

ДИФРАКЦИОННАЯ ОПТИКА, ОПТИЧЕСКИЕ ТЕХНОЛОГИИ

Тороидальные поляризационные вихри при острой фокусировке пучков с сингулярностью

С.С. Стафеев^{1,2}, В.В. Котляр^{1,2}

¹ ИСОИ РАН – филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН, 443001, Россия, г. Самара, ул. Молодогвардейская, д. 151,

² Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва, 443086, Россия, г. Самара, Московское шоссе, д. 34

Аннотация

В данной работе с помощью формул Ричардса–Вольфа промоделирована фокусировка цилиндрических векторных пучков второго порядка. Было показано, что кольца, на которых вектор Пойнтинга равен нулю, возникают не только в плоскости острого фокуса, но и в плоскостях, удалённых от фокуса. В частности, при фокусировке света линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$ на расстоянии примерно $0,45$ мкм от оси периодически возникают тороидальные вихри (с периодом по оси $z - 0,8$ мкм). Вихри возникают попарно: ближайший к фокальной плоскости вихрь закручен по часовой стрелке, а следующий от него – против часовой стрелки. Вихри сопровождаются седловыми точками. При фокусировке пучка, ограниченного узкой кольцевой апертурой, тороидальных вихрей не наблюдается.

Ключевые слова: острая фокусировка, формулы Ричардса–Вольфа, обратный поток энергии, тороидальные вихри.

Цитирование: Стафеев, С.С. Тороидальные поляризационные вихри при острой фокусировке пучков с сингулярностью / С.С. Стафеев, В.В. Котляр // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 44, № 5. – С. 685-690. – DOI: 10.18287/2412-6179-CO-734.

Citation: Stafeev SS, Kotlyar VV. Toroidal polarization vortices in tightly focused beam with singularity. Computer Optics 2020; 44(5): 685-690. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-734.

Введение

В последнее время острая фокусировка пучков с неоднородным распределением поляризации всё больше привлекает к себе внимание исследователей. Причина – в большом разнообразии форм фокусных пятен, которые могут быть получены с их помощью. Так, например, ранее были сформированы компактные фокусы с размерами меньше дифракционного предела [1], оптические иглы [2], световые тоннели [3, 4], цепочки фокусов [5, 6], фокусы с плоской вершиной [7, 8] и т.д.

В отмеченных выше работах исследовалось поведение интенсивности в фокусе. Поведение потока энергии (вектора Пойнтинга) в фокусе пучков с неоднородным распределением поляризации также исследовалось ранее. Например, в работе [9] исследовалась острая фокусировка векторного пучка, поляризация которого менялась с линейной на круговую и обратно периодически вдоль радиальной или азимутальной координаты. Было показано, что в плоскости фокуса у таких пучков возникают многочисленные точки, вокруг которых осуществляется вращение вектора Пойнтинга. Поведение вектора Пойнтинга в острофокусированном оптическом вихре с радиальной и азимутальной поляризациями рассматривалось в работах [10] и [11] соответственно. Влияние секторных апертур на потоки энергии в остром фокусе азиму-

тально-поляризованного пучка было рассмотрено в работе [12]. Как и в работе [9], в данном случае в фокусной плоскости наблюдалось вращение вектора Пойнтинга вокруг нескольких точек, расположенных вдоль некоторой окружности. В работе [13] исследовались потоки энергии, возникающие в остром фокусе пучка с поляризацией, близкой к азимутальной, но имеющей также незначительную периодически меняющуюся радиальную компоненту (*kaleidoscope-structured vector optical beam*). В работе [14] исследовалось самовосстановление пучков Бесселя–Гаусса, в том числе на основе анализа поперечной составляющей вектора Пойнтинга в сечениях пучка.

В работах [15, 16] было показано, что в остром фокусе возникают области, в которых направление вектора Пойнтинга противоположно направлению распространения пучка. В работе [17] было показано, что в модах Вебера проекция вектора Пойнтинга на оптическую ось должна содержать отрицательные значения. Ранее в работе [18] нами было обнаружено, что области обратного потока энергии возникают не только в плоскости фокуса, но и в плоскостях, удалённых от фокуса – наблюдались кольцевые области, вокруг которых осуществлялось вращение вектора Пойнтинга (тороидальные вихри энергии). Ранее похожие вихри энергии и вихри сингулярностей вблизи фокуса изучались в работах [19, 20]. Но в [19] вихри рассматривались детально только для двумерного

случая, в котором не возникают тороидальные вихри. И поток энергии в [19] понимался как оптический ток (градиент от фазовой функции), но вектор Пойнтинга, который рассматривается в данной работе, не сводится к градиенту от фазовой функции. В [20] рассматривалась эллиптическая деформация в сечении фокуса, которая приводит к асимметрии области отрицательного потока энергии. В [20] рассматриваются чётные и нечётные оптические вихри в области фокуса, а тороидальное вращение потока энергии не рассматривается.

В данной работе продолжено исследование [18] – с помощью формул Ричардса–Вольфа промоделирована фокусировка цилиндрических векторных пучков второго порядка. Было показано, что при фокусировке света линзой с числовой апертурой $NA=0,95$ при отдалении от фокальной плоскости на расстоянии примерно $0,45$ мкм от оси периодически возникают тороидальные вихри (с периодом по оси $z - 0,8$ мкм). Вихри возникают попарно, при этом соседние вихри имеют встречную циркуляцию (аналогично вихрям в работах [19, 20]): ближайший к фокальной плоскости вихрь закручен по часовой стрелке, а следующий от него – против часовой стрелки. Вихри сопровождаются седловыми точками. При дальнейшем отдалении от оси z картина тороидальных вихрей повторяется – примерно на расстоянии $0,7$ мкм также наблюдается область по-

вторяющихся вдоль оси z тороидальных вихрей. При фокусировке пучка, ограниченного узкой кольцевой апертурой, тороидальных вихрей не наблюдается.

**Формулы Ричардса–Вольфа
для случая узкой кольцевой апертуры**

В данной статье моделирование производилось с помощью формулы Ричардса–Вольфа [21]:

$$U(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (1)$$

где $U(\rho, \psi, z)$ – напряжённость электрического или магнитного поля, $B(\theta, \varphi)$ – электрическое или магнитное поле на входе широкоапертурной системы в координатах выходного зрачка (θ – полярный угол, φ – азимутальный), $T(\theta)$ – функция аподизации линзы, f – фокусное расстояние, $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, λ – длина волны (в моделировании считалась равной 532 нм), α_{\min} – минимальный полярный угол, определяемый диаметром кольцевой апертуры, α_{\max} – максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ($NA = \sin \alpha_{\max}$), $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$ – вектор поляризации, для напряжённостей электрического и магнитного полей имеющих вид:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi), \quad (2)$$

где $a(\theta, \varphi)$ и $b(\theta, \varphi)$ – функции, описывающие состояние поляризации x - и y -компонент напряжённостей фокусируемого пучка.

Для светового поля с цилиндрической поляризацией m -го порядка вектора Джонса будут иметь вид:

$$E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(m\varphi) \\ \cos(m\varphi) \end{pmatrix} \quad (3)$$

для напряжённости электрического поля и

$$H(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos(m\varphi) \\ -\sin(m\varphi) \end{pmatrix} \quad (4)$$

для напряжённости магнитного поля.

В [22] было показано, что уравнение (1) с учётом (2–4) переходит в:

$$\begin{aligned} E_x &= i^{m+1} [\sin m\varphi I_{0,m} + \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\ E_y &= i^{m+1} [-\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\ E_z &= -2i^m \sin(m-1)\varphi I_{1,m-1}, \\ H_x &= i^{m+1} [\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\ H_y &= i^{m+1} [\sin m\varphi I_{0,m} - \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\ H_z &= -2i^m \cos(m-1)\varphi I_{1,m-1}, \end{aligned} \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} I_{0,m} &= A \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \sin \theta T(\theta) (1 + \cos \theta) A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\quad \times J_m(x) d\theta, \\ I_{2,m-2} &= A \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \sin \theta T(\theta) (1 - \cos \theta) A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} \times \\ &\quad \times J_{m-2}(x) d\theta, \\ I_{1,m-1} &= A \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \sin^2 \theta T(\theta) A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда продольная компонента вектора Пойнтинга $S_z = E_x H_y^* - E_y H_x^*$ может быть записана как

$$\begin{aligned} S_z &= [\sin m\varphi I_{0,m} + \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}] \times \\ &\quad \times [\sin m\varphi I_{0,m} - \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}] - \\ &\quad - [-\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}] \times \\ &\quad \times [\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}]. \end{aligned} \quad (7)$$

Для угла $\varphi = 0$ уравнение переходит в:

$$S_z = I_{0,m}^2 - I_{2,m-2}^2. \quad (8)$$

Рассмотрим предельный случай, когда

$$\alpha_{\max} \rightarrow \pi/2, A(\theta) = \delta(\theta - \pi/2). \quad (9)$$

Данный случай соответствует широкоапертурной линзе ($NA \rightarrow 1$), ограниченной узкой кольцевой апертурой. Ранее мы показали [23], что в данном случае можно увеличивать область обратного потока, значительно увеличивая глубину области при незначительном уменьшении её ширины.

С учётом условия (9) уравнения (6) для $I_{0,m}$ и $I_{2,m-2}$ могут быть записаны в виде:

$$I_{0,m} = AT \left(\theta \rightarrow \frac{\pi}{2} \right) J_m^2(k\rho), \quad (10)$$

$$I_{2,m-2} = AT \left(\theta \rightarrow \frac{\pi}{2} \right) J_{m-2}^2(k\rho).$$

А продольная компонента S_z для $m=2$ примет вид:

$$S_z = AT \left(\theta \rightarrow \frac{\pi}{2} \right) [J_2^2(k\rho) - J_0^2(k\rho)]. \quad (11)$$

Из уравнений выше видно, что при выполнении условия (9) в уравнениях (10)–(11) пропадает зависимость от координаты z . Отметим, что функция аподизации $T(\theta \rightarrow \pi/2)$ всегда положительная и на смену знака в (11) не повлияет. На рис. 1 показан график функции $J_2^2(k\rho) - J_0^2(k\rho)$ для $\lambda = 0,532$ мкм.

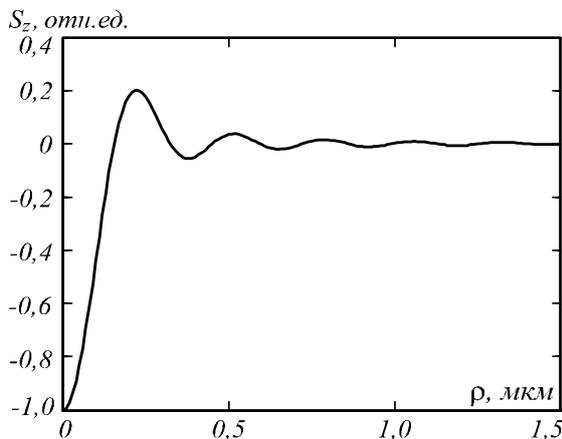


Рис. 1. График функции $J_2^2(k\rho) - J_0^2(k\rho)$

Из рис. 1 видно, что на оси продольная проекция вектора Пойнтинга приобретает отрицательные значения. Далее области отрицательных значений возникают периодически при отдалении от оси. Из графика 1 можно оценить и максимально возможное отношение величин обратного потока вектора Пойнтинга к прямому потоку в свободном пространстве – 5:1.

Распределение в фокусной области (рис. 1) для предельного случая (9) можно рассматривать как продолжение исследования [19], где было показано, что при интерференции четырёх плоских волн, сходящихся под большим углом, области отрицательных значений вектора Пойнтинга возникают периодически – в шахматном порядке. Здесь же вместо четырёх

плоских волн – интерференция бесконечного числа сферических волн с непрерывным изменением поляризации, и области отрицательных значений приобретают осесимметричный характер, также повторяясь периодически.

На рис. 2 показан результат моделирования по формуле (1) фокусировки цилиндрического векторного пучка второго порядка линзой с числовой апертурой $NA = 0,99$, ограниченной узкой кольцевой апертурой с $\alpha_{\min} = 0,9 \times \alpha_{\max} = 0,9 \times \text{asin}(NA)$.

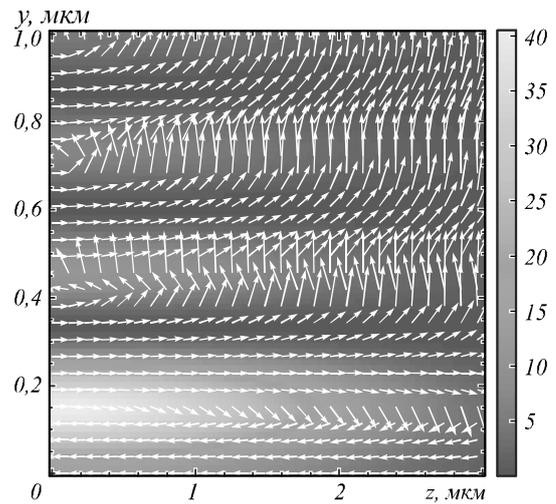


Рис. 2. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга в плоскости YZ при фокусировке цилиндрического векторного пучка второго порядка линзой с числовой апертурой $NA=0,99$, ограниченной узкой кольцевой апертурой с $\alpha_{\min}=0,9 \times \alpha_{\max}$

Из рис. 2 видно, что области обратного направления вектора Пойнтинга примерно совпадают с аналогичными областями на рис. 1. Тороидальных вихрей энергии в данном случае не наблюдается.

Результаты моделирования фокусировки поляризационного вихря

Промоделируем далее с помощью формулы Ричардса–Вольфа (1) фокусировку цилиндрического векторного пучка второго порядка с длиной волны 532 нм широкоапертурной линзой, не ограниченной кольцевой апертурой. Рис. 3 повторяет результат моделирования [18]. В данном случае фокусировка осуществляется линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$.

Из рис. 3 видно, что на расстоянии около 0,9 мкм от фокальной плоскости наблюдается кольцо с радиусом 0,45 мкм, на котором вектор Пойнтинга равен нулю и вокруг которого наблюдается вращение вектора Пойнтинга – тороидальный вихрь энергии. Увеличим далее область моделирования. На рис. 4 показан результат фокусировки цилиндрического векторного пучка второго порядка линзой с числовой апертурой $NA = 0,95$ в области $0,5 \text{ мкм} < z < 3 \text{ мкм}$, $0,3 \text{ мкм} < r < 1 \text{ мкм}$.

Из рис. 4 видно, что на расстоянии примерно 0,45 мкм от оси периодически возникают тороидаль-

ные вихри (с периодом по оси z – 0,8 мкм). Вихри возникают попарно, при этом соседние вихри имеют встречную циркуляцию (аналогично вихрям в работах [19, 20]): ближайший к фокальной плоскости вихрь закручен по часовой стрелке (рис. 4), а следующий от него – против часовой стрелки (рис. 5) и располагается примерно на расстоянии 0,3 мкм от закрученного по часовой стрелке. Вихри, закрученные по часовой стрелке, располагаются чуть дальше от оси z ($r=0$) – примерно на 0,05 мкм, чем вихри, закрученные против часовой стрелки. Вихри сопровож-

даются седловыми точками (рис. 6). В отличие от сечения тороидального вихря, в котором вектор Пойнтинга закручен вокруг одной точки, поведение вектора Пойнтинга в сечении седлового вихря напоминает поведение векторных полей вблизи седловых точек. Ближайшие к оси седловые точки располагаются на расстоянии 0,4 мкм от оси. Отметим, что расстояние, на котором возникают тороидальные вихри (центр вихрей), примерно соответствует третьему нулю функции $J_2^2(kr) - J_0^2(kr)$ на рис. 1.

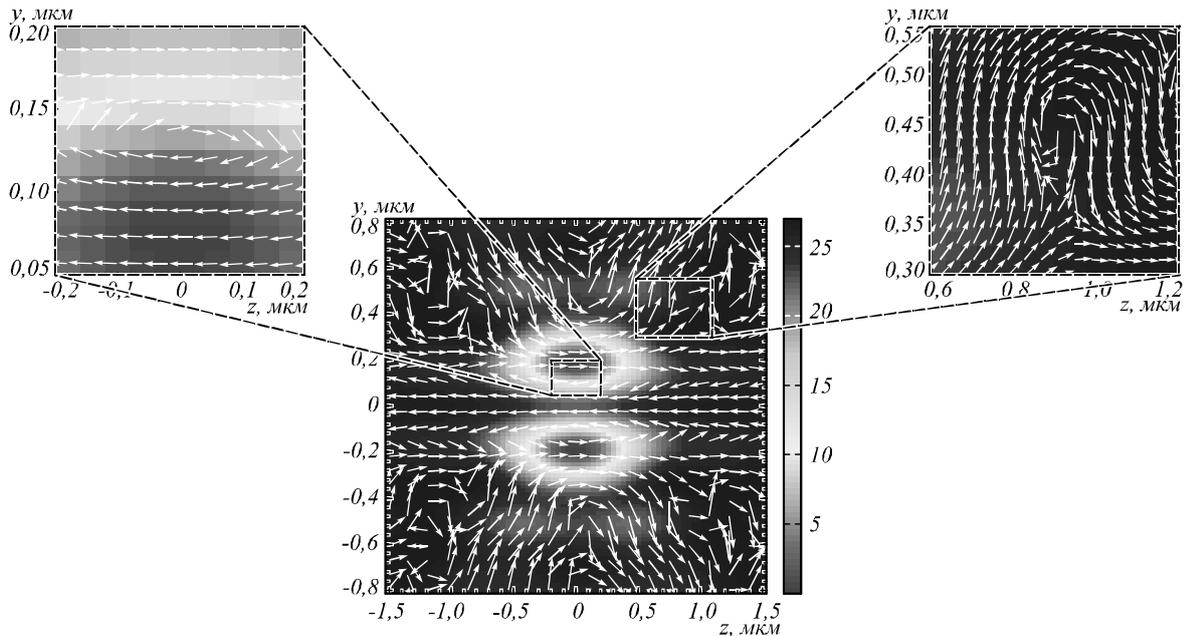


Рис. 3. Распределение интенсивности (цвет) и направление вектора Пойнтинга (стрелки) в плоскости YZ при фокусировке цилиндрического векторного пучка второго порядка линзой с числовой апертурой $NA=0,95$

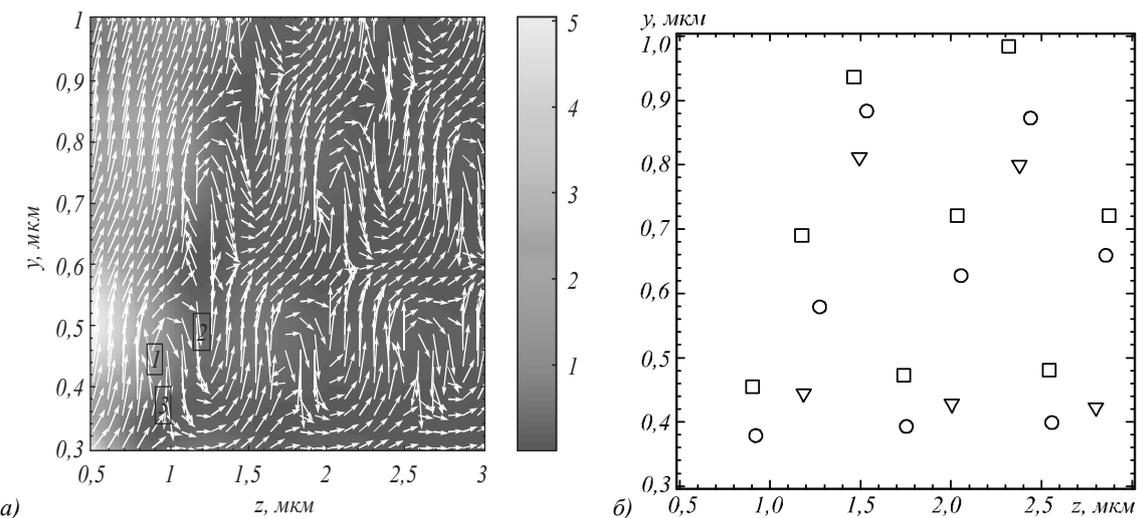


Рис. 4. Распределение интенсивности (цвет) и направление вектора Пойнтинга (стрелки) в плоскости YZ (а) и положения точек, в которых вектор Пойнтинга равен нулю (б): квадратики – вихрь с направлением вращения по часовой стрелке, треугольники – вихрь с направлением вращения против часовой стрелки, кружки – седловые точки. Цифрами обозначены отдельные области, изображенные на рисунках ниже

При дальнейшем отдалении от оси z картина тороидальных вихрей повторяется – примерно на расстоянии 0,7 мкм также наблюдается область повто-

ряющихся вдоль оси z тороидальных вихрей. Данное расстояние примерно соответствует пятому нулю функции $J_2^2(kr) - J_0^2(kr)$ на рис. 1.

Заключение

В данной работе с помощью формул Ричардса–Вольфа промоделирована фокусировка цилиндрических векторных пучков второго порядка. Целью исследования было определение условий образования тороидальных вихрей энергии вокруг «тёмных колец» (кольца, на которых вектор Пойнтинга равен нулю) не только в плоскости острого фокуса, но и в плоскостях, удалённых от фокуса.

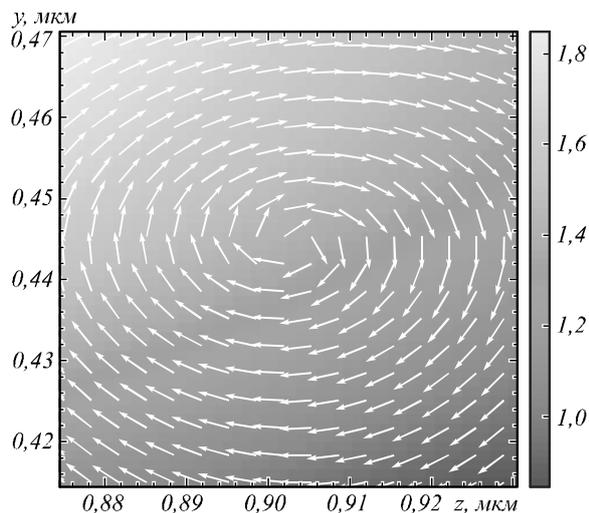


Рис. 5. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга в области тороидального вихря, закрученного по часовой стрелке, ближайшего к осям r и z . Область отмечена цифрой 1 на рис. 4а

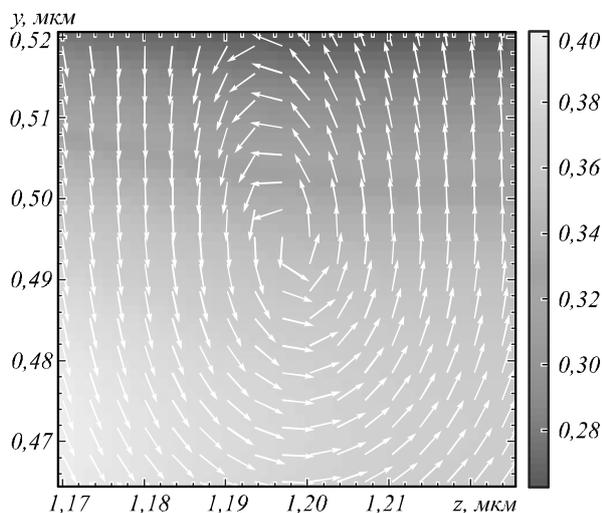


Рис. 6. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга в области тороидального вихря, закрученного против часовой стрелки, ближайшего к осям r и z . Область отмечена цифрой 2 на рис. 4а

Было показано, что при фокусировке света линзой с числовой апертурой $NA=0,95$ на расстоянии примерно $0,45$ мкм от оси периодически возникают тороидальные вихри (с периодом по оси z – $0,8$ мкм). Вихри возникают попарно: ближайший к фокальной плоскости вихрь закручен по часовой стрелке, а сле-

дующий от него – против часовой стрелки. Вихри сопровождаются седловыми точками. При дальнейшем отдалении от оси z картина тороидальных вихрей повторяется – примерно на расстоянии $0,7$ мкм также наблюдается область повторяющихся вдоль оси z тороидальных вихрей. При фокусировке пучка, ограниченного узкой кольцевой апертурой, тороидальных вихрей не наблюдается.

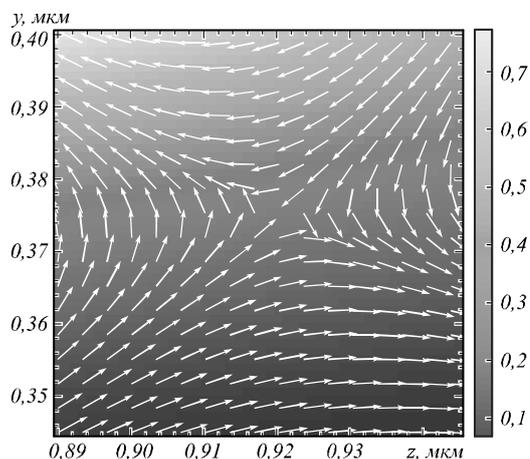


Рис. 7. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга в области седловой точки, ближайшей к осям r и z . Область отмечена цифрой 3 на рис. 4а

Отметим также, что подобный эффект будет наблюдаться не только для поляризационных вихрей, но и для фазовых оптических вихрей. В частности, для оптических вихрей с топологическим зарядом, равным двум, и круговой поляризацией, для которых так же, как и для рассмотренных выше пучков, на оптической оси при острой фокусировке наблюдаются отрицательные значения продольной проекции вектора Пойнтинга.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант 18-19-00595) в части «Формулы Ричардса–Вольфа для случая узкой кольцевой апертуры», Российского фонда фундаментальных исследований (гранты 18-07-01122, 18-07-01380, 18-29-20003) в части «Результаты моделирования фокусировки поляризационного вихря» и Министерства науки и высшего образования РФ в рамках выполнения работ по Государственному заданию ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН в части «Введение».

Литература

1. **Dorn, R.** Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs // Physical Review Letters. – 2003. – Vol. 91, Issue 23. – 233901.
2. **Chong, C.T.** Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics / C.T. Chong, C. Sheppard, H. Wang, L. Shi, B. Lukyanchuk // Nature Photonics. – 2008. – Vol. 2, Issue 8. – P. 501-505.
3. **Yu, Y.** Engineering of multi-segmented light tunnel and flattop focus with designed axial lengths and gaps / Y. Yu,

- H. Huang, M. Zhou, Q. Zhan // Optics Communications. – 2018. – Vol. 407. – P. 398-401.
4. **Zheng, C.** Characterization of the focusing performance of axial line-focused spiral zone plates / C. Zheng, S. Su, H. Zang, Z. Ji, Y. Tian, S. Chen, K. Mu, L. Wei, Q. Fan, C. Wang, X. Zhu, C. Xie, L. Cao, E. Liang // Applied Optics. – 2018. – Vol. 57, Issue 14. – P. 3802-3807.
 5. **Lin, J.** Generation of longitudinally polarized optical chain by 4π focusing system / J. Lin, R. Chen, P. Jin, M. Cada, Y. Ma // Optics Communications. – 2015. – Vol. 340. – P. 69-73.
 6. **Yu, Y.** Generation of uniform three-dimensional optical chain with controllable characteristics / Y. Yu, Q. Zhan // Journal of Optics. – 2015. – Vol. 17, Issue 10. – 105606.
 7. **Wang, X.** Generation of equilateral-polygon-like flat-top focus by tightly focusing radially polarized beams superposed with off-axis vortex arrays / X. Wang, B. Zhu, Y. Dong, S. Wang, Z. Zhu, F. Bo, X. Li // Optics Express. – 2017. – Vol. 25, Issue 22. – 26844.
 8. **Chen, H.** Demonstration of flat-top focusing under radial polarization illumination / H. Chen, S. Tripathi, K.C. Toussaint // Optics Letters. – 2014. – Vol. 39, Issue 4. – P. 834-837.
 9. **Gao, X.-Z.** Redistributing the energy flow of tightly focused ellipticity-variant vector optical fields / X.-Z. Gao, Y. Pan, G.-L. Zhang, M.-D. Zhao, Z.-C. Ren, C.-G. Tu, Y.-N. Li, H.-T. Wang // Photonics Research. – 2017. – Vol. 5, Issue 6. – P. 640-648.
 10. **Man, Z.** Redistributing the energy flow of a tightly focused radially polarized optical field by designing phase masks / Z. Man, Z. Bai, S. Zhang, X. Li, J. Li, X. Ge, Y. Zhang, S. Fu // Optics Express. – 2018. – Vol. 26, Issue 18. – P. 23935-23944.
 11. **Man, Z.** Manipulation of the transverse energy flow of azimuthally polarized beam in tight focusing system / Z. Man, X. Li, S. Zhang, Z. Bai, Y. Lyu, J. Li, X. Ge, Y. Sun, S. Fu // Optics Communications. – 2019. – Vol. 431. – P. 174-180.
 12. **Jiao, X.** Redistributing energy flow and polarization of a focused azimuthally polarized beam with rotationally symmetric sector-shaped obstacles / X. Jiao, S. Liu, Q. Wang, X. Gan, P. Li, J. Zhao // Optics Letters. – 2012. – Vol. 37, Issue 6. – P. 1041-1043.
 13. **Pan, Y.** Spin angular momentum density and transverse energy flow of tightly focused kaleidoscope-structured vector optical fields / Y. Pan, X.-Z. Gao, G.-L. Zhang, Y. Li, C. Tu, H.-T. Wang // APL Photonics. – 2019. – Vol. 4, Issue 9. – 096102.
 14. **Wu, G.** Generation and self-healing of a radially polarized Bessel-Gauss beam / G. Wu, F. Wang, Y. Cai // Physical Review A. – 2014. – Vol. 89. – 043807.
 15. **Stafeev, S.S.** The non-vortex inverse propagation of energy in a tightly focused high-order cylindrical vector beam / S.S. Stafeev, V.V. Kotlyar, A.G. Nalimov, E.S. Kozlova // IEEE Photonics Journal. – 2019. – Vol. 11, Issue 4. – 4500810. – DOI: 10.1109/JPHOT.2019.2921669.
 16. **Kotlyar, V.V.** Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy / V.V. Kotlyar, A.A. Kovalev, A.G. Nalimov // Optics Letters. – 2018. – Vol. 43, Issue 12. – P. 2921-2924. – DOI: 10.1364/OL.43.002921.
 17. **Rondón-Ojeda, I.** Properties of the Poynting vector for invariant beams: Negative propagation in Weber beams / I. Rondón-Ojeda, F. Soto-Eguibar // Wave Motion. – 2018. – Vol. 78. – P. 176-184.
 18. **Kotlyar, V.V.** Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.A. Kovalev // Optics Express. – 2019. – Vol. 27, Issue 12. – P. 16689-16702. – DOI: 10.1364/OE.27.016689.
 19. **Berry, M.** Wave dislocation reactions in nonparaxial Gaussian beams / M. Berry // Journal of Modern Optics. – 1998. – Vol. 45, Issue 9. – P. 1845-1858.
 20. **Volyar, A.V.** The structure of a nonparaxial Gaussian beam near the focus: II. Optical vortices / A.V. Volyar, V.G. Shvedov, T.A. Fadeeva // Optics and Spectroscopy. – 2001. – Vol. 90, Issue 1. – P. 93-100.
 21. **Richards, B.** Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system / B. Richards, E. Wolf // Proceedings of the Royal Society A. – 1959. – Vol. 253, Issue 1274. – P. 358-379.
 22. **Kotlyar, V.V.** Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity / V.V. Kotlyar, S.S. Stafeev, A.G. Nalimov // Physical Review A. – 2019. – Vol. 99, Issue 3. – 033840. – DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.
 23. **Stafeev, S.S.** Elongation of the area of energy backflow through the use of ring apertures / S.S. Stafeev, V.V. Kotlyar // Optics Communications. – 2019. – Vol. 450. – P. 67-71. – DOI: 10.1016/j.optcom.2019.05.057.

Сведения об авторах

Стафеев Сергей Сергеевич, 1985 года рождения. В 2009 году окончил Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королёва – СГАУ по специальности «Прикладная математика и физика». Кандидат физико-математических наук с 2012 года. Научный сотрудник лаборатории лазерных измерений Института систем обработки изображений РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, разностное решение уравнений Максвелла, оптика ближнего поля. E-mail: sergev.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Котляр Виктор Викторович, 1957 года рождения, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией лазерных измерений ИСОИ РАН – филиала ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН и по совместительству профессор кафедры технической кибернетики Самарского университета. В 1979 году окончил физический факультет Куйбышевского государственного университета, в 1988 году защитил кандидатскую диссертацию в Саратовском государственном университете, а в 1992 году – докторскую диссертацию в Центральном конструкторском бюро Уникального приборостроения РАН (г. Москва). Область научных интересов: нанофотоника, дифракционная компьютерная оптика. Публикации: 300 научных трудов, 5 монографий, 7 авторских свидетельств. E-mail: kotlyar@smr.ru.

ГРНТИ: 29.31.01

Поступила в редакцию 15 апреля 2020 г. Окончательный вариант – 26 мая 2020 г.

Toroidal polarization vortices in tightly focused beams with singularity

S.S. Stafeev^{1,2}, V.V. Kotlyar^{1,2}

¹ IPISI RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS,
443001, Samara, Russia, Molodogvardeyskaya 151,

² Samara National Research University, 443086, Samara, Russia, Moskovskoye Shosse 34

Abstract

In this paper, we numerically investigated tight focusing of cylindrical vector beams of the second order using Richards-Wolf formulae. It was shown that intensity rings where the Poynting vector was equal to zero appeared not only in the focal plane but also in nearby planes. For example, a lens with numerical aperture NA=0.95 was shown to generate periodical toroidal vortices with a 0.8- μm period along the z-axis at a distance of about 0.45 μm from the axis. The vortices were generated pairwise, with the closest-to-focus vortex having clockwise helicity and the subsequent being anti-clockwise. The vortices were also characterized by saddle points. When focusing an optical beam passed through a narrow annular aperture, no toroidal vortices were observed.

Keywords: tight focusing, Richards-Wolf formulae, energy backflow, toroidal vortices.

Citation: Stafeev SS, Kotlyar VV. Toroidal polarization vortices in tightly focused beam with singularity. *Computer Optics* 2020; 44(5): 685-690. DOI: 10.18287/2412-6179-CO-734.

Acknowledgements: The work was partially funded by the Russian Science Foundation under project # 18-19-00595 (Section "Richards-Wolf formulas for narrow angular aperture"), by the Russian Foundation for Basic Research under project ## 18-07-01122, 18-07-01380, 18-29-20003 (Section "Numerical simulation for polarization vortex" and by the Russian Federation Ministry of Science and Higher Education within a state contract with the "Crystallography and Photonics" Research Center of the RAS (Section "Introduction").

References

- [1] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam. *Phys Rev Lett.* 2003; 91(23): 233901.
 - [2] Chong CT, Sheppard C, Wang H, Shi L, Lukyanchuk B. Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics. *Nat Photonics* 2008; 2(8): 501-505.
 - [3] Yu Y, Huang H, Zhou M, Zhan Q. Engineering of multi-segmented light tunnel and flattop focus with designed axial lengths and gaps. *Opt Commun* 2018; 407: 398-401.
 - [4] Zheng C, Su S, Zang H, Ji Z, Tian Y, Chen S, Mu K, Wei L, Fan Q, Wang C, Zhu X, Xie C, Cao L, Liang E. Characterization of the focusing performance of axial line-focused spiral zone plates. *Appl Opt* 2018; 57(14): 3802-3807.
 - [5] Lin J, Chen R, Jin P, Cada M, Ma Y. Generation of longitudinally polarized optical chain by 4π focusing system. *Opt Commun* 2015; 340: 69-73.
 - [6] Yu Y, Zhan Q. Generation of uniform three-dimensional optical chain with controllable characteristics. *J Opt* 2015; 17(10): 105606.
 - [7] Wang X, Zhu B, Dong Y, Wang S, Zhu Z, Bo F, et al. Generation of equilateral-polygon-like flat-top focus by tightly focusing radially polarized beams superposed with off-axis vortex arrays. *Opt Express* 2017; 25(22): 26844.
 - [8] Chen H, Tripathi S, Toussaint KC. Demonstration of flat-top focusing under radial polarization illumination. *Opt Lett* 2014; 39(4): 834-837.
 - [9] Gao X-Z, Pan Y, Zhang G-L, Zhao M-D, Ren Z-C, Tu C-G, Li Y-N, Wang H-T. Redistributing the energy flow of tightly focused ellipticity-variant vector optical fields. *Photonics Res* 2017; 5(6): 640-648.
 - [10] Man Z, Bai Z, Zhang S, Li X, Li J, Ge X, Zhang Y, Fu S. Redistributing the energy flow of a tightly focused radially polarized optical field by designing phase masks. *Opt Express* 2018; 26(18): 23935.
 - [11] Man Z, Li X, Zhang S, Bai Z, Lyu Y, Li J, Ge X, Sun Y, Fu S. Manipulation of the transverse energy flow of azimuthally polarized beam in tight focusing system. *Opt Commun* 2019; 431: 174-180.
 - [12] Jiao X, Liu S, Wang Q, Gan X, Li P, Zhao J. Redistributing energy flow and polarization of a focused azimuthally polarized beam with rotationally symmetric sector-shaped obstacles. *Opt Lett* 2012; 37(6): 1041-1043.
 - [13] Pan Y, Gao X-Z, Zhang G-L, Li Y, Tu C, Wang H-T. Spin angular momentum density and transverse energy flow of tightly focused kaleidoscope-structured vector optical fields. *APL Photonics* 2019; 4(9): 096102.
 - [14] Wu G, Wang F, Cai Y. Generation and self-healing of a radially polarized Bessel-Gauss beam. *Phys Rev A* 2014; 89: 043807.
 - [15] Stafeev SS, Kotlyar VV, Nalimov AG, Kozlova ES. The non-vortex inverse propagation of energy in a tightly focused high-order cylindrical vector beam. *IEEE Photonics J* 2019; 11(4): 4500810. DOI: 10.1109/JPHOT.2019.2921669.
 - [16] Kotlyar VV, Kovalev AA, Nalimov AG. Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy. *Opt Lett* 2018; 43(12): 2921-2924. DOI: 10.1364/OL.43.002921.
 - [17] Rondón-Ojeda I, Soto-Eguibar F. Properties of the Poynting vector for invariant beams: Negative propagation in Weber beams. *Wave Motion* 2018; 78: 176-184.
 - [18] Kotlyar VV, Stafeev SS, Kovalev AA. Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area. *Opt Express* 2019; 27(12): 16689-16702. DOI: 10.1364/OE.27.016689.
 - [19] Berry M. Wave dislocation reactions in nonparaxial Gaussian beams. *J Mod Opt* 1998; 45(9): 1845-1858
-

-
- | | |
|---|--|
| <p>[20] Volyar AV, Shvedov VG, Fadeeva TA The structure of a nonparaxial Gaussian beam near the focus: II. Optical vortices. <i>Optics and Spectroscopy</i> 2001; 90(1): 93-100.</p> <p>[21] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system. <i>Proc R Soc A</i> 1959; 253(1274): 358-379.</p> | <p>[22] Kotlyar VV, Stafeev SS, Nalimov AG. Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity. <i>Phys Rev A</i> 2019; 99(3): 033840. DOI: 10.1103/PhysRevA.99.033840.</p> <p>[23] Stafeev SS, Kotlyar VV. Elongation of the area of energy backflow through the use of ring apertures. <i>Opt Commun</i> 2019; 450: 67-71. DOI: 10.1016/j.optcom.2019.05.057.</p> |
|---|--|
-

Authors' information

Sergey S. Stafeev (b. 1985) received Master's degree in Applied Mathematics and Physics in Samara State Aerospace University (2009). He received his PhD in 2012. He is researcher of Laser Measurements laboratory at the Image Processing Systems Institute of RAS – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS. Scientific interests: diffractive optics, FDTD method, near-field optics. E-mail: sergey.stafeev@gmail.com. ORCID: 0000-0002-7008-8007.

Victor Victorovich Kotlyar is a head of Laboratory at the Image Processing Systems Institute (Samara) of the Russian Academy of Sciences – Branch of the FSRC “Crystallography and Photonics” RAS and professor of Computer Science department at Samara National Research University. He received his MS, PhD and DrSc degrees in Physics and Mathematics from Samara State University (1979), Saratov State University (1988) and Moscow Central Design Institute of Unique Instrumentation, the Russian Academy of Sciences (1992). He is SPIE- and OSA-member. He is coauthor of 300 scientific papers, 5 books and 7 inventions. His current interests are diffractive optics, gradient optics, nano-photonics, and optical vortices. E-mail: kotlyar@smr.ru.

Received April 15, 2020. The final version – May 26, 2020.
