

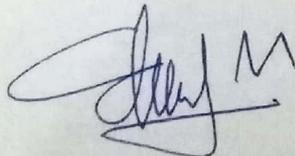
## HASIL PENILAIAN SEJAWAT SEBIDANG ATAU PEER REVIEW KARYA ILMIAH : JURNAL ILMIAH\*

Judul Karya Ilmiah (Artikel) : Himpunan Cantor  $\frac{1}{2m-1}$  yang Diperumum  
 Jumlah Penulis : 2 Orang  
 Status Pengusul : Penulis pertama / penulis ke ..... / penulis korespondensi\*\*  
 Penulis Jurnal Ilmiah : Khairunnisa Fadhilla Ramdhania, M.Si  
 Identitas Jurnal Ilmiah : a. Nama Jurnal : Jurnal Statmat  
 b. ISSN : 2720-9881  
 c. Volume, nomor, bulan, tahun: Volume 2, Nomor 2, Juli, 2020  
 d. Penerbit : Universitas Pamulang  
 e. DOI Artikel (jika ada): -  
 f. Alamat Web Jurnal : <http://openjournal.unpam.ac.id/index.php/sm/index>  
 g. Terindeks di :

### Hasil Penilaian Peer Review :

Komponen Yang Dimilai	Nilai Maksimal Jurnal Ilmiah					Nilai Akhir Yang Diperoleh
	Internasional Bereputasi	International	Nasional Terakreditasi	Nasional Tidak Terakreditasi	Nasional Terindeks DOAJ, dll	
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
a. Kelengkapan dan Kesesuaian unsur isi jurnal (10%)				1		1
b. Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan (30%)				3		2.5
c. Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi (30%)				3		2.5
d. Kelengkapan unsur dan kualitas penerbit (30%)				3		2.8
<b>Total = (100%)</b>				10		8.8
<b>Kontribusi Pengusul (Penulis Pertama dari 3 Penulis)</b>				6 60% x 10		5,28
Catatan Peer Review	1. Tentang kelengkapan dan kesesuaian unsur..... Artikel ditulis lengkap dan unsur sesuai					
	2. Tentang ruang lingkup dan kedalaman pembahasan..... Ruang lingkup yang dibahas tentang himpunan Cantor mandalam					
	3. Tentang kecukupan dan kemutakhiran data serta metodologi..... Data cukup dan mutakhir dengan metodologi terkini					
	4. Tentang kelengkapan unsur kualitas penerbit..... Jurnal Statmat mendapat jurnal ber ISSN dan terindeks OJS					
	5. Indikasi Plagiasi..... Sudah dilakukan plagiasi menggunakan Plagiarism checker X					
	6. Kesesuaian bidang ilmu..... Sangat sesuai dengan bidang ilmu					

Jakarta, Juli 2020  
Reviewer I



Adi Muhajirin, M.Kom.  
 NIDN. 0318038501  
 Jabatan Akademik : Lektor  
 Unit Kerja: Fakultas Teknik, Universitas Bhayangkara Jakarta Raya

**LEMBAR HASIL PENILAIAN SEJAWAT SEBIDANG ATAU PEER REVIEW  
KARYA ILMIAH : JURNAL ILMIAH**

Judul Karya Ilmiah (Artikel) : Himpunan Cantor  $\frac{1}{2m-1}$  yang Diperumum  
 Jumlah Penulis : 2 Orang  
 Status Pengusul : Penulis pertama / penulis ke ( ) / penulis korespondensi\*\*  
 Penulis Jurnal Ilmiah : Khairunnisa Fadhilla Ramdhanía, M.Si  
 Identitas Jurnal Ilmiah : a. Nama Jurnal : Jurnal Statmat  
 b. ISSN : 2720-9881  
 c. Volume, nomor, bulan, tahun: Volume 2, Nomor 2, Juli, 2020  
 d. Penerbit : Universitas Pamulang  
 e. DOI Artikel (jika ada): -  
 f. Alamat Web Jurnal : <http://openjournal.unpam.ac.id/index.php/sm/index>  
 g. Terindeks di :

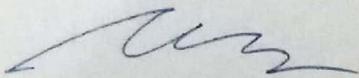
Hasil Penilaian Peer Review :

Komponen Yang Dinilai	Nilai Maksimal Jurnal Ilmiah					Nilai Akhir Yang Diperoleh
	Internasional Bereputasi	International	Nasional Terakreditasi	Nasional Tidak Terakreditasi	Nasional Terindeks DOAJ, dll	
	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
a. Kelengkapan dan Kesesuaian unsur isi jurnal (10%)				1		1
b. Ruang lingkup dan kedalaman pembahasan (30%)				3		2,7
c. Kecukupan dan kemutakhiran data/informasi dan metodologi (30%)				3		2,7
d. Kelengkapan unsur dan kualitas penerbit (30%)				3		2,8
<b>Total = (100%)</b>				10		9,2
<b>Kontribusi Pengusul (Penulis Pertama dari 2 Penulis)</b>				60% × 10 = 6		60% × 9,2 = 5,52

**Catatan Peer Review**

- Tentang kelengkapan dan kesesuaian unsur.....  
Artikel ditulis lengkap & unsur sesuai
- Tentang ruang lingkup dan kedalaman pembahasan.....  
Ruang lingkup yang ditulis ttg himpunan Cantor dibahas cukup baik & mendalam
- Tentang kecukupan dan kemutakhiran data serta metodologi.....  
Data cukup & mutakhir dg metodologi yg dipakai
- Tentang kelengkapan unsur kualitas penerbit.....  
Merupakan Jurnal yg memiliki ISSN & terindeks Google Scholar
- Indikasi Plagiasi.....  
Tidak ada indikasi plagiasi & sudah dilakukan pengecekan dg Plagiarism Checker
- Kesesuaian bidang ilmu.....  
Sangat sesuai dg bidang ilmu matematika.

Jakarta, Juli 2020  
Reviewer II



Hendarman Lubis, S.Kom., M.Kom  
 NIDN. 0013077002  
 Jabatan Akademik : Lektor  
 Unit Kerja: Fakultas Teknik, Universitas Bhayangkara Jakarta Raya



**UNIVERSITAS BHAYANGKARA JAKARTA RAYA**  
**FAKULTAS TEKNIK**

Kampus I: Jl. Harsono RM No.67, Ragunan, Pasar Minggu, Jakarta Selatan 12550  
Telepon: (021) 27808121 - 27808882  
Kampus II: Jl. Raya Perjuangan, Marga Mulya, Bekasi Utara, Jawa Barat  
Telepon: (021) 88955882 Fax.: (021) 88955871  
Web: [www.ubharajaya.ac.id/ft/](http://www.ubharajaya.ac.id/ft/). Email: [ft@ubharajaya.ac.id](mailto:ft@ubharajaya.ac.id)

**SURAT TUGAS**

Nomor : ST/267/VI/2020/FT-UBJ

1. Dasar: Kalender Akademik Ubhara Jaya Tahun Akademik 2019/2020.
2. Dalam rangka mewujudkan Tri Dharma Perguruan Tinggi untuk Dosen di Universitas Bhayangkara Jakarta Raya maka dihimbau untuk melakukan penelitian.
3. Sehubungan dengan hal tersebut diatas, maka Dekan Fakultas Teknik Ubhara Jaya menugaskan:

No.	NAMA	NIDN	JABATAN
1.	Khairunnisa Fadhilla Ramdhanita, S.Si., M.Si.	0328039201	Dosen Tetap Prodi Teknik Informatika

Membuat Jurnal dengan judul “ **Himpunan Cantor  $\frac{1}{2m-1}$  yang Diperumum**” pada Jurnal Statistika dan Matematika Unpam Vol 2 No 2 Juli 2020.

4. Demikian penugasan ini agar dapat dilaksanakan dengan penuh rasa tanggung jawab.

Jakarta, 29 Juni 2020  
DEKAN FAKULTAS TEKNIK



**ISMANIAH, S.Si., M.M.**

NIP: 9604028

Paraf:

1. Ka. Prodi TIF ...



**JURNAL STATISTIKA DAN MATEMATIKA  
PROGRAM STUDI MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS PAMULANG**

Jl. Puspiptek Raya No.11 Serpong - Tangerang Selatan, Banten Telp. (021) 7412566 Ext. 1029  
ISSN Print: 2655-3724

Website: <http://openjournal.unpam.ac.id/index.php/sm/index>

E-mail: [sm@unpam.ac.id](mailto:sm@unpam.ac.id)

---

**LETTER OF ACCEPTED (LoA)**

**Dear**

Khairunnisa Fadhilla Ramdhania, Pilipus Neri Agustian

The Reviewer has been completed its review of your paper submitted for the **Jurnal Statmat: Jurnal Statistika dan Matematika Unpam**. The final decision is made base on the peer-review report, the scientific merits, and the relevance.

We are pleased to inform you that your paper **HIMPUNAN CANTOR  $\frac{1}{2m-1}$  YANG DIPERUMUM** has now been accepted and will be published in **Volume 2 No 2** that scheduled on **July 2020**. Thus this Letter of Accepted was made hopefully to be used properly.

Tangerang Selatan, 22 June 2020

Editor In Chief's

Nina Valentika, S.Si., M.Si.

NIDN. 0417099301



# StatMat

Jurnal Statistika dan Matematika



<b>VOL. 2</b>	<b>NO. 2</b>	<b>HALAMAN 103-197</b>	<b>TANGERANG SELATAN JULI 2020</b>
---------------	--------------	----------------------------	--

# STATMAT

(Jurnal Statistika dan Matematika)

P- ISSN 2655-3724

E-ISSN 2720-9881

Vol. 2, No. 2, Juli 2020

## Dewan Redaksi

Terbit dua kali setahun pada bulan Juli dan Januari. Berisi tulisan yang diangkat dari hasil penelitian, kajian, dan karya ilmiah dalam bidang Statistika dan Matematika.

### Penanggung Jawab

Yulianti Rusdiana, S.Si., M.Sc.

### Pimpinan Redaksi

Nina Valentika, S.Si., M.Si.

### Mitra Bestari

Dr. Casnan, M.Si.

Dr. Hendro Waryanto, S.Si., M.M.

Dra. Sri Nevi Gantini, M.Si.

Syarif Abdullah, S.Si., M.Si.

Ahmad Shulhany, S.Pd., M.Pd., M.Si.

Isnaini Mahuda, S.Pd. M.Si.

Beni Junedi, M.Pd.

Christina Khaidir, M.Pd.

Ikhsan Maulidi, M.Si.

### Dewan Redaksi

Alfi Maulani, S.Si., M.Si.

Ilmadi, S.Pd., M.Pd.

Tabah Heri Setiawan, S.Si., M.Pd.

Yulianti Rusdiana, S.Si., M.Sc.

**Alamat Redaksi:** Jl. Surya Kencana No. 1 Pamulang

Barat- Tangerang Selatan Banten

**Telp/Fax.** (021) 741 2566 Ext. 1029

**e-mail:** [sm@unpam.ac.id](mailto:sm@unpam.ac.id)

**JURNAL STATMAT (Jurnal Statistika dan Matematika)**

Penanggung jawab adalah Program Studi Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Pamulang.

## DAFTAR ISI

Dewan Redaksi.....	i
Pengantar Redaksi.....	ii
Daftar Isi.....	iii

### **PENENTUAN PREMI ASURANSI JIWA BERJANGKA 5 TAHUN MENGGUNAKAN MODEL VASICEK DAN MODEL COX-INGERSOLL-ROSS (CIR)**

Selfi Artika.....	103
-------------------	-----

### **MODEL OPTIMASI BEBAN MENGAJAR DOSEN DENGAN MEMINIMUMKAN DEVIASI RATA-RATA BEBAN MENGAJAR**

Imam Ekowicaksono dan I Wayan Wiprayoga Wisesa.....	115
---	-----

### **PENERAPAN ANALISIS CLUSTER DENGAN METODE HIERARKI UNTUK KLASIFIKASI KABUPATEN/KOTA DI PROVINSI MALUKU BERDASARKAN INDIKATOR INDEKS PEMBANGUNAN MANUSIA**

M. Y. Matdoan dan M. S. Noya Van Delsen.....	123
--	-----

### **APLIKASI RANTAI MARKOV PADA PREDIKSI HARI BERSALJU DI BEBERAPA KOTA AMERIKA SERIKAT**

Rofiroh, Fika Dara Nurina Firdaus, dan Salim.....	131
---	-----

### **ANALISIS KESUKSESAN TRANSAKSI MELALUI KARTU KENDALI PROPORSI**

Aden, Tabah Heri Setiawan, dan Rini Suryani.....	142
--	-----

### **KEMAMPUAN PEMAHAMAN KONSEP MATEMATIKA SISWA SMP MELALUI PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN *AUDITORY INTELLECTUALLY REPETITION***

Muhammad Abrar, Vina Apriliani, dan Johan Yunus.....	158
--	-----

### **HIMPUNAN CANTOR $\frac{1}{2^{m-1}}$ YANG DIPERUMUM**

**Khairunnisa Fadhilla Ramdhania dan Pilipus Neri Agustima ..... 167**

**PEMODELAN SPASIAL DATA PANEL UNTUK MENENTUKAN FAKTOR-FAKTOR YANG MEMPENGARUHI KESEHATAN DI PROVINSI PAPUA**

**Ira Rosianal Hikmah dan Yulial Hikmah ..... 176**

**KEMAMPUAN AWAL KALKULUS INTEGRAL MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA KELAS B UNIVERSITAS SANATA DHARMA**

**Febi Sanjaya ..... 189**

## HIMPUNAN CANTOR $\frac{1}{2m-1}$ YANG DIPERUMUM

Khairunnisa Fadhilla Ramdhanian<sup>1)\*</sup>, Pilipus Neri Agustima<sup>2)</sup>

<sup>1)</sup>Prodi Teknik Informatika Universitas Bhayangkara Jakarta Raya

Email: [khairunnisa.fadhilla@dsn.ubharajaya.ac.id](mailto:khairunnisa.fadhilla@dsn.ubharajaya.ac.id)

<sup>2)</sup>Yayasan Pendidikan dan Pelatihan Pahoa

Email: [pilipus.neri.agustima@sekolah.pahoa.sch.id](mailto:pilipus.neri.agustima@sekolah.pahoa.sch.id)

### ABSTRACT

*The Cantor set was discovered in 1874 by Henry John Stephen Smith and introduced Georg Cantor in 1883. The Cantor set is a set of intersection of closed intervals that has unique properties. In this paper, it will shown the Cantor middle  $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$  sets. After that, the Cantor middle  $\frac{1}{2m-1}$  set will be constructed and examined how many closed intervals, length of each closed interval, total length of the closed intervals which remained in every step of the construction of the Cantor set, and total length of the segments removed from the Cantor set. So, it will proved that the Cantor middle  $\frac{1}{2m-1}$  set is a Cantor set as defined bellow, where  $2 \leq m < \infty$ . In another way, some properties will be discovered in this paper, i.e compact set, totally disconnected, nowhere dense, and uncountable set.*

**Keywords:** set, Cantor set, totally disconnected set, compact set.

### ABSTRAK

Himpunan Cantor ditemukan oleh Henry John Stephen Smith pada tahun 1874 dan diperkenalkan oleh George Cantor pada tahun 1883. Himpunan Cantor merupakan himpunan dari irisan semua interval tutup yang memiliki sifat-sifat yang khusus. Dalam tulisan ini, akan diperlihatkan bentuk himpunan Cantor  $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$ . Kemudian, akan dibuktikan bahwa himpunan Cantor  $\frac{1}{2m-1}$ , dengan  $2 \leq m < \infty$ , yang diperumum merupakan himpunan Cantor, dengan mengonstruksi dan menunjukkan bahwa himpunan ini memenuhi definisi himpunan Cantor, yaitu dengan mencari berapa banyak dan panjang setiap himpunan tutup yang termuat, dan panjang total dari interval tutup yang tersisa dalam setiap langkah proses konstruksi, serta panjang total dari partisi yang dibuang dari himpunan tersebut. Selain itu, akan ditunjukkan pula himpunan Cantor  $\frac{1}{2m-1}$  yang diperumum memiliki sifat khusus, yakni merupakan himpunan kompak, takterhubung total, tidak padat dimana-mana, dan takterhitung.

**Kata kunci:** himpunan, himpunan Cantor, himpunan takterhubung total, himpunan kompak.

## 1. PENDAHULUAN

Himpunan Cantor ditemukan oleh Henry John Stephen Smith pada tahun 1874 dan diperkenalkan oleh George Cantor pada tahun 1883. Henry mengembangkan teori tentang himpunan, sehingga menjadi teori yang sangat penting dalam matematika. Cantor membuktikan bahwa bilangan real lebih banyak dibandingkan bilangan asli. Faktanya, metode yang Cantor gunakan dalam pembuktian teorema ini mengakibatkan adanya perbedaan tingkatan ketertakhinggaan.

Himpunan Cantor merupakan himpunan dari irisan semua interval tutup yang memiliki sifat-sifat yang khusus. Kini, himpunan Cantor bahkan sering digunakan sebagai contoh penyangkal. Cantor menemukan Himpunan Cantor  $\frac{1}{3}$ . Selanjutnya, akan diperlihatkan Himpunan Cantor  $\frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots$ . Secara umum, akan ditunjukkan himpunan Cantor  $\frac{1}{2m-1}$  merupakan himpunan Cantor yang telah telah didefinisikan, dengan  $2 \leq m < \infty$ .

## 2. KONSTRUKSI HIMPUNAN CANTOR YANG DIPERUMUM

Sebelum mengonstruksi himpunan Cantor yang diperumum, akan diperlihatkan sebuah definisi dan teorema penunjang terkait himpunan Cantor. Kemudian, akan diperlihatkan juga bagaimana George Cantor mengonstruksi himpunan Cantor  $\frac{1}{3}$  atau yang biasa dikenal dengan himpunan Cantor, dan akan dikaji beberapa sifat yang dimiliki untuk mengonstruksi himpunan Cantor  $\frac{1}{5}$  dan  $\frac{1}{7}$ , yang selanjutnya akan ditunjukkan bahwa himpunan tersebut memiliki properti yang sama seperti himpunan Cantor. Hal tersebut berguna untuk membuat definisi himpunan Cantor yang diperumum dengan cara yang sama seperti yang telah dilakukan oleh George Cantor pada saat mengonstruksi himpunan Cantor.

**Definisi 1** (Davis, 2005) *Misal  $A \subseteq \mathbb{R}$  himpunan tak kosong. Titik  $x$  disebut titik akumulasi dari  $A$  jika  $\exists \varepsilon > 0 \exists N_\varepsilon(x) \cap A - \{x\} \neq \emptyset$ .*

**Teorema 2** (Davis, 2005) *Jika  $A_1, A_2, \dots$  merupakan himpunan tutup, maka  $\bigcap_{n=1}^{\infty} A_n$  adalah himpunan tutup.*

## 2.1. Konstruksi Himpunan Cantor $\frac{1}{3}$

Pertama, pandang interval  $[0, 1]$  dan notasikan sebagai  $C_0$ . Selanjutnya, bagi  $C_0$  menjadi tiga bagian yang sama besar dan hapus bagian tengah, yakni interval buka  $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ . Notasikan himpunan tersebut sebagai  $C_1$ , yaitu himpunan  $[0, \frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{3}, 1]$ . Kemudian, lakukan hal yang sama, yaitu membagi kedua interval tersebut menjadi tiga bagian yang sama besar dan hapus bagian tengah dari tiap interval pada  $C_1$ , sehingga akan diperoleh  $C_2$ , yaitu  $[0, \frac{1}{9}] \cup [\frac{2}{9}, \frac{1}{3}] \cup [\frac{2}{3}, \frac{7}{9}] \cup [\frac{8}{9}, 1]$  (Khan & Islam, 2013).

Lebih jauh, akan didapatkan

$$C_3 = \left[0, \frac{1}{27}\right] \cup \left[\frac{2}{27}, \frac{1}{9}\right] \cup \left[\frac{2}{9}, \frac{7}{27}\right] \cup \left[\frac{8}{27}, \frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{2}{3}, \frac{19}{27}\right] \cup \left[\frac{20}{27}, \frac{7}{9}\right] \cup \left[\frac{8}{9}, \frac{25}{27}\right] \cup \left[\frac{26}{27}, 1\right]$$

Setelah  $n$  iterasi, diperoleh

$$C_n = \left[0, \frac{1}{3^n}\right] \cup \left[\frac{2}{3^n}, \frac{3}{3^n}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{3^n - 3}{3^n}, \frac{3^n - 2}{3^n}\right] \cup \left[\frac{3^n - 1}{3^n}, 1\right],$$

dengan  $n \geq 0$ . Himpunan Cantor  $\frac{1}{3}$  yaitu

$$C = \bigcap_{n=0}^{\infty} C_n.$$

Banyaknya himpunan tutup yang termuat pada  $C_n$  adalah  $2^n$ , dengan  $n \geq 0$ . Kemudian akan ditunjukkan bahwa total panjang interval yang dihapus adalah 1. Ingat bahwa panjang interval yang dihapus pada iterasi pertama adalah  $\frac{1}{3}$ , sedangkan pada iterasi kedua total panjang interval yang dihapus adalah  $\frac{2}{9}$ , dan pada iterasi ketiga adalah  $\frac{4}{27}$ , dan seterusnya. Berdasarkan hal tersebut, dapat dilihat bahwa  $\frac{1}{3}, \frac{2}{9}, \frac{4}{27}, \dots$  merupakan barisan geometri dengan  $a = \frac{1}{3}$ ,  $r = \frac{2}{3}$ , dan jumlah dari barisan ini adalah  $S_{\infty} = \frac{\frac{1}{3}}{1 - \frac{2}{3}} = 1$ . Panjang dari tiap-tiap interval tutup pada  $C_n$  adalah  $\frac{1}{3^n}$  dan total panjang dari interval-interval pada  $C_n$  adalah  $\frac{2^n}{3^n}$ .

## 2.2. Konstruksi Himpunan Cantor $\frac{1}{5}$

Pandang interval  $[0, 1]$  dan notasikan sebagai  $C_0$ . Selanjutnya, bagi  $C_0$  menjadi lima bagian yang sama besar dan hapus interval buka bagian tengah, yakni interval  $(\frac{1}{5}, \frac{2}{5})$  dan

$\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right)$ . Notasikan himpunan tersebut sebagai  $C_1$ , yaitu himpunan  $\left[0, \frac{1}{5}\right] \cup \left[\frac{2}{5}, \frac{3}{5}\right] \cup \left[\frac{4}{5}, 1\right]$ .

Kemudian, lakukan hal yang sama, yaitu membagi ketiga interval tersebut menjadi lima bagian yang sama besar dan hapus bagian tengah dari tiap interval pada  $C_1$ , sehingga akan diperoleh  $C_2$ ,

$$C_2 = \left[0, \frac{1}{25}\right] \cup \left[\frac{2}{25}, \frac{3}{25}\right] \cup \left[\frac{4}{25}, \frac{1}{5}\right] \cup \left[\frac{2}{5}, \frac{11}{25}\right] \cup \left[\frac{12}{25}, \frac{13}{25}\right] \cup \left[\frac{14}{25}, \frac{3}{5}\right] \cup \left[\frac{4}{5}, \frac{21}{25}\right] \cup \left[\frac{22}{25}, \frac{23}{25}\right] \cup \left[\frac{24}{25}, 1\right].$$

Setelah  $n$  iterasi, diperoleh

$$C_n = \left[0, \frac{1}{5^n}\right] \cup \left[\frac{2}{5^n}, \frac{3}{5^n}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{5^n - 3}{5^n}, \frac{5^n - 2}{5^n}\right] \cup \left[\frac{5^n - 1}{5^n}, 1\right]$$

dengan  $n \geq 0$ . Himpunan Cantor  $\frac{1}{5}$  yaitu

$$C = \bigcap_{n=0}^{\infty} C_n.$$

Banyaknya himpunan tutup yang termuat pada  $C_n$  adalah  $3^n$ , dengan  $n \geq 0$ . Kemudian akan ditunjukkan bahwa total panjang interval yang dihapus adalah 1. Ingat bahwa panjang interval yang dihapus pada iterasi pertama adalah  $\frac{2}{5}$ , sedangkan pada iterasi kedua total panjang interval yang dihapus adalah  $\frac{6}{25}$ , dan seterusnya, bilangan-bilangan ini membentuk suatu barisan geometri dengan  $a = \frac{2}{5}$ ,  $r = \frac{3}{5}$ , dan jumlah dari barisan ini adalah  $S_{\infty} = \frac{\frac{2}{5}}{1 - \frac{3}{5}} =$

1. Panjang dari tiap-tiap interval tutup pada  $C_n$  adalah  $\frac{1}{5^n}$  dan total panjang dari interval-interval pada  $C_n$  adalah  $\frac{3^n}{5^n}$ .

Dengan cara serupa, dapat ditunjukkan bahwa himpunan Cantor  $\frac{1}{5}$  dan  $\frac{1}{7}$  memiliki properti yang sama, yaitu tertutup dan terbatas, tidak memuat interval, dan setiap titik pada himpunan Cantor  $\frac{1}{5}$  dan  $\frac{1}{7}$  merupakan titik akumulasi dari himpunan tersebut.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Suatu himpunan dapat didefinisikan sebagai himpunan Cantor dengan dikonstruksi dengan cara yang sama dan menggunakan properti-properti yang telah dimiliki.

**Definisi 3** (M.J Islam, 2011) Misal  $C$  himpunan tak kosong.  $C$  disebut himpunan Cantor jika

i)  $C$  tertutup dan terbatas,

- ii)  $C$  tidak memuat interval, dan
- iii) Setiap titik di  $C$  merupakan titik akumulasi  $C$ .

### 3.1. Himpunan Cantor yang Diperumum

Pada bagian ini, himpunan Cantor  $\frac{1}{2m-1}$  yang diperumum akan dikonstruksi, dengan  $2 \leq m < \infty$ , dan akan diperlihatkan bahwa himpunan ini merupakan himpunan Cantor seperti yang didefinisikan pada Definisi 3

Pertama, himpunan Cantor  $\frac{1}{2m-1}$  akan dikonstruksi dengan cara serupa seperti saat mengonstruksi himpunan Cantor  $\frac{1}{3}, \frac{1}{5}$ , dan  $\frac{1}{7}$ , berikut langkah-langkahnya:

Pandang interval tutup  $[0, 1]$  dan beri nama  $C_0$ . Selanjutnya, bagi  $C_0$  menjadi  $2m - 1$  bagian dan hapus bagian tengah, yakni interval buka  $(\frac{1}{2m-1}, \frac{2}{2m-1}), (\frac{3}{2m-1}, \frac{4}{2m-1}), \dots, (\frac{2m-3}{2m-1}, \frac{2m-2}{2m-1})$ , sehingga diperoleh

$$C_1 = \left[0, \frac{1}{2m-1}\right] \cup \left[\frac{2}{2m-1}, \frac{3}{2m-1}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{2m-4}{2m-1}, \frac{2m-3}{2m-1}\right] \cup \left[\frac{2m-2}{2m-1}, 1\right]$$

atau dapat ditulis

$$C_1 = \left[0, \frac{1}{2m-1}\right] \cup \left[\frac{2}{2m-1}, \frac{3}{2m-1}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{(2m-1)-3}{2m-1}, \frac{(2m-1)-2}{2m-1}\right] \cup \left[\frac{(2m-1)-1}{2m-1}, 1\right].$$

Untuk memperoleh  $C_2$ , bagi setiap interval tutup yang ada di  $C_1$  menjadi  $2m - 1$  bagian dan hapus interval buka bagian tengah pada urutan ke  $2k$ , dengan  $k < m$ , sehingga didapat

$$C_2 = \left[0, \frac{1}{(2m-1)^2}\right] \cup \left[\frac{2}{(2m-1)^2}, \frac{3}{(2m-1)^2}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{(2m-1)^2-3}{(2m-1)^2}, \frac{(2m-1)^2-2}{(2m-1)^2}\right] \cup \left[\frac{(2m-1)^2-1}{(2m-1)^2}, 1\right].$$

Setelah  $n$  iterasi, diperoleh

$$C_n = \left[0, \frac{1}{(2m-1)^n}\right] \cup \left[\frac{2}{(2m-1)^n}, \frac{3}{(2m-1)^n}\right] \cup \dots \cup \left[\frac{(2m-1)^n-3}{(2m-1)^n}, \frac{(2m-1)^n-2}{(2m-1)^n}\right] \cup \left[\frac{(2m-1)^n-1}{(2m-1)^n}, 1\right],$$

dengan  $n \geq 0$  dan  $m \geq 2$ . Himpunan Cantor  $\frac{1}{2m-1}$  adalah himpunan  $C = \bigcap_{n=0}^{\infty} C_n$ .

**Lemma 4** Jika  $C_n$  terdefinisi pada himpunan Cantor  $\frac{1}{2m-1}$ ,  $2 \leq m < \infty$ , maka terdapat  $m^n$  interval tutup pada  $C_n$ , panjang setiap interval tutup adalah  $(\frac{1}{2m-1})^n$ , dengan  $2 \leq m < \infty$ , panjang total dari interval yang dihapus adalah 1. Panjang total dari semua interval yang termuat pada  $C_n$  adalah  $(\frac{m}{2m-1})^n$ , dengan  $2 \leq m < \infty$ , yang mendekati 0 seiring nilai  $n$  yang membesar menuju takhingga.

Bukti Lemma 4:

(Dengan menggunakan induksi matematika)

Seperti yang telah dikonstruksi di atas, pada konstruksi  $C_1$  telah diketahui bahwa  $C_1$  memuat  $m$  interval tutup dan tiap interval memiliki panjang  $\frac{1}{2m-1}$ , sehingga panjang total interval-interval pada  $C_1$  adalah  $\frac{m}{2m-1}$ . Misalkan benar untuk setiap  $n = k$ . Maka terdapat  $m^k$  interval tutup pada  $C_k$ . Panjang tiap interval  $\left(\frac{1}{2m-1}\right)^k$ , sehingga panjang total interval-interval pada  $C_k$  adalah  $\left(\frac{m}{2m-1}\right)^k$ . Selanjutnya, akan ditunjukkan terdapat  $m^{k+1}$  interval tutup pada  $C_{k+1}$ , dengan panjang  $\left(\frac{1}{2m-1}\right)^{k+1}$  dan panjang total semua interval  $\left(\frac{m}{2m-1}\right)^{k+1}$ , untuk  $2 \leq m < \infty$ . Catat bahwa setiap  $\frac{1}{2m-1}$  bagian tengah dihapus dari sebuah interval tutup artinya sama dengan membagi interval menjadi sebanyak  $m$  interval tutup. Langkah pertama adalah dengan mengalikan banyaknya interval pada  $C_k$  dengan  $m$ , sehingga terdapat  $m(m^k) = m^{k+1}$  interval tutup pada  $C_{k+1}$ . Untuk membentuk  $C_{k+1}$ , bagi setiap interval pada  $C_k$  yang memiliki panjang  $\left(\frac{1}{2m-1}\right)^k$  menjadi  $2m - 1$  interval. Akibatnya, panjang interval  $C_{k+1}C_{k+1}$  adalah

$$\frac{\left(\frac{1}{2m-1}\right)^k}{(2m-1)} = \left(\frac{1}{2m-1}\right)^{k+1}$$

dan panjang totalnya adalah

$$m^{k+1} \left(\frac{1}{2m-1}\right)^{k+1} = \left(\frac{m}{2m-1}\right)^{k+1}.$$

Langkah selanjutnya adalah dengan menunjukkan total panjang interval yang telah dibuang adalah 1. Ingat bahwa pada iterasi pertama, interval dengan total panjang  $\frac{m-1}{2m-1}$  dihapus, pada iterasi kedua, interval dengan total panjang  $\frac{m^2-m}{(2m-1)^2}$  dihapus, sedangkan pada iterasi ketiga total panjang interval yang dihapus adalah  $\frac{m^3-m^2}{(2m-1)^3}$ , dan seterusnya, sehingga membentuk suatu deret geometri dengan  $a = \frac{m-1}{2m-1}$ ,  $r = \frac{m}{2m-1}$  dan jumlah total deret ini adalah  $S_\infty = \frac{\frac{m-1}{2m-1}}{1-\frac{m}{2m-1}} = 1$ . Akibatnya, total panjang interval yang ada pada  $C_n$  mendekati 0, seiring membesarnya  $n$ .

**Proposisi 5** Himpunan Cantor  $\frac{1}{2^{m-1}}$  merupakan himpunan Cantor, dengan  $2 \leq m < \infty$ .

Bukti:

Misalkan  $C$  adalah himpunan Cantor  $\frac{1}{2^{m-1}}$  dengan  $2 \leq m < \infty$ . Karena 1 selalu termuat dalam  $C_n$ , maka  $C \neq \emptyset$ . Harus ditunjukkan bahwa himpunan ini memenuhi definisi himpunan Cantor yang diperumum.

- Misalkan  $C = \bigcap_{n=0}^{\infty} C_n$ . Karena  $C_n$  merupakan himpunan tutup untuk setiap  $n \in \mathbb{N}$ , maka irisan semua  $C_n$  adalah himpunan tutup, sehingga  $C$  tutup. Karena  $C \subseteq [0,1]$ , maka  $C$  terbatas.
- Asumsikan bahwa  $C$  memuat sebuah interval buka  $(x, y)$  dengan panjang  $|y - x|$  untuk  $y > x$ . Hal tersebut berarti bahwa di setiap bagian proses konstruksi  $(x, y)$  harus termuat disalah satu interval tutup yang tersisa. Berdasarkan Lemma 2.4, setelah  $n$  tahapan, panjang dari masing-masing interval tutup pada  $C_n$  adalah  $\left(\frac{1}{2^{m-1}}\right)^n$ , dengan  $2 \leq m \leq \infty$ . Berdasarkan Teorema Archimedes, terdapat  $n_0 \in \mathbb{N}$  sedemikian sehingga  $\left(\frac{1}{2^{m-1}}\right)^{n_0} = \frac{1}{(2^{m-1})^{n_0}} < |y - x|$ , artinya terdapat beberapa titik pada  $(x, y)$  yang tidak termuat disalah satu interval tutup yang tersisa, yakni  $C_{n_0}$ . Kontradiksi. Dengan demikian,  $C$  tidak memuat interval satu pun.
- Akan dibuktikan bahwa setiap titik pada  $C$  merupakan titik akumulasi  $C$ , yaitu dengan menunjukkan bahwa setiap  $x \in C$  dan setiap  $r > 0$ , terdapat titik  $y$  di  $(x - r, x + r)$  sedemikian sehingga  $y \neq x$  dan  $y \in C$ . Ambil  $x \in C$ , maka  $x \in C_n$  untuk setiap  $n \in \mathbb{N}$ , sehingga  $x$  pasti termuat disalah satu interval tutup  $C_n$ . Katakan bahwa  $x \in [a, b]$ , dengan  $[a, b]$  suatu  $n$  interval di  $C_n$  yang memiliki panjang  $\left(\frac{1}{2^{m-1}}\right)^n = \frac{1}{(2^{m-1})^n}$ .

Akibatnya,

$$x - a \leq \frac{1}{(2^{m-1})^n} \text{ dan } b - x \leq \frac{1}{(2^{m-1})^n},$$

sehingga

$$x - \frac{1}{(2^{m-1})^n} \leq a \text{ and } b \leq x + \frac{1}{(2^{m-1})^n}.$$

Berdasarkan Teorema Archimedes,  $\exists N \in \mathbb{N}, \exists \frac{1}{(2^{m-1})^N} < r$  dan dapat ditulis sebagai berikut

$$x < x + \frac{1}{(2m-1)^n} < x + \frac{1}{(2m-1)^N} < x + r$$

dan

$$x > x - \frac{1}{(2m-1)^n} > x - \frac{1}{(2m-1)^N} > x - r,$$

untuk setiap  $n > N$ . Dengan demikian,

$$x - r < x - \frac{1}{(2m-1)^n} \leq a \leq x \leq b \leq x + \frac{1}{(2m-1)^n} < x + r,$$

Artinya  $a$  dan  $b$  termuat di  $(x - r, x + r)$  dan salah satunya tidak sama dengan  $x$ .

Oleh karena itu, Himpunan Cantor  $\frac{1}{2^{m-1}}$  merupakan himpunan Cantor.

### 3.2. Sifat-sifat Himpunan Cantor $\frac{1}{2^{m-1}}$

Berdasarkan Definisi 3, Himpunan Cantor  $\frac{1}{2^{m-1}}$  (yang kemudian akan disebut himpunan Cantor dan dinotasikan sebagai  $C$ ) bersifat tertutup dan terbatas,  $C$  tidak memuat interval, dan setiap titik di  $C$  merupakan titik akumulasi bagi  $C$ . Selanjutnya, akan diperlihatkan dan dibuktikan sifat-sifat lain dari  $C$ .

a.  $C$  kompak.

Karena  $C \subseteq \mathbb{R}$  bersifat tertutup dan terbatas, maka berdasarkan Teorema Heine-Borel  $C$  kompak.

b.  $C$  takterhubung total

$C \subseteq \mathbb{R}$  dan merupakan subset terhubung dari  $\mathbb{R}$ , yang merupakan interval dan himpunan singleton. Karena  $C$  tidak memuat interval, maka satu-satunya subset terhubung di  $C$  adalah himpunan singleton. Dengan demikian,  $C$  takterhubung total.

c.  $C$  tidak padat dimana-mana

Bukti:

Pertama, harus ditunjukkan bahwa  $\text{int}(\bar{C}) = \emptyset$ . Karena  $C$  memuat semua titik akumulasi dari  $C$ , maka  $\text{int}(C) = \text{int}(\bar{C})$ . Andaikan  $\text{int}(C) = \emptyset$ ,  $\exists x \in \text{int}(C)$  maka  $\exists \varepsilon > 0$  sedemikian sehingga  $B(x, \varepsilon) \subseteq C$ .  $B(x, \varepsilon)$  merupakan sebuah interval di  $C$ , akan tetapi  $C$  tidak memuat interval. Kontradiksi.

d.  $C$  merupakan himpunan takterhitung.

Bukti:

Andaikan  $C$  terhitung. Berdasarkan definisi Keterhitungan, terdapat  $f: \mathbb{N} \rightarrow C$  yang bersifat 1-1 dan pada. Misal  $C = \{x_1, x_2, \dots, x_n, \dots\}$  dan  $f(n) = x_n, \forall n \in \mathbb{N}$ , dengan

$$x_1 = 0. c_{11}c_{12}c_{13} \dots$$

$$\vdots$$

$$x_n = 0. c_{n1}c_{n2}c_{n3} \dots$$

$$\vdots$$

dan  $c_{nm} \in \{0, 2, 4, \dots, 2m, 2m - 2\}$ . Kemudian, definisikan  $c = 0. c_1c_2c_3 \dots$  dengan  $c_n \neq c_{nn}$ . Jelas bahwa  $c \in C$ , tetapi  $c \neq x_n, \forall n \in \mathbb{N}$ . Kontradiksi.

#### 4. SIMPULAN

Himpunan Cantor yang diperumum, yakni himpunan Cantor  $\frac{1}{2^{m-1}}$ , dengan  $2 \leq m < \infty$  memenuhi definisi Himpunan Cantor dan beberapa sifat lainnya yaitu kompak, takterhubung total, tidak padat dimana-mana, dan merupakan himpunan takterhitung.

#### 5. DAFTAR PUSTAKA

- Davis, T. M. (2005). *Topology*. Singapore: Mc Graw Hill.
- Khan, M. S., & Islam, M. S. (2013). An Exploration of Generalized Cantor Set. *International Journal of Scientific & Technology Research*, 6(7), 50.
- M.J Islam, M. I. (2011). Generalized Cantor Set and Its Fractal Dimension. *Journal Scientific and Industrial Research*, 499-506.



# Plagiarism Checker X Originality Report

**Similarity Found: 4%**

Date: Thursday, June 25, 2020

Statistics: 100 words Plagiarized / 2662 Total words

Remarks: Low Plagiarism Detected - Your Document needs Optional Improvement.

---

HIMPUNAN CANTOR  $1 2^{m-1}$  YANG DIPERUMUM Khairunnisa Fadhilla Ramdhania1)\*, Pilipus Neri Agustima2), 1Prodi Teknik Informatika Universitas Bhayangkara Jakarta Raya, Email: khairunnisa.fadhilla@dsn.ubharajaya.ac.id 2Prodi Matematika Universitas Bunda Mulia Email: pilipus.neri@dsn.bundamulia.ac.id ABSTRACT The Cantor set was discovered in 1874 by Henry John Stephen Smith and introduced Georg Cantor in 1883.

The Cantor set is a set of intersection of closed intervals that has unique properties. In this paper, it will shown the Cantor middle  $1 5, 1 7, \dots$  sets. After that, the Cantor middle  $1 2^{m-1}$  set will be constructed and examined how many closed intervals, length of each closed interval, total length of the closed intervals which remained in every step of the construction of the Cantor set, and total length of the segments removed from the Cantor set.

So, it will proved that the Cantor middle  $1 2^{m-1}$  set is a Cantor set as defined bellow, where  $2 = m < 8$ . In another way, some properties will be discovered in this paper, i.e compact set, totally disconnected, nowhere dense, and uncountable set. Keywords: set, Cantor set, totally disconnected set, compact set.

ABSTRAK Himpunan Cantor ditemukan oleh Henry John Stephen Smith pada tahun 1874 dan diperkenalkan oleh George Cantor pada tahun 1883. Himpunan Cantor merupakan himpunan dari irisan semua interval tutup yang memiliki sifat-sifat yang khusus. Dalam tulisan ini, akan diperlihatkan bentuk himpunan Cantor  $1 5, 1 7, \dots$

Kemudian, akan dibuktikan bahwa himpunan Cantor  $1 2^{m-1}$ , dengan  $2 = m < 8$ , yang diperumum merupakan himpunan Cantor, dengan mengonstruksi dan menunjukkan bahwa himpunan ini memenuhi definisi himpunan Cantor, yaitu dengan mencari berapa