die Wärmeleitfähigkeit im jungen Beton erhöht ist.

Unter Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Wärmeleitfähigkeit während der Hydratationsphase wurden in TUE, 2007-3, bei der Nachrechnung von Messwerten gute Ergebnisse mit den hydratationsgradabhängigen Ansätzen aus SCHIKORA, 2000, erreicht.

Während für die Nachrechnung von Messergebnissen eine genaue Berücksichtigung der Wärmeleitfähigkeit erforderlich ist, kann für vergleichende Untersuchungen ein Mittelwert der angegebenen Bandbreiten angesetzt werden.

2.2.1.3 Spezifische Wärmekapazität c_c

In HAMFLER, 1988, werden für Betone mit natürlichem Feuchtegehalt spezifische Wärmekapazitäten zwischen $0,9 \leq c_c \leq 1,0$ kJ/(kgK) angegeben. Wegen des höheren Wassergehalts und der wesentlich höheren spezifischen Wärmekapazität von Wasser ergeben sich für Frischbeton Werte von $1,0 \leq c_c \leq 1,15$ kJ/(kgK).

Nach ROSTÁSY, 2001, kann die spezifische Wärmekapazität des Betons c_c über folgende, zur Wärmeleitfähigkeit analoge Gleichung berechnet werden:

$$c_c = \frac{1}{\rho_c} [G_z \cdot c_z + G_g \cdot c_g + G_w \cdot c_w] \quad (2-7)$$

mit

ρ_c	Rohdichte des Frischbetons in kg/m ³ ,
G_z	Zementgehalt in kg/m ³ ,
G_g	Gehalt an Gesteinskörnungen in kg/m ³ ,
G_w	Wassergehalt in kg/m ³ ,
c_z	spezifische Wärmekapazität des Zements, $c_z = 0,84$ kJ/(kgK),
c_g	spezifische Wärmekapazität für Gesteinskörnung, $c_g = 0,7 - 0,9$ kJ/(kgK),
c_w	spezifische Wärmekapazität des Wassers, $c_w = 4,18$ kJ/(kgK).

Für normale Betonrezepturen ergeben sich damit für erhärtenden Beton Werte von $1,0 \leq c_c \leq 1,15$ kJ/(kgK) und für erhärteten Beton Werte von $0,9 \leq c_c \leq 1,0$ kJ/(kgK). Diese Werte werden auch in SCHIKORA, 2000, bestätigt.

Es existieren verschiedene Ansätze zur Berücksichtigung der Abhängigkeit des Erhärtungszustandes bei jungem Beton, z. B. KRAUSS, 2004, die meistens in Abhängigkeit des Hydratationsgrades formuliert sind. Auf Grund der engen Grenzen und dem in HAMFLER, 1988, nachgewiesenen geringeren Einfluss der spezifischen Wärmekapazität auf die Ergebnisse der Temperaturberechnungen ist für Vergleichsberechnungen oder Vorabschätzungen ein Wert von $c_c = 1,0$ kJ/(kgK) gerechtfertigt. Bei bekannten Rezepturen kann Gleichung 2-7 verwendet werden.

Eine Berücksichtigung der Veränderlichkeit während der Hydrationsphase kann mit der in Abschnitt 2.2.1.2 beschriebenen Kopplung an den Hydratationsgrad erfolgen.

2.2.1.4 Temperatureausdehnungskoeffizient α_T

In ROSTÁSY, 2001, sind für normale Betonrezepturen Werte von $0,9 \cdot 10^{-5} / K \leq \alpha_T \leq 1,2 \cdot 10^{-5} / K$ in Abhängigkeit der Gesteinskörnungen angegeben.

In SCHIKORA, 2000, wird angeführt, dass der Temperatureausdehnungskoeffizient von frischem Beton aufgrund der hohen Wärmedehnzahl des ungebundenen Wassers sehr hoch ist und in den ersten Stunden der Hydratation schnell absinkt. Da zu dieser Zeit der Beton aber keine Steifigkeit besitzt, ist dies von untergeordneter Bedeutung. Die Autoren führen auch eine Schwankungsbreite von $\pm 10 - 20$ % für den Temperatureausdehnungskoeffizienten an.

Die Schwankungsbreite und die Schwierigkeiten bei der Bestimmung des Temperatureausdehnungskoeffizienten werden auch in KRAUSS, 2004, bestätigt.

WEIGLER, 1974, ermittelt für eine Betonmischung mit 350 kg Zement und einem w/z-Wert von 0,55 für die Zeit zwischen 8 und 24 h einen Wert von $\alpha_T = 2,0 \cdot 10^{-5} / K$. Der Wert gilt damit nur für die ganz frühe Phase, die auf Grund der fehlenden Steifigkeit von untergeordneter Bedeutung ist.

Unter Würdigung aller Einflüsse und der allgemeinen Unschärfe der Berechnungen ist ein konstanter Temperatureausdehnungskoeffizient von $\alpha_T = 1,0 \cdot 10^{-5} / K$ gerechtfertigt.

2.2.1.5 Wärmeübergänge

Um das tatsächliche Temperaturfeld im Bauteil korrekt berechnen zu können, muss der Wärmeaustausch mit der Umgebung richtig erfasst werden. Grenzt das zu berechnende Bauteil an andere Bauteile oder den Boden, so ist der Wärmeübergang über die wärmetechnischen Parameter des angrenzenden Bauteils (λ , c) vorgegeben. Der Wärmeübergang erfolgt dann im Wesentlichen über Wärmeleitung.

Der Wärmeübergang zur Luft und zum Wasser wird im Allgemeinen über den Wärmeübergangskoeffizienten α_U beschrieben. In der Regel beschreibt der Koeffizient integral die auftretenden Prozesse Wärmeleitung, Wärmestrahlung und Konvektion. Der Wärmeübergangskoeffizient ist auch in der Lage, Effekte der Nachbehandlung wie Schalung o. ä. zu beschreiben. Anhaltswerte für den Wärmeübergangskoeffizienten α_U finden sich in ROSTÁSY, 2001.

Temperaturfelder in erhärtenden Betonbauteilen können mit dem Stand der Technik sehr gut berechnet werden, was Nachrechnungen von in situ gemessenen Temperaturen belegen, WIESNER, 2001; HENNIG, 2004, TUE, 2007-2.

2.2.2 Festigkeitsentwicklung

2.2.2.1 Erstarrungsbeginn

Die Hydratation kann in zwei Phasen eingeteilt werden, RÖHLING, 2005:

- Ab dem Erstarrungsbeginn begrenzen zunehmende Hydrate die Bewegungsfreiheit der Frischbetonmischung. Ab diesem Zeitpunkt sollte keine Verdichtung mehr erfolgen.
- Beim Festigkeitsbeginn reicht die Menge der Hydrate aus, um das Volumen des Anmachwassers zu überbrücken. Ab diesem Zeitpunkt weist der Beton eine Festigkeit auf.

In SCHINDLER, 2004, werden die Zeitpunkte des Erstarrungs- und des Festigkeitsbeginns als Hydratationsgrad α_{eb} und α_{fb} in Abhängigkeit des Wasser-Bindemittel-Wertes w/b formuliert:

$$\alpha_{eb} = 0,15 w/b \quad (2-8)$$

$$\alpha_{fb} = 0,26 w/b \quad (2-9)$$

Die Werte haben nur für Portlandzement Gültigkeit. Für Portlandzemente mit Hüttensandanteil (HOZ) erwartet Schindler kleinere Hydratationsgrade zu den entsprechenden Zeitpunkten.

In BYFORS, 1980, wird für den Hydratationsgrad bei Festigkeitsbeginn α_{fb} empfohlen, einen etwas größeren Anteil des Wasser-Bindemittel-Wertes w/b anzusetzen:

$$\alpha_{fb} = 0,4 \div 0,46 w/b \quad (2-10)$$

2.2.2.2 Formulierung der Festigkeitsentwicklung

Während der Hydratationsphase entwickeln sich die Festigkeiten des Betons. Wie der Hydratationsprozess selbst, hängt auch die Entwicklung der Festigkeit von der Temperaturgeschichte ab. Auf Grund des dreidimensionalen, instationären Temperaturfeldes entwickelt sich die Festigkeit an jedem Ort im Querschnitt unterschiedlich.

Für die im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Problemstellungen ist vor allem die Entwicklung des Elastizitätsmoduls von Interesse. In TUE, 2007-1, wurde aufgezeigt, dass eine Berücksichtigung der zeitlichen Entwicklung erforderlich ist, um den Spannungsverlauf realistisch abschätzen zu können.

Die Bedeutung der Festigkeitsentwicklung soll im folgenden Beispiel verdeutlicht werden:

Es wird ein Querschnitt mit einer Dicke von $h = 1,5$ m zum einen mit einem konstanten Elastizitätsmodul und zum anderen mit einer Elastizitätsmodul-Entwicklung betrachtet. Der Querschnitt ist frei von äußerem Zwang gelagert, sodass sich nur Eigenspannungen ausbilden. In Bild 2-4 sind die Spannungen am Rand und im Kern dargestellt. Ein konstanter Elastizitätsmodul (durchgezogene Linie) führt dazu, dass die sich während der Erhärtung aufbauenden Randzugspannungen und Kern-druckspannungen nach Temperaturengleich wieder ausgeglichen sind.

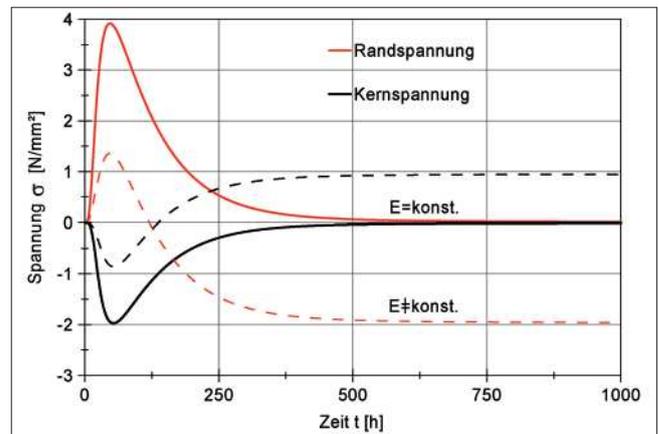


Bild 2-4: Spannungsentwicklung für konstanten und veränderlichen Elastizitätsmodul

Im Unterschied dazu verbleibt bei der Berücksichtigung der Elastizitätsmodulentwicklung (gestrichelte Linie) nach Temperaturengleich ein Spannungszustand mit Druckspannungen am Rand und Zugspannungen im Kern. Die Berücksichtigung der zeitabhängigen Betoneigenschaften spielt damit für die Spannungsermittlung eine entscheidende Rolle.

Da auch der Rissbildungsprozess untersucht wird, muss zusätzlich der Verlauf der Zugfestigkeitsentwicklung bekannt sein. Die Entwicklung der Zugfestigkeit verläuft dabei langsamer als die Entwicklung des Elastizitätsmoduls.

Die Entwicklung der Druckfestigkeit spielt in diesem Zusammenhang eine untergeordnete Rolle. Prinzipiell verläuft die Entwicklung der Druckfestigkeit aber langsamer als die Entwicklung der Zugfestigkeit.

In der Literatur existieren verschiedene Ansätze zur Beschreibung der Festigkeitsentwicklungen. In KOSMAHL, 2006, befindet sich eine geeignete Zusammenstellung der Vorgehensweisen. Die Ansätze beziehen sich immer auf einen Endwert der Festigkeit (28-Tage Wert oder Wert bei vollständiger Hydratation).

Der Verlauf der Entwicklung über die Hydratationsphase wird mit unterschiedlichen Funktionen, die verschie-

dene, freie Parameter besitzen, beschrieben. Die Parameter können näherungsweise Tabellen entnommen werden oder mittels Regression an Laborkennwerte angepasst werden. Laboruntersuchungen erfolgen in der Regel bei isothermer Lagerung (20°). In dem Fall entspricht das reale Betonalter dem effektiven Betonalter.

Bei der Zugfestigkeit ist zu beachten, dass für das im Rahmen dieser Arbeit untersuchte Problemfeld die zentrische Zugfestigkeit interessiert, die durch Versuche nur aufwendig zu bestimmen ist. Es existieren Faktoren, mit denen gegebenenfalls die in anderen Versuchen gewonnene Zugfestigkeit auf die zentrische Zugfestigkeit umgerechnet werden kann. In CEB/FIP MC 90, 1993, werden entsprechende Faktoren angegeben.

Ein auf WESCHE, 1993, basierender Ansatz zur Festigkeitsentwicklung verwendet eine Formfunktion β der folgenden Gestalt:

$$\beta(t_{eff}) = e^{-a \frac{w}{z} (t_{eff}^{-b} - 28^{-b})} \quad (2-11)$$

mit
 t_{eff} effektives Betonalter in d,
 a, b freie Parameter,
 w/z Wasser/Zement-Wert.

Beim Wasser/Zement-Wert ist die Zugabe von Zusatzstoffen (Flugasche o. ä.) in der Regel mit 40 % zu berücksichtigen. Anhaltswerte für die freien Parameter a und b können der Tabelle 2-2 entnommen werden.

Zementfestigkeitsklasse	52.5 N, 42.5 R	42.5 N, 32.5 R	32.5 N
Parameter a	1,5	2,8	4,4
Parameter b	0,55		

Tabelle 2-2: Parameter a und b für die Formfunktion nach WESCHE, 1993

Die Entwicklung des Elastizitätsmoduls E_c wird dann über den Elastizitätsmodul nach 28 Tagen $E_{c,28d}$ beschrieben:

$$E_c(t_{eff}) = \beta(t_{eff})^{\frac{1}{3}} \cdot E_{c,28d} \quad (2-12)$$

In ähnlicher Form kann der Verlauf der Zugfestigkeitsentwicklung f_{ctm} über die Zugfestigkeit nach 28 Tagen $f_{ct,28d}$ beschrieben werden:

$$f_{ctm}(t_{eff}) = \beta(t_{eff})^{\frac{2}{3}} \cdot f_{ct,28d} \quad (2-13)$$

Ein weiterer Ansatz befindet sich in CEB/FIP MC90, 1993. Der Ansatz besitzt zwei unterschiedliche Formfunktionen für den Elastizitätsmodul und die Zugfestigkeit, die den Verlauf der Entwicklung in Abhängigkeit des 28 Tage Wertes beschreiben. Beide Formfunktionen besitzen den gleichen Parameter s, der einer Tabelle entnommen werden kann.

Auf LAUBE, 1990, und GUTSCH, 1998, geht ein Ansatz zurück, der in abgewandelter Weise auch von DE SCHUTTER, 1996, verwendet wird. Die Festigkeitsentwicklung wird dabei durch den Fortschritt der Hydratation bestimmt, die über den Hydratationsgrad gemessen wird. Für die freien Parameter existieren keine Tabellenwerte, sodass eine Kalibrierung an Laborkennwerten erforderlich ist.

Bei Bauvorhaben mit dicken Betonbauteilen werden in der Regel Betoneignungsprüfungen durchgeführt. Wenn dann die Zugfestigkeit und der Elastizitätsmodul zu unterschiedlichen Zeiten während der Abbindephase bestimmt werden, können die Funktionen angepasst werden. Die Auswahl der Ansatzfunktion ist dann von untergeordneter Bedeutung. Tabellenwerte werden in der Regel für Vorabschätzungen oder Vergleichsrechnungen benötigt.

2.2.3 Viskoelastisches Verhalten

Der Werkstoff Beton besitzt ein ausgeprägtes viskoelastisches Verhalten, das mit den Phänomenen Kriechen und Relaxation beschrieben wird. Während unter Kriechen eine zunehmende Verformung unter konstanter Beanspruchung umschrieben wird, bedeutet Relaxation eine abnehmende Spannung unter einer konstanten, aufgezwungenen Verformung. In der Einführung wurde bereits erläutert, dass bei der Beanspruchung während der Hydratation beide Effekte auftreten.

Häufig steht die Relaxation bei Untersuchungen zum Hydratationsprozess im Vordergrund, da bei jungem Beton das Relaxationsverhalten sehr ausgeprägt ist. Entsprechend häufig wird darauf hingewiesen, dass bei Vernachlässigung der Relaxation die Spannungen aus abfließender Hydratationswärme überschätzt werden, HAMFLER, 1988; LAUBE, 1990; GUTSCH, 1998; SCHIKORA, 2000; WIESNER, 2002. Speziell bei der Nachrechnung von Messwerten fällt dies besonders ins Gewicht.

Im Gegensatz dazu wird in der Literatur schwerpunktmäßig über Kriechversuche berichtet. Relaxationsversuche an jungem Beton wurden in neuerer Zeit in größerem Umfang nur in Braunschweig durchgeführt, LAUBE, 1990; GUTSCH, 1998. Die Gesetzmäßigkeiten der Relaxation werden vielfach auf Kriechen zurückgeführt, ROSTÁSY, 1972; TROST, 1978; WITTMANN, 1971.

Beide Phänomene sind noch nicht abschließend erforscht. Der Vorgang wird nach heutigem Kenntnisstand auf Bewegung und Umlagerung von Wasser im Zementstein sowie interkristallines Gleiten und Mikrorissbildung im Feststoffbereich zurückgeführt, SCHÖPPEL, 1993. Während der Hydratation ist der Vorgang noch komplexer, da sich die Materialeigenschaften permanent ändern, die Spannungen stetig variieren, eine Be- und Entlastung auftritt und die Spannungen von Zug in Druck und umgekehrt wechseln.

Zum detaillierteren Studium des Themas sei auf die Fachliteratur verwiesen, BASTGEN, 1977; BAZANT, 1976; CEB No.199, 1990; DE SCHUTTER, 1999; KOSMAHL, 2006; NOWACKI, 1965; ROTTLER, 1998; TROST, 1967; WITTMANN, 1971.

2.2.4 Nichtlineares Materialverhalten von Beton im Zugbereich

Das Verhalten des Betons im Zugbereich kann in einen Pre-Peak- und einen Post-Peak-Bereich eingeteilt werden, wenn das Erreichen der Zugfestigkeit als Peak bezeichnet wird. Das Materialverhalten ist in Bild 2-5 veranschaulicht.

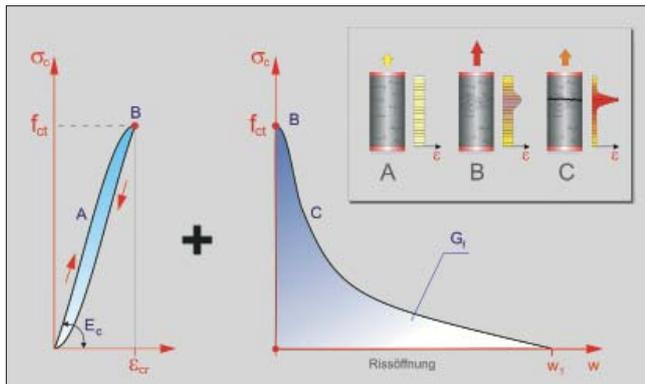


Bild 2-5: Nichtlineares Verhalten des Betons im Zugbereich

Im Pre-Peak-Bereich (A) kann der Beton als linear-elastisch bis zum Erreichen der Zugfestigkeit (B) angesehen werden, GUTSCH, 1998, auch wenn andere Ansätze eine Abnahme des Elastizitätsmoduls ab ca. 90 % der Zugfestigkeit auf Grund von Mikrorissbildung beschreiben, SIX, 2003, CEB/FIP MC90, 1993. Nach DUDA, 1991, ist dies auf äußere Einflüsse zurückzuführen, sodass nach Ausschaltung aller Störeinflüsse das Abkrümmen mit der erreichbaren Messgenauigkeit nicht nachvollzogen werden kann.

Der Post-Peak-Bereich (C) wird mit einer Spannungs-Rissöffnungs-Beziehung beschrieben.

Der Flächeninhalt unter dem Post-Peak-Bereich der σ - w -Beziehung wird als Bruchenergie G_F definiert. Die Bruchenergie G_F ist die Energie, die erforderlich ist, um die Flächeneinheit des Querschnitts mit einem Riss in

zwei Teile zu trennen, sodass sich eine spannungslose Rissflanke ausbildet.

Die Ermittlung der Bruchenergie ist versuchstechnisch schwierig zu realisieren, da die Rissbreite über eine bestimmte Länge gemessen werden muss. Die Ergebnisse unterscheiden sich daher nicht unerheblich. KÖNKE, 2005, weist in diesem Zusammenhang darauf hin, dass bei Versuchen zum nichtlinearen Tragverhalten von Beton selbst unter sehr scharfen Laborbedingungen starke Streuungen nicht zu vermeiden sind.

In CEB/FIP MC90, 1993, sind Werte für die Bruchenergie in Abhängigkeit der Betonfestigkeitsklasse und des Größtkorndurchmessers angegeben. Die Werte sind in Tabelle 2-3 angegeben.

Größtkorndurchmesser [mm]	G_F (Nm/m ²)							
	C12	C20	C30	C40	C50	C60	C70	C80
8	40	50	65	70	85	95	105	115
16	50	60	75	90	105	115	125	135
32	60	80	95	115	130	145	160	175

Tabelle 2-3: Bruchenergie aus CEB/FIP MC90, 1993

Für andere Festigkeitsklassen kann die Bruchenergie G_F mit der folgenden Gleichung beschrieben werden:

$$G_F = G_{F0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10 \frac{N}{mm^2}} \right)^{0,7} \quad (2-14)$$

mit

G_{F0} Grundwert der Bruchenergie in Abhängigkeit des Größtkorns,

für $d_{max} = 8$ mm $\rightarrow G_{F0} = 25$ N/m,

für $d_{max} = 16$ mm $\rightarrow G_{F0} = 30$ N/m,

für $d_{max} = 32$ mm $\rightarrow G_{F0} = 38$ N/m,

f_{cm}

mittlere Betondruckfestigkeit in N/mm².

Die Entwicklung der Zugfestigkeit und die Entwicklung der Bruchenergie während der Hydratation werden in der Literatur verschiedentlich als affin belegt, DE SCHUTTER, 1997; GUTSCH, 1998; BRAMESHUBER, 1987. Es sind Ansätze für eine hydratationsgradabhängige Formulierung der Bruchenergie $G_F(\alpha)$ zu finden, die alle auf folgende Funktion zurückzuführen sind:

$$G_F(\alpha) = G_{Fu} \cdot \left(\frac{\alpha - \alpha_0}{1 - \alpha_0} \right)^{\alpha_{GF}} \quad (2-15)$$

mit

G_{Fu}

Endwert der Bruchenergie bei vollständiger Hydratation,

α

Hydratationsgrad,

α_0

Hydratationsgrad bei Erstarrungsbeginn,

α_{GF}

freier Parameter.

In GUTSCH, 1998, werden für einen Beton mit Portlandzement $G_F = 144,47 \text{ N/m}$ und $\alpha_{GF} = 0,9205$ angegeben.

In DE SCHUTTER, 1997, werden ab einem Hydratationsgrad $\alpha > 0,6$ für α_{GF} Werte zwischen 0,46 (Beton mit Portlandzement) und 1,10 (Beton mit Hochofenzement) ermittelt. In HARIRI, 2000, werden aus Versuchen mit Portlandzement-Beton für den freien Parameter Werte zwischen $0,936 \leq \alpha_{GF} \leq 1,794$ gewonnen. Für α_{GF} wird folgender, funktionaler Zusammenhang gefunden:

$$\alpha_{GF} = 2 \cdot \left(\frac{G_{Fu} - 189,561}{788,939 - 189,561} \right)^{0,286} \quad (2-16)$$

mit G_{Fu} Endwert der Bruchenergie bei vollständiger Hydratation.

Für den Verlauf des als Tension-Softening-Bereich bezeichneten abfallenden Astes der σ - w -Linie im Zugbereich gibt es unterschiedliche Ansätze. Auf Grund der Problematik bei der Ermittlung der erforderlichen Materialkennwerte wird häufig mit einem linearen Ansatz gerechnet, der als Materialparameter die Zugfestigkeit f_{ct} und die Bruchenergie G_F erfordert.

Versuche belegen, dass die Beschreibung des Tension-Softening-Bereichs mit einer bilinearen Funktion der Realität eher entspricht, GUTSCH, 1998. In Abhängigkeit von der Rissbreite fällt die Spannung zu Beginn schneller ab, anschließend sinkt die Spannung langsamer. Darüber hinaus gibt es weitere, nichtlineare Ansätze für diese Beziehung, siehe Bild 2-6. Es ist zu beachten, dass auch bei der Ermittlung der Materialparameter der entsprechende Ansatz zu Grunde liegen muss, sonst sind die Ergebnisse verfälscht.

Für die numerische Berechnung gibt es zwei verschiedene Ansätze zur Berücksichtigung der Rissbildung: verschmierte Rissbildung und diskrete Rissbildung.

Bei verschmierter Rissbildung wird der Riss durch ein Rissband ersetzt und die Rissbreite wird über dieses Rissband (crack band) verschmiert. Die Rissöffnung (σ - w -Beziehung) kann dann über die Rissbanddehnung (σ - ε -Beziehung) beschrieben werden. Der Zugbereich kann unter Einbeziehung der Bruchenergie G_F komplett mit einem σ - ε -Diagramm beschrieben werden. Allerdings hängt die Spannungs-Dehnungs-Beziehung σ - ε im Post-Peak-Bereich von der Breite des Rissbandes ab.

Die auch als Rissprozesszone l_{PR} bezeichnete Breite des Rissbandes wird von BAZANT, 1983, nach Auswertung umfangreicher Versuche mit dem dreifachen Größtkorndurchmesser ($l_{PR} = 3 \cdot d_{max}$) angegeben. In HARIRI, 2000, wird für einen Beton B35 mit einem 16 mm Größtkorn eine Rissprozesszone von 30 mm ermittelt, was nur dem zweifachen Größtkorndurchmesser entspricht. Eine Abhängigkeit zwischen Größtkorndurchmesser und Rissprozesszone kann mit den Versuchen in HARIRI, 2000, nicht belegt werden.

Die Bruchenergie wird in Versuchen für einen einzelnen Riss bestimmt. Um das Tragverhalten eines Bauteils korrekt zu beschreiben, ist dies bei der Modellierung zu berücksichtigen. Für Finite-Element-Berechnungen wird in der Regel von einem Riss pro Element ausgegangen. Da die Bruchenergie als Materialgröße unabhängig von der Elementgröße ist, muss in dem Fall die Rissbandbreite bzw. die Enddehnung, ab der keine Zugspannungen mehr übertragbar sind, vorgegeben werden.

Die Enddehnung $\varepsilon_{u,cr}$ berechnet sich für den linearen Tension-Softening-Ansatz zu:

$$\varepsilon_{u,cr} = \frac{2 \cdot G_F}{f_{ctm} \cdot l_{PR}} \quad (2-17)$$

mit G_F Bruchenergie, f_{ctm} Mittelwert der Betonzugfestigkeit, l_{PR} Länge der Rissprozesszone.

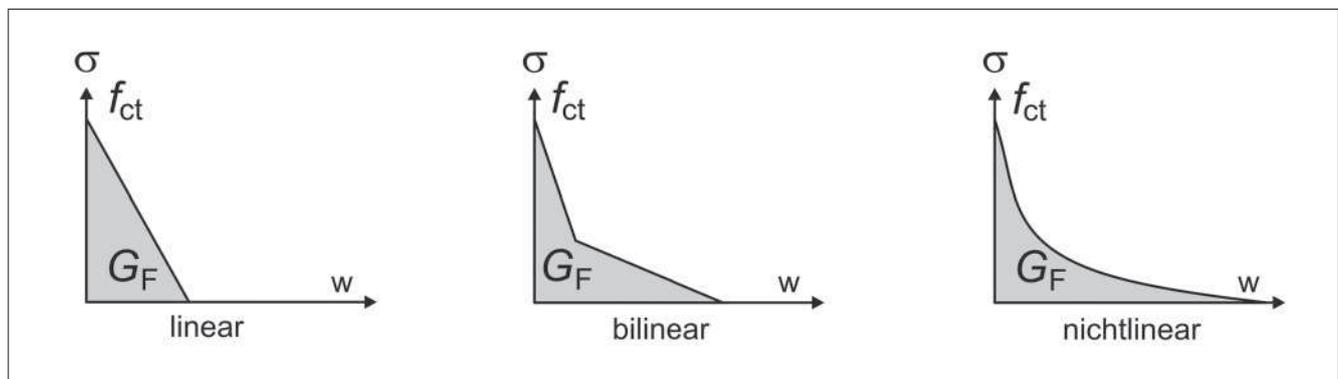


Bild 2-6: Unterschiedliche Ansätze für den Tension-Softening-Verlauf

Zur realistischen Modellierung des Verbundwerkstoffes Stahlbeton muss die versteifende Mitwirkung des ungerissenen Betons zwischen den Rissen (tension stiffening) berücksichtigt werden. Dies erfolgt entweder durch Anpassung der Stahlarbeitslinie, was durch die erforderliche Kombination mit sprödem Betonverhalten zu numerischen Schwierigkeiten führt. Alternativ kann das Zugtragverhalten des Betons modifiziert werden, in dem ein Resttragverhalten des Betons auch nach der Rissbildung unterstellt wird, SIX, 2003.

Die Bewehrung wird bei verschmierter Rissbildung entweder mit separaten Stabelementen betrachtet, die starr an die Knoten der Betonelemente gekoppelt werden, oder über in die Betonelemente eingebettete Bewehrungselemente, DIANA, 2005.

Aussagen über die Spannung in der Bewehrung und die auftretende Rissbreite sind mit verschmierter Rissbildung nur begrenzt möglich. Zudem kann der die Spannung in der Bewehrung beeinflussende Verbund zwischen Beton und Bewehrung in dem Falle nicht modelliert werden. Die Modelle sind dazu geeignet, das globale Tragverhalten von Stahlbetontragwerken realistisch abzubilden.

In FEIST, 2005 wird darauf hingewiesen, dass die Wiedergabe von Risspfaden mit dem verschmierten Rissbandmodell auf Grund der Vereinfachung nur ungenau erfolgt.

Soll das Tragverhalten im Riss realistischer erfasst werden, müssen diskrete Risselemente eingeführt werden. Dazu muss die Lage der Risse a priori bekannt sein oder vorab durch Berechnungen ermittelt werden.

Das elastische Verhalten bis zum Riss wird über Federsteifigkeiten abgebildet, die mit Penalty-Werten so belegt werden, dass sie weder durch eine zu geringe Steifigkeit das Tragverhalten der benachbarten Elemente beeinflussen, noch durch ein zu steifes Verhalten numerische Schwierigkeiten erzeugen.

Im Risselement kann das Nachrissverhalten dann über eine σ -w-Beziehung mit beliebigem Verlauf explizit definiert werden.

2.2.5 Verbundverhalten

Wird ein Modell mit diskreter Rissbildung verwendet, kann die Bewehrung über Verbundelemente an den Beton angekoppelt werden und die Risselemente überbrücken. Das Materialverhalten der Verbundelemente wird dabei über eine Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung beschrieben.

In der Literatur existieren zahlreiche Ansätze zur Modellierung des Verbundes. In KÖNIG, 1996, findet sich eine Zusammenstellung.

In CEB/FIP MC90, 1993, wird der Verbund in vier Abschnitten definiert:

1. Eine Potenzfunktion beschreibt den aufsteigenden Ast der Schubspannungen in Abhängigkeit des Schlupfes bis zur maximal übertragbaren Schubspannung τ_{\max} .
2. Anschließend kann bis zu einem bestimmten Schlupf eine konstante Schubspannung τ_{\max} übertragen werden.
3. Danach fällt die übertragbare Schubspannung linear ab.
4. Zuletzt wird eine Reibungsschubspannung τ_f erreicht, die unabhängig vom Schlupf übertragen werden kann.

Im Gebrauchslastbereich interessieren nur der aufsteigende Ast sowie die maximal übertragbare Schubspannung. Diese kann in der Regel bis zu einem Grenzschlupf von 1 mm übertragen werden, der jedoch unter Gebrauchslasten nicht erreicht wird.

Die Funktion für die in Abhängigkeit des Schlupfes s übertragbare Schubspannung τ lautet im aufsteigenden Bereich:

$$\tau(s) = \tau_{\max} \cdot \left(\frac{s}{s_1} \right)^\alpha \quad (2-18)$$

mit

τ_{\max}	maximal übertragbare Schubspannung,
s_1	Grenzschlupf, ab dem τ_{\max} übertragen werden kann,
α	freier Parameter, $\alpha = 0,4$ gemäß CEB/FIP MC90, 1993.

Die Werte für τ_{\max} und s_1 sind in Abhängigkeit der Verbundbedingungen und der Betondruckfestigkeit in CEB/FIP MC90, 1993, angegeben. Für normale Verbundbedingungen empfiehlt CEB/FIP MC90, 1993, $\tau_{\max} = 1,25 \cdot \sqrt{f_{ck}}$. Für einen Beton der Festigkeitsklasse C 25/30 ergibt sich damit eine maximal übertragbare Schubspannung von $\tau_{\max} = 6,25 \text{ N/mm}^2$.

Nach DIN 1045-1, 2008, ist normaler Verbund der allgemeingültige Fall, der auch die Position der Bewehrung in Wandbauwerken erfasst. Wird guter Verbund unterstellt, beträgt die maximal übertragbare Verbundspannung unter gleichen Randbedingungen $\tau_{\max} = 12,5 \text{ N/mm}^2$. Der Grenzschlupf nach CEB/FIP MC90, 1993, beträgt in beiden Fällen $s_1 = 1 \text{ mm}$.

In KÖNIG, 1996, wird für den gesamten Bereich des Schlupfes s eine Potenzfunktion der folgenden Form für die übertragbare Schubspannung τ verwendet:

$$\tau(s) = C \cdot s^\alpha \quad (2-19)$$

mit
 C Konstante, abhängig von der Stahlsorte und der Betondruckfestigkeit,
 α Konstante, abhängig von der Stahlsorte und der Verbundqualität.

Für die Parameter werden nach Auswertung zahlreicher Versuche folgende Werte empfohlen:

$$C = 0,31 \cdot (f_{cm})$$

$$\alpha = 0,30$$

Bei dem in CEB/FIP MC90, 1993, definierten Grenzschlupf von $s_1 = 1$ mm ergibt sich in dem Fall für einen Beton der Festigkeitsklasse C 25/30 eine übertragbare Schubspannung von $\tau_{max} = 10,23$ N/mm².

In DÖRR, 1980, wird die übertragbare Schubspannung τ bis zur maximal übertragbaren Schubspannung τ_{max} in Abhängigkeit vom Schlupf s als kubische Parabel formuliert. Anschließend ist analog des Ansatzes nach CEB/FIP MC90, 1993, eine konstante Schubspannung übertragbar. Die Funktionen für die beiden Bereiche lauten:

$$\tau(s) = c \cdot \left(5 \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right) - 4,5 \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right)^2 + 1,4 \cdot \left(\frac{s}{s_1}\right)^3 \right) \quad (2-20)$$

für $0 < s \leq s_1$

$$\tau(s) = 1,9 \cdot c \quad (2-21)$$

für $s \geq s_1$

mit
 c freier Parameter,
 s_1 Grenzschlupf, ab dem τ_{max} übertragen werden kann.

In DÖRR, 1980, wird empfohlen, für den Parameter c die Zugfestigkeit f_{ctm} einzusetzen und den Grenzschlupf mit $s_1 = 0,06$ mm anzunehmen. Bei einem Beton der Festigkeitsklasse C 25/30 ist dann eine maximale Schubspannung von $\tau_{max} = 4,94$ N/mm² übertragbar.

Bild 2-7 zeigt die unterschiedlichen Verläufe der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen für einen Beton der Festigkeitsklasse C 25/30.

2.3 Rissbildung bei Stahlbetontragwerken

Die Modellvorstellung der Rissbildung unterscheidet die Erstrissbildung und das abgeschlossene Rissbild. Zusätzlich werden Primärrisse, die den gesam-

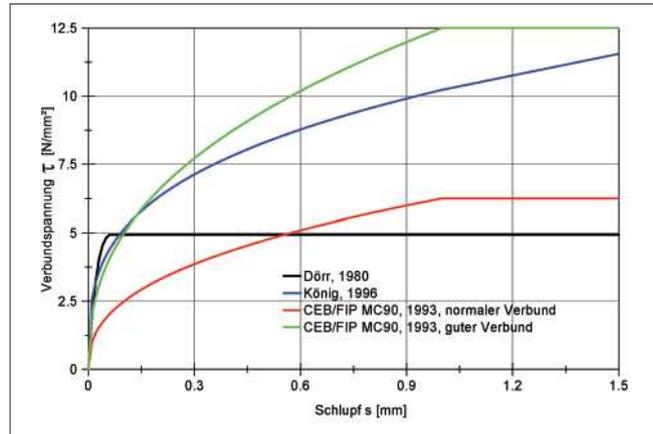


Bild 2-7: Verschiedene Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen (C 25/30)

ten Querschnitt durchtrennen, von Sekundärrissen unterschieden, die nur den Wirkungsbereich der Bewehrung erfassen.

Die Risschnittgröße erzeugt im Querschnitt Primärrisse, die in der Regel an einer Stelle mit geringer Festigkeit auftreten. Die Beanspruchung wird von der Bewehrung über Verbund wieder in den Beton geleitet. Am Ende der Einleitungslänge entspricht die Stahldehnung wieder der Betondehnung. Für die Rissbreite ist die Einleitungslänge auf beiden Seiten des Risses von Bedeutung. Dies ist die Phase der Erstrissbildung.

Bei Laststeigerung bilden sich weitere Risse, bis letztendlich zwischen den Rissen die Zugfestigkeit des Betons nicht mehr erreicht wird und das abgeschlossene Rissbild entstanden ist.

Mit zunehmender Dicke gewinnt dabei die Bildung von Sekundärrissen an Bedeutung, KÖNIG, 1986, HELMUS, 1987, KÖNIG, 1996, DAfSTB, 2003. Wenn im Wirkungsbereich der Bewehrung die Zugfestigkeit überschritten wird, bilden sich dort Risse, die aber nicht den gesamten Querschnitt durchtrennen. Dies bedeutet, dass beim abgeschlossenen Rissbild nur noch so viel Spannung aus der Bewehrung über die Verbundwirkung in den Beton geleitet werden muss, wie zur Bildung der Sekundärrisse erforderlich ist.

Bei Dauerlast reduziert sich nach DAfSTB, 2003, die Verbundsteifigkeit, was vergrößernden Einfluss auf die Rissbreiten hat. Für Untersuchungen zur Hydratationsphase muss dies auf Grund der Kürze der Einwirkungen nicht berücksichtigt werden.

2.3.1 Primärrisse

Die im Primärriss von der Bewehrung aufgenommene Kraft wird über den Verbund wieder an den Beton abgegeben. Für die Rissbreite ist die zugehörige Einleitungslänge, die über die Verbundwirkung bestimmt wird, von entscheidender Bedeutung. Die Rissbrei-

te ergibt sich aus der unterschiedlichen Dehnung zwischen Beton und Stahl entlang dieser Einleitungslänge. Die rechnerische Rissbreite ermittelt sich damit zu:

$$w_{\max} = s_{r,\max} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (2-22)$$

mit

w_{\max} maximale Rissbreite,
 $s_{r,\max}$ maximaler Rissabstand,
 ε_{sm} mittlere Dehnung des Bewehrungsstahls,
 ε_{cm} mittlere Dehnung des Betons.

Der Verbund entlang der Einleitungslänge muss die Kraft im Stahl aufnehmen:

$$l_e \cdot \tau_{sm} \cdot u_s = \sigma_s \cdot A_s \quad (2-23)$$

mit

l_e Einleitungslänge,
 τ_{sm} mittlere Verbundspannung,
 u_s Umfang der Bewehrung,
 σ_s Spannung im Stahl im Zustand II,
 A_s Querschnittsfläche der Bewehrung.

Die mittlere Verbundspannung wird als Materialkonstante über die wirksame Betonzugfestigkeit $f_{ct,eff}$ ausgedrückt. Nach CEB/FIP MC90, 1993, ist die charakteristische Rissbreite bei $\tau_{sm} = 1,8 \cdot f_{ct,eff}$ zu erwarten.

In Bild 2-8 sind die Verhältnisse bei Einzelrissbildung dargestellt.

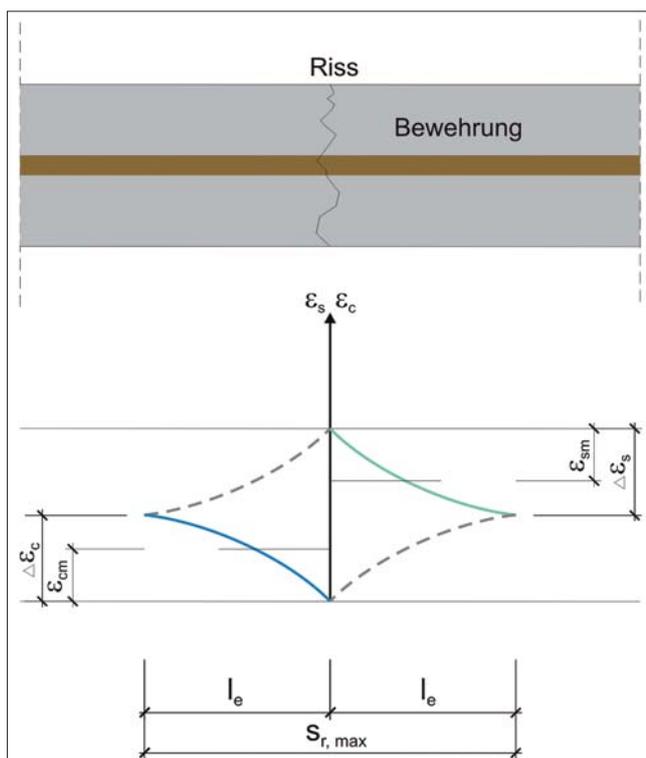


Bild 2-8: Verhältnisse bei Einzelrissbildung

Der bei der Einzelrissbildung auftretende, maximale Rissabstand $s_{r,\max}$ gemäß Bild 2-8 ergibt sich als doppelte Einleitungslänge zu:

$$s_{r,\max} = \frac{2 \cdot \sigma_s \cdot \pi \cdot d_s^2}{4 \cdot 1,8 \cdot f_{ct,eff} \cdot \pi \cdot d_s} = \frac{\sigma_s \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff}} \quad (2-24)$$

mit

σ_s Spannung im Stahl im Zustand II,
 d_s Durchmesser der Bewehrung,
 $f_{ct,eff}$ wirksame Betonzugfestigkeit zum Risszeitpunkt.

Die mittlere Dehnung in der Bewehrung ε_{sm} wird folgendermaßen ermittelt:

$$\varepsilon_{sm} = \varepsilon_s - v_s \cdot \Delta \varepsilon_s \quad (2-25)$$

mit

ε_s Stahldehnung im Riss,
 v_s Völligkeitsbeiwert, der vom Verbundgesetz abhängt:
 0,65 gemäß KÖNIG, 1996,
 0,6 gemäß CEB/FIP MC90, 1993,
 0,67 bei Annahme einer quadratischen Parabel,
 0,6 nach DA-FSTB, 2003,
 $\Delta \varepsilon_s$ Differenz der Stahldehnung vom Riss bis zum Ende der Lasteinleitung.

Im Weiteren wird in Anlehnung an DA-FSTB, 2003, $v_s = 0,6$ verwendet.

Für die mittleren Betondehnungen ε_{cm} ergibt sich mit dem gleichen Völligkeitsbeiwert v_s analog:

$$\varepsilon_{cm} = v_s \cdot \varepsilon_c \quad (2-26)$$

mit

ε_c Betondehnungen im Zustand I.

Die Dehnungen im Stahl ε_s im Zustand II ergeben sich zu:

$$\varepsilon_s = \sigma_s / E_s \quad (2-27)$$

mit

σ_s Spannung im Stahl im Zustand II,
 E_s Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls.

Die mittleren Dehnungen ε_{sm} der Bewehrung und ε_{cm} des Betons können dann ermittelt werden:

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - 0,6 \cdot \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - \varepsilon_c \right) \quad (2-28)$$

$$\varepsilon_{cm} = 0,6 \cdot \varepsilon_c \quad (2-29)$$

Daraus folgt für die mittlere Dehnungsdifferenz entlang der Lasteinleitungslänge:

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - 0,6 \cdot \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - \varepsilon_c \right) - 0,6 \cdot \varepsilon_c = 0,4 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (2-30)$$

und die rechnerische Rissbreite ergibt sich für die Einzellissbildung zu:

$$w_{max} = \frac{\sigma_s^2 \cdot d_s}{9 \cdot E_s \cdot f_{ct,eff}} \quad (2-31)$$

2.3.2 Sekundärrisse

Überschreitet die an den Beton durch Verbund übertragene Spannung die Zugfestigkeit des Betons, entstehen weitere Risse. Reichen diese Risse nicht über den gesamten Querschnitt sondern nur über den Wirkungsbereich der Bewehrung, wird von Sekundärrissen gesprochen.

Für den Rissabstand erfolgt auf Grund der Sekundärrissbildung, dass die Bewehrung soviel Spannung an den Beton abgibt, bis die Betonzugfestigkeit im Wirkungsbereich der Bewehrung erreicht:

$$\Delta\sigma_s = \frac{f_{ct,eff} \cdot A_{c,eff}}{A_s} \quad (2-32)$$

mit
 $\Delta\sigma_s$ Differenz der Stahlspannung entlang der Lasteinleitung,
 $f_{ct,eff}$ wirksame Betonzugfestigkeit zum Risszeitpunkt,
 $A_{c,eff}$ Wirkungsbereich der Bewehrung,
 A_s Querschnittsfläche der Bewehrung.

$A_{c,eff}$ ist der Wirkungsbereich der Bewehrung mit h_{eff} nach Bild 2-9. Zur Beschreibung der Größe des Wirkungsbereiches der Bewehrung existieren zahlreiche Veröffentlichungen, FISCHER, 1993, KÖNIG, 1996. Letztgenannter Ansatz wurde in DIN 1045-1, 2008, übernommen.

Aus Bild 2-9 kann abgelesen werden, dass erst ab einem Verhältnis von $h/d_1 > 5$ die Wirkungszone der Bewehrung kleiner als die Hälfte des Querschnitts ist. Erst ab diesem Verhältnis bilden sich Sekundärrisse.

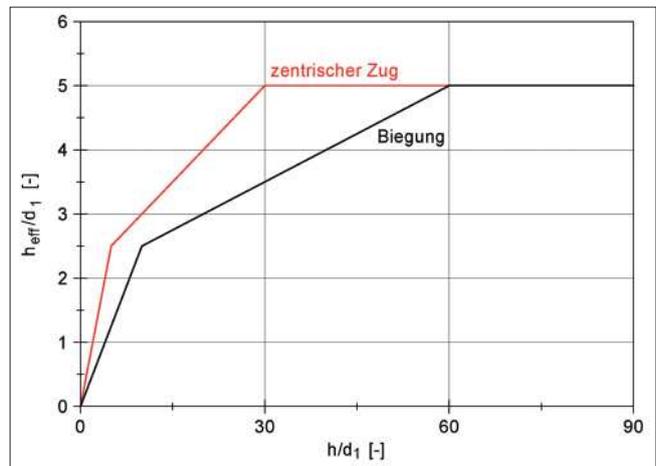


Bild 2-9: Wirkungsbereich der Bewehrung, KÖNIG, 1996

Wird der effektive Bewehrungsgrad ρ_{eff} definiert als:

$$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}} \quad (2-33)$$

lässt sich die Differenz der Stahlspannung entlang der Lasteinleitung $\Delta\sigma_s$ durch Umformen von Gleichung 2-32 ermitteln:

$$\Delta\sigma_s = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \quad (2-34)$$

Wird Gleichung 2-34 in Gleichung 2-24 zur Ermittlung der Einleitungslänge eingesetzt, ergibt sich für den maximalen Rissabstand $s_{r,max}$:

$$s_{r,max} = \frac{f_{ct,eff} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct,eff} \cdot \rho_{eff}} = \frac{d_s}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \quad (2-35)$$

Die Verhältnisse nach abgeschlossener Rissbildung sind in Bild 2-10 dargestellt.

Da die Betonzugfestigkeit gerade die Betonzugfestigkeit erreicht, gilt für die maximale Betondehnung $\varepsilon_{c,max}$:

$$\varepsilon_{c,max} = f_{ct,eff} / E_c \quad (2-36)$$

mit
 $f_{ct,eff}$ wirksame Betonzugfestigkeit zum Risszeitpunkt,
 E_c Elastizitätsmodul des Betons.

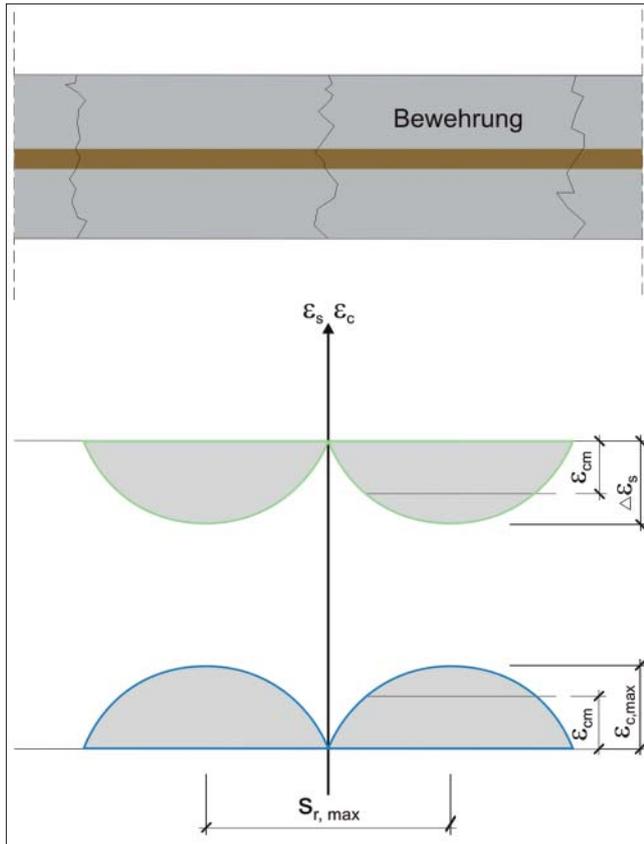


Bild 2-10: Verhältnisse nach abgeschlossener Rissbildung

Aus Gleichung 2-32 folgt:

$$\Delta \varepsilon_s = \frac{A_{c,eff} \cdot f_{ct,eff}}{A_s \cdot E_s} \quad (2-37)$$

Mit den Annahmen über die mittlere Dehnung analog der Einzelrissbildung folgt für die mittlere Dehnung des Betonstahls ε_{sm} und die mittlere Dehnung des Betons ε_{cm} :

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - 0,6 \cdot \Delta \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} - 0,6 \cdot \frac{A_{c,eff} \cdot f_{ct,eff}}{A_s \cdot E_s} \quad (2-38)$$

$$\varepsilon_{cm} = 0,6 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{E_c} \quad (2-39)$$

Damit kann die mittlere Dehnungsdifferenz angegeben werden

$$\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm} = \frac{\sigma_s}{E_s} - 0,6 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{eff \rho \cdot E_s} \cdot \left(1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot eff \rho\right) \quad (2-40)$$

und die rechnerische Rissbreite für abgeschlossene Rissbildung lautet:

$$w_k = \left[\frac{\sigma_s}{E_s} - 0,6 \cdot \frac{f_{ct,eff}}{eff \rho \cdot E_s} \cdot \left(1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot eff \rho\right) \right] \cdot \frac{d_s}{3,6 \cdot eff \rho} \quad (2-41)$$

2.4 Besonderheit bei Zwangsbeanspruchung

Die Annahme, dass die gesamte Zugkraft, die vor der Rissbildung vom Beton aufgenommen wurde, von der Bewehrung übernommen wird, stellt bei Zwangsbeanspruchung eine konservative Annahme dar. Die Reduktion der Zwangsbeanspruchung durch die Rissbildung wird dabei nicht berücksichtigt. Das Verfahren ist damit insgesamt auf der sicheren Seite liegend, aber mit zunehmender Bauteildicke unwirtschaftlich.

Die Thematik wird an einem einfachen Beispiel betrachtet: Ein beidseitig eingespanntes Bauteil mit Bewehrung wird gleichmäßig bis zur Rissbildung abgekühlt.

Vor dem Riss sind die Dehnungen von Beton und Stahl gleich:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E_c} = \varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_s} = -\alpha_T \cdot \Delta T \quad (2-42)$$

mit

α_T Wärmeausdehnungskoeffizient des Betons,
 ΔT auftretende Temperaturdifferenz,
 $\Delta T < 0$ bei Abkühlung.

Mit $E_s / E_c = \alpha_E$ folgt daraus:

$$\sigma_s = \alpha_E \cdot \sigma_c \quad (2-43)$$

Der Einzelriss entsteht an einer Stelle geringerer Zugfestigkeit, dort gilt $\sigma_c = f_{ct}$.

Im Nachrissverhalten werden drei Szenarien unterschieden:

1. Die Bewehrung liegt ohne Verbund im Beton.
2. Die Bewehrung liegt mit starrem Verbund im Beton.
3. Die Bewehrung liegt mit verschieblichem Verbund im Beton.

2.4.1 Bewehrung ohne Verbund

In Bild 2-11 ist ein Modell ohne Verbund zwischen Beton und Bewehrung dargestellt.



Bild 2-11: Modell ohne Verbund zwischen Beton und Bewehrung

Für den Fall der Entkopplung von Beton und Bewehrung ergibt sich folgender Sachverhalt:

Der Beton ist spannungsfrei, es ergeben sich damit keine Betondehnungen ε_c :

$$\varepsilon_c = 0 \quad (2-44)$$

Die Stahldehnung ε_s ist unverändert:

$$\varepsilon_s = \alpha_E \cdot f_{ct} / E_s \quad (2-45)$$

Mit $\varepsilon = \Delta l / l$ ergibt sich die Rissbreite zu:

$$\begin{aligned} w &= \varepsilon_s \cdot l = \alpha_E \cdot f_{ct} \cdot l / E_s = l \cdot (-\alpha_T \cdot \Delta T) \\ &= l \cdot f_{ct} / E_c \end{aligned} \quad (2-46)$$

Beim Auftreten der Rissbildung ist die Rissbreite abhängig von der Länge l (= Rissabstand) und von der Abkühlung $\alpha_T \cdot \Delta T$ und somit von der Betonzugfestigkeit ($f_{ct} = \alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_c$). Wird der Abkühlungsvorgang fortgesetzt, nehmen die Spannung im Stahl und die Rissbreite entsprechend zu. Der Beton ist weiterhin spannungslos.

2.4.2 Bewehrung mit starrem Verbund

In Bild 2-12 ist ein Modell mit starrem Verbund zwischen Beton und Bewehrung dargestellt.

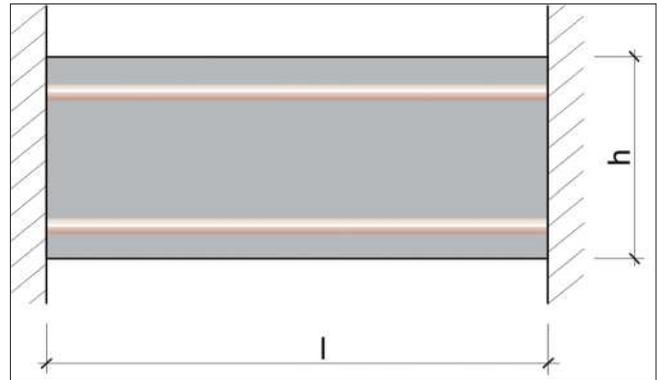


Bild 2-12: Modell mit starrem Verbund zwischen Beton und Bewehrung

Bei dem Modell mit starrer Kopplung von Beton und Bewehrung sind die Dehnungen von Beton und Bewehrung auch nach der Rissbildung gleich, es gilt:

$$\varepsilon_s = \varepsilon_c = -\alpha_T \cdot \Delta T \quad (2-47)$$

Der entstehende Riss weist keine Breite auf, $w = 0$. Im Riss ist die Betonspannung $\sigma_c = 0$, die Spannung in der Bewehrung erhöht sich um die Betonspannungen:

$$\sigma_s = \alpha_E \cdot f_{ct} + \frac{h \cdot b \cdot f_{ct}}{A_s} \quad (2-48)$$

Dabei ist der erste Term ($\alpha_E \cdot f_{ct}$) mit $\alpha_E \approx 7$ klein gegenüber dem zweiten Term. Der zweite Term gibt die Risschnittgröße wieder.

2.4.3 Bewehrung mit verschieblichem Verbund

In Bild 2-13 ist ein Ersatzmodell mit verschieblichem Verbund dargestellt.

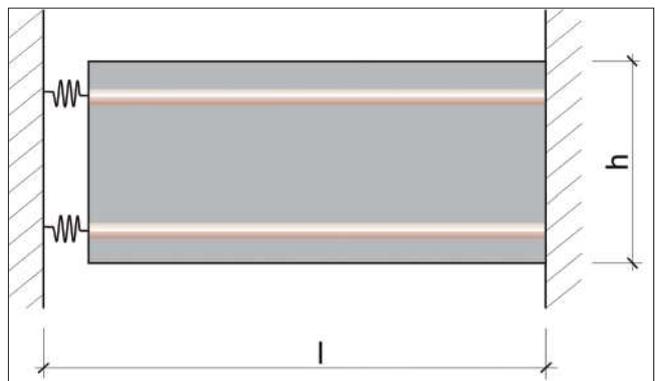


Bild 2-13: Ersatzmodell mit verschieblichem Verbund

Wird ein Modell mit verschieblichem Verbund zwischen Beton und Bewehrung betrachtet, bestimmt sich die Rissbreite aus der Verschieblichkeit zwischen Beton und Bewehrung entlang der Einleitungslänge. Diese

Einleitungslänge wird im folgenden Ersatzmodell als Feder simuliert. Dieser Ansatz wurde in SCHIKORA, 2000 gewählt, um ein diskretes Bewehrungs-Riss-Element (BRE) vorzustellen, das eine normenkonforme Berechnung der Rissbreiten ermöglicht.

Die freie Rissöffnung gemäß Gleichung 2-46 wird nun von der Feder reduziert auf die tatsächliche Rissbreite w . Diese Verformung erzeugt in der Feder eine Kraft:

$$F = c \cdot w \quad (2-49)$$

Die Dehnung im Beton ergibt sich zu:

$$\varepsilon_c = \frac{-\alpha_T \cdot \Delta T \cdot l - w}{l} = -\alpha_T \cdot \Delta T - \frac{w}{l} \quad (2-50)$$

Die Spannung im Beton beträgt dann:

$$\sigma_c = E_c \cdot \left(-\alpha_T \cdot \Delta T - \frac{w}{l}\right) \quad (2-51)$$

Mit b für die Breite des Querschnitts lautet die Kraft in der Feder:

$$F = E_c \cdot h \cdot b \cdot \left(-\alpha_T \cdot \Delta T - \frac{w}{l}\right) \quad (2-52)$$

Gleichung 2-52 zeigt, dass bei einer angenommenen Abkühlung um $\Delta T = 25\text{K}$ und einem Temperaturendeckungskoeffizient von $\alpha_T = 1 \cdot 10^{-5} / \text{K}$ eine Rissbreite von $w = 0,25 \text{ mm}$ mit einem Rissabstand von 1 m ausreicht, um die Zwangskraft vollständig abzubauen.

Mit $l \rightarrow \infty$ wird zum Risszeitpunkt aus Gleichung 2-52:

$$F = E \cdot h \cdot b \cdot (-\alpha_T \cdot \Delta T) = h \cdot b \cdot f_{ct} \quad (2-53)$$

Mit Gleichung 2-53 wird deutlich, dass die so ermittelte Risschnittgröße einen Grenzwert darstellt, der nur bei unendlich großem Rissabstand erreicht wird, da dann die Entspannung der Zwangsbeanspruchung durch die Rissbildung entfällt.

3 Bisherige Vorgehensweisen

3.1 Allgemeine Grundlagen

Im bisherigen Gedankenmodell zur Dimensionierung der Bewehrung für abfließende Hydratationswärme ist der Zeitpunkt der Rissbildung von großer Bedeutung. Zu diesem Zeitpunkt wird gewährleistet, dass die Rissbreite im Bereich der Bewehrung das gewünschte Maß nicht überschreitet. Basierend auf der Kenntnis, dass die Zwangsbeanspruchung zu einer sukzessiven Rissbildung führt und somit die Zwangskraft bei gewöhnlicher Verformungseinwirkung ($\epsilon \leq 0,8 \text{ ‰}$, entspricht $\Delta T \leq 80\text{K}$) die Risslast nicht übersteigt, stellt die Risslast F_{cr} die obere Grenze der Zwangskraft dar, siehe Bild 3-1.

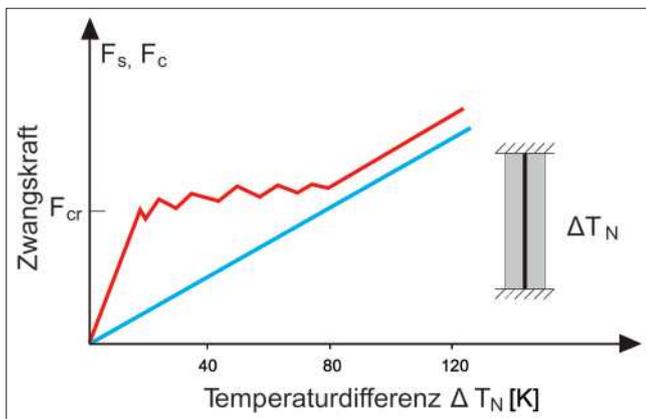


Bild 3-1: Begrenzung der Zwangskraft durch Rissbildung, TUE, 2007-1

Um die Bewehrung dimensionieren zu können, muss in diesem Modell die Schnittgröße zum Risszeitpunkt bekannt sein. Für diese Schnittgröße erfolgt eine Dimensionierung der Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreite.

3.2 Mindestbewehrung in der DIN 1045-1, 2008

3.2.1 Vorgehensweise

Mit der Ausgabe der DIN 1045-1, 2008, wird bei der Mindestbewehrung zwischen dünnen und dickeren Bauteilen unterschieden.

Bei dünnen Querschnitten mit $h < 5 \cdot d_s$ wird nach DIN 1045-1, 2008, die volle Zugfestigkeit über den gesamten Querschnitt als Schnittgröße angesetzt und von der Bewehrung aufgenommen. Damit wird berücksichtigt, dass die Zwangskraft durch die fortschreitende Rissbildung bei gewöhnlicher Verformungseinwirkung die Risslast nicht übersteigt.

Die erforderliche Bewehrung A_s kann ermittelt werden zu:

$$A_s = \frac{1}{\sigma_s} \cdot k_c \cdot k \cdot A_{ct} \cdot f_{ct,eff} \quad (3-1)$$

mit

σ_s

zulässige Spannung in der Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreite,

k_c

Faktor zur Berücksichtigung des Einflusses der Spannungsverteilung,

k

Faktor zur Berücksichtigung der nicht-linear verteilten Eigenspannungen,

A_{ct}

Fläche der Betonzugzone,

$f_{ct,eff}$

wirksame Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt.

Die zulässige Spannung in der Bewehrung wurde mit den in Abschnitt 2.3.1 hergeleiteten Beziehungen der Primärrissbildung für eine wirksame Zugfestigkeit $f_{ct,eff} = 3,0 \text{ N/mm}^2$ und $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$ hergeleitet. Dadurch ist eine geschlossene Berechnung möglich. Allerdings muss für geringere Zugfestigkeiten, wie sie bei abfließender Hydratationswärme in der Regel maßgebend sind, bei Anwendung von Tabelle 20 der DIN 1045-1, 2008, der Grenzdurchmesser modifiziert werden.

Die Tabelle 20 in DIN 1045-1, 2008, geht auf die Gleichung 2-31 zurück. Die zulässige Spannung σ_s in Abhängigkeit des Durchmessers ergibt sich zu:

$$\sigma_s = \sqrt{\frac{w_k \cdot 9 \cdot f_{ct,eff} \cdot E_s}{d_s}} \quad (3-2)$$

mit

w_k

charakteristische Rissbreite,

$f_{ct,eff}$

wirksame Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt,

E_s

Elastizitätsmodul der Bewehrung,

d_s

Durchmesser der Bewehrung.

Der Faktor k darf gemäß DIN 1045-1, 2008, für Bauteile mit einer Querschnittsdicke $h \geq 0,8 \text{ m}$ auf $k = 0,5$ gesetzt werden.

Nach Ansicht von MAURER, 2005, ist auf Grund der Eigenspannungen nur eine Reduktion bis $k = 0,8$ gerechtfertigt und die weitere Reduktion bis auf $k = 0,5$ berücksichtigt bereits die günstige Wirkung der Sekundärrisse.

Als Begründung für eine Reduktion infolge Eigenspannungen werden im Wesentlichen zwei Punkte angeführt:

1. Am Querschnittsrand entstehen durch Randzugspannungen Schalenrisse. Dadurch wird der Restquerschnitt, der auf Grund der Zwangsbeanspruchung durchreißen muss, reduziert.
2. Eigenspannungen müssen bei Rissbildung nicht mit Bewehrung abgedeckt werden. Ein gerissener Querschnitt ermöglicht eine nichtlineare Verformung, wodurch Eigenspannungen abgebaut werden.

Bei zentrischem Zwang wird der Faktor $k_c = 1$ und die Fläche A_{ct} entspricht der Querschnittsfläche. Für den Fall abfließender Hydratationswärme darf $f_{ct,eff}$ zu 50 % der mittleren Zugfestigkeit nach 28 Tagen angesetzt werden, obwohl sich dies bei dickeren Querschnitten rechnerisch nicht belegen lässt. Falls nicht sicher ist, ob die Rissbildung innerhalb der ersten 28 Tage stattfindet, ist $f_{ct,eff} = 3,0 \text{ N/mm}^2$ zu setzen.

Unter den Annahmen

- Rissbreite $w_k = 0,25 \text{ mm}$
- $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$ und
- $f_{ct,eff} = 0,5 \cdot f_{ctm,28d}$

kann Gleichung 3-2 in Abhängigkeit der Betonfestigkeitsklasse und des Bewehrungsdurchmessers ausgewertet werden. Für die bei dicken Bauteilen maßgeblichen Betonfestigkeitsklassen und Bewehrungsdurchmesser sind in Tabelle 3-1 die zulässigen Spannungen σ_s angegeben.

d_s	Betonfestigkeitsklasse		
	C 20/25	C 25/30	C 30/35
20 mm	128	140	147
25 mm	115	125	132
28 mm	109	118	125

Tabelle 3-1: Zulässige Stahlspannung σ_s bei Ansatz von $f_{ct,eff} = 0,5 \cdot f_{ctm,28d}$

In diesem Fall verdoppeln sich die Bewehrungsgehalte annähernd. Für einen Beton der Festigkeitsklasse C 25/30, eine Rissbreite $w_k = 0,25 \text{ mm}$ und einen Bewehrungsdurchmesser von 28 mm kann dann die erforderliche Bewehrung $a_{s,erf}$ in Abhängigkeit der Bauteildicke ermittelt werden. Das Ergebnis ist in Bild 3-2 dargestellt. Am rechten Rand ist eine Bewehrung $\varnothing 28 \text{ mm}$ mit 15 cm Abstand gewählt, was baupraktisch bei massigen Betonbauteilen auf Grund des zum Einsatz kommenden Größtkorns und der erforderlichen Bewehrungsstöße einen unteren Grenzwert darstellt.

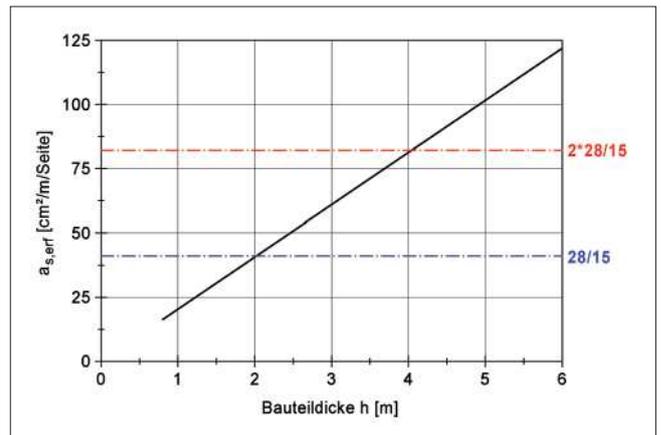


Bild 3-2: Erforderliche Mindestbewehrung nach DIN 1045-1, 2008

Es wird deutlich, dass bereits ab Querschnittsdicken $h > 2 \text{ m}$ eine mehrlagige Bewehrung erforderlich wird.

Speziell für den Faktor k zur Berücksichtigung der Eigenspannungen fehlt eine mechanische Begründung. Zudem ist es fraglich, warum keine weitere Reduktion des Faktors über eine Querschnittsdicke von 0,8 m hinaus angesetzt werden darf. Die Unstetigkeit des Verlaufs von k durch die Knicke bei 0,3 m und 0,8 m wurden von STEINL, 2005, durch einen stetigen, funktionalen Verlauf ersetzt. Das grundsätzliche Verfahren sowie die Ergebnisse bei massigen Bauteilen ändern sich dadurch aber nicht.

Dies hat dazu geführt, dass in der DIN 1045-1, 2008, eine auf MAURER, 2005, zurückgehende Modifikation der Vorgehensweise für dicke Bauteile aufgenommen wurde.

Der Nachweis nach Gleichung 3-1 wird in zwei Nachweise aufgesplittet. Wesentlicher Punkt ist dabei, dass die Einhaltung der Rissbreite nur für die Zwangskraft in der Wirkungszone der Bewehrung erforderlich ist. Dies wird mit der günstigen Wirkung der sekundären Rissbildung begründet.

Wenn d_1 der Randabstand des Bewehrungsschwerpunktes und h die Querschnittsdicke ist, bleibt bei zentrischem Zug ab einer Bauteildicke von $h/d_1 = 30$ die effektive Zone $h_{eff} = 5 \cdot d_1$ konstant. Für $d_1 = 5 \text{ cm}$ würde dies eine Bauteildicke von 1,50 m ergeben. Die auf die Bauteildicke bezogene Bewehrung nimmt somit deutlich ab. Für den Übergangsbereich zwischen $h = 5 \cdot d_1$ und $h = 30 \cdot d_1$ nimmt die erforderliche Bewehrung nur unterproportional mit der Bauteildicke zu.

Die Bewehrung A_s wird ermittelt durch:

$$A_s = \frac{1}{\sigma_s} \cdot A_{c,eff} \cdot f_{ct,eff} \quad (3-3)$$

mit
 σ_s zulässige Spannung in der Bewehrung zur Begrenzung der Rissbreite,
 $A_{c,eff}$ Wirkungsbereich der Bewehrung,
 $f_{ct,eff}$ wirksame Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt.

σ_s sind zulässige Stahlspannungen, die in Abhängigkeit der zulässigen Rissbreite w_k und des Bewehrungsdurchmessers d_s der Tabelle 20 der DIN 1045-1, 2008, entnommen werden können.

Die effektive Zugfestigkeit darf gemäß DIN 1045-1, 2008, auf 50 % der 28-Tage-Festigkeit reduziert werden, was wiederum eine Anpassung der zulässigen Stahlspannung erfordert.

Zusätzlich ist sicherzustellen, dass bei Trennrissbildung die Bewehrung nicht fließt und große Rissbreiten vermieden werden. Dies wird erreicht, indem die Zwangskraft die Streckgrenze der Bewehrung nicht überschreiten darf. Die erforderliche Bewehrung A_s ergibt sich zu:

$$A_s = \frac{1}{f_{yk}} \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct} \cdot f_{ct,eff} \quad (3-4)$$

mit
 f_{yk} Streckgrenze der Bewehrung,
 k Faktor zur Berücksichtigung der nicht-linear verteilten Eigenspannungen,
 k_c Faktor zur Berücksichtigung des Einflusses der Spannungsverteilung,
 A_{ct} Fläche der Betonzugzone,
 $f_{ct,eff}$ wirksame Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt.

Der Faktor k zur Berücksichtigung von Eigenspannungen darf analog zum Verfahren für dünne Bauteile auf $k = 0,5$ abgemindert werden, wenn die Querschnittsdicke $h > 0,8$ m ist. Zusätzlich darf die Bewehrung um 15 % reduziert werden, wenn langsam erhärtende Zemente ($r \leq 0,3$) zum Einsatz kommen.

Wird in Anlehnung an ZTV-W 215, 2004, eine Betondeckung von 6 cm zusammen mit einer einlagigen Bewehrung $\varnothing 28$ mm angesetzt, woraus sich $d_1 = 7,4$ cm ergibt, können die Ergebnisse des Bemessungsvorschlags für zentrischen Zwang mit DIN 1045-1, 2008, verglichen werden, siehe Bild 3-3.

In der DIN 1045-1, 2008, zu Grunde liegenden Vorgehensweise nach MAURER, 2005, wird Fließen der Bewehrung mit folgender Gleichung zur Ermittlung des erforderliche Bewehrungsquerschnitts A_s verhindert:

$$A_s = \frac{1}{0,9 \cdot f_{yk}} \cdot k_c \cdot k \cdot A_{ct} \cdot f_{ct,eff} \quad (3-5)$$

mit
 f_{yk} Streckgrenze der Bewehrung,
 k_c Beiwert zur Berücksichtigung des Einflusses der Spannungsverteilung,
 k Beiwert zur Berücksichtigung der nichtlinear verteilten Eigenspannungen,
 A_{ct} Fläche der Betonzugzone,
 $f_{ct,eff}$ wirksame Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt.

Der Faktor k zur Berücksichtigung von Eigenspannungen darf im Gegensatz zu DIN 1045-1, 2008, nicht weiter als auf $k \geq 0,8$ abgemindert werden. Zusammen mit der Bemessung gegen 90 % der Streckgrenze führt dies zu größeren Bewehrungsmengen, wie in Bild 3-3 deutlich wird.

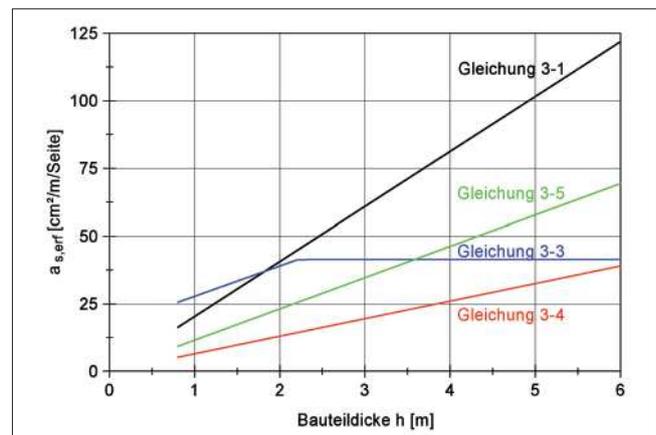


Bild 3-3: Vergleich der Ansätze für zentrischen Zwang

Die Reduktion der Bewehrung gegenüber Gleichung 3-1 ist signifikant. Wie bereits erwähnt, wird eine Bewehrungsreduktion ab einer Querschnittsdicke von ca. 2 m relevant, da Gleichung 3-3 in diesem Bereich maßgebend ist. Gleichzeitig wird deutlich, dass der Nachweis zur Vermeidung des Fließens der Bewehrung im Trennriss nach DIN 1045-1, 2008, bei Querschnittsdicken $h \geq 6$ m maßgebend wird (Gleichung 3-4).

Bei dem Verfahren nach MAURER, 2005, ist dies ab einer Querschnittsdicke von $h \geq 3,5$ m der Fall (Gleichung 3-5). Ab diesen Querschnittsdicken nimmt die Bewehrung linear mit der Dicke zu.

Falls die Rissbildung nicht mit Sicherheit innerhalb der ersten 28 Tage stattfindet, was bei dicken Bauteilen eintreten kann, ergeben sich mit $f_{ct,eff} = 3,0 \text{ N/mm}^2$ die 2,3-fachen Bewehrungsgehalte, da $f_{ct,eff}$ in beide Gleichungen linear eingeht.

In FINGERLOOS, 2008, und FINGERLOOS, 2008-1, wird das verwendete Gedankenmodell erläutert. Demnach ist die sekundäre Rissbildung bei dicken Bauteilen maßgeblich dafür verantwortlich, dass die im Riss aufzunehmende Zugkraft gegenüber dem Primärriss abgebaut wird. Die Abnahme der Dehnung im Primärriss durch die Sekundärrisse führt dazu, dass auch bei hoher Ausnutzung der Bewehrung im Primärriss die Rissbreite auf das gewünschte Maß begrenzt wird. Für den Primärriss ist dann nur noch zu gewährleisten, dass die Bewehrung nicht fließt.

3.2.2 Wertung

Rechnerische Untersuchungen zu dem verwendeten Gedankenmodell liegen nur punktuell vor, FISCHER, 1993, HELMUS, 1990. Eine quantitative Berücksichtigung der qualitativ beschriebenen Effekte ist ebenso nicht gegeben. Von entscheidender Bedeutung ist die Festlegung der Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt. Nach DIN 1045-1, 2008, darf 50 % der mittleren Zugfestigkeit nach 28 Tagen angesetzt werden, was den Bauausführenden durch Hinweise in der Baubeschreibung und auf den Ausführungsplänen zur Berücksichtigung bei der Festlegung des Betons rechtzeitig mitzuteilen ist. Es muss an dieser Stelle bezweifelt werden, dass mit den zurzeit zur Verfügung stehenden Zementen ein Beton für dicke Bauteile konzipiert werden kann, der zum Zeitpunkt der Rissbildung nur 50 % seiner Zugfestigkeit aufweist.

Nur wenn der Zeitpunkt der Rissbildung nicht mit Sicherheit innerhalb der ersten 28 Tagen liegt, ist mit $f_{ct,eff} = 3,0 \text{ N/mm}^2$ zu rechnen. Eine Entscheidungshilfe gibt es nicht. Dafür beeinflusst die Entscheidung den Bewehrungsgehalt aber direkt mit einem Faktor > 2 . Ohne die Berücksichtigung der Reduktion der Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt führt das Bemessungskonzept zu extrem unwirtschaftlichen Bewehrungsgehalten.

3.3 MFZ-BAW, 2004

3.3.1 Vorgehensweise

Auf Grund fehlender Regelungen in der Fachliteratur und signifikanten Erhöhungen des Bewehrungsgehaltes bei Neubauten von Verkehrswasserbauwerken stellte die Bundesanstalt für Wasserbau in Karlsruhe im Jahre 2004 ein Merkblatt zur Rissbreitenbegrenzung für frühen Zwang in massiven Wasserbauwerken MFZ-BAW, 2004, auf. Das Merkblatt basiert auf den Erfahrungen bei Neubauten der letzten Jahrzehnte

sowie auf durchgeführten in situ-Messungen der letzten zehn Jahre.

Das Verfahren unterscheidet Bemessungen für die Problematik Platte auf behinderndem Untergrund und die Problematik Wand auf Fundament bzw. vorherigem Betonierabschnitt.

3.3.1.1 Vorgehensweise für Sohlbauwerke

Für die Sohle wird eine numerische Berechnung nach der Methode der Finiten Elemente gefordert, mit der die im Betonquerschnitt auftretenden Spannungen ermittelt werden. Sowohl die thermischen Randbedingungen als auch die sich entwickelnden Festigkeiten sind dabei zu berücksichtigen. Die erforderlichen Materialkennwerte werden aus den nach ZTV-W 215, 2004, geforderten Eignungsprüfungen für die Betonrezepturen gewonnen. Dazu zählt auch die Bestimmung der adiabatischen Temperaturentwicklung in einem definiert isolierten Betonwürfel mit 2 m Kantenlänge.

Als Risszeitpunkt t_{cr} wird der Zeitpunkt definiert, zu dem die aus Biegezwang und zentrischem Zwang ermittelten Spannungen $\sigma_{c,M}$ und $\sigma_{c,N}$ zusammen die effektive Zugfestigkeit erreichen:

$$\sigma_{c,M+N}(t_{cr}) = f_{ctm,eff}(t_{cr}) \quad (3-6)$$

Die wirksame Zugfestigkeit $f_{ctm,eff}$ wird zur Berücksichtigung der Eigenspannungen und reduzierten Festigkeiten im Bauwerk gegenüber der im Labor ermittelten Zugfestigkeit f_{ctm} abgemindert:

$$f_{ctm,eff}(t) = k_E \cdot k_{lab} \cdot f_{ctm}(t) \quad (3-7)$$

mit

$$k_E = 0,6$$

$$k_{lab} = 0,75$$

Faktor zur Berücksichtigung der positiven Wirkung der Eigenspannungen, Faktor zur Berücksichtigung der gegenüber dem Labor geringeren Verdichtung auf der Baustelle und zur Berücksichtigung der langsam stattfindenden Beanspruchung bei der Hydratation nach ROSTÁSY, 2001.

Die Eigenspannungen führen damit zu einer Reduktion der Widerstandsseite und werden auf der Beanspruchungsseite nicht angesetzt, sodass zur Ermittlung der Risschnittgröße nur der Normalspannungs- und der Biegespannungsanteil berücksichtigt wird.

Für die ermittelte Risschnittgröße wird die rissbreitenbegrenzende Bewehrung nach DIN 1045-1, 2008, bemessen. Dabei wird zur Bemessung die direkte Berechnung der Rissbreite gefordert.

Auf Grund des sich in der Sohle einstellenden Temperaturgradienten und der Berücksichtigung der Nachgiebigkeit des Untergrundes ergibt sich in der Regel ein ausgeprägter Biegespannungsanteil der Risschnittgröße, der eine deutliche Reduzierung gegenüber zentrischem Zwang ausmacht. Es ergeben sich damit gegenüber der Vorgehensweise nach Abschnitt 2.3.1 deutlich geringere Bewehrungsgehalte, die den Erfahrungen entsprechen.

Beim Neubau einer Schleusensole mit einer Dicke von $h = 5,40$ m, die in zwei Betonierabschnitten hergestellt wurde, ergab sich nach dem Verfahren MFZ-BAW, 2004, eine untere Bewehrung von $a_{s,erf,unten} = 42$ cm²/m und eine obere Bewehrung von $a_{s,erf,oben} = 66$ cm²/m. Das angestrebte Risskriterium mit $w_k = 0,25$ mm wurde eingehalten, da augenscheinlich keine Risse festgestellt werden konnten, TUE, 2007-3.

Nach DIN 1045-1, 2008, ergibt sich mit der Annahme einer Betonfestigkeitsklasse C 20/25 und einem Bewehrungsdurchmesser $d_s = 25$ mm für eine Bauteildicke von $h = 5,40$ m ein Bewehrungsgehalt von $a_{s,erf} = 34,4$ cm²/m für die obere und untere Bewehrungslage bei Ansatz von $f_{ct,eff} = 1,1$ N/mm² ($0,5 \cdot f_{ctm}$). Wird ein späterer Risszeitpunkt angenommen, der nicht mit Sicherheit innerhalb der ersten 28 Tage liegt ($f_{ct,eff} = 3,0$ N/mm²), ergibt sich ein erforderlicher Bewehrungsgehalt von $a_{s,erf} = 81$ cm²/m oben und unten.

3.3.1.2 Vorgehensweise für Wandbauwerke

Wird die Vorgehensweise für Sohlbauwerke auf Wandbauwerke übertragen, fehlt der Biegezwang erzeugende Temperaturgradient, da die Wärme gleichmäßig über beide Wandränder abfließt. Die Folge ist ein hoher Anteil des zentrischen Zwanges, sodass die Ergebnisse nicht sehr stark von der Vorgehensweise nach Abschnitt 3.2 abweichen. Da dies aber nicht den Erfahrungen entspricht, wurde ein alternatives Verfahren nach ROSTÁSY, 1990, festgelegt. Das Verfahren wurde für Wand-Fundament-Systeme entwickelt und auf Basis der Scheibentheorie hergeleitet. Die Geometrie wird über die Dehnsteifigkeitsverhältnisse der Wand und des Fundaments berücksichtigt.

Dem Verfahren liegen drei Gedankenschritte zu Grunde:

1. Die horizontale Spannung in Wandlängsrichtung muss am Fuß der Wand die Zugfestigkeit überschreiten, sodass Anrisse entstehen.

2. Die Zwangsdehnung infolge der Abkühlung muss so groß sein, dass ein sich aus der Geometrie ergebender Schwellenwert überschritten wird und der Riss bis zur Wandspitze reicht (Durchrissbildung).
3. Bewehrung ist erforderlich, wenn die Rissbreite des unbewehrten Querschnitts größer als die angestrebte Rissbreite ist.

Anrisse am Wandfuß bilden sich auf Grund der geringen Festigkeiten zu Beginn der Hydratationsphase mit Sicherheit, sodass dieses Kriterium keiner Überprüfung bedarf.

Die Gefahr der Durchrissbildung wird bei dem Verfahren durch ein Kriterium $-\varepsilon_{0,max}/\varepsilon_r$ überprüft. Dabei bezeichnet $-\varepsilon_{0,max}$ die maximale, freie Temperaturdehnung und ε_r die Dehnung an der Risspitze, die sich aus der Zugfestigkeit und dem Elastizitätsmodul zum Risszeitpunkt ergibt. In Abhängigkeit von den Steifigkeiten kann überprüft werden, ob Durchrissbildung auftritt und damit eine rissbreitenbegrenzende Bewehrung zu ermitteln ist.

Zur Ermittlung der Bewehrung wird die Rissbreite des bewehrten Querschnitts über die Rissbreite eines unbewehrt gedachten Querschnitts ermittelt. Falls die Zwangsbeanspruchung oder die Geometrie günstig ausfällt, kann bereits die Rissbreite des unbewehrten Querschnitts kleiner als die angestrebte Rissbreite w für den bewehrten Querschnitt sein. In diesem Fall ist keine Bewehrung erforderlich, die Begrenzung der Rissbreite erfolgt durch die Behinderung des unteren Betonierabschnitts. Die Überprüfung kann an Hand der Höhe des Betonierabschnitts erfolgen, die eine Grenzhöhe $\min H$ überschreiten muss. Falls rissbreitenbegrenzende Bewehrung erforderlich ist, kann diese nach ROSTÁSY, 1990, direkt ermittelt werden. Dafür wurde ein Näherungsverfahren an einem System aus zentrisch gezogenen Schichten, die Beton und Bewehrung getrennt betrachten, verwendet.

Die sich mit dem Verfahren ergebenden Bewehrungsgehalte bestätigen die Erfahrungen der Vergangenheit. Eine 2,50 m dicke Schleusenwand wurde nach diesem Verfahren mit einer Bewehrung $a_{s,vorh} = 32,72$ cm²/m pro Seite ausgeführt, womit das angestrebte Risskriterium $w_k \leq 0,25$ mm sicher eingehalten wurde. Das Verfahren nach DIN 1045-1, 2008, ergibt bei Ansatz von $f_{ct,eff} = 3,0$ N/mm², C 25/30 und $d_s = 25$ mm einen Bewehrungsgehalt von 46,6 cm²/m pro Seite.

3.3.2 Wertung

Die Anwendung des Merkblattes hat bisher in der Praxis keine Probleme erzeugt. In der Praxis haben sich deutlich reduzierte Bewehrungsgehalte ergeben, wobei das angestrebte Risskriterium augenscheinlich erreicht werden konnte.

Allerdings ist die rechnerische Ermittlung der Beanspruchung für Sohlbauwerke mit einem größeren Aufwand verbunden, der bei großen Baumaßnahmen wie dem Neubau einer Schleuse, eines Wehrs oder eines Staudamms, gerechtfertigt ist. Bei Baumaßnahmen mit geringen Betonkubaturen, die ebenfalls Bauteile mit Abmessungen > 80 cm haben können, sind der Aufwand der Berechnungen sowie der Aufwand, die erforderlichen Materialparameter zu bestimmen, relativ hoch. Zudem ist die Reduktion der Zugfestigkeit mit einem Faktor $k_E = 0,6$ zur Berücksichtigung der Eigenstressungen mechanisch nicht begründet.

Darüber hinaus stellen beide Verfahren keine mechanisch konsistente Vorgehensweise dar. Das Verfahren für die Wände benötigt mechanische Kennwerte zum Risszeitpunkt, die abgeschätzt werden müssen. Eine Berücksichtigung der Festigkeitsentwicklung ist mit dem Verfahren für die Wände nur durch die geeignete Wahl der Parameter in begrenztem Umfang möglich.

4 Analyse des Rissbildungsprozesses bei freier Lagerung

4.1 Rechenmodelle

Im Rahmen der Nachrechnung von in situ-Messungen an Schleusenbauwerken wurde mit dreidimensionalen FE-Modellen versucht, den Hydratationsprozess in dicken Betonbauteilen rechnerisch nachzuvollziehen, WIESNER, 2002, KOSMAHL, 2006, HENNIG, 2004, TUE, 2007-2. Nach bisherigen Erkenntnissen lässt sich die Temperaturgeschichte sehr gut abbilden, bei den Spannungen gelingt das bis heute nur ansatzweise. Prinzipiell können diese recht großen, dreidimensionalen Modelle auf Grund ihrer Komplexität bisher nur für die Untersuchung bis zur Rissbildung eingesetzt werden. Die Erfassung der Bewehrung und vor allem des Rissbildungsprozesses ist damit nicht möglich.

Um die Wechselwirkung zwischen den einzelnen Parametern während des Rissbildungsprozesses gezielt untersuchen zu können, wird im Rahmen dieser Arbeit die Zwangsbeanspruchung durch die Betrachtung eines Bereiches zwischen zwei Primärrissen idealisiert (Bild 4-1). Das Bauteil wird als unendlich lang angenommen, wobei der Randbereich außerhalb der Primärrisse unberücksichtigt bleibt. Hiermit kann das eigentlich dreidimensionale Problem durch ein ebenes Modell vereinfacht und ausreichend genau beschrieben werden. Der Vergleich mit der Realität ist in Bild 4-1 dargestellt.



Bild 4-1: Idealisierung des Systems

Die Länge des Modells entspricht dem Abstand zweier Risse und wird entsprechend dem Untersuchungsziel angepasst. Die Breite der Scheibe entspricht der Wanddicke und wird im Folgenden als Querschnittsdicke h bezeichnet. Die Höhe der heraus getrennten Scheibe ist für die Untersuchung ohne Bedeutung.

Zur numerischen Modellierung ist es ausreichend, ein Viertel der Scheibe abzubilden, da die Symmetrieeigenschaften ausgenutzt werden können. Es entsteht das in Bild 4-2 dargestellte Rechenmodell.

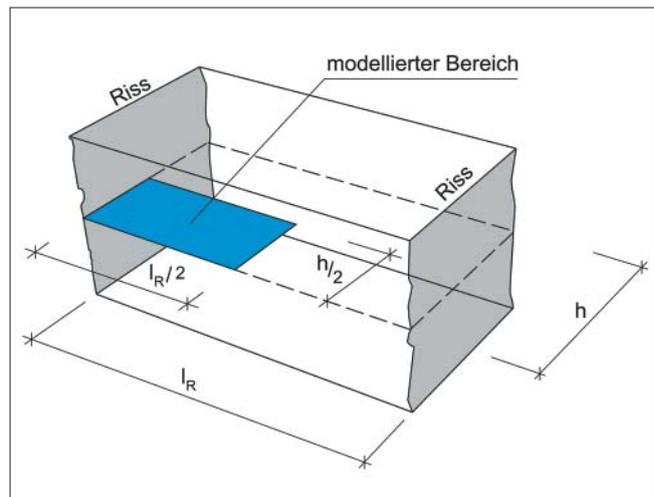


Bild 4-2: Darstellung des Rechenmodells

Die Ermittlung der Spannungen während der Betonhärtung erfolgt mit der Methode der finiten Elemente (FEM) an dem zweidimensionalen Modell gemäß Bild 4-3 im ebenen Spannungszustand, was auf Grund des Verhältnisses der untersuchten Horizontalspannungen zu den auftretenden Vertikalspannungen aus Eigengewicht gerechtfertigt ist.

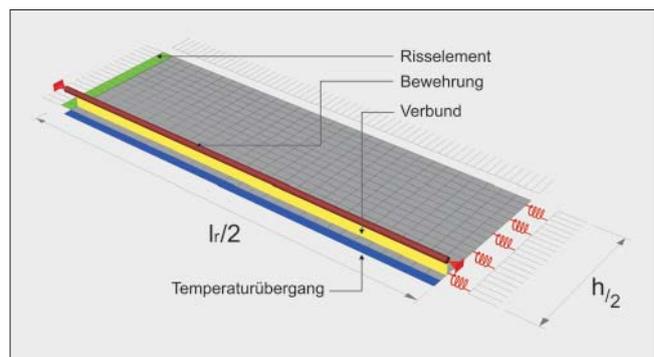


Bild 4-3: Statisches System zur Ermittlung der Spannungen

Die während der Hydratation auftretende Wärme kann nur über die simulierte Oberfläche abfließen. An den drei anderen Rändern findet kein Wärmeaustausch statt (adiabatische Lagerung).

Der Temperaturexpansionskoeffizient wurde konstant mit $\alpha_T = 1 \times 10^{-5} / \text{K}$ angesetzt. Die Umgebungs- und Frischbetontemperatur wurde für das Basis-Modell zu $T_{\text{Umg}} = T_{\text{FB}} = 20 \text{ °C}$ angenommen. Dies entspricht den Klimaverhältnissen im Sommer. Für den Wärmeaustausch mit der Umgebung wurde ein Wärmeübergangskoeffizient von $\alpha_u = 20 \text{ W} / (\text{m}^2\text{K})$ angesetzt, der eine Windgeschwindigkeit von $v_w = 3 \text{ m/s}$ abbildet.

Eine äußere Verformungsbehinderung wird durch den rechten, elastisch gelagerten Rand abgebildet, bei dem über eine Kopplung der Knoten ein Ebenbleiben erzwungen wird. Mit der Wahl der Federsteifigkeit c kann der Zwang gesteuert werden. Wird die Steifigkeit zu $c = 0$ gesetzt und die Kopplung der Knoten aufgehoben, erfährt das Modell keinen äußeren Zwang, da

nur der obere und der linke Rand gegen Verschiebung senkrecht zum Rand gehalten sind. Es entsteht in diesem Fall ein reiner Eigenspannungszustand.

Mit $c \rightarrow \infty$ wird das System voll gezwängt. Die Eigenspannungen werden in diesem Fall mit zentrischem Zwang überlagert.

Eine beliebige Behinderung kann mit $0 < c < \infty$ modelliert werden.

Die Länge des Modells wird entsprechend dem Untersuchungsziel variiert. Die Berechnungen für den reinen Eigenspannungszustand werden mit einer Modelllänge $l_r / 2 = 0,4$ h durchgeführt. Bei freier Lagerung erreichen in diesem Abstand vom Rand die Zugspannungen die Größenordnung der Zugfestigkeit, sodass Rissbildung eintritt.

Für eine Beantwortung der im Rahmen dieser Arbeit formulierten Fragestellung ist nur ein Modell mit diskreter Rissbildung und Modellierung des Verbundes zwischen Beton und Bewehrung Ziel führend.

Am linken Rand befinden sich dazu zwischen der Festhaltung und dem Betonkontinuum diskrete Risselemente, die zugeschaltet werden, wenn Rissbildung berücksichtigt werden soll. Die Festhaltung liegt mitten im Riss. Die Zugfestigkeit der Elemente des Betonkontinuums besitzt keine Begrenzung, womit die Verformungsfreiheit konservativ im diskreten Riss gebündelt wird.

Zusätzlich wird das Modell bei den entsprechenden Untersuchungen um Bewehrung erweitert, die mit Verbundelementen an den Beton gekoppelt ist. Für die Berechnung muss neben dem Querschnitt der Bewehrung auch deren Umfang vorgegeben werden, da dieser den Verbund beeinflusst. Beide Parameter werden im Rahmen der Untersuchungen variiert.

Für das Basis-Modell wurden die Kennwerte einer Rezeptur für eine Betonfestigkeitsklasse C 25/30 mit einem Zementgehalt von 280 kg CEM II/B-S verwendet, die für den Neubau der Kammerwände einer Schleuse zum Einsatz gekommen ist. Bild 4-4 zeigt die Temperaturentwicklung der verwendeten Betonrezeptur. Sie wurde im adiabatischen Kalorimeter bei einer Frischbetontemperatur von 20°C ermittelt. Die maximale Temperaturdifferenz beträgt 37,8 K. Sie liegt damit unterhalb der für Schleusenkammerwände gemäß ZTV-W 215, 2004, geforderten adiabatischen Temperaturdifferenz nach sieben Tagen von $\Delta T_{ad,7d} = 41$ K. Allerdings kann mit einer Frischbetontemperatur von $T_{FB} = 25$ °C die oberste Temperaturgrenze von $T_{max} = 61$ °C nicht mehr eingehalten werden. Die Rezeptur weist somit für einen massigen Beton eine relativ hohe Wärmeentwicklung mit einer entsprechend schnellen Festigkeitsentwicklung auf.

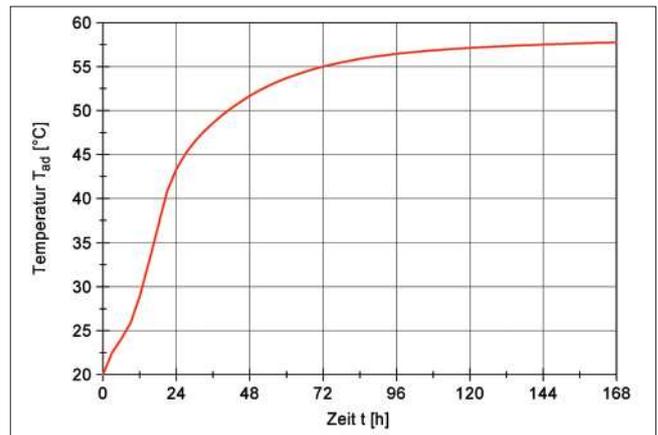


Bild 4-4: Adiabatische Temperaturentwicklung der Referenzrezeptur

Die Festigkeitsentwicklung der Rezeptur wurde ebenfalls im Labor ermittelt. Die Proben wurden normenkonform isotherm bei 20 °C gelagert. Zur kontinuierlichen Beschreibung der Festigkeitsentwicklung wurden die im Abschnitt 2.2.2.2 beschriebenen Formeln von WESCHE, 1993, verwendet und mit den freien Parametern an die Laborergebnisse der Druckfestigkeitsprüfung angepasst. Eine nichtlineare Regression lieferte für die Formfunktion die Parameter $a = 7,72$ und $b = 0,87$.

Die Berücksichtigung der Temperaturentwicklung auf die freiwerdende Wärme und die Festigkeitsentwicklung wurde mit dem Arrhenius-Ansatz über die effektive Zeit berücksichtigt.

Die Laborkennwerte für die 28-Tage-Werte der Betoneigenschaften und die rechnerischen Endwerte können der Tabelle 4-1 entnommen werden.

Bild 4-5 zeigt die auf die 28-Tage-Festigkeitsentwicklung bezogene, normierte Festigkeitsentwicklung.

	E_{cm} [N/mm ²]	f_{cm} [N/mm ²]
28 Tage - Wert	31.450	2,28
Rechnerischer Endwert	32.485	2,43

Tabelle 4-1: Festigkeitskennwerte der Referenzrezeptur

Die Werte für die Bruchenergie wurden CEB/FIP MC90, 1993, entnommen. Mit den dort angegebenen Formeln lässt sich für einen C 25/30 eine Bruchenergie von $G_F = 87$ N/m ermitteln, die bei den Berechnungen angesetzt wird. Der in CEB/FIP MC90, 1993, vorgeschlagene bilineare Ansatz wird vereinfacht zu einem linearen Verlauf, wodurch die Berücksichtigung der Veränderlichkeit während der Hydratationsphase vereinfacht wird. Bild 4-6 verdeutlicht den Unterschied zwischen dem bilinearen Ansatz gemäß CEB/FIP MC90, 1993, und dem vereinfachten, linearen Ansatz mit gleicher Bruchenergie. Zur Abschätzung der Rissbreite stellt diese Vereinfachung eine sichere Annahme dar.

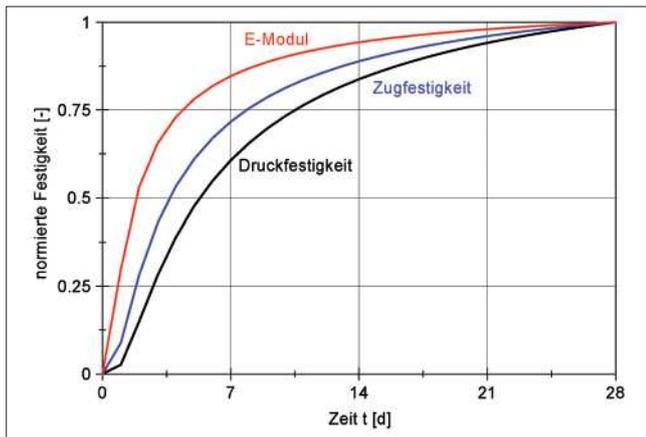


Bild 4-5: Normierte Festigkeitsentwicklung der Referenzrezeptur

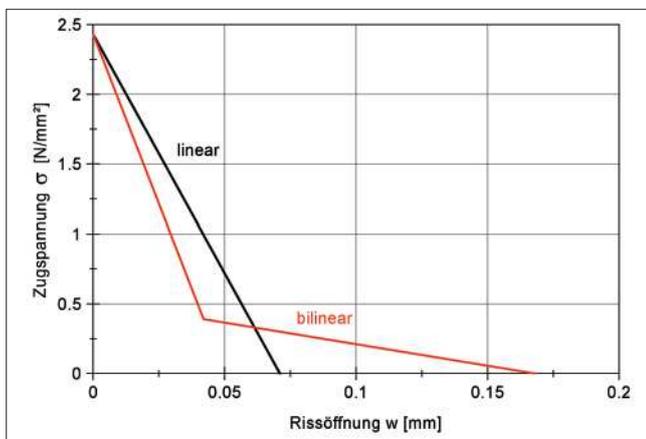


Bild 4-6: Verwendetes Tension-Softening Verhalten

In der Literatur lassen sich verschiedene Ansätze zur Formulierung der Bruchenergieentwicklung während der Hydratation finden, siehe Abschnitt 2.2.4. Wird die Bruchenergie während der Hydratation konstant gehalten, so muss die Rissöffnung, bei der die übertragbare Zugspannung gerade Null ist, wegen der geringeren Zugfestigkeit deutlich vergrößert werden. Die in Bild 4-6 gezeigten Linien würden sehr flach verlaufen.

Für die an dieser Stelle beschriebenen Berechnungen wurde das Materialgesetz in der Form erweitert, dass auch die Bruchenergie in Abhängigkeit des effektiven Alters berücksichtigt werden kann. Die Entwicklung der Bruchenergie $G_F(t_{eff})$ wurde affin zur Zugfestigkeit angenommen, was verschiedentlich mit Versuchen bestätigt worden ist, BRAMESHUBER, 1987; DE SCHUTTER, 1997; GUTSCH, 1998:

$$G_F(t_{eff}) = \beta(t_{eff})^{\frac{2}{3}} \cdot G_{F,28d} \quad (4-1)$$

mit
 $\beta(t_{eff})$ Formfunktion gemäß Gleichung 2-10,
 $G_{F,28d}$ Bruchenergie nach 28 d.

Die gewählte Affinität führt dazu, dass die Bruchenergie und die Zugfestigkeit in gleichem Maße ansteigen. Die Rissöffnung, bis zu der Zugspannungen übertragen werden können, ist damit während der gesamten Hydratationsphase konstant.

Bei den FE-Modellen mit diskreter Rissbildung und Ausnutzung der Symmetrie muss weiterhin beachtet werden, dass, wenn ein Riss in der Symmetrieachse abgebildet wird, nur die Hälfte der Bruchenergie berücksichtigt werden darf. Die damit ermittelte Verformung am Riss muss anschließend verdoppelt werden, um die tatsächliche Rissbreite zu erhalten.

Während des Hydratationsprozesses durchläuft der Querschnitt verschiedene Spannungszustände. Bereiche, die zunächst unter Zugbeanspruchung stehen, können auf Grund des veränderlichen Temperaturfeldes später Druckbeanspruchung erfahren. So können auch Bereiche zunächst Rissbildung erfahren und anschließend überdrückt werden. In diesem Fall ist es erforderlich, ein Entlastungsverhalten zu beschreiben.

Bild 4-7 zeigt das verwendete Modell zur Beschreibung des Entlastungsverhaltens. Befindet sich eine Stelle des Querschnitts auf dem abfallenden Ast des Tension-Softening Modells und die Zugbeanspruchung reduziert sich, erfolgt die Reduktion bis zum Nullpunkt auf einer gedachten Geraden.

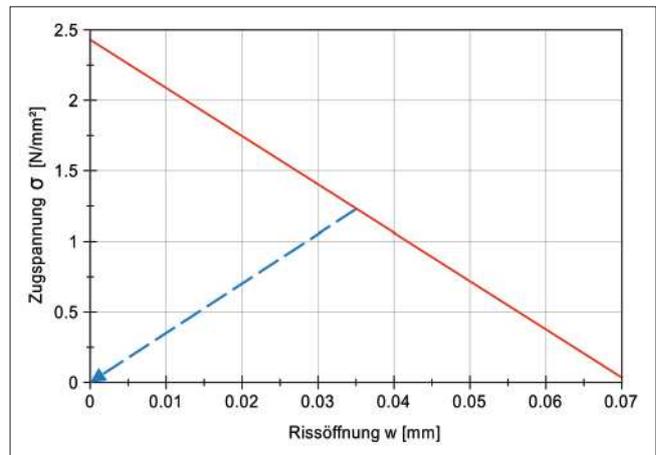


Bild 4-7: Materialverhalten bei Entlastung

Bezüglich der Berechnung der Rissbreite stellt diese Annahme eine Vereinfachung dar. Gemäß den Untersuchungen von REINHARDT, 1986, geht die Rissbreite mit dem Abbau der Zugspannungen verzögert zurück. In der vorliegenden Untersuchung spielt diese Unschärfe kaum eine Rolle, da im Zustand für die Ermittlung der Mindestbewehrung keine Kraftübertragung zwischen den Rissen stattfindet.

Da mit der Rissbildung die zweite Komponente des Verbundwerkstoffs Stahlbeton eine dominante Rolle übernimmt, ist die Modellierung der Bewehrung erforderlich. Dies geschieht durch Stabelemente, denen ein linear-elastisches Materialverhalten mit $E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$ zugewiesen wird.

Um zusätzlich den Verbund zwischen der Bewehrung und dem Beton realistisch zu erfassen, werden Verbundelemente zwischen Bewehrung und Beton eingeführt. Verwendet wurde dabei das in DÖRR, 1980, aufgestellte Verbundgesetz.

Die maximal übertragbare Schubspannung wurde an CEB/FIP MC90, 1993, angepasst. Bei normalem Verbund ergibt sich nach den Gleichungen dort für einen Beton der Festigkeitsklasse C 25/30 ein Wert von $\tau_{\max} = 1,25 \sqrt{f_{ck}}$, umgerechnet auf die Zugfestigkeit $\tau_{\max} = 2,4 f_{ctm}$. Der Empfehlung von Dörr, für c die Zugfestigkeit einzusetzen, kann dann nicht mehr gefolgt werden, da $\tau_{\max} = 1,9 c$ ist. Der Parameter c des Verbundgesetzes von Dörr muss damit modifiziert werden zu:

$$c = \frac{2,4}{1,9} \cdot f_{ctm} \quad (4-2)$$

mit f_{ctm} mittlere Zugfestigkeit.

Für die angesetzte Rezeptur ergibt sich eine maximal übertragbare Schubspannung von $\tau_{\max} = 5,8 \text{ N/mm}^2$.

Alternativ würde sich bei Ansatz des guten Verbundes die maximal übertragbare Verbundspannung verdoppeln. Um die angestrebte mittlere Verbundspannung im Lasteinleitungsbereich zu erreichen, müsste ein Grenzschlupf von $s_1 = 0,13 \text{ mm}$ angesetzt werden. Vergleichsberechnungen belegen, dass durch die Einhaltung der mittleren Verbundspannungen in beiden Fällen die rechnerisch mit dem Finite-Element-Modell ermittelten Stahlspannungen und Rissbreiten sehr gut mit den Ergebnissen der analytischen Formeln nach DIN 1045-1, 2008, verglichen werden können. Die Berechnungen mit den guten Verbundbedingungen liefern etwas geringere Rissbreiten verbunden mit etwas größeren Stahlspannungen, womit für die vorliegenden Untersuchungen die Annahme des normalen Verbundes auf der sicheren Seite liegt.

Während der Erhärtung muss die Entwicklung des Verbundes berücksichtigt werden, um bei jungem Beton die Verbundsteifigkeit nicht zu überschätzen. Das Materialgesetz wurde daher erweitert, um die Entwicklung der übertragbaren Verbundspannungen während der Hydratation beschreiben zu können.

Die übertragbare Verbundspannung wurde dazu an die Entwicklung der Zugfestigkeit gekoppelt, indem für den Parameter c des Verbundgesetzes von Dörr die sich entwickelnde Zugfestigkeit angesetzt wird:

$$c(t_{eff}) = \frac{2,4}{1,9} \cdot \beta(t_{eff})^{\frac{2}{3}} \cdot f_{ct,28d} \quad (4-3)$$

mit $\beta(t_{eff})$ Formfunktion gemäß Gleichung 2-11, $f_{ct,28d}$ Zugfestigkeit nach 28 d.

Sollen die mit den Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen nach Dörr, 1980, ermittelten Rissbreiten mit den analytischen Verfahren zur Rissbreitenbegrenzung z. B. nach DIN 1045-1, 2008, verglichen werden, ist eine weitere Modifikation erforderlich. Die durch umfangreiche Versuche abgesicherten Rissbreitennachweise nach DIN1045-1, 2008, legen – basierend auf CEB/FIP MC90, 1993 – eine mittlere Verbundspannung von $\tau_{sm} = 1,8 f_{ct,eff}$ im Lasteinleitungsbereich zu Grunde.

Nach KÖNIG, 1996, kann für den Schlupf $s(x)$ angesetzt werden:

$$s(x) = \frac{w}{2} \left(\frac{x}{l_e} \right)^{2,86} \quad (4-4)$$

mit w Rissbreite, l_e Einleitungslänge.

Mit dem Schubspannungsansatz von Dörr (Gleichung 2-20) kann dann die übertragbare Schubspannung mit den Variablen

- Rissbreite w ,
- Einleitungslänge l_e und
- Grenzschlupf s_1

formuliert und die mittlere Verbundspannung über den Einleitungsbereich bestimmt werden, wobei die Einleitungslänge von untergeordneter Bedeutung ist.

Bei einer zu erwartenden Rissbreite im Bereich von $0,15 \leq w \leq 0,25 \text{ mm}$ ergibt sich für die nach CEB/FIP MC90, 1993, angenommene, maximal übertragbare Schubspannung τ_{\max} ein Grenzschlupf von $s_1 = 0,01 \text{ mm}$.

Damit entsteht die in Bild 4-8 dargestellte Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung.

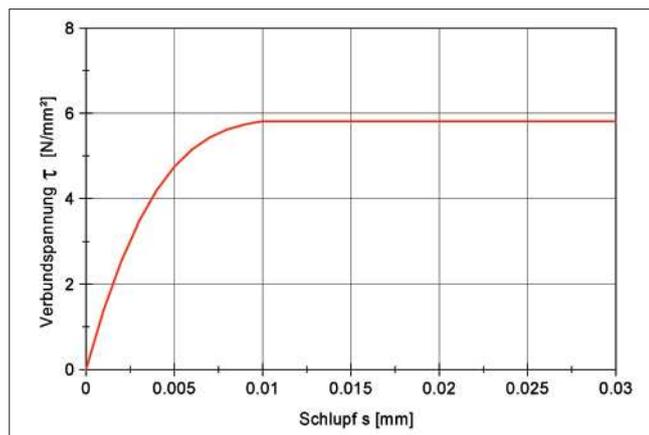


Bild 4-8: Verwendetes Verbundgesetz

Um das Auftreten der Eigenspannungen, deren Veränderlichkeit und den Einfluss verschiedener Randbedingungen zu untersuchen, wurden zunächst Berechnungen ohne Rissbildung durchgeführt. Dazu wurde das in Abschnitt 4.1 beschriebene Modell berechnet. Im Zentrum der Analysen standen Größe, Art und Verteilung der Eigenspannungen. Die Federsteifigkeit des rechten Randes wurde daher zu $c = 0$ gesetzt, sodass nur ein Eigenspannungszustand entsteht. Ein Teil der Ergebnisse wurde in TUE, 2007-1, veröffentlicht.

4.2 Berechnungen ohne Begrenzung der Zugspannungen durch Zugfestigkeit

Der gesamte Hydratationsprozess dauert mit zunehmender Querschnittsdicke überproportional länger, wie Bild 4-9 zeigt. Dargestellt ist die Dauer bis die Temperaturdifferenz zwischen Kern und Rand $\Delta T_{K-R} < 1\text{K}$ beträgt. Zu beachten ist der Einfluss der Randbedingungen, die bei diesen Vergleichsberechnungen, wie beschrieben, konstant angenommen wurden.

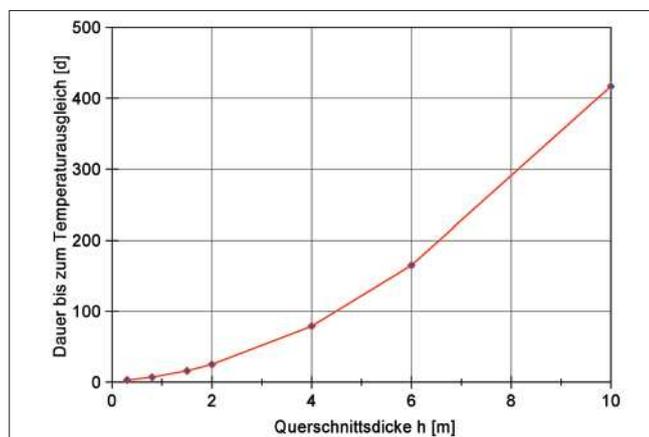
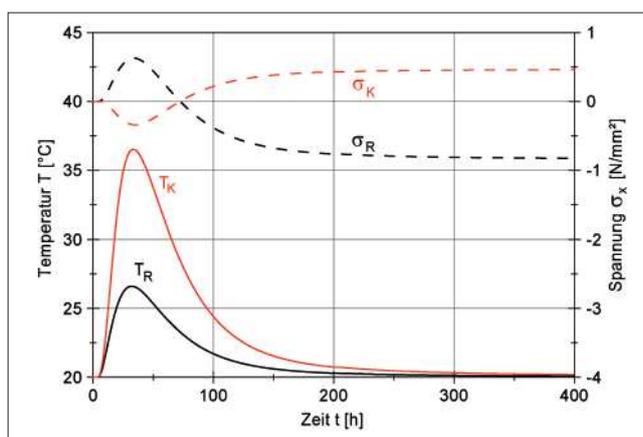


Bild 4-9: Dauer bis Temperaturlausgleich

Ist der Temperaturlausgleich bei Querschnitten mit $h < 1\text{ m}$ in wenigen Tagen abgeschlossen, so brauchen beispielsweise 6 m dicke Querschnitte bereits ein

halbes Jahr, 10 m dicke Querschnitte sogar länger als ein Jahr.

Um den Ablauf der Temperaturen und Spannungen während der Hydratation zu erkennen, werden in Bild 4-10 beide Verläufe für den Rand- und den Kernbereich über die Zeit aufgetragen. Die Ergebnisse wurden für einen Querschnitt mit $h = 0,8\text{ m}$ gewonnen, der im Allgemeinen die untere Grenze für massive Betonquerschnitte darstellt.


 Bild 4-10: Temperatur und Spannung im Rand- und Kernbereich, $h = 0,8\text{ m}$

Es wird deutlich, dass die Temperaturen im Kern signifikant höher ansteigen als im Randbereich, was zu einer entsprechenden Temperaturdifferenz führt.

Dabei wird im Kern die adiabatische Temperaturerhöhung nicht erreicht, womit bei den gewählten Randbedingungen erst bei einem Querschnitt von ca. $h = 4\text{ m}$ und dicker zu rechnen ist, vgl. Bild 4-11.

Das Temperaturmaximum wird für den Rand und den Kern nahezu gleichzeitig erreicht. Dieser Effekt hängt ebenfalls mit der Querschnittsabmessung zusammen. Bei dickeren Querschnitten wird das Maximum im Kern später erreicht als im Randbereich.

Die Temperaturen gleichen sich nach ca. $t = 400\text{ h}$ (entspricht 17 d) der Umgebungstemperatur von $T_{\text{Um}} = 20\text{ °C}$ an.

In einer ersten Phase werden im Randbereich Zugspannungen und im Kernbereich Druckspannungen aufgebaut. Der Kernbereich würde bei freier Verformung eine große Temperaturendeckung erfahren, die durch den Randbereich, der sich wesentlich weniger erwärmt, verhindert wird. Die maximalen Randzugspannungen treten zum gleichen Zeitpunkt wie die maximalen Kerntemperaturen auf, erst mit größeren Querschnittsdicken eilen die maximalen Randspannungen voraus, siehe Bild 4-11.

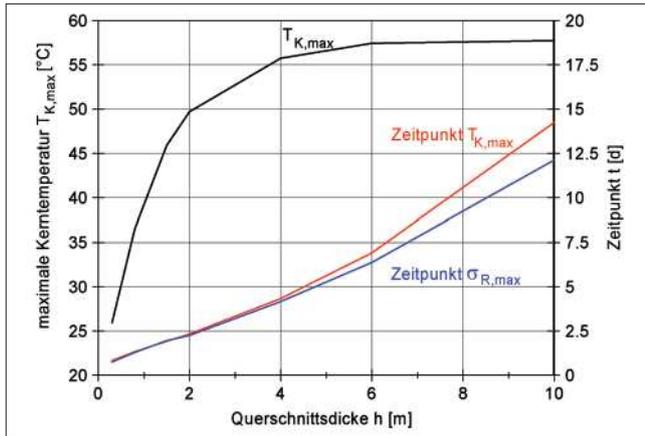


Bild 4-11: Auswertung der Hydratationsphase

Der Effekt kehrt sich in der zweiten Phase während der Abkühlung um, einhergehend mit einem Wechsel der Spannungen: der Randbereich erfährt Druckspannungen, der Kernbereich Zugspannungen. Es ist ersichtlich, dass die Zugspannungen im Randbereich während der ersten Phase vom Betrag her größer sind als die Zugspannungen im Kernbereich in der zweiten Phase. Zusätzlich sind die Ordinaten im Randbereich immer größer als im Kernbereich, was darauf hin deutet, dass die im Kernbereich betroffene Fläche jeweils signifikant größer ist als die im Randbereich betroffenen Fläche, da die Eigenspannungen über den Querschnitt integriert keine Schnittgröße ergeben.

Es lassen sich damit zwei charakteristische Zeitpunkte erkennen, die für die Betrachtung der Spannungen in dicken Querschnitten von großer Bedeutung sind:

1. Der Zeitpunkt der maximalen Randzugspannungen, die ungefähr zum Zeitpunkt des Temperaturmaximums im Kern auftreten,
2. der Zeitpunkt der maximalen Kernzugspannungen, die sich bei Temperaturengleich einstellen.

Im Folgenden stehen diese beiden Zeitpunkte im Fokus. Es werden im Wesentlichen die Ergebnisse dieser beiden Zeitpunkte dargestellt. Zunächst erfolgt eine Variation der Querschnittsdicke zwischen $h = 0,3 \text{ m}$ und $h = 10 \text{ m}$. Um die Ergebnisse vergleichen zu können, sind in Bild 4-12 die Spannungen über die normierte Querschnittsdicke aufgetragen.

Die geknickten Verläufe zum Zeitpunkt maximaler Zugspannungen im Randbereich für die 6 m und 10 m dicken Querschnitte entstehen durch die Überlagerung der Temperaturentwicklung mit der Entwicklung der mechanischen Betoneigenschaften. Am Rand wird die Zugspannung bereits reduziert, bevor im randnahen Bereich die Zugspannungen ihr Maximum erreichen.

Es wird deutlich, dass mit zunehmender Querschnittsdicke die Eigenspannungen σ_x ansteigen. Bei einer Querschnittsdicke $h = 0,3 \text{ m}$ sind die Eigenspan-

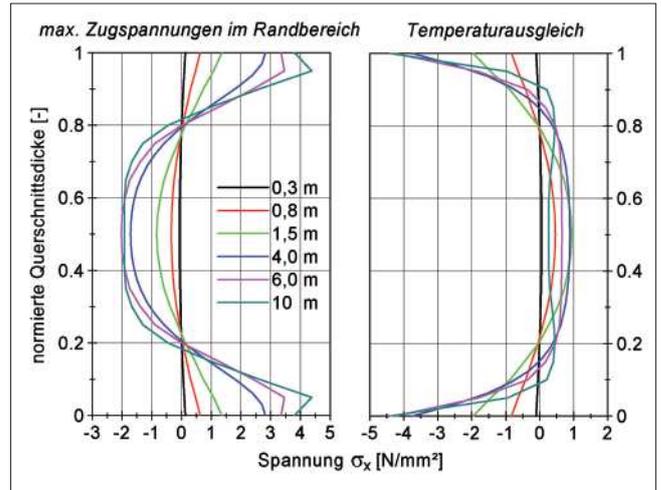


Bild 4-12: Eigenspannung zu den charakteristischen Zeitpunkten

nungen von untergeordneter Bedeutung, erst ab $h = 0,8 \text{ m}$ Querschnittsdicke sind Spannungen mit einer relevanten Größenordnung erkennbar. Die Annahme der DIN 1045-1, 2008, ab einer Bauteildicke von $h = 0,8 \text{ m}$ die Eigenspannungen mit einem konstanten Faktor $k = 0,8$ zu berücksichtigen, wird damit nicht bestätigt.

Wie sich bereits in der Auswertung von Bild 4-10 andeutete, ist der im Kern betroffene Bereich zum Zeitpunkt der maximalen Randzugspannungen größer als der Randbereich. Er beträgt annähernd 60 % des Querschnitts unabhängig von der Querschnittsdicke.

In Bild 4-13 sind die maximalen Randzugspannungen über die Querschnittsdicke aufgetragen. Die Randzugspannungen steigen mit der Querschnittsdicke nahezu linear an, erreichen aber erst bei einer Querschnittsdicke von 4 m eine Größenordnung, die Rissbildung erwarten lässt. Allerdings ist zu beachten, dass bei dünnen Querschnitten die maximalen Randzugspannungen $\sigma_{R,max}$ zu einer Zeit auftreten, zu der die Zugfestigkeit $f_{ct,eff}$ noch eine geringere Größenordnung hat.

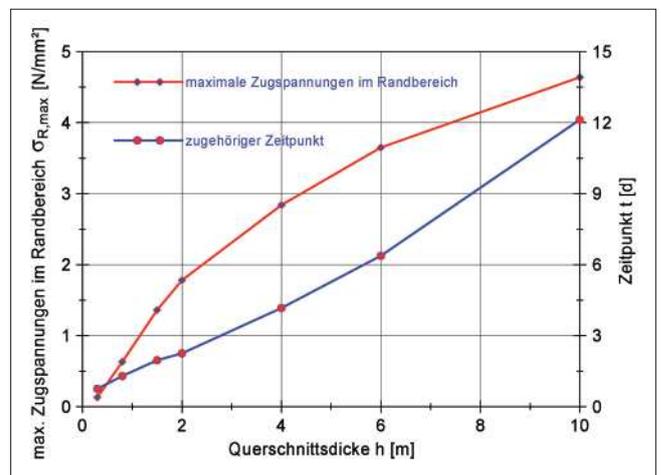


Bild 4-13: Maximale Zugspannung im Randbereich in Abhängigkeit der Querschnittsdicke und des Zeitpunkts des Auftretens

Die Druckspannungen im Kern zum Zeitpunkt der maximalen Randzugspannungen überschreiten $\sigma_k = 2 \text{ N/mm}^2$ nicht.

Der unter Zug stehende randnahe Bereich des Querschnitts beträgt bei allen Querschnittsdicken ca. 20 % der Querschnittsdicke pro Seite.

Im Kern ist dagegen auch bei $h = 4 \text{ m}$ nicht mit Rissbildung zu rechnen. Die Kernzugspannungen erreichen bei $h = 1,5 \text{ m}$ ein Maximum mit $\sigma_k = 1 \text{ N/mm}^2$ und nehmen bei weiter steigenden Querschnittsdicken wieder ab. Ab einer Querschnittsdicke von $h = 1,5 \text{ m}$ nimmt aber der unter Zug stehende Bereich im Kern zu, was zu einer weiter ansteigenden Druckspannung am Rand führt. Die zum Zeitpunkt der Randzugspannung aufgetretenen Risse werden damit geschlossen und überdrückt. Ab einer Querschnittsdicke von $h = 4 \text{ m}$ nehmen die Randdruckspannungen aber nicht mehr zu.

Wenn die Querschnittsdicke $h > 4 \text{ m}$ ist, tritt das Zugspannungsmaximum bei Temperaturengleich aber nicht mehr in der Mitte des Querschnitts auf, sondern ist zu den Rändern verschoben.

Bild 4-10 zeigt in der gewählten Darstellung zwei Nullspannungszustände. Zum einen ist das der Beginn der Spannungsentwicklung nach Erreichen einer ausreichenden Steifigkeit. Zum anderen gibt es einen weiteren Zeitpunkt während der Spannungsumkehr, zu dem sowohl der Rand als auch der Kern spannungsfrei sind. Zu diesem Zeitpunkt muss auf Grund des Eigenspannungszustandes der gesamte Querschnitt spannungsfrei sein. Bei dickeren Querschnitten verläuft dieser Spannungswechsel über den Querschnitt betrachtet aber sehr unterschiedlich.

Um den Ablauf während der Hydratation bei dickeren Querschnitten näher zu untersuchen, wird in Bild 4-14 der Spannungsverlauf des 4 m dicken Querschnitts zu einigen interessierenden Zeitpunkten dargestellt.

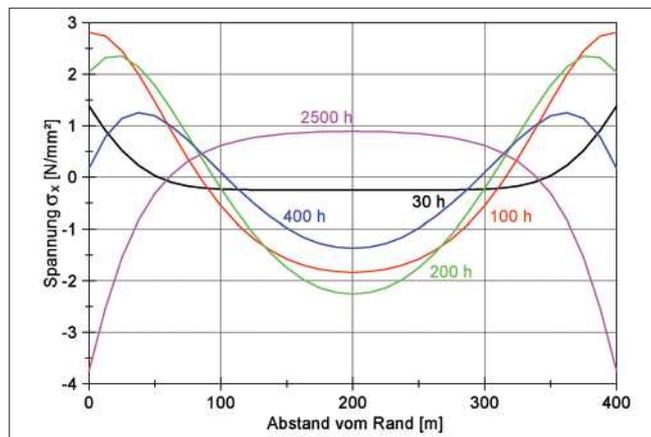


Bild 4-14: Spannungsverläufe über den Querschnitt für verschiedene Zeitpunkte, $h = 4 \text{ m}$

Nach Erreichen der maximalen Randzugspannung (100 h) stellt sich im Querschnitt ein wellenförmiger Spannungsverlauf ein. Der Abbau der Randzugspannungen beginnt zu einem Zeitpunkt nach 100 h, zu dem sich im Kern weitere Druckspannungen aufbauen. Wenn der Rand spannungsfrei ist (400 h), erfährt ein Bereich ca. 50 cm vom Rand entfernt noch Zugspannungen und der Kern steht weiterhin unter Druck, der sich aber abbaut. Das heißt, zwischen 100 und 200 h reduzieren sich am Rand die Zugspannungen und im Kern bauen sich Druckspannungen auf. Um diesen Effekt zu kompensieren, müssen sich im Bereich dazwischen Zugspannungen bzw. positive Spannungen aufbauen, damit das Gleichgewicht gewahrt ist.

Zur Bestätigung dieses Effektes sind in Bild 4-15 für eine Zeitspanne zwischen 100 und 180 Stunden in 20 Stunden-Schritten die spannungserzeugenden Temperaturdifferenzen aufgetragen. Im gesamten Querschnitt findet eine Abkühlung statt, der Kern hat damit ebenfalls sein Temperaturmaximum erreicht. Die Temperaturdifferenzen und damit die Abkühlung nehmen im Kern zu und im Randbereich ab. Die maximale Abkühlung findet in einem Bereich zwischen 0,5 und 1,0 m vom Rand statt, wo sich folglich die Zugspannungen bzw. positiven Spannungen ergeben, die in Bild 4-14 deutlich wurden.

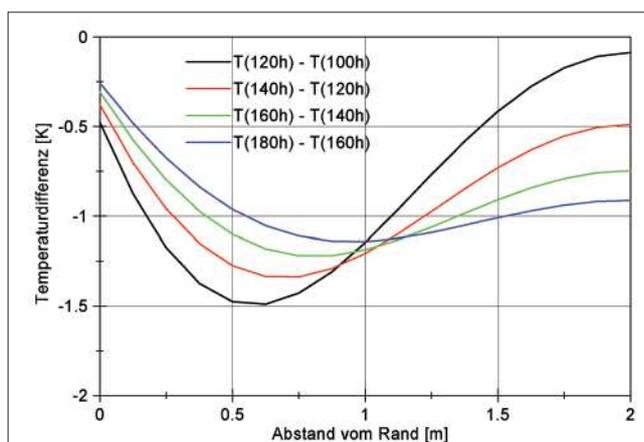


Bild 4-15: Temperaturdifferenzen, $h = 4 \text{ m}$

Bild 4-15 zeigt darüber hinaus, dass dieser Effekt erst ab einer Querschnittsdicke von ca. $h = 1,5 \text{ m}$ auftritt. Bis zu einem Randabstand von ca. 0,75 m fällt der Temperaturgradient stetig ab.

Um den Einfluss verschiedener Randbedingungen zu untersuchen, wurden verschiedene Parameter an einem Querschnitt mit einer Dicke von $h = 1,5 \text{ m}$ variiert.

Es zeigt sich dabei, dass die Größe der Randzugspannungen sehr stark von den äußeren Randbedingungen beeinflusst wird. Die Randzugspannungen werden vergrößert durch

- höhere Temperaturen, bedingt durch hohe Umgebungstemperaturen und/oder hohe Frischbetontemperaturen sowie
- eine ausgeprägte Nachbehandlung.

Letztere beschleunigt durch die dämmende Wirkung die Steifigkeitsentwicklung und verzögert den Temperaturabfluss. Die Abkühlung des Randbereiches, die für die Randzugspannungen verantwortlich ist, findet dann zu einem Zeitpunkt statt, zu dem die Steifigkeitsentwicklung bereits weit fortgeschritten ist.

Die Auswertungen der Berechnungen zeigen, dass die auftretenden Randzugspannungen reduziert werden durch

- auf die Hydratationsphase hin optimierte Rezepturen mit einer geringen und/oder langsamen Wärme- und Steifigkeitsentwicklung und
- winterliche Klimaverhältnisse, die eine niedrige Umgebungs- und Frischbetontemperatur verursachen.

Die Randzugspannungen sind in diesen Fällen so gering, dass beispielsweise bei einer Querschnittsdicke von $h = 1,50$ m nicht mit Rissbildung zu rechnen ist.

Die zum Abschluss der Hydratationsphase auftretenden Kernzugspannungen sind demgegenüber sehr konstant und überschreiten $\sigma_K = 1,0$ N/mm² nur um 20 % bei einem extrem heißen Sommerszenario. Nachbehandlung und winterliche Temperaturverhältnisse reduzieren die Kernzugspannungen geringfügig.

4.3 Berechnungen mit Berücksichtigung der Rissbildung

Die Schalenrissbildung tritt zu einem frühen Zeitpunkt auf, wenn infolge der Abkühlung am Rand und der Aufheizung im Kern die Zugspannungen am Rand die aktuelle Zugfestigkeit überschreiten. Die Ausführungen zu den Berechnungen ohne Begrenzung der Zugfestigkeit in Abschnitt 4.2 haben gezeigt, dass es nicht zwingend zu Schalenrissbildung kommt. Je nach Randbedingungen können die Randspannungen auch unterhalb der Zugfestigkeit bleiben, $\sigma_R < f_{ct}$.

Die Schalenrisse resultieren allein aus dem Eigenstresszustand und sind ein lokales Problem, das nur von der Querschnittsdicke abhängt. Da die Schalenrisse nicht schlagartig sondern bereits bei geringen Festigkeiten entstehen, mit der Abkühlung wachsen und sukzessive ihre Tiefe erreichen, ist der Rissabstand sehr gering. Dies zeigen auch die Rissbilder infolge Eigenspannungen an ausgeführten Bauwerken sowie die Berechnungen in Abschnitt 4.2.

Den Ausführungen in Abschnitt 4.2 folgend, ist die Zugspannung am Rand von den Randbedingungen ab-

hängig. Im Folgenden wird das Basis-Szenario mit den Randbedingungen

- Sommer, Umgebungstemperatur und Frischbetontemperatur konstant, $T_{Umg} = T_{FB} = 20$ °C
- keine Nachbehandlung, konstante Wärmeübergangsbedingung $\alpha_0 = 20,0$ W / (m² K)
- Referenzrezeptur gemäß Abschnitt 4.1

untersucht.

4.3.1 Unbewehrte Querschnitte

Modellhaft wird im Folgenden der Rissprozess für einen 3 m dicken Querschnitt beschrieben. Die Berechnungen zeigen, dass bei einem 3 m dicken Querschnitt die Randzugspannungen so groß werden, dass in einem signifikanten Bereich des Risses der abfallende Ast des Tension-Softening-Verhaltens verlassen wird. In diesem Bereich ist keine Zugspannung über den Riss übertragbar.

Die Ergebnisse der Berechnungen sind in Bild 4-16 und Bild 4-17 visualisiert.

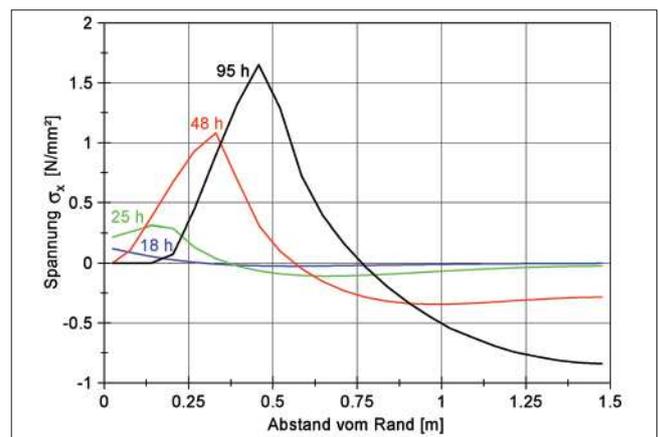


Bild 4-16: Entwicklung der Zugspannungen bei Schalenrissbildung

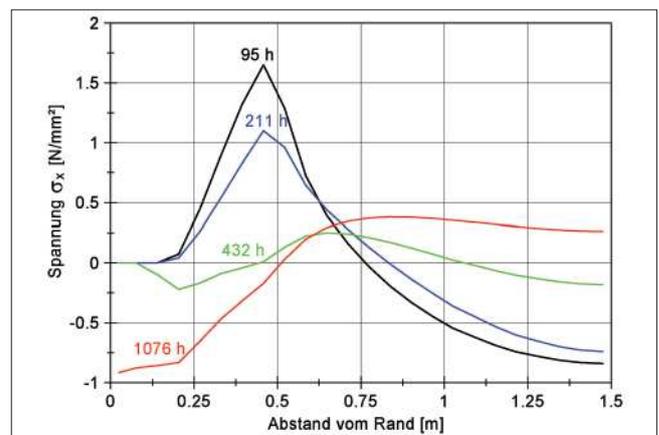


Bild 4-17: Spannungsumkehr bei Schalenrissbildung

Die Zugfestigkeit am Rand wird nach 18 h erreicht, die übertragbaren Zugspannungen sind zu diesem Zeitpunkt noch sehr gering. Nach 48 h erreicht die Rissöff-

nung im Randbereich einen Wert, ab dem keine Zugspannungen mehr übertragen werden können. Die Zugfestigkeit ist zu diesem Zeitpunkt bis in eine Tiefe von 0,3 m überschritten, auf Grund des Tension-Softening-Verhaltens können aber in diesem Bereich noch Zugspannungen übertragen werden.

Nach 95 h wird die maximale Zugspannung erreicht, sie beträgt $\sigma_x = 1,7 \text{ N/mm}^2$. Danach beginnt der Prozess der Spannungsumkehr. Der Randbereich, der die Bruchdehnung überschritten hat, beträgt zu diesem Zeitpunkt 15 cm, eine Überschreitung der Zugfestigkeit erfolgte auf einem Bereich von ca. 45 cm.

Ausgehend von dieser Spannungsverteilung reduzieren sich die Zugspannungen im Randbereich und die Druckspannungen im Kernbereich, siehe Bild 4-17. Nach 432 h bildet sich im Querschnitt eine Art zweiter Nullspannungszustand mit sehr geringen Zug- und Druckspannungen aus.

Nach 1076 h ist der Temperatenausgleich erreicht. Es stellt sich auch hier die Spannungsverteilung mit Druck am Rand und Zug im Kern ein. Die Zugspannung im Kern erreicht jedoch nur einen Wert von $\sigma_x = 0,41 \text{ N/mm}^2$ und beträgt damit durch den Einfluss der Rissbildung nur 46 % der Kernzugspannung aus der Berechnung ohne begrenzte Zugfestigkeit ($\sigma_x = 0,89 \text{ N/mm}^2$).

Die Querschnittsdicke hat einen entscheidenden Einfluss auf diesen Vorgang. Zu Vergleichszwecken sind die auftretenden Rissbreiten unterschiedlicher Querschnitte in Bild 4-18 dargestellt.

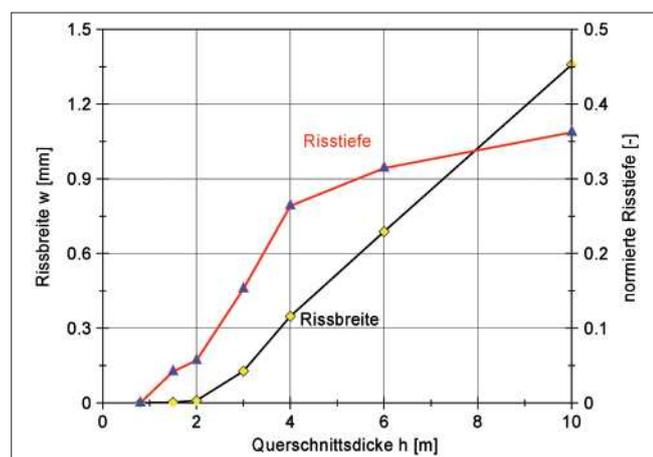


Bild 4-18: Entwicklung der Risstiefe und Rissbreite bei zunehmender Dicke

Bis zu einem Querschnitt von $h = 2 \text{ m}$ erreichen die Rissöffnungen keine nennenswerte Größenordnung. Dies deutete sich bereits auf Grund der geringen Eigenspannungen bei der Berechnung ohne begrenzte Zugfestigkeit an.

Für unbewehrte Querschnitte beträgt die Rissbreite bei 3 m dicken Querschnitten maximal $w = 0,13 \text{ mm}$ und

steigt dann mit der Querschnittsdicke bis auf 1,37 mm bei einem 10 m dicken Querschnitt an. Ab dem 6 m dicken Querschnitt tritt die maximale Rissbreite am Rand zeitlich vor der maximalen Risstiefe auf. Während der Rand bereits Zugspannungen abbaut, steigen die Zugspannungen an der Risswurzel noch geringfügig an.

Die Risstiefe nimmt mit der Querschnittsdicke zu und nähert sich einem Endwert an, da ein Durchreißen des Querschnitts alleine aus Eigenspannungen nicht möglich ist. Mit Risstiefe ist dabei der Bereich beschrieben, in dem die Zugspannungen die Zugfestigkeit erreicht haben. Die normierte Risstiefe steigt bei unbewehrten Querschnitten bis auf ca. 37 % der Querschnittsdicke bei einem Querschnitt mit der Dicke $h = 10 \text{ m}$ an.

Die Spannungsverteilung bei Temperatenausgleich ist gekennzeichnet durch Druckspannungen am Rand und Zugspannungen im Kern. Bis zu einer Querschnittsdicke von 2 m zeigt sich eine gewöhnliche Spannungsverteilung bei Temperatenausgleich, da keine bzw. nur eine geringe Überschreitung der Zugfestigkeit im gesamten Querschnitt aufgetreten ist.

Ab einer Querschnittsdicke von 4 m entsteht im Bereich zwischen 0,1 h und 0,2 h vom Rand ein spannungsfreier Bereich, der mit der Querschnittsdicke weiter anwächst. Der Effekt wurde bereits in Abschnitt 4.2 im Rahmen der Berechnungen ohne Begrenzung der Zugfestigkeit festgestellt: ab einer Querschnittsdicke von 2 m tritt eine wellenförmige Spannungsverteilung im Randbereich auf Grund des sukzessiven Temperaturabflusses auf, siehe Bild 4-15.

Zum Vergleich sind in Bild 4-19 der Rissbreitenverlauf bei 156 h und bei 888 h aufgetragen. Durch die bei der Berechnung ohne Begrenzung der Zugfestigkeit festgestellte maximale Abkühlung in einem Bereich von 0,5 bis 1,0 m vom Rand entsteht bei Rissbildung ein wellenförmiger Verlauf der Rissbreite. Dies führt dazu, dass am Rand nach 888 h bereits Druckspannungen übertragen werden, im beschriebenen Bereich aber bis zum Temperatenausgleich der Riss nicht überdrückt wird. (Bild 4-20)

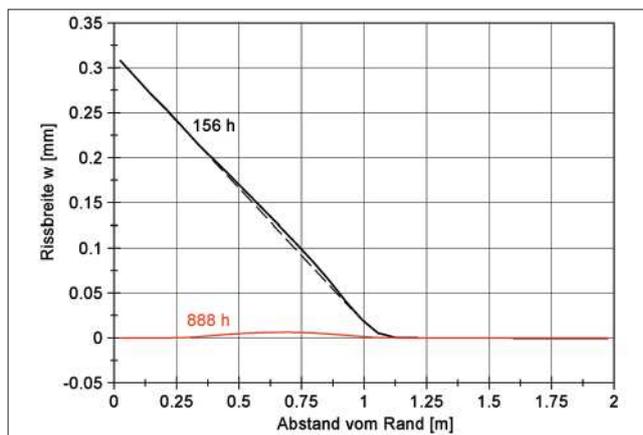


Bild 4-19: Rissbreiten bei Abbau der Randzugspannungen

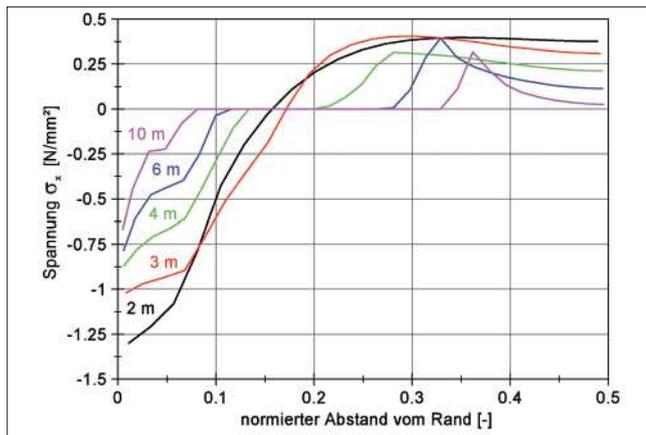


Bild 4-20: Spannungsverteilung bei Temperaturengleich

Die Randdruckspannungen fallen infolge der Rissbildung am Rand mit der Querschnittsdicke ab. Damit einhergehend müssen aus Gleichgewichtsgründen auch die Kernzugspannungen mit der Querschnittsdicke abfallen. Im Kern bildet sich mit zunehmender Querschnittsdicke eine Zugspannungsspitze am Bereich der Risswurzel, die zum Zeitpunkt der Randzugspannungen entstanden ist.

4.3.2 Bewehrte Querschnitte

Die Berechnungen ohne Bewehrung haben gezeigt, dass unter den gewählten Randbedingungen erst ab einer Querschnittsdicke von $h = 3\text{ m}$ am Rand Bereiche auftreten, die keine Zugspannungen mehr übertragen. Da nur dann die Bewehrung voll aktiviert ist, werden im Folgenden nur Querschnitte mit einer Dicke $h > 3\text{ m}$ untersucht.

In Anlehnung an ZTV-W 215, 2004, wurde eine Bewehrung von 0,1 % der Betonquerschnittsfläche je Seite gewählt. Für einen Querschnitt mit einer Dicke von 3 m bedeutet dies eine Bewehrung von $a_{s,erf} = 30\text{ cm}^2/\text{m}$. Daher wurde eine Bewehrung $\varnothing 25/15\text{ cm}$ mit $a_{s,vorh} = 32,7\text{ cm}^2/\text{m}$ modelliert.

Bei den bisherigen Berechnungen hat der Beton sowohl die Zug- als auch die Druckeigenspannungen übernommen und über den Querschnitt integriert ausgeglichen. Die eingelegte Bewehrung führt nun dazu, dass bei Rissbildung die Spannungen im Beton im Bereich der Bewehrung von der Bewehrung übernommen werden. Für die einzelnen Elemente Beton und Bewehrung kann dann eine Zwangskraft ermittelt werden, die sich aber über den Querschnitt aufheben muss, da es sich um einen Eigenspannungszustand handelt. Bild 4-21 verdeutlicht dies beispielhaft.

Zum Zeitpunkt der Rissbildung übernimmt die Bewehrung die Zugeigenspannungen vom Beton, der Beton trägt nur die Druckeigenspannungen. Nach der Spannungsumkehr übernimmt der Beton wieder Druck- und Zugspannungen und die Zwangkräfte verschwin-

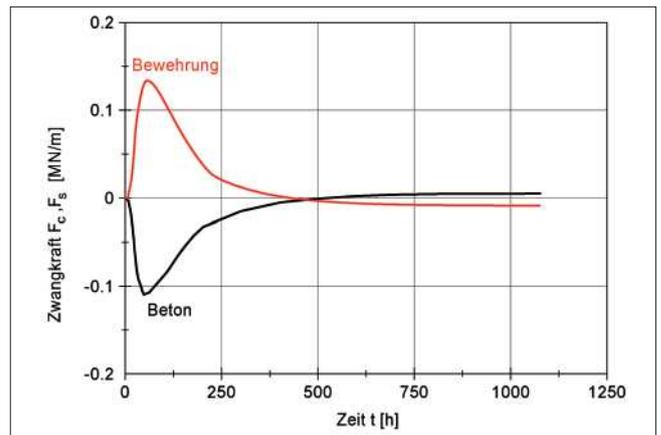


Bild 4-21: Zwangkraft in Beton und Bewehrung

den. Es verbleibt nur eine kleine Differenz, die zu einer Zwangskraft im Beton und in der Bewehrung führt.

Damit übernimmt bei dicken Querschnitten, bei denen die Rissbildung nicht schlagartig den gesamten Querschnitt erfasst, die Bewehrung einen Teil der Eigenspannungen.

Die Berechnungen ohne Bewehrung haben gezeigt, dass Rissbreiten auftreten können, die das im Hinblick auf die Gebrauchstauglichkeit und die Dauerhaftigkeit geforderte Maß deutlich überschreiten. Die Vermutung, Eigenspannungen müssten nicht mit Bewehrung abgedeckt werden, da sie im Querschnitt keine Schnittgröße erzeugen, lässt sich bei dicken Querschnitten im Hinblick auf die Randzugspannungen nicht bestätigen.

Die Verteilung der Zugspannungen im Betonquerschnitt verändert sich durch die Bewehrung, siehe Bild 4-22. Die Zugfestigkeit am Rand wird nach 18 h erreicht. Die Bewehrung verhindert dann, dass die Rissbreite so weit ansteigt, dass keine Zugspannungen mehr übertragen werden können. Gemäß Bild 4-6 ist das bei Ansatz der linearen Entfestigung ab einer Rissöffnung von 0,07 mm der Fall. Beim unbewehrten Querschnitt wurde diese Größe überschritten.

Die übertragbaren Zugspannungen am Rand steigen dann mit der Festigkeitsentwicklung weiter an, obwohl

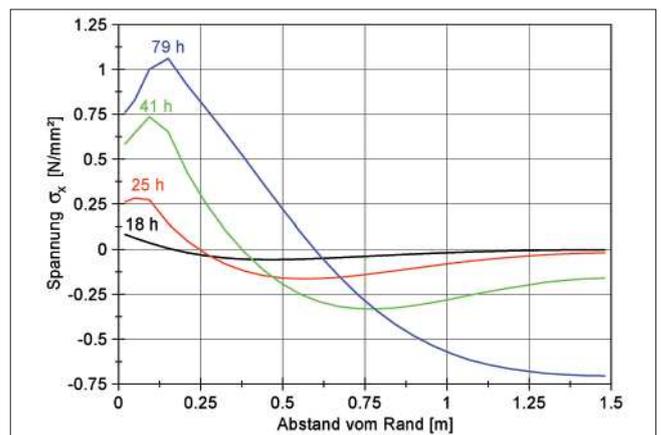


Bild 4-22: Entwicklung der Zugspannungen, bewehrt

die Zugfestigkeit bereits erreicht war. Dieser Effekt kann experimentell belegt werden, GUTSCH, 1998. Die maximale Randzugspannung wird nach 79 h erreicht, wobei der Querschnitt nur 0,15 m aufreißt. Die Rissöffnung am Rand ist dabei noch so gering, dass bis zum Rand Zugspannungen übertragen werden können. Der abfallende Ast des Tension-Softening-Verhaltens wurde noch nicht verlassen.

Die Spannungsumkehr weist nach 311 h eine Art zweiten Nullspannungszustand auf, wie Bild 4-23 zeigt. Da der Querschnitt im Bereich der Bewehrung nicht so weit aufgerissen ist, können auch die Druckspannungen am Rand schneller wieder übertragen werden und die Spannungsverteilung ist gleichmäßiger.

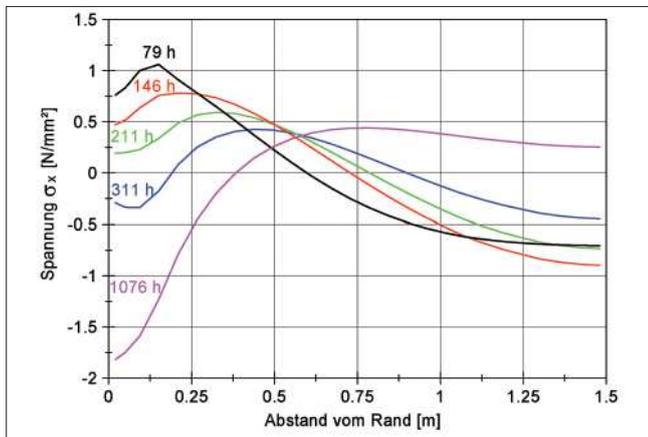


Bild 4-23: Spannungsumkehr, bewehrt

Um die Wirkung der Rissbildung und der Bewehrung auf die Eigenspannungen zu verdeutlichen, sind in Bild 4-24 und Bild 4-25 die Spannungsverteilungen zum Zeitpunkt der maximalen Randzugspannungen sowie zum Temperatursausgleich für die Berechnungen ohne begrenzte Zugfestigkeit, ohne Bewehrung und mit Bewehrung aufgetragen.

Es wird deutlich, dass die Berechnung mit Bewehrung und die Berechnung ohne Begrenzung der Zugfestigkeit ähnliche Ergebnisse liefern. Die Bewehrung übernimmt den Anteil der Zugspannungen, die im Beton auf Grund der Rissbildung ausfallen. Zum Zeitpunkt der maximalen Randzugspannungen verändert die Rissbildung die Druckspannungen im Kern nur unwesentlich. Zum Zeitpunkt des Temperatursausgleichs hat die Bewehrung dazu geführt, dass größere Druckspannungen im Randbereich auftreten als ohne Bewehrung und mit begrenzter Zugfestigkeit.

Mit der gewählten Bewehrung $A_s = 0,001 \cdot A_c$ kann bis zu einer Querschnittsdicke von $h = 6$ m die nach ZTV-W 215, 2004, geforderte Rissbreite von $w_k = 0,25$ mm eingehalten werden. In allen Fällen reduziert die eingelegte Bewehrung die Rissbreite im Bereich der Bewehrung auf weniger als 40 % der Rissbreite des unbewehrten Querschnitts. Zusätzlich wird die Risstiefe um ca. 25 % reduziert (Bild 4-26).

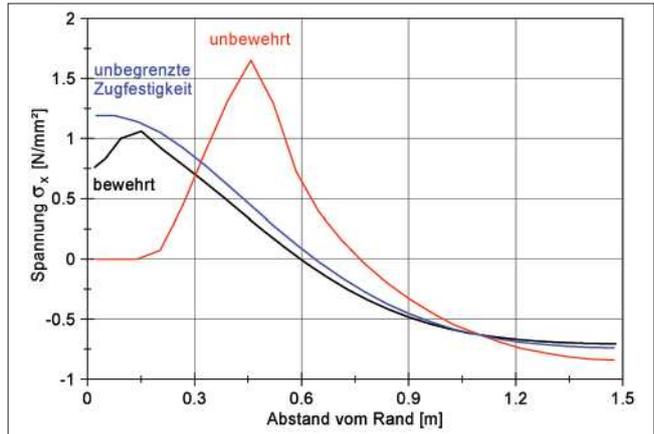


Bild 4-24: Vergleich der Spannungen bei maximaler Randzugspannung

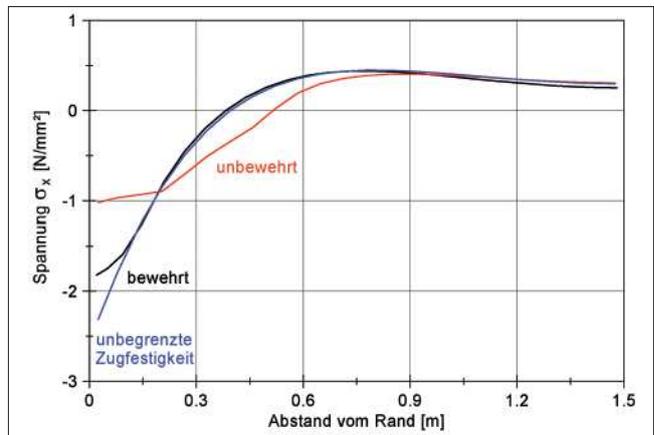


Bild 4-25: Vergleich der Spannungen bei Temperatursausgleich

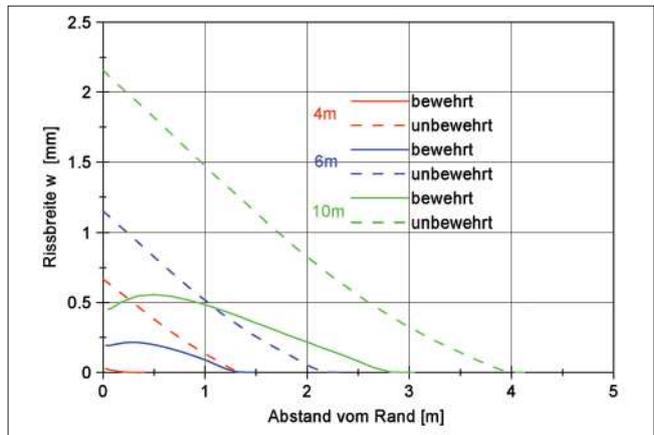


Bild 4-26: Maximale Rissbreiten

Bei allen Querschnitten ist der Randbereich nach Abschluss der Hydratation überdrückt und die Risse sind vollständig geschlossen.

Die Spannung in der Bewehrung verläuft analog zu den Rissöffnungen. Die Bewehrung führt durch die verhinderte Entspannung auch dazu, dass die Randdruckspannungen größer werden und mit der Querschnittsdicke zunehmen. Der Effekt der mit der Querschnittsdicke sinkenden Randdruckspannungen, der bei den unbewehrten Querschnitten auftrat, kehrt sich bei bewehrten Querschnitten um. Ebenso steigen die Kern-

zugspannungen bei Berücksichtigung der Bewehrung an.

4.4 Zusammenfassung

Mit den beschriebenen Analysen konnten verschiedene Erkenntnisse über die Eigenspannungen während des Hydratationsprozesses gewonnen werden. Während bei dünnen Bauteilen bis ca. $h = 0,3$ m die Eigenspannungen vernachlässigbar klein sind, konnte gezeigt werden, dass bei dicken Bauteilen die Eigenspannungen einen signifikanten Einfluss auf die Spannungsverteilung haben, der mit der Querschnittsdicke zunimmt. Durch den Vorzeichenwechsel der Spannungen im Querschnitt konnten zwei charakteristische Zeitpunkte identifiziert werden.

4.4.1 Zeitpunkt der maximalen Randzugspannungen

Während der Erhärtung des Betons treten in einer ersten Phase Randzugspannungen auf, deren Maximum die aktuelle Zugfestigkeit des Betons überschreiten kann. Es kommt dann zu Rissbildung. Die auftretende Rissbreite und die Risstiefe nehmen mit der Querschnittsdicke zu. Die Randzugspannungen steigen mit der Querschnittsdicke und prinzipiell kann nur bei sehr dicken Querschnitten damit gerechnet werden, dass Rissbildung mit Sicherheit eintritt. Zusammen mit dem Effekt der Nachbehandlung erzeugen warme Randbedingungen die größten Randzugspannungen. Die Abkühlung des Randes erfolgt in diesem Fall zu einem Zeitpunkt, zu dem die Entwicklung der mechanischen Betoneigenschaften schon weit fortgeschritten ist.

Während bei unbewehrten Querschnitten die Zunahme der Rissbreite nahezu linear mit der Querschnittsdicke verläuft, strebt die Risstiefe einem Grenzwert von ca. 35 % des Querschnitts zu. Wird Bewehrung berücksichtigt, übernimmt diese einen Großteil der Randzugspannungen nach der Rissbildung. Die Risstiefe und die Rissbreite werden in diesem Fall signifikant reduziert, die Eigenspannung wird mit der Bewehrung im Querschnitt gehalten.

Auf Grund der geringen Rissbreiten findet bei bewehrten Querschnitten nur eine geringfügige Entspannung durch die Rissbildung statt. Eine Erhöhung der Bewehrung führt zu einer geringeren Rissbreite und einer geringeren Risstiefe.

Alle auftretenden Risse werden im Laufe der Abkühlung wieder geschlossen und überdrückt.

4.4.2 Zeitpunkt zum Temperatenausgleich mit Kernzugspannungen

Bei Temperatenausgleich werden die Risse am Rand überdrückt und es entstehen Randdruckspannungen.

Die Randzone wird dabei unabhängig von einer Rissbildung durch die Abkühlung des Kernbereichs überdrückt, während der Kernbereich selbst auf Zug beansprucht wird.

Die entstehenden Kernzugspannungen sind unabhängig von den Randbedingungen sehr konstant in der Größenordnung von $\sigma_k = 1$ N/mm². Lediglich mit zunehmender Querschnittsdicke nimmt der unter Zug stehende Bereich des Querschnitts zu und die Kernzugspannungen etwas ab.

Die bei Temperatenausgleich entstehenden Druckspannungen am Rand nehmen bei unbewehrten Querschnitten mit der Querschnittsdicke ab, da auf Grund der Rissbildung eine Entspannung der Eigenspannungen stattgefunden hat. Bei bewehrten Querschnitten tritt dieser Effekt nicht auf. Dadurch, dass die Eigenspannungen von der Bewehrung im Querschnitt gehalten werden, steigen die Randdruckspannungen gegenüber den unbewehrten Querschnitten und mit wachsender Querschnittsdicke an.

Szenarien, die nicht zu Rissbildung am Rand führen, wie z. B. dünnere Querschnitte, kühlere Umgebungstemperaturen oder optimierte Rezepturen, führen zu größeren Randdruckspannungen am Rand nach Temperatenausgleich.

Der Einfluss der Bewehrung auf den Rissbildungsprozess bei freier Lagerung kann wie folgt zusammengefasst werden:

- Die Rissbreite und die Risstiefe infolge Eigenspannungen werden durch Bewehrung deutlich reduziert. Der Prozess kann mit der Menge der Bewehrung gesteuert werden. Im Interesse der Dauerhaftigkeit ist eine ausreichende Oberflächenbewehrung anzuordnen.
- Der Eigenspannungszustand wird mit der Bewehrung im Querschnitt erhalten, da die Bewehrung die Randzugspannungen übernimmt. Eine Entspannung durch Rissbildung erfolgt bei bewehrten Querschnitten nicht. Ein bewehrter Querschnitt verhält sich ähnlich einem Querschnitt mit unbegrenzter Zugfestigkeit.
- Bis zu einer Querschnittsdicke von 6 m können die Rissbreiten der Randzugspannungen mit einer moderaten Bewehrung von $A_s = 0,001 \cdot A_c$ auf $w = 0,25$ mm begrenzt werden.

Eine Reduktion der Zwangskraft zum Risszeitpunkt auf Grund von Schalenrissbildung aus Eigenspannungen ist mit Unsicherheiten behaftet. Die Schalenrissbildung hängt stark von den Randbedingungen ab. Ein allgemeingültiger Ansatz ist daher nicht gerechtfertigt.

5 Analyse des Rissbildungsprozesses bei zwängender Lagerung

5.1 Rechenmodell und Untersuchungsparameter

Die Berechnungen bei freier Lagerung haben gezeigt, dass die Zugspannungen im Kern nach Temperaturausgleich $\sigma_k = 1 \text{ N/mm}^2$ nicht überschreiten. Da der Beton zu diesem Zeitpunkt in der Regel bereits seine volle Zugfestigkeit erreicht hat, wird es nicht zu Rissbildung kommen.

Es ist daher ein zusätzlicher Zwang erforderlich, um eine Rissbildung zu einem späteren Zeitpunkt zu erzeugen, die dann den gesamten Querschnitt erfasst. Diese Risse werden als Primärrisse bezeichnet.

In der Realität sind die Bauteile, wie eingangs erläutert wurde, einer zwängenden Lagerung unterworfen. Den Behinderungsgrad der Lagerung zu erfassen und zu beschreiben ist Gegenstand vieler Untersuchungen. Eine realistische, pragmatische Beschreibung fehlt bisher, auch weil der Behinderungsgrad sehr stark von den individuellen Randbedingungen abhängt und diese schwer zu vergleichen sind. Für massige Bauteile von Schleusenammerquerschnitten wird aktuell versucht, durch die Nachrechnung von in situ-Messungen den Behinderungsgrad zu beschreiben, TUE, 2007-2.

Im Rahmen der hier dargestellten Untersuchungen wird der Zwang konservativ idealisiert. Dazu wird bei dem bisher untersuchten Modell (siehe Bild 4-3) die zwängende Lagerung am rechten Rand eingefügt. Die dabei zunächst gewählte starre Festhaltung mit $c \rightarrow \infty$ erzeugt die größte Zwangsbeanspruchung.

Analog der Vorgehensweise bei der freien Lagerung wird zunächst mit Berechnungen ohne Begrenzung der Zugfestigkeit versucht, den Spannungsverlauf während der Hydratation nachzuvollziehen, um bestimmte, die Zwangsbeanspruchung charakterisierende Größen herauszufiltern.

Anschließend wird die Zugfestigkeit begrenzt, sodass Rissbildung auftritt. Damit kann auch die Wirkungsweise der Bewehrung und deren Einfluss auf die Spannungsverteilung und die Rissbreite analysiert werden. Es wird dabei zwischen Primärrissen, die den gesamten Querschnitt trennen, und Sekundärrissen, die sich in der Folge von Primärrissen nur im Randbereich bilden, unterschieden. Ziel ist es, den Rissbildungsprozess eines bewehrten Querschnitts zu analysieren, mechanisch konsistent zu beschreiben und die dominanten Parameter zu bestimmen.

Die Zwangsbeanspruchung im Betonquerschnitt vor der Rissbildung ist unabhängig von der Modelllänge, die im verwendeten Modell dem halben Abstand der

Risse entspricht. Daher ist auch bei den zunächst beschriebenen Untersuchungen ohne Begrenzung der Zugfestigkeit die Modelllänge ohne Bedeutung.

Die Spannung in der Bewehrung nach der Rissbildung sowie die Rissbreite hängen aber entscheidend vom Abstand der Primärrisse ab. Entsprechend ist dieser Parameter als Modelllänge bei den Berechnungen mit begrenzter Zugfestigkeit zu berücksichtigen.

5.2 Berechnungen ohne Begrenzung der Zugspannungen durch Zugfestigkeit

Die Spannungsentwicklung während der Hydratation wird zunächst am 2 m Querschnitt betrachtet. Die Lagerung mit vollem Zwang verschiebt die Spannungsverteilung entsprechend der vorherrschenden, zentralen Zwangsbeanspruchung, wobei die nichtlineare Verteilung der Eigenspannungen erhalten bleibt. Dies führt zu Beginn der Hydratation dazu, dass der gesamte Querschnitt eine Druckbeanspruchung erfährt die aber zum Rand hin abnimmt. Da aber auch am Rand keine Zugspannungen auftreten, können sich keine Schalenrisse bilden. Bild 5-1 zeigt den Verlauf der Spannungen zu unterschiedlichen Zeitpunkten. Nach ca. 138 h ergibt sich ein reiner Eigenspannungszustand. Die Zwangskraft wechselt zu diesem Zeitpunkt von Druck in Zug und erfährt einen Nulldurchgang.

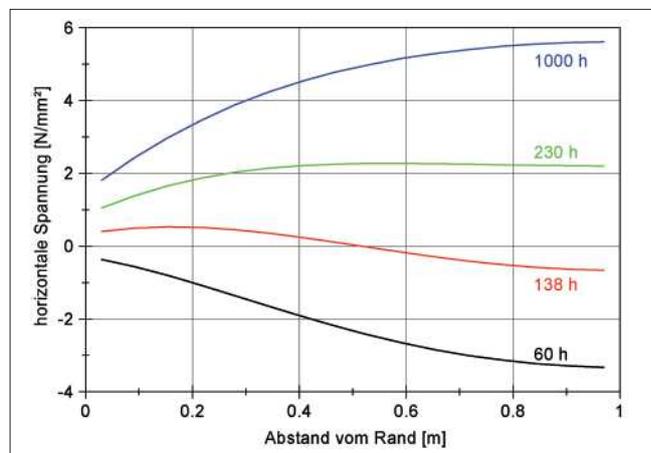


Bild 5-1: Spannungsverteilung während der Hydratation

In der anschließenden Abkühlphase entstehen im gesamten Querschnitt Zugspannungen, die nach 230 h die Größenordnung der Zugfestigkeit erreichen. Da die Zugfestigkeit bei diesen Betrachtungen nicht begrenzt ist, steigt die Zugspannung im Querschnitt weiter an. Die bei freier Lagerung aufgetretenen Randdruckspannungen bei Temperaturengleich reduzieren im Falle der zwängenden Lagerung die Zugspannungen am Rand deutlich.

Durch Integration der Spannungen über den Querschnitt kann die zentrale Zwangskraft $F_{c,N}$ ermittelt werden. Nach Temperaturengleich beträgt diese zentrale Zwangskraft für den gesamten 2 m dicken Quer-

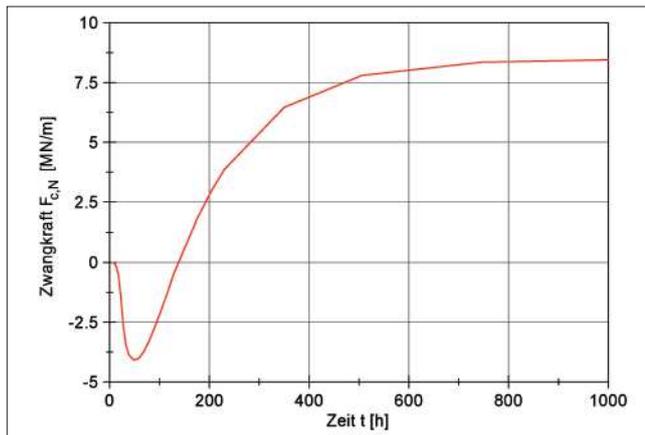


Bild 5-2: Entwicklung der zentralen Betonzwangkraft

schnitt $F_{c,Nu} = 8,45 \text{ MN/m}$. Der zeitliche Verlauf ist in Bild 5-2 dargestellt. Der Nullpunkt der Zwangkraft nach 137 h, der sich bereits in Bild 5-1 andeutete, wird bestätigt.

Aus der zentralen Zwangkraft $F_{c,Nu}$ kann nun ein Temperaturanteil ermittelt werden, der diese Zwangkraft erzeugt. Diese, als zentraler Temperaturanteil ΔT_N bezeichnete Differenz lässt sich unter vereinfachendem Ansatz des 28-Tage-Elastizitätsmoduls ermitteln zu:

$$\Delta T_N = \frac{F_{c,Nu}}{E_{28d} \cdot \alpha_T \cdot h \cdot b} \quad (5-1)$$

mit	
ΔT_N	zentrischer Temperaturanteil,
$F_{c,Nu}$	Zwangkraft im Beton bei Temperaturausgleich,
E_{28d}	Elastizitätsmodul nach 28 Tagen,
α_T	Wärmeausdehnungskoeffizient,
h	Querschnittsdicke,
b	Querschnittsbreite.

Im gezeigten Fall des 2 m Querschnitts ergibt sich ein zentraler Temperaturanteil von $\Delta T_N = 13 \text{ K}$. Dies entspricht 34,4 % der adiabatischen Temperaturerhöhung der Betonrezeptur von $\Delta T_{ad} = 37,8 \text{ K}$. Es zeigt sich damit, dass durch die sich entwickelnde Festigkeit und den Temperaturabfluss am Rand nur ein Teil der adiabatischen Temperaturerhöhung in zentraler Zwangkraft umgesetzt wird. Die Berücksichtigung der Relaxation würde den zentralen Temperaturanteil zusätzlich beeinflussen.

Eine entsprechende Berechnung des zentralen Temperaturanteils wurde für verschiedene Querschnittsdicken von $h = 0,4 \text{ m}$ bis $h = 10 \text{ m}$ durchgeführt und der zentraler Temperaturanteil ΔT_N ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 5-1 dargestellt. Der zentraler Temperaturanteil steigt mit der Querschnittsdicke von $\Delta T_N = 2,8 \text{ K}$ bei $h = 0,4 \text{ m}$ bis $\Delta T_N = 18 \text{ K}$ bei $h = 10 \text{ m}$ an.

Darüber hinaus wurden für den 2 m Querschnitt die Randbedingungen variiert. Es wird deutlich, dass der zentraler Temperaturanteil ΔT_N ansteigt, wenn die Wärme langsamer abfließt, was z. B. bei sommerlichen Witterungsverhältnissen oder bei einer ausgeprägten Nachbehandlung der Fall ist.

Der zentraler Temperaturanteil ΔT_N strebt einem Endwert zu, der bei der untersuchten Rezeptur 18 K beträgt. Dies zeigt sich in der sich aus der Zwangkraft ergebende Betonzugspannung $\sigma_{c,Nu}$, die $\sigma_{c,Nu} = 5,85 \text{ N/mm}^2$ nicht übersteigt, da die Betonzwangkraft nahezu linear mit der Querschnittsdicke ansteigt.

Der zentraler Temperaturanteil ΔT_N ist ein Maß für die in der Hydratationsphase auftretende Beanspruchung und wird im Weiteren eine entscheidende Rolle spielen.

Zusätzlich ist in der Tabelle 5-1 der Zeitpunkt angegeben, zu dem die Zwangkraft den Nullpunkt durchläuft. Mit zunehmender Dicke tritt dieser Zeitpunkt später auf. Wird die Differenz zwischen der mittleren Temperatur im Querschnitt zu diesem Zeitpunkt (zweite Nullzwangkrafttemperatur) und der Umgebungstemperatur gebildet, ergeben sich ähnliche Werte für den zentralen Temperaturanteil ΔT_N .

5.3 Berechnungen mit Berücksichtigung der Rissbildung

5.3.1 Primärrissbildung

Um den Einfluss der Primärrissbildung zu untersuchen, wird in dem Rechenmodell das diskrete Risselement mit der bereits beschriebenen Zugfestigkeitsentwicklung $f_{ct}(t_{eff})$ belegt. Es wird das gleiche Nachrissverhalten wie bei den Berechnungen mit freier Lagerung verwendet. Zusätzlich werden wieder über Verbund angekoppelte Bewehrungselemente implementiert.

Das Modell hat zunächst eine Länge von 3 m, was einem Abstand der Primärrisse von 6 m entspricht. Auf die Problematik des Rissabstandes wird später eingegangen. Der Rissprozess wird an einem 2 m dicken Querschnitt beschrieben, der mit einem Stahlquerschnitt von $a_s = 20,94 \text{ cm}^2/\text{m}$ bewehrt ist. Die Bewehrung erfüllt damit auch das Kriterium der Mindestbewehrung nach ZTV-W 215, 2004, mit $A_s = 0,001 \cdot A_c$. In Anlehnung an ZTV-W 215, 2004, wurde eine Betondeckung von 6 cm gewählt.

Der Umfang der Bewehrung muss ebenfalls festgelegt werden, da er das Verbundverhalten beeinflusst. Die beschriebene Bewehrung entspricht einer einlagigen Bewehrung $\varnothing 20 \text{ mm}$ mit einem Stababstand von 15 cm.

h [m]	Szenario			Zeitpunkt des Zwangkraft- nullpunktes [h]	F _{c,Nu} [MN/m]	σ _{c,Nu} [N/mm ²]	ΔT _N [K]
	Rezeptur	T _{FB} [°C]	T _{Umg} [°C]				
0,4	Standard	20	20	41	0,37	0,925	2,8
0,8	Standard	20	20	58	1,71	2,14	6,6
1,2	Standard	20	20	81	3,6	3	9,2
1,5	Standard	20	20	102	5,25	3,5	10,8
2	Standard	20	20	138	8,5	4,225	13,0
2	Standard	25	25	102	11,7	5,85	18,0
2	Standard	10	5	152	8,2	4,1	12,6
2	Geringe Wärme	20	20	110	7,1	3,545	10,9
2	Geringe Wärme	10	5	149	5,6	2,8	8,6
2	Standard	20	20 ^{NB}	200	10,6	5,31	16,3
3	Standard	20	20	203	14,2	4,74	15,1
4	Standard	20	20	329	21,8	5,28	16,3
6	Standard	20	20	592	34,1	5,68	17,5
10	Standard	20	20	1367	58,42	5,84	18,0

^{NB} = 7 Tage Schalung als Nachbehandlung

Tabelle 5-1: Zentrischer Temperaturanteil für unterschiedliche Varianten

In Bild 5-3 ist die Spannungsverteilung vor der Rissbildung für die Hälfte des Querschnitts dargestellt.

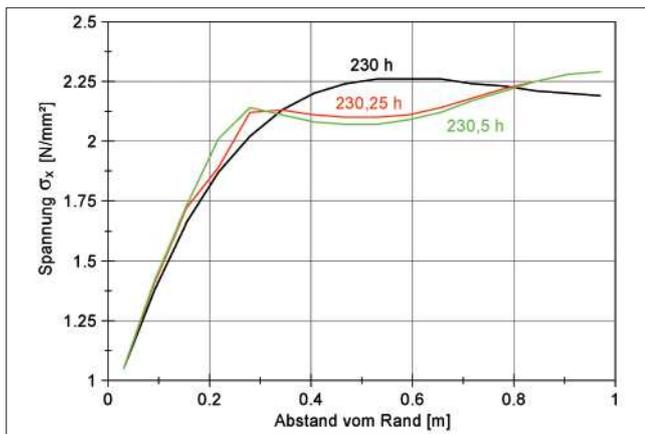


Bild 5-3: Spannungsverlauf zum Risszeitpunkt

Nach 230 h erreichen die Zugspannungen im Viertelpunkt des 2 m Querschnitts die aktuelle Zugfestigkeit. Nach der Rissbildung nimmt die übertragbare Zugspannung auf Grund des Tension-Softening-Verhaltens nur geringfügig ab. Es folgt eine Umlagerung in

die angrenzenden Bereiche, in denen die Zugfestigkeit noch nicht erreicht ist. Es ist zu erkennen, dass der Querschnitt von der Mitte aus reißt. Der Prozess verläuft relativ schnell. Es reißt in kurzer Zeit der gesamte Querschnitt durch.

Der Risszeitpunkt, der von der eingelegten Bewehrung unabhängig ist, steigt mit der Querschnittsdicke linear an.

Der Ort im Querschnitt, an dem die Rissbildung beginnt, wandert mit zunehmender Querschnittsdicke nach außen. Zur Verdeutlichung des Sachverhalts ist in Bild 5-4 die Zugspannung zum Risszeitpunkt im Verhältnis zur aktuellen Zugfestigkeit (normierte Spannung σ_x/f_{ct}) und der Ort des Rissursprungs im Verhältnis zur Querschnittsdicke (normierter Abstand vom Rand x_{cr}/h) aufgetragen.

Die Rissbildung findet bei zunehmender Querschnittsdicke aber nur auf den ersten Blick später statt. In Relation zum gesamten Hydratationsprozess bis zum Temperaturengleich findet sie früher statt. Während

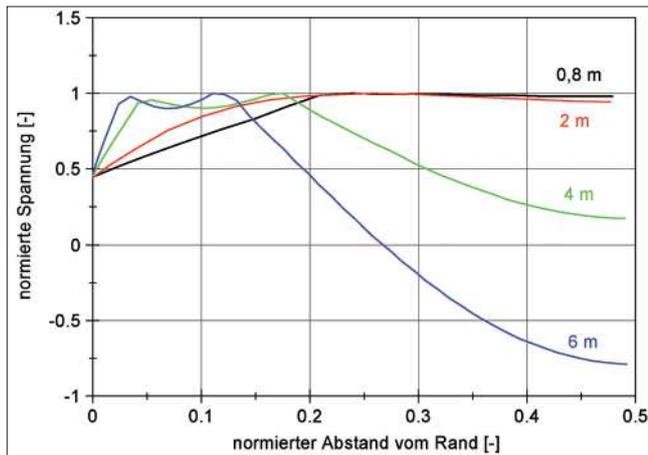


Bild 5-4: Spannungsverteilung zum Risszeitpunkt im diskreten Riss

bei dünnen Querschnitten der Risszeitpunkt mit dem Zeitpunkt zusammenfällt, zu dem bereits die Kernzugspannungen auftreten und der Querschnitt von der Mitte reißt, ist bei den dickeren Querschnitten auf Grund der größeren Eigenspannungen der Einfluss der zeitlich früher auftretenden Randzugspannungen noch deutlich zu erkennen und die Querschnitte reißen in Randnähe.

In Bild 5-5 ist der Risszeitpunkt in Relation zum Gesamtprozess in Abhängigkeit der Querschnittsdicke aufgetragen. Parallel ist der Ort des Rissursprungs in Relation zur Querschnittsdicke ausgewertet. Es wird deutlich, dass beide Werte nahezu gleichförmig mit der Querschnittsdicke abfallen.

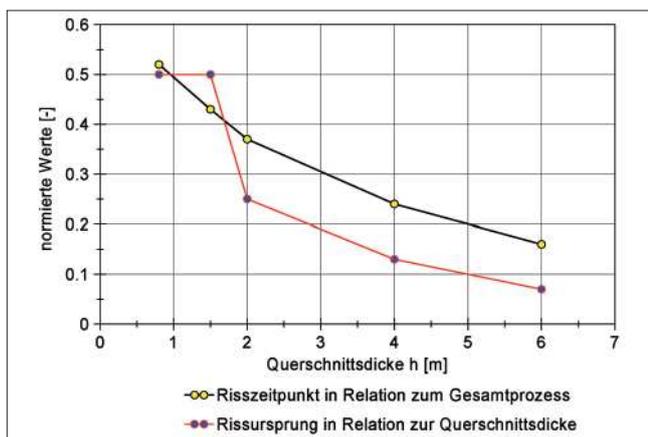


Bild 5-5: Auswertung Risszeitpunkt und Rissursprung

Damit kann gezeigt werden, wie signifikant die Eigenspannungen den Rissprozess beeinflussen. Der Anteil des Querschnitts, in dem zum gleichen Zeitpunkt die Spannung die Zugfestigkeit erreicht, sinkt mit wachsender Querschnittsdicke. Die Spannungsverteilung nähert sich mit zunehmender Querschnittsdicke der Spannungsverteilung bei Schalenrissbildung an. Entsprechend wird der Querschnitt mit $h = 6$ m auch nicht plötzlich durchreißen, wovon bei Querschnitten mit $h = 0,8$ m und $h = 1,5$ m ausgegangen werden kann.

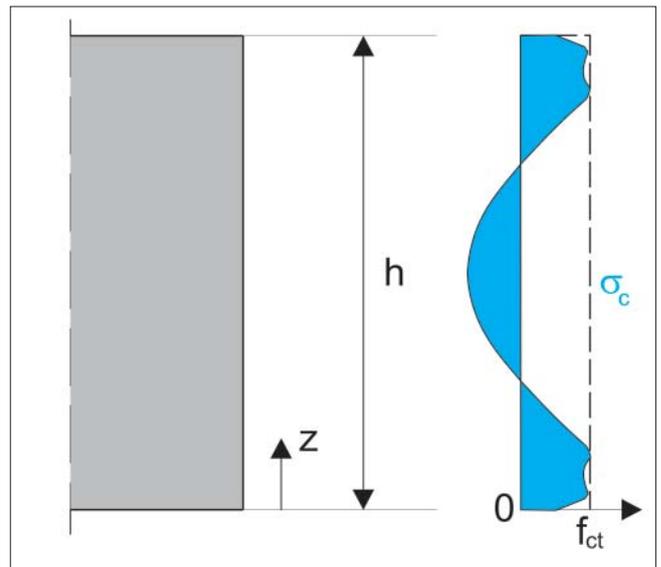


Bild 5-6: Spannungsverlauf zum Risszeitpunkt

Mit der Integration der Kurven in Bild 5-4 über den gesamten Querschnitt kann der Faktor k berechnet werden, der den Einfluss der Eigenspannungen gemäß DIN 1045-1, 2008, bei der Rissbildung berücksichtigen soll. Bild 5-6 verdeutlicht den Sachverhalt.

Der Faktor k wird folgendermaßen berechnet:

$$k = \frac{\int \sigma_c dz}{f_{ct}(t) \cdot h} \quad (5-2)$$

mit

σ_c Betonspannungen,
 $f_{ct}(t)$ Zugfestigkeit des Betons,
 h Querschnittsdicke.

Hintergrund dabei ist, dass sich die Zugspannungen zu dem Zeitpunkt, zu dem sie die Zugfestigkeit erreichen, aus zentrischen Zwangs- und Eigenspannungen zusammensetzen. Da die Eigenspannungen bei durchgehenden Rissen abgebaut werden, brauchen sie nicht mit Bewehrung abgedeckt zu werden. Einen Spannungsblock in Größe der Zugfestigkeit über die gesamte Querschnittsdicke als zentrische Zwangsspannung anzusetzen und mit Bewehrung abzudecken, ist dann für den Risszeitpunkt zu konservativ. Der Faktor k soll diesen Spannungsblock auf die tatsächliche zentrische Zwangskraft reduzieren.

Im Widerspruch zu DIN 1045-1, 2008, fällt auf, dass der Faktor k zunächst bis zu einer Querschnittsdicke von 2 m ansteigt und erst danach abfällt. Der Ansatz von $k = 0,5$ ab einer Querschnittsdicke von $h = 0,8$ m scheint vor diesem Hintergrund unsicher, die Beschränkung auf $k = 0,5$ auch für größere Querschnittsdicken mit $h \gg 4$ m scheint nach diesen Betrachtungen dagegen sehr konservativ. (Bild 5-7)

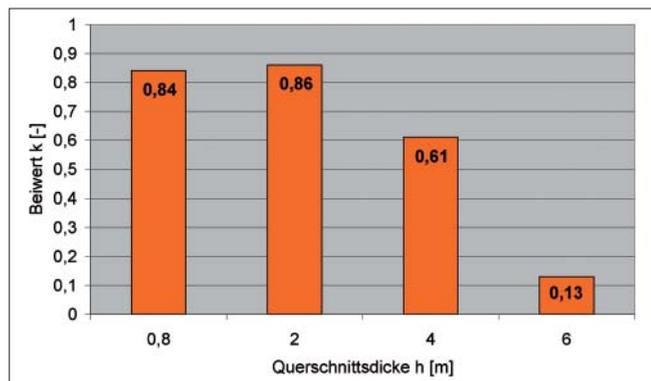


Bild 5-7: Faktor k zur Berücksichtigung der Eigenspannungen

Zum Risszeitpunkt ist die Festigkeitsentwicklung im Querschnitt unterschiedlich weit fortgeschritten. Der Hydratationsgrad und damit die Festigkeitsentwicklung ist im Kern auf Grund der höheren Temperaturen weiter entwickelt als im Randbereich.

Mit zunehmender Querschnittsdicke variiert die Festigkeit im Querschnitt zum Risszeitpunkt umso mehr. Bild 5-8 zeigt diesen Effekt. Die farbigen Rechtecke zeigen in Abhängigkeit der Querschnittsdicke die Bandbreite des effektiven Betonalters und damit die Variation der Betoneigenschaften im Querschnitt zum Risszeitpunkt. Zu dem wird deutlich, dass bei einem Querschnitt mit einer Dicke von $h = 1,5$ m zum Risszeitpunkt bereits 80 – 90 % der Zugfestigkeit erreicht sind. Eine Reduktion der Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt zur Dimensionierung der Bewehrung ist damit bei dicken Querschnitten nicht gerechtfertigt.

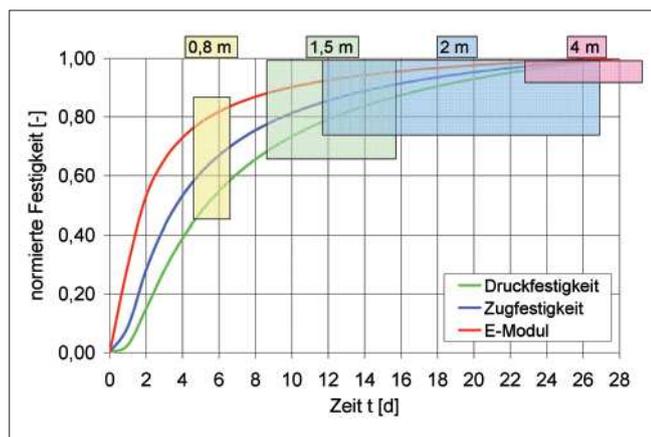


Bild 5-8: Festigkeiten zum Risszeitpunkt

Wird die starre Zwängung durch eine elastische Lagerung ersetzt, kann die Steifigkeit der behindernden Lagerung so gewählt werden, dass keine Rissbildung stattfindet. Die Lagerung erzwingt aber weiterhin ein Ebenbleiben des Randes, sodass die Eigenspannungen im Querschnitt erhalten bleiben.

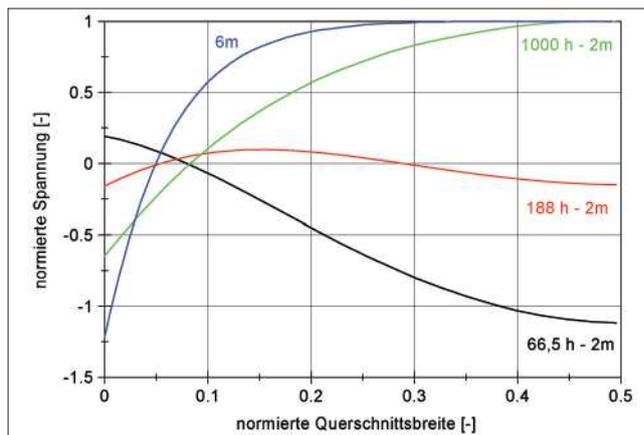


Bild 5-9: Spannungsverteilung bei behinderter Lagerung ohne Rissbildung

Die Behinderung muss dazu so eingestellt werden, dass die maximalen Randzugspannungen gerade unterhalb der aktuellen Zugfestigkeit am Rand bleiben. Die Ergebnisse einer solchen Berechnung am 2 m Querschnitt sind in Bild 5-9 dargestellt. Der Effekt tritt auf, wenn 77 % der freien Verformung behindert wird.

Nach 66,5 h treten die maximalen Randzugspannungen auf, die in diesem Fall die Zugfestigkeit gerade unterschreiten. Nach 188 h erfolgt wieder der Nulldurchgang der Zwangskraft mit einem reinen Eigenspannungszustand, bevor dann die Kernzugspannungen auftreten, die nach 1000 h wiederum die Zugfestigkeit gerade erreichen.

Die Völligkeit der Spannungsverteilung bei Temperaturengleich nimmt ab, der Faktor k sinkt von $k = 0,86$ auf $k = 0,58$.

Dies ist eine Erklärung, warum es Bauteile geben kann, die durch abfließende Hydratationswärme keine Rissbildung erfahren. Ein günstiger Behinderungsgrad kann die Überschreitung der Zugfestigkeit verhindern.

Eine Vergrößerung der Zwangskraft zum Risszeitpunkt und damit des Faktors k ist demgegenüber möglich, wenn die Behinderung so gewählt wird, dass ein möglichst großer Bereich des Querschnitts zur gleichen Zeit die Zugfestigkeit erreicht. Wird beim 6 m Querschnitt 73 % der freien Verformung behindert, entsteht die in Bild 5-9 dargestellte Spannungsverteilung mit maximaler Zwangskraft. Die Völligkeit der Spannungsverteilung ergibt einen Wert zur Berücksichtigung der nichtlinearen Eigenspannungsverteilung von $k = 0,72$, der signifikant über dem Wert für vollen Zwang liegt ($k = 0,13$). Allerdings wird diese Spannungsverteilung erst zu einem sehr späten Zeitpunkt erreicht. Die verbleibende Temperaturdifferenz bis zum Temperaturengleich reicht bei der angenommenen Rezeptur dann nicht mehr aus, um den Querschnitt durchreißen zu lassen.

Eine Reduktion der zentrischen Spannungsverteilung auf Grund von nichtlinearen Eigenspannungen auf weniger als das 0,8-fache ist damit für dicke Querschnitte bei unbekanntem Behinderungsgrad mit Unsicherheiten behaftet.

Mit der Rissbildung geht die Zwangskraft aus dem Beton in die Bewehrung über. Die auftretende Rissbreite reduziert die Zwangsbeanspruchung dabei sofort, sodass die Zwangskraft in der Bewehrung nach der Rissbildung deutlich kleiner ist als die Zwangskraft im Beton vor der Rissbildung, wie Bild 5-10 zeigt.

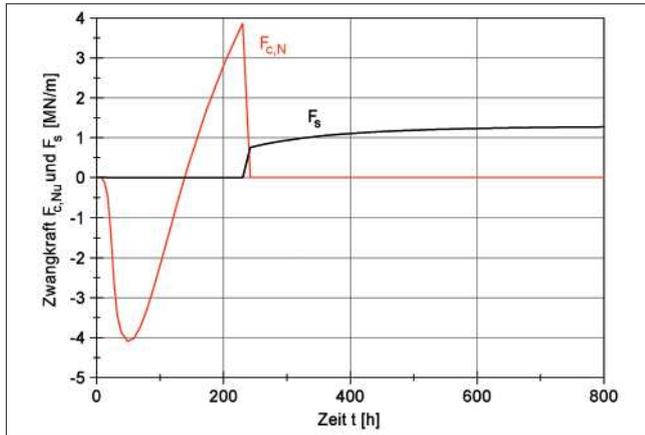


Bild 5-10: Zwangskraft in Beton und Bewehrung

Im Fall des untersuchten 2 m Querschnitts mit einer Bewehrung von $a_s = 20,94 \text{ cm}^2/\text{m}$ werden nur ca. 20 % der Zwangskraft des Betons nach der Rissbildung von der Bewehrung aufgenommen.

Zusätzlich begrenzt die am Rand des Querschnitts eingelegte Bewehrung die Rissbreite nur in ihrem Wirkungsbereich. Im Kern des Querschnitts ist eine größere Rissbreite möglich, die bei dickeren Querschnitten die freie Verformung infolge des Abkühlprozesses erreichen kann. Bild 5-11 zeigt den Verlauf der Rissbreite über den halben 2 m Querschnitt. Während die Bewehrung die Rissbreite im Randbereich auf 0,28 mm begrenzt, tritt im Innern des Querschnitts eine Rissbreite von 0,43 mm auf. Diese Effekte sind bei dickeren Querschnitten entsprechend ausgeprägt.

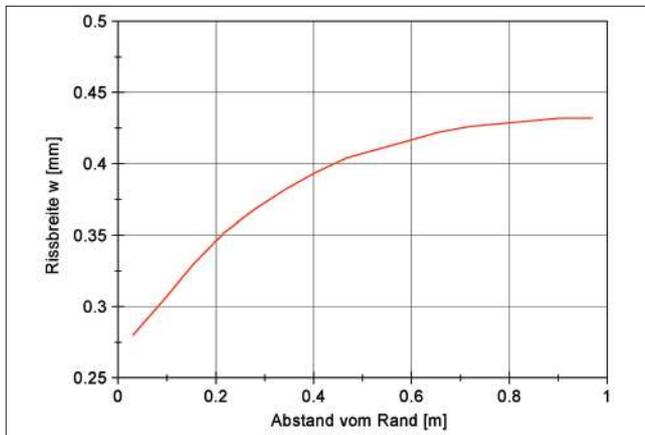


Bild 5-11: Verlauf der Rissbreite über den Querschnitt

Der Bewehrungsquerschnitt und die Verbundeigenschaften der Bewehrung steuern den Anteil der Zwangskraft, den die Bewehrung übernimmt. Wird der Querschnitt der eingelegten Bewehrung verdoppelt ($41,9 \text{ cm}^2/\text{m}$), erhöht sich der von der Bewehrung aufgenommene Anteil der Zwangsbeanspruchung auf 31 %. Wird ein annähernd gleicher Bewehrungsgehalt ($41,05 \text{ cm}^2/\text{m}$) mit einem anderen Bewehrungsdurchmesser modelliert ($\varnothing 28 \text{ mm}$) reduziert sich der Anteil auf 28 %, da der Verbund auf Grund des geringeren Gesamtumfangs der Bewehrung weicher ist.

Mit steigender Querschnittsdicke sinkt der Anteil der Betonzwangskraft, der von der Bewehrung aufgenommen wird. Bei einem 4 m dicken Querschnitt nimmt eine Bewehrung $a_s = 41,05 \text{ cm}^2/\text{m}$ beispielsweise 17 % der Betonzwangskraft auf. Dies ist der Einfluss der am Rand angeordneten Bewehrung, deren Wirkungsbereich mit der Querschnittsdicke nicht zunimmt.

Je größer der Anteil der Zwangskraft ist, die von der Bewehrung aufgenommen wird, umso kleiner ist die auftretende Rissbreite. Ein großer Bewehrungsquerschnitt hält die Zwangsbeanspruchung im Querschnitt und begrenzt die Breite der auftretenden Risse. Die Bedeutung der Verformungskompatibilität bei Zwangsbeanspruchung wird damit sehr deutlich.

Es wurde bereits darauf hingewiesen, dass der Abstand der Primärrisse, der rechnerisch durch die Modelllänge simuliert wird, sowohl im Modell wie auch in der Realität entscheidenden Einfluss auf das Nachrissverhalten hat. Der Rissabstand wird dabei nur von den äußeren Randbedingungen beeinflusst und ist von der Bewehrungsmenge und der Betonrezeptur unabhängig.

Mit steigendem Rissabstand steigt die Verformung, die sich bei ungezwängter Lagerung einstellen würde, da $\Delta l = \alpha_T \cdot \Delta T \cdot l$. Folglich steigt die Rissbreite und der Anteil der Betonzwangskraft, der von der Bewehrung aufgenommen wird, mit dem Rissabstand linear an, wie Bild 5-12 verdeutlicht.

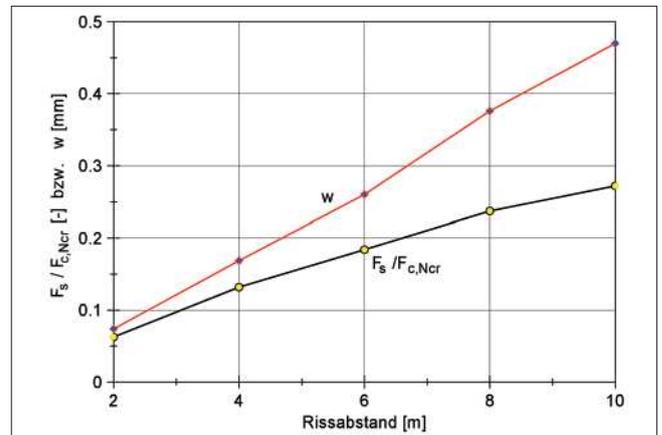


Bild 5-12: Einfluss des Rissabstandes

In TUE, 2009, wurden Untersuchungen zum Rissabstand durchgeführt. Es wird gezeigt, dass bei bewehrten Wand-Fundamentsystemen üblicher Abmessungen der Abstand der Primärrisse der 1,2-fachen Wandhöhe entspricht. Wird eine Betonierabschnittshöhe von 5 m angenommen, die auf Grund des anstehenden Betonierdrucks eine ohne begleitende Maßnahmen machbare Größe darstellt, ergibt sich ein Abstand der Primärrisse von 6 m. Dieser Rissabstand wurde den bisherigen und wird den weiteren Berechnungen zu Grunde gelegt.

Die genaue Betrachtung von Bild 5-10 macht deutlich, dass die Zwangskraft in der Bewehrung nach der Rissbildung weiter ansteigt. Dies ist zu erwarten, da die weitere Abkühlung des Querschnitts eine Verkürzung induziert und die Zwangskraft in der Bewehrung deutlich kleiner als die Risskraft des Betonquerschnitt ist. Zum Erreichen der Verformungskompatibilität ist eine Erhöhung der Zwangskraft in der Bewehrung und der Rissbreite erforderlich. Zur Überprüfung dieses Sachverhaltes wurde der 2 m Querschnitt mit einer Bewehrung $a_s = 41,05 \text{ cm}^2/\text{m}$ sowie einer 0,7-fachen, einer 1,3-fachen Zugfestigkeit sowie völlig ohne Zugfestigkeit im diskreten Riss berechnet. Die Ergebnisse sind der ursprünglichen Berechnung mit der 1,0-fachen Zugfestigkeit in Bild 5-13 gegenübergestellt.

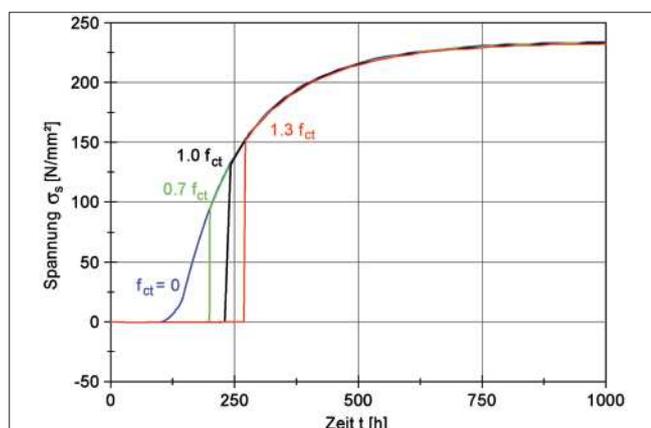


Bild 5-13: Einfluss der Zugfestigkeit

Die Spannung in der Bewehrung zum Abschluss der Hydratationsphase ist unabhängig vom Zeitpunkt der Rissbildung. Die Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt bestimmt nur, wann die Spannung vom Beton in die Bewehrung übergeht. Mitentscheidend für die Spannung in der Bewehrung ist somit auch der Zeitpunkt des Temperatenausgleichs. Die schwierige und oft mit Unsicherheiten behaftete Festlegung der wirksamen Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt $f_{ct,eff}$ ist zur Ermittlung der Beanspruchung und letztendlich zur Begrenzung der Rissbreite unnötig.

Im Weiteren wird daher der Risszeitpunkt nicht mehr betrachtet. Stattdessen rückt die Zwangsbeanspruchung und die Rissbreite zum Abschluss der Hydratationsphase in den Fokus. Für die Berechnungen be-

deutet dies, dass die Zugfestigkeit im diskreten Risselement ausgeschaltet werden kann. Auftretende Zugbeanspruchung im Querschnitt wird dann sofort von der Bewehrung aufgenommen.

Für die Beanspruchung maßgebend ist der zentrische Anteil aus der Temperaturbeanspruchung und die daraus resultierende Betonzwangskraft, da die Eigenspannungen im Bereich des Primärrisses durch die dort mögliche nichtlineare Verformung über die Querschnittsdicke abgebaut werden. Im ungerissenen Bereich erzeugen die Eigenspannungen zum Abschluss der Hydratationsphase Druckspannungen am Rand des Querschnitts, wie die Berechnungen zur freien Lagerung gezeigt haben.

Ohne die Berücksichtigung der sekundären Rissbildung kann der Vergleich zwischen der Betonzwangskraft $F_{c,N}$, die ohne Begrenzung der Zugfestigkeit gewonnen wird (quasi-lineare Berechnung), und der Zwangskraft F_s in der Bewehrung der Berechnung ohne Zugfestigkeit im diskreten Risselement (Bewehrung nimmt gesamte Zugbeanspruchung auf) Aussagen über den Anteil der Betonzwangkraft liefern, die bei der Rissbildung unabhängig vom Zeitpunkt von der Bewehrung aufgenommen wird.

Bild 5-14 visualisiert die Ergebnisse für unterschiedliche Querschnittsdicken, einen konstanten Bewehrungsgehalt $a_s = 41,05 \text{ cm}^2/\text{m}$ und eine Betondeckung von 6 cm. Dargestellt ist jeweils das Ergebnis am Ende der Hydratationsphase.

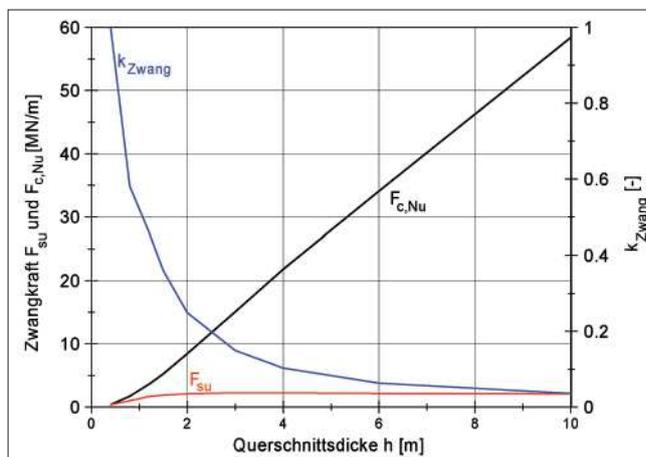


Bild 5-14: Zwangskraft Beton und Bewehrung

Im Folgenden gilt:

$$k_{Zwang} = \frac{F_{s,u}}{F_{c,Nu}} \quad (5-3)$$

mit

k_{Zwang}

$F_{s,u}$

Verhältnis zwischen Zwangskraft in der Bewehrung und Zwangskraft im Beton, Zwangskraft in der Bewehrung bei Temperatenausgleich, gerissen,

$F_{c,Nu}$ Zwangskraft im Beton bei Temperaturausgleich, keine Begrenzung der Zugfestigkeit.

Der Quotient k_{Zwang} fällt mit der Querschnittsdicke überproportional ab, was aus einer konstanten Zwangskraft in der Bewehrung bei linear ansteigender Zwangskraft im Beton resultiert. Die konstante Zwangskraft in der Bewehrung deutet darauf hin, dass ab einer bestimmten Querschnittsdicke nur ein bestimmter Randbereich die Beanspruchung in der Bewehrung beeinflusst.

Um den Einfluss der Bewehrung zu untersuchen, wurde der 2 m dicke Querschnitt mit unterschiedlichen Bewehrungsgehalten berechnet. Das Ergebnis ist in Bild 5-15 dargestellt. Zum einen wurde eine Bewehrung $\varnothing 20$ mm / 15 cm ein-, zwei- und dreilagig untersucht (durchgezogene Linien). Zum anderen wurde eine Bewehrung $\varnothing 28$ mm / 15 cm einlagig (Einzelpunkte) berechnet.

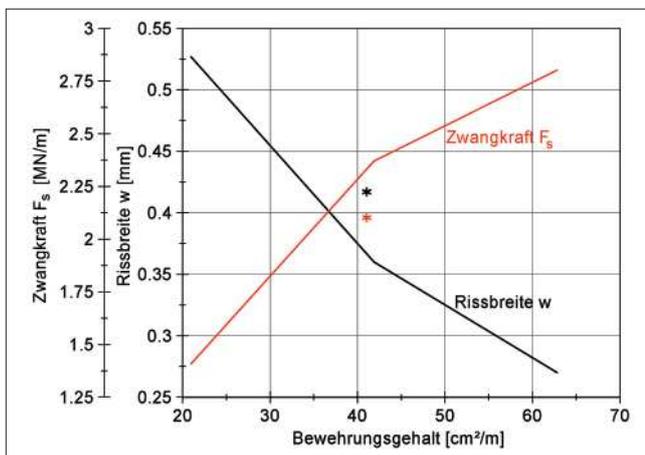


Bild 5-15: Einfluss des Bewehrungsgehaltes

Erwartungsgemäß steigt die Zwangskraft F_s in der Bewehrung an bei gleichzeitiger Reduzierung der Rissbreite w . Bei annähernd gleichem Bewehrungsgehalt erhöht ein kleinerer Bewehrungsdurchmesser die Zwangskraft ebenfalls, da die größere Mantelfläche der Bewehrung die Verbundsteifigkeit erhöht.

Um die Größe des Randbereiches zu bestimmen, der die Beanspruchung in der Bewehrung bestimmt, wird die Höhe einer effektiven Betonrandfläche in Anlehnung an $A_{c,eff}$ aus DIN 1045-1, 2008, bestimmt, die, wenn sie mit der zentrischen Temperaturbeanspruchung belastet wird, die Zwangskraft in der Bewehrung ergibt. In allen Fällen wurde eine Betondeckung von 6 cm gewählt. Bild 5-16 zeigt die Ergebnisse bezogen auf den Randabstand der Bewehrung. Zum Vergleich ist h_{eff}/d_1 aus DIN 1045-1, 2008, für zentrischen Zug dargestellt.

Die durchgezogene Linie zeigt die Ergebnisse für einen konstanten Bewehrungsgehalt von $a_s = 41,05$ cm²/m. Es fällt auf, dass die Linie mit zunehmender Quer-

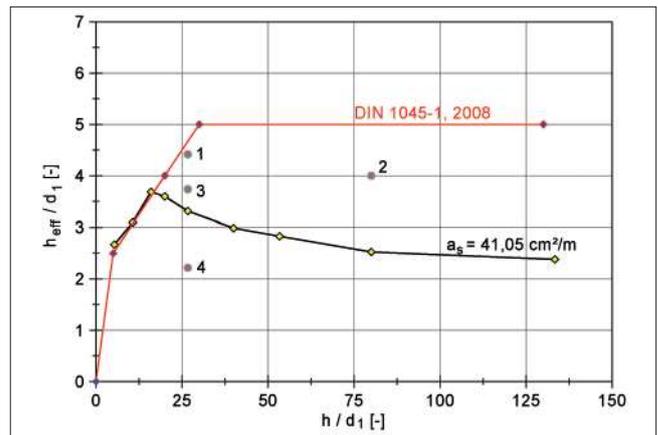


Bild 5-16: Mitwirkender Randbereich

schnittsdicke abfällt. Dies ist auf die Eigenspannungen zurückzuführen, die bei Temperaturausgleich eine Druckbeanspruchung am Rand erzeugen. Die Größe der Randdruckspannungen und die Abmessungen des Druckkeils im ungerissenen Bereich steigen mit der Querschnittsdicke an. Sie reduzieren damit die Zugbeanspruchung im Rissbereich.

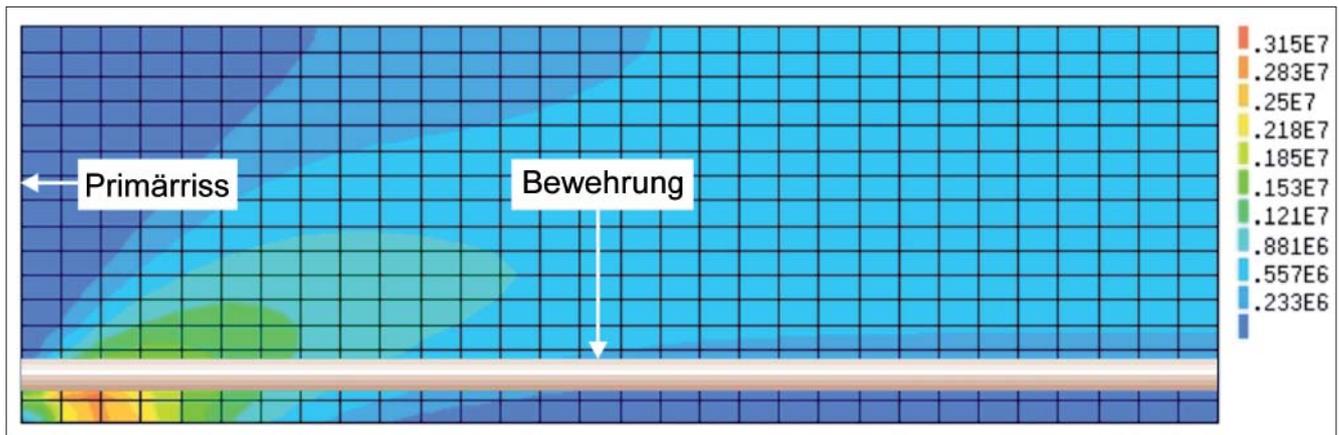
Vergleichsberechnungen mit einer rein zentrischen Temperaturbeanspruchung ergeben einen konstanten Verlauf der Größe des mitwirkenden Randbereichs bei zunehmender Querschnittsdicke.

Die einzelnen Punkte in Bild 5-16 sind die Ergebnisse einer Variation der Bewehrungsquerschnitte. Eine Verdopplung des Bewehrungsgehaltes für den 2 m Querschnitt (Punkt 1) und den 4 m Querschnitt (Punkt 2) ergeben eine Vergrößerung des mitwirkenden Randbereichs, da die steifere Bewehrung einen größeren Anteil der Zwangsbeanspruchung im Querschnitt hält. Das Gleiche gilt für einen größeren Umfang der Bewehrung bei gleicher Querschnittsfläche, was für den 2 m Querschnitt untersucht wurde (Punkt 3). Eine Halbierung des Bewehrungsquerschnitts ergibt einen deutlich geringeren mitwirkenden Randbereich (Punkt 4). Insgesamt liegen alle Ergebnisse unterhalb der für $A_{c,eff}$ anzusetzenden Fläche nach DIN 1045-1, 2008.

5.4 Sekundärrissbildung

In Abschnitt 2.3.2 wurde erläutert, dass sich ausgehend von den Primärrissen weitere Risse im Beton bilden, die bei dickeren Querschnitten aber nicht mehr den gesamten Querschnitt durchtrennen. Diese, als Sekundärrisse bezeichneten Risse erstrecken sich nur über den Wirkungsbereich der Bewehrung.

Damit die Risse auftreten, muss in diesem Wirkungsbereich der Bewehrung die aktuelle Zugfestigkeit überschritten werden. Dazu ist im Primärriss eine entsprechende Spannung in der Bewehrung erforderlich, die über den Verbund zum Teil wieder an den Beton abgegeben wird.

Bild 5-17: Hauptspannungen im Lasteinleitungsbereich [N/m²]

Für die Hydratationsphase bedeutet dies, dass – wenn die Bewehrung eine entsprechend große Zwangsbeanspruchung erhält – die Sekundärrisse gleichzeitig mit den Primärissen auftreten. Dies ist der Fall, wenn die Primärrißbildung sehr spät bei entsprechend großen Zugfestigkeiten stattfindet oder wenn der Bewehrungsquerschnitt so groß ist, dass ein entsprechend großer Anteil der Zwangsbeanspruchung von der Bewehrung aufgenommen wird.

Es ist aber auch möglich, dass die Sekundärrißbildung erst sukzessive mit weiterer Abkühlung und daraus resultierend weiter ansteigender Zwangsbeanspruchung startet.

Der Abstand der Sekundärrisse wird durch die Verbundeigenschaft bestimmt, da die zur Erzeugung des Sekundärrißes erforderliche Spannung über Verbund von der Bewehrung in den Beton eingeleitet werden muss. Die Auswertung des 2 m Querschnitts mit einer Bewehrung von 41,05 cm²/m zeigt, dass in einem Abstand von 20 cm vom Primärriß die Hauptspannungen die Größenordnung der Zugfestigkeit des Betons erreichen, siehe Bild 5-17. Die Untersuchungen starten daher mit einem Abstand der Sekundärrisse von 20 cm. Der Einfluss des Rissabstandes auf die Erkenntnisse wird ermittelt.

Die Geometrie der Sekundärrisse beeinflusst das Tragverhalten im Bereich der Sekundärrisse signifikant. In Versuchen wurde erkannt, dass die Sekundärrisse im Bereich der Bewehrung senkrecht zum Rand laufen, hinter der Bewehrung im Querschnittsinnern aber auf den Primärriß zulaufen, BERGNER, 1997, HELMUS, 1990. Dieser Effekt kann rechnerisch nachvollzogen werden, wenn die Hauptspannungsverteilung aus Bild 5-17 in vektorieller Darstellung erfolgt, wie in Bild 5-18 geschehen. Die Richtung der Vektoren ist unabhängig von Beanspruchungsgröße, Bewehrungsquerschnitt und Rissabstand. Die grafische Auswertung ergibt eine Neigung des Sekundärrißes von 26,5° gegen die Vertikale (Verhältnis 2 : 1).

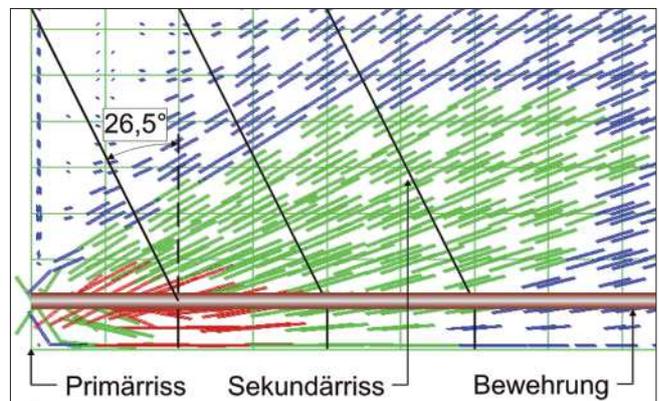


Bild 5-18: Vektorielle Darstellung der Hauptspannungen vor Bildung der Sekundärrisse

Unter Berücksichtigung der gewonnenen Erkenntnisse wurde das bisher verwendete Modell um diskrete Sekundärrisse erweitert. Dazu wurden in einem Abstand von 20 cm vom Primärriß diskrete Risselemente implementiert. Die diskreten Risse verlaufen bis zur Bewehrung senkrecht zum Bauteilrand und anschließend mit einem Winkel von 26,5° auf den Primärriß zu. Der erste Sekundärriß mündet in den Primärriß, der zweite und dritte Sekundärriß verlaufen im oberen Bereich, der in Bild 5-18 nicht dargestellt ist, parallel zum Primärriß.

Im Gegensatz zum Primärriß werden die Sekundärrisse auch in Rissrichtung beansprucht. Die diskreten Risselemente übertragen dazu die Schubbeanspruchung auch nach der Rissbildung in vollem Umfang. Das Nachrissverhalten verzögert die Umlagerung der Sekundärrißspannungen in die Bewehrung, beeinflusst Anzahl, Rissbreite und Stahlspannung der Sekundärrisse am Ende aber nicht. Tension-Softening wurde daher nicht berücksichtigt.

Der Prozess der Sekundärrißbildung kann sehr gut mit Hilfe der Spannung in der Bewehrung verfolgt werden, siehe Bild 5-19. Die Spannung im Sekundärriß steigt zunächst an, bis im Bereich des ersten Sekundärrißes die Betonzugfestigkeit erreicht wird. In dem Moment, in dem sich der Sekundärriß bildet, steigt die

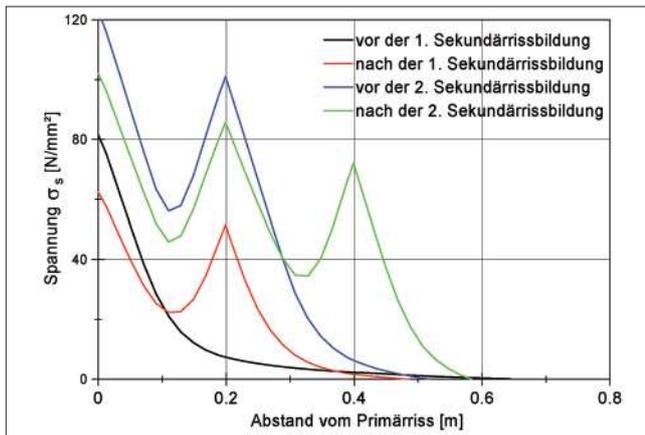


Bild 5-19: Spannung in der Bewehrung bei Sekundärrissbildung

Spannung in der Bewehrung an der Stelle des Sekundärrisses sprunghaft an. Durch den Sekundärriss wird Zwangsbeanspruchung abgebaut, wodurch die Spannung im Primärriss abfällt.

Während der weiteren Abkühlung steigt die Spannung im Primärriss weiter an, bis auch im Bereich des zweiten Sekundärrisses die Zugfestigkeit des Betons erreicht wird. Auch dort steigt mit der Rissbildung die Spannung in der Bewehrung sprunghaft an und die Spannung im Primärriss und im ersten Sekundärriss wird durch die Entspannung reduziert.

Die verbleibende Abkühlung reicht nicht aus, um den dritten Sekundärriss zu öffnen.

In Bild 5-20 sind die Öffnungen der Risse sowie die Horizontalspannungen im Beton zum Abschluss der Hydratationsphase dargestellt. Bild 5-21 zeigt die zugehörigen Rissbreiten. Die sukzessive Rissöffnung der Sekundärrisse sowie die gleichzeitig auftretende Schließung der vorherigen Risse wird deutlich. Die Rissbreiten der einzelnen Risse nehmen vom Primärriss aus mit jedem Sekundärriss ab, was bereits auf Grund der Spannungsverläufe in Bild 5-19 vermutet werden konnte.

Bild 5-19 hat bereits gezeigt, dass die Spannung im Primärriss größer bleibt als die Spannung im Sekundärriss, da ein Teil der über den Verbund an den Beton abgegebenen Spannung im Beton verbleibt und nicht bis zum Sekundärriss wieder an die Bewehrung abgegeben wird. Dieser Effekt wird durch die Neigung der Sekundärrisse beeinflusst.

Vergleichsrechnungen mit senkrecht zum Bauteilrand angeordneten Sekundärrissen bestätigen diesen Effekt. In diesem Fall ist die Spannung in der Bewehrung im Primärriss und in allen Sekundärrissen nahezu gleich.

Die Öffnung der Sekundärrisse erfolgt dennoch sukzessive, da die Stahlspannung bei Öffnung eines Se-

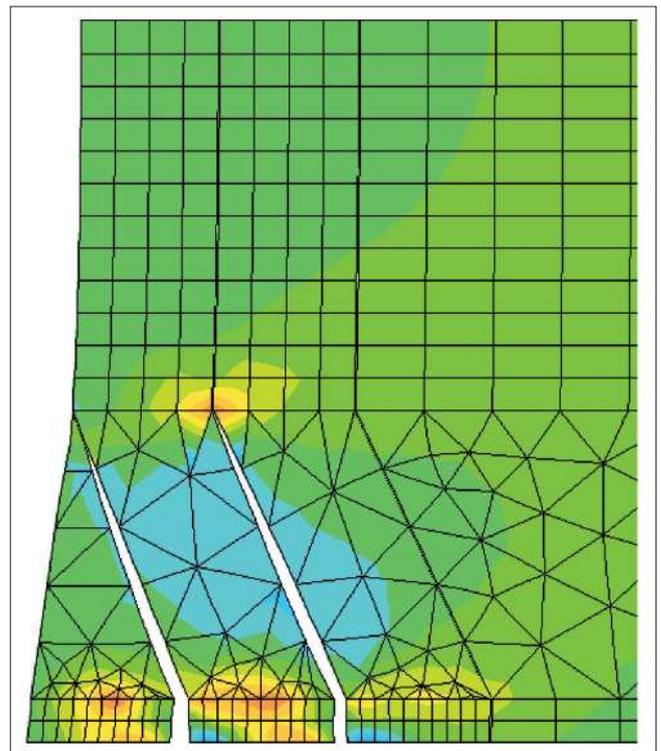


Bild 5-20: Rissöffnung der Sekundärrisse

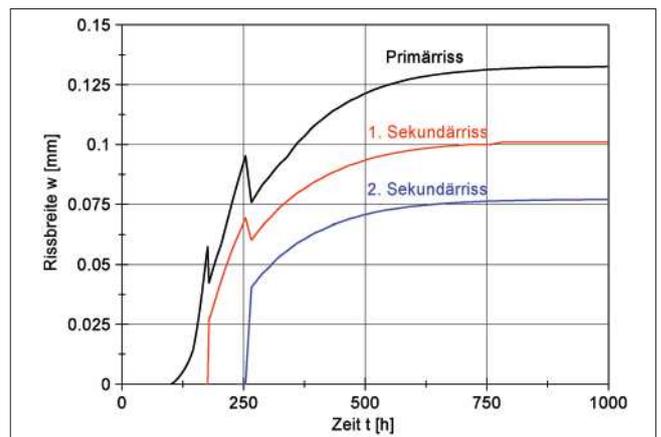


Bild 5-21: Rissbreiten bei Sekundärrissbildung

kundärrisses abfällt und durch die weitere Abkühlung erst wieder aufgebaut wird.

Wie groß der Anteil der Spannungen ist, der im Beton bleibt, hängt neben der Geometrie der Sekundärrisse hauptsächlich vom Bewehrungsquerschnitt und vom Abstand der Sekundärrisse ab. Mit sinkendem Bewehrungsquerschnitt wird der im Beton verbleibende Anteil der Spannung größer, mit wachsendem Rissabstand der Sekundärrisse ebenfalls.

Die Größe der Betondeckung und die Querschnittsdicke beeinflussen demgegenüber den im Beton verbleibenden Anteil der Spannungen nicht.

Wenn die Spannungsverteilung im Bereich mittig zwischen zwei Primärrissen ausgewertet wird (Bild 5-22), zeigt sich der Einfluss der Rissbildung auf die Zwangs-

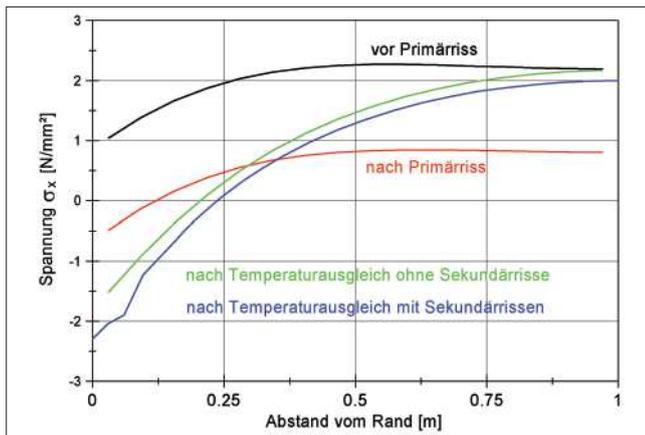


Bild 5-22: Spannung mittig zwischen Primärrissen

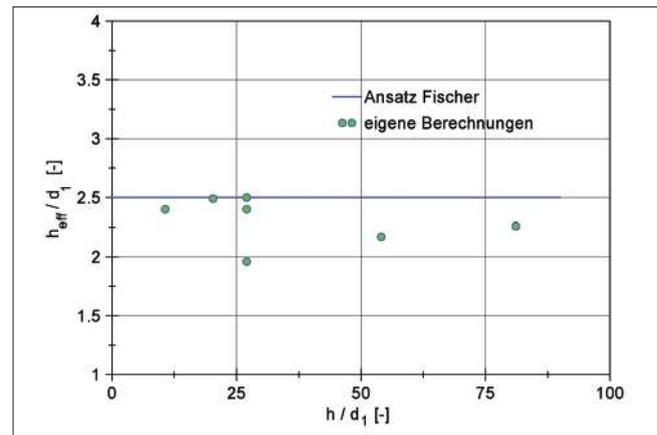


Bild 5-23: Wirkungsbereich der Bewehrung

beanspruchung. Während die Primärrissbildung die zentrische Zwangsbeanspruchung signifikant verringert, beeinflusst die Sekundärrissbildung die Spannungsverteilung nur unwesentlich. Die Randdruckspannungen sind ebenfalls ersichtlich.

Mit dem beschriebenen Rechenmodell zur Berücksichtigung der Sekundärrissbildung kann ebenfalls die Größe der effektiven Betonfläche ermittelt werden, indem die im Primärriss erforderliche Spannung zur Öffnung eines Sekundärrisses ausgewertet wird.

Die Größe des Wirkungsbereichs der Bewehrung $A_{c,eff}$ kann folgendermaßen bestimmt werden:

$$A_{c,eff} = \frac{\sigma_s^I \cdot A_S}{f_{ct}} \quad (5-4)$$

mit

σ_s^I ermittelte Spannung im Primärriss bei Bildung des ersten Sekundärrisses,
 A_S Bewehrungsquerschnitt,
 f_{ct} wirksame Zugfestigkeit.

Der Wirkungsbereich der Bewehrung kann mit der effektiven Höhe h_{eff} und der bezogenen Breite b beschrieben werden:

$$A_{c,eff} = h_{eff} \cdot b \quad (5-5)$$

Die Höhe des Wirkungsbereichs der Bewehrung h_{eff} bezogen auf den Randabstand der Bewehrung d_1 lautet dann:

$$\frac{h_{eff}}{d_1} = \frac{\sigma_s^I \cdot A_S}{f_{ct} \cdot b \cdot d_1} \quad (5-6)$$

Die eigenen Berechnungen für unterschiedliche Querschnittsdicken ($0,8 \leq h \leq 6$ m), Betondeckungen ($c = 3$ und 6 cm), Rissabstände ($s_r = 20$ und 30 cm) und Bewehrungsgehalte ($A_S = 20,94$ und $41,05$ cm²/m) wurden entsprechend ausgewertet und in Bild 5-23 aufgetragen. Vereinfachend wurde ab einem Verhältnis $h/d_1 > 25$ mit $f_{ct} = f_{ct,28d}$ gerechnet.

Die Ergebnisse der eigenen Berechnungen decken sich sehr gut mit den Ergebnissen von FISCHER, 1993, für einen Rissabstand von 20 cm.

Vereinfachend kann die Höhe des Wirkungsbereichs der Bewehrung damit bestimmt werden zu:

$$h_{eff} = 2,5 \cdot d_1 \quad (5-7)$$

5.5 Zusammenfassung

Der Anteil der Eigenspannungen zum Zeitpunkt der Rissbildung hängt sehr stark vom Risszeitpunkt ab, da sich die Verteilung der Eigenspannungen während der Hydratation permanent ändert. Der Risszeitpunkt wird dabei durch den Behinderungsgrad gesteuert. Im Hinblick auf Primärrisse führt eine starre Lagerung zu früher Rissbildung, weiche Lagerung zu später Rissbildung. Eine Reduktion der Zugfestigkeit für den Risszeitpunkt kann bei dicken Querschnitten nicht hergeleitet werden. Die Völligkeit der Spannungsverteilung nimmt bei dicken Querschnitten mit $h > 2$ m bei weicher werdender Lagerung zu.

Es wurde gezeigt, dass in der Hydratationsphase die Überlagerung der Eigenspannungen mit den Zwangsbeanspruchungen erfolgen muss. Es treten dadurch Effekte auf, die sich mit der Querschnittsdicke verändern. Bei dünneren Querschnitten erfolgt die Rissbildung zum späteren Zeitpunkt, zu dem der Querschnitt Kernzugspannungen aufweist. Der Querschnitt reißt von der

Mitte her, der Einfluss der nichtlinearen Eigenspannungen ist gering.

Bei dickeren Querschnitten erfolgt die Rissbildung zum früheren Zeitpunkt der maximalen Zugspannungen im Randbereich. Der Querschnitt reißt vom Rand her, der Einfluss der nichtlinearen Eigenspannungen ist groß. Dies ist der Fall, der in PUCHE, 1988, mit einer stationären Berücksichtigung der Eigenspannungen untersucht wurde.

Eine Beschreibung des Faktors k zur Berücksichtigung der Eigenspannungen zum Risszeitpunkt ist vor dem Hintergrund dieser Erkenntnisse allgemeingültig nicht möglich.

Zum Risszeitpunkt geht bei dicken Querschnitten nur ein Teil der Zwangsbeanspruchung in die Bewehrung über. Dies resultiert zum einen aus der durch die Rissbildung erfolgende Reduktion der Beanspruchung, die in der Mitte des Querschnitts die freie Verformung erreichen kann. Zum anderen kann die Bewehrung infolge ihrer Anordnung am Rand nur die Beanspruchung aus dem Wirkungsbereich der Bewehrung aufnehmen.

Auch nach der Rissbildung nimmt die Zwangsbeanspruchung in der Bewehrung weiter zu. Eine Bemessung der Bewehrung zum Risszeitpunkt ist daher nicht gerechtfertigt. Vielmehr ist der zentrische Temperaturanteil ΔT_N , der in Tabelle 5-1 ausgewertet wurde, als Maß für die Beanspruchung geeignet. Er lässt sich aus einer Berechnung ohne Begrenzung der Zugfestigkeit bei vollem Zwang aus der Spannungsverteilung bei Temperatúrausgleich ermitteln.

Die Zwangsbeanspruchung in der Bewehrung kann zu Sekundärrissbildung führen. Die Neigung der Sekundärrisse kann mit $26,5^\circ$ gegen die Vertikale angenommen werden, ein Rissabstand der Sekundärrisse von 20 cm führt zu plausiblen Ergebnissen. Zwischen den Sekundärrissen verbleibt ein Anteil der Spannungen im Beton. Die Spannung in der Bewehrung nimmt daher vom Primärriss zum Sekundärriss sowie zu weiteren Sekundärrissen ab.

Eine sukzessive Sekundärrissbildung ist damit nur möglich, wenn die Spannung in der Bewehrung an der Stelle des Primärrisses weiter ansteigt. Eine Begrenzung der Zwangsbeanspruchung auf die Beanspruchung der Primärrissbildung kann daher nicht mit Sekundärrissbildung begründet werden. Die Sekundärrissbildung als Mitbegründung für den Faktor k in DIN 1045-1, 2008, ist daher nicht gerechtfertigt.

Der Wirkungsbereich der Bewehrung kann sehr gut mit der Formel von FISCHER, 1993, abgebildet werden.

6 Bemessungsmodell für Zwangsbeanspruchung

Aufbauend auf die in Abschnitt 4 und 5 gewonnenen Erkenntnisse soll ein neuer Ansatz zur Dimensionierung der rissbreitenbegrenzenden Bewehrung für die Einwirkung abfließender Hydratationswärme hergeleitet werden.

Entgegen den bisherigen Verfahren zur Dimensionierung der Mindestbewehrung steht dabei nicht mehr die Zwangskraft zum Risszeitpunkt im Zentrum sondern die Verformungskompatibilität. Bereits in MENN, 1986, wird darauf hingewiesen, dass Zwang ein geometrisches Verträglichkeitsproblem ist. Während der Hydratationsphase wird im Querschnitt eine zentrische Zwangsbeanspruchung induziert, die konservativ an einer beidseitig starr gehaltenen Scheibe ohne Begrenzung der Zugfestigkeit ermittelt werden kann.

6.1 Herleitung

Die Betonrezeptur, die thermischen Randbedingungen und die Dicke der Scheibe beeinflussen die Zwangsbeanspruchung. Sie wird charakterisiert durch den zentrischen Temperaturanteil ΔT_N , der bei Ansatz des 28-Tage-Elastizitätsmoduls die gleiche Zwangsbeanspruchung im Querschnitt erzeugt.

Zur Abschätzung der zentrischen Temperaturdifferenz ΔT_N wurden Vergleichsberechnungen mit drei unterschiedlichen Rezepturen durchgeführt. Die adiabatische Temperaturerhöhung nach sieben Tagen $\Delta T_{ad,7d}$ der drei untersuchten Betonrezepturen beträgt 26,4 K, 35,4 K und 43,1 K. Sie decken die Bandbreite der Ergebnisse von Eignungsprüfungen an Schleusenneubauten der letzten Jahre ab, wobei $\Delta T_{ad,7d} = 43,1$ K die Grenzen der ZTV-W 215, 2004, überschreitet (s. a. Tabelle 2-1). Bild 6-1 zeigt den Verlauf der Temperaturentwicklung.

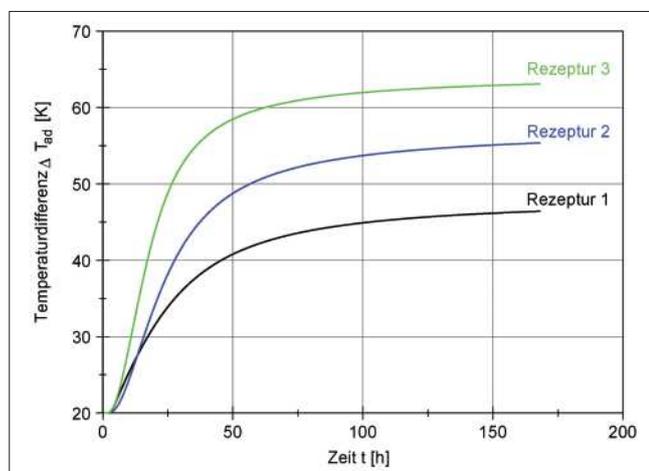


Bild 6-1: Adiabatische Temperaturerhöhung

Für die Rezepturen wurde die zentrische Temperaturdifferenz ΔT_N , wie in Abschnitt 5.2 beschrieben, ermittelt. Die Querschnittsdicke wurde dabei von 0,4 m bis 10 m variiert. Um den Einfluss der adiabatischen Temperaturdifferenz zu berücksichtigen, wurde ein Temperaturkoeffizient t_{Zwang} mit folgender Formel gebildet:

$$t_{Zwang} = \Delta T_N / \Delta T_{ad,7d} \quad (6-1)$$

mit ΔT_N zentrische Temperaturdifferenz, $\Delta T_{ad,7d}$ adiabatische Temperaturerhöhung nach sieben Tagen.

Das Ergebnis der Berechnungen ist in Bild 6-2 dargestellt.

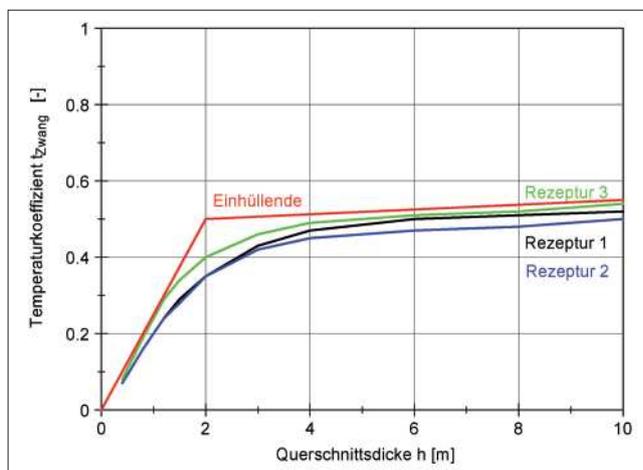


Bild 6-2: Temperaturkoeffizienten t_{Zwang}

Es wird deutlich, dass die zentrische Temperaturdifferenz signifikant von der adiabatischen Temperaturerhöhung abhängt, da die Kurven dicht beieinander liegen. Der zentrische Temperaturanteil überschreitet auch bei dicken Querschnitten 55% der adiabatischen Temperaturerhöhung nicht. Eine Beschreibung ist beispielsweise über die skizzierte Einhüllende möglich. Der Einfluss weiterer Randbedingungen (Klima, Nachbehandlung, Betonfestigkeitsklasse, etc.) ist noch zu bestimmen.

Der zentrische Temperaturanteil ΔT_N erzeugt einen Verformungsbedarf, der gegeben ist durch:

$$\Delta l = \alpha_T \cdot \Delta T_N \cdot l_R \quad (6-2)$$

mit Δl erzwungene Verkürzung infolge des Hydratationsprozesses, α_T Temperaturexpansionskoeffizient, ΔT_N zentrischer Temperaturanteil, l_R Abstand der Primärrisse.

Der Abstand der Primärrisse kann dabei mit der 1,2-fachen Wandhöhe abgeschätzt werden, wobei die Wandhöhe auch die Höhe des betroffenen Betonierschnitts bezeichnen kann.

An jedem Primärriss muss nun die erzwungene Verkürzung durch den Primärriss selbst und eine entsprechende Anzahl Sekundärrisse links und rechts des Primärrisses ermöglicht werden, damit die Verformungskompatibilität gegeben ist.

Wenn die Rissbreiten der Sekundärrisse in Abhängigkeit einer vorgegebenen, zulässigen Rissbreite des Primärrisses gegeben sind, kann die Anzahl der erforderlichen Risse bestimmt werden. Wenn zusätzlich bekannt ist, welche Stahlspannung im Primärriss vorhanden sein muss, um die erforderliche Anzahl an Sekundärrissen zu erzeugen, kann darüber hinaus überprüft werden, ob die Rissbreite des Primärrisses mit der Stahlspannung eingehalten ist. Die Aufgabe ist dann gelöst.

Dazu wird wie folgt vorgegangen:

Ausgehend vom Primärriss stellt sich die Verteilung der Dehnungen wie in Bild 6-3 gezeigt dar.

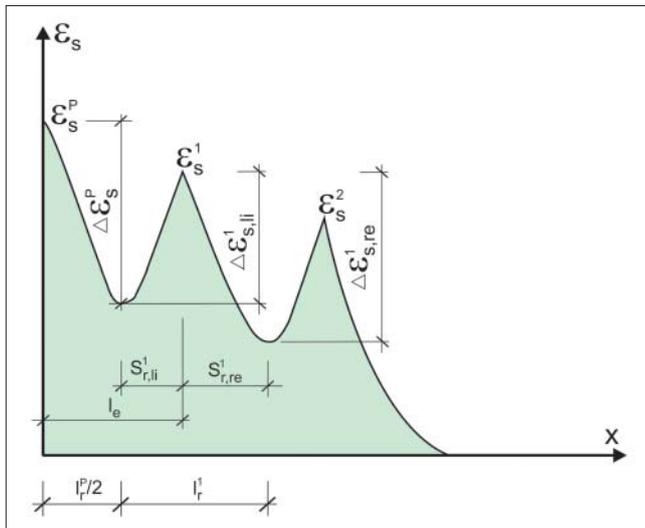


Bild 6-3: Dehnungsverlauf bei Rissbildung

Es wird angenommen, dass die Betondehnungen im Bereich der Sekundärrisse vernachlässigbar klein sind, $\epsilon_{cm} = 0$. Statt einer effektiven Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt $f_{ct,eff}$ wird die mittlere Zugfestigkeit f_{ctm} angesetzt, da der Risszeitpunkt schwer vorherzusagen ist und bei dicken Querschnitten eher zu einem späteren Zeitpunkt stattfindet, wenn die Festigkeitsentwicklung bereits weit fortgeschritten ist.

Der erste Sekundärriss bildet sich vom Primärriss aus gesehen am Ende der Lasteinleitung l_e . Der Abstand der Sekundärrisse untereinander beträgt ebenfalls l_e . Die Sekundärrisse werden im Folgenden mit dem Kopfindex i gezählt, der Kopfindex P gilt für den Primärriss.

Es gilt:

$$s_r^1 = s_r^2 = s_r^i = l_e \tag{6-3}$$

mit

s_r^i Rissabstand bzw. Einflussbereich des i -ten Sekundärrisses,
 l_e Lasteinleitungslänge.

Entlang der Lasteinleitungslänge wird eine Verbundkraft F_v aktiviert, die der Risskraft der effektiven Zugzone entspricht:

$$l_e = \frac{F_v}{\tau_{sm} \cdot u_s} = \frac{A_{c,eff} \cdot f_{ctm}}{\tau_{sm} \cdot u_s} \tag{6-4}$$

mit

F_v aktivierte Verbundkraft,
 τ_{sm} mittlere Verbundspannung im Lasteinleitungsbereich, $\tau_{sm} = 1,8 \cdot f_{ctm}$,
 u_s Umfang des Bewehrungsstabes,
 $A_{c,eff}$ Wirkungsbereich der Bewehrung,
 f_{ctm} Zugfestigkeit des Betons.

Für die Einleitungslänge ergibt sich daher:

$$l_e = \frac{A_{c,eff}}{1,8 \cdot \pi \cdot d_s} \tag{6-5}$$

In Abschnitt 5.4 wurde erläutert, dass ein Teil der Spannung, die von der Bewehrung in den Beton übertragen wird, im Beton verbleibt, sodass sich die Stahlspannung vom Primärriss zum ersten Sekundärriss usw. reduziert. Vergleichsberechnungen mit Variation der Querschnittsdicke, des Bewehrungsquerschnitts, der Betondeckung und Variation des Sekundärriss-Abstandes zeigen, dass dieser Anteil 30 % nicht überschreitet, unter günstigen Randbedingungen (höherer Bewehrungsgehalt, kleinerer Rissabstand) auf 20 % abfällt.

Der Anteil von 30 % wurde auch zwischen dem ersten und dem zweiten Sekundärriss nicht überschritten. Für die weiteren Herleitungen wird daher angesetzt, dass ein Anteil von 30 % der von der Bewehrung über Verbund in den Beton geleiteten Spannung im Beton verbleibt.

Mit den Bezeichnungen aus Bild 6-3 gilt dann unmittelbar nach Bildung des ersten Sekundärrisses:

$$\epsilon_s^1 = 0,7 \cdot \epsilon_s^P \tag{6-6}$$

mit
 ε_s^1 Stahldehnung im ersten Sekundär-
 riss,
 ε_s^P Stahldehnung im Primärriss.

Unter der Annahme, dass zu jedem weiteren Sekundärriss jeweils 30 % der Spannung im Beton verbleibt, gilt für den Einzugsbereich der Risse:

$$\frac{s_r^P}{2} = 0,65 \cdot l_e \Rightarrow s_r^P = 1,3 \cdot l_e \quad (6-7)$$

$$s_{r,li}^i = 0,35 \cdot l_e \quad (6-8)$$

$$s_{r,re}^i = 0,65 \cdot l_e \quad (6-9)$$

$$s_{r,li}^i + s_{r,re}^i = s_r^i = l_e \quad (6-10)$$

Da bis zum nächsten Sekundärriss die Risskraft der effektiven Zugzone über Verbund eingeleitet werden muss, kann die Dehnungsdifferenz bis zum Minimum der Stahldehnung zwischen zwei Rissen ermittelt werden:

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_s^P &= \Delta \varepsilon_{s,re}^i = 0,65 \cdot \frac{A_{c,eff} \cdot f_{ctm}}{A_s \cdot E_s} \\ &= 0,65 \cdot \frac{f_{ctm}}{eff \rho \cdot E_s} \end{aligned} \quad (6-11)$$

Die Dehnungsdifferenz zur Einleitung der Risskraft des nächsten Sekundärrisses entspricht:

$$\Delta \varepsilon_{s,li}^i = 0,35 \cdot \frac{f_{ctm}}{eff \rho \cdot E_s} \quad (6-12)$$

mit
 f_{ctm} Betonzugfestigkeit,
 $eff \rho$ geometrischer Bewehrungsgrad des Wirkungsbereichs der Bewehrung,
 E_s Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls.

Unter Ansatz eines Völligkeitsbeiwertes von $\nu_s = 0,6$ gemäß DAfStB, 2003 und CEB/FIP MC90, 1993, beträgt die mittlere Stahldehnung im Bereich des Primärrisses, siehe Bild 6-4:

$$\varepsilon_{sm}^P = \varepsilon_s^P - 0,6 \cdot \Delta \varepsilon_s^P = \frac{\sigma_s}{E_s} - 0,39 \cdot \frac{f_{ctm}}{eff \rho \cdot E_s} \quad (6-13)$$

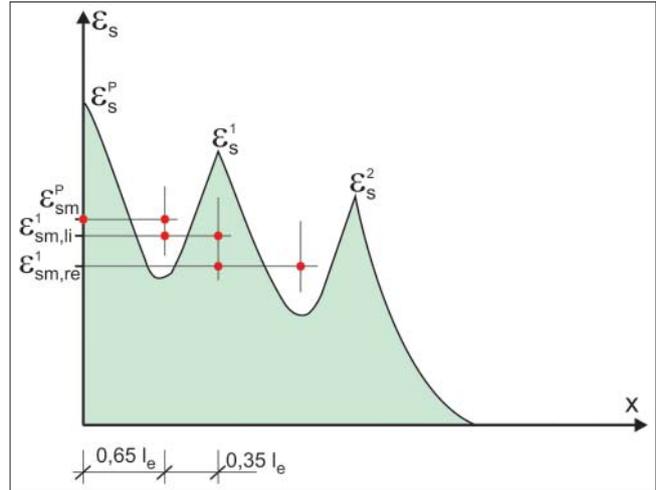


Bild 6-4: Ansatz der mittleren Dehnungen

Die Rissbreite des Primärrisses w^P ergibt sich zu:

$$\begin{aligned} w^P &= \varepsilon_{sm}^P \cdot s_r^P \\ &= \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - 0,39 \cdot \frac{f_{ctm}}{eff \rho \cdot E_s} \right) \cdot 1,3 \cdot \frac{A_{c,eff}}{1,8 \cdot \pi \cdot d_s} \\ &= \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - 0,39 \cdot \frac{f_{ctm}}{eff \rho \cdot E_s} \right) \cdot 0,18 \frac{d_s}{eff \rho} \end{aligned} \quad (6-14)$$

Im Bereich links des ersten Sekundärrisses beträgt die mittlere Dehnung:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm,li}^1 &= \varepsilon_s^1 - 0,6 \cdot \Delta \varepsilon_{s,li}^1 \\ &= \frac{\sigma_s}{E_s} - (0,3 + 0,6 \cdot 0,35) \cdot \frac{f_{ctm}}{eff \rho \cdot E_s} \\ &= \frac{\sigma_s}{E_s} - 0,51 \cdot \frac{f_{ctm}}{eff \rho \cdot E_s} \end{aligned} \quad (6-15)$$

und im Bereich rechts des ersten Sekundärrisses:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm,re}^1 &= \varepsilon_s^1 - 0,6 \cdot \Delta \varepsilon_{s,re}^1 \\ &= \frac{\sigma_s}{E_s} - (0,3 + 0,6 \cdot 0,65) \cdot \frac{f_{ctm}}{eff \rho \cdot E_s} \\ &= \frac{\sigma_s}{E_s} - 0,69 \cdot \frac{f_{ctm}}{eff \rho \cdot E_s} \end{aligned} \quad (6-16)$$

Die Rissbreite des ersten Sekundärrisses w^1 ergibt als Produkt der mittleren Dehnung und des Rissabstandes:

$$\begin{aligned}
 w^1 &= \varepsilon_{sm}^1 \cdot s_r^1 = (0,35 \cdot \varepsilon_{sm,li}^1 + 0,65 \cdot \varepsilon_{sm,re}^1) \cdot l_e \\
 &= \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - (0,35 \cdot 0,51 + 0,65 \cdot 0,69) \right) \\
 &\quad \cdot \frac{f_{ctm}}{\text{eff } \rho \cdot E_s} \cdot \frac{d_s}{7,2 \cdot \text{eff } \rho} \\
 &= \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - 0,63 \cdot \frac{f_{ctm}}{\text{eff } \rho \cdot E_s} \right) \cdot \frac{d_s}{7,2 \cdot \text{eff } \rho} \quad (6-17)
 \end{aligned}$$

Das Verhältnis der Rissbreiten zwischen dem ersten Sekundärriss und dem Primärriss beträgt:

$$\begin{aligned}
 \frac{w^1}{w^P} &= \frac{1}{7,2 \cdot 0,18} \cdot \frac{\frac{\sigma_s}{E_s} - 0,63 \cdot \frac{f_{ctm}}{\text{eff } \rho \cdot E_s}}{\frac{\sigma_s}{E_s} - 0,39 \cdot \frac{f_{ctm}}{\text{eff } \rho \cdot E_s}} \\
 &= \frac{\frac{\sigma_s}{E_s} - 0,63 \cdot \frac{f_{ctm}}{\text{eff } \rho \cdot E_s}}{1,3 \cdot \left(\frac{\sigma_s}{E_s} - 0,39 \cdot \frac{f_{ctm}}{\text{eff } \rho \cdot E_s} \right)} \quad (6-18)
 \end{aligned}$$

Unter der Annahme, dass im letzten Sekundärriss die Stahlspannung gerade die Zugfestigkeit im Wirkungsbereich der Bewehrung erreicht und n die Anzahl der Sekundärrisse ist, kann die Stahlspannung im Primärriss ermittelt werden zu:

$$\frac{\sigma_s}{E_s} = (1 + n \cdot 0,3) \cdot \frac{f_{ctm}}{\text{eff } \rho \cdot E_s} \quad (6-19)$$

Gleichung 6-18 vereinfacht sich dann zu:

$$\frac{w^1}{w^P} = \frac{0,3 \cdot n + 0,37}{0,39 \cdot n + 0,79} \quad (6-20)$$

Das kleinste Verhältnis ergibt sich für ein System mit einem Sekundärriss und beträgt $w^1/w^P = 0,57$, mit zunehmender Anzahl an Sekundärrissen strebt das Verhältnis gegen den Endwert $w^1/w^P = 0,77$.

Entsprechend lässt sich das Verhältnis der Sekundärrisse untereinander bestimmen. Da der Rissabstand konstant ist, wird das Verhältnis der Rissbreiten durch das Verhältnis der mittleren Stahldehnungen bestimmt. Mit der Laufvariablen i für n Sekundärrisse ergibt sich:

$$\frac{w^i}{w^{i-1}} = \frac{0,3 \cdot n - 0,3 \cdot i + 0,67}{0,3 \cdot n - 0,3 \cdot i + 0,97} \quad (6-21)$$

Damit kann die Verformung angegeben werden, die ein Rissystem in Abhängigkeit der Rissbreite des Primärrisses leisten kann. Im Folgenden wird immer ein

Rissystem im Bereich zwischen zwei Primärrissen betrachtet. Da die Beanspruchung rechts und links des Primärrisses gleich ist, treten die Sekundärrisse immer paarweise auf. Im Hinblick auf die Verformungskompatibilität leistet ein Sekundärriss daher den doppelten Beitrag.

In der Tabelle 6-1 ist n die Anzahl der Sekundärrisse, der Faktor r beschreibt die Verformung im Verhältnis zur Primärrissbreite so das gilt:

$$\Sigma w = r \cdot w^P \quad (6-22)$$

n	0	1	2	3	4	5	6
r	1	2,14	3,09	3,97	4,81	5,64	6,44

Tabelle 6-1: Verformung eines Rissystems in Abhängigkeit der Primärrissbreite

Das Ergebnis lässt sich mit genügender Genauigkeit im interessierenden Bereich mit folgender Funktion linearisieren:

$$\Sigma w = w^P \cdot (1 + 0,9 \cdot n) \quad (6-23)$$

Wenn das erforderliche Verformungspotenzial nach Gleichung 6-1 bekannt ist, lässt sich die erforderliche Anzahl an Sekundärrissen bestimmen mit:

$$n \geq 1,1 \cdot \left(\frac{\Delta T_N \cdot \alpha_T \cdot l_R}{w^P} - 1 \right) \quad (6-24)$$

wobei n eine natürliche Zahl ist.

In den ungerissenen Bereichen zwischen den Primärrissen tritt noch eine elastische Verformung im Beton auf. Die Spannung in diesem Bereich wird durch die Zwangskraft in der Bewehrung bestimmt, die mit zunehmender Dicke nicht weiter ansteigt. Folglich nimmt die Dehnung im ungerissenen Bereich mit der Dicke ab. Auf der sicheren Seite liegend wird diese zusätzliche Verformung nicht weiter berücksichtigt.

Es muss dann noch überprüft werden, dass die Spannung im Primärriss, die erforderlich ist, um die entsprechende Anzahl der Sekundärrisse zu erzeugen, die einzuhaltende Rissbreite nicht überschreitet.

Die erforderliche Spannung zur Erzeugung der Sekundärrisse beträgt gemäß Gleichung 6-19:

$$\sigma_{s,erf} = (1 + n \cdot 0,3) \cdot \frac{f_{ctm}}{\text{eff } \rho} \quad (6-25)$$

Die durch die Vorgabe der Rissbreite vorgegebene zulässige Spannung berechnet sich nach Gleichung 6-14 zu:

$$\sigma_{s,zul} = \frac{w^P \cdot \text{eff} \rho \cdot E_s}{0,18 \cdot d_s} + \frac{0,39 \cdot f_{ctm}}{\text{eff} \rho} \quad (6-26)$$

Gleichsetzen von 6-25 und 6-26 unter Berücksichtigung von Gleichung 5-6 liefert nach Umformung den erforderlichen Bewehrungsquerschnitt $a_{s,erf}$:

$$a_{s,erf} = \sqrt{\frac{d_s \cdot d_1^2 \cdot b^2 \cdot f_{ctm}}{w^P \cdot E_s} \cdot (0,69 + 0,34 \cdot n)} \quad (6-27)$$

mit	
d_s	Durchmesser der Bewehrung,
d_1	Randabstand des Bewehrungsschwerpunktes,
b	Breite des Querschnitts (in der Regel 1 m),
f_{ctm}	Mittelwert der Zugfestigkeit,
w^P	einzuhaltende Rissbreite im Primärriss,
E_s	Elastizitätsmodul des Bewehrungsstahls,
n	Anzahl der erforderlichen Sekundärrisse zur Erreichung der Verformungskompatibilität.

Als Eingangsparameter für die Bemessung ist damit neben den üblichen Kennzahlen nur die Anzahl der Sekundärrisse erforderlich.

6.2 Anwendung

Für die im Rahmen dieser Untersuchung schwerpunktmäßig betrachteten dicken Querschnitte ist gemäß den Ausführungen in Abschnitt 5.3.1 der Ansatz des Mittelwerts der Zugfestigkeit angezeigt. Bei dünnen Querschnitten mit Querschnittsdicken $h < 1,0$ m kann ein Reduktion der Zugfestigkeit in moderatem Maße die Bewehrungsgehalte optimieren. Bild 5-8 liefert dazu Anhaltspunkte.

Prinzipiell ist das Verfahren durchgängig für alle Querschnittsdicken einsetzbar. Wird Gleichung 6-24 umgeformt, kann die zentrische Temperaturdifferenz ΔT_N ermittelt werden, die mit einem Primärriss aufnehmbar ist. Es ergibt sich:

$$\Delta T_N \leq 1,1 \cdot \frac{w^P}{\alpha_T \cdot l_R} \quad (6-28)$$

Bei einer Rissbreite von $w^P = 0,25$ mm und einem Rissabstand von 6 m kann damit eine zentrische Temperaturdifferenz $\Delta T_N \leq 4,6$ K allein von einem Primärriss

aufgenommen werden. Unter Berücksichtigung von Tabelle 5-1 kann davon ausgegangen werden, dass damit die Beanspruchung in einem Bauteil mit einer Dicke $h \leq 0,6$ m erfasst ist.

Die erforderliche Bewehrung kann nach Gleichung 6-25 mit $n = 0$ ermittelt werden:

$$a_{s,erf} = \sqrt{\frac{d_s \cdot d_1^2 \cdot b^2 \cdot f_{ctm}}{w_P \cdot E_s} \cdot 0,7} \quad (6-29)$$

Für den Geltungsbereich der ZTV-W 215, 2004, beträgt die einzuhaltende Rissbreite $w = 0,25$ mm. Wird unter Beachtung von Bild 5-8 für Querschnitte mit einer Dicke $h \leq 0,8$ m eine Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt von $f_{ctm} = 0,7 \times 2,6 = 1,82$ N/mm² (C 25/30) vorsichtig abgeschätzt und eine Bewehrung mit $d_s = 20$ mm, die bei einer Betondeckung von $\text{nom } c = 6$ cm zu einem Schwerpunktsabstand der Bewehrung von $d_1 = 7$ cm führt, angenommen, so ergibt sich eine erforderliche Bewehrung von:

$$a_{s,erf} = \sqrt{\frac{14 \cdot 6,7^2 \cdot 100^2 \cdot 1,82}{0,25 \cdot 200000} \cdot 0,7} = 12,65 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \quad (6-30)$$

Der Querschnitt könnte damit mit $\varnothing 14 / 12,5$ mit einem vorhandenen Bewehrungsquerschnitt $a_{s,vorh} = 12,32$ cm²/m bewehrt werden.

In MFZ-BAW, 2004 wird für das Verfahren für Wandbauteile eine 2,50 m dicke Wand mit einer adiabatischen Temperaturerhöhung von 38 K berechnet. Wird nach Bild 6-2 unter Vernachlässigung des extremen Winter-szenarios ein Temperaturkoeffizient von $k_{Zwang} = 0,6$ abgeschätzt, ergibt sich eine zentrische Temperaturdifferenz von $\Delta T_N = 0,45 \times 38 = 17,1$ K. Die Anzahl der erforderlichen Sekundärrisse beträgt dann bei einer angestrebten Rissbreite von $w = 0,25$ mm und einem angestetzten Rissabstand der Primärrisse von 6 m:

$$n \geq 1,1 \cdot \left(\frac{17,1 \cdot 10^{-5} \cdot 6000}{0,25} - 1 \right) = 3,4 \quad (6-31)$$

womit 4 Sekundärrisse erforderlich sind.

Für eine Bewehrung $\varnothing 28$ mm, eine Betondeckung $\text{nom } c = 6$ cm, eine mittlere Zugfestigkeit von $f_{ctm} = 2,6$ N/mm² und eine angestrebte Rissbreite von $w = 0,25$ mm errechnet sich die erforderliche Bewehrung zu:

$$\begin{aligned}
 a_{s,erf} &= \sqrt{\frac{28 \cdot 7,4^2 \cdot 100^2 \cdot 2,6}{0,25 \cdot 200000} \cdot (0,69 + 0,34 \cdot 4)} \\
 &= 40,4 \frac{cm^2}{m} \quad (6-32)
 \end{aligned}$$

im Vergleich zu 37,4 cm²/m in MFZ-BAW, 2004. Die Bemessung nach DIN 1045-1, 2008, ergibt einen erforderlichen Bewehrungsquerschnitt von 91 cm²/m. Maßgebend ist die Bemessung zur Vermeidung des Fließens der Bewehrung.

Für das an der gleichen Stelle unter Anwendung 1 beschriebene Beispiel gelten als Randbedingungen ein Beton C 20/25, eine Temperaturdifferenz $\Delta T = 25$ K und eine Bauteildicke von $h = 3,50$ m. Mit Bild 6-2 kann ein Temperaturkoeffizient von $k_{Zwang} = 0,5$ abgeschätzt werden und es ergibt sich eine zentrische Temperaturdifferenz von $\Delta T_N = 0,5 \times 25 = 12,5$ K. Die Anzahl der erforderlichen Sekundärrisse beträgt dann bei gleichen Randbedingungen:

$$n \geq 1,1 \cdot \left(\frac{12,5 \cdot 10^{-5} \cdot 6000}{0,25} - 1 \right) = 2,2 \quad (6-33)$$

womit 3 Sekundärrisse erforderlich sind.

Für eine Bewehrung $\varnothing 25$ mm, eine Betondeckung $c = 6$ cm, eine mittlere Zugfestigkeit von $f_{ctm} = 2,3$ N/mm² und eine angestrebte Rissbreite von $w = 0,25$ mm errechnet sich die erforderliche Bewehrung zu:

$$\begin{aligned}
 a_{s,erf} &= \sqrt{\frac{25 \cdot 7,25^2 \cdot 100^2 \cdot 2,3}{0,25 \cdot 200000} \cdot (0,7 + 0,3 \cdot 3)} \\
 &= 31,1 \frac{cm^2}{m} \quad (6-34)
 \end{aligned}$$

In MFZ-BAW, 2004 wurde die konstruktive Mindestbewehrung als ausreichend ermittelt, womit sich ein Bewehrungsgehalt von $a_s = 25$ cm²/m ergeben würde. Die Bemessung nach DIN 1045-1, 2008, ergibt einen erforderlichen Bewehrungsquerschnitt von 57,5 cm²/m. Maßgebend ist wiederum die Bemessung zur Vermeidung des Fließens der Bewehrung.

Beide Beispiele zeigen die signifikante Bewehrungseinsparung bei Anwendung der hergeleiteten Vorgehensweise gegenüber der Bemessung nach DIN 1045-1, 2008.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Um die Rissmechanik in dicken Stahlbetonbauteilen während der Hydratationsphase zu analysieren, wurden FE-Untersuchungen am idealisierten Modell einer dicken Stahlbetonscheibe durchgeführt.

Dabei wurde erkannt, dass der Hydratationsprozess zwei unterschiedliche Beanspruchungen im Querschnitt erzeugt.

Zunächst treten Randzugspannungen auf, die zu Schalenrissbildung führen können. Die Randzugspannungen werden maximal, wenn der Querschnitt ungezwängt gelagert ist. Die Bewehrung hält bei Schalenrissbildung die Eigenspannungen im Querschnitt, so dass sich der bewehrte Querschnitt nahezu identisch mit einer Berechnung ohne Begrenzung der Zugfestigkeit verhält. Dabei reichen relativ geringe Bewehrungsgelände in der Größenordnung der Mindestbewehrung nach ZTV-W 215, 2004, aus, um eine Rissbreite von 0,25 mm sicherzustellen. Die Schalenrisse sind zum Ende der Hydratationsphase komplett überdrückt.

Zu einem späteren Zeitpunkt treten Zugspannungen im Kern auf. Eine freie Lagerung kann nicht zu Primärrissen führen, die den gesamten Querschnitt durchtrennen. Eine zwängende Lagerung vergrößert diese Spannungen, die bei vollem Zwang maximal werden. Die Größe der Behinderung hat entscheidenden Einfluss auf die Größe der Zugspannungen.

Wenn die Primärrisse eintreten, übernimmt die Bewehrung einen Teil der Zwangskraft, die vor der Rissbildung im Beton herrschte. Auf Grund der durch die Rissbildung eintretenden Reduktion des Zwangs und der am Rande des Querschnitts angeordneten Bewehrung, die nur einen Teil des Querschnitts erfasst, wird nicht die volle Betonzwangskraft aufgenommen. Die Zwangskraft in der Bewehrung nimmt bei fortschreitendem Hydratationsprozess auf Grund der weiteren Abkühlung zu. Die Zwangskraft in der Bewehrung am Ende des Hydratationsprozesses ist von der Zugfestigkeit des Betons zum Risszeitpunkt unabhängig.

Mit den beschriebenen Ergebnissen werden einige Schwächen der bisherigen Vorgehensweisen zur Dimensionierung der Mindestbewehrung deutlich.

Die Bemessung für den Zeitpunkt der Rissbildung scheint danach nicht Ziel führend, da zum Risszeitpunkt nur die Beanspruchung vom Beton in die Bewehrung übergeht. Die letztendliche Beanspruchung in der Bewehrung ist vielmehr von der zentrischen Temperaturdifferenz zwischen der zweiten Nullzwangskrafttemperatur und der Umgebungstemperatur abhängig.

Über diese grundsätzlichen Schwächen hinaus kann der Faktor k zur Berücksichtigung der Eigenspannungen mechanisch ohne genauere Kenntnis des Behinderungsgrades nicht angegeben werden. Ebenso ist eine Abminderung der Zugfestigkeit zum Risszeitpunkt für Querschnitte mit einer Dicke $h > 0,8$ m nicht nachweisbar. Eine Bemessung für die volle Betonzwangskraft selbst gegen die Fließgrenze ist nicht erforderlich, da die Zwangskraft mit der Rissbildung reduziert wird und die am Rand angeordnete Bewehrung nicht die volle Zwangskraft aufnehmen muss und kann.

Auf Basis dieser Erkenntnisse wurde ein neuer Ansatz formuliert, der auf die keineswegs neue Erkenntnis baut, dass Zwangsbeanspruchung ein Problem der Verformungskompatibilität ist. Die auftretende Beanspruchung wird dabei von der die zentrischen Zwangszugspannungen erzeugenden Temperaturdifferenz ΔT_N und dem Abstand der Primärrisse bestimmt. Während Ersteres durch die gewählte Betonrezeptur und die thermischen Randbedingungen bestimmt wird, resultiert der Rissabstand aus den äußeren Lagerungsbedingungen.

Bei gegebener Verformungseinwirkung kann die Ausprägung des erforderlichen Rissbildes in Form eines Primärrisses und einer bestimmten Anzahl an Sekundärrissen ermittelt werden. Durch rechnerische Untersuchungen konnte sowohl das Verhältnis der Rissbreiten in Abhängigkeit der Primärrissbreite formuliert werden, als auch die Größe der Stahlspannung im Primärriss in Abhängigkeit der Anzahl der Sekundärrisse angegeben werden. Durch den Nachweis der Rissbreite des Primärrisses unter dieser Stahlspannung kann das Problem letztendlich geschlossen gelöst und der erforderliche Bewehrungsquerschnitt kann in Abhängigkeit des Bewehrungsdurchmessers ermittelt werden.

Die Überprüfung der Vorgehensweise an einigen Beispielen zeigt, dass mit dem Ansatz auf relativ einfache Art und Weise eine wirtschaftliche und – an den Erfahrungen gemessen – sinnvolle Dimensionierung der Bewehrung möglich ist.

Im Rahmen der Untersuchungen ist deutlich geworden, dass weiterer Forschungs- und Entwicklungsbedarf gegeben ist, um das skizzierte Grundprinzip zu verbessern.

Die Bestimmung der zentrischen Temperaturdifferenz ΔT_N scheint momentan durch die große Spannweite der Eingangsparameter wie adiabatische Temperaturerhöhung und thermische Randbedingungen nur durch eine quasi lineare Berechnung erfolgen zu können. Vergleichsberechnungen und Sensitivitätsuntersuchungen speziell im Hinblick auf die Genauigkeitsanforderungen sollten eine funktionale Ermittlung des Kennwertes ermöglichen. Da die adiabatische Tempe-

raturerhöhung eine dominante Rolle dabei spielt, wäre eine rechnerische Ermittlung dieses Materialkennwertes auf Basis einfach zu ermittelnder oder bekannter Parameter hilfreich, um die Erfordernis von Kalorimeteruntersuchungen bzw. großdimensionalen Probenblöcken zu reduzieren.

Im Bereich der Materialgesetze ist das viskoelastische Verhalten des Betons noch unzureichend erforscht. Speziell bei erhärtendem Beton ist das Problem auf Grund der sich permanent ändernden Materialkennwerte komplex genug, wird aber durch die sich ebenso ändernde Beanspruchung, die zudem von Druck in Zug und umgekehrt wechselt noch komplizierter.

Im Hinblick auf eine späte Zwangsbeanspruchung, beispielsweise durch saisonale Temperaturunterschiede, sollten aber auf Grund des ausgehärteten Materials und der sich nicht mehr ändernden Spannungsarten Lösungen für gerissene Stahlbetonstrukturen möglich sein. Im Prinzip kann das skizzierte Verfahren eine weitere Abkühlung durch eine zusätzliche, zentrische Temperaturdifferenz abbilden. Die auftretenden Beanspruchungen dürften aber ohne Berücksichtigung der Relaxation zu sehr hohen Bewehrungsgraden führen. Gerade im Hinblick auf die zunehmend monolithische Ausbildung von dicken Stahlbetontragwerken beispielsweise im Bereich von Kraftwerksfundamenten oder Verkehrswasserbauwerken sollten hier zeitnah Ansätze gefunden werden.

Die Zwangsbeanspruchung wurde bei den Untersuchungen durch vollen Zwang idealisiert. Dieses Phänomen tritt in der Realität so nicht auf. Mit dem Behinderungsgrad sinkt aber auch die zentrische Zwangsbeanspruchung und damit die zentrische Temperaturdifferenz. Weitere Erkenntnisse auf diesem Gebiet können die Dimensionierung der Bewehrung noch wirtschaftlicher gestalten. Dies trifft auch für den in der Realität auftretenden Abstand der Primärrisse zu, der von den äußeren Lagerungsbedingungen bestimmt wird.

Untersuchungen in TUE, 2007-3, belegen beispielsweise auf Basis durchgeführter Messungen, dass Sohlplatten offensichtlich keine zentrische Zwangsbeanspruchung erfahren. Statt der zentrischen Temperaturdifferenz ΔT_N muss dann ein Temperaturgradient ΔT_M ermittelt werden, der eine bestimmte Krümmung des Querschnitts erfordert. Die Krümmung muss dann durch Rissbildung ermöglicht werden, wobei die auftretenden Rissbreiten durch die Querschnittshöhe bestimmt werden. Zu beachten ist dabei, dass auch die Sohlplatte zwei Phasen durchläuft, zunächst das durch Eigengewicht behinderte Aufschüsseln infolge Auskühlen der Oberfläche und anschließend die durch Eigengewicht behinderte Aufwölbung infolge Auskühlen des unteren Bereiches der Sohlplatte.

Die Dimensionierung der rissbreitenbegrenzenden Bewehrung für die Einwirkung abfließende Hydratationswärme, die teilweise auch als Mindestbewehrung bezeichnet wird, beschäftigt die Fachwelt seit langem. Sollte es mit den Untersuchungen gelungen sein, den Fokus von der Zwangskraft zum Zeitpunkt der Rissbildung auf die zur Verformungskompatibilität erforderliche Rissbildung zu verschieben, ist der Zweck der Arbeit erfüllt. Das Ziel der bisherigen Modifikationen mit verschiedenen, meist k genannten Faktoren, eine einfache Berechnungsvorschrift zur Ermittlung sinnvoller Bewehrungsgehalte anzugeben, ist jedenfalls mit dieser neuen Vorgehensweise mechanisch konsistent erreicht.

8 Literatur

- BASTGEN, 1977 Bastgen, K.J.: Übersicht über die Verfahren zur Berechnung des Relaxationsverhaltens des Betons aus dem Kriechverhalten des Betons, in: Beton- und Stahlbetonbau 72, Heft 7, 1977
- BAZANT, 1976 Bazant, Z.P., Osman, E.: Double Power Law for Basic Creep of Concrete, in: Materials and Structures, Vol. 9, 1976
- BAZANT, 1983 Bazant, Z.P., Oh, B.H.: Crack band theory for fracture of concrete, in: Materials and Structures, Vol. 16, 1983
- BERGNER, 1997 Bergner, H.: Rissbreitenbeschränkung zwangbeanspruchter Bauteile aus hochfestem Normalbeton, DAfStb, Heft 482, Beuth Verlag, Berlin, 1997
- BRAMESHUBER, 1987 Brameshuber, W., Hilsdorf, H.K.: Development of Strength and Deformability of Very Young Concrete, SEM/RILEM International conference on fracture of concrete and rock, Houston, 1987
- BYFORS, 1980 Byfors, J.: Plain Concrete at Early Ages, Swedish Cement and Concrete Research Institute, Stockholm, 1980
- CEB/FIP MC90, 1993 CEB-Bulletin d'Information: CEB-FIP Model Code 1990, Design Code, Verlag Thomas Telford, London, 1993
- CEB No.199, 1990 CEB-Bulletin d'Information: CEB Bulletin No. 199: Evaluation of time dependent Behaviour of concrete, Paris, September 1990
- CZERNIN, 1977 Czernin, W.: Zementchemie für Bauingenieure, Bauverlag Wiesbaden-Berlin, 1977
- DAFSTB, 2003 Erläuterungen zu DIN 1045-1, DAfStb, Heft 525, Berlin, 2003
- DAFSTB, 2005 DAfStb-Richtlinie: Massige Bauteile aus Beton, Beuth Verlag Berlin und Köln, 2005
- DE SCHUTTER, 1996 de Schutter, G., Taerwe, L.: Degree of Hydration-Based Description of Mechanical Properties of Early Age Concrete, in: Materials and Structures, Vol. 29, 1996
- DE SCHUTTER, 1997 de Schutter, G., Taerwe, L.: Fracture Energy of Concrete at Early Ages, in: Materials and Structures, Vol. 30, 1997
- DE SCHUTTER, 1999 de Schutter, G.: Degree of Hydration Based Kelvin Model for the Basic Creep of Early Age Concrete, in: Materials and Structures, Volume 32, 1999
- DIANA, 2005 User's Manual DIANA – Finite Element Analysis, Release 9, TNO DIANA B.V., Delft, NL, 2005
- DIETZ, 2006 Dietz, J.: Monitoring und Modellierung der Rissbildung im jungen Alter an Koppelfugen aus hochfestem Beton, Schriftenreihe des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie, Universität Leipzig, Band 11, 2006
- DIN 1045-1, 2008 DIN 1045-1: Tragwerke aus Stahlbeton und Spannbeton, Teil 1: Bemessung und Konstruktion, Berlin, August 2008
- DIN FB 102, 2009 DIN-Fachbericht 102: Betonbrücken, 1. Auflage, Berlin 2009
- DÖRR, 1980 Dörr, K.: Ein Beitrag zur Berechnung von Stahlbetonscheiben unter besonderer Berücksichtigung des Verbundverhaltens, Dissertation TH Darmstadt, 1980
- DUDA, 1991 Duda, H.: Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung, DAfStb, Heft 419, Beuth Verlag, Berlin, 1991
- FEIST, 2005 Feist, C., Kerber, W., Lehar, H., Hofstetter, G.: Vergleich verschiedener numerischer Modelle zur Simulation der Rissbildung in Beton, Tagungsband Baustatik-Baupraxis 9, TU Dresden, 2005
- FINGERLOOS, 2008 Fingerloos, F., Zilch, K.: Einführung in die Neuausgabe von DIN 1045-1, Beton- und Stahlbetonbau 104, Heft 4, Verlag Ernst&Sohn, Berlin 2008
- FINGERLOOS, 2008-1 Fingerloos, F., Zilch, K.: Neuausgabe von DIN 1045-1 Hintergründe und Erläuterungen, Bauingenieur Band 83, April 2008
- FISCHER, 1993 Fischer, A.: Modelluntersuchungen zur Ermittlung des Rissabstandes dicker Bauteile aus Stahlbeton, Fortschrittsberichte VDI, Reihe 4: Bauingenieurwesen, Nr. 118, VDI Verlag GmbH, Düsseldorf, 1993
- GUTSCH, 1998 Gutsch, A.: Stoffeigenschaften jungen Betons – Versuche und Modelle, Dissertation TU Braunschweig, Institut für Baustoffe, Massivbau und Brandschutz, Heft 140, Braunschweig, 1998

- HAMFLER, 1988 Hamfler, H.: Berechnung von Temperatur-, Feuchte- und Verschiebungsfeldern in erhärtenden Stahlbetonbauteilen nach der Methode der finiten Elemente, DAFStb, Heft 395, Berlin, 1988
- HARIRI, 2000 Hariri, K.: Bruchmechanisches Verhalten jungen Betons, DAFStb, Heft 509, Beuth Verlag, Berlin 2000
- HEGGER, 2009 Hegger, J., Bertram, G.: Der Einfluss von Zwang, Rissbildung und Kriechen auf Schnittgrößen, in: Der Prüferingenieur, Heft 34, Bundesvereinigung der Prüferingenieure e.V. - vpi -, Hamburg, 2009
- HELMUS, 1987 Helmus, M.: Experimental Approach To The Minimum Reinforcement In Thick Concrete Elements, in: Darmstadt Concrete, Vol. 2, Darmstadt, 1987
- HELMUS, 1990 Helmus, M.: Mindestbewehrungszwangsbeanspruchter dicker Stahlbetonbauteile, DAFStb, Heft 412, Beuth Verlag, Berlin 1990
- HENNIG, 2004 Hennig, J., Krauß, M., Nothnagel, R., Laube, M., Gutsch, A.-W.: Rechnerische Untersuchung zur Zwangrissbildung und Erstellung eines Bemessungskonzeptes am Beispiel Schleuse Hohenwarthe, Forschungs- und Entwicklungsbericht 1476/2742 der MPA Braunschweig, Braunschweig 2004, unveröffentlicht
- JONASSON, 1984 Jonasson, J.E.: Slip form construction – calculation for assessing protection against early freezing, Swedish Cement and Concrete Research Institute, Stockholm, No. 4, 1984
- KÖNIG, 1986 König, G.: Restraint, Crack-Width Control And Minimum Reinforcement In Thick Concrete Members, in: Darmstadt Concrete, Vol. 1, Darmstadt, 1986
- KÖNIG, 1996 König, G.; Tue, N.: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton sowie Kommentare, Hintergrundinformationen und Anwendungsbeispiele zu den Regelungen nach DIN 1045, EC 2 und Model Code 90. DAFStb, Heft 466, Beuth Verlag, Berlin 1996
- KÖNKE, 2005 Könke, C., Eckardt, S., Häfner, S., Luther, T., Unger, J.: Schädigungs- und Verbundmodellierung für Stahlbetontragwerke, Tagungsband Baustatik-Baupraxis 9, TU Dresden, 2005
- KOSMAHL, 2006 Kosmahl, M.: Entwicklung der Beanspruchungen im jungen Beton infolge der Hydratation, Berichte des Instituts für Massivbau, Heft Nr. 4, Universität Hannover, 2006
- KRAUSS, 2004 Krauß, M.: Probabilistischer Nachweis der Wirksamkeit von Maßnahmen gegen frühe Trennrisse in massigen Betonbauteilen, Dissertation TU Braunschweig, 2004
- LAUBE, 1990 Laube, M.: Werkstoffmodell zur Berechnung von Temperaturspannungen in massigen Betonbauteilen im jungen Betonalter, Dissertation TU Braunschweig, 1990
- LOMEYER, 1991 Lomeyer, G.: Weiße Wannen einfach und sicher, Beton Verlag, 1991
- MAURER, 2005 Maurer, R., Tue, N.V., Havaresch, K.-H., Arnold, A.: Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreiten bei dicken Wänden, in: Bauingenieur, Band 80, 2005
- MENN, 1986 Menn, C.: Zwang und Mindestbewehrung, in: Beton- und Stahlbetonbau 81, Heft 4, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1986
- MFZ-BAW, 2004 Merkblatt Rissbreitenbegrenzung für frühen Zwang in massiven Wasserbauwerken, Bundesanstalt für Wasserbau, Karlsruhe, 2004
- MORGEN, 2009 Morgen, K., Lühr, S.: Erfahrungen mit massigen Bauteilen beim Bau der Schleuse Lauenburg, in: Beton- und Stahlbetonbau 104, Heft 5, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2009
- NOWACKI, 1965 Nowacki, W.: Theorie des Kriechens, Verlag Franz Deuticke Wien, 1965
- PUCHE, 1988 Puche, M.: Rissbreitenbeschränkung und Mindestbewehrung bei Eigenspannungen und Zwang, DAFStb, Heft 396, Beuth Verlag, Berlin, 1988
- REINHARDT, 1986 Reinhardt, H.-W., Cornelissen, H.A.W., Hordijk, D.A.: Tensile tests and failure analysis of concrete, Journal of Structural Engineering (ASCE), 112(11), 1986
- RÖHLING, 2005 Röhling, S.: Zwangsspannungen infolge Hydratationswärme, Verlag Bau+Technik, Edition Beton, Düsseldorf 2005
- ROSTÁSY, 1972 Rostásy F.S., Teichen, K., Engelke, H.: Beitrag zur Klärung des Zusammenhangs von Kriechen und Relaxation bei Normalbeton, in: Straßenbau und Straßenverkehrstechnik, Heft 139, Bonn, 1972
- ROSTÁSY, 1990 Rostásy F.S., Henning W.: Zwang und Rissbildung in Wänden auf Fundamenten, DAFStb, Heft 407, Beuth Verlag, Berlin, 1995

- ROSTÁSY, 2001 Rostásy, F.S., Krauß, M.: Frühe Risse in massigen Betonbauteilen – Ingenieurmodelle für die Planung von Gegenmaßnahmen, DAfStb, Heft 520, Beuth Verlag, Berlin, 2001
- ROTTLER, 1998 Rottler, S.: Kriechen von Beton unter veränderlicher Spannung, Dissertation TH Karlsruhe, 1998
- RUCKER, 2003 Rucker, P., Beckhaus, K., Wiegrink, K.-H., Schießl, P.: Temperaturspannungen in dicken Betonbauteilen im jungen Alter, in: Beton- und Stahlbetonbau 98, Heft 7, 2003
- SCHIESSL, 2003 Schießl, P., Rucker, P., Wiegrink, K.-H., Hiller, E.: Entwicklung der Temperaturspannung in jungem Beton, in: beton 53, Heft 7 und 8, 2003
- SCHIKORA, 2000 Schikora, K., Eierle, B.: Zwang und Rissbildung infolge Hydratationswärme – Grundlagen, Berechnungsmodelle und Tragverhalten, DAfStb, Heft 512, Beuth Verlag, Berlin, 2000
- SCHINDLER, 2004 Schindler, A. K.: Prediction of Concrete Setting, Department of Civil Engineering, Auburn University, Alabama, U.S.A., 2004
- SCHÖPPEL, 1993 Schöppel, K.: Entwicklung der Zwangsspannungen im Beton während der Hydratation, Dissertation TU München, 1994
- SIX, 2003 Six, M.: Sicherheitskonzept für nicht-lineare Traglastverfahren im Betonbau, DAfStb, Heft 534, Beuth Verlag, Berlin 2003
- STEINL, 2005 Steinl, G.: Einfluss des Eigenspannungsbeiwertes k auf die Ermittlung der Mindestbewehrung bei Zwang nach DIN 1045-1, in: Beton- und Stahlbetonbau 100, Heft 5, 2005
- STRAUSS, 2005 Strauss, A., Unterweger, A., Suda, J., Bergmeister, K.: Mindestbewehrungskonzept für dickwandige Querschnitte, in: Bautechnik 82, Heft 12, Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 2005
- TROST, 1967 Trost, H.: Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton, Beton- und Stahlbetonbau, Heft 10 und 11, 1967
- TROST, 1978 Trost, H., Cordes, H., Abele, G.: Kriech- und Relaxationsversuche an sehr altem Beton, DAfStb, Heft 295, Verlag Ernst&Sohn, Berlin 1978
- TUE, 2007-1 Tue, V.T., Dietz, J., Bödefeld, J.: Einfluss der Eigenspannung auf die Rissbildung bei dicken Bauteilen im jungen Betonalter, in: Beton- und Stahlbetonbau 102, Heft 4, Berlin 2007
- TUE, 2007-2 Tue, V.T., Schlicke, D., Bödefeld, J.: Beanspruchungen in dicken Bodenplatten infolge des Abfließens der Hydratationswärme, in: Bautechnik 84, Heft 10, 2007
- TUE, 2007-3 Tue, N.V., Schlicke, D.: Beanspruchung einer dicken Bodenplatte infolge des Abfließens der Hydratationswärme, Bericht des Instituts für Massivbau und Baustofftechnologie der Universität Leipzig im Auftrag der Bundesanstalt für Wasserbau Karlsruhe, Leipzig, 2007, unveröffentlicht
- TUE, 2009 Tue, N.V., Schlicke, D.: Untersuchungen zum Rissabstand bei massiven Wand-Fundament-Systemen infolge der Beanspruchung aus der Hydratationswärme, Bericht der König und Heunisch Planungsgesellschaft mbH im Auftrag der Bundesanstalt für Wasserbau Karlsruhe, Leipzig, 2009, unveröffentlicht
- WESCHE, 1993 WESCHE, K.: Baustoffe für tragende Bauteile, Band 2 Beton, Bauverlag, Wiesbaden-Berlin, 3. Auflage 1993
- WEIGLER, 1974 Weigler, H., Karl, S.: Junger Beton, Beanspruchung – Festigkeit – Verformung, Teil 1 und 2, Betonwerk + Fertigteil-Technik, Heft 6 und 7, 1974
- WIESNER, 2001 Wiesner, R., Grünberg, J.: Bauwerksmessungen an der Schifffahrtsschleuse Bremen – Schleusensole, Bericht Nr. 9834 des Instituts für Massivbau der Universität Hannover, im Auftrag der Bundesanstalt für Wasserbau, Hannover, 2001, unveröffentlicht
- WIESNER, 2002 Wiesner, R.: Beanspruchungen von massigen Betonsohlen unter frühem Temperaturzwang, Fortschritt-Berichte VDI, Reihe 4 Bauingenieurwesen, Nr. 184, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf, 2002
- WITTMANN, 1971 Wittmann, F.: Über den Zusammenhang von Kriechverformung und Spannungsrelaxation des Betons, in: Beton- und Stahlbetonbau 66, Heft 3, 1971
- ZTV-W 215, 2004 Zusätzliche Technische Vertragsbedingungen Wasserbau, Leistungsbereich 215, Beton und Stahlbeton, Bundesminister für Verkehr, Bau und Wohnungswesen, Bonn, 2004

9 Symbolverzeichnis**9.1 Griechische Buchstaben**

α	Hydratationsgrad, Wärmeübergangskoeffizient
β	Formfunktionen
Δ	Differenz
ε	Dehnungen
λ	Wärmeleitfähigkeit
μ	Verhältnis der Elastizitätsmoduli
ν	Völligkeitsbeiwert
ϕ	Kriechfunktion
ρ	geometrischer Bewehrungsgrad
σ	Normalspannungen
τ	Schubspannungen
ψ	Relaxationsfunktion

9.2 Lateinische Buchstaben

A	Fläche
b	Breite
c	spezifische Wärmekapazität, Federsteifigkeit
d	Durchmesser
E	Elastizitätsmodul
EA	Aktivierungsenergie
F	Kraft
f	Festigkeit
G	Bruchenergie, Gewichtsanteil
h	Querschnittsdicke
k	Beiwert
l	Länge
Q	Wärmestromdichte
R	Gaskonstante
s	Schlupf, Abstand
T	Temperatur
t	Zeit
	Umfang
V	Volumenanteil
w	Rissbreite

9.3 Indizes

ad	adiabatisch
c	Beton (concrete), Druck (compression)
cr	zum Risszeitpunkt (crack)
E	Eigenanteil
e	Einleitung, auf den Elastizitätsmodul bezogen
eb	Erstarrungsbeginn
eff	effektiv
fa	Flugasche
fb	Festigkeitsbeginn
FB	Frischbeton
g	Gesteinskörnung
i	Laufvariable, inkrementell
K	im Kern
k	charakteristisch
k	am kubischen Probekörper ermittelt
lab	Labor
M	Momentenanteil
m	Durchschnittswert
max	maximaler Wert
N	Normalkraftanteil
PR	Rissprozesszone
R	am Rand
r	Riss
s	Stahl
T	Temperatur
t	Zug (tension)
u	Grenzwert (ultimate)
ü	Übergang
Umg	Umgebung
v	Verbund
w	Wasser
y	Fließgrenze (yielding)
z	Zement
0	zum Beginn

Nachwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des Forschungs- und Entwicklungsprojektes „Rissbreitenbegrenzende Bewehrung für massige Betonbauteile“ der Bundesanstalt für Wasserbau. Sie wurde von der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät der Universität Leipzig als Dissertation angenommen.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Nguyen Viet Tue danke ich sehr für die engagierte wissenschaftliche Betreuung und Unterstützung der Arbeit. Die vielen anregenden Diskussionen sowie die angenehme und vertrauensvolle Zusammenarbeit zusammen mit ihm und Herrn Dipl.-Wirtsch.-Ing. Dirk Schlicke haben maßgeblich zum Erfolg der Arbeit beigetragen und werden mir in Erinnerung bleiben. Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ekkehard Fehling und Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. Jürgen Grünberg danke ich für die Übernahme der Referate. Herrn Prof. Dr. rer. nat Thomas Bruckner danke ich für die Übernahme des Vorsitzes der Promotionskommission.

Herr Dipl.-Ing. Rainer Ehmann hat als Referatsleiter Massivbau die Arbeit maßgeblich gefördert. Für die Unterstützung, für die fachlichen Diskussionen und die Korrektur der Arbeit möchte ich mich bei ihm ebenso bedanken wie bei Frau Dipl.-Ing. Katrin Kühni, die am Ende die Arbeit einer kritischen Durchsicht unterzogen hat. Den Kollegen im Referat Massivbau und im Referat Baustoffe danke ich für zahlreiche Diskussionen und Zuarbeiten zum gesamten Themenkomplex und das insgesamt sehr angenehme Arbeitsklima.

Bei aller Unterstützung durch die Bundesanstalt für Wasserbau ist die Erstellung einer Dissertation ohne große private Freiräume und eine entsprechende Unterstützung in der Familie nicht möglich. Mein besonderer Dank gilt daher meiner Frau Michaela und meinen Kindern Klara, Friedrich und Konrad. Mit der Fertigstellung der Arbeit beginnt die Zeit der Wiedergutmachung.

Jörg Bödefeld