В.П. Цветов

ОБ АЛГЕБРАХ ИНДИКАТОРОВ ГИПЕРГРАФОВ

(Самарский университет)

В настоящее время многие постановки задач из областей искусственного интеллекта, машинного обучения, распознавания образов и защиты информации формулируются в терминах гиперграфов [1-4]. Однако в отличие от теории графов, теория гиперграфов находится на стадии формирования. Одно из ее направлений развивается в рамках алгебраического подхода [5-8].

В работе определяются алгебры гиперграфов и изоморфные им алгебры индикаторов, пригодные для численного моделирования.

Введем следующие обозначения и определения. Гиперграфом будем называть пару $H = \langle V, \mathcal{E} \rangle$, где $V = \{v_1, v_2, .., v_n\}$ – n-элементное множество вершин гиперграфа, а $\mathcal{E} \subseteq \{h = (v_1, v_2, .., v_k) | k \in \mathbb{N}_0 \land i \in 1..k \land v_i \in V\} = \bigcup_{k \in \mathbb{N}_0} V^k$ – конечное множество гиперребер. Обозначим $V_\infty = \bigcup_{k \in \mathbb{N}_0} V^k$.

Длину кортежа $h = (v_1, v_2, .., v_k)$ будем называть размерностью гиперребра h и обозначать $d(h)$. Если $d(h) = 1$, то $h = (v_1)$ - кортеж длины 1.

Если $d(h) = 0$, то $h = \varepsilon = (\quad)$ - пустой кортеж длины 0.

Гиперграф $\mathbb{O} = \langle V, \emptyset \rangle$ будем называть пустым гиперграфом. Гиперграф $\mathbb{U} = \langle V, \bigcup_{k \in \mathbb{N}_0} V^k \rangle$ будем называть универсальным гиперграфом.

Определим размерность гиперграфа, как максимальную из размерностей его гиперребер $K = \dim(H) = \max_{h \in \mathcal{E}} d(h) \in \mathbb{N}_0$. Гиперграф будем называть регулярным размерности K, если $\mathcal{E} \subseteq V^K$, т.е. если размерности всех его гиперребер равны K. Если $\dim(H) = 0$, то $\mathcal{E} = \{\varepsilon\}$, и $H=O$ - нульмерный гиперграф. Понятно, что значение $\dim(\mathbb{O})$ не определено.

Обозначим $\mathcal{H}(V)$ – множество гиперграфов с множеством вершин V, а $\mathcal{H}^K(V) \subset \mathcal{H}(V)$ – его подмножество регулярных гиперграфов размерности K.

Индикатором подмножества $\Omega \in 2^U$ будем называть функцию $\chi_\Omega : U \mapsto \mathbb{D} = \{0,1\}$, заданную правилом

$$\chi_\Omega(u) = \begin{cases} 1, u \in \Omega \\ 0, u \notin \Omega \end{cases} \tag{6}$$

Определим индикатор гиперграфа $\chi_H : V_\infty \mapsto \mathbb{D}$. Множество индикаторов гиперграфов будем обозначать, как $\mathfrak{H}(V)$.

Рассмотрим булеву алгебру $\langle \mathcal{H}(V), (\cup, \cap, ^{-}) \rangle$ со стандартными операциями

$$H_1 \cup H_2 = \langle V, \mathcal{E}_1 \rangle \cup \langle V, \mathcal{E}_2 \rangle = \langle V, \mathcal{E}_1 \cup \mathcal{E}_2 \rangle, \tag{1}$$

$$H_1 \cap H_2 = \langle V, \mathcal{E}_1 \rangle \cap \langle V, \mathcal{E}_2 \rangle = \langle V, \mathcal{E}_1 \cap \mathcal{E}_2 \rangle, \tag{2}$$

$$\overline{H} = \overline{\langle V, \mathcal{E} \rangle} = \langle V, \overline{\mathcal{E}} \rangle, \tag{3}$$

и ее подалгебру $\langle \mathcal{H}^K(V), (\cup, \cap, ^{-}) \rangle$.

Кроме этого, считая $p, s \leq K$, определим следующие бинарную и унарную операции для гиперграфов из $\mathcal{H}^K(V)$:

$$H_1 \odot_{ps} H_2 = \langle V, \mathcal{E}_1 \rangle \odot_{ps} \langle V, \mathcal{E}_2 \rangle = \langle V, \mathcal{E}_1 \odot_{ps} \mathcal{E}_2 \rangle, \tag{4}$$

$$H^{(ps)} = \langle V, \mathcal{E}\rangle^{(ps)} = \langle V, \mathcal{E}^{(ps)}\rangle, \tag{5}$$

где

$$\mathcal{E}^{(ps)} = \{(v_1, .., v_p, .., v_s, .., v_K) | (v_1, .., v_s, .., v_p, .., v_K) \in \mathcal{E}\},$$

$$\mathcal{E}_1 \odot_{ps} \mathcal{E}_2 = \{(v_1, .., v_{p-1}, v_p, v_{p+1} .., v_{s-1}, v_s, v_{s+1}, .., v_K) | \exists w$$
$$(v_1, .., v_{p-1}, w, v_{p+1}, .., v_s, .., v_K) \in \mathcal{E}_1 \wedge$$
$$\wedge (v_1, .., v_p, .., v_{s-1}, w, v_{s+1}, .., v_K) \in \mathcal{E}_2\}$$

Множество $\mathcal{H}^K(V)$ замкнуто относительно операций (4), (5), что позволяет определить алгебру $\langle \mathcal{H}^K(V), (\cup, \cap, ^{-}, \odot_{ij}, \ ^{(ps)})\rangle$.

Для гиперграфов $H \in \mathcal{H}^K(V)$ будем рассматривать сужения их индикаторов χ_H на множество V^K, сохраняя за ними прежнее обозначение. Множество таких индикаторов будем обозначать, как $\mathfrak{H}^K(V)$.

Определим следующие операции над индикаторами из $\mathfrak{H}^K(V)$:

$$\chi_{H_1} \sqcup \chi_{H_2} = \chi_{H_3}, \tag{6}$$

$$\chi_{H_1} \sqcap \chi_{H_2} = \chi_{H_4}, \tag{7}$$

$$\bar{\chi}_H = \chi_{H_5}, \tag{8}$$

$$\chi_{H_1} \circ_{ps} \chi_{H_2} = \chi_{H_6}, \tag{9}$$

$$\chi_H{}^{(ps)} = \chi_{H_7}, \tag{10}$$

где

$$\chi_{H_3}(v_1, .., v_K) = \max\left(\chi_{H_1}(v_1, .., v_K), \chi_{H_2}(v_1, .., v_K)\right),$$

$$\chi_{H_4}(v_1, .., v_K) = \min\left(\chi_{H_1}(v_1, .., v_K), \chi_{H_2}(v_1, .., v_K)\right),$$

$$\chi_{H_5}(v_1, .., v_K) = 1 \oplus \chi_H(v_1, .., v_K),$$

$$\chi_{H_6}(v_1, .., v_{p-1}, v_p, v_{p+1}, .., v_{s-1}, v_s, v_{s+1}, .., v_K) =$$
$$= \max_{w \in V}\left(\min\left(\chi_{H_1}(v_1, .., v_{p-1}, w, .., v_s, .., v_K), \chi_{H_2}(v_1, .., v_p, .., v_{s-1}, w, .., v_K)\right)\right),$$

$$\chi_{H_7}(v_1, .., v_{p-1}, v_p, .., v_{s-1}, v_s, .., v_K) = \chi_H(v_1, .., v_{p-1}, v_s, .., v_{s-1}, v_p, .., v_K),$$

$\oplus$ - сложение по модулю 2.

По построению алгебра $\langle \mathfrak{H}^K(V), (\sqcup, \sqcap, ^{-}, \circ_{ps}, \ ^{(ps)})\rangle$ изоморфна алгебре $\langle \mathcal{H}^K(V), (\cup, \cap, ^{-}, \odot_{ps}, \ ^{(ps)})\rangle$.

Пусть $f: \{1, .., n\} \mapsto V$ - нумерация элементов множества V. Определим представление индикатора χ_H K-индексным логическим массивом по правилу:

$$\varphi^H{}_{i_1, i_2, .., i_K} = \begin{cases} true, & \chi_H(f^{-1}(i_1, i_2, .., i_K)) = 1 \\ false, & \chi_H(f^{-1}(i_1, i_2, .., i_K)) = 0 \end{cases}.$$

Здесь $i_s \in \{1, .., n\} \wedge s \in \{1, .., K\}$. Заметим, что в случае регулярных гиперграфов размерности 2, H – граф, а $\varphi^H_{i_1, i_2}$ – матрица смежности его вершин.

Будем обозначать множество K-индексных логических массивов, как $\Phi^K(V)$.

Определим следующие операции над массивами из $\Phi^K(V)$:

$$\varphi^1 \vee \varphi^2 = \varphi^3, \tag{11}$$

$$\varphi^1 \wedge \varphi^2 = \varphi^4, \tag{12}$$

$$\overline{\varphi} = \varphi^5, \quad (13)$$

$$\varphi^1 \circ_{ps} \varphi^2 = \varphi^6, \quad (14)$$

$$\varphi^{(ps)} = \varphi^7, \quad (15)$$

где

$$\varphi^3{}_{i_1,i_2,\dots,i_K} = \varphi^1{}_{i_1,i_2,\dots,i_K} \vee \varphi^2{}_{i_1,i_2,\dots,i_K},$$

$$\varphi^4{}_{i_1,i_2,\dots,i_K} = \varphi^1{}_{i_1,i_2,\dots,i_K} \wedge \varphi^2{}_{i_1,i_2,\dots,i_K},$$

$$\varphi^5{}_{i_1,i_2,\dots,i_K} = \overline{\varphi}_{i_1,i_2,\dots,i_K},$$

$$\varphi^6{}_{i_1,i_2,\dots,i_K} = \bigvee_{k=1}^{n} \varphi^1{}_{i_1,\dots,i_{p-1},k,\dots,i_K} \wedge \varphi^2{}_{i_1,\dots,i_{s-1},k,\dots,i_K},$$

$$\varphi^7{}_{i_1,\dots,i_{p-1},i_p,\dots,i_{s-1},i_s,\dots,i_K} = \varphi_{i_1,\dots,i_{p-1},i_s,\dots,i_{s-1},i_p,\dots,i_K},$$

$\overline{\varphi}$ – отрицание φ,

$\vee$, $\wedge$ - дизъюнкция и конъюнкция, соответственно.

По построению алгебра $\langle \Phi^K(V), (\vee, \wedge, ^{-}, \circ_{ps}, \ ^{(ps)}) \rangle$ изоморфна алгебрам $\langle \mathcal{H}^K(V), (\cup, \cap, ^{-}, \odot_{ij}, \ ^{(ps)}) \rangle$, $\langle \mathfrak{H}^K(V), (\sqcup, \sqcap, ^{-}, \circ_{ps}, \ ^{(ps)}) \rangle$, и допускает простую вычислительную реализацию в виде K-индексных битовых массивов и базовых логических операций.

Литература

1. Chien I, Lin C, Wang I. Community Detection in Hypergraphs: Optimal Statistical Limit and Efficient Algorithms // Proceedings of the Twenty-First International Conference on Artificial Intelligence and Statistics, in PMLR, 2018, vol. 84, pp. 871-879.

2. Ghoshdastidar D, Ambedkar D. Consistency of Spectral Partitioning of Uniform Hypergraphs under Planted Partition Model // Advances in Neural Information Processing Systems 27: Annual Conference on Neural Information Processing Systems, 2014, pp. 397-405.

3. Yu J, Tao D, Wang M. Adaptive hypergraph learning and its application in image classification // IEEE Transactions on Image Processing, 2012, vol. 21, no. 7, pp. 3262–3272.

4. Guzzo A, Pugliese A, Rullo A, Sacca D. Intrusion Detection with Hypergraph-Based Attack Models // Graph structures for knowledge representation and reasoning. Third international workshop, GKR 2013, Beijing, China, August 3, 2013. Revised selected papers. Springer, pp. 58–74.

5. Ha HT, Van Tuyl A. Monomial ideals, edge ideals of hypergraphs, and their graded Betti numbers // Journal of Algebraic Combinatorics, 2008, vol. 27 (2), pp. 215-245.

6. Emtander E, Mohammadi F, Moradi S. Some algebraic properties of hypergraphs // Czechoslovak mathematical journal, 2011, vol. 61 (3), pp. 577-607.

7. Villarreal, R.H. Cohen-macaulay graphs // Manuscripta Mathematica, 1990, vol. 66 (1), pp 277–293.

8. Цветов В.П., Двойственные упорядоченные структуры бинарных отношений // Сборник трудов IV международной конференции ИТНТ-2018, 24–27 апреля 2018 г., г. Самара, Россия,– С. 2635–2644.

П.Н. Чернов[1], Л.С. Зеленко[1], П.В. Трешников[2]

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС ТЕХНОДОК. ПОДСИСТЕМА РАСЧЕТА БАЛАНСА ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ ЖИГУЛЕВСКОЙ ГЭС

([1] Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королёва
[2] ООО Научно-внедренческая фирма «Сенсоры. Модули. Системы»)

В настоящее время на Жигулевской гидроэлектростанции (ГЭС) Самарской области осуществляется модернизация автоматизированной информационно-измерительной системы коммерческого учета электроэнергии (АИИСКУЭ ТУЭ) на базе программного комплекса (ПК) «ТехноДок». На момент начала ее работы не существовало стандартного средства для автоматического просмотра/редактирования/удаления данных по электроэнергии в виде групп точек учета, формирования, расчета и контроля балансов электроэнергии по группам балансов, импорта данных по электроэнергии и экспорта данных в XML, то есть не было полного и грамотного учета электроэнергии.

В связи с этим появилась необходимость разработки подсистемы расчета баланса электроэнергии (на базе ПК «ТехноДок»), которая позволила бы вычислять баланс электроэнергии с заданными интервалами времени и формировать различные отчеты о составлении баланса. С помощью этих данные можно своевременно выявить неисправный элемент измерительно-информационного комплекса учета электроэнергии и произвести его замену.

Программный комплекс «ТехноДок» реализован в виде web-приложения на базе трехзвенной архитектуры «клиент-сервер приложений-база данных» с использованием REST (Representational state transfer) архитектуры. Его структурная схема приведена на рисунке 1.

В состав комплекса вошла подсистема расчета баланса электроэнергии, ее структурная схема приведена на рисунке 2. Опишем назначение входящих в нее подсистем:

– подсистема работы с БД Piramida2000 служит для значения активной, реактивной электроэнергии на прием и отдачу, а также переключений выключателей обходных по точкам учета;

– подсистема отображения параметров служит для отображения значений параметров в зависимости от их типа в отчете и отображения краткой справочной информации о параметре;

– подсистема учета состояния обходных выключателей служит для ежегодного формирования «Ведомость ВО» и обновления отчета, если в БД Piramida2000 появились новые данные о выключателях;