Свойства внеосевых каустик автофокусирующихся чирп-пучков

А.В. Устинов [1], *С.Н. Хонина* [1,2]
[1] *ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, Россия, Самарская область, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,*
[2] *Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, Самарская область, г. Самара, Московское шоссе, д. 34*

Аннотация

В данной статье теоретически и численно исследуются автофокусирующие свойства чирп-пучков с произвольной степенной зависимостью от радиуса. Рассмотрены двух- и трёхпараметрические чирп-пучки, вариации параметров которых позволяют эффективно управлять автофокусирующими свойствами. Полученные результаты обладают потенциалом для различных приложений в оптике и фотонике.

Ключевые слова: автофокусировка, внеосевая каустика, чирп-пучки.

Цитирование: **Устинов, А.В.** Свойства внеосевых каустик автофокусирующихся чирп-пучков / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 5. – С. 721-727. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-794.

Citation: Ustinov AV, Khonina SN. Properties of off-axis caustics of autofocusing chirp beams. Computer Optics 2020; 44(5): 721-727. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-794.

Введение

В оптике хорошо известно явление самофокусировки в нелинейных средах, когда под воздействием интенсивного электромагнитного излучения меняется показатель преломления [1, 2]. Если поперечное распределение интенсивности излучения имеет градиент, то показатель преломления среды также приобретает этот градиент и действует как фокусирующая линза для лазерного пучка [3]. К настоящему времени это явление детально исследовано для различных сред и типов излучения [4], включая солитоны [5].

В линейной среде лазерный пучок может демонстрировать свойства, аналогичные влиянию линзы, если в исходном поперечном распределении пучка присутствует градиент фазы. Такое явление принято называть автофокусировкой.

В последнее время исследователи сосредоточились на рассмотрении различных пучков с автофокусирующими свойствами, включая круговые пучки Эйри [6–10], пучки Пирси [11, 12], аберрационные пучки [13], а также зеркальные [14, 15] и обобщённые [16, 17] пучки Эйри. Свойства резкой автофокусировки, присущие таким пучкам, полезны для оптического манипулирования [18, 19], при многофотонной полимеризации [20], нелинейных эффектах [21], поляризационном преобразовании [22, 23] и острой фокусировке [24].

Классическим фокусирующим элементом является линза, которая имеет квадратичную зависимость фазы от радиуса, т.е. линейный чирп (частота линейно возрастает с увеличением радиуса). Круговые пучки Эйри, имеющие асимптотическую зависимость фазы, пропорциональную $r^{3/2}$, соответствуют сублинейному чирпу [8].

В данной работе мы рассматриваем лазерные пучки, имеющие радиальную зависимость фазы, пропорциональную r^q, когда q принимает любое положительное действительное значение ($q>0$), в том числе $q>2$, т. е. сверхлинейный чирп. Оптические элементы с такой фазовой зависимостью можно назвать обобщёнными линзами [25] или дробными аксиконами [26]. В работе [27] было показано, что круговые сверхлинейные чирп-пучки обеспечивают более быструю и резкую фокусировку, чем круговые пучки Эйри.

В данной работе мы детально аналитически и численно исследуем свойства автофокусировки двух- и трёхпараметрических чирп-пучков с целью определения влияния различных параметров на такие характеристики, как кривизна фокальной траектории (каустики) и расстояние фокусировки. Пучки с управляемыми автофокусирующими свойствами обладают потенциалом для широкого спектра применений в оптике и фотонике.

1. Теоретические основы

В отличие от ранее рассмотренных резко автофокусирующихся пучков, основанных на функциях Эйри [6–8], уравнение (1) обеспечивает сверхлинейную чирповую зависимость функции Эйри от радиуса:

$$f_A(r)=\mathrm{Ai}\left[\left(\frac{r-r_s}{w}\right)^n\right]\mathrm{circ}\left(\frac{r}{R}\right), \tag{1}$$

где $\mathrm{Ai}(x)$ – функция Эйри [28], n – степень нелинейности радиуса, $\mathrm{circ}(r/R)$ – функция круга с единичной амплитудой и радиусом R, r_s – параметр радиального смещения и w – нормирующий параметр.

Строгий теоретический анализ свойств пучка, имеющего входную амплитуду (1), достаточно сложен. Тем не менее, для качественных оценок можно использовать аппроксимацию выражения (1) другой функцией, также имеющей осцилляции с изменяющейся частотой и амплитудой:

$$f_S(r)=\begin{cases}\sin\left[\left(\beta(r-r_s)\right)^q\right], r_s<r<R+r_s\\ 0, 0\le r\le r_s\end{cases}, \quad (2)$$

где β, r_s и q – действительные положительные числа.

Уравнение (2) в принципе близко к аппроксимации, рассмотренной в работе [8]. Однако авторы [8] рассматривали случай $1<q<2$, который соответствует колебаниям входного распределения медленнее, чем линейный чирп. В данной работе рассматривается более общая ситуация $q>0$, которая включает в себя колебания входного распределения быстрее, чем линейный чирп. Кроме того, исследуются начальные функции без радиального смещения, а затем с наличием смещения.

Теоретическое рассмотрение процесса распространения поля, в частности, самофокусировки, будем проводить в рамках преобразования Френеля:

$$\begin{aligned}&E(\rho,\theta,z)=-\frac{ik}{2\pi z}\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}f(r,\varphi)\times\\&\times\exp\left\{\frac{ik}{2z}\left[\rho^2+r^2-2\rho r\cos(\varphi-\theta)\right]\right\}r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi.\end{aligned} \quad (3)$$

С учётом радиальной симметрии рассматриваемых пучков, выражение (3) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}&E(\rho,z)=\\&=-\frac{ik}{2\pi z}\exp\left(\frac{ik}{2z}\rho^2\right)\int_0^{\infty}f(r)\exp\left(\frac{ik}{2z}r^2\right)r\,\mathrm{d}r\times\\&\times\int_0^{2\pi}\exp\left\{-\frac{ik}{z}\rho r\cos(\varphi)\right\}\mathrm{d}\varphi.\end{aligned} \quad (4)$$

В работе [27] было доказано, что для анализа поперечного распределения (но не распределения на оси) лучше использовать следующее приближение выражения (4):

$$\begin{aligned}&E(\rho,z)\approx-ie^{i\pi/4}\sqrt{\frac{k}{2\pi z\rho}}\exp\left(ik\frac{\rho^2}{2z}\right)\times\\&\times\int_0^{\infty}f(r)\exp\left(ik\frac{r^2}{2z}\right)\exp\left(-ik\frac{\rho r}{z}\right)\sqrt{r}\,\mathrm{d}r.\end{aligned} \quad (5)$$

Заметим, что формула (5) неприменима вблизи оптической оси. Дальнейшие расчёты производятся в рамках классического метода стационарной фазы [29, 30].

2. Двухпараметрические чирп-пучки

Если в (2) положить $r_s=0$, то получаем начальное поле следующего вида:

$$f(r)=\sin\left[\left(k\alpha r\right)^q\right];\ r\le R, \quad (6)$$

где $k=2\pi/\lambda$ – волновое число для лазерного излучения с длиной волны λ.

Пучки, определяемые уравнением (6), можно назвать двухпараметрическими чирп-пучками с положительными действительными параметрами α и q. В отличие от размерного параметра β в (2), параметр α в (6) является безразмерным и имеет смысл числовой апертуры.

В [27] показано, что без большой потери точности $\sin[(k\alpha r)^q]$ можно заменить $\exp[-i(k\alpha r)^q]$. Поэтому далее рассмотрим пучки со следующим начальным полем:

$$f(r)=\exp\left[-i\left(k\alpha r\right)^q\right];\ r\le R. \quad (7)$$

Выражению (7) соответствует функция комплексного пропускания собирающей обобщённой линзы [25].

Подставим амплитуду (7) в выражение (5):

$$\begin{aligned}&E(\rho,z)=-ie^{i\pi/4}\sqrt{\frac{k}{2\pi\rho z}}\exp\left(\frac{ik\rho^2}{2z}\right)\times\\&\times\int_0^{R}\exp\left[-i\left(k\alpha r\right)^q\right]\exp\left(\frac{ikr^2}{2z}\right)\times\\&\times\exp\left(-\frac{ik\rho r}{z}\right)\sqrt{r}\,\mathrm{d}r.\end{aligned} \quad (8)$$

Интеграл в (8) можно записать в виде

$$J=\int_0^{R}\exp\left[-i\psi(r)\right]\sqrt{r}\,\mathrm{d}r, \quad (9)$$

в котором фазовая функция равна

$$\psi(r)=\left(k\alpha r\right)^q-\frac{kr^2}{2z}+\frac{k\rho r}{z}. \quad (10)$$

Стационарная точка для (9) находится из уравнения $\psi'(r)=0$, а каустике соответствует ситуация, когда корень этого уравнения является двукратным, то есть одновременно выполнены равенства $\psi'(r)=0$ и $\psi''(r)=0$. На основе равенства (10) находим стационарную точку, соответствующую каустике:

$$r_0(z)=\left[k^{-1}\left(k\alpha\right)^q q(q-1)z\right]^{-\frac{1}{q-2}}. \quad (11)$$

С учётом (11) уравнение линии (траектории) каустики имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}&\rho(z;\alpha,q)=\frac{q-2}{q-1}r_0(z)=\\&=\frac{q-2}{q-1}\left[k^{-1}\left(k\alpha\right)^q q(q-1)z\right]^{-\frac{1}{q-2}}\end{aligned} \quad (12)$$

Итак, мы нашли уравнение линии каустики, которое определяет радиус максимального значения интенсивности в зависимости от расстояния z от входной плоскости. В [27] доказано, что каустика существует только при $q>2$. Линия, описываемая равенством (12), имеет форму, похожую на гиперболу, и теоретически не пересекает оптическую ось. Выпишем выражение (12) для нескольких конкретных значений $q>2$:

$$\rho(z;\alpha,q=2,5)=\frac{16}{675k^3\alpha^5}z^{-2},$$
$$\rho(z;\alpha,q=3)=\frac{1}{12k^2\alpha^3}z^{-1}, \tag{13}$$
$$\rho(z;\alpha,q=4)=\frac{1}{3\sqrt{3}k^{3/2}\alpha^2}z^{-1/2}.$$

Как следует из приведённых примеров, при увеличении значения параметра q кривая медленнее растёт при $z\to 0$ и медленнее убывает при большом z. Отметим, в обеих этих предельных областях выражение (12) следует использовать с осторожностью: в первой нет параксиальности, а вторая лежит вблизи оптической оси.

Параметр α обеспечивает дополнительную степень свободы для управления траекторией каустики. В частности, уменьшение параметра α позволяет увеличить радиус каустики. Однако очень сильно уменьшать этот параметр нельзя, иначе входное поле потеряет выраженную чирп-зависимость. Чтобы вычислить значение α, обеспечивающее одинаковый радиус на заданном расстоянии z_0 для различных значений q, достаточно приравнять два выражения:

$$\rho(z_0;\alpha,q_1)=\rho(z_0;\alpha,q_2)\,. \tag{14}$$

В частности, при $q_1=2,5$ и $q_2=3$ выражение принимает простой вид:

$$\alpha=\frac{8}{15\sqrt{kz}}\,. \tag{15}$$

На рис. 1 показаны кривые, соответствующие траекториям каустик (зависимость радиуса максимума интенсивности от расстояния) двухпараметрического чирп-пучка с различными значениями q. Расчёт выполнен для длины волны освещающего пучка $\lambda=633$ нм и $\alpha=0{,}0005$. При этих параметрах с учётом (15) кривые для $q_1=2{,}5$ и $q_2=3$ пересекутся на расстоянии $z_0=240$ мм. Как видно, с увеличением параметра q форма каустики становится более пологой. Именно этот фактор обеспечивает резкую и даже «неожиданную» автофокусировку [27] при использовании суперлинейных чирп-пучков. А именно: при высоких значениях q каустика долго сохраняет вид кольца с примерно одинаковым радиусом, затем она обрывается, а после этого на оси резко и «неожиданно» формируется фокальное пятно, которое возникает благодаря осевой каустике [31]. Наглядно это проиллюстрировано на результатах, показанных в табл. 1. Моделирование выполнено с использованием преобразования Френеля (3) для двухпараметрического пучка (6), ограниченного кругом с радиусом $R=3$ мм. Параметры q и α согласованы с целью получения близких результатов.

Рассмотренные двухпараметрические чирп-пучки имеют внеосевую каустику (кольцевое распределение) только при $q>2$. В этом случае траектория каустики всегда имеет гиперболический вид и обратную зависимость радиуса каустики от расстояния.

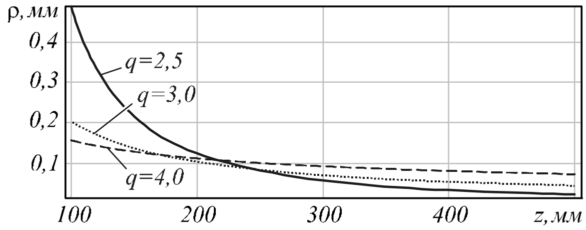


Рис. 1. Графики, соответствующие траекториям каустик двухпараметрического чирп-пучка при $\alpha=0{,}0005$ с различными значениями q

Чтобы изменить тип линии внеосевой каустики, нужно использовать $q<2$ и произвести радиальное смещение исходного распределения для обеспечения формирования внеосевой каустики при данных значениях q. Эта ситуация подробно рассмотрена в следующем параграфе.

3. Трёхпараметрические чирп-пучки

Если в (2) $r_s\neq 0$, то при замене синуса экспонентой получаем начальное поле в виде:

$$f(r)=\begin{cases}\exp\left[-i\left(k\alpha(r-r_s)\right)^q\right], & r_s<r<R+r_s,\\ 0, & 0\le r\le r_s.\end{cases} \tag{16}$$

Выражение (16) можно считать функцией комплексного пропускания «раздвинутой» собирающей обобщённой линзы. Пучки, определяемые этим уравнением, будем назвать трёхпараметрическими (r_s – третий параметр) чирп-пучками.

Выражение для распространения поля (16) вычисляется по формулам, аналогичным (8) и (9), но меняется фазовая функция:

$$\psi(r)=\left[k\alpha(r-r_s)\right]^q-\frac{kr^2}{2z}+\frac{k\rho r}{z}\,. \tag{17}$$

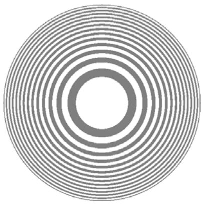
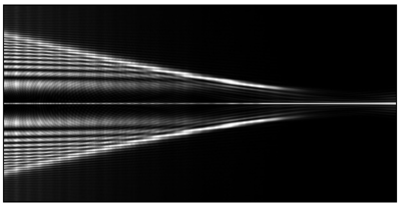
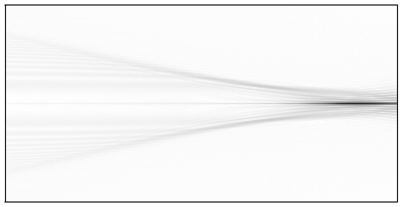
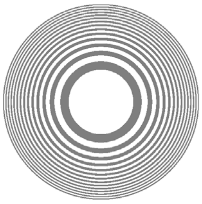
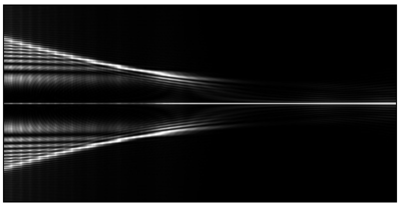
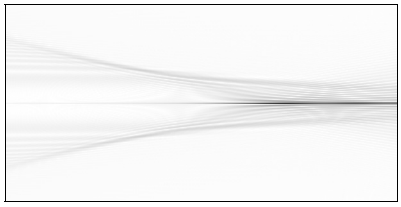
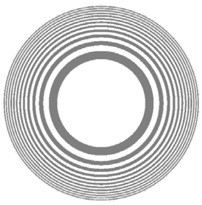
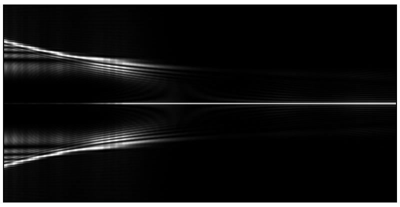
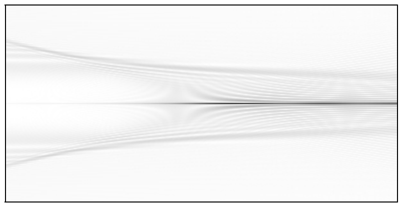
Так же, как в случае $r_s=0$, на основе равенства (17) и условия одновременного равенства $\psi'(r)=0$ и $\psi''(r)=0$, определяющего каустику, находим стационарную точку, соответствующую каустике:

$$r_0(z)=r_s+\left[k^{-1}\left(k\alpha\right)^q q(q-1)z\right]^{-\frac{1}{q-2}}=r_s+g_0(z)\,. \tag{18}$$

Тогда уравнение линии каустики:

$$\begin{aligned}\rho(z;\alpha,q,r_s)&=\frac{q-2}{q-1}r_0(z)+\frac{r_s}{q-1}=\\ &=r_s+\frac{q-2}{q-1}g_0(z)=\\ &=r_s+\frac{q-2}{q-1}\left[k^{-1}\left(k\alpha\right)^q q(q-1)z\right]^{-\frac{1}{q-2}}.\end{aligned} \tag{19}$$

Табл. 1. Результаты моделирования для двухпараметрических чирп-пучков (6) при различных параметрах

Значения параметров	Вид фазы оптического элемента	Продольное распределение: $z\in[100$ мм, 500 мм$]$, $y\in[-3$ мм, 3 мм$]$	
		Топология: вид внеосевой каустики	Амплитуда (негатив)
$q=2{,}5$; $\alpha=0{,}0002$			
$q=3$; $\alpha=0{,}00015$			
$q=4$; $\alpha=0{,}0001$			

Выражение (19) фактически такое же, как (12), но с дополнительным слагаемым r_s. Этот фактор имеет два существенных следствия. Во-первых, когда $q>2$, то с увеличением расстояния z радиус каустики приближается не к нулю, а к r_s, то есть физически внеосевая каустическая поверхность полностью находится снаружи цилиндра радиуса r_s. Во-вторых, что ещё более важно, когда $1<q<2$, второй член уравнения (19) отрицателен, но из-за положительного слагаемого r_s радиус может принимать положительные значения. Таким образом, при $r_s\neq 0$ внеосевая каустика существует не только при $q>2$, но и при $1<q<2$. Отметим, что имеет место непрерывный переход: для $q>2$ при $r_s\to 0$ уравнение внеосевой каустики (19) переходит в уравнение (12), а для $1<q<2$ при $r_s\to 0$ длина линии каустики непрерывно стремится к нулю.

Форма траектории внеосевой каустики при $1<q<2$ существенно отличается от формы каустики при $q>2$. Выпишем выражение (19) для нескольких конкретных значений $1<q<2$:

$$\begin{gathered}\rho(z;\alpha,q=4/3,r_s)=r_s-\frac{16k^{1/2}\alpha^2}{27}z^{3/2},\\ \rho(z;\alpha,q=3/2,r_s)=r_s-\frac{9k\alpha^3}{16}z^2,\\ \rho(z;\alpha,q=5/3,r_s)=r_s-\frac{500k^2\alpha^5}{729}z^3.\end{gathered}\tag{20}$$

При $1<q<2$ внеосевая каустика существует до тех пор, пока не пересечётся с оптической осью $\rho=0$. Эту точку можно назвать фокусом, от начальной плоскости она расположена на расстоянии:

$$z_{foc}=\frac{1}{q\alpha\left[(q-1)k\alpha\right]^{q-1}}\cdot\left(\frac{r_s}{2-q}\right)^{2-q},1<q<2.\tag{21}$$

В этой точке аналитически рассчитанная методом стационарной фазы амплитуда поля будет бесконечно большой.

На рис. 2 показаны кривые, соответствующие траекториям каустик трёхпараметрического чирп-пучка с различными значениями $1<q<2$. Расчёт выполнен для $\lambda=633$ нм, $\alpha=0{,}0015$, $r_s=1$ мм. В этом случае для $q=4/3$ $z_{foc}\approx 503$ мм, для $q=3/2$ $z_{foc}\approx 345$ мм, для $q=5/3$ $z_{foc}\approx 210$ мм. Как видно, тип траектории существенно отличается от рассмотренных в предыдущем параграфе. С увеличением q линия внеосевой каустики становится более изогнутой. Таким образом, третий параметр радиального смещения r_s является очень важным. Очевидно, параметр α позволяет дополнительно варьировать кривизну линии каустики и расстояние до фокуса.

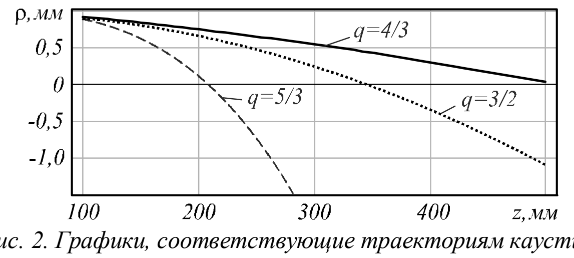


Рис. 2. Графики, соответствующие траекториям каустик трёхпараметрического чирп-пучка при $\alpha=0{,}0015$, $r_s=1$ мм с различными значениями q

Как видно из результатов моделирования, приведенных в табл. 2, распределение качественно изменилось по сравнению с табл. 1. Линия каустики стала выпуклой вверх, что соответствует выражениям (19) и (20), и имеет точку фокуса. Кроме того, область нулевой интенсивности, хорошо видная на картинах топологии, теперь располагается не снаружи, а внутри каустической поверхности. Отметим, что при этом осевая каустика сохраняется в отличие от вихревых пучков [32].

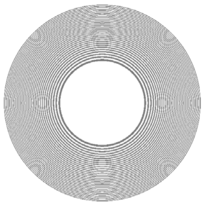
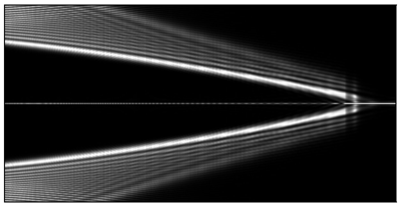
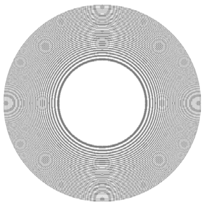
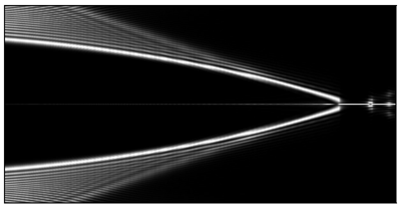
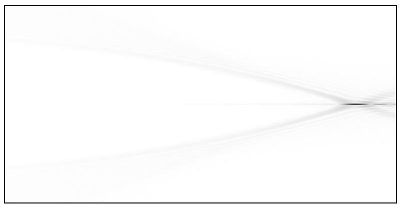
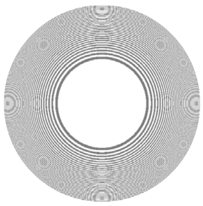
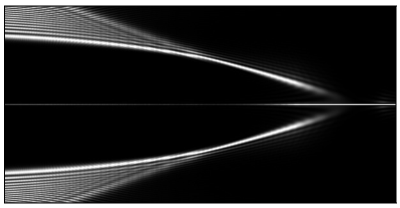
Заключение

Таким образом, мы рассмотрели различные функции, которые можно интерпретировать как комплексные функции пропускания оптических элементов, формирующих автофокусирующиеся пучки.

Детально аналитически и численно исследованы свойства автофокусировки двух- и трёхпараметрических чирп-пучков с целью определения влияния различных параметров на такие характеристики, как кривизна фокальной траектории (каустики) и расстояние фокусировки.

Показано, что двухпараметрические чирп-пучки имеют внеосевую каустику только для сверхлинейного ($q>2$) чирпа. Траектория каустики имеет вид гиперболы, т.е. обратную зависимость радиуса каустики от расстояния. Для формирования каустик другого типа нужно внести дополнительный параметр, соответствующий радиальному смещению исходного распределения, т.е. использовать трёхпараметрические сублинейные ($1<q<2$) чирп-пучки. Кроме изменения формы каустики, меняется область нулевой интенсивности: для сверхлинейных чирп-пучков она располагается снаружи каустической поверхности, а для сублинейных чирп-пучков – внутри каустической поверхности.

Табл. 2. Результаты моделирования для трёхпараметрических чирп-пучков (2) при r_s=2 мм различных параметрах q и α

Значения параметров	Вид фазы оптического элемента	Продольное распределение: $z\in$[100 мм, 500 мм], $y\in$[–3 мм, 3 мм]	
		Топология: вид внеосевой каустики	Амплитуда (негатив)
$q=4/3$; $\alpha=0{,}0018$			
$q=1{,}5$; $\alpha=0{,}0012$			
$q=5/3$; $\alpha=0{,}0008$			

Показано, что использование сверхлинейных чирп-пучков обеспечивает внезапную и более резкую автофокусировку, чем сублинейные чирп-пучки. Это связано с тем фактом, что при высоких значениях параметра степени внеосевая каустика долго сохраняет вид кольца с примерно одинаковым радиусом, а когда она обрывается, на оси резко и «неожиданно» формируется фокальное пятно, которое возникает благодаря осевой каустике. Масштабирующий параметр α позволяет дополнительно варьировать кривизну линии каустики и расстояние до фокуса.

Выполненные исследования позволяют формировать пучки с управляемыми автофокусирующими свойствами, востребованные в различных приложениях оптики и фотоники.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 20-07-00505 в теоретической части и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН (соглашение № 007-ГЗ/Ч3363/26) в части численного моделирования.

Литература

1. **Askaryan, G.A.** Effects of the gradient of a strong electromagnetic beam on electrons and atoms / G.A. Askar'yan // JETP. – 1962. – Vol. 15. – P. 1088-1090.
2. **Talanov, V.I.** On self-focusing of electromagnetic waves in nonlinear media / V.I. Talanov // Izvestia VUZov. Radiophysika. – 1964. – Vol. 7, Issue 8. – P. 564-565.
3. **Kelley, P.L.** Self-focusing of optical beams / P. L. Kelley // Physical Review Letters. – 1965. – Vol. 15. – P. 1005-1008.
4. Self-focusing: Past and present. Fundamentals and prospects / ed. by R.W. Boyd, S.G. Lukishova, Y.R. Shen. – New York: Springer, 2009. – ISBN: 978-0-387-32147-9.
5. **Kivshar, Y.S.** Optical solitons / Y.S. Kivshar, G.P. Agrawal. – Boston: Academic Press, 2003. – ISBN: 978-0-12-410590-4.
6. **Efremidis, N.K.** Abruptly autofocusing waves / N.K. Efremidis, D.N. Christodoulides // Optics Letters. – 2010. – Vol. 35, Issue 23. – P. 4045-4047. – DOI: 10.1364/OL.35.004045.
7. **Papazoglou, D.G.** Observation of abruptly autofocusing waves / D.G. Papazoglou, N.K. Efremidis, D.N. Christodoulides, S. Tzortzakis // Optics Letters. – 2011. – Vol. 36, Issue 10. – P. 1842-1844. – DOI: 10.1364/OL.36.001842.
8. **Chremmos, I.** Pre-engineered abruptly autofocusing beams / I. Chremmos, N.K. Efremidis, D.N. Christodoulides // Optics Letters. – 2011. – Vol. 36, Issue 10. – P. 1890-1892. – DOI: 10.1364/OL.36.001890.
9. **Davis, J.A.** Abruptly autofocusing vortex beam / J.A. Davis, D.M. Cottrell, D. Sand // Optics Express. – 2012. – Vol. 20, Issue 12. – P. 13302-13310. – DOI: 10.1364/OE.20.013302.
10. **Porfirev, A.P.** Generation of the azimuthally modulated circular superlinear Airy beams / A.P. Porfirev, S.N. Khonina // Journal of the Optical Society of America B. – 2017. – Vol. 34, Issue 12. – P. 2544-2549. – DOI: 10.1364/JOSAB.34.002544.
11. **Ring, J.** Auto-focusing and self-healing of Pearcey beams / J. Ring, J. Lindberg, A. Mourka, M. Mazilu, K. Dholakia, M. Dennis // Optics Express. – 2012. – Vol. 20, Issue 17. – P. 18955-18966. – DOI: 10.1364/OE.20.018955.
12. **Chen, X.** Nonparaxial propagation of abruptly autofocusing circular Pearcey Gaussian beams / X. Chen, D. Deng, J. Zhuang, X. Yang, H. Liu, G. Wang // Applied Optics. – 2018. – Vol. 57, Issue 28. – P. 8418-8423. – DOI: 10.1364/AO.57.008418.
13. **Khonina, S.N.** Aberration laser beams with autofocusing properties / S.N. Khonina, A.V. Ustinov, A.P. Porfirev // Applied Optics. – 2018. – Vol. 57, Issue 6. – P. 1410-1416. – DOI: 10.1364/AO.57.001410.
14. **Khonina, S.N.** Specular and vortical Airy beams / S.N. Khonina // Optics Communications. – 2011. – Vol. 284, Issue 19. – P. 4263-4271. – 10.1016/j.optcom.2011.05.068.
15. **Vaveliuk, P.** Symmetric Airy beams / P. Vaveliuk, A. Lencina, J.A. Rodrigo, O.M. Matos // Optics Letters. – 2014. – Vol. 39, Issue 8. – P. 2370-2373. – DOI: 10.1364/OL.39.002370.
16. **Belafhal, A.** Theoretical introduction and generation method of a novel nondiffracting waves: Olver beams / A. Belafhal, L. Ez-Zariy, S. Hennani, H. Nebd // Optics and Photonics Journal. – 2015. – Vol. 5, Issue 7. – P. 234-246. – DOI: 10.4236/opj.2015.57023.
17. **Khonina, S.N.** Fractional Airy beams / S.N. Khonina, A.V. Ustinov // Journal of the Optical Society of America A. – 2017. – Vol. 34, Issue 11. – P. 1991-1999. – DOI: 10.1364/JOSAA.34.001991.
18. **Zhang, P.** Trapping and guiding microparticles with morphing autofocusing Airy beams / P. Zhang, J. Prakash, Z. Zhang, M.S. Mills, N.K. Efremidis, D.N. Christodoulides, Z. Chen // Optics Letters. – 2011. – Vol. 36, Issue 15. – P. 2883-2885. – DOI: 10.1364/OL.36.002883.
19. **Jiang, Y.** Radiation force of abruptly autofocusing Airy beams on a Rayleigh particle / Y. Jiang, K. Huang, X. Lu // Optics Express. – 2013. – Vol. 21, Issue 20. – P. 24413-24421. – DOI: 10.1364/OE.21.024413.
20. **Manousidaki, M.** Abruptly autofocusing beams enable advanced multiscale photo-polymerization / M. Manousidaki, D.G. Papazoglou, M. Farsari, S. Tzortzakis // Optica. – 2016. – Vol. 3, Issue 5. – P. 525-530. – DOI: 10.1364/OPTICA.3.000525.
21. **Panagiotopoulos, P.** Sharply autofocused ring-Airy beams transforming into non-linear intense light bullets / P. Panagiotopoulos, D.G. Papazoglou, A. Couairon, S. Tzortzakis // Nature Communications. – 2013. – Vol. 4. – 2622. – DOI: 10.1038/ncomms3622.
22. **Liu, S.** Observation of abrupt polarization transitions associated with spin–orbit interaction of vector autofocusing Airy beams [Electronical Resource] / S. Liu, P. Li, M. Wang, P. Zhang, J. Zhao. – In: Frontiers in Optics. – 2013. – URL: https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?uri=FiO-2013-FW1A.5 (request date 03.08.2020). – DOI: 10.1364/FIO.2013.FW1A.5.
23. **Liu, S.** Abrupt polarization transition of vector autofocusing Airy beams / S. Liu, M. Wang, P. Li, P. Zhang, J. Zhao // Optics Letters. – 2013. – Vol. 38, Issue 14. – P. 2416-2418. – DOI: 10.1364/OL.38.002416.
24. **Degtyarev, S.A.** Sublinearly chirped metalenses for forming abruptly autofocusing cylindrically polarized beams / S.A. Degtyarev, S.G. Volotovsky, S.N. Khonina // Journal of the Optical Society of America B. – 2018. – Vol. 35, Issue 8. – P. 1963-1969. – DOI: 10.1364/JOSAB.35.001963.
25. **Устинов, А.В.** Обобщённая линза: анализ осевого и поперечного распределения / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика – 2013. – Т. 37, № 3. – С. 307-315.
26. **Устинов, А.В.** Фраксикон как гибридный элемент между параболической линзой и линейным аксиконом / А.В. Устинов, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2014. – Т. 38, № 3. – С. 402-411.
27. **Khonina, S.N.** Sudden autofocusing of superlinear chirp beams / S.N. Khonina, A.P. Porfirev, A.V. Ustinov // Journal of Optics. – 2018. – Vol. 20, Issue 2. – 025605 (9pp). – DOI: 10.1088/2040-8986/aaa075.
28. **Vallee, O.** Airy functions and applications in physics / O. Vallee, M. Soares. – London: Imperial College Press, 2004. – 194 p. – ISBN: 978-1-86094-478-9.
29. **Friberg, A.T.** Stationary-phase analysis of generalized axicons / A.T. Friberg // Journal of the Optical Society of America A. – 1996. – Vol. 13, Issue 4. – P. 743-750. – DOI: 10.1364/JOSAA.13.000743.
30. **Харитонов, С.И.** Гибридный асимптотический метод анализа каустик оптических элементов в радиально-симметричном случае / С.И. Харитонов, С.Г. Волотовский, С.Н. Хонина // Компьютерная оптика. – 2017. – Т. 41, № 2. – С. 175-182. – DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-2-175-182.
31. **Kharitonov, S.I.** Diffraction catastrophes and asymptotic analysis of caustics from axisymmetric optical elements / S.I. Kharitonov, S.G. Volotovsky, S.N. Khonina, N.L. Kazanskiy // Proceedings of SPIE. – 2019. – Vol. 11146. – 111460K. – DOI: 10.1117/12.2526253.
32. **Сойфер, В.А.** Каустики вихревых оптических пучков / В.А. Сойфер, С.И. Харитонов, С.Н. Хонина, С.Г. Волотовский // Доклады Академии наук. – 2019. – Т. 487, № 2. – С. 135-139. – DOI: 10.31857/S0869-56524872135-139.

Сведения об авторах

Устинов Андрей Владимирович, 1968 года рождения, в 1991 году окончил Куйбышевский авиационный институт имени академика С.П. Королёва (КуАИ) по специальности «Прикладная математика». Кандидат физико-математических наук (2016 год), работает научным сотрудником в ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разработка программ моделирования работы оптических элементов; обработка изображений, в частности, гидродинамических процессов и биомедицинских изображений. E-mail: *andr@ipsiras.ru* .

Хонина Светлана Николаевна, доктор физико-математических наук, профессор Самарского университета; главный научный сотрудник ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, сингулярная оптика, модовые и поляризационные преобразования, оптическое манипулирование, оптическая и цифровая обработка изображений. E-mail: *khonina@ipsiras.ru* .

ГРНТИ: 29.31.15
Поступила в редакцию 8 апреля 2020 г. Окончательный вариант – 2 сентября 2020 г.

Properties of off-axis caustics of autofocusing chirp beams

A.V. Ustinov [1], *S.N. Khonina* [1,2]
[1] *IPSI RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS, Molodogvardeyskaya 151, 443001, Samara, Russia,*
[2] *Samara National Research University, Moskovskoye Shosse 34, 443086, Samara, Russia*

Abstract

Autofocusing properties of chirp beams with an arbitrary power-law dependence on the radius are studied theoretically and numerically. Two- and three-parameter chirp beams are considered, the parameter variations of which make it possible to effectively control their autofocusing properties. The results obtained have a potential for various applications in optics and photonics.

Keywords: autofocusing, off-axis caustics, chirp beams.

Citation: Ustinov AV, Khonina SN. Properties of off-axis caustics of autofocusing chirp beams. Computer Optics 2020; 44(5): 721-727. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-794.

Acknowledgements: This work was partly funded by the Russian Foundation for Basic Research under grant No. 20-07-00505 (theoretical part) and the Ministry of Science and Higher Education within the government project of FSRC "Crystallography and Photonics" RAS under agreement 007-GZ/Ch3363/26 (numerical calculations).

References

[1] Askaryan GA. Effects of the gradient of a strong electromagnetic beam on electrons and atoms. JETP 1962; 15: 1088-1090.
[2] Talanov VI. Self-focusing of electromagnetic waves in nonlinear media. Izv VUZov Radiophys 1964; 7(8): 564-565.
[3] Kelley PL. Self-focusing of optical beams. Phys Rev Lett 1965; 15: 1005-1008.
[4] Boyd RW, Lukishova SG, Shen YR, eds. Self-focusing: Past and present. Fundamentals and prospects. New York: Springer; 2009. ISBN: 978-0-387-32147-9.
[5] Kivshar YS, Agrawal GP. Optical solitons. Boston: Academic Press; 2003. ISBN: 978-0-12-410590-4.
[6] Efremidis NK, Christodoulides DN. Abruptly autofocusing waves. Opt Lett 2010; 35(23): 4045-4047. DOI: 10.1364/OL.35.004045.
[7] Papazoglou DG, Efremidis NK, Christodoulides DN, Tzortzakis S. Observation of abruptly autofocusing waves. Opt Lett 2011; 36(10): 1842-1824. DOI: 10.1364/OL.36.001842.
[8] Chremmos I, Efremidis NK, Christodoulides DN. Pre-engineered abruptly autofocusing beams. Opt Lett 2011; 36(10): 1890-1892. DOI: 10.1364/OL.36.001890.
[9] Davis JA, Cottrell DM, Sand D. Abruptly autofocusing vortex beams. Opt Express 2012; 20(12): 13302-13310. DOI: 10.1364/OE.20.013302.
[10] Porfirev AP, Khonina SN. Generation of the azimuthally modulated circular superlinear Airy beams. J Opt Soc Am B 2017; 34(12): 2544-2549. DOI: 10.1364/JOSAB.34.002544.
[11] Ring J, Lindberg J, Mourka A, Mazilu M, Dholakia K, Dennis M. Auto-focusing and self-healing of Pearcey beams. Opt Express 2012; 20(17): 18955-18966. DOI: 10.1364/OE.20.018955.
[12] Chen X, Deng D, Zhuang J, Yang X, Liu H, Wang G. Nonparaxial propagation of abruptly autofocusing circular Pearcey Gaussian beams. Appl Opt 2018; 57(28): 8418-8423. DOI: 10.1364/AO.57.008418.
[13] Khonina SN, Ustinov AV, Porfirev AP. Aberration laser beams with autofocusing properties. Appl Opt 2018; 57(6): 1410-1416. DOI: 10.1364/AO.57.001410.
[14] Khonina SN. Specular and vortical Airy beams. Opt Commun 2011; 284(19): 4263-4271. DOI: 10.1016/j.optcom.2011.05.068.
[15] Vaveliuk P, Lencina A, Rodrigo JA, Matos OM. Symmetric Airy beams. Opt Lett 2014; 39(8): 2370-2373. DOI: 10.1364/OL.39.002370.
[16] Belafhal A, Ez-Zariy L, Hennani S, Nebd H. Theoretical introduction and generation method of a novel nondiffracting waves: Olver beams. Opt Photon J 2015; 5(7): 234-246. DOI: 10.4236/opj.2015.57023.
[17] Khonina SN, Ustinov AV. Fractional Airy beams. J Opt Soc Am A 2017; 34(11): 1991-1999. DOI: 10.1364/JOSAA.34.001991.
[18] Zhang P, Prakash J, Zhang Z, Mills MS, Efremidis NK, Christodoulides DN, Chen Z. Trapping and guiding microparticles with morphing autofocusing Airy beams. Opt Lett 2011; 36(15): 2883-2885. DOI: 10.1364/OL.36.002883.
[19] Jiang Y, Huang K, Lu X. Radiation force of abruptly autofocusing Airy beams on a Rayleigh particle. Opt Express 2013; 21(20): 24413-24421. DOI: 10.1364/OE.21.024413.
[20] Manousidaki M, Papazoglou DG, Farsari M, Tzortzakis S. Abruptly autofocusing beams enable advanced multiscale photo-polymerization. Optica 2016; 3(5): 525-530. DOI: 10.1364/OPTICA.3.000525.
[21] Panagiotopoulos P, Papazoglou DG, Couairon A, Tzortzakis S. Sharply autofocused ring-Airy beams transforming into non-linear intense light bullets. Nat Commun 2013; 4: 2622. DOI: 10.1038/ncomms3622.
[22] Liu S, Li P, Wang M, Zhang P, Zhao J. Observation of abrupt polarization transitions associated with spin –orbit interaction of vector autofocusing Airy beams. In book: Frontiers in Optics. 2013. Source: ⟨https://www.osapublishing.org/abstract.cfm?uri=FiO-2013-FW1A.5⟩. DOI: 10.1364/FIO.2013.FW1A.5.
[23] Liu S, Wang M, Li P, Zhang P, Zhao J. Abrupt polarization transition of vector autofocusing Airy beams. Opt Lett 2013; 38(14): 2416-2418. DOI: 10.1364/OL.38.002416.
[24] Degtyarev SA, Volotovsky SG, Khonina SN. Sublinearly chirped metalenses for forming abruptly autofocusing cylindrically polarized beams. J Opt Soc Am B 2018; 35(8): 1963-1969. DOI: 10.1364/JOSAB.35.001963.
[25] Ustinov AV, Khonina SN. Generalized lens: calculation of distribution on the optical axis. Computer Optics 2013; 37(3): 307-315.

[26] Ustinov AV, Khonina SN. Fracxicon as hybrid element between the parabolic lens and the linear axicon. Computer Optics 2014; 38(3): 402-411.

[27] Khonina SN, Porfirev AP, Ustinov AV. Sudden autofocusing of superlinear chirp beams. J Opt 2018; 20(2): 025605. DOI: 10.1088/2040-8986/aaa075.

[28] Vallee O, Soares M. Airy functions and applications in physics. London: Imperial College Press; 2004. ISBN: 978-1-86094-478-9.

[29] Friberg AT. Stationary-phase analysis of generalized axicons. J Opt Soc Am A 1996; 13(4): 743-750. DOI: 10.1364/JOSAA.13.000743.

[30] Kharitonov SI, Volotovsky SG, Khonina SN. Hybrid asymptotic method for analyzing caustics of optical elements in the axially symmetric case. Computer Optics 2017; 41(2): 175-182. DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-2-175-182.

[31] Kharitonov SI, Volotovsky SG, Khonina SN, Kazanskiy NL. Diffraction catastrophes and asymptotic analysis of caustics from axisymmetric optical elements. Proc SPIE 2019; 11146: 111460K. DOI: 10.1117/12.2526253.

[32] Soifer VA, Kharitonov SI, Khonina SN, Volotovsky SG. Caustics of vortex optical beams. Doklady Physics 2019; 64(7): 276-279. DOI: 10.1134/S102833581907005X

Authors' information

Andrey Vladimirovich Ustinov, (b. 1968) graduated from Kuibyshev Aviation Institute named after academician S.P. Korolyov (KuAI) on a specialty "Applied Mathematics" in 1991. Candidate of Physical and Mathematical Sciences (2016), works as the researcher in the IPSI RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. Research interests: diffractive optics; software design for modeling of optical elements operating; images processing, particularly images of hydrodynamic processes and biomedical images. E-mail: andr@ipsiras.ru .

Svetlana Nikolaevna Khonina, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of Samara National Research University. Main researcher of the IPSI RAS – Branch of the FSRC "Crystallography and Photonics" RAS. Research interests: diffractive optics, singular optics, mode and polarization transformations, optical manipulating, optical and digital image processing. E-mail: khonina@ipsiras.ru .

Received April 8, 2020. The final version – September 2, 2020.